

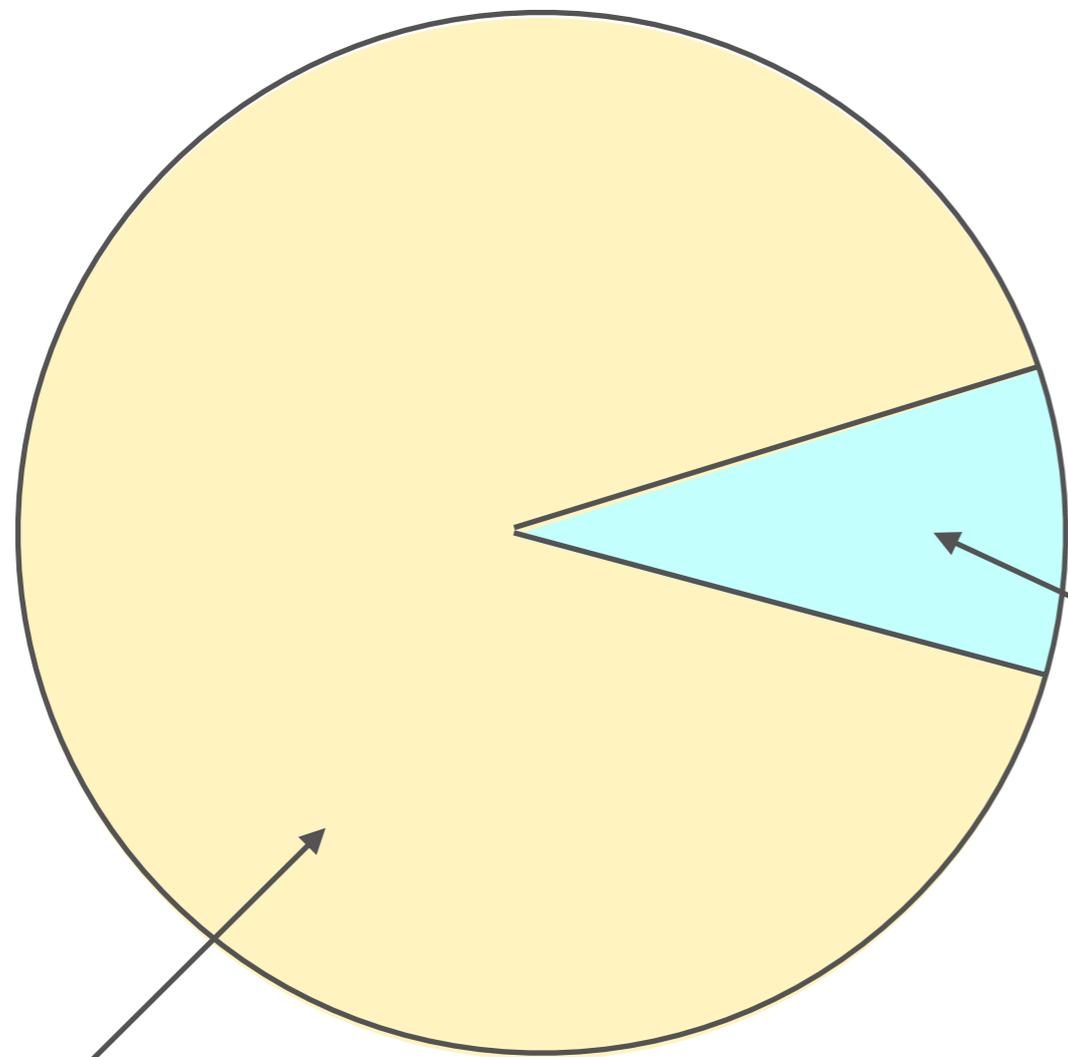
ANGLES

cours 5

Un angle est une figure définie par deux demi-droites de même origine.

On nomme l'origine le sommet de l'angle.

Un angle définit deux régions.



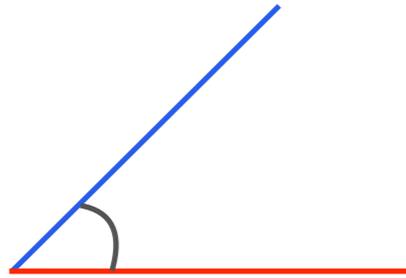
En traçant un cercle ayant comme centre le sommet de l'angle,

on obtient deux secteurs circulaires

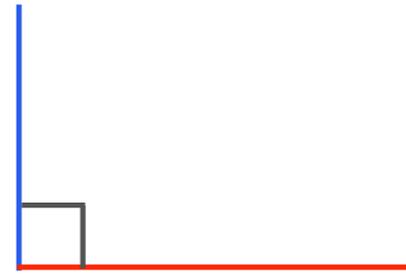
l'angle rentrant

l'angle saillant

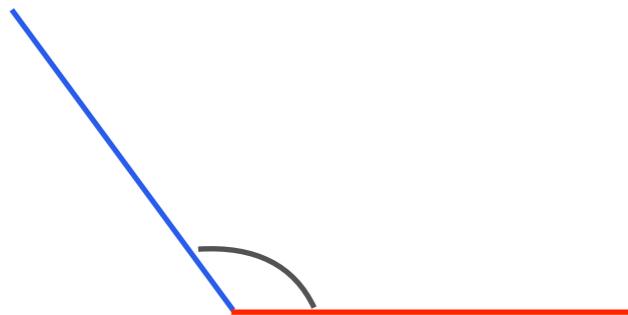
Angle particulier



angle aigu



angle droit



angle obtus



angle droit

Il est très commun d'utiliser des lettres grecques pour indiquer un angle.

Voici une petite liste des plus utilisées:

α alpha

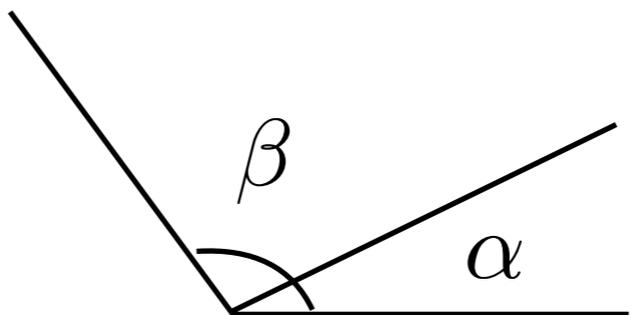
β beta

γ gamma

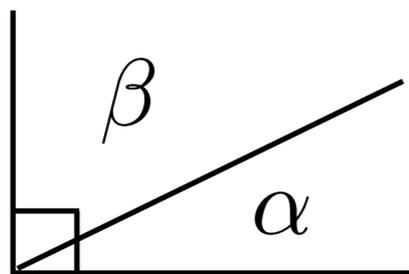
δ delta

θ theta

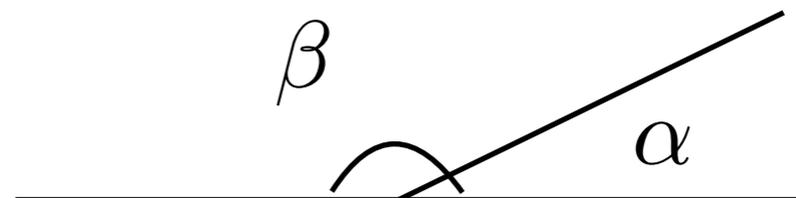
ϕ phi



angles adjacents

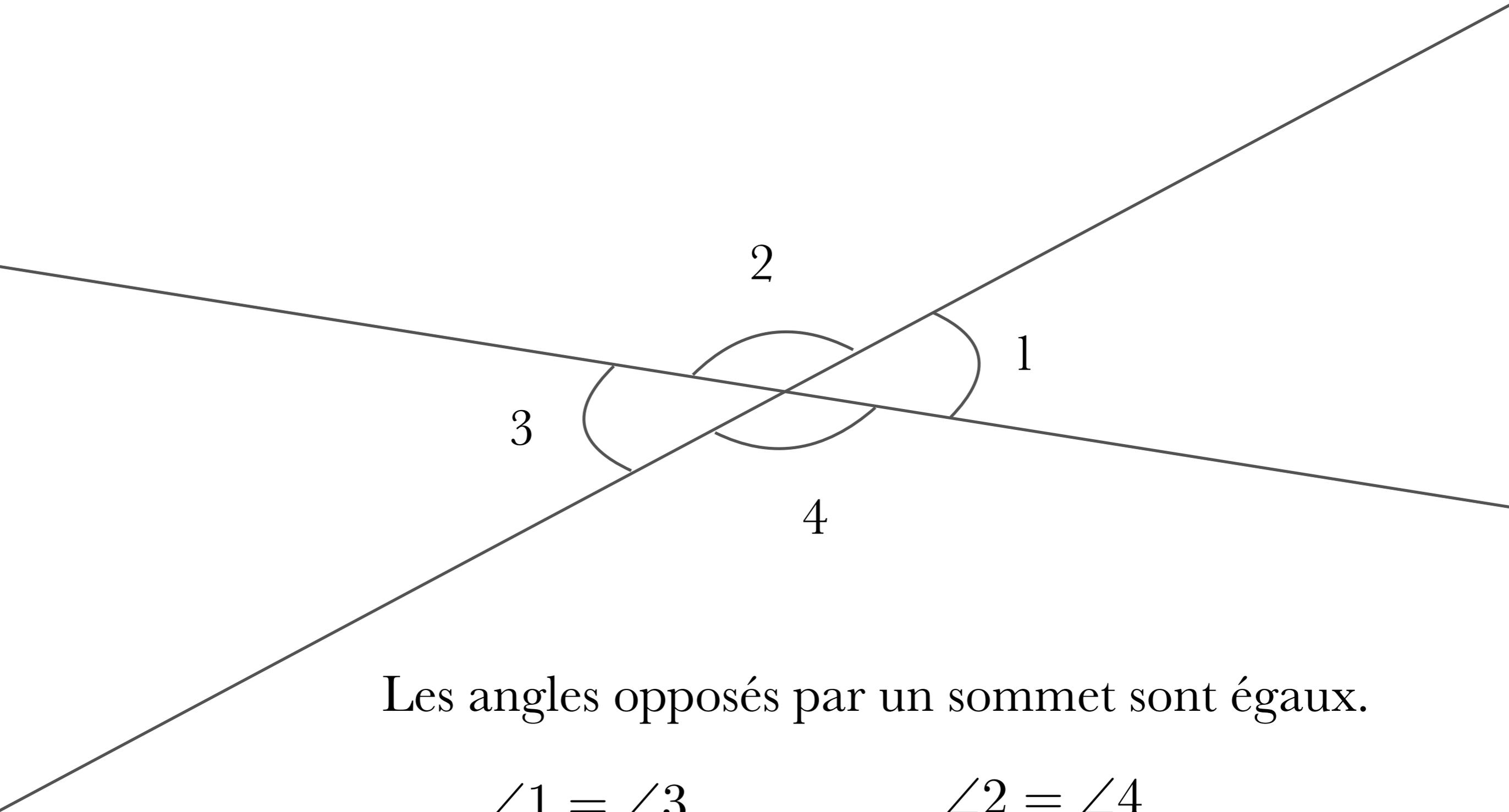


angles complémentaires



angles supplémentaires

Deux droites déterminent 4 angles.

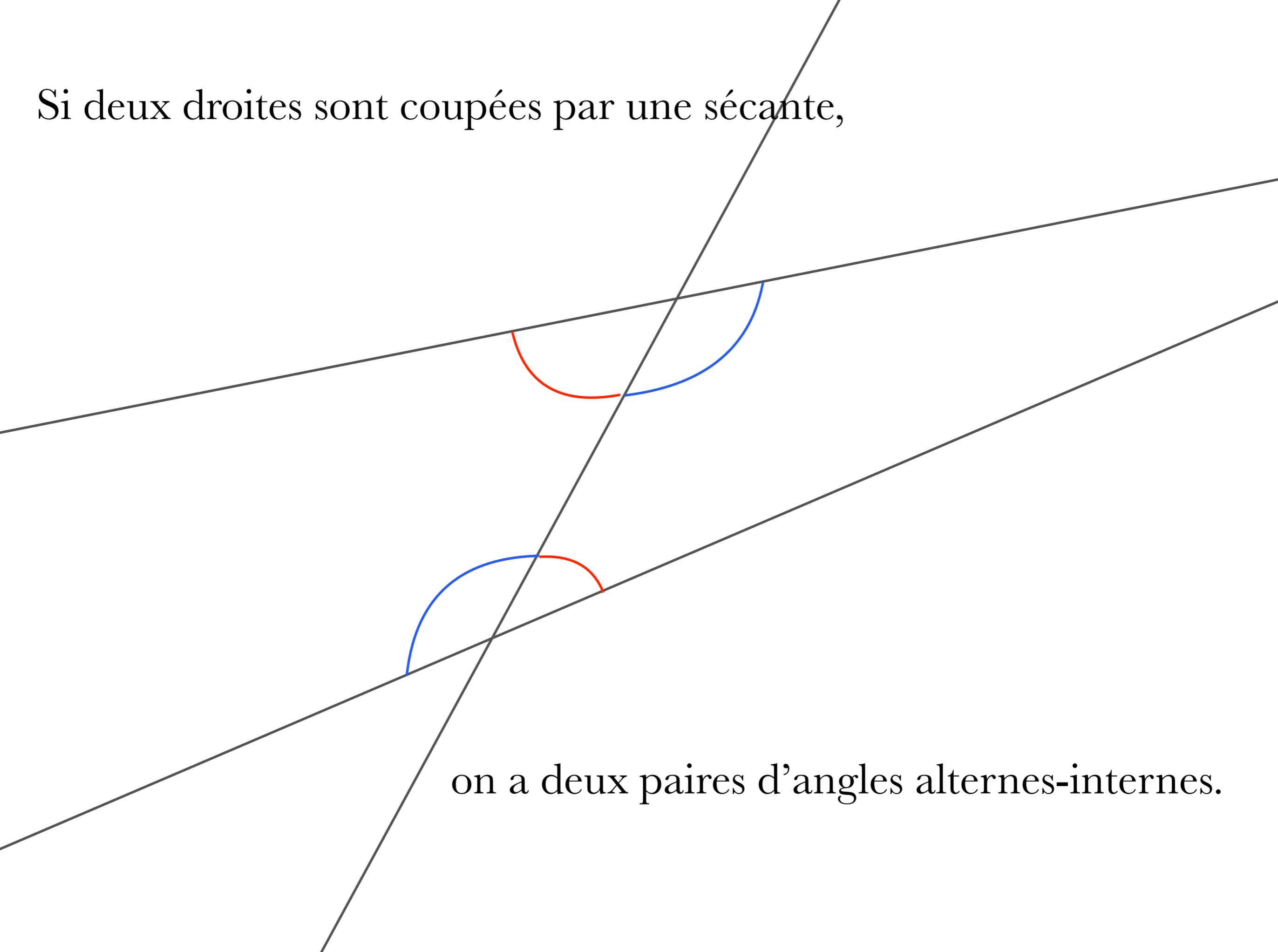


Les angles opposés par un sommet sont égaux.

$$\angle 1 = \angle 3$$

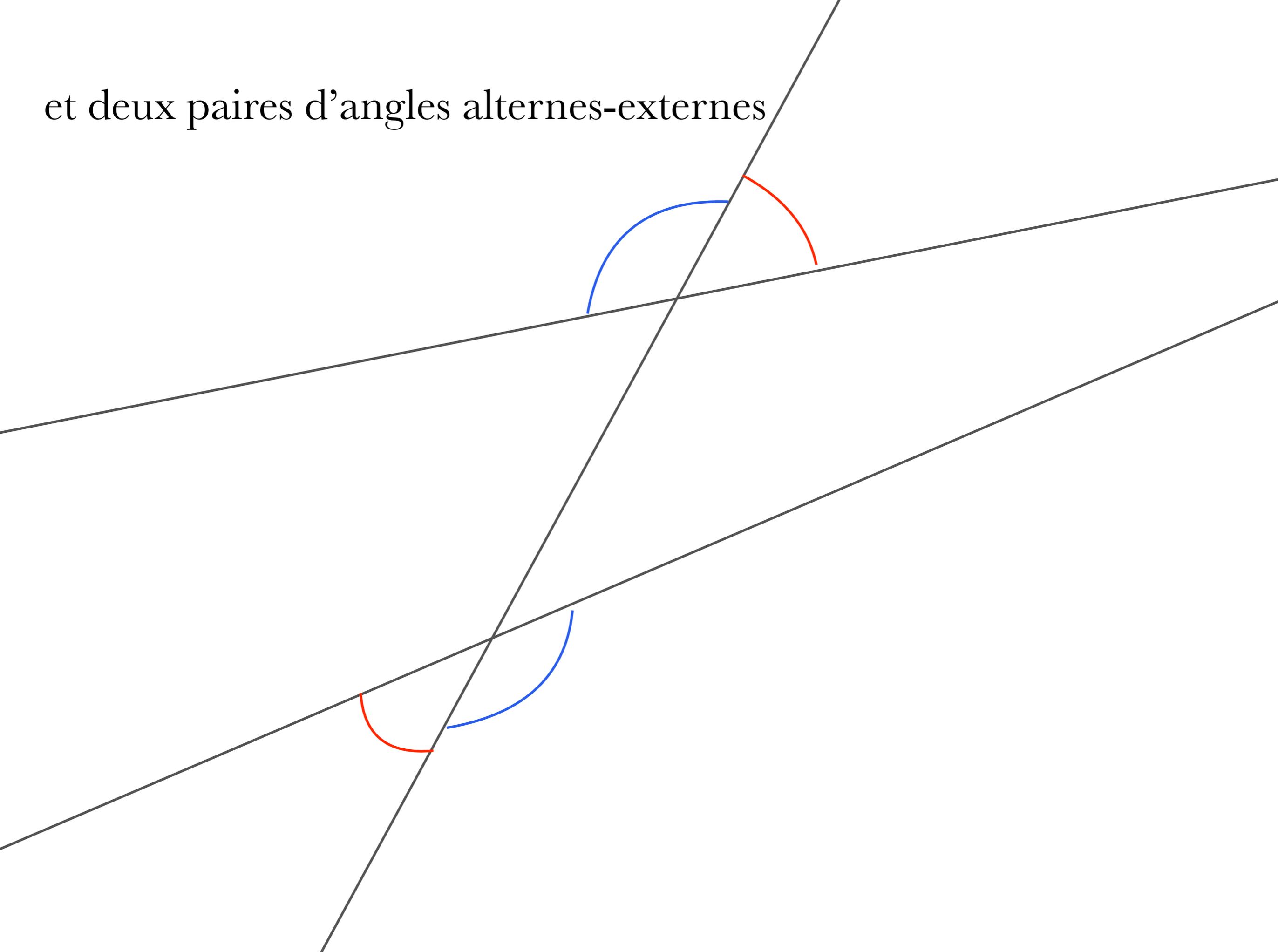
$$\angle 2 = \angle 4$$

Si deux droites sont coupées par une sécante,

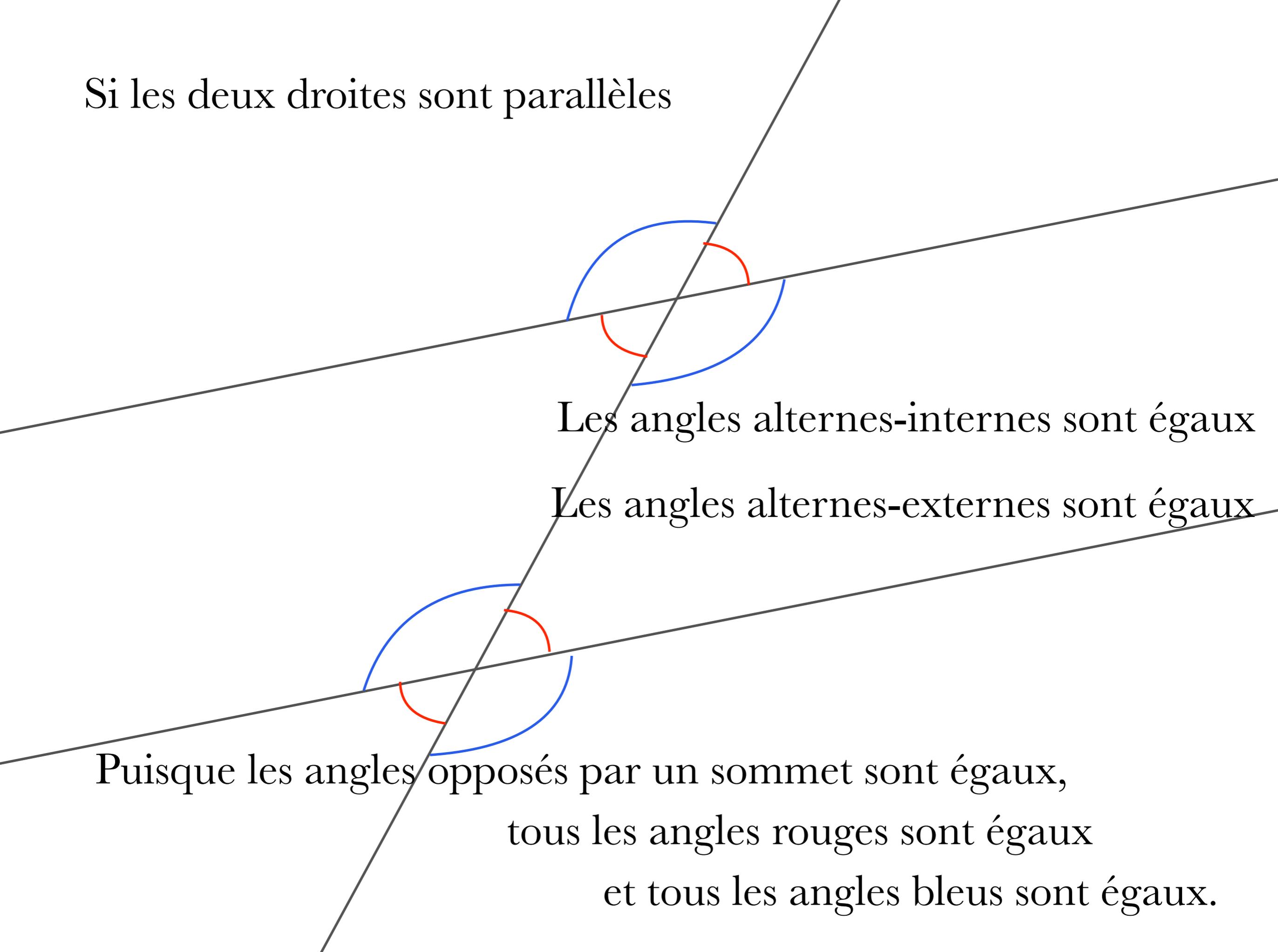


on a deux paires d'angles alternes-internes.

et deux paires d'angles alternes-externes



Si les deux droites sont parallèles



Les angles alternes-internes sont égaux

Les angles alternes-externes sont égaux

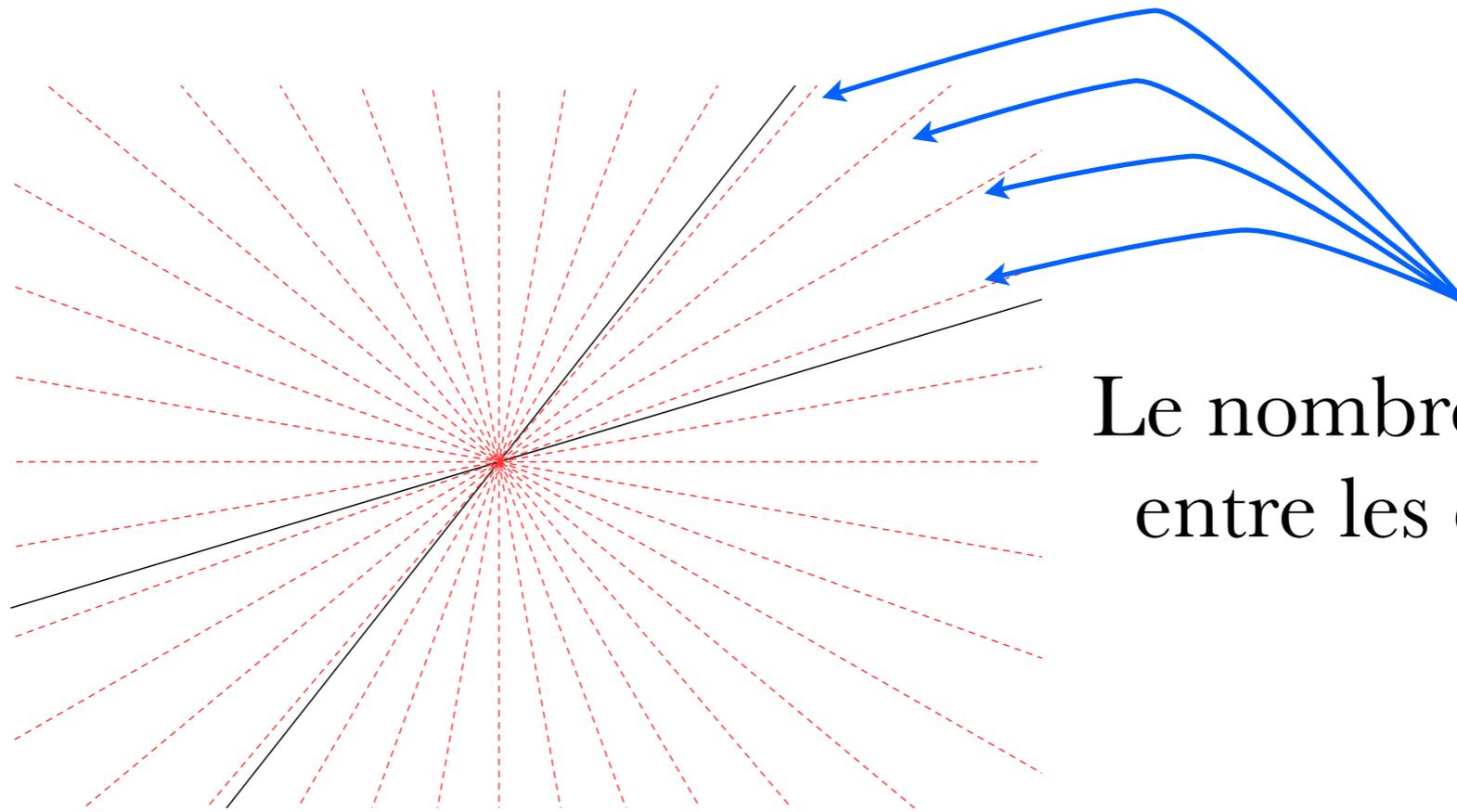
Puisque les angles opposés par un sommet sont égaux,
tous les angles rouges sont égaux
et tous les angles bleus sont égaux.

Faites les exercices suivants

p.418 # 12.1

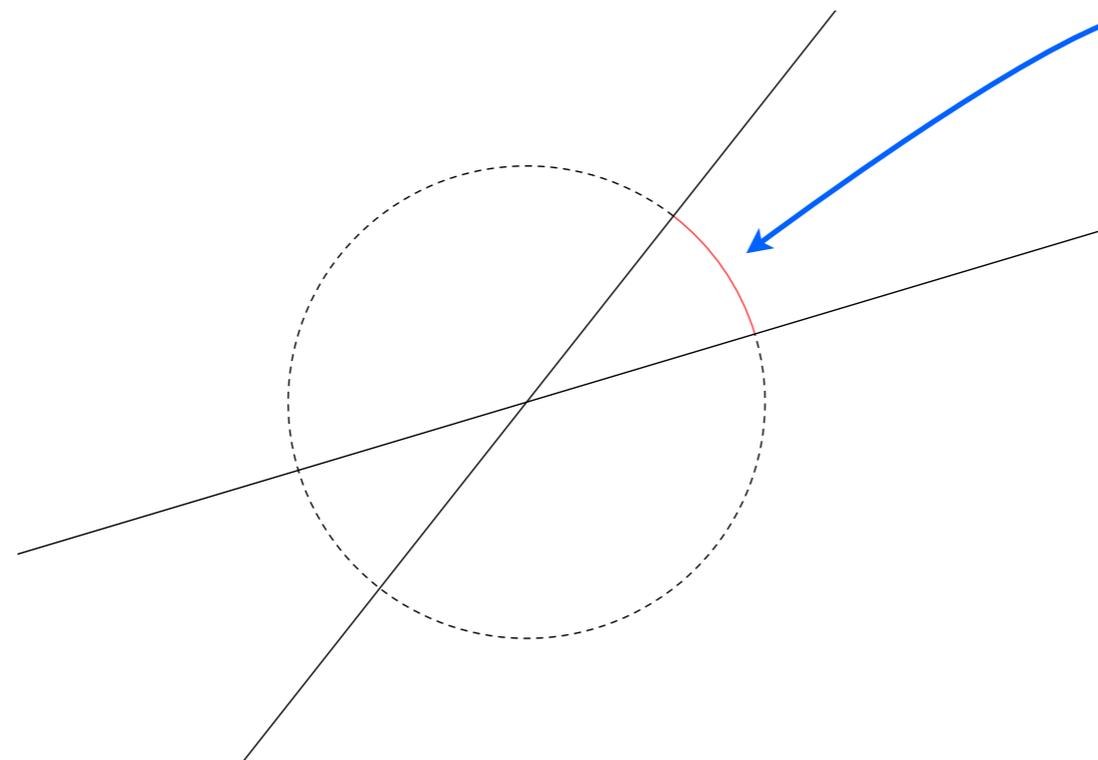
Mesure d'un angle

Degré



Le nombre de 360-ième
entre les deux droites.

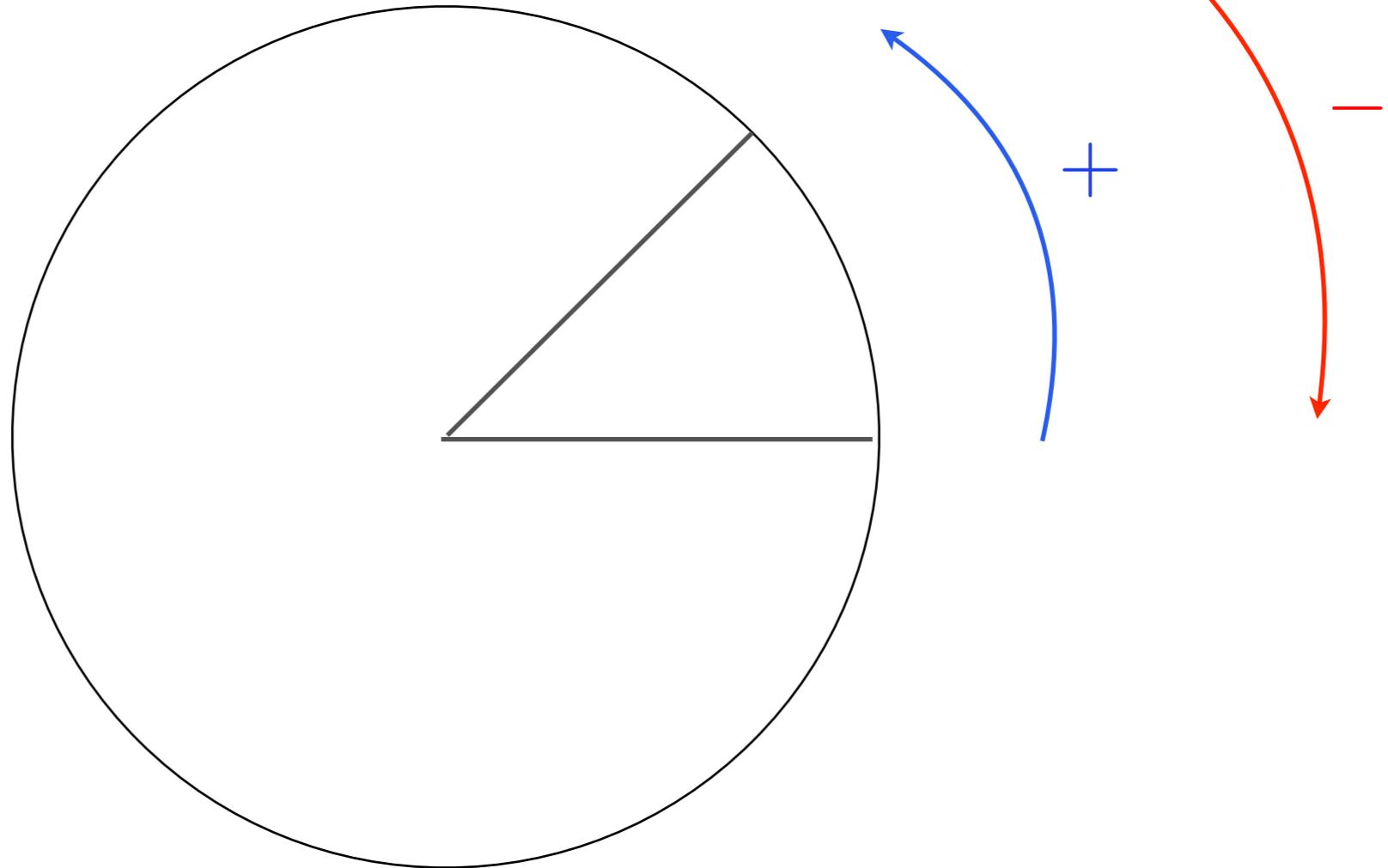
Radian



La longueur de l'arc sur
un cercle de rayon 1.

On attribue un signe à un angle

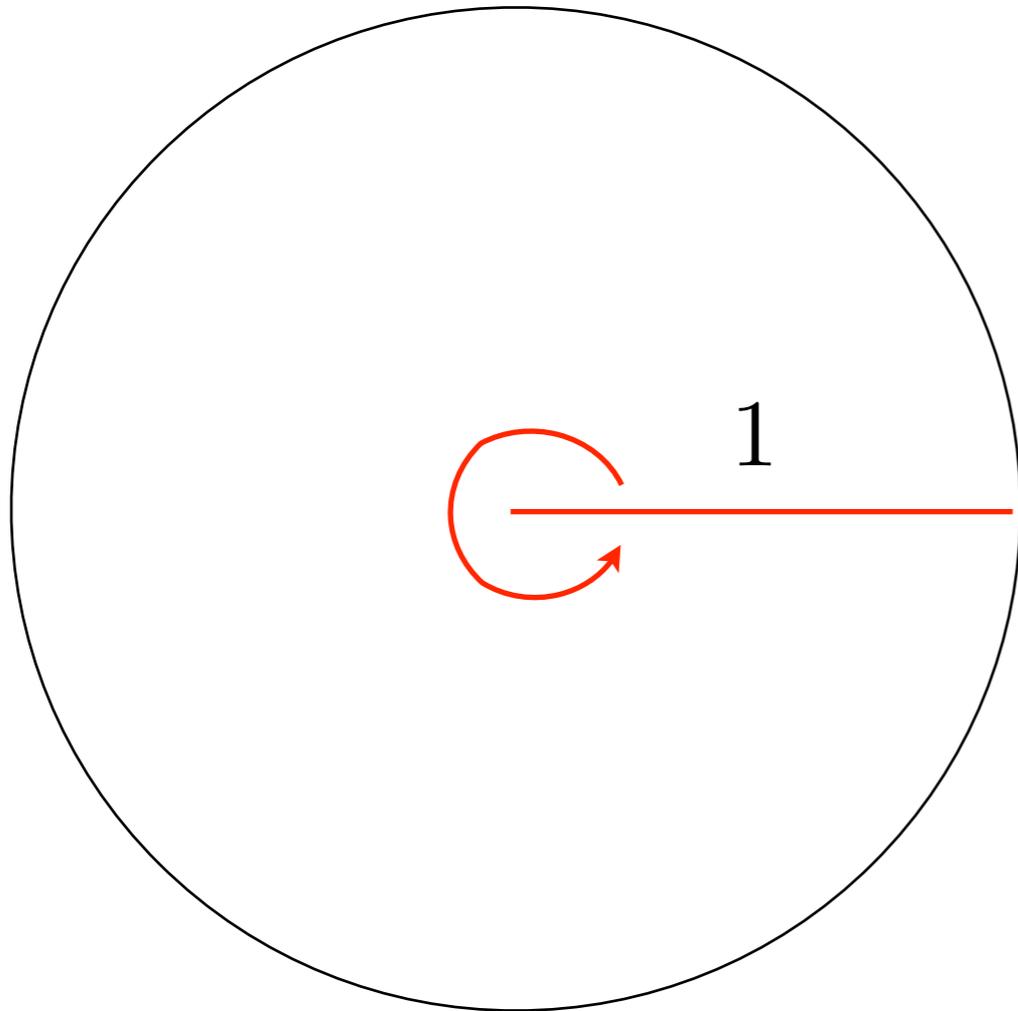
Positif si on tourne dans le sens antihoraire



Négatif si on tourne dans le sens horaire

Par contre il est souvent plus parlant de mesurer les angles en terme de proportion d'un tour

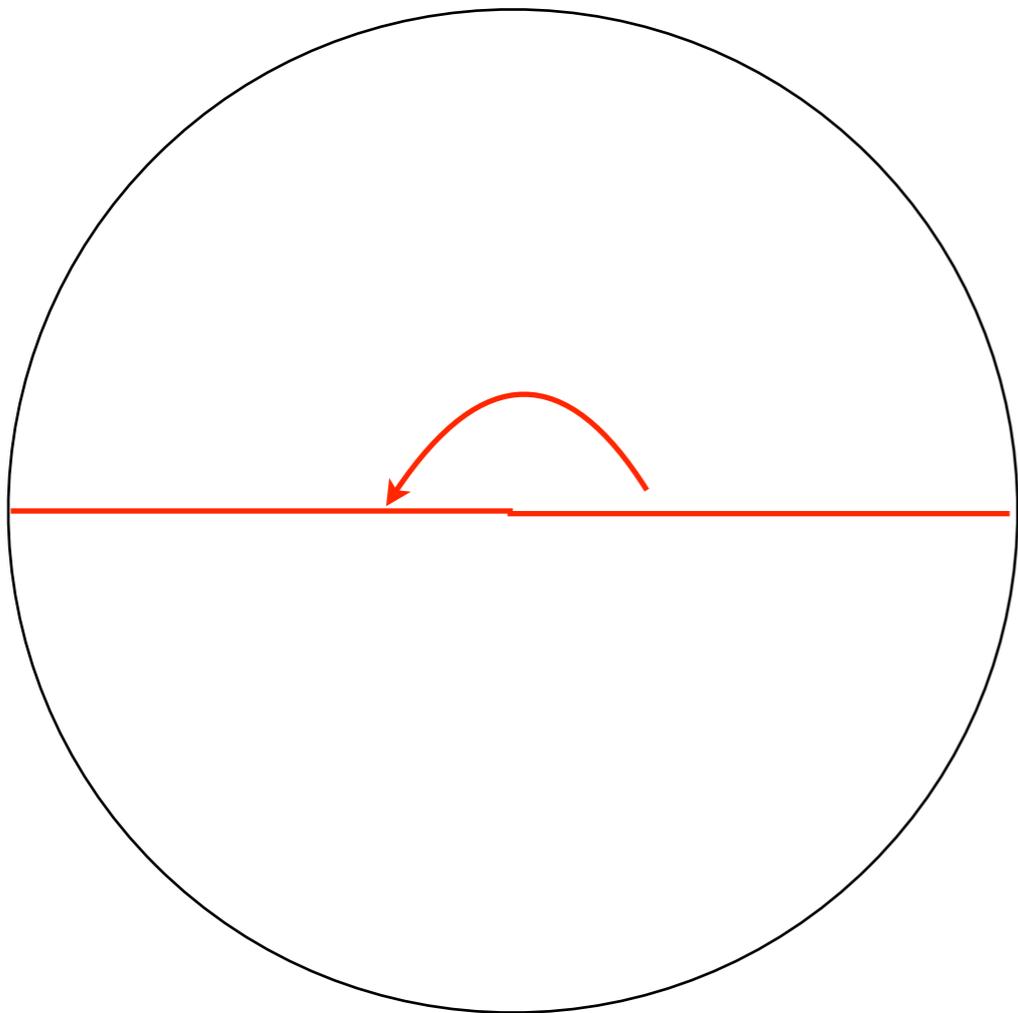
1 tour



Degré: 360°

Radian: $\text{circ} = 2\pi r = 2\pi$

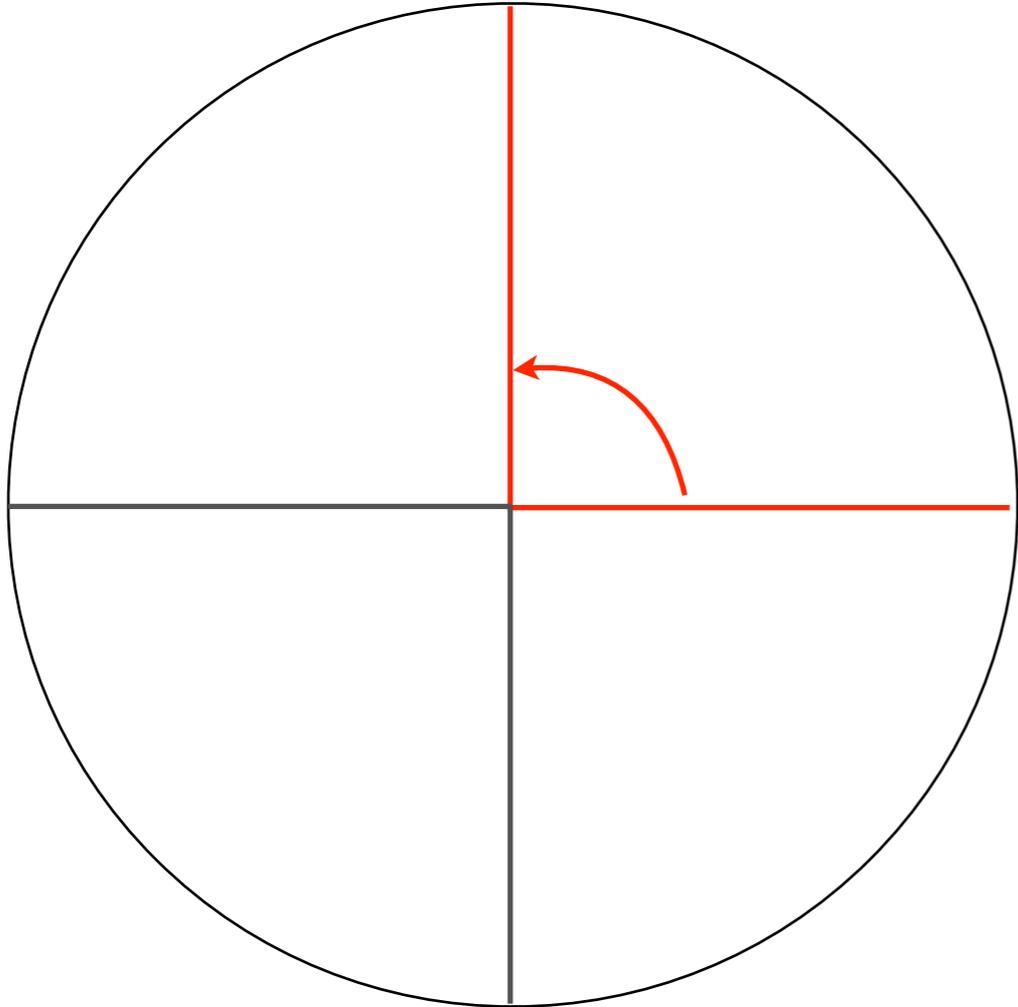
$\frac{1}{2}$ tour



Degré: $\frac{1}{2} \times 360^\circ = 180^\circ$

Radian: $\frac{1}{2} \times 2\pi = \pi$

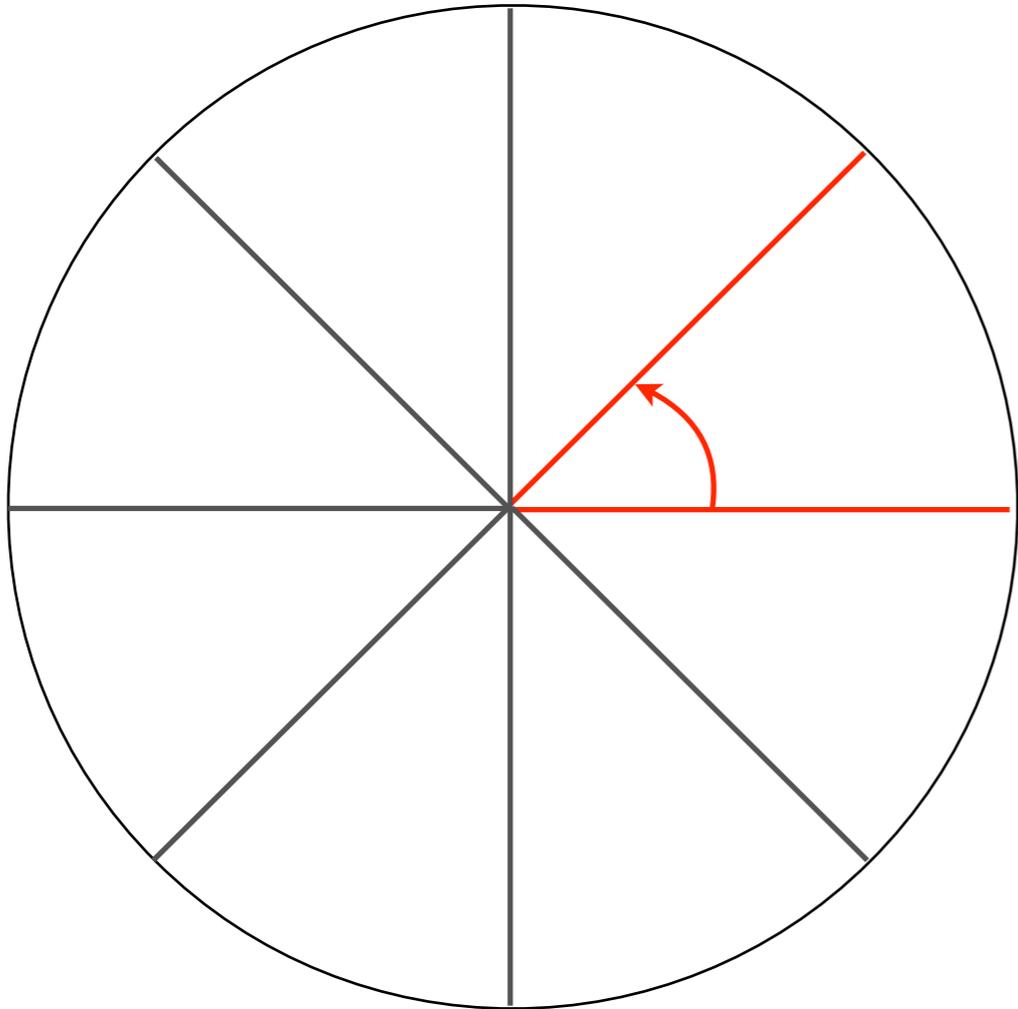
$\frac{1}{4}$ tour



Degré: $\frac{1}{4} \times 360^\circ = 90^\circ$

Radian: $\frac{1}{4} \times 2\pi = \frac{\pi}{2}$

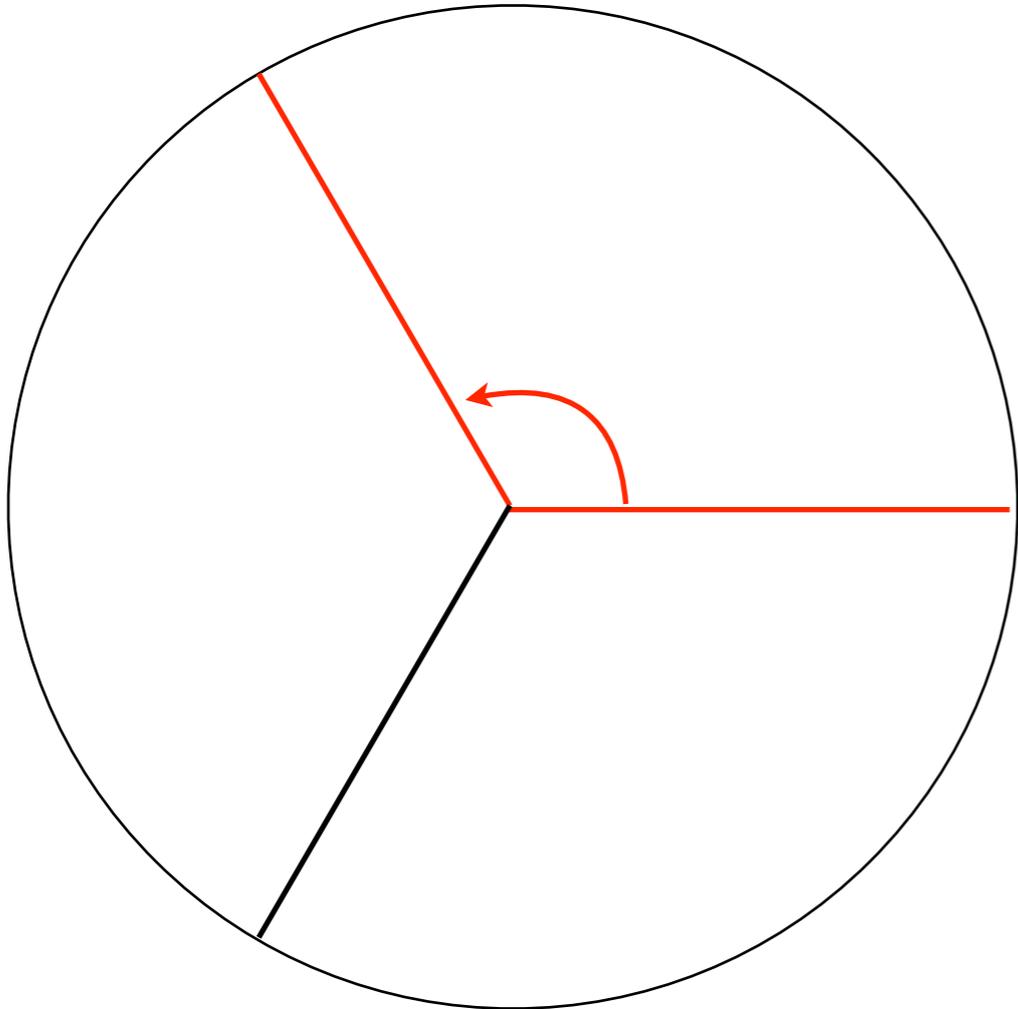
$\frac{1}{8}$ tour



Degré: $\frac{1}{8} \times 360^\circ = 45^\circ$

Radian: $\frac{1}{8} \times 2\pi = \frac{\pi}{4}$

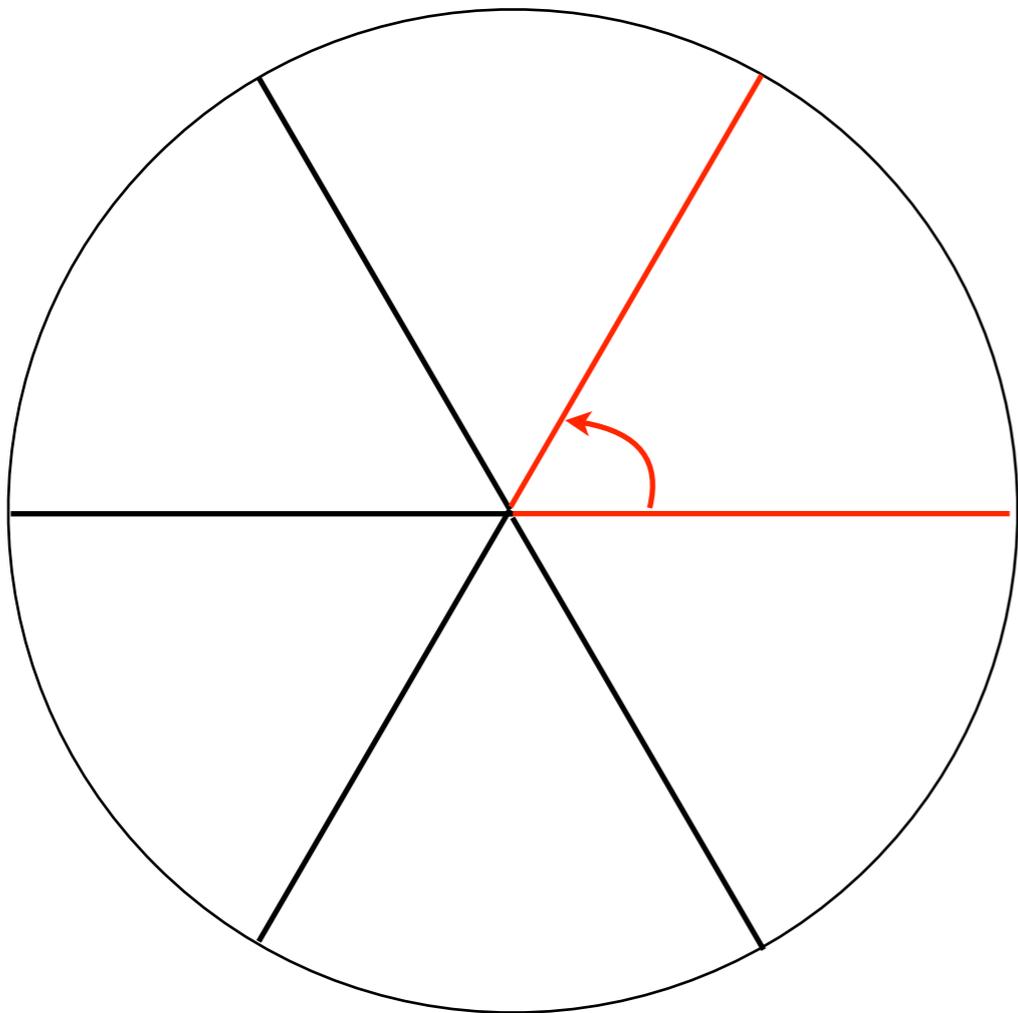
$\frac{1}{3}$ tour



Degré: $\frac{1}{3} \times 360^\circ = 120^\circ$

Radian: $\frac{1}{3} \times 2\pi = \frac{2\pi}{3}$

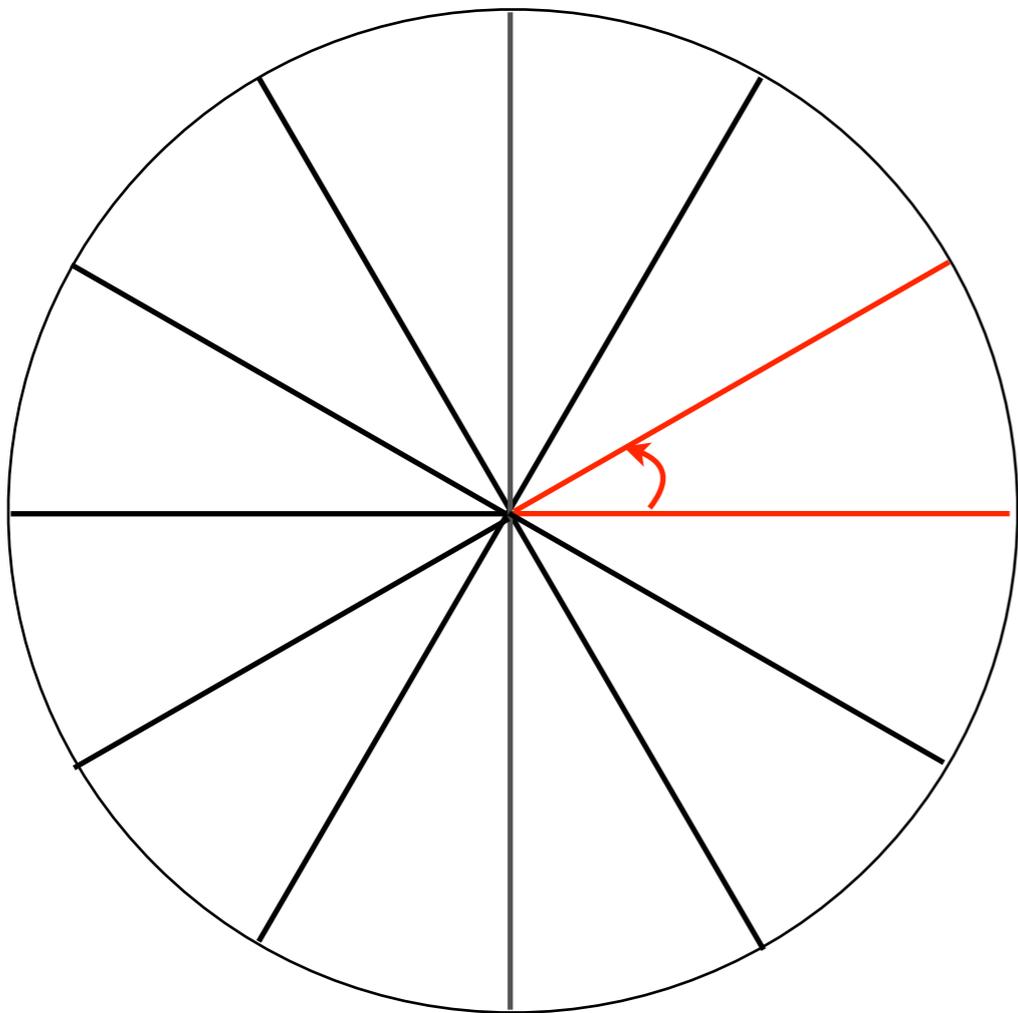
$\frac{1}{6}$ tour



Degré: $\frac{1}{6} \times 360^\circ = 60^\circ$

Radian: $\frac{1}{6} \times 2\pi = \frac{\pi}{3}$

$\frac{1}{12}$ tour



Degré: $\frac{1}{12} \times 360^\circ = 30^\circ$

Radian: $\frac{1}{12} \times 2\pi = \frac{\pi}{6}$

Donc si p est la proportion d'un tour

$$\theta_{\text{deg}} = p \times 360 \qquad \theta_{\text{rad}} = p \times 2\pi$$

$$\frac{\theta_{\text{deg}}}{360} = p \qquad \frac{\theta_{\text{rad}}}{2\pi} = p$$

$$\frac{\theta_{\text{deg}}}{360} = \frac{\theta_{\text{rad}}}{2\pi}$$

$$\theta_{\text{deg}} = \frac{\theta_{\text{rad}} \times 360}{2\pi} = \frac{\theta_{\text{rad}} \times 180}{\pi}$$

$$\theta_{\text{rad}} = \frac{\theta_{\text{deg}} \times 2\pi}{360} = \frac{\theta_{\text{deg}} \times \pi}{180}$$

Example

$$\theta_{\text{rad}} = \frac{150^\circ \times \pi}{180^\circ} = \frac{15}{18} \times \pi = \frac{5}{6} \times \pi = \frac{5\pi}{6}$$

Example

$$\begin{aligned}\theta_{\text{deg}} &= \frac{\frac{4\pi}{3} \times 180^\circ}{\pi} = \frac{4\pi}{3} \times \frac{1}{\pi} \times 180^\circ \\ &= \frac{4 \times 180^\circ}{3} \\ &= 4 \times 60^\circ \\ &= 240^\circ\end{aligned}$$

Faites les exercices suivants

30 à 35

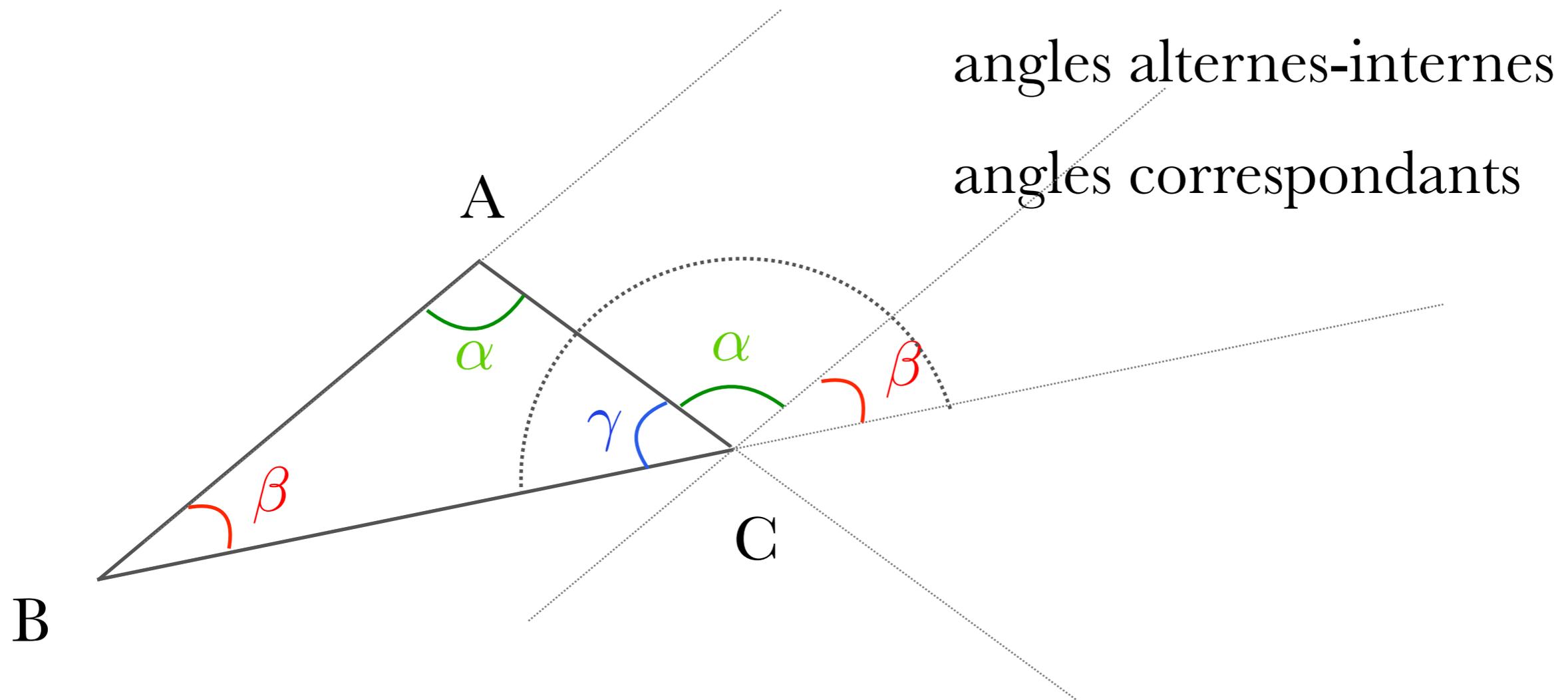
Théorème

La somme des angles internes d'un triangle est l'angle plat.

Preuve:

Prenons un triangle quelconque.

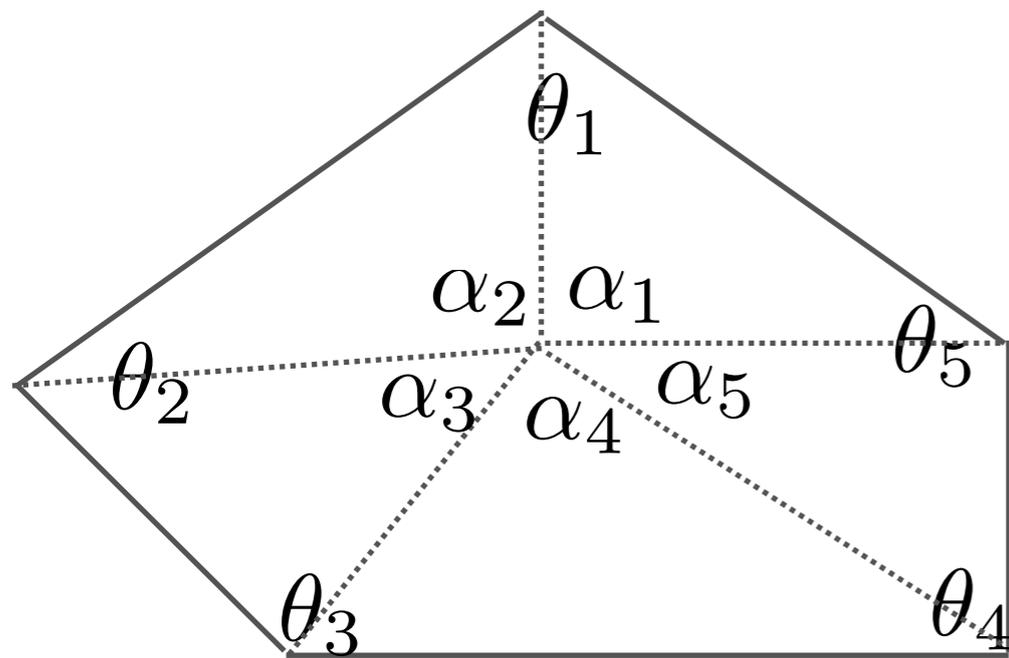
Traçons une droite parallèle au segment AB et passant par le point C .



En fait on peut généraliser le dernier théorème à un polygone quelconque.

La somme des angles internes d'un polygone à n côtés est

$$(n - 2) \times (\text{l'angle plat})$$



$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5 = 360^\circ = 2 \times 180^\circ$$

Car c'est la somme des angles intérieurs de 5 triangles

$$\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 + \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5 = 5 \times 180^\circ$$

$$\begin{aligned} \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 &= 5 \times 180^\circ - 2 \times 180^\circ \\ &= (5 - 2) \times 180^\circ \end{aligned}$$

Faites les exercices suivants

36 à 39

L'aire d'un secteur

$$\begin{aligned} \text{Aire}_{\text{cercle}} &= \pi r^2 = \pi(1)^2 \\ &= \pi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Aire}_{\text{secteur}} &= p\pi \\ &= \frac{\theta}{2\pi} \pi = \frac{\theta}{2} \end{aligned}$$

Où p est la fraction du cercle

Mais l'angle en radian est la longueur de l'arc

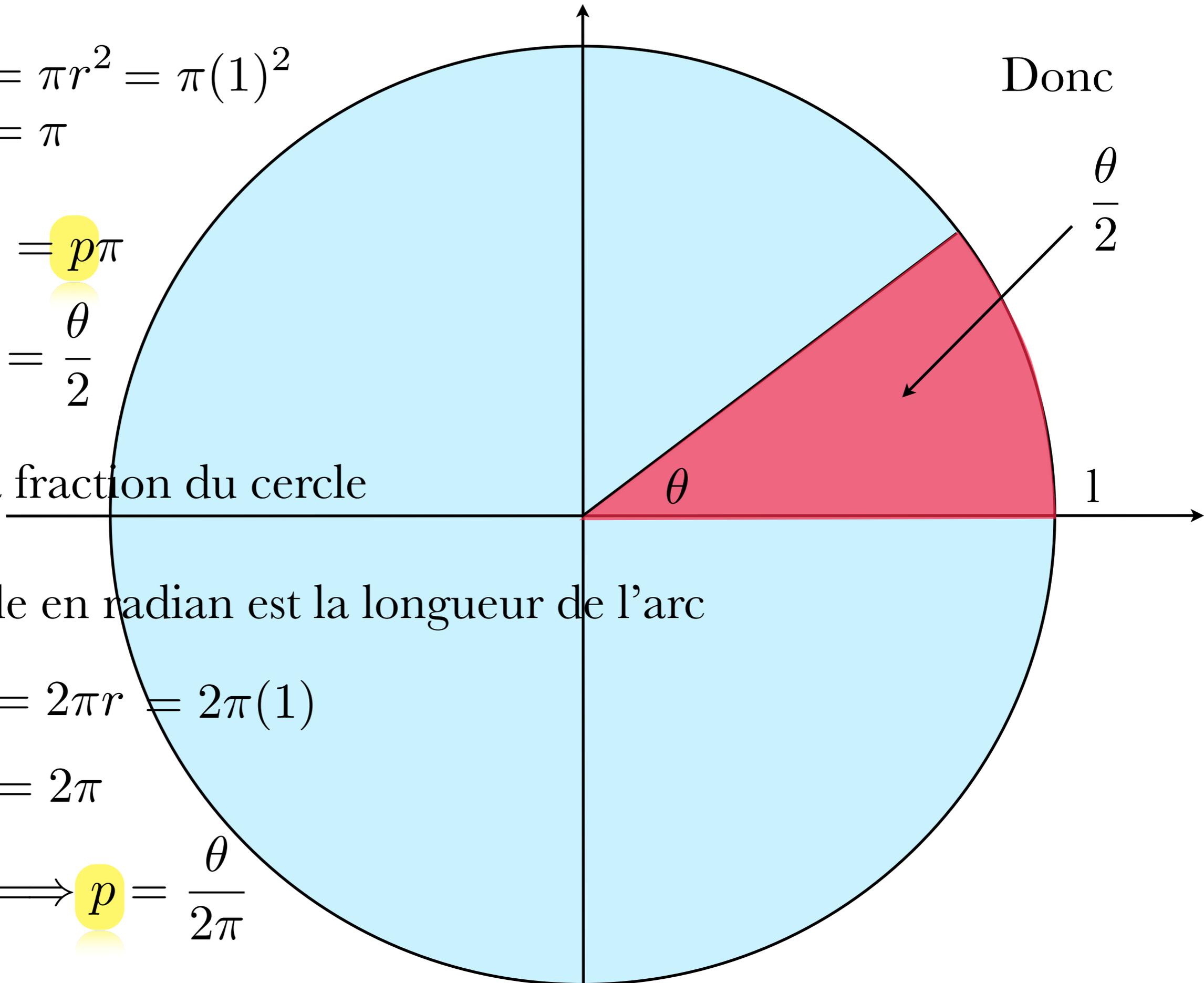
$$\begin{aligned} \text{Circ}_{\text{cercle}} &= 2\pi r = 2\pi(1) \\ &= 2\pi \end{aligned}$$

$$\theta = p2\pi \implies p = \frac{\theta}{2\pi}$$

Donc

$\frac{\theta}{2}$

1



Faites les exercices suivants

40

Devoir:

30 à 40