3.2 DOMAINE DE FONCTION

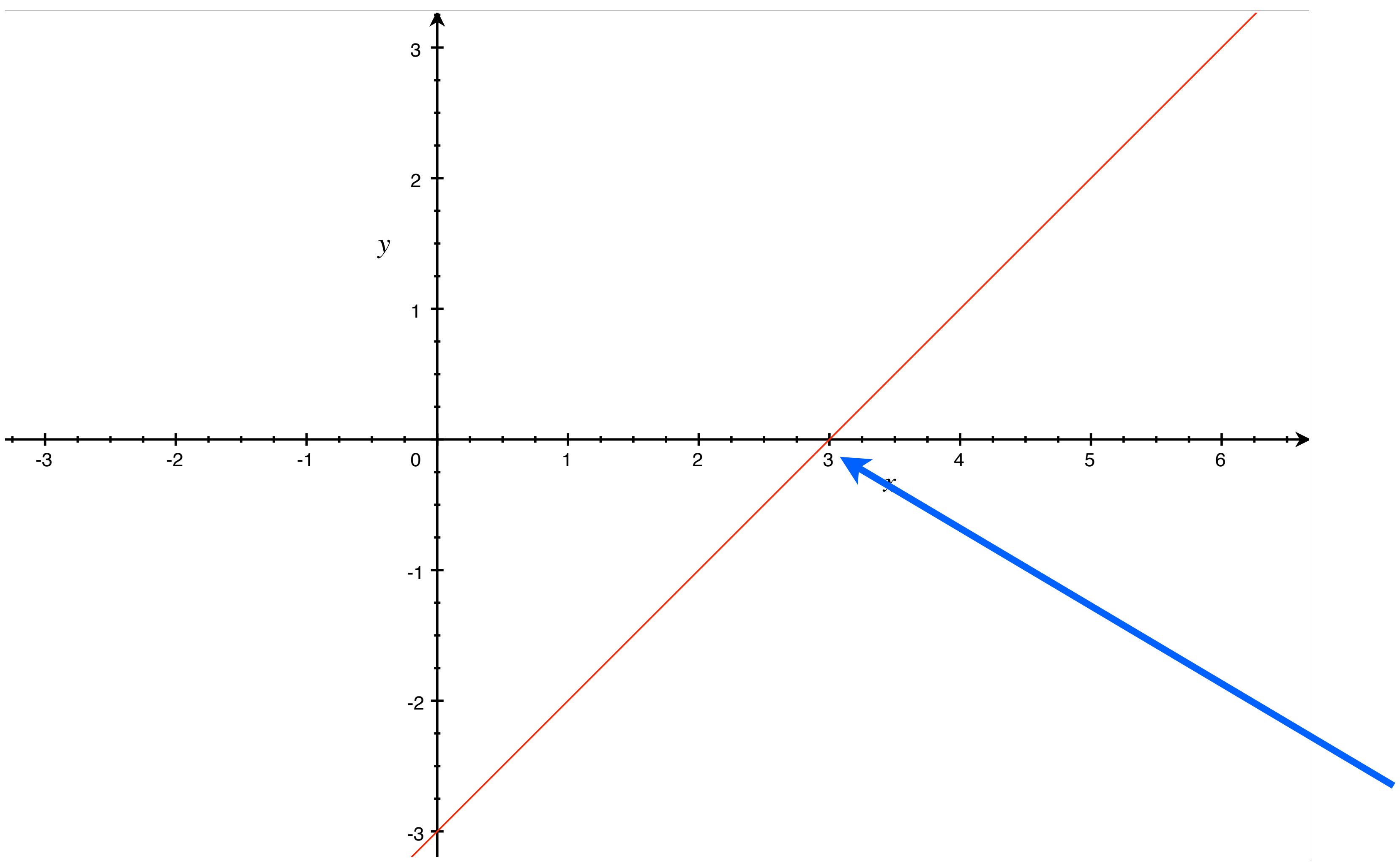
cours 26

Définition Les zéros (ou racine) d'une fonction $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ sont les valeurs de x tel que $f(x) = 0$.

Exemple 3 est un zéro de la fonction $f(x) = x - 3$

car

$$f(3) = 3 - 3$$
$$= 0$$



Remarque Les zéros d'une fonction correspondent graphiquement aux endroits où la fonction croise l'axe des abscisses (axe des x).

Exemple

Trouver les zéros de la fonction

$$f(x) = \frac{2x^2 + 9x - 5}{x^2 - 9}$$

La seule manière qu'une fonction rationnelle, soit nulle, est lorsque son numérateur est nul.

Donc il suffit de trouver pour quelles valeurs de x

$$2x^2 + 9x - 5 = 0$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{81 + 40}}{4} \qquad = \frac{-9 \pm 11}{4}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

et

$$x = -5$$

Définition

L'ordonnée à l'origine est la valeur de la fonction lorsque x=0.

Exemple

$$f(x) = 4x^2 - 7x + 8$$

$$f(0) = 4(0)^2 - 7(0) + 8 \;= 8$$

L'ordonnée à l'origine est donc $y = 8$

Exemple

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{7 - x}$$

$$f(0) = \frac{0^2 - 4}{7 - 0} \;= -\frac{4}{7}$$

Faites les exercices suivants

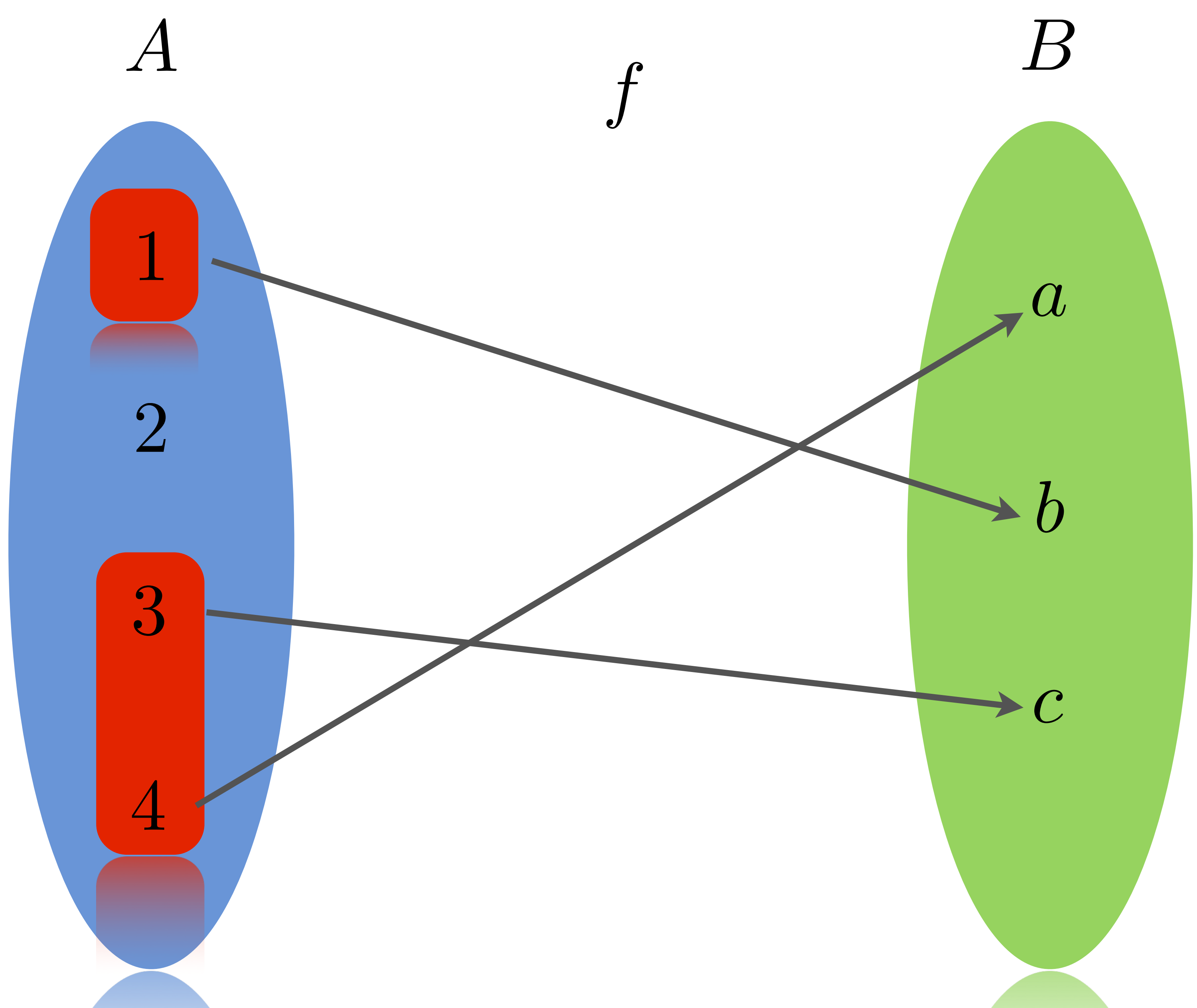
p.170 # 2

Domaine de fonction

Définition Le domaine d'une fonction $f : A \longrightarrow B$ est le sous-ensemble de A des éléments qui sont en relation avec un élément de B. On le note $\mathrm{dom}(f)$.

$\mathrm{dom}(f) = \{1, 3, 4\}$

$\subset A$



Lorsque la fonction est donnée à l'aide d'une expression algébrique, tous les x sont en relation avec l'expression évaluée en la valeur de x.

Donc, il semblerait que le domaine de toute fonction $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

soit tous $\mathbb{R}$!?!

En fait non!

Car certaine expression non pas de sens pour certaine valeur de x.

Quels sont ces interdits en mathématiques?

En gros, il y trois choses qu'on ne peut pas faire en mathématiques.

Diviser par zéro.

$$\cancel{\frac{a}{0}}$$

Prendre une racine paire d'un nombre négatif.

$$\cancel{\sqrt[\text{pair}]{\text{négatif}}}$$

$$(+)^2 = (+)(+) = + \qquad (+)^3 = (+)(+)(+) = +$$

$$(-)^2 = (-)(-) = + \qquad (-)^3 = (-)(-)(-) = (+)(-) = -$$

$$\sqrt{-} \quad \nexists \qquad \sqrt[3]{-} \quad \exists$$

Prendre un logarithme d'un nombre négatif ou nul.

$$\cancel{\log_a(\text{négatif ou } 0)}$$

Exemple

Le domaine de la fonction

$$f(x) = 4x^3 - 5x^2 + 7x - 1$$

est l'ensemble des nombres réels car

aucune division par zéro possible

aucune racine paire d'un nombre négatif

aucun log d'un nombre négatif ou nul

$$\mathrm{dom}(f(x)) = \mathbb{R}$$

Exemple Le domaine de la fonction $f(x) = \dfrac{x}{(x-1)(2x-3)}$

est tous $\mathbb{R}$ sauf les valeurs de x qui font en sorte que

$$(x-1)(2x-3) = 0$$

Par la règle du produit nul, on a deux possibilités.

$$x = 1 \qquad \text{et} \qquad x = \frac{3}{2}$$

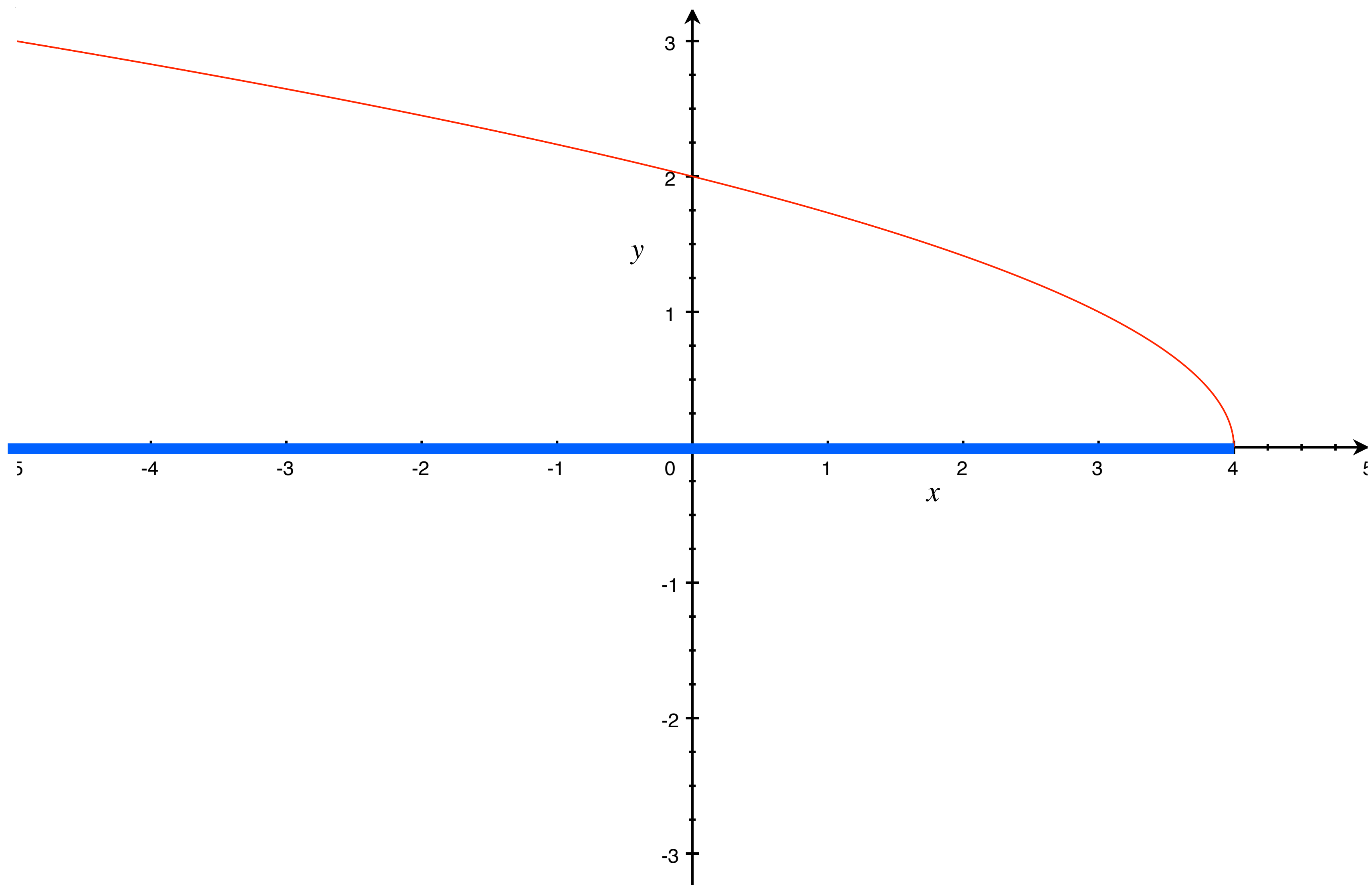
donc $\qquad \operatorname{dom}(f) = \mathbb{R} \setminus \left\{1, \dfrac{3}{2}\right\}$

Exemple Le domaine de la fonction $f(x) = \sqrt{4 - x}$

est l'ensemble des valeurs pour lesquelles $4 - x \geq 0$

d'où $4 \geq x$

$\text{dom}(f) = -\infty, 4]$



Exemple

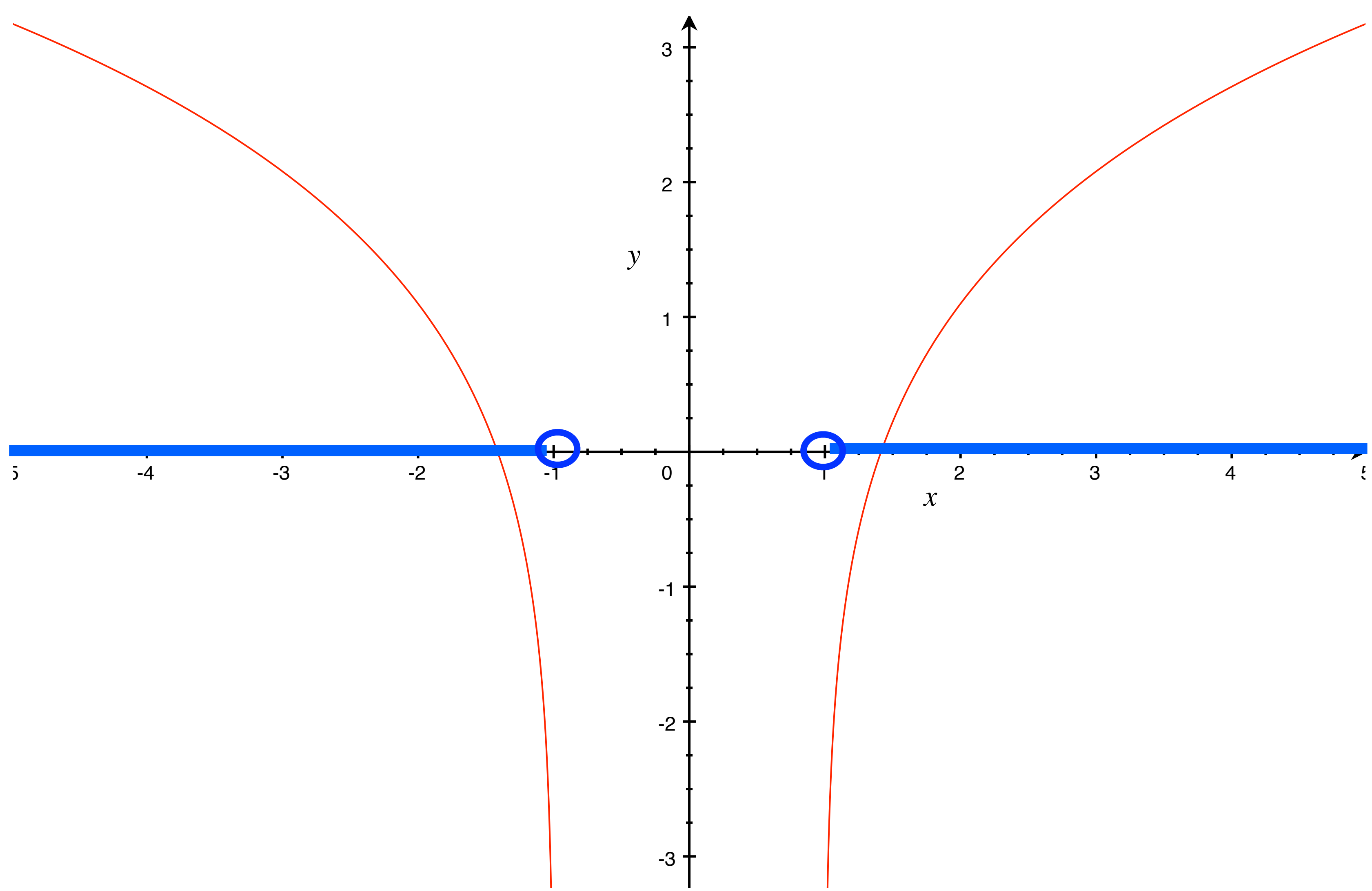
Le domaine de la fonction $f(x) = \ln(x^2 - 1)$

est l'ensemble des valeurs pour lesquels $x^2 - 1 > 0$

$$(x-1)(x+1) > 0$$

-2	-1	0	1	2
$+$	0	$-$	0	$+$

$$\mathrm{dom}(f) =$$
$$-\infty, -1[\cup]1, \infty$$



Faites les exercices suivants

p.170 # 1

Opérations sur les fonctions

Faites les exercices suivants

p. 174 # 1 et 2

Devoir: p. 181 # 9 à 11 et 14, 15