

2.9 ÉQUATIONS EXPONENTIELLES ET LOGARITHMIQUES

LOGARITHMIQUES

cours 21

Comme tous les types d'équations qu'on a vues jusqu'à présent, pour la résoudre il faut d'une manière ou d'une autre isoler la variable.

Pour ce faire, il faut parfois faire appel à des processus inverses.

Pour les équations exponentielles et les équations logarithmiques, on utilise le fait qu'ils sont inverses l'un de l'autre.

$$\log_a(a^x) = x$$

$$a^{\log_a x} = x$$

Contrairement à la racine carrée et aux inverses des rapports trigonométriques, les exponentielles et les logarithmes n'ont qu'une seule valeur.

Ce qui simplifie légèrement la résolution de telles équations.

Exemple

$$5^x = 125$$

$$\iff \log_5 5^x = \log_5 125$$

$$\iff x \log_5 5 = 3$$

$$\iff x = 3$$

Exemple

$$\frac{7^x + 1}{5} = 10$$

$$\iff 7^x + 1 = 50$$

$$\iff 7^x = 49$$

$$\iff x = \log_7 49 = 2$$

Example

$$2^{x^2-2x+8} = 128$$

$$\Leftrightarrow \log_2 2^{x^2-2x+8} = \log_2 128$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 2x + 8) \log_2 2 = 7$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 8 = 7$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

Exemple

$$3^{2x-1} = 2^{4-x}$$

On prend le log en base 2 ou 3?

$$\Leftrightarrow \log_3 3^{2x-1} = \log_3 2^{4-x}$$

$$\Leftrightarrow (2x-1) \log_3 3 = (4-x) \log_3 2$$

$$\Leftrightarrow 2x - 1 = 4 \log_3 2 - x \log_3 2$$

$$\Leftrightarrow 2x + x \log_3 2 = 4 \log_3 2 + 1$$

$$\Leftrightarrow x(2 + \log_3 2) = 4 \log_3 2 + 1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4 \log_3 2 + 1}{(2 + \log_3 2)}$$

Faites les exercices suivants

p. 391 # 1

Lors de la résolution d'une équation logarithmique, on doit exclure les valeurs qui rendent les arguments des logarithmes zéro ou négatifs.

$$\log_a b \quad 0 < b$$

Exemple

$$\log_3(2x - 3) = 4$$

$$\iff 3^{\log_3(2x-3)} = 3^4$$

$$\iff 2x - 3 = 81$$

$$\iff 2x = 84$$

$$\iff x = 42$$

$$0 < 2x - 3$$

$$\iff 3 < 2x$$

$$\iff \frac{3}{2} < x$$

$$x \in \left] \frac{3}{2}, \infty \right[$$

Example

$$\log_8(3x - 1) - \log_8(x + 2) = \frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow \log_8\left(\frac{3x - 1}{x + 2}\right) = \frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow 8^{\log_8\left(\frac{3x - 1}{x + 2}\right)} = 8^{\frac{1}{3}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x - 1}{x + 2} = 2$$

$$\Leftrightarrow 3x - 1 = 2(x + 2)$$

$$\Leftrightarrow 3x - 1 = 2x + 4$$

$$\Leftrightarrow x = 5$$

$$3x - 1 > 0$$

$$\Leftrightarrow 3x > 1$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{1}{3}$$

$$x + 2 > 0$$

$$\Leftrightarrow x > -2$$

Faites les exercices suivants

p.394 Ex.11.9 #1

Devoir:

p.411 # 29 et 37