

# 2.3 FACTORISATION

cours 15

$$(3x^2 + 4x - 5)(2x - 7)$$

$$= 3x^2(2x - 7) + 4x(2x - 7) - 5(2x - 7)$$

$$= 6x^3 - 21x^2 + 8x^2 - 28x - 10x + 28$$

$$= 6x^3 - 13x^2 - 38x + 28$$

Comment faire le chemin inverse?

Avec les nombres entiers, il s'avère souvent utile de les factoriser en nombre premier pour aider à simplifier une expression.

Dans la même veine, factoriser un polynôme en facteur de degré plus petit aide grandement lors de simplification.

## Mise en évidence simple

Pour faire une mise en évidence, on doit regarder si tous les termes du polynôme ont des facteurs en commun.

Exemple

$$4x^3 + 8x^2 = 4x^2(x + 2)$$

Exemple

$$7x^4 + 21x^3 - 14x = 7x(x^3 + 3x^2 - 2)$$

Faites les exercices suivants

p.63 ex 3.1

## Mise en évidence double

Dans certains cas particuliers, il arrive que lorsqu'on met des termes en évidence, des facteurs mis en commun soient les mêmes.

### Exemple

$$\begin{aligned} 3x^3 + 2x^2 - 18x - 12 \\ &= x^2(3x + 2) - 6(3x + 2) \\ &= (x^2 - 6)(3x + 2) \end{aligned}$$

## Exemple

$$4x^3 - 6x^2 - 2x + 3$$

$$= 4x^3 - 2x - 6x^2 + 3$$

$$= 2x(2x^2 - 1) - 3(2x^2 - 1)$$

$$= (2x - 3)(2x^2 - 1)$$

Faites les exercices suivants

p.64 ex. 3.2

et

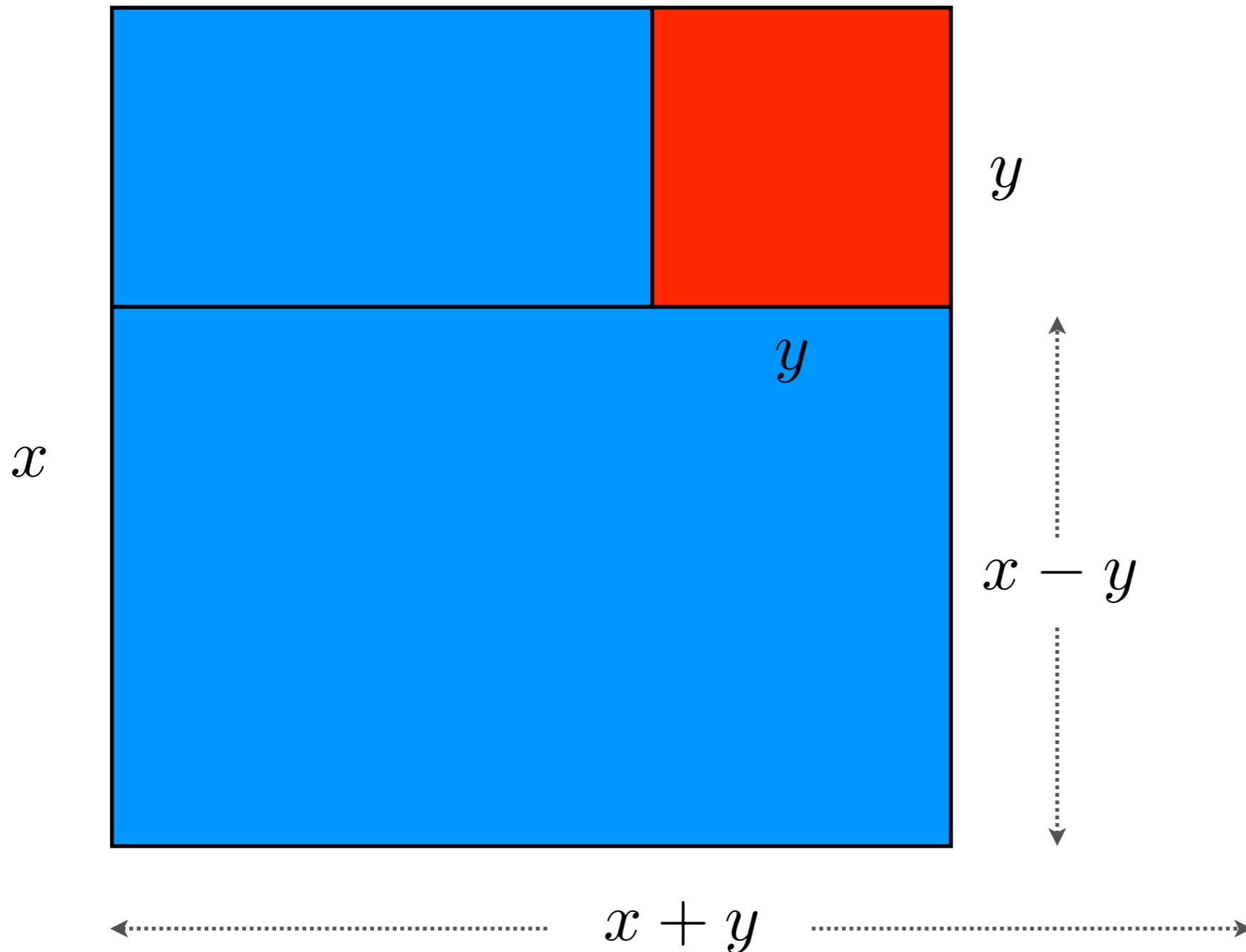
p.65 Ex. 3.1



# Différence de carrés

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

$x$



Example

$$x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x - 3)(x + 3)$$

Example

$$4x^2 - 36 = (2x)^2 - 6^2 = (2x - 6)(2x + 6)$$

Example

$$x^2 - 3 = x^2 - (\sqrt{3})^2 = (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})$$

Faites les exercices suivants

p. 67 Ex. 3.2

# Produit-somme

$$(x + a)(x + b) = x(x + b) + a(x + b)$$

$$= x^2 + bx + ax + ab$$

$$= x^2 + (b + a)x + ab$$

Donc si on a un polynôme du deuxième degré dont le coefficient du terme en  $x^2$  est **1**, on cherche deux nombres dont la **somme** est le coefficient de  $x$  et le **produit** est le terme constant.

## Example

$$x^2 + 7x + 12 = (x + 4)(x + 3)$$

$$s = 7 = 3 + 4$$

$$p = 12 = 1 \times 12 = 2 \times 6 = 3 \times 4$$

## Example

$$x^2 + 2x - 35 = (x - 5)(x + 7)$$

$$s = 2 = -5 + 7$$

$$p = -35 = 5 \times (-7) = (-5) \times 7$$

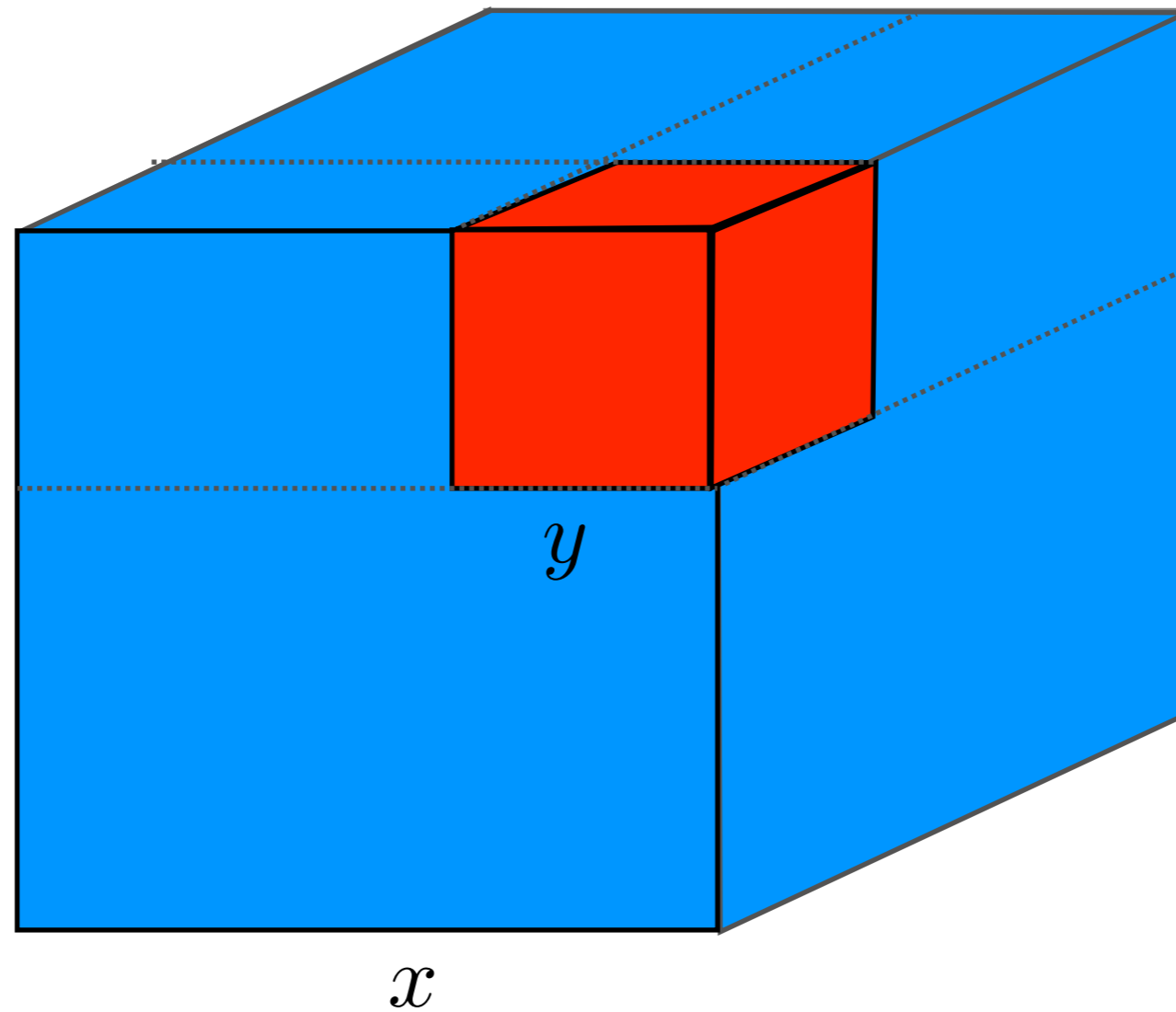
Lorsque nous aurons la formule quadratique, nous aurons une autre méthode de factorisation.

Faites les exercices suivants

p.75 Ex. 3.5

# Différence de cubes

$$x^3 - y^3$$







$x^2(x - y)$



$y(x - y)^2$

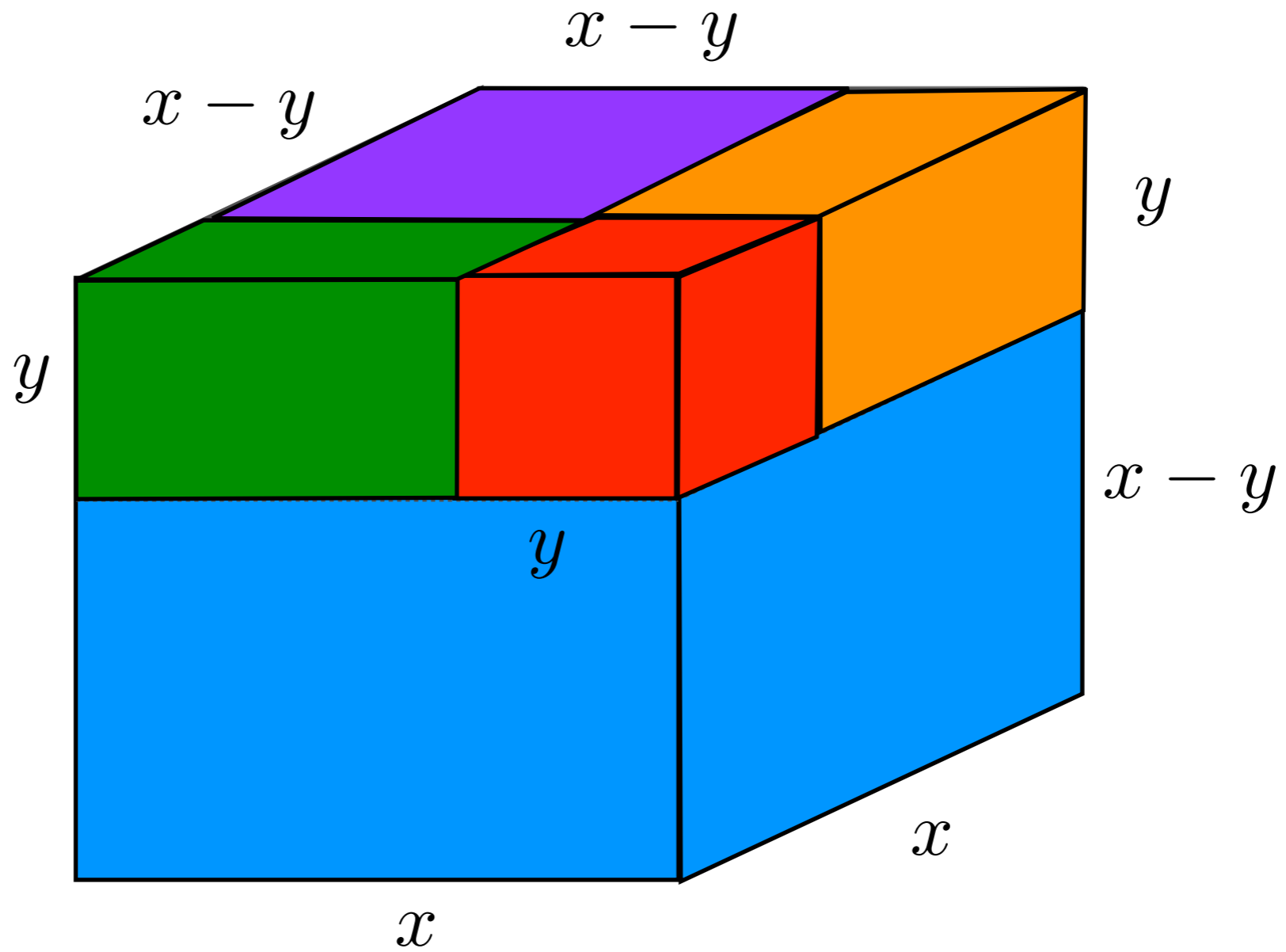






$y^2(x - y)$



$y^2(x - y)$

$x^3 - y^3$



	$x^2(x - y)$		$y(x - y)^2$
	$y^2(x - y)$		$y^2(x - y)$

$$\begin{aligned}
 x^3 - y^3 &= x^2(x - y) + 2y^2(x - y) + y(x - y)^2 \\
 &= (x^2 + 2y^2 + y(x - y))(x - y) \\
 &= (x^2 + 2y^2 + xy - y^2)(x - y) \\
 &= (x^2 + xy + y^2)(x - y)
 \end{aligned}$$

$$x^3 - y^3 = (x^2 + xy + y^2)(x - y)$$

$$(x^2 + xy + y^2)(x - y)$$

$$= (x^2 + xy + y^2)x - (x^2 + xy + y^2)y$$

$$= x^3 + x^2y + xy^2 - (x^2y + xy^2 + y^3)$$

$$= x^3 + \cancel{x^2y} + \cancel{xy^2} - \cancel{x^2y} - \cancel{xy^2} - y^3$$

$$= x^3 - y^3$$

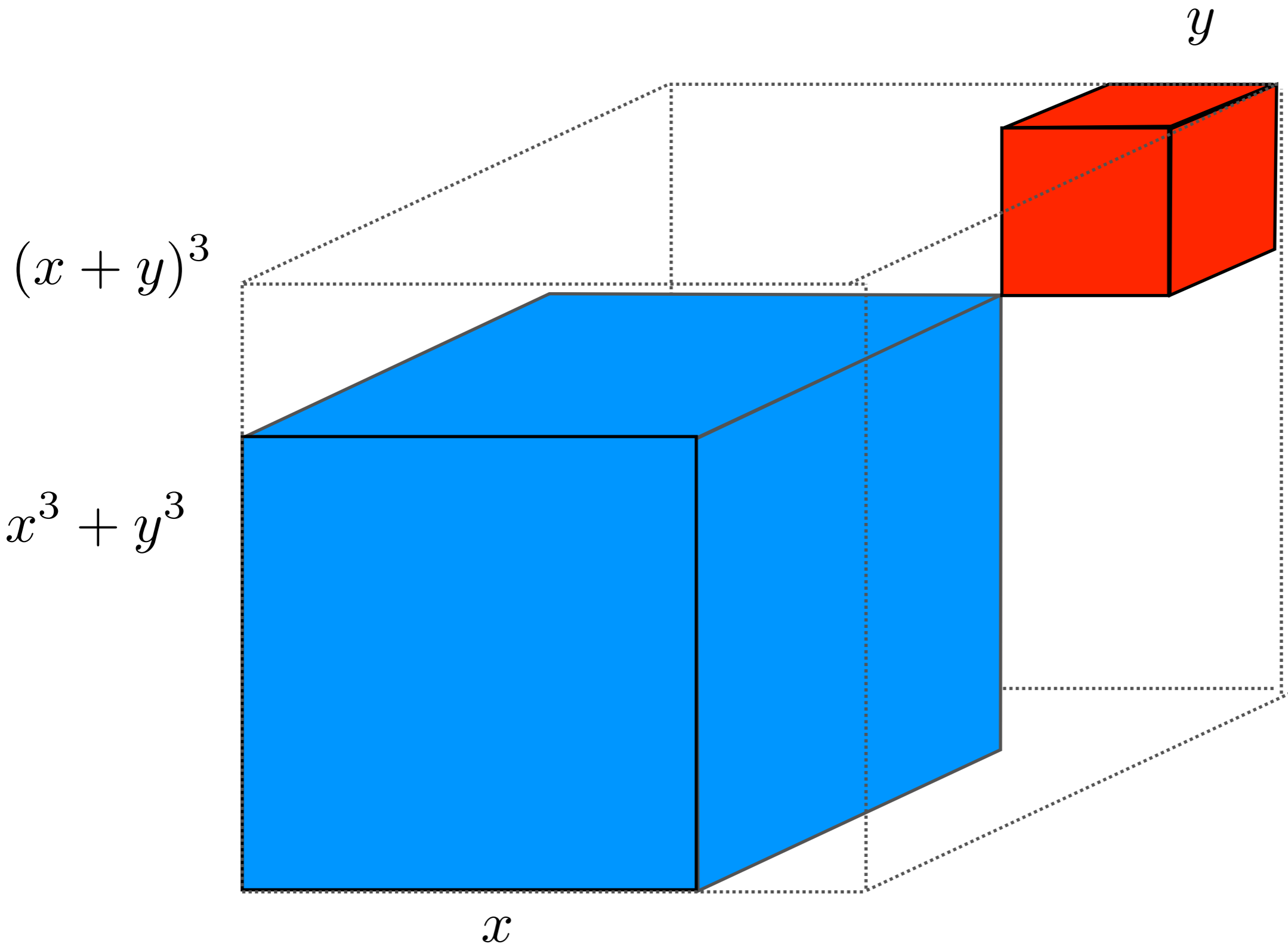
Example

$$x^3 - 8 = x^3 - 2^3 = (x^2 + 2x + 4)(x - 2)$$

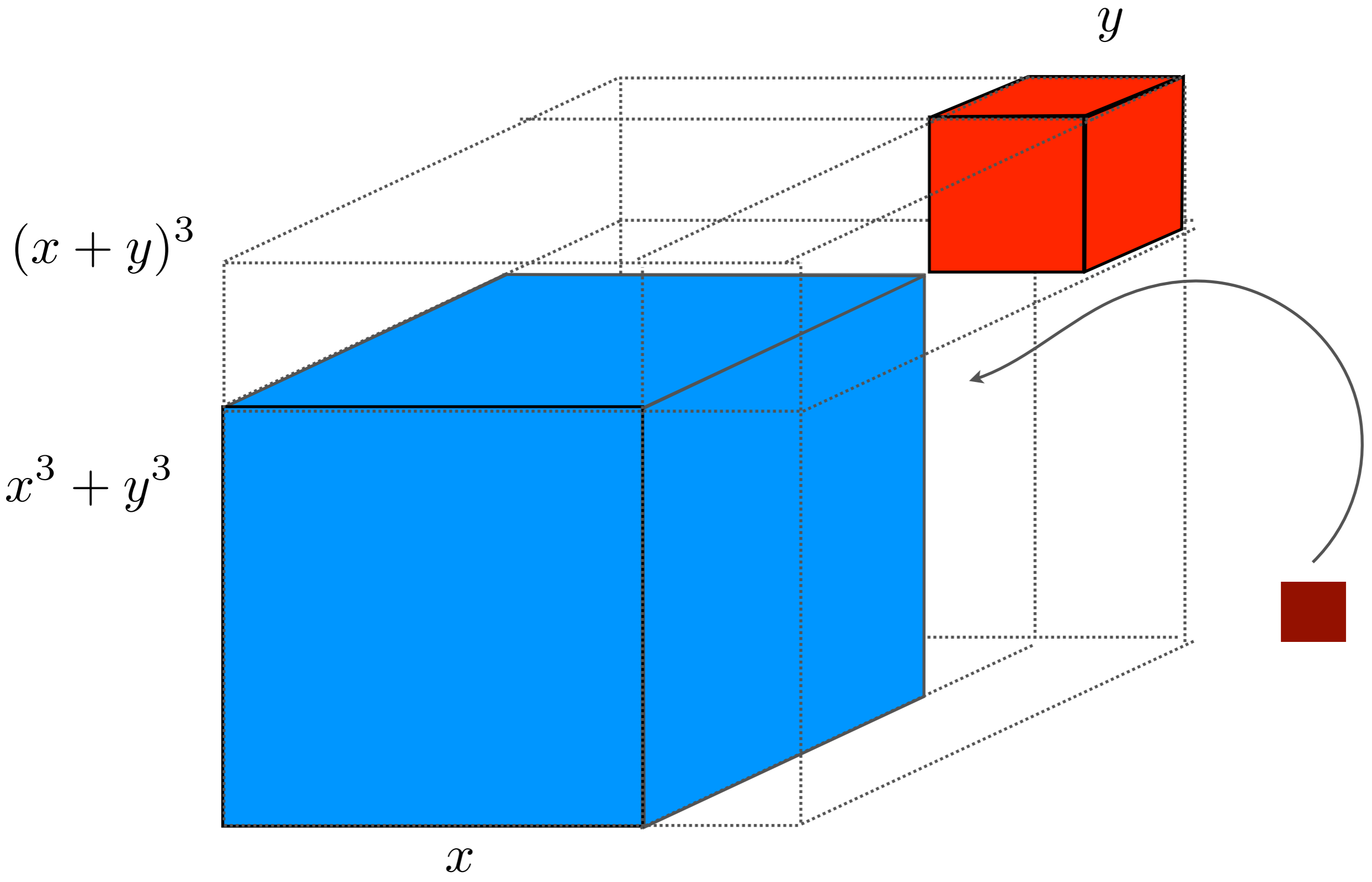
Example

$$27 - x^3 = 3^3 - x^3 = (9 + 3x + x^2)(3 - x)$$

# Somme de cubes



# Somme de cube





$xy(x + y)$



$x^2y$



$x^2y$



$xy^2$



$xy^2$

 $x$  $y$ 

$(x + y)^3$

$x^3 + y^3$

 $x$  $x + y$  $x$ 



$xy(x + y)$



$x^2y$



$x^2y$



$xy^2$



$xy^2$

$$(x + y)^3 - xy(x + y) - xy^2 - x^2y - xy^2 - x^2y$$

$$(x + y)^3$$

$$= (x + y)^3 - xy(x + y) - 2x^2y - 2xy^2$$

$$= (x + y)^3 - xy(x + y) - 2xy(x + y)$$

$$x^3 + y^3$$

$$= ((x + y)^2 - xy - 2xy)(x + y)$$

$$= (x^2 + 2xy + y^2 - xy - 2xy)(x + y)$$

$$= (x^2 - xy + y^2)(x + y)$$



$$x^3 + y^3 = (x^2 - xy + y^2)(x + y)$$

$$(x^2 - xy + y^2)(x + y)$$

$$= (x^2 - xy + y^2)x + (x^2 - xy + y^2)y$$

$$= x^3 - x^2y + xy^2 + x^2y - xy^2 + y^3$$

$$= x^3 + y^3$$

## Exemple

$$\begin{aligned}27x^3 + 8 &= (3x)^3 + 2^3 \\ &= ((3x)^2 - 2 \times 3x + 2^2)(3x + 2) \\ &= (9x^2 - 6x + 4)(3x + 2)\end{aligned}$$

## Exemple

$$\begin{aligned}x^9 + 125x^3 &= (x^3)^3 + (5x)^3 \\ &= ((x^3)^2 - x^3 \times 5x + (5x)^2)(x^3 + 5x) \\ &= (x^6 - 5x^4 + 25x^2)(x^3 + 5x) \\ &= x^2(x^4 - 5x^2 + 25)(x^3 + 5x) \\ &= x^3(x^4 - 5x^2 + 25)(x^2 + 5)\end{aligned}$$

Faites les exercices suivants

p. 80 Ex. 3.7

Devoir:

p.90 # 1, 2, 5, 7, 8 et 9