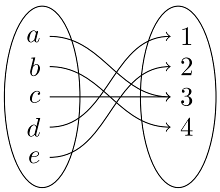
3 Troisième partie

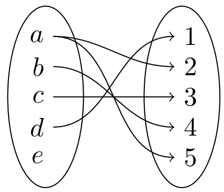
3.1 Introduction au fonction

Q.1

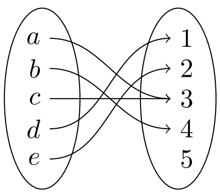
Déterminer parmi les relations illustrées ci-dessous celles qui représentent des fonctions.



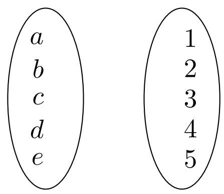
a)



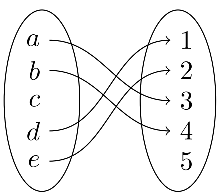
e)



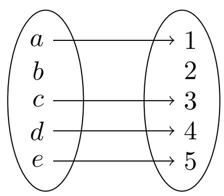
b)



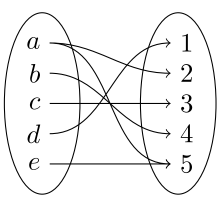
f)



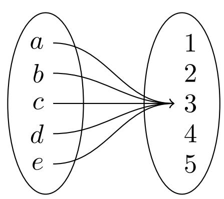
c)



g)



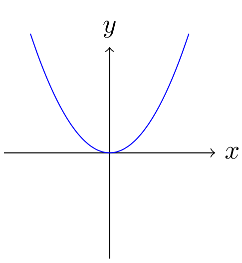
d)



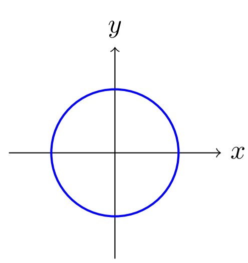
h)

Q.2

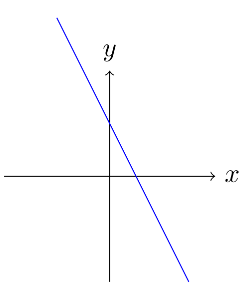
Les courbes suivantes représentent-elles le graphe d'une fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$?



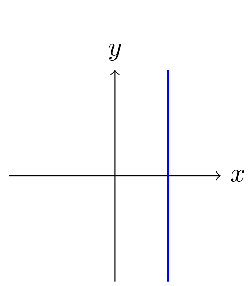
a)



c)



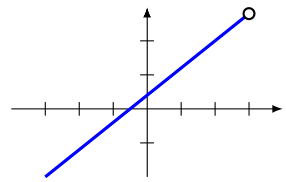
b)



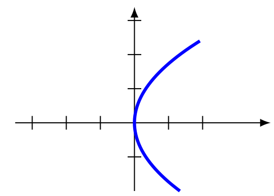
d)

Q.3

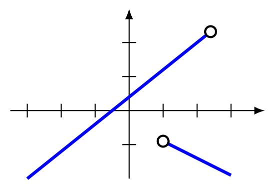
Déterminer parmi les graphes illustrés ci-dessous ceux qui représentent des fonctions.



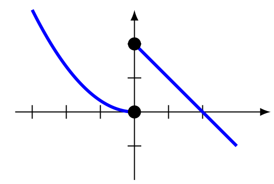
a)



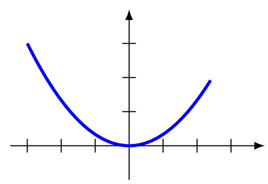
d)



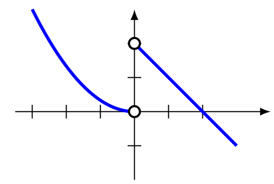
b)



e)



c)



f)

Q.4

On considère les fonctions suivantes :

$$f(x) = 2x + 3, \quad g(x) = x^2 - 1, \quad h(x) = \frac{1}{x+1}.$$

Évaluer les expressions suivantes, si elles existent :

a) $f(2)$

b) $f(-3)$

c) $g(4)$

d) $g(-2)$

e) $h(0)$

f) $h(-1)$

g) $f(0) + g(0)$

h) $f(2) \cdot h(2)$

Q.5

Soit $f(x) = x^2 + 1$. Calculer :

a) $f(0)$

b) $f(3)$

c) $f(-4)$

d) $f(2a)$

e) $f(a+1)$

Q.6

On considère les fonctions

$$f(x) = 3x - 5, \quad g(x) = x^2.$$

Calculer :

a) $f(1)$

b) $g(2)$

c) $f(g(2))$

d) $g(f(2))$

e) $(f \circ g)(x)$

f) $(g \circ f)(x)$

Q.7

Déterminer l'image de $x = 2$ par chacune des fonctions suivantes :

a) $f(x) = 3x - 4$

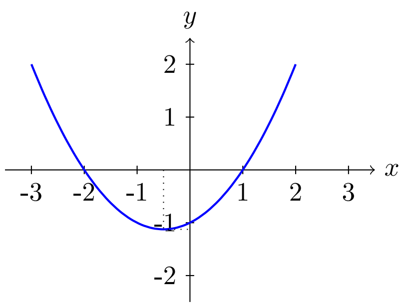
b) $g(x) = x^2 + 5$

c) $h(x) = \sqrt{x+7}$

d) $k(x) = \dfrac{1}{x-1}$

Q.8

Soit la fonction f représentée ci-dessous :



a) Déterminer les zéros de f.

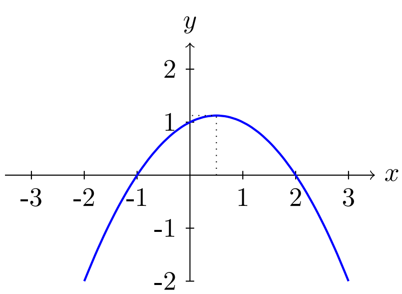
b) Indiquer le signe de f.

c) Déterminer les intervalles de croissance et de décroissance.

d) Indiquer l'extremum relatif de f.

Q.9

On considère la fonction g représentée ci-dessous :



a) Déterminer les zéros de g.

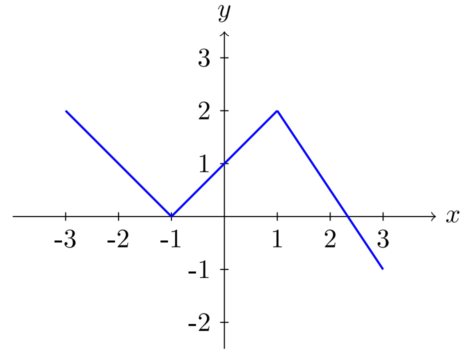
b) Indiquer le signe de g.

c) Déterminer les intervalles de croissance et de décroissance.

d) Indiquer l'extremum relatif de g.

Q.10

Le graphe ci-dessous représente une fonction h définie par morceaux.



a) Donner les zéros de h.

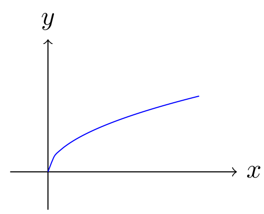
b) Indiquer les intervalles de croissance et de décroissance.

c) Déterminer le signe de h.

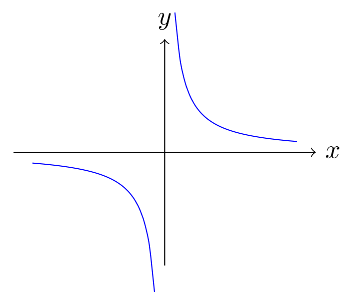
d) Indiquer les extremums relatifs de h.

Q.11

On considère les courbes suivantes. Donner le domaine de la fonction représentée.



a)



b)

Q.12

Donner le domaine des fonctions suivantes :

a) $f(x) = 2x + 3$

b) $g(x) = x^2$

c) $h(x) = \sqrt{x}$

d) $k(x) = \dfrac{1}{x-2}$

Q.13

Donner le domaine de chacune des fonctions suivantes :

a) $f(x) = \dfrac{2x-1}{x+3}$

b) $g(x) = \sqrt{x-4}$

c) $h(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

d) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x-1}}$

e) $k(x) = x^2 - 5x + 6$

f) $g(x) = \sqrt{4 - x^2}$.

g) $h(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$.

Q.14
Déterminer le domaine des fonctions suivantes :

a) $f(x) = \sqrt{2x-5}$

b) $g(x) = \ln(x^2 - 4x + 3)$

c) $h(x) = \dfrac{1}{(x-1)(x+2)}$

d) $k(x) = \sqrt{x+1} + \ln(5-x)$

Q.15
Déterminer le domaine des fonctions suivantes :

a) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$

b) $g(x) = \ln\left(\dfrac{x-2}{x+1}\right)$

c) $h(x) = \dfrac{1}{(x-1)(x+2)(x-4)}$

d) $k(x) = \sqrt{5-x} + \ln(x^2-1)$

3.2 Fonctions linéaires

Q.16
Évaluer les fonctions linéaires suivantes pour les valeurs données :

a) $f(x) = 3x - 2$; calculer $f(-1)$, $f(0)$, $f(2)$.

b) $g(x) = -x + 5$; calculer $g(1)$, $g(4)$, $g(6)$.

c) $h(x) = \dfrac{1}{2}x + 3$; calculer $h(-4)$, $h(0)$, $h(2)$.

d) $k(x) = -2x$; calculer $k(-3)$, $k(0)$, $k(2)$.

Q.17
Déterminer la pente et l'ordonnée à l'origine des fonctions linéaires suivantes :

a) $f(x) = -4x + 2$

b) $g(x) = 5x - 3$

c) $h(x) = -\dfrac{3}{2}x + 1$

d) $k(x) = 7x$

Q.18
Pour chacune des fonctions suivantes, dire si elle est croissante ou décroissante :

a) $f(x) = -2x + 3$

b) $g(x) = 4x - 5$

c) $h(x) = \dfrac{1}{3}x + 2$

d) $k(x) = -\dfrac{5}{2}x$

Q.19
Déterminer la valeur de x pour laquelle $f(x) = 0$:

a) $f(x) = 2x - 6$

b) $g(x) = -3x + 9$

c) $h(x) = 5x + 10$

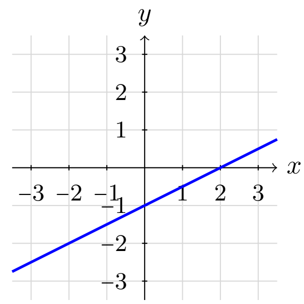
d) $k(x) = -\dfrac{1}{2}x + 4$

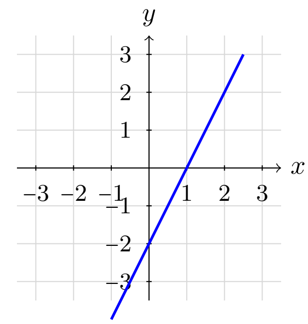
Q.20
Pour chaque graphe suivants :

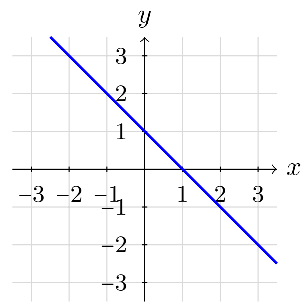
a) Donner une équation de la droite (sous la forme $y = ax+b$).

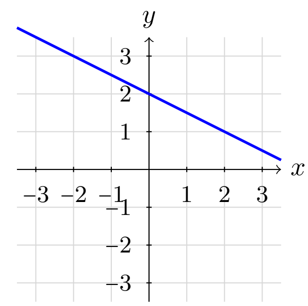
b) Donner la valeur de x telle que $f(x) = 0$.

c) Préciser les intervalles où la fonction est positive et où elle est négative.

a)


c)


b)


d)


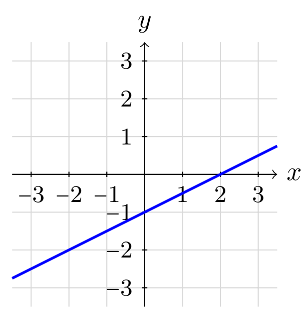
Q.21
Pour chaque graphe suivants:

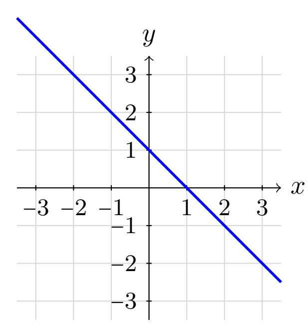
a) Donner une équation de la droite (sous la forme $y = ax+b$).

b) Donner la valeur de x telle que $f(x) = 0$.

c) Déterminer les intervalles où la fonction est positive et négative.

d) Calculer l'image de $x = 2$, c'est-à-dire $f(2)$.

a)


b)


Q.22
Déterminer l'équation de la fonction linéaire $f(x) = ax + b$:

a) f passe par les points $A(1{,}3)$ et $B(4{,}9)$.

b) g passe par les points $C(-2{,}4)$ et $D(2,-4)$.

c) h a une pente $a = -\dfrac{3}{2}$ et passe par le point $P(2{,}1)$.

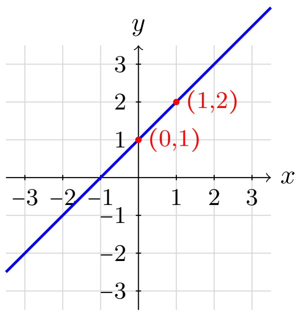
d) k a une pente $a = 2$ et passe par le point $Q(-1,-5)$.

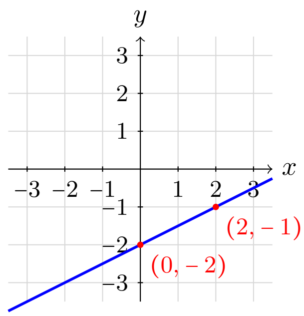
Q.23
À partir des graphiques suivants :

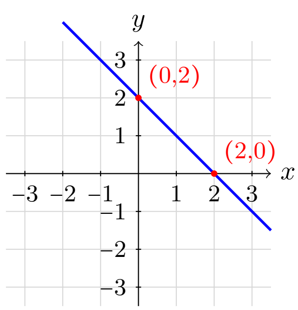
a) Déterminer l'équation de la droite sous la forme $y = ax + b$.

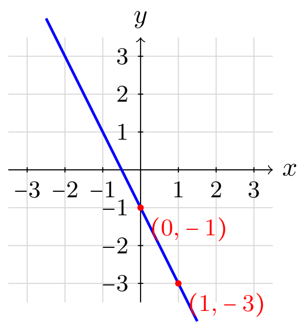
b) Identifier graphiquement la pente a et l'ordonnée à l'origine b.

c) Vérifier que l'équation trouvée donne bien les coordonnées de deux points visibles sur le graphe.

a) 

c) 

b) 

d) 

Q.24
Déterminer le point d'intersection de chacune des paires de fonctions suivantes :

a) $f(x) = 2x + 1$ et $g(x) = -x + 4$

b) $f(x) = -3x + 5$ et $g(x) = x - 3$

c) $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$ et $g(x) = -2x + 5$

d) $f(x) = 4x - 7$ et $g(x) = -x + 3$

Q.25
Déterminer l'équation de la droite perpendiculaire à la droite donnée et passant par le point indiqué.

a) Droite $d_1 : y = 2x + 1$ passant par $A(3,-2)$

b) Droite $d_2 : y = -\frac{1}{3}x + 4$ passant par $B(0,2)$

c) Droite $d_3 : y = 0.5x - 3$ passant par $C(-2,1)$

d) Droite $d_4 : y = -4x + 7$ passant par $D(1,5)$

3.3 Fonctions quadratique

Q.26
Calculer les valeurs suivantes :

a) $f(x) = x^2 - 2x + 1$; calculer $f(-1)$, $f(0)$, $f(2)$.

b) $g(x) = -x^2 + 3x - 2$; calculer $g(1)$, $g(2)$, $g(3)$.

c) $h(x) = 2x^2 - 4x + 3$; calculer $h(0)$, $h(1)$, $h(2)$.

d) $k(x) = -x^2 - 4x - 3$; calculer $k(-3)$, $k(-1)$, $k(1)$.

Q.27
Pour chacune des fonctions quadratiques suivantes, décrire l'effet des paramètres a, h et k sur la position et la forme de la parabole.

a) $f(x) = (x-2)^2 + 3$

c) $h(x) = \dfrac{1}{2}(x-5)^2 - 2$

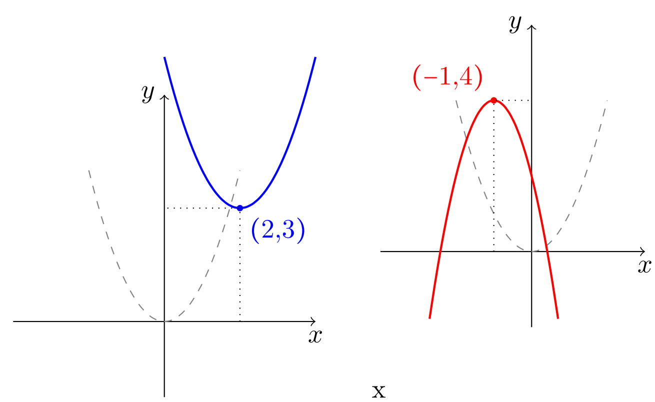
b) $g(x) = -2(x+1)^2 + 4$

d) $k(x) = -\dfrac{3}{4}(x+3)^2 - 1$

Q.28
Comparer chacune des fonctions quadratiques suivantes avec la fonction de base $y = x^2$. Décrire l'effet des paramètres a, h et k sur la représentation graphique.

a) $f(x) = (x-2)^2 + 3$

b) $g(x) = -2(x+1)^2 + 4$

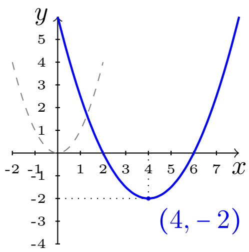


x

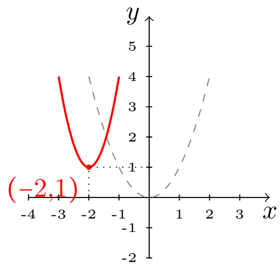
Q.29
Observer les graphiques suivants et décrire l'effet de chacun des paramètres a, h et k sur la représentation graphique de la fonction quadratique

$$f(x) = a(x-h)^2 + k$$

a) $f(x) = \frac{1}{2}(x-4)^2 - 2$



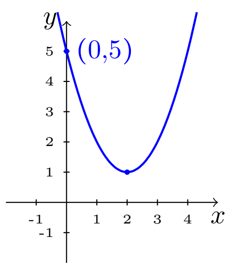
b) $g(x) = 3(x+2)^2 + 1$



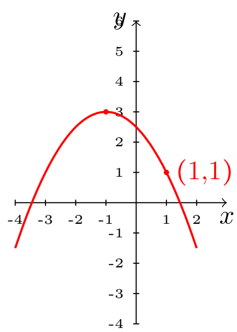
Q.30

Pour chacune des représentations graphiques suivantes, déterminer l'équation de la fonction quadratique sous la forme

$$f(x) = a(x-h)^2 + k$$



a)



b)

Q.31

Tracer le graphe de chacune des fonctions quadratiques suivantes. Indiquer clairement le sommet, l'axe de symétrie et le sens d'ouverture.

a) $f(x) = (x-2)^2 - 3$

b) $g(x) = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + 2$

c) $h(x) = 2x^2 - 4x + 1$

Q.32

Pour chacune des fonctions quadratiques suivantes :

a) Identifier les coefficients a, b, et c.

b) Dire si la parabole est orientée vers le haut ou vers le bas.

c) Donner les coordonnées du sommet.

a) $f(x) = x^2 + 4x + 3$

b) $g(x) = -2x^2 + 8x - 5$

c) $h(x) = 3x^2 - 6x + 2$

d) $k(x) = -x^2 - 2x + 1$

Q.33

Mettre chacune des fonctions suivantes sous forme canonique:

a) $f(x) = x^2 + 6x + 8$

b) $g(x) = x^2 - 4x + 1$

c) $h(x) = -x^2 + 2x + 3$

d) $k(x) = 2x^2 + 8x + 5$

Q.34

Développer et réduire pour obtenir la forme générale:

a) $f(x) = (x-1)^2 + 3$

b) $g(x) = 2(x+2)^2 - 5$

c) $h(x) = -3(x-4)^2 + 2$

d) $k(x) = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + 4$

Q.35

Factoriser chacune des expressions suivantes:

a) $f(x) = x^2 - 5x + 6$

b) $g(x) = x^2 - 9$

c) $h(x) = 2x^2 - 8x + 6$

d) $k(x) = -x^2 + 3x$

Q.36

Étudier le signe et les variations des fonctions suivantes:

a) $f(x) = x^2 - 4$

b) $g(x) = -x^2 + 2x + 3$

c) $h(x) = 2x^2 + 4x + 1$

d) $k(x) = -x^2 - 2x$

Q.37

À partir des graphiques suivants, répondre aux questions:

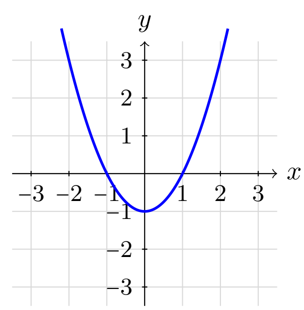
a) Donner l'équation possible de la fonction (forme $y = ax^2 + bx + c$).

b) Donner les coordonnées du sommet.

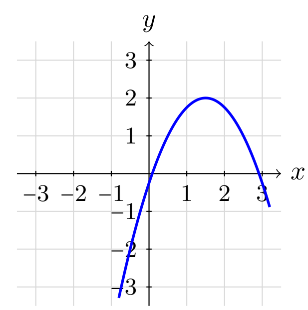
c) Déterminer les zéros si la courbe coupe l'axe des abscisses.

d) Dire si la fonction est croissante ou décroissante selon les intervalles.

a)



b)



Q.38

Pour chaque fonction donnée :

i) Écrire la forme canonique

ii) Trouver les zéros (s'ils existent) et en déduire la forme factorisée

iii) Vérifier la cohérence entre les trois formes

a) $f(x) = x^2 - 2x - 3$ b) $g(x) = -x^2 + 4x - 3$

Q.39
Une fonction quadratique f a pour sommet $S(2, -1)$ et passe par le point $A(0,7)$.

a) Déterminer l'équation de f sous forme canonique.

b) Développer pour obtenir la forme générale.

c) Trouver les zéros et écrire la forme factorisée.

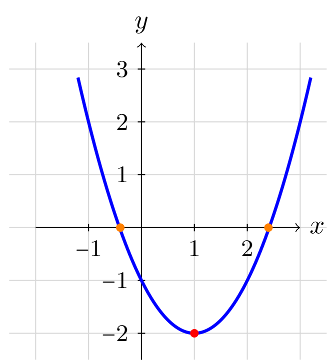
Q.40
Observer le graphique suivant et répondre aux questions :

a) Déterminer les coordonnées du sommet S.

b) Déterminer les zéros de la fonction.

c) Écrire l'équation de la fonction sous :

- forme canonique ;
- forme factorisée ;
- forme générale.



Q.41
Observer le graphique suivant et répondre aux questions :

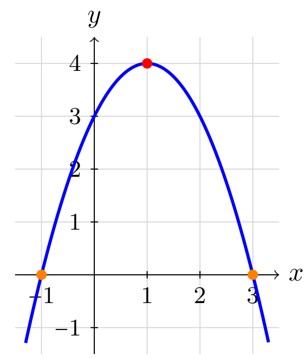
a) Donner les coordonnées du sommet S.

b) Déterminer les zéros de la fonction (points d'intersection avec l'axe x).

c) Écrire l'équation de la fonction sous :

- forme canonique ;
- forme factorisée ;
- forme générale.

d) Vérifier que la forme générale donne bien les zéros trouvés.



3.4 Fonctions racine carré et valeur absolue

Q.42
On considère la fonction $f(x) = \sqrt{x}$.

a) Déterminer le domaine et l'image de f.

b) Calculer :

$$f(0), \quad f(4), \quad f(9), \quad f(16).$$

c) Trouver les valeurs de x telles que :

$$f(x) = 2 \quad \text{et} \quad f(x) = 5.$$

d) Compléter le tableau suivant :

x	0	1	4	9	16
$f(x)$					

e) Représenter la courbe de f dans un repère.

Q.43
On considère les fonctions suivantes :

$$f(x) = \sqrt{x-3}, \quad g(x) = \sqrt{x} + 2, \quad h(x) = \sqrt{x+1} - 1$$

a) Pour chaque fonction, déterminer le domaine et l'image.

b) Calculer les valeurs suivantes :

$$f(3),\ f(7), \quad g(0),\ g(4), \quad h(-1),\ h(3)$$

c) Résoudre les équations suivantes :

$$f(x) = 2, \quad g(x) = 5, \quad h(x) = 1$$

d) Représenter les trois courbes sur le même repère. Indiquer clairement les points clés.

Q.44
On considère les fonctions suivantes :

$$f(x) = 2\sqrt{x-1}+3, \quad g(x) = -\sqrt{x+2}+1, \quad h(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x-4}-2$$

a) Pour chaque fonction, déterminer le domaine et l'image.

b) Calculer les valeurs suivantes :

$$f(1),\ f(5);\quad g(-2),\ g(2);\quad h(4),\ h(8)$$

c) Résoudre les équations suivantes :

$$f(x)=7,\quad g(x)=0,\quad h(x)=0$$

d) Représenter les trois courbes sur le même repère et indiquer clairement le point de départ de chaque fonction.

Q.45

Évaluer chacune des fonctions suivantes pour les valeurs données de x :

a) $f(x)=\begin{cases}2x+1 & \text{si } x<0\\ x^2 & \text{si } x\geq 0\end{cases}$ Évaluer : $f(-2),\ f(0),\ f(3)$

b) $g(x)=\begin{cases}-x & \text{si } x\leq 1\\ x+2 & \text{si } x>1\end{cases}$ Évaluer : $g(-3),\ g(1),\ g(4)$

c) $h(x)=\begin{cases}x^2-4 & \text{si } x<2\\ 3x-2 & \text{si } x\geq 2\end{cases}$ Évaluer : $h(0),\ h(2),\ h(5)$

d) $k(x)=\begin{cases}-2x+1 & \text{si } x\leq 0\\ x-1 & \text{si } x>0\end{cases}$ Évaluer : $k(-3),\ k(0),\ k(2)$

e) $g(x)=\begin{cases}x^2 & \text{si } x\leq 1\\ 3x-1 & \text{si } 1<x<4\\ 10 & \text{si } x\geq 4\end{cases}$ Évaluer : $g(1),\ g(2),\ g(5)$

f) $h(x)=\begin{cases}-2x & \text{si } x<0\\ 1 & \text{si } 0\leq x<2\\ x-1 & \text{si } x\geq 2\end{cases}$ Évaluer : $h(-1),\ h(1),\ h(4)$

Q.46

Réécrire les fonctions suivantes sous forme “par morceaux” avec des accolades :

a) $f(x)=|x|$

b) $g(x)=|x-3|$

c) $h(x)=|2x+1|$

d) $k(x)=3|x-2|+1$

e) $m(x)=-|x+4|+2$

Q.47

Pour chaque fonction ci-dessous, réécrire sous forme “par morceaux” avec des accolades et indiquer le domaine de chaque cas. Optionnel : tracer la courbe correspondante.

a) $f(x)=2|x-3|-1$

b) $g(x)=-|x+2|+4$

c) $h(x)=3|2x-1|+2$

d) $k(x)=-0.5|x+3|-1$

Q.48

On considère les fonctions suivantes :

$$f(x)=|x|,\quad g(x)=|x-2|+3,\quad h(x)=2|x+1|-1$$

a) Déterminer le domaine et l’image de chaque fonction.

b) Calculer les valeurs suivantes :

$$f(-3),f(0),f(4);\quad g(0),g(2),g(5);\quad h(-3),h(0),h(1)$$

c) Résoudre les équations suivantes :

$$f(x)=2,\quad g(x)=4,\quad h(x)=3$$

d) Résoudre les inéquations suivantes :

$$f(x)\leq 3,\quad g(x)\geq 5,\quad h(x)<2$$

e) Représenter les trois courbes sur le même repère et indiquer les sommets.

3.5 Fonctions rationnelles

Q.49

Réécrire chacune des fonctions rationnelles suivantes sous la forme canonique $f(x)=\dfrac{a}{x-h}+k$.

a) $f(x)=\dfrac{2x+1}{x-3}$

b) $g(x)=\dfrac{x+4}{x+1}$

c) $h(x)=\dfrac{3x-5}{x-2}$

d) $p(x)=\dfrac{x-7}{x+2}$

Q.50

Réécrire chacune des fonctions suivantes sous la forme canonique

$$f(x)=\frac{a}{x-h}+k.$$

a) $f(x)=\dfrac{2x+3}{x+1}$

b) $g(x)=\dfrac{3x-5}{x-2}$

c) $h(x)=\dfrac{-x+4}{2x-6}$

d) $p(x)=\dfrac{4x-1}{x+2}$

e) $r(x)=\dfrac{-2x+5}{x-3}$

f) $s(x)=\dfrac{x+7}{2x+4}$

Q.51

On considère les fonctions suivantes :

$$f(x)=\frac{2}{x-1}+3,\quad g(x)=\frac{-1}{x+2}+1,\quad h(x)=\frac{3}{x-3}-2$$

a) Déterminer le domaine de chaque fonction.

b) Identifier les asymptotes verticales et horizontales.

c) Calculer les valeurs suivantes :

$$f(0),\ f(2);\quad g(0),\ g(-1);\quad h(0),\ h(6)$$

d) Résoudre les équations suivantes :

$$f(x) = 5,\quad g(x) = 0,\quad h(x) = 1$$

e) Tracer les trois fonctions sur le même repère.

Q.52

On considère les fonctions rationnelles suivantes :

$$f(x) = \frac{1}{x-2},\quad g(x) = \frac{x+1}{x-3},\quad h(x) = \frac{2x-1}{x+2}$$

a) Déterminer le domaine de chaque fonction.

b) Calculer les valeurs suivantes :

$$f(0), f(3);\quad g(0), g(4);\quad h(0), h(2)$$

c) Déterminer les asymptotes verticales et horizontales si elles existent.

d) Résoudre les équations :

$$f(x) = 1,\quad g(x) = 0,\quad h(x) = 1$$

e) Représenter les trois fonctions sur un même repère.

Q.53

Réécrire chacune des fonctions suivantes sous la forme canonique

$$f(x) = \frac{a}{(x-h)^2} + k.$$

a) $f(x) = \dfrac{3x^2 - 12x + 14}{x^2 - 4x + 4}$

c) $h(x) = \dfrac{-x^2 + 10x - 20}{x^2 - 10x + 25}$

b) $g(x) = \dfrac{4x^2 + 24x + 35}{x^2 + 6x + 9}$

d) $p(x) = \dfrac{-2x^2 - 8x - 11}{x^2 + 4x + 4}$

Q.54

Donner le domaine et l'image des fonctions rationnelles suivantes en fonction des paramètres a, h et k :

a) $f(x) = \dfrac{a}{x-h} + k$

c) $h(x) = \dfrac{-a}{x-h} + k$

b) $g(x) = \dfrac{a}{(x-h)^2} + k$

d) $p(x) = \dfrac{1}{x+h} - k$

Q.55

Pour chacune des fonctions suivantes :

1. Identifier les asymptotes verticale et horizontale.
2. Décrire la transformation du graphe de la fonction de base correspondante.

a) $f(x) = \dfrac{1}{x-3} + 2$

c) $h(x) = \dfrac{1}{(x-4)^2} - 1$

b) $g(x) = \dfrac{-2}{x+1} - 3$

d) $p(x) = \dfrac{-3}{(x+2)^2} + 4$

Q.56

Tracer le graphe de chacune des fonctions suivantes. Indiquer clairement les asymptotes verticale et horizontale.

a) $f(x) = \dfrac{1}{x-2} + 1$

c) $h(x) = \dfrac{2}{(x-3)^2} - 1$

b) $g(x) = \dfrac{-1}{x+1} - 2$

d) $p(x) = \dfrac{-1}{(x+2)^2} + 3$

3.6 Fonctions sinusoïdale

Q.57

Déterminer l'amplitude de chacune des fonctions suivantes :

a) $f(x) = 2\sin(x) + 3$

b) $g(x) = -5\sin(3x - \pi)$

c) $h(x) = \dfrac{7}{2}\sin\left(\dfrac{x}{4}\right) - 1$

d) $k(x) = -3\sin\left(6x + \dfrac{\pi}{2}\right)$

e) $p(x) = 10\sin(0.5x) - 4$

f) $q(x) = -\dfrac{9}{4}\sin(8x)$

g) $r(x) = \sin\left(12x - \dfrac{\pi}{3}\right) + 6$

h) $s(x) = -\dfrac{11}{3}\sin(2x + 7)$

Q.58

Donner l'image de chacune des fonctions suivantes :

a) $f(x) = 2\sin(x) + 3$

b) $g(x) = -4\sin(2x - \pi)$

c) $h(x) = 3\sin\left(\dfrac{x}{2}\right) - 1$

d) $k(x) = -\dfrac{1}{2}\sin\left(5x + \dfrac{\pi}{3}\right) + 2$

e) $p(x) = 6\sin(x - \pi) + 4$

f) $q(x) = -3\sin(4x) - 2$

g) $r(x) = \sin(3x + \dfrac{\pi}{2}) + 5$

h) $s(x) = 5\sin(0.5x) - 7$

Q.59

Déterminer la période de chacune des fonctions suivantes :

a) $f(x) = 3\sin(2x)$

b) $g(x) = -4\sin(5x - \pi)$

c) $h(x) = \sin\left(\dfrac{x}{3}\right)$

d) $k(x) = -2\sin\left(8x + \dfrac{\pi}{2}\right)$

e) $p(x) = 6\sin(0.5x)$

f) $q(x) = \sin(12x - 4)$

g) $r(x) = -7\sin\left(\dfrac{x}{6} + 1\right)$

h) $s(x) = 10\sin(4x + \pi)$

Q.60

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer :

i) Amplitude (A),
ii) vitesse angulaire (ω),
iii) période (T),
iv) fréquence (f).

a) $f(x) = 3\sin(2x)$

b) $g(x) = -5\sin(4x - \pi)$

c) $h(x) = \dfrac{7}{2}\sin\left(\dfrac{x}{3}\right)$

d) $k(x) = -2\sin\left(6x + \dfrac{\pi}{4}\right)$

e) $p(x) = 10\sin(0.5x)$

f) $q(x) = -\dfrac{9}{4}\sin(8x)$

g) $r(x) = \sin\left(\dfrac{x}{5} - 1\right)$

h) $s(x) = -11\sin(12x + 3)$

Q.61

Réécrire chacune des fonctions suivantes sous la forme canonique $f(x) = A\sin[\omega(x-h)] + k$, puis identifier les paramètres A, ω, h et k.

a) $f(x) = \sin(x + \frac{\pi}{3})$

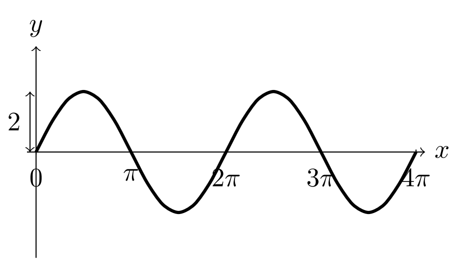
b) $h(x) = 3\sin(2x - \pi)$

c) $q(x) = -\sin(\frac{x}{2}) - 2$

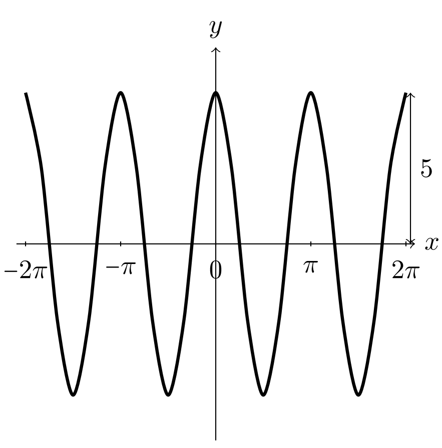
Q.62

Pour chaque graphique ci-dessous, déterminer les paramètres :

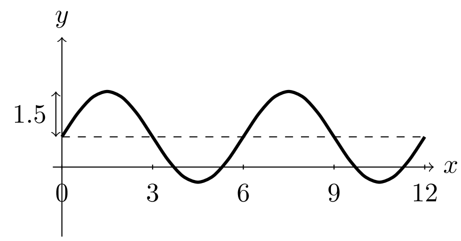
$$A,\ \omega,\ T,\ f,\ \phi,\ k.$$



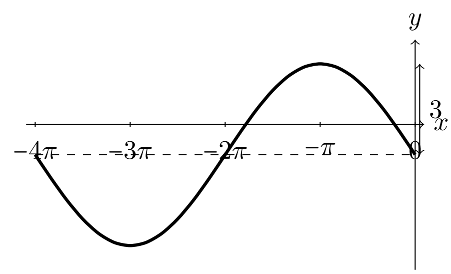
a)



b)



c)



d)

Q.63

Tracer les graphes des fonctions sinus suivantes en indiquant clairement :

- l'amplitude A,
- la période $\dfrac{2\pi}{\omega}$,
- la translation horizontale h,
- la translation verticale k.

a) $f(x) = 2\sin(x)$

b) $g(x) = \sin(2x)$

c) $h(x) = \sin(x - \pi/4)$

d) $p(x) = 3\sin(0.5x) + 1$

e) $q(x) = -\sin(x) + 2$

f) $r(x) = 2\sin(3(x - \pi/6)) - 1$

Q.64

Tracer les fonctions suivantes sur le même repère. Identifier pour chacune :

- l'amplitude A,
- la période $\dfrac{2\pi}{\omega}$,
- la translation horizontale h,
- la translation verticale k.

a) $f_1(x) = \sin(x)$

b) $f_2(x) = 2\sin(x)$

c) $f_3(x) = \sin(2x)$

d) $f_4(x) = \sin(x - \pi/4)$

a) $f_5(x) = 3\sin(0.5x) + 1$

b) $f_6(x) = -\sin(x) + 2$

3.7 Fonctions trigonométrique

Q.65
Tracer les fonctions suivantes sur le même repère. Identifier pour chacune :

- l'amplitude A,
- la période $\dfrac{2\pi}{\omega}$,
- la translation horizontale h,
- la translation verticale k.

a) $f_1(x) = \cos(x)$
b) $f_2(x) = 2\cos(x)$
c) $f_3(x) = \cos(2x)$
d) $f_4(x) = \cos(x - \pi/4)$
e) $f_5(x) = 3\cos(0.5x) + 1$
f) $f_6(x) = -\cos(x) + 2$

Q.66
Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer l'équation des asymptotes verticales.

a) $f_1(x) = \tan(x)$
b) $f_2(x) = \tan(x - \pi/3)$
c) $f_3(x) = \tan(2x)$
d) $f_4(x) = \tan\left(\dfrac{x}{3}\right)$
e) $f_5(x) = \tan(3x - \pi)$
f) $f_6(x) = \tan\left(2x + \dfrac{\pi}{4}\right)$

Q.67
Pour chacune des fonctions trigonométriques suivantes :

a) Donner le domaine.

b) Donner l'image.

c) Calculer les valeurs pour $\theta = 0, \dfrac{\pi}{2}, \pi, \dfrac{3\pi}{2}, 2\pi$ (si possible).

a) $f(x) = \sin(x)$
b) $g(x) = \cos(x)$
c) $h(x) = \tan(x)$
d) $p(x) = \cot(x)$
e) $q(x) = \sec(x)$
f) $r(x) = \csc(x)$

Q.68
Pour chacune des fonctions suivantes :

- déterminer les zéros ;
- déterminer les intervalles où la fonction est positive et où elle est négative ;
- déterminer les intervalles de croissance et de décroissance.

a) $f_1(x) = \sin(x)$
b) $f_2(x) = \cos(x)$
c) $f_3(x) = \tan(x)$
d) $f_4(x) = \sin(2x)$
e) $f_5(x) = \cos(x - \pi/3)$
f) $f_6(x) = -\sin(x)$

Q.69
Calculer les valeurs exactes des fonctions trigonométriques inverses suivantes :

a) $\arcsin\left(\dfrac{1}{2}\right)$
b) $\arccos\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$
c) $\arctan(1)$
d) $\arctan(0)$

Q.70
Indiquer le domaine et l'image des fonctions suivantes et tracer leurs courbes :

$$\arcsin(x), \quad \arccos(x), \quad \arctan(x)$$

Q.71
Pour chacune des fonctions suivantes, dire si elle est croissante ou décroissante sur son domaine :

a) $f(x) = \arcsin(x)$
b) $g(x) = \arccos(x)$
c) $h(x) = \arctan(x)$
d) $k(x) = -\arctan(x)$

Q.72
Donner l'expression équivalente en termes de fonction trigonométrique directe :

a) $\sin(\arccos x)$
b) $\cos(\arcsin x)$
c) $\tan(\arccos x)$
d) $\sin(\arctan x)$

Q.73
Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer le domaine et l'image :

a) $f(x) = \arcsin(2x)$
b) $g(x) = \arccos\left(\dfrac{x}{3}\right)$
c) $h(x) = \arctan(x - 1)$
d) $k(x) = -\arcsin(x + 1)$

3.8 Fonctions exponentielles et logarithmiques

Q.74

Déterminer l'image de $x = 2$ par chacune des fonctions suivantes :

a) $f(x) = 2^x$

b) $g(x) = 3^{x-1}$

c) $h(x) = 5^{-x}$

d) $k(x) = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{x+3}$

Q.75

Tracer sur le même repère les courbes représentatives des fonctions suivantes :

$$f(x) = 2^x, \quad g(x) = \left(\tfrac{1}{2}\right)^x$$

Q.76

Tracer la courbe de la fonction suivante et indiquer ses principales caractéristiques :

$$f(x) = 3^{x-1} + 2$$

Q.77

Tracer sur le même repère les courbes des fonctions suivantes :

$$f(x) = -2^x + 3, \quad g(x) = -\left(\tfrac{1}{2}\right)^x + 1$$

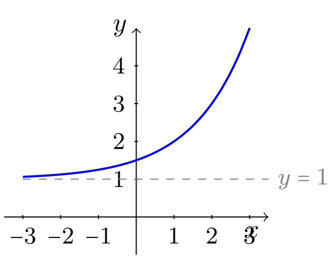
Q.78

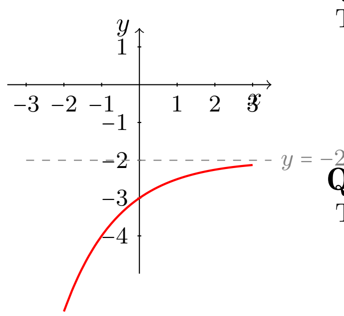
Tracer sur le même repère les courbes des fonctions suivantes :

$$f(x) = -3^{x-2} + 4, \quad g(x) = 2^{-(x+1)} - 2$$

Q.79

À partir de chaque graphique, déterminer une équation possible de la fonction exponentielle représentée.

a) 

b) 

Q.80

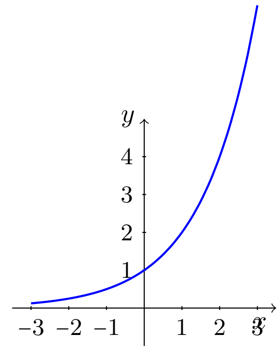
Associer chaque fonction à la courbe qui lui correspond.

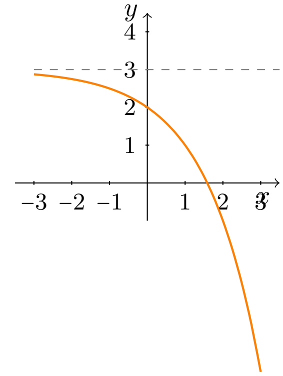
(1) $f(x) = 2^x$

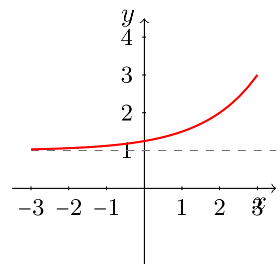
(2) $g(x) = 2^{x-2} + 1$

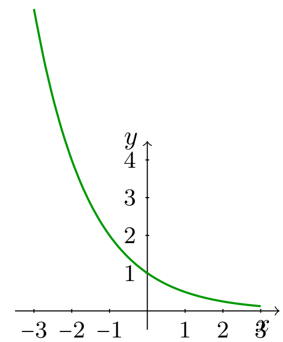
(3) $h(x) = -2^x + 3$

(4) $k(x) = \left(\tfrac{1}{2}\right)^x$

A) 

C) 

B) 

D) 

Q.81

Tracer sur le même repère les fonctions suivantes :

$$f(x) = \log_2(x), \quad g(x) = \log_2(x-2), \quad h(x) = \log_2(x) + 1$$

Q.82

Tracer sur le même repère :

$$f(x) = 2\log_3(x), \quad g(x) = -\log_3(x)$$

Q.83

Tracer la fonction :

$$f(x) = -\log_2(x-1) + 2$$

Q.84

Tracer sur le même repère :

$$f(x) = \log_2(x), \quad g(x) = \log_{10}(x), \quad h(x) = \log_{1/2}(x)$$

Q.85

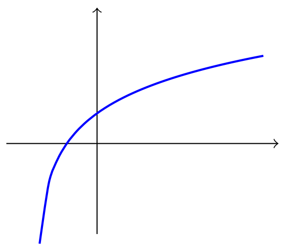
Associer chaque graphique à sa fonction :

(1) $f(x) = \log_2(x)$

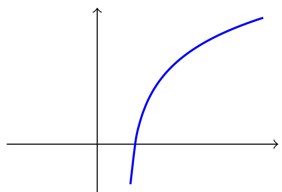
(2) $g(x) = \log_2(x-1) + 2$

(3) $h(x) = \log_{1/2}(x+2)$

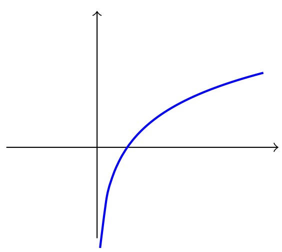
(4) $k(x) = -\log_{1/2}(x+2)$



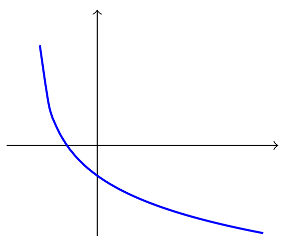
(A)



(C)



(B)



(D)

Q.86

Tracer les fonctions suivantes:

$$f(x) = \log_3(x), \quad g(x) = \log_3(x-2)+1, \quad h(x) = -\log_3(x+1)$$

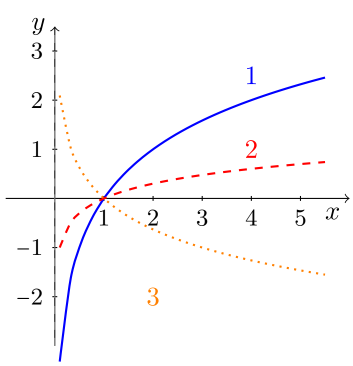
Q.87

Associer chaque graphique à sa fonction logarithmique correspondante.

A) $f(x) = \log_2(x)$

B) $g(x) = \log_{10}(x)$

C) $h(x) = \log_{\frac{1}{3}}(x)$



a) Associer chaque numéro de courbe (1, 2 ou 3) à la fonction f, g, ou h.

b) Déterminer pour chacune si elle est croissante ou décroissante.

c) Quelle fonction croît le plus rapidement ?

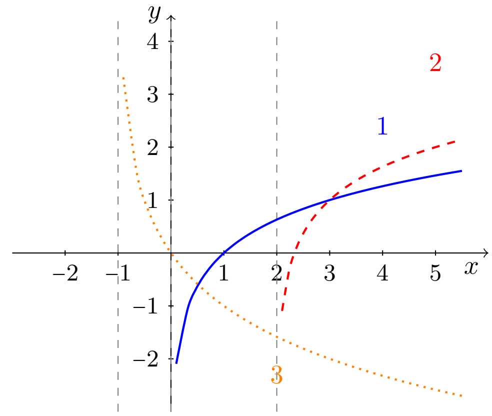
Q.88

Associer chaque graphique à sa fonction logarithmique correspondante:

A) $f(x) = \log_3(x)$

B) $g(x) = \log_3(x-2)+1$

C) $h(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x+1)$



a) Associer chaque numéro de courbe (1, 2, 3) à la fonction f, g, ou h.

b) Pour chaque fonction, indiquer l'équation de son asymptote verticale.

c) Indiquer les transformations appliquées à la fonction de base $\log_3(x)$.

Q.89

Tracer sur le même repère les courbes des fonctions suivantes:

$$f(x) = \log(x), \quad g(x) = \log(x-2), \quad h(x) = \log(x)+2$$

Q.90

Tracer sur le même repère les courbes des fonctions suivantes:

$$f(x) = 2\log(x), \quad g(x) = -\log(x)$$

Q.91

Tracer la courbe de la fonction suivante et indiquer son asymptote:

$$f(x) = -\log(x-1)+2$$

Q.92

Tracer sur le même repère les courbes des fonctions suivantes:

$$f(x) = \log_2(x), \quad g(x) = \log_{10}(x), \quad h(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x)$$

Q.93

Tracer sur le même repère les courbes suivantes:

$$f(x) = \log_3(x), \quad g(x) = \log_3(x-2)+1$$

Réponses aux exercices

R.1

a) Oui
b) Oui
c) Oui
d) Non
e) Non
f) Oui
g) Oui
h) Oui

R.2

a) Oui, c'est une parabole ($y = x^2$).

b) Oui, c'est une droite ($y = -2x + 1$).

c) Non, un cercle ne définit pas une fonction (pour certains x, deux valeurs de y).

d) Non, une droite verticale n'est pas le graphe d'une fonction.

R.3

a) Oui
b) Non
c) Oui
d) Non
e) Non
f) Oui

R.4

a) $f(2) = 2(2) + 3 = 7$

b) $f(-3) = 2(-3) + 3 = -3$

c) $g(4) = 4^2 - 1 = 15$

d) $g(-2) = (-2)^2 - 1 = 3$

e) $h(0) = \frac{1}{0+1} = 1$

f) $h(-1)$ n'existe pas (dénominateur nul).

g) $f(0) + g(0) = (2 \cdot 0 + 3) + (0^2 - 1) = 3 - 1 = 2$

h) $f(2) \cdot h(2) = 7 \cdot \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$

R.5

a) $f(0) = 0^2 + 1 = 1$

b) $f(3) = 3^2 + 1 = 10$

c) $f(-4) = (-4)^2 + 1 = 17$

d) $f(2a) = (2a)^2 + 1 = 4a^2 + 1$

e) $f(a + 1) = (a + 1)^2 + 1 = a^2 + 2a + 2$

R.6

a) $f(1) = 3 \cdot 1 - 5 = -2$

b) $g(2) = 2^2 = 4$

c) $f(g(2)) = f(4) = 3 \cdot 4 - 5 = 7$

d) $g(f(2)) = g(1) = 1^2 = 1$

e) $(f \circ g)(x) = f(x^2) = 3x^2 - 5$

f) $(g \circ f)(x) = g(3x - 5) = (3x - 5)^2$

R.7

a) $f(2) = 3 \cdot 2 - 4 = 2$.

b) $g(2) = 2^2 + 5 = 9$.

c) $h(2) = \sqrt{2 + 7} = \sqrt{9} = 3$.

d) $k(2) = \frac{1}{2-1} = 1$.

R.8

a) Zéros : $x = -2$ et $x = 1$.

b) $f(x) > 0$ pour $x < -2$ et $x > 1$; $f(x) < 0$ pour $-2 < x < 1$.

c) f est décroissante sur $(-\infty, -0.5]$, croissante sur $[-0.5, +\infty)$.

d) f admet un **minimum relatif** en $x = -0.5$, de valeur $f(-0.5) = -1.125$.

R.9

a) Zéros : $x = -1$ et $x = 2$.

b) $g(x) > 0$ pour $-1 < x < 2$; $g(x) < 0$ pour $x < -1$ et $x > 2$.

c) g est croissante sur $(-\infty, 0.5]$, décroissante sur $[0.5, +\infty)$.

d) g admet un **maximum relatif** en $x = 0.5$, de valeur $g(0.5) = 1.125$.

R.10

a) Zéros : $x = -1$ et $x = \frac{7}{3} \approx 2.33$.

b) h est décroissante sur $[-3, -1]$, croissante sur $[-1, 1]$, décroissante sur $[1, 3]$.

c) $h(x) > 0$ pour $-3 < x < -1$ et $-1 < x < \frac{7}{3}$; $h(x) < 0$ pour $x > \frac{7}{3}$.

d) Extremums relatifs : - minimum relatif en $x = -1$, valeur 0, - maximum relatif en $x = 1$, valeur 2, - minimum relatif en $x = 3$, valeur -1.

R.11

a) Domaine : $[0, +\infty)$.

b) Domaine : $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

R.12

a) Domaine : $\mathbb{R}$

b) Domaine : $\mathbb{R}$

c) Domaine : $[0, +\infty)$

d) Domaine : $\mathbb{R} \setminus \{2\}$

R.13

a) Domaine : $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

b) Domaine : $[4, +\infty)$.

c) Domaine : $(0, +\infty)$.

d) Domaine : $(1, +\infty)$.

e) Domaine : $\mathbb{R}$.

f) Domaine : $[-2,2]$.

g) Domaine : $\mathbb{R}$.

R.14

a) Domaine : $D_f = \left[\frac{5}{2}, +\infty\right)$.

b) Domaine : $D_g = (-\infty,1) \cup (3, +\infty)$.

c) Domaine : $D_h = \mathbb{R} \setminus \{-2,1\}$.

d) Domaine : $D_k = [-1,5)$.

R.15

a) Domaine : $D_f = (-\infty,1] \cup [3, +\infty)$.

b) Domaine : $D_g = (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$.

c) Domaine : $D_h = \mathbb{R} \setminus \{-2,1,4\}$.

d) Domaine : $D_k = (-\infty, -1) \cup (1,5]$.

R.16

a) $f(-1) = -5$, $f(0) = -2$, $f(2) = 4$.

b) $g(1) = 4$, $g(4) = 1$, $g(6) = -1$.

c) $h(-4) = 1$, $h(0) = 3$, $h(2) = 4$.

d) $k(-3) = 6$, $k(0) = 0$, $k(2) = -4$.

R.17

a) Coefficient directeur : -4 ; Ordonnée à l'origine : 2

b) Coefficient directeur : 5 ; Ordonnée à l'origine : -3

c) Coefficient directeur : $-\dfrac{3}{2}$; Ordonnée à l'origine : 1

d) Coefficient directeur : 7 ; Ordonnée à l'origine : 0

R.18

a) Décroissante (car $a = -2 < 0$)

b) Croissante (car $a = 4 > 0$)

c) Croissante (car $a = \dfrac{1}{3} > 0$)

d) Décroissante (car $a = -\dfrac{5}{2} < 0$)

R.19

a) $x = 3$ b) $x = 3$ c) $x = -2$ d) $x = 8$

R.20

a) Équation : $f(x) = \frac{1}{2}x - 1$.
Zéro : $0 = \frac{1}{2}x - 1 \Rightarrow x = 2$.
Signe : $f(x) > 0$ pour $x > 2$, $f(x) < 0$ pour $x < 2$.

b) Équation : $g(x) = -x + 1$.
Zéro : $0 = -x + 1 \Rightarrow x = 1$.
Signe : $g(x) > 0$ pour $x < 1$, $g(x) < 0$ pour $x > 1$.

c) Équation : $h(x) = 2x - 2$.
Zéro : $0 = 2x - 2 \Rightarrow x = 1$.
Signe : $h(x) > 0$ pour $x > 1$, $h(x) < 0$ pour $x < 1$.

d) Équation : $k(x) = -\frac{1}{2}x + 2$.
Zéro : $0 = -\frac{1}{2}x + 2 \Rightarrow x = 4$.
Signe : $k(x) > 0$ pour $x < 4$, $k(x) < 0$ pour $x > 4$.

R.21

a) $f(x) = \frac{1}{2}x - 1$, $f(2) = 0$. Zéro : $x = 2$, positive si $x > 2$, négative si $x < 2$.

b) $g(x) = -x + 1$, $g(2) = -1$. Zéro : $x = 1$, positive si $x < 1$, négative si $x > 1$.

R.22

a) $f(x) = 2x + 1$.

b) $g(x) = -2x$.

c) $h(x) = -\frac{3}{2}x + 4$.

d) $k(x) = 2x - 3$.

R.23

a) $f(x) = x + 1$.

b) $g(x) = -x + 2$.

c) $h(x) = \dfrac{1}{2}x - 2$.

d) $k(x) = -2x - 1$.

R.24

a) $(1, 3)$

b) $(2, -1)$

c) $(1.2, 2.6)$

d) $(2, 1)$

R.25

a) $y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

b) $y = 3x + 2$

c) $y = -2x - 3$

d) $y = \frac{1}{4}x + \frac{19}{4}$

R.26

a) $f(-1) = 4,\ f(0) = 1,\ f(2) = 1$

b) $g(1) = 0,\ g(2) = 0,\ g(3) = -2$

c) $h(0) = 3,\ h(1) = 1,\ h(2) = 3$

d) $k(-3) = 0$; $k(-1) = 0$; $k(1) = -8$

R.27

a) $a = 1 > 0$: parabole ouverte vers le haut. Sommet en $(h,k) = (2,3)$. Translation de 2 unités vers la droite et 3 vers le haut.

b) $a = -2 < 0$: parabole ouverte vers le bas, plus étroite (facteur de compression vertical). Sommet en $(-1,4)$. Translation de 1 unité vers la gauche et 4 vers le haut.

c) $a = \frac{1}{2} > 0$: parabole ouverte vers le haut, plus large (étirement horizontal). Sommet en $(5,-2)$. Translation de 5 unités vers la droite et 2 vers le bas.

d) $a = -\frac{3}{4} < 0$: parabole ouverte vers le bas, légèrement plus large que la parabole de base. Sommet en $(-3,-1)$. Translation de 3 unités vers la gauche et 1 vers le bas.

R.28

a) $a = 1,\ h = 2,\ k = 3 \Longrightarrow$ parabole ouverte vers le haut, sommet en (2,3). **Effet :** Translation de 2 unités vers la droite et 3 vers le haut.

b) $a = -2,\ h = -1,\ k = 4 \Longrightarrow$ parabole ouverte vers le bas, sommet en $(-1{,}4)$. **Effet :** Parabole inversée (ouverte vers le bas), plus étroite, translation de 1 vers la gauche et 4 vers le haut.

R.29

a) $a = \frac{1}{2}$: parabole ouverte vers le haut, plus large que $y = x^2$. $h = 4,\ k = -2 \Longrightarrow$ translation de $(4,-2)$.**Effet :** $a = \frac{1}{2}$: parabole plus large. Sommet en $(4,-2)$: translation de 4 à droite et 2 vers le bas.

b) $a = 3$: parabole ouverte vers le haut, plus étroite que $y = x^2$. $h = -2,\ k = 1 \Longrightarrow$ translation de $(-2,1)$.**Effet :** $a = 3$: parabole plus étroite (étirement vertical). Sommet en $(-2,1)$: translation de 2 à gauche et 1 vers le haut.

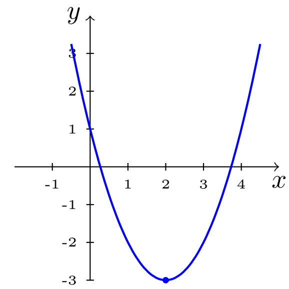
R.30

a) $f(x) = (x-2)^2 + 1$ Parabole ouverte vers le haut, sommet (2,1).

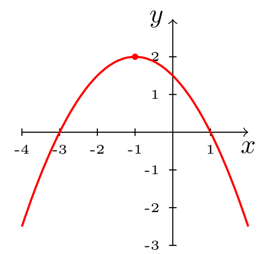
b) $f(x) = -\frac{1}{2}(x+1)^2+3$ Parabole ouverte vers le bas, sommet $(-1{,}3)$.

R.31

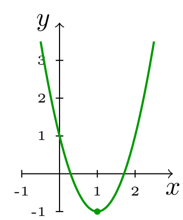
a) $f(x) = (x-2)^2 - 3$ Sommet $(2,-3)$, axe $x = 2$, ouverte vers le haut.



b) $g(x) = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + 2$ Sommet $(-1,2)$, ouverte vers le bas.



c) $h(x) = 2x^2 - 4x + 1 = 2(x-1)^2 - 1$ Sommet $(1,-1)$, ouverte vers le haut (plus étroite).



R.32

a) $a = 1,\ b = 4,\ c = 3$; parabole vers le haut ; sommet $S(-2,-1)$

b) $a = -2,\ b = 8,\ c = -5$; parabole vers le bas ; sommet $S(2{,}3)$

c) $a = 3,\ b = -6,\ c = 2$; parabole vers le haut ; sommet $S(1,-1)$

d) $a = -1,\ b = -2,\ c = 1$; parabole vers le bas ; sommet $S(-1{,}2)$

R.33

a) $f(x) = (x+3)^2 - 1$

b) $g(x) = (x-2)^2 - 3$

c) $h(x) = -(x-1)^2 + 4$

d) $k(x) = 2(x+2)^2 - 3$

R.34

a) $f(x) = x^2 - 2x + 4$

b) $g(x) = 2x^2 + 8x + 3$

c) $h(x) = -3x^2 + 24x - 46$

d) $k(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{7}{2}$

R.35

a) $f(x) = (x-2)(x-3)$

b) $g(x) = (x-3)(x+3)$

c) $h(x) = 2(x^2 - 4x + 3) = 2(x-1)(x-3)$

d) $k(x) = -x(x-3)$

R.36

a) Zéros : $x = -2$ et $x = 2$. Signe : $f(x) < 0$ pour $x \in (-2,2)$, positif ailleurs. Minimum : -4 en $x = 0$.

b) $a = -1 \Rightarrow$ parabole vers le bas. Sommet $S(1{,}4)$, zéros $x = -1$ et $x = 3$. $f(x) > 0$ pour $x \in (-1{,}3)$.

c) $a = 2 \Rightarrow$ vers le haut, $S(-1,-1)$, pas de zéro réel. Toujours positive ($f(x) > 0$ pour tout x).

d) $a = -1 \Rightarrow$ vers le bas, $S(-1{,}1)$, zéros $x = -2$ et $x = 0$. $f(x) > 0$ sur $(-2{,}0)$, négative ailleurs.

R.37

a) Courbe vers le haut, sommet $S(0,-1)$, donc $f(x) = x^2 - 1$. Zéros : $x = -1$ et $x = 1$. Croissante sur $[0,+\infty)$, décroissante sur $(-\infty,0]$.

b) Courbe vers le bas, sommet $S(1.5{,}2)$, donc $g(x) = -(x - 1.5)^2 + 2$. Zéros environ $x = 0$ et $x = 3$. Croissante sur $(-\infty,1.5]$, décroissante sur $[1.5,+\infty)$.

R.38

a) $f(x) = (x-1)^2 - 4$ Zéros : $x = -1$ et $x = 3$ Forme factorisée : $f(x) = (x+1)(x-3)$

b) $g(x) = -(x-2)^2 + 1$ Zéros : $x = 1$ et $x = 3$ Forme factorisée : $g(x) = -(x-1)(x-3)$

R.39

a) Forme canonique : $f(x) = a(x-2)^2 - 1$. On sait que $f(0) = 7$ donc : $7 = a(0-2)^2 - 1 \Rightarrow 7 = 4a - 1 \Rightarrow a = 2$. Donc $f(x) = 2(x-2)^2 - 1$.

b) Développement : $f(x) = 2(x^2 - 4x + 4) - 1 = 2x^2 - 8x + 7$.

c) Zéros : $\Delta = (-8)^2 - 4(2)(7) = 64 - 56 = 8$. $x = \frac{8 \pm \sqrt{8}}{4} = 2 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$. Forme factorisée : $f(x) = 2\left(x - \left(2 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)\left(x - \left(2 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)$.

R.40

a) Le sommet est $S(1,-2)$.

b) La parabole coupe l'axe des abscisses en $x_1 = -0.4$ et $x_2 = 2.4$.

c) Les formes de la fonction sont :

- **Forme canonique :** $f(x) = (x-1)^2 - 2$
- **Forme factorisée :** $f(x) = (x+0.4)(x-2.4)$
- **Forme générale :** $f(x) = x^2 - 2x - 1$

R.41

a) Sommet : $S(1{,}4)$.

b) Zéros : $x_1 = -1$ et $x_2 = 3$.

c) Formes de la fonction :

- **Forme canonique :** $f(x) = -(x-1)^2 + 4$.
- **Forme factorisée :** comme les zéros sont -1 et 3,

$$f(x) = -\big(x+1\big)\big(x-3\big).$$

(Le facteur $-$ est celui de la forme canonique.)

- **Forme générale :** développer la forme canonique :

$$f(x) = -(x-1)^2 + 4 = -\big(x^2 - 2x + 1\big) + 4 = -x^2 + 2x + 3.$$

d) Vérification : résoudre $-x^2 + 2x + 3 = 0$ donne $x^2 - 2x - 3 = 0$ soit $(x+1)(x-3) = 0$, d'où $x = -1$ ou $x = 3$, ce qui concorde avec les zéros graphiques.

R.42

a) Domaine : $[0,+\infty[$; Image : $[0,+\infty[$

b)

$$f(0) = 0, \quad f(4) = 2, \quad f(9) = 3, \quad f(16) = 4.$$

c)

$$f(x) = 2 \Rightarrow x = 4, \qquad f(x) = 5 \Rightarrow x = 25.$$

d)

x	0	1	4	9	16
$f(x)$	0	1	2	3	4

e) La courbe est croissante et passe par les points : (0,0), (1,1), (4,2), (9,3), (16,4).

R.43

a) Domaines et images :

$f(x) : x \geq 3,\ y \geq 0 \quad g(x) : x \geq 0,\ y \geq 2 \quad h(x) : x \geq -1,\ y \geq -1$

b) Calculs :

$f(3) = 0, f(7) = 2; \quad g(0) = 2, g(4) = 4; \quad h(-1) = -1, h(3) = 1$

c) Résolution des équations :

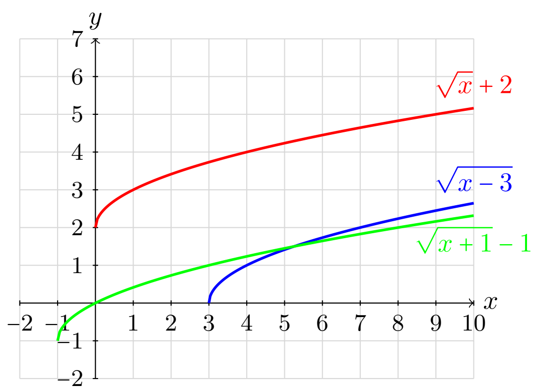
$$f(x) = 2 \Rightarrow x = 7$$

$$g(x) = 5 \Rightarrow x = 9$$

$$h(x) = 1 \Rightarrow x = 3$$

d) Tableaux de valeurs (exemples) :

x	$f(x)$	$g(x)$	$h(x)$
3	0	–	0
4	1	4	1
7	2	4.65	2.24
9	2.45	5	2.45

e) 

R.44

a) Domaines et images :

$$f(x) : x \geq 1,\ y \geq 3; \quad g(x) : x \geq -2,\ y \leq 1;$$

$$h(x) : x \geq 4,\ y \geq -2$$

b) Calculs :

$$f(1) = 3,\ f(5) = 7$$

$$g(-2) = 1,\ g(2) = -1$$

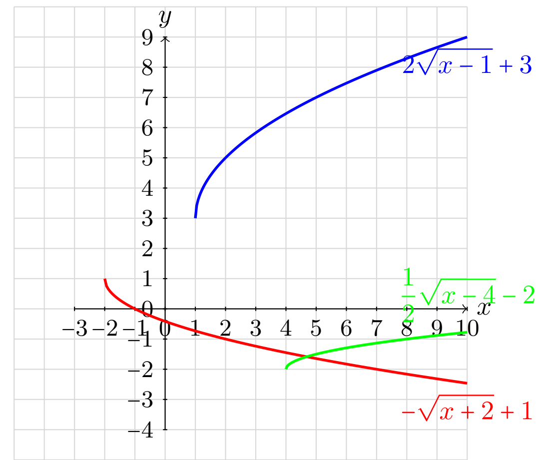
$$h(4) = -2,\ h(8) = -1$$

c) Résolution des équations :

$$f(x) = 7 \Rightarrow x = 5$$

$$g(x) = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$h(x) = 0 \Rightarrow x = 20$$

d) 

R.45

a) $f(-2) = -3, \quad f(0) = 0, \quad f(3) = 9$

b) $g(-3) = 3, \quad g(1) = -1, \quad g(4) = 6$

c) $h(0) = -4, \quad h(2) = 4, \quad h(5) = 13$

d) $k(-3) = 7, \quad k(0) = 1, \quad k(2) = 1$

e) $g(1) = 1, \quad g(2) = 5, \quad g(5) = 10$

f) $h(-1) = 2, \quad h(1) = 1, \quad h(4) = 3$

R.46

a) $f(x) = |x| = \begin{cases} -x & \text{si } x < 0 \\ x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

b) $g(x) = |x - 3| = \begin{cases} 3 - x & \text{si } x < 3 \\ x - 3 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

c) $h(x) = |2x + 1| = \begin{cases} -2x - 1 & \text{si } x < -\frac{1}{2} \\ 2x + 1 & \text{si } x \geq -\frac{1}{2} \end{cases}$

d) $k(x) = 3|x - 2| + 1 = \begin{cases} -3x + 7 & \text{si } x < 2 \\ 3x - 5 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

e) $m(x) = -|x + 4| + 2 = \begin{cases} x + 6 & \text{si } x < -4 \\ -x - 2 & \text{si } x \geq -4 \end{cases}$

R.47

a) $f(x) = 2|x - 3| - 1 = \begin{cases} -2x + 5 & \text{si } x < 3 \\ 2x - 7 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

b) $g(x) = -|x + 2| + 4 = \begin{cases} x + 6 & \text{si } x < -2 \\ -x + 2 & \text{si } x \geq -2 \end{cases}$

c) $h(x) = 3|2x-1| + 2 = \begin{cases} -6x+5 & \text{si } x < \frac{1}{2} \\ 6x-1 & \text{si } x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$

d) $k(x) = -0.5|x+3| - 1 = \begin{cases} 0.5x+0.5 & \text{si } x < -3 \\ -0.5x-2.5 & \text{si } x \geq -3 \end{cases}$

R.48

a) Domaines et images :

$$f(x) : \mathbb{R},\ y \geq 0; \quad g(x) : \mathbb{R},\ y \geq 3; \quad h(x) : \mathbb{R},\ y \geq -1$$

b) Calculs :

$$f(-3) = 3, \quad f(0) = 0, \quad f(4) = 4$$

$$g(0) = 5, \quad g(2) = 3, \quad g(5) = 6$$

$$h(-3) = 3, \quad h(0) = 1, \quad h(1) = 3$$

c) Résolution des équations :

$$f(x) = 2 \Rightarrow x = \pm 2$$

$$g(x) = 4 \Rightarrow x = 1 \text{ ou } x = 3$$

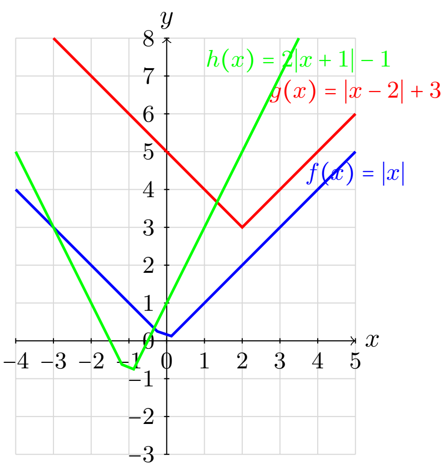
$$h(x) = 3 \Rightarrow x = 1 \text{ ou } x = -3$$

d) Résolution des inéquations :

$$f(x) \leq 3 \Rightarrow -3 \leq x \leq 3$$

$$g(x) \geq 5 \Rightarrow x \leq 0 \text{ ou } x \geq 4$$

$$h(x) < 2 \Rightarrow -2.5 < x < 0.5$$

e) 

R.49

a) $f(x) = 2 + \dfrac{7}{x-3} \Rightarrow a = 7,\ h = 3,\ k = 2$

b) $g(x) = 1 + \dfrac{3}{x+1} \Rightarrow a = 3,\ h = -1,\ k = 1$

c) $h(x) = 3 + \dfrac{1}{x-2} \Rightarrow a = 1,\ h = 2,\ k = 3$

d) $p(x) = 1 - \dfrac{9}{x+2} \Rightarrow a = -9,\ h = -2,\ k = 1$

R.50

a) $f(x) = \dfrac{1}{x+1} + 2$

b) $g(x) = \dfrac{1}{x-2} + 3$

c) $h(x) = \dfrac{\frac{1}{2}}{x-3} - \dfrac{1}{2}$

d) $p(x) = \dfrac{-9}{x+2} + 4$

e) $r(x) = \dfrac{-1}{x-3} - 2$

f) $s(x) = \dfrac{5}{2(x+2)} + \dfrac{1}{2}$

R.51

a) Domaines :

$$f(x) : x \neq 1, \quad g(x) : x \neq -2, \quad h(x) : x \neq 3$$

b) Asymptotes :

$$f(x) : x = 1 \text{ (verticale)},\ y = 3 \text{ (horizontale)}$$

$$g(x) : x = -2 \text{ (verticale)},\ y = 1 \text{ (horizontale)}$$

$$h(x) : x = 3 \text{ (verticale)},\ y = -2 \text{ (horizontale)}$$

c) Calculs :

$$f(0) = 1, \quad f(2) = 5$$

$$g(0) = 0.5, \quad g(-1) = 0$$

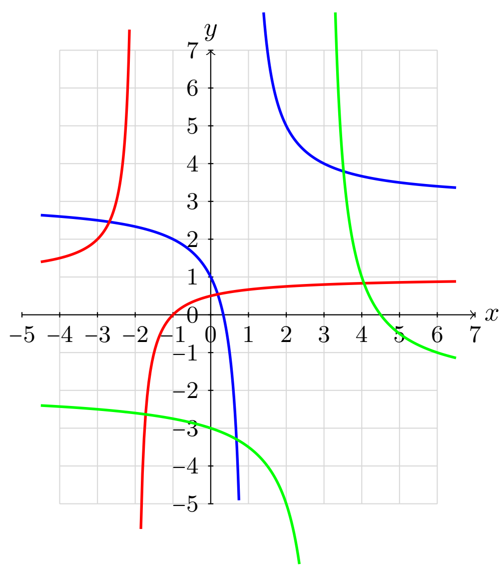
$$h(0) = -3, \quad h(6) = -1$$

d) Résolution des équations :

$$f(x) = 5 \Rightarrow x = 2$$

$$g(x) = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$h(x) = 1 \Rightarrow x = 4$$

e) 

R.52

a) Domaines :

$$f(x) : x \neq 2, \quad g(x) : x \neq 3, \quad h(x) : x \neq -2$$

b) Calculs :

$$f(0) - \frac{1}{2},\ f(3) = 1$$

$$g(0) = -\frac{1}{3},\ g(4) = \frac{5}{1} = 5$$

$$h(0) = -\frac{1}{2},\ h(2) = \frac{3}{4}$$

c) Asymptotes :

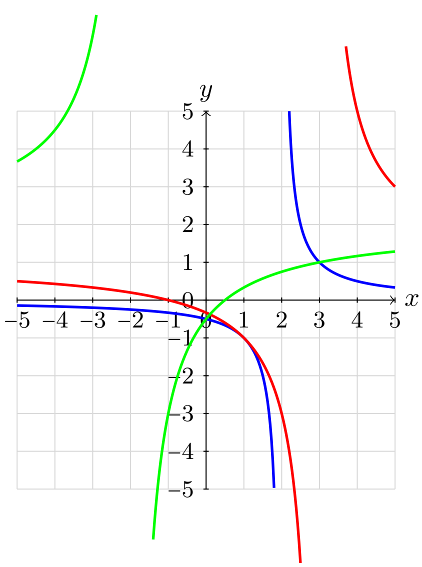
- $f(x) = \dfrac{1}{x-2}$: verticale $x = 2$, horizontale $y = 0$
- $g(x) = \dfrac{x+1}{x-3}$: verticale $x = 3$, horizontale $y = 1$
- $h(x) = \dfrac{2x-1}{x+2}$: verticale $x = -2$, horizontale $y = 2$

d) Équations :

$$f(x) = 1 \Rightarrow x = 3$$

$$g(x) = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$h(x) = 1 \Rightarrow x = 3$$



e)

R.53

a) $f(x) = \dfrac{2}{(x-2)^2} + 3.$

c) $h(x) = \dfrac{5}{(x-5)^2} - 1.$

b) $g(x) = \dfrac{-1}{(x+3)^2} + 4.$

d) $p(x) = \dfrac{-3}{(x+2)^2} - 2.$

R.54

a) Domaine : $\mathbb{R} \setminus \{h\}$; Image : $\mathbb{R} \setminus \{k\}$

b) Domaine : $\mathbb{R} \setminus \{h\}$; Image :

- si $a > 0$: $]k, +\infty$
- si $a < 0$: $-\infty, k[$

c) Domaine : $\mathbb{R} \setminus \{h\}$; Image : $\mathbb{R} \setminus \{k\}$

d) Domaine : $\mathbb{R} \setminus \{-h\}$; Image : $\mathbb{R} \setminus \{-k\}$

R.55

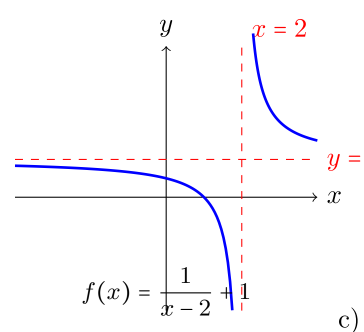
a) Asymptote verticale : $x = 3$; Asymptote horizontale : $y = 2$ Transformation : translation de 3 unités vers la droite et 2 unités vers le haut du graphe de $y = \dfrac{1}{x}$.

b) Asymptote verticale : $x = -1$; Asymptote horizontale : $y = -3$ Transformation : réflexion sur l'axe des x, étirement vertical par un facteur 2, translation de 1 unité vers la gauche et 3 unités vers le bas du graphe de $y = \dfrac{1}{x}$.

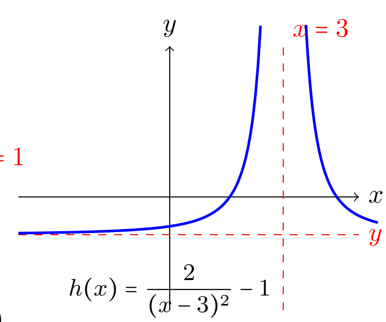
c) Asymptote verticale : $x = 4$; Asymptote horizontale : $y = -1$ Transformation : translation de 4 unités vers la droite et 1 unité vers le bas du graphe de $y = \dfrac{1}{x^2}$.

d) Asymptote verticale : $x = -2$; Asymptote horizontale : $y = 4$ Transformation : réflexion sur l'axe des x, étirement vertical par un facteur 3, translation de 2 unités vers la gauche et 4 unités vers le haut du graphe de $y = \dfrac{1}{x^2}$.

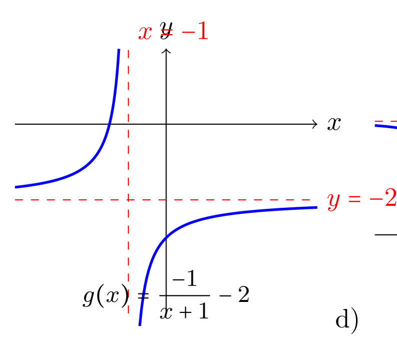
R.56



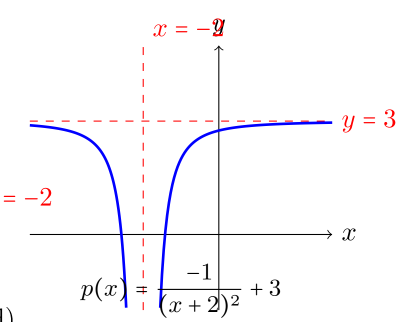
a)



c)



b)



d)

R.57

a) Amplitude : 2

b) Amplitude : 5

c) Amplitude : $\frac{7}{2}$

d) Amplitude : 3

e) Amplitude : 10

f) Amplitude : $\frac{9}{4}$

g) Amplitude : 1

h) Amplitude : $\frac{11}{3}$

R.58

a) Image : $[1,5]$

b) Image : $[-4,4]$

c) Image : $[-4,2]$

d) Image : $[1.5,2.5]$

e) Image : $[-2,10]$

f) Image : $[-5,1]$

g) Image : $[4,6]$

h) Image : $[-12,-2]$

R.59

a) Période : π

b) Période : $\frac{2\pi}{5}$

c) Période : 6π

d) Période : $\frac{\pi}{4}$

e) Période : 4π

f) Période : $\frac{\pi}{6}$

g) Période : 12π

h) Période : $\frac{\pi}{2}$

R.60

a) $A=3,\ \omega=2,\ T=\pi,\ f=\frac{1}{\pi}$

b) $A=5,\ \omega=4,\ T=\frac{\pi}{2},\ f=\frac{2}{\pi}$

c) $A=\frac{7}{2},\ \omega=\frac{1}{3},\ T=6\pi,\ f=\frac{1}{6\pi}$

d) $A=2,\ \omega=6,\ T=\frac{\pi}{3},\ f=\frac{3}{\pi}$

e) $A=10,\ \omega=0.5,\ T=4\pi,\ f=\frac{1}{4\pi}$

f) $A=\frac{9}{4},\ \omega=8,\ T=\frac{\pi}{4},\ f=\frac{4}{\pi}$

g) $A=1,\ \omega=\frac{1}{5},\ T=10\pi,\ f=\frac{1}{10\pi}$

h) $A=11,\ \omega=12,\ T=\frac{\pi}{6},\ f=\frac{6}{\pi}$

R.61

a) $f(x)=\sin\left(x-(-\frac{\pi}{3})\right) \Rightarrow A=1,\ \omega=1,\ h=-\frac{\pi}{3},\ k=0$

b) $h(x)=\sin[2(x-\frac{\pi}{2})] \Rightarrow A=3,\ \omega=2,\ h=\frac{\pi}{2},\ k=0$

c) $q(x)=-1\sin\left[\frac{1}{2}(x-0)\right]-2 \Rightarrow A=-1,\ \omega=\frac{1}{2},\ h=0,\ k=-2$

R.62

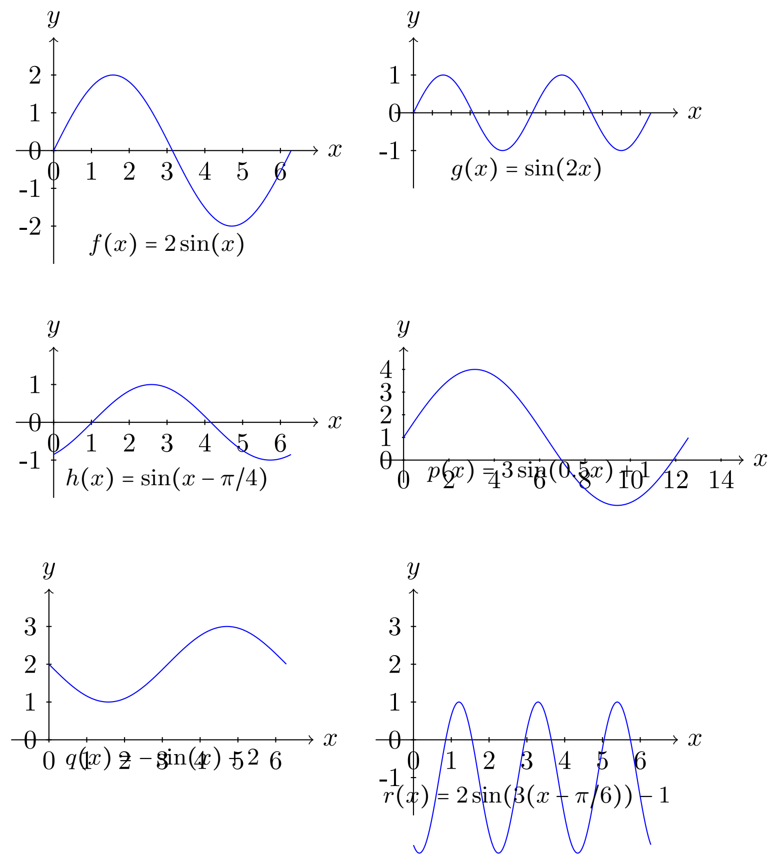
a) $f(x)=2\sin(x)$: $A=2,\ \omega=1,\ T=2\pi,\ f=\frac{1}{2\pi},\ \phi=0,\ k=0.$

b) $f(x)=5\cos(2x)$: $A=5, \omega=2, T=\pi, f=\frac{1}{\pi}, \phi=0, k=0.$

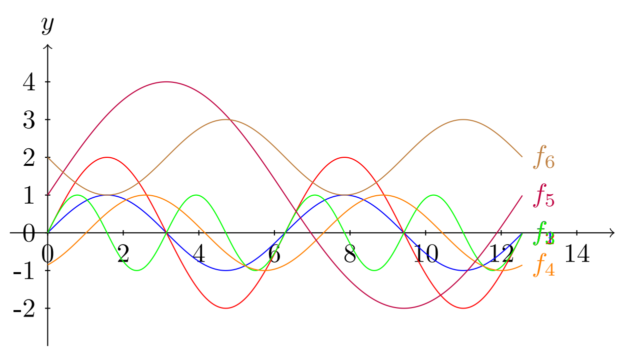
c) $f(x)=1.5\sin\left(\frac{\pi}{3}x\right)+1$: $A=1.5,\ \omega=\frac{\pi}{3},\ T=6,\ f=\frac{1}{6},\ \phi=0,\ k=1.$

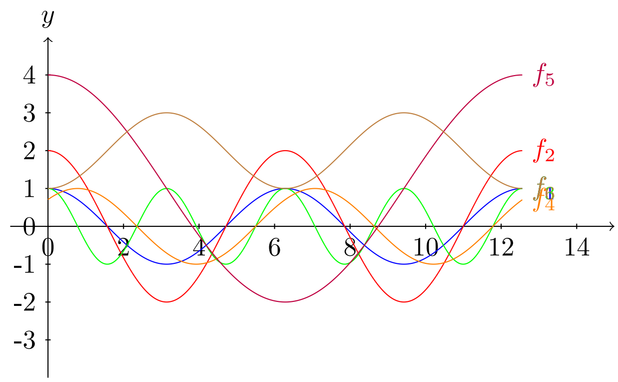
d) $f(x)=-3\sin(0.5x)-1$: $A=3,\ \omega=0.5,\ T=4\pi,\ f=\frac{1}{4\pi},\ \phi=0,\ k=-1.$

R.63



R.64





R.65

R.66

a) $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi.$

b) $x = \dfrac{5\pi}{6} + k\pi.$

c) $x = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{k\pi}{2}.$

d) $x = \dfrac{3\pi}{2} + 3k\pi.$

e) $x = \dfrac{\pi}{2} + \dfrac{k\pi}{3}.$

f) $x = \dfrac{\pi}{8} + \dfrac{k\pi}{2}.$

R.67

a) $f(x) = \sin(x)$ Domaine : $\mathbb{R}$; Image : $[-1{,}1]$ Valeurs : $\sin(0) = 0$, $\sin(\pi/2) = 1$, $\sin(\pi) = 0$, $\sin(3\pi/2) = -1$, $\sin(2\pi) = 0$

b) $g(x) = \cos(x)$ Domaine : $\mathbb{R}$; Image : $[-1{,}1]$ Valeurs : $\cos(0) = 1$, $\cos(\pi/2) = 0$, $\cos(\pi) = -1$, $\cos(3\pi/2) = 0$, $\cos(2\pi) = 1$

c) $h(x) = \tan(x)$ Domaine : $\mathbb{R} \setminus \{\pi/2 + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$; Image : $\mathbb{R}$ Valeurs : $\tan(0) = 0$, $\tan(\pi/2)$ non défini, $\tan(\pi) = 0$, $\tan(3\pi/2)$ non défini, $\tan(2\pi) = 0$

d) $p(x) = \cot(x)$ Domaine : $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$; Image : $\mathbb{R}$ Valeurs : $\cot(0)$ non défini, $\cot(\pi/2) = 0$, $\cot(\pi)$ non défini, $\cot(3\pi/2) = 0$, $\cot(2\pi)$ non défini

e) $q(x) = \sec(x)$ Domaine : $\mathbb{R} \setminus \{\pi/2 + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$; Image : $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ Valeurs : $\sec(0) = 1$, $\sec(\pi/2)$ non défini, $\sec(\pi) = -1$, $\sec(3\pi/2)$ non défini, $\sec(2\pi) = 1$

f) $r(x) = \csc(x)$ Domaine : $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$; Image : $(-\infty,-1] \cup [1,+\infty)$ Valeurs : $\csc(0)$ non défini, $\csc(\pi/2) = 1$, $\csc(\pi)$ non défini, $\csc(3\pi/2) = -1$, $\csc(2\pi)$ non défini

R.68

Rappels utiles :

$$\sin(x) = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, \qquad \cos(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi,$$

$\tan(x) = 0 \Leftrightarrow x = k\pi,$ $\quad$ $\sin(x)$ croît sur $[-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}]$, $\quad$ $\cos(x)$ décroît sur $[0,\pi]$.

a) $f_1(x) = \sin(x)$

$$\text{Zéros : } x = k\pi.$$

$\sin(x) > 0$ sur $(0,\pi)+2k\pi$, $\qquad \sin(x) < 0$ sur $(\pi,2\pi)+2k\pi$.

Croissante sur $\left[-\dfrac{\pi}{2} + 2k\pi, \dfrac{\pi}{2} + 2k\pi\right]$. Décroissante sur $\left[\dfrac{\pi}{2} + 2k\pi, \dfrac{3\pi}{2} + 2k\pi\right]$.

b) $f_2(x) = \cos(x)$

$$\text{Zéros : } x = \frac{\pi}{2} + k\pi.$$

$\cos(x) > 0$ sur $(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2})+2k\pi$, $\qquad \cos(x) < 0$ sur $(\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{2})+2k\pi$.

Croissante sur $(\pi + 2k\pi, 2\pi + 2k\pi)$. Décroissante sur $(0 + 2k\pi, \pi + 2k\pi)$.

c) $f_3(x) = \tan(x)$

$$\text{Zéros : } x = k\pi.$$

$\tan(x) > 0$ sur $(0,\dfrac{\pi}{2})+k\pi$, $\qquad \tan(x) < 0$ sur $(-\dfrac{\pi}{2},0)+k\pi$.

Croissante sur tout intervalle

$$\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right).$$

d) $f_4(x) = \sin(2x)$

$$\text{Zéros : } 2x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2}.$$

$$\sin(2x) > 0 \text{ si } 2x \in (0,\pi) + 2k\pi \Rightarrow x \in \left(0,\frac{\pi}{2}\right) + k\pi.$$

$$\sin(2x) < 0 \text{ si } 2x \in (\pi,2\pi) + 2k\pi \Rightarrow x \in \left(\frac{\pi}{2},\pi\right) + k\pi.$$

Croissante sur $\left[-\dfrac{\pi}{4} + k\pi, \dfrac{\pi}{4} + k\pi\right]$. Décroissante sur $\left[\dfrac{\pi}{4} + k\pi, \dfrac{3\pi}{4} + k\pi\right]$.

e) $f_5(x) = \cos(x - \dfrac{\pi}{3})$

$$x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Rightarrow x = \frac{5\pi}{6} + k\pi.$$

$$\cos(x - \frac{\pi}{3}) > 0 \text{ si } |x - \frac{\pi}{3}| < \frac{\pi}{2} + 2k\pi.$$

$$\cos(x - \frac{\pi}{3}) < 0 \text{ si } x - \frac{\pi}{3} \in (\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}) + 2k\pi.$$

Croissante sur $(\pi + k\pi, 2\pi + k\pi)$ décalé de $\pi/3$:

$$x \in \left(\pi + \frac{\pi}{3} + k\pi, 2\pi + \frac{\pi}{3} + k\pi\right).$$

Décroissante sur

$$x \in \left(\frac{\pi}{3} + k\pi, \frac{4\pi}{3} + k\pi\right).$$

f) $f_6(x) = -\sin(x)$

$$\text{Zéros : } -\sin(x) = 0 \Rightarrow x = k\pi.$$

$$-\sin(x) > 0 \Leftrightarrow \sin(x) < 0 \Rightarrow x \in (\pi, 2\pi) + 2k\pi.$$

$$-\sin(x) < 0 \Leftrightarrow \sin(x) > 0 \Rightarrow x \in (0, \pi) + 2k\pi.$$

Croissante là où $\sin(x)$ est décroissante :

$$x \in \left[\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi\right].$$

Décroissante là où $\sin(x)$ est croissante :

$$x \in \left[-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right].$$

R.69

a) $\arcsin\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{6}$

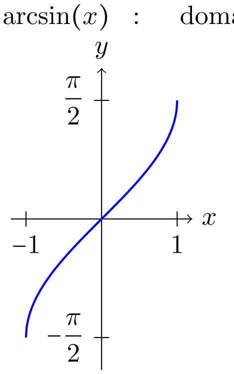
b) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{3\pi}{4}$

c) $\arctan(1) = \frac{\pi}{4}$

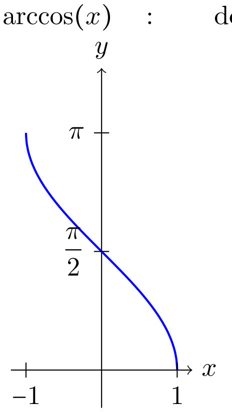
d) $\arctan(0) = 0$

R.70

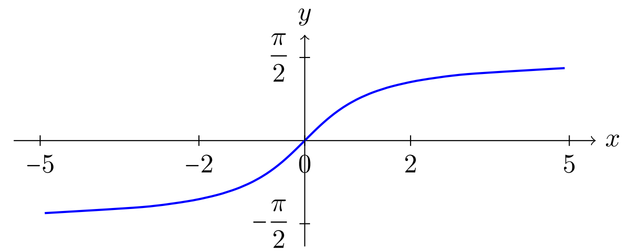
- $\arcsin(x)$: domaine $[-1,1]$, image $[-\pi/2, \pi/2]$



- $\arccos(x)$: domaine $[-1,1]$, image $[0, \pi]$



- $\arctan(x)$: domaine $\mathbb{R}$, image $(-\pi/2, \pi/2)$



R.71

a) Croissante (car $\arcsin'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} > 0$ pour $x \in [-1,1]$)

b) Décroissante (car $\arccos'(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} < 0$ pour $x \in [-1,1]$)

c) Croissante (car $\arctan'(x) = \frac{1}{1+x^2} > 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$)

d) Décroissante (car $(-\arctan(x))' = -\frac{1}{1+x^2} < 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$)

R.72

a) $\sin(\arccos x) = \sqrt{1-x^2}$

b) $\cos(\arcsin x) = \sqrt{1-x^2}$

c) $\tan(\arccos x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$

d) $\sin(\arctan x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

R.73

a) Domaine : $x \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$, Image : $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

b) Domaine : $x \in [-3, 3]$, Image : $[0, \pi]$

c) Domaine : $x \in \mathbb{R}$, Image : $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

d) Domaine : $x \in [-2, 0]$, Image : $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

R.74

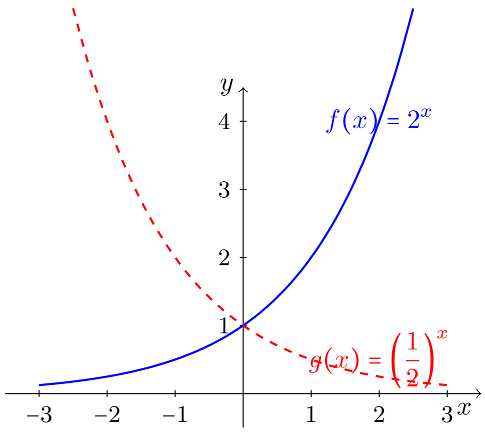
a) $f(2) = 2^2 = 4$.

b) $g(2) = 3^{2-1} = 3$.

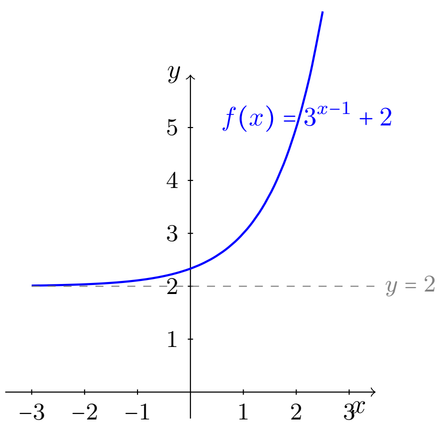
c) $h(2) = 5^{-2} = \frac{1}{25}$.

d) $k(2) = \left(\frac{1}{2}\right)^{2+3} = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}$.

R.75

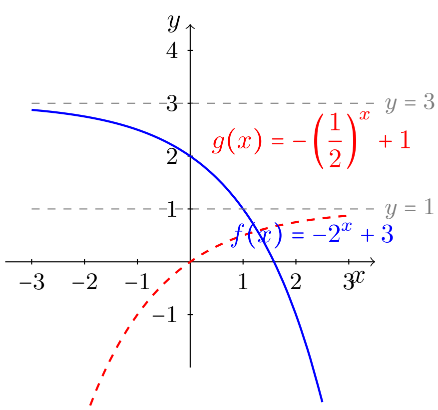


R.76 La courbe de $f(x) = 3^{x-1} + 2$ est obtenue par translation de 1 unité vers la droite et 2 unités vers le haut de la courbe de $y = 3^x$. Son asymptote horizontale est la droite $y = 2$.

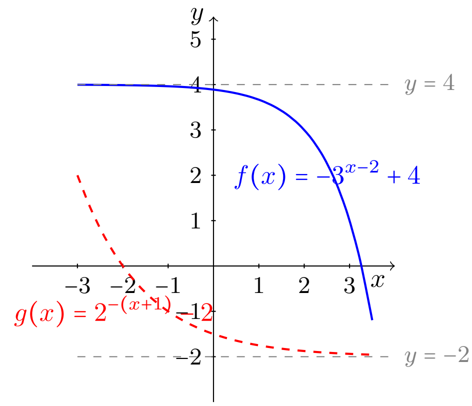


R.77 Les deux fonctions sont des **réflexions verticales** de fonctions exponentielles classiques.

- $f(x) = -2^x + 3$ est la réflexion de 2^x par rapport à l'axe des x, puis translatée vers le haut de 3 unités. Asymptote horizontale : $y = 3$.
- $g(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^x + 1$ est la réflexion de $\left(\frac{1}{2}\right)^x$ par rapport à l'axe des x, puis translatée vers le haut de 1 unité. Asymptote horizontale : $y = 1$.



R.78



R.79

a) Une équation possible : $f(x) = 2^{x-1} + 1$. La courbe est une exponentielle croissante, translatée de 1 unité vers la droite et de 1 unité vers le haut. Asymptote : $y = 1$.

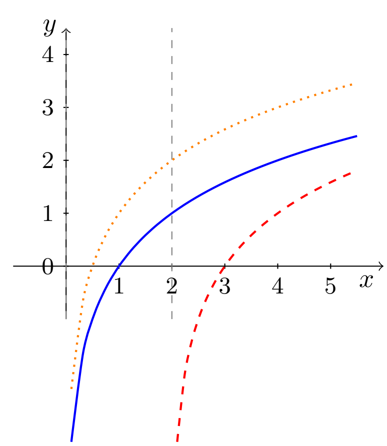
b) Une équation possible : $g(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^x - 2$. La courbe est une exponentielle décroissante, réfléchie verticalement et abaissée de 2 unités. Asymptote : $y = -2$.

R.80

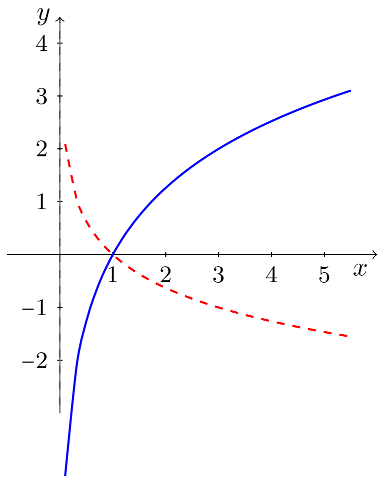
$$\text{A)} \to (1), \quad \text{B)} \to (2), \quad \text{C)} \to (3), \quad \text{D)} \to (4)$$

- **A :** $f(x) = 2^x$ — exponentielle croissante passant par (0,1).
- **B :** $g(x) = 2^{x-2} + 1$ — translation de 2 unités à droite et 1 vers le haut.
- **C :** $h(x) = -2^x + 3$ — réflexion verticale et translation de 3 unités vers le haut.
- **D :** $k(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ — exponentielle décroissante passant par (0,1).

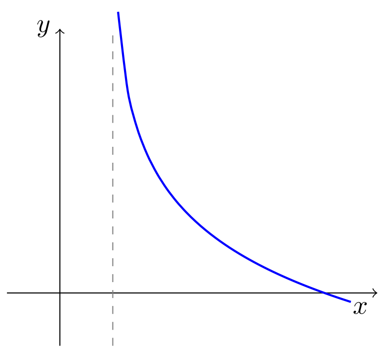
R.81



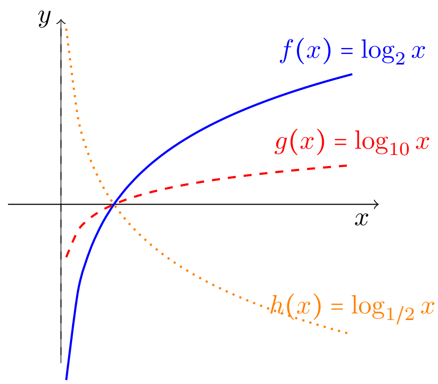
R.82



R.83



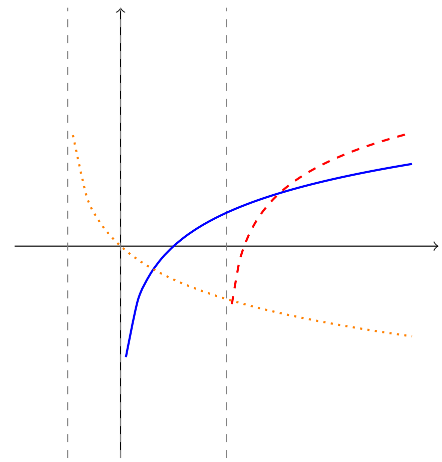
R.84



R.85

- A → $k(x) = -\log_{1/2}(x+2)$
- B → $f(x) = \log_2(x)$
- C → $g(x) = \log_2(x-1) + 2$
- D → $h(x) = \log_{1/2}(x+2)$

R.86



R.87

a) Courbe 1 → $f(x) = \log_2(x)$, Courbe 2 → $g(x) = \log_{10}(x)$, Courbe 3 → $h(x) = \log_{\frac{1}{3}}(x)$.

b) f et g sont croissantes (bases > 1), h est décroissante (base < 1).

c) $f(x) = \log_2(x)$ croît le plus rapidement, car la base 2 est plus petite que 10 mais supérieure à 1.

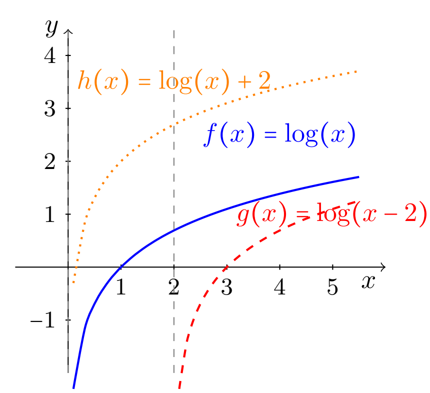
R.88

a) Courbe 1 → $f(x) = \log_3(x)$ Courbe 2 → $g(x) = \log_3(x-2)+1$ Courbe 3 → $h(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x+1)$

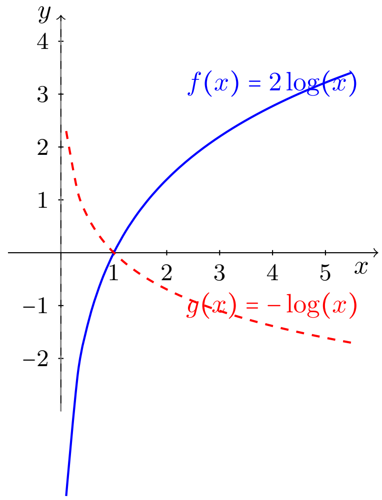
b) Asymptotes : $x = 0$ pour $f(x)$, $x = 2$ pour $g(x)$, $x = -1$ pour $h(x)$.

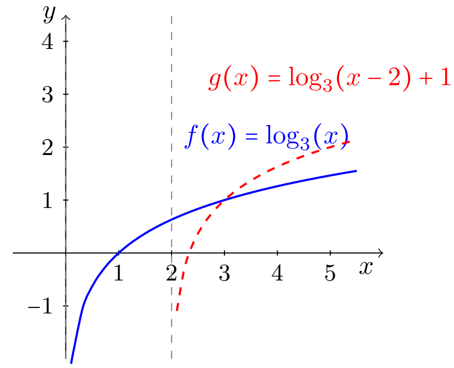
c) Transformations : f : fonction de base. g : translation de 2 unités vers la droite et 1 unité vers le haut. h : réflexion horizontale (car base < 1) et translation de 1 unité vers la gauche.

R.89

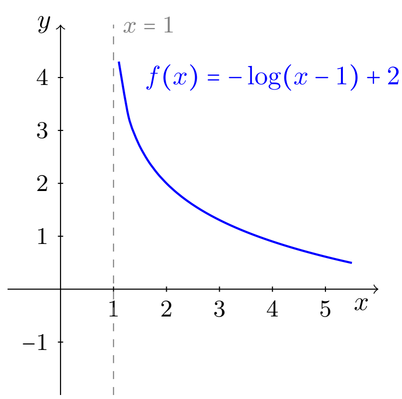


R.90

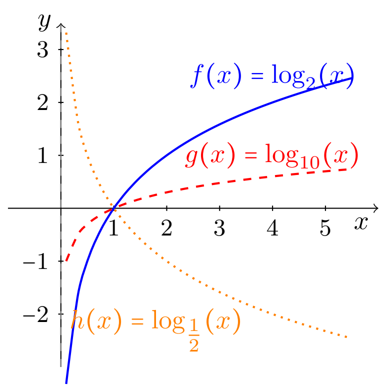

$f(x) = 2\log(x)$
$g(x) = -\log(x)$


$g(x) = \log_3(x-2)+1$
$f(x) = \log_3(x)$

R.91


$x = 1$
$f(x) = -\log(x-1)+2$

R.92


$f(x) = \log_2(x)$
$g(x) = \log_{10}(x)$
$h(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x)$

R.93