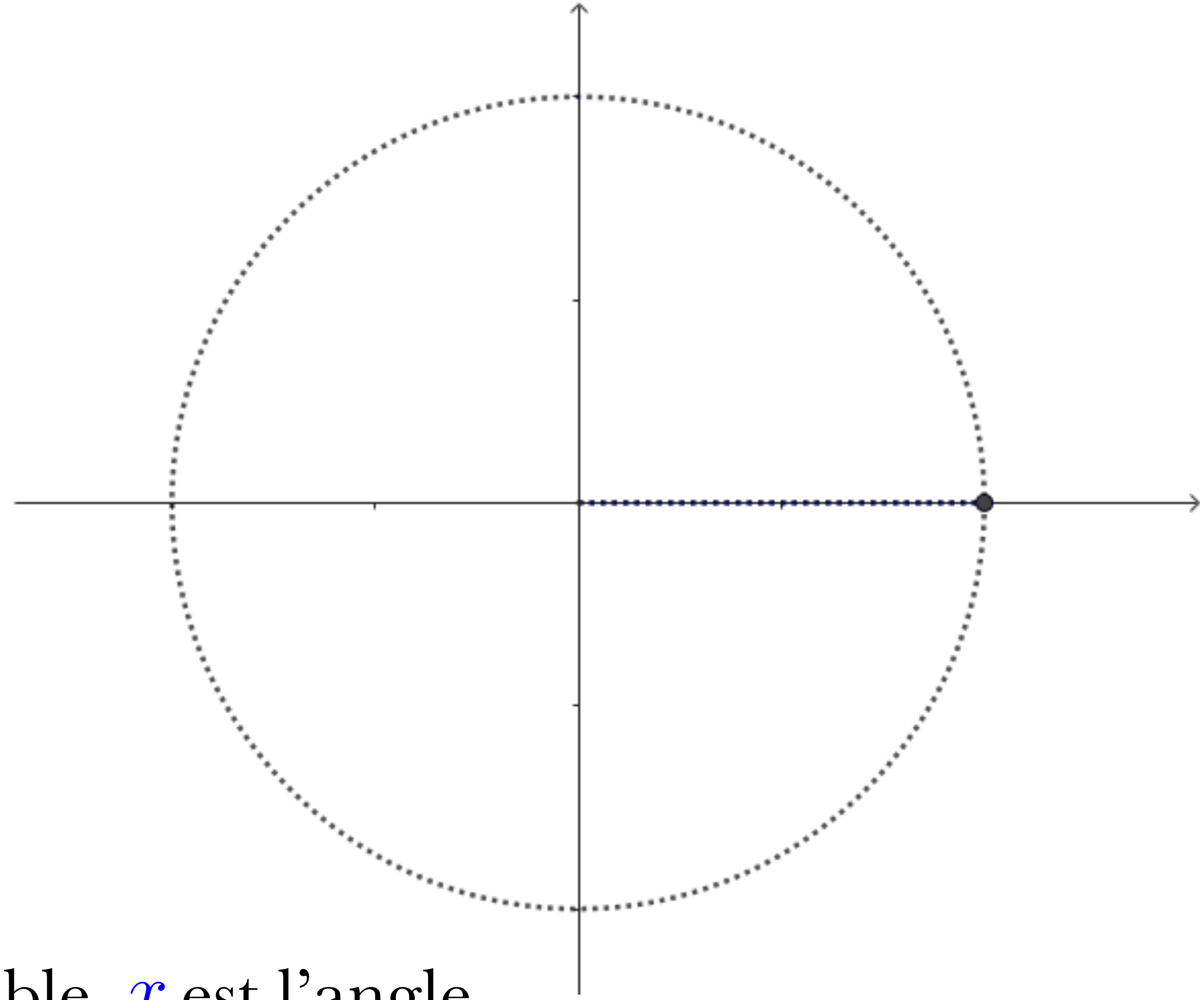
3.6 FONCTIONS SINUSOÏDALE

cours 26

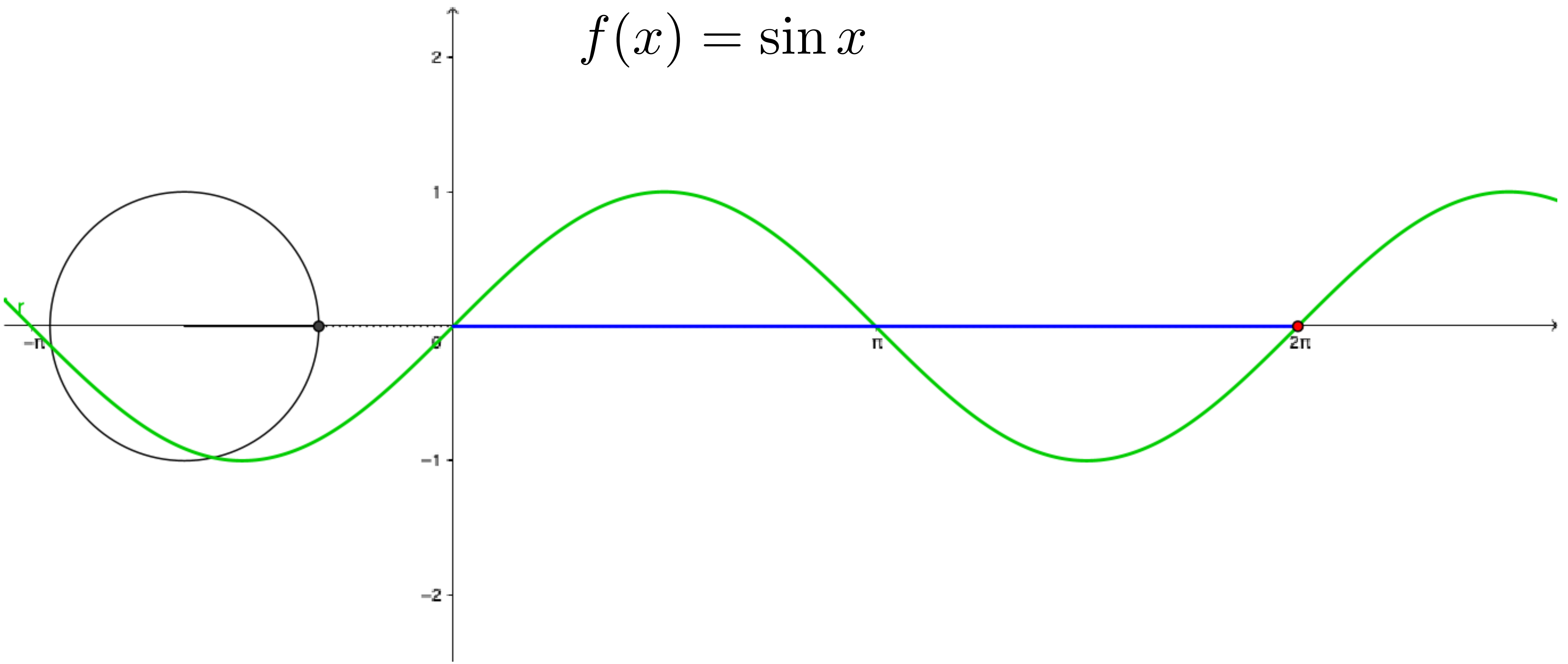
On veut construire une fonction à l'aide de notre construction géométrique pour le sinus.

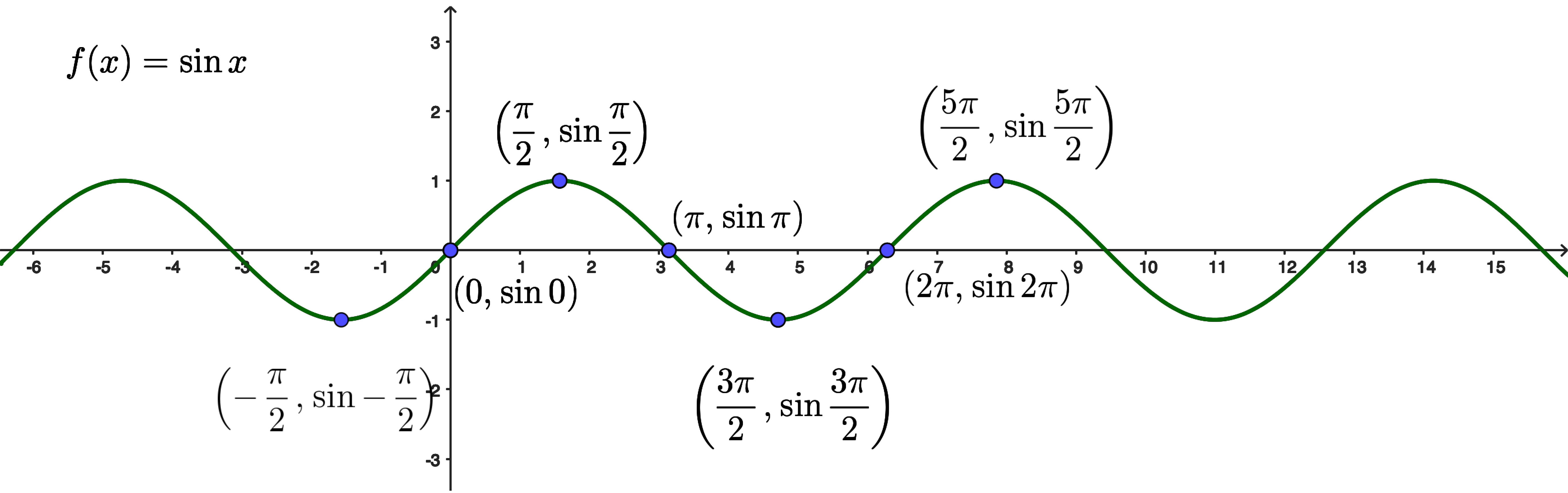


Ici notre variable, x est l'angle

et notre fonction $f(x) = \sin x$ est la hauteur.

$$f(x) = \sin x$$

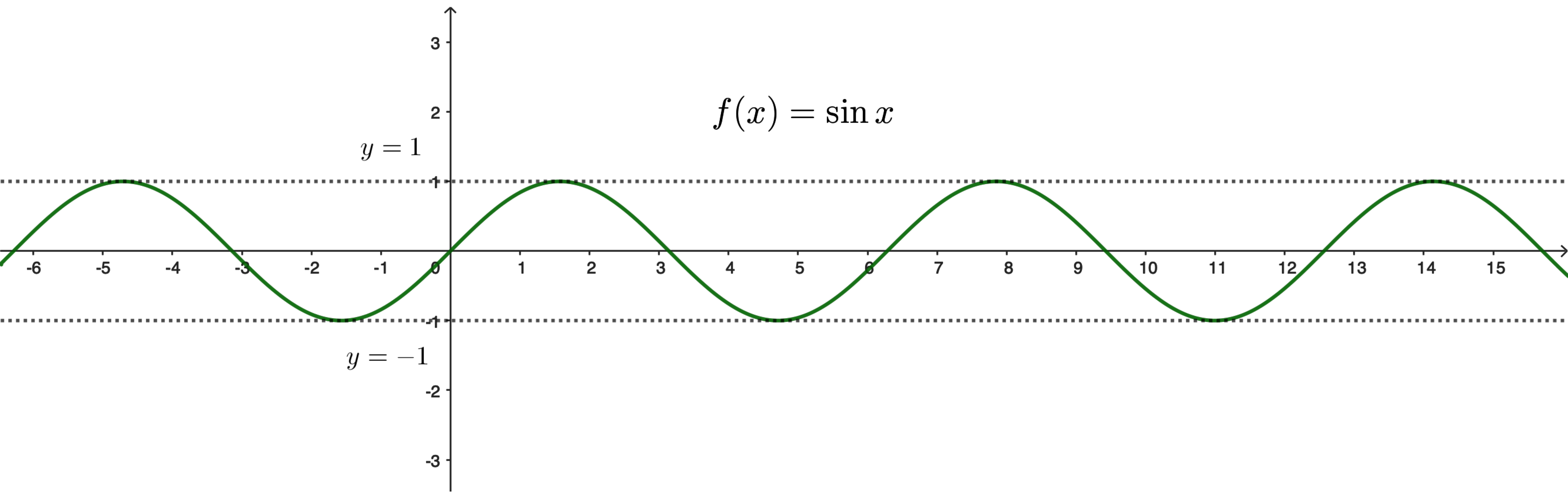




$f(x) = \sin x$
$\left(\frac{\pi}{2}, \sin\frac{\pi}{2}\right)$
$\left(\frac{5\pi}{2}, \sin\frac{5\pi}{2}\right)$
$(\pi, \sin\pi)$
$(0, \sin 0)$
$(2\pi, \sin 2\pi)$
$\left(-\frac{\pi}{2}, \sin -\frac{\pi}{2}\right)$
$\left(\frac{3\pi}{2}, \sin\frac{3\pi}{2}\right)$

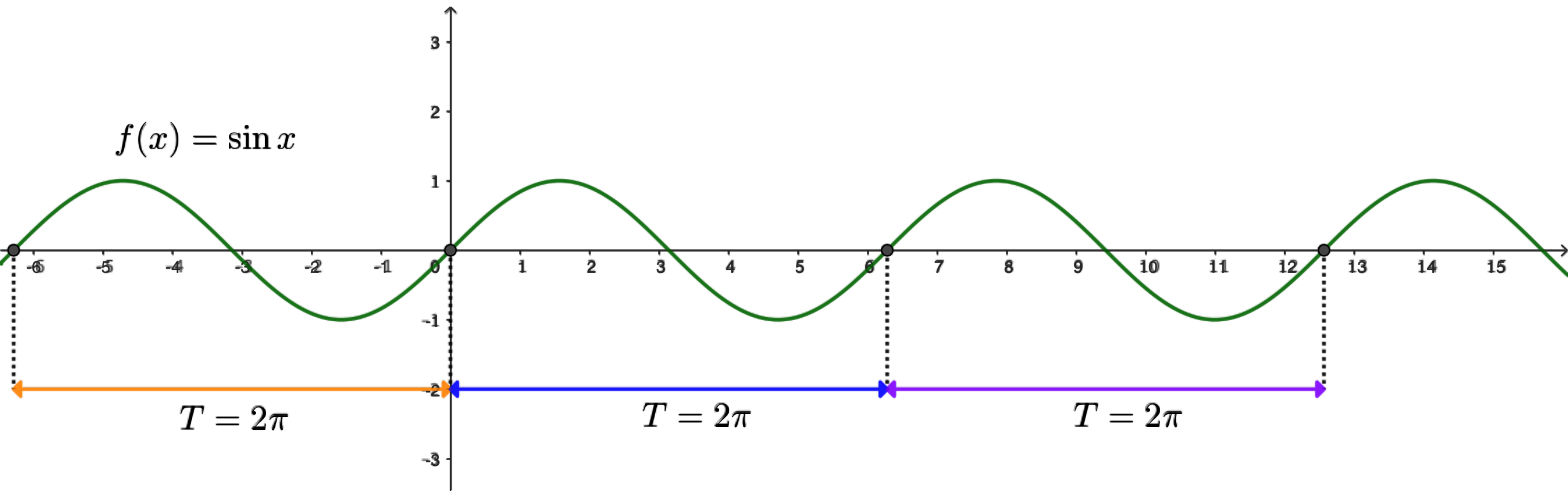
$$\mathrm{Dom}(f(x)) = \mathbb{R}$$

$$\mathrm{Im}(f(x)) = [-1, 1]$$



La fontion sinus est une fonction périodique

$$f(x) = \sin(x) \qquad\qquad f(x) = f(x + k2\pi)$$



La période T est 2π

Comme avec les autres fonctions de base, on peut ajouter des paramètres de translation et d'étirement.

Par contre, il est commun de ne pas utiliser les mêmes lettres que pour les autres fonctions.

Translation vertical: $f(x) = \sin(x) + k$

Étirement vertical: $f(x) = A\sin(x)$

Translation horizontal: $f(x) = \sin(x + \phi) \ = \sin(x - h)$

Étirement horizontal: $f(x) = \sin(\omega x)$

$$f(x) = A\sin(\omega x + \phi) + k$$

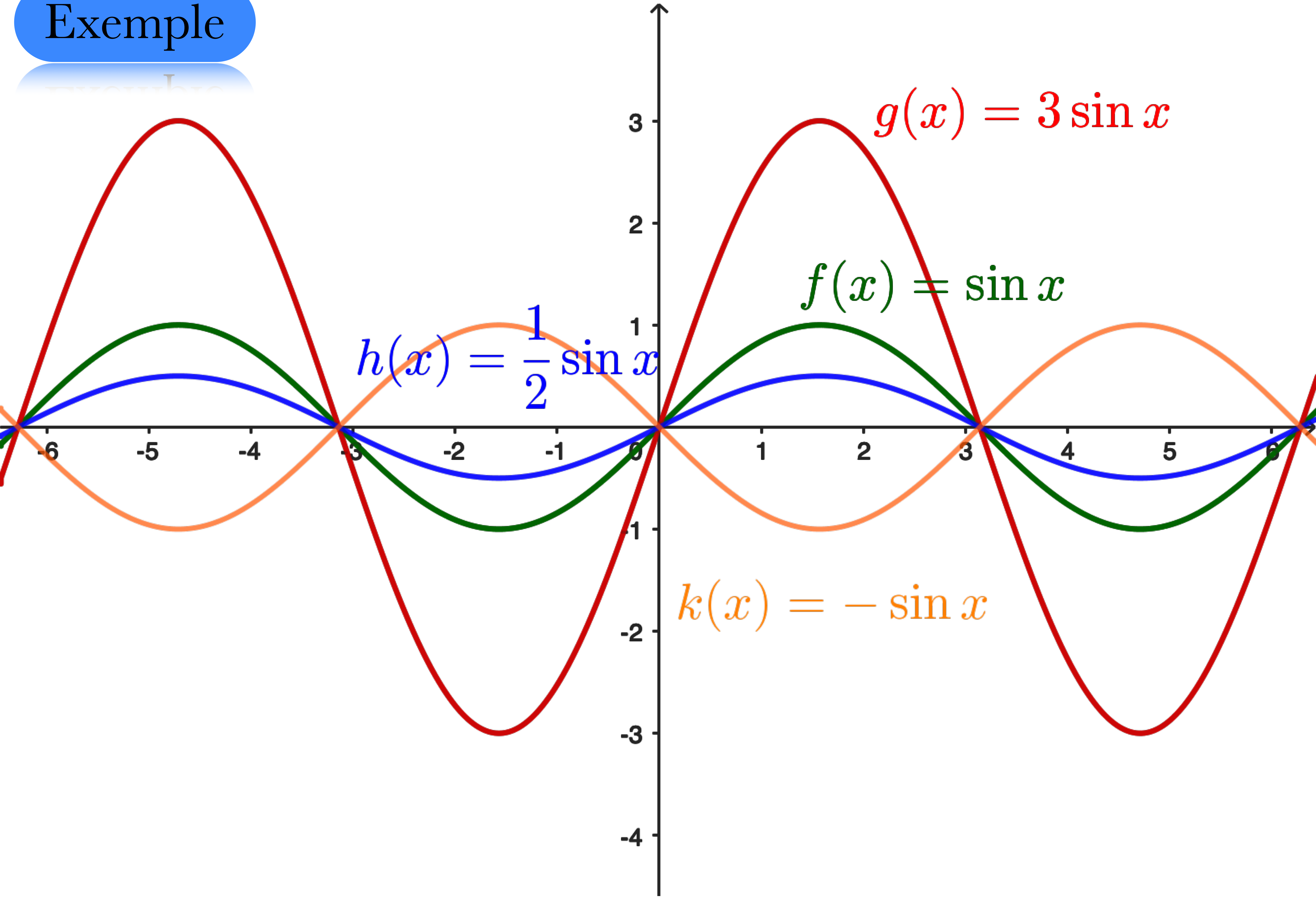
Définition $f(x) = A\sin(\omega x + \phi) + k$

Le facteur A se nomme l'**amplitute** de la fonction sinusoïdale

Le facteur ω se nomme la **vitesse angulaire** de la fonction sinusoïdale

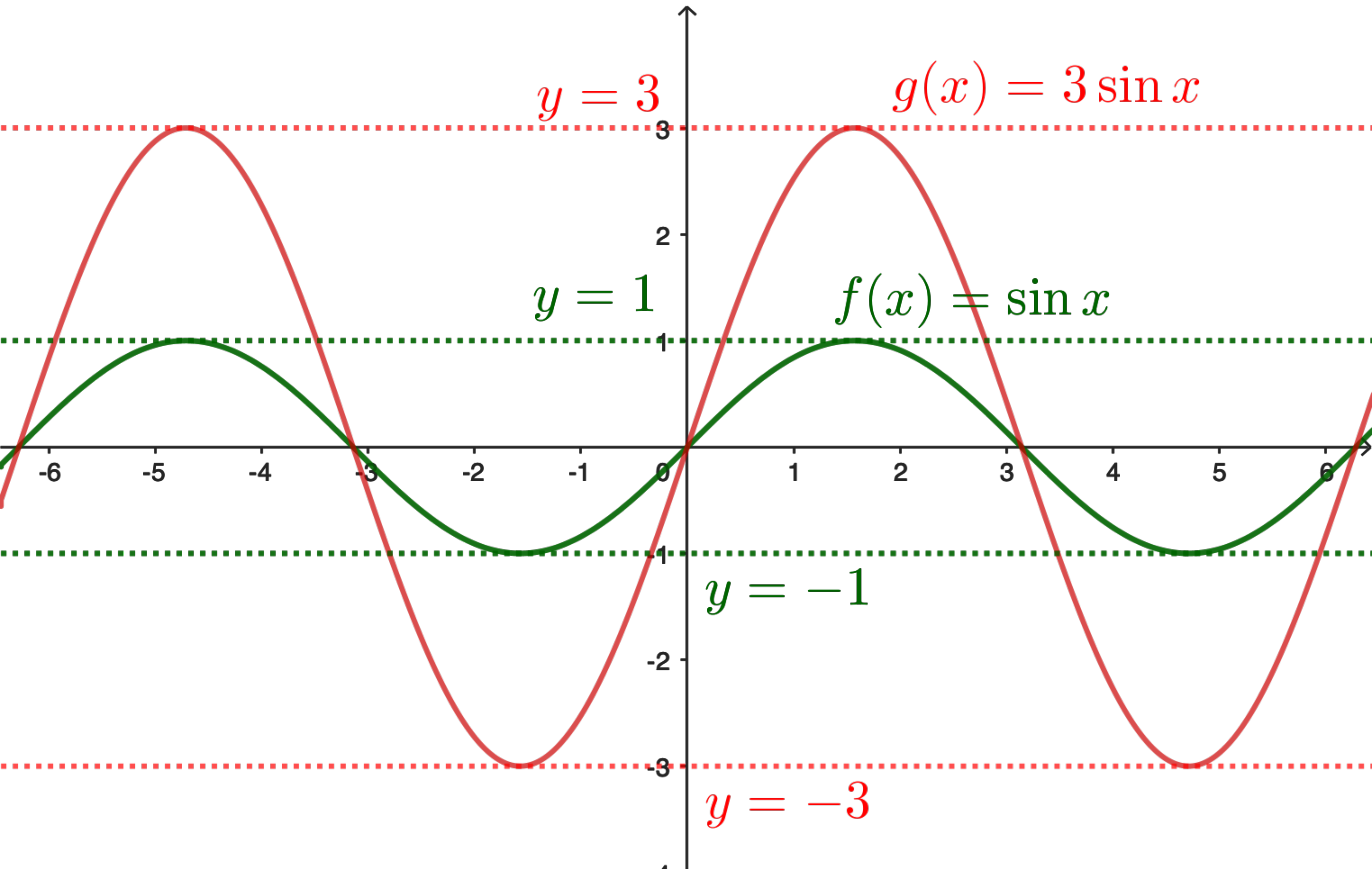
Le facteur ϕ se nomme la **phase à l'origine** de la fonction sinusoïdale

Exemple



$g(x) = 3\sin x$
$f(x) = \sin x$
$h(x) = \frac{1}{2}\sin x$
$k(x) = -\sin x$
3
2
1
-1
-2
-3
-4
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6

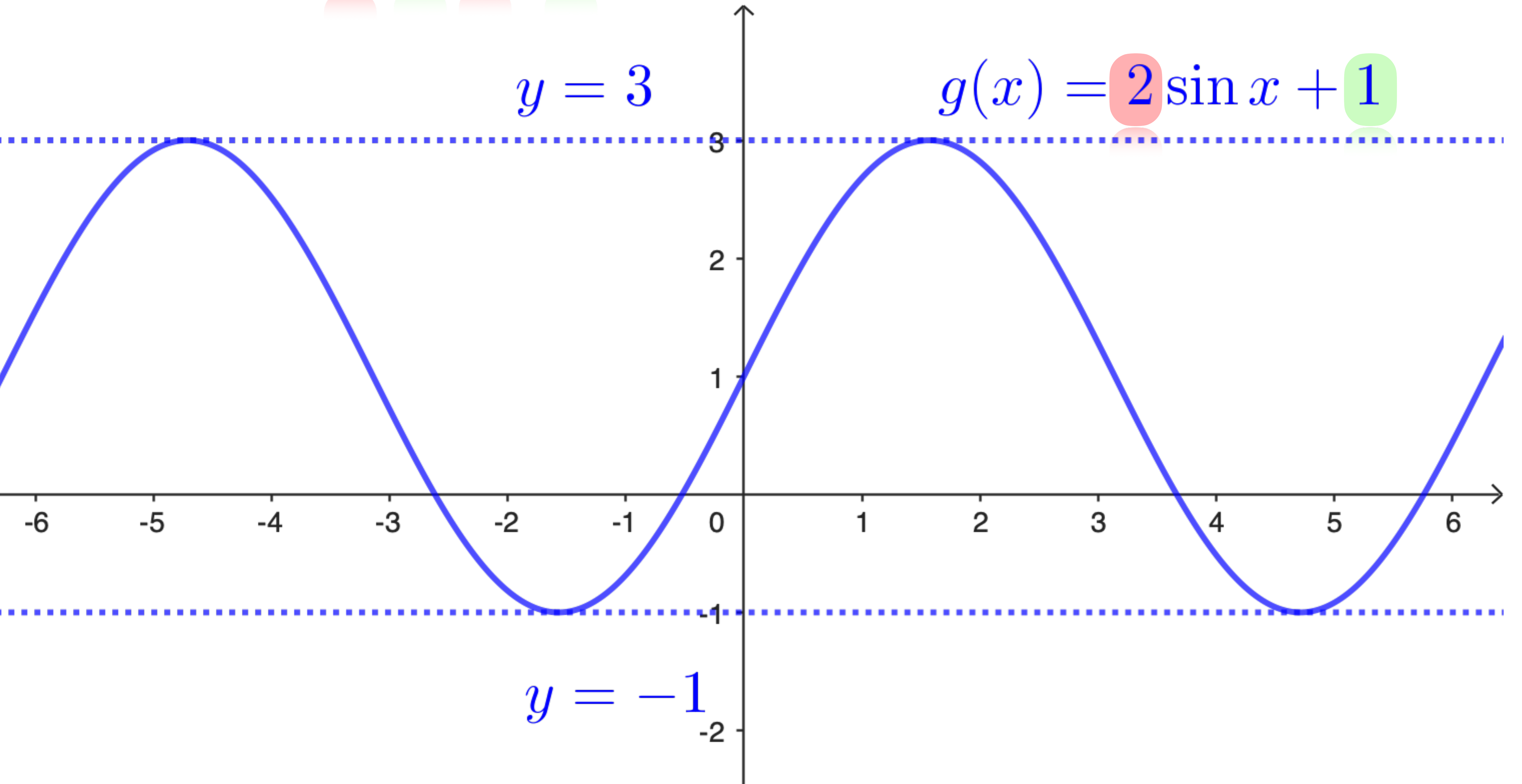
Dans le cas $f(x) = A\sin x$ on a $\mathrm{Im}(f) = [-A, A]$



Si on ajoute une translation $f(x) = A \sin x + k$

alors on aura que $\mathrm{Im}(f) = [-A + k, A + k]$

$\mathrm{Im}(g) = [-2 + 1, 2 + 1] = [-1, 3]$



Faites les exercices suivants

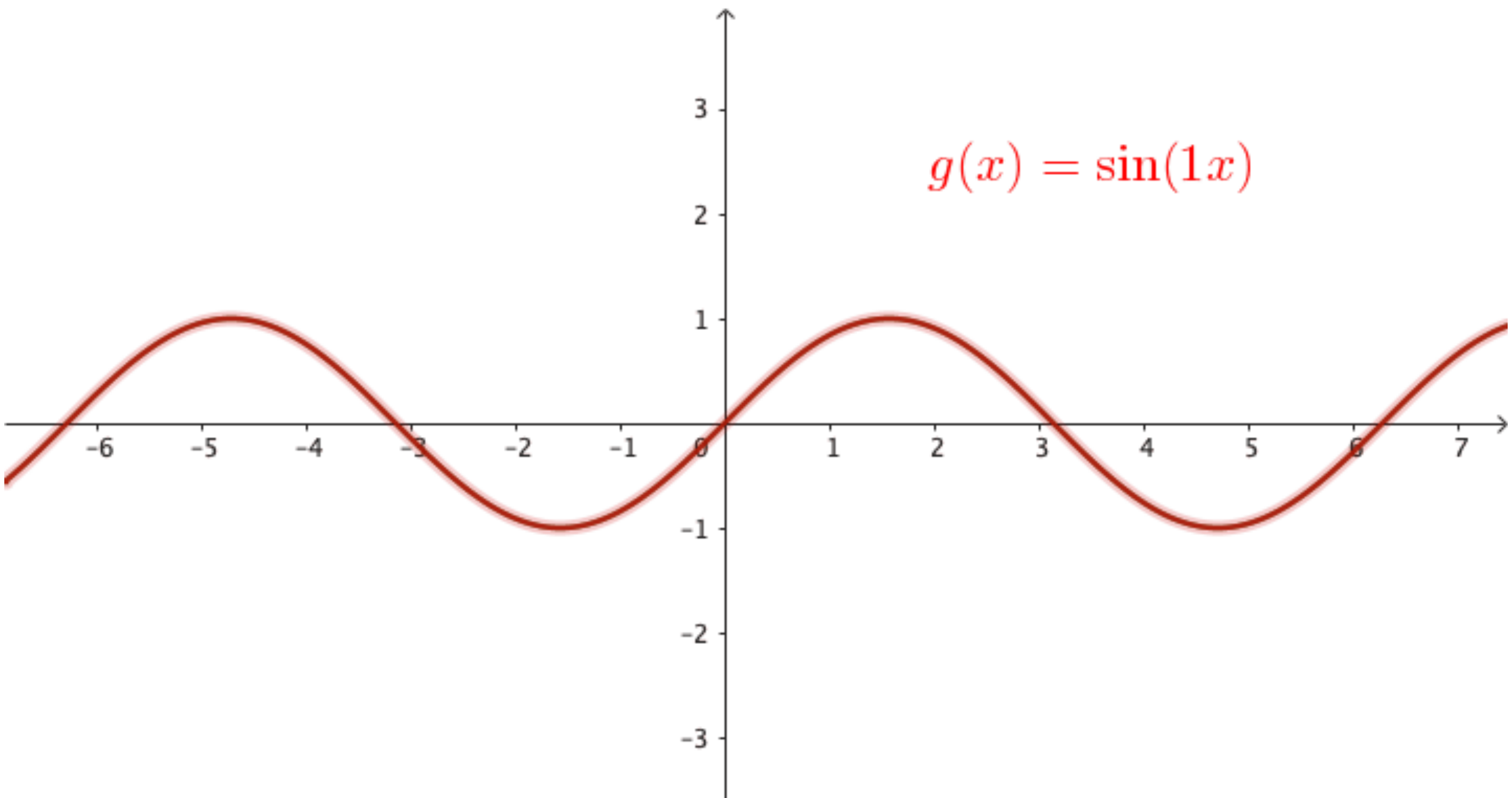
#57 et 58

Comme nous l'avons vu sur d'autres fonctions, le facteur d'étirement horizontal est inversé.

La fonction $g(x) = \sin(\omega x)$

correspond à la fonction $f(x) = \sin x$

qui a subit un étirement horizontal de facteur $\dfrac{1}{\omega}$

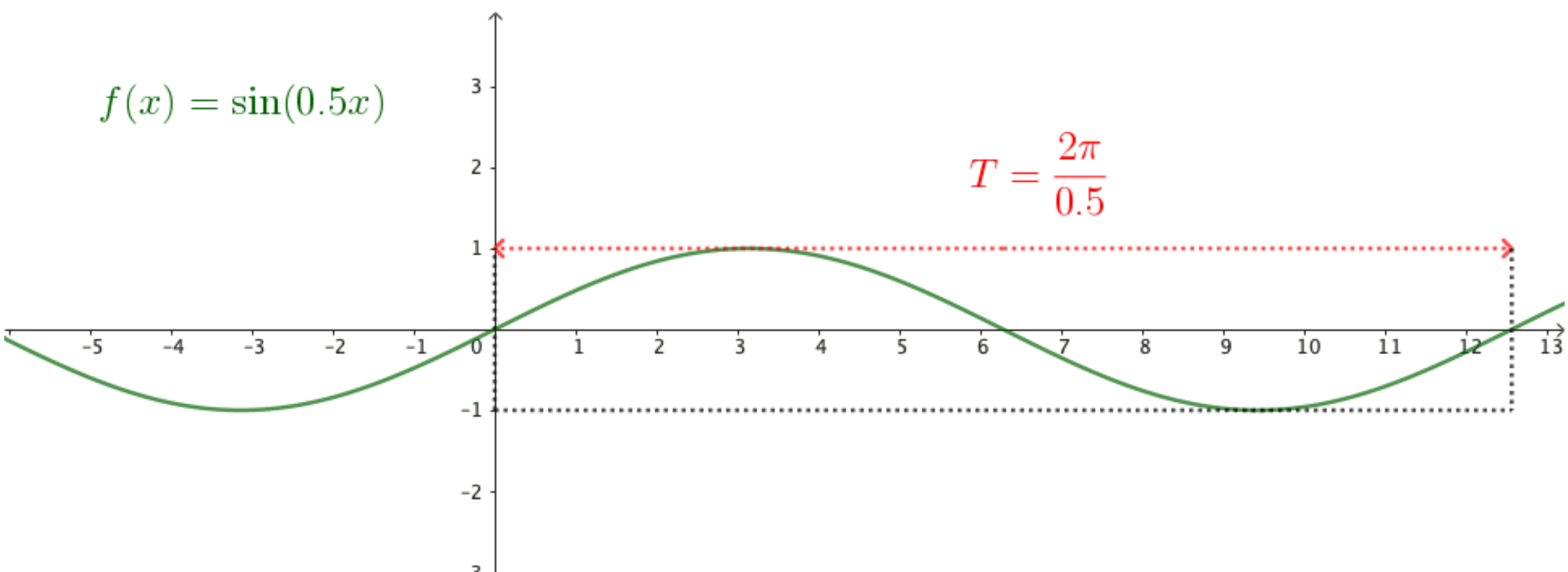


La période

Si $f(x) = \sin x$ alors $T = 2\pi$

Si $g(x) = \sin 2x$ alors $T = \dfrac{2\pi}{2}$

Si $f(x) = \sin(\omega x)$ la période est donné par $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$



Faites les exercices suivants

59

Dans certain contexte, en physique par exemple, on parle aussi de la fréquence.

La **fréquence** est le nombre de fois qu'un phénomène périodique se reproduit par unité de temps.

$$f = \frac{1}{T}$$

Mais on a vu que $\quad T = \dfrac{2\pi}{\omega}$

$$f = \frac{1}{T} \quad = \frac{1}{\frac{2\pi}{\omega}} \quad = \frac{\omega}{2\pi}$$

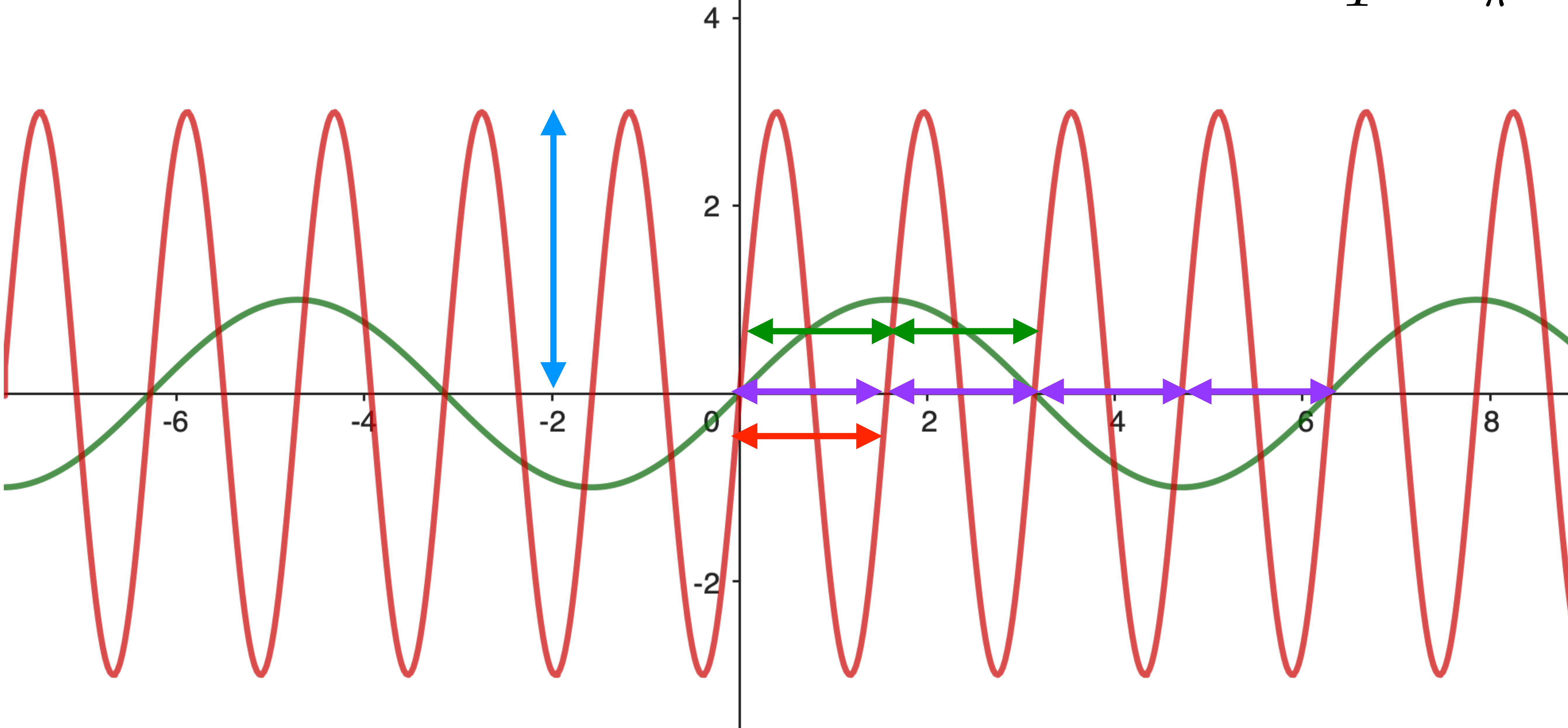
Exemple $f(x) = 3\sin(4x)$

L'amplitude de $f(x)$ est $A = 3$

La vitesse angulaire est $\omega = 4$

La période est $T = \dfrac{2\pi}{4} = \dfrac{\pi}{2}$

et la fréquence est $f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{2}{\pi}$



Faites les exercices suivants

60

Dans des contextes de traitement de signaux, on écrit souvent les fonctions sinusoïdales sous la forme:

$$f(x) = A\sin(\omega x + \phi)$$

car les translations verticales n'ont pas vraiment d'importance, et la phase à l'origine a souvent un sens.

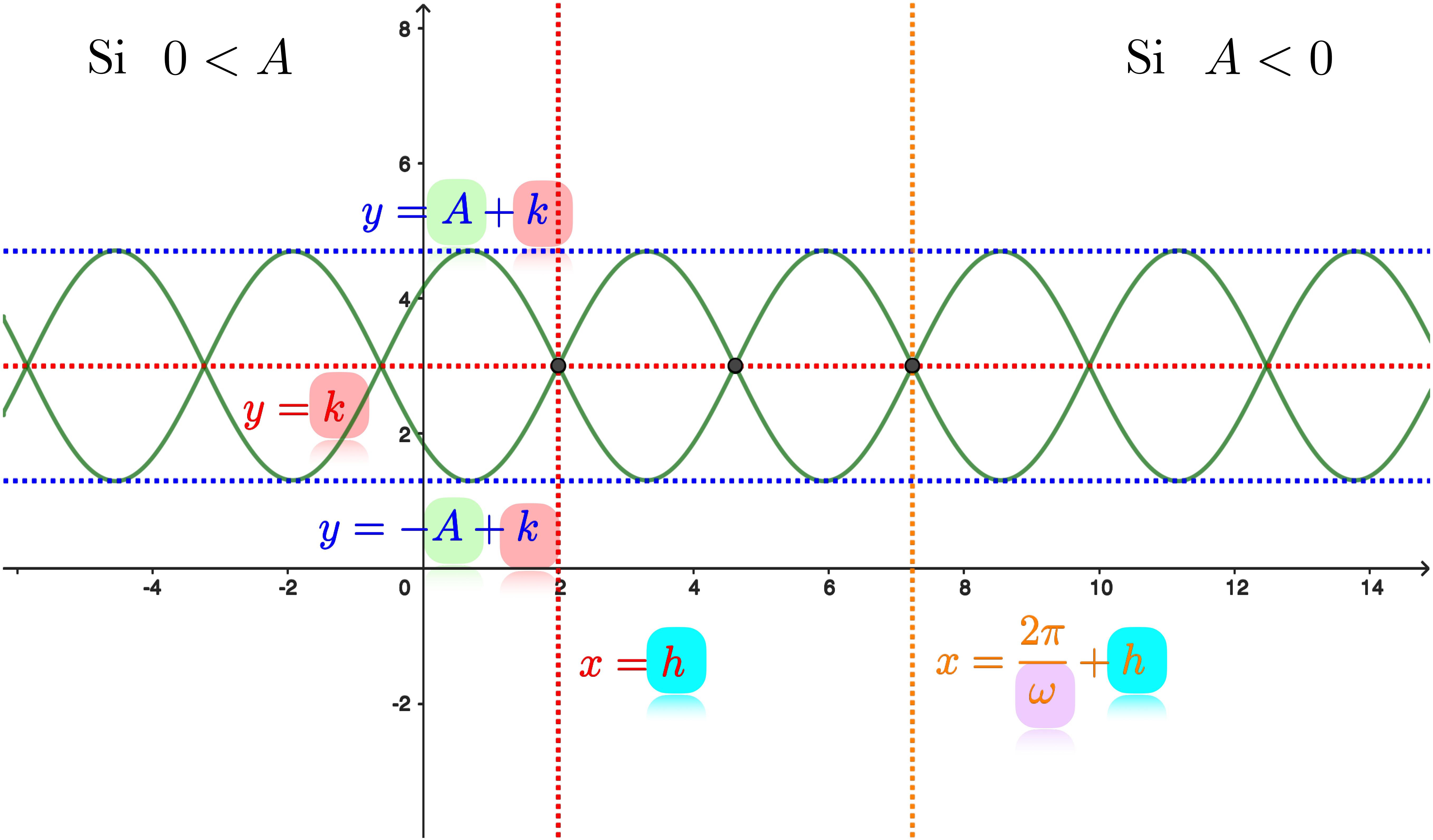
Par contre, si notre objectif est de comprendre les graphes des fonctions sinusoïdales, on est mieux de l'écrire sous la forme

$$f(x) = A\sin(\omega(x - h)) + k$$

avec nos paramètres standard de translations

Regardons maintenant comment dessiner le graphe d'une telle fonction.

$$f(x) = A\sin(\omega(x-h)) + k$$



Faites les exercices suivants

#61 à 64

Devoir: #57 à 64