3.3 FONCTIONS QUADRATIQUES

cours 23

Définition

Une **fonction quadratique** est une fonction de la forme

Définition

Une **fonction quadratique** est une fonction de la forme

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Définition

Une **fonction quadratique** est une fonction de la forme

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

telle que $a \neq 0$

Définition

Une **fonction quadratique** est une fonction de la forme

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

telle que $a \neq 0$ et $a, b, c \in \mathbb{R}$

Définition

Une **fonction quadratique** est une fonction de la forme

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

telle que $a \neq 0$ et $a, b, c \in \mathbb{R}$

Cette écriture de la fonction est dite la **forme générale**.

Définition

Une **fonction quadratique** est une fonction de la forme

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

telle que $a \neq 0$ et $a, b, c \in \mathbb{R}$

Cette écriture de la fonction est dite la **forme générale**.

Exemple

Définition

Une **fonction quadratique** est une fonction de la forme

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

telle que $a \neq 0$ et $a, b, c \in \mathbb{R}$

Cette écriture de la fonction est dite la **forme générale**.

Exemple

$$f(x) = x^2$$

Définition

Une **fonction quadratique** est une fonction de la forme

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

telle que $a \neq 0$ et $a, b, c \in \mathbb{R}$

Cette écriture de la fonction est dite la **forme générale**.

Exemple

$$f(x) = x^2$$

$$g(x) = 2x^2 - 4$$

Définition

Une **fonction quadratique** est une fonction de la forme

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

telle que $a \neq 0$ et $a, b, c \in \mathbb{R}$

Cette écriture de la fonction est dite la **forme générale**.

Exemple

$$f(x) = x^2$$

$$g(x) = 2x^2 - 4$$

$$h(x) = -\pi x^2 + 2x - 7$$

Faites les exercices suivants

#26

Avant d'explorer les fonctions quadratiques dans leur forme générale, commençons par regarder la fonction quadratique la plus simple.

Avant d'explorer les fonctions quadratiques dans leur forme générale, commençons par regarder la fonction quadratique la plus simple.

$$f(x) = x^2$$

Avant d'explorer les fonctions quadratiques dans leur forme générale, commençons par regarder la fonction quadratique la plus simple.

$$f(x) = x^2$$

La première chose qu'on peut constater est le fait que la fonction est symétrique par rapport à l'axe des y.

Avant d'explorer les fonctions quadratiques dans leur forme générale, commençons par regarder la fonction quadratique la plus simple.

$$f(x) = x^2$$

La première chose qu'on peut constater est le fait que la fonction est symétrique par rapport à l'axe des y.

$$f(-x) = (-x)^2$$

Avant d'explorer les fonctions quadratiques dans leur forme générale, commençons par regarder la fonction quadratique la plus simple.

$$f(x) = x^2$$

La première chose qu'on peut constater est le fait que la fonction est symétrique par rapport à l'axe des y.

$$f(-x) = (-x)^2 \;= (-1)^2 x^2$$

Avant d'explorer les fonctions quadratiques dans leur forme générale, commençons par regarder la fonction quadratique la plus simple.

$$f(x) = x^2$$

La première chose qu'on peut constater est le fait que la fonction est symétrique par rapport à l'axe des y.

$$f(-x) = (-x)^2 \; = (-1)^2 x^2 \; = x^2$$

Avant d'explorer les fonctions quadratiques dans leur forme générale, commençons par regarder la fonction quadratique la plus simple.

$$f(x) = x^2$$

La première chose qu'on peut constater est le fait que la fonction est symétrique par rapport à l'axe des y.

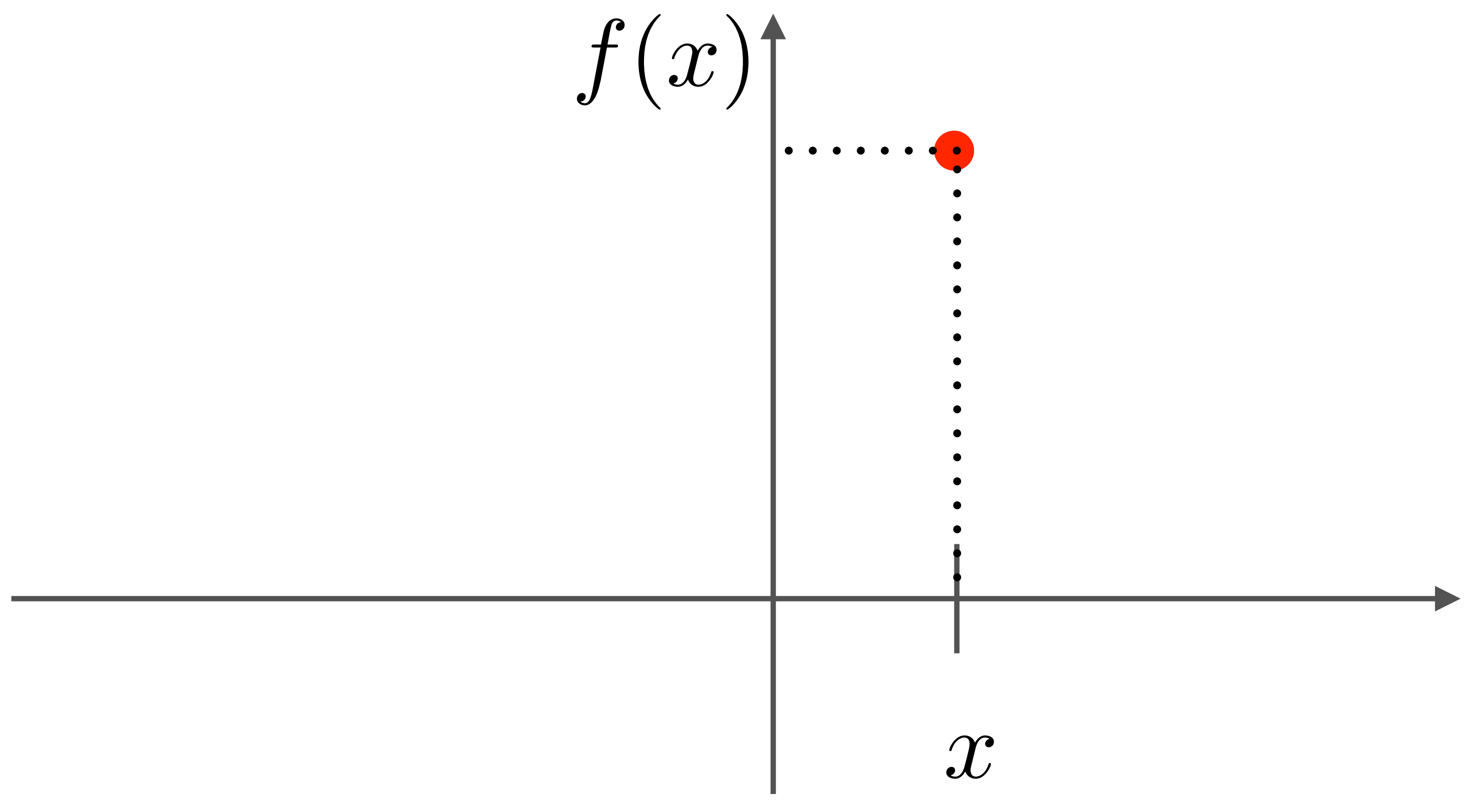
$$f(-x) = (-x)^2 \;= (-1)^2 x^2 \;= x^2 \;= f(x)$$

Avant d'explorer les fonctions quadratiques dans leur forme générale, commençons par regarder la fonction quadratique la plus simple.

$$f(x) = x^2$$

La première chose qu'on peut constater est le fait que la fonction est symétrique par rapport à l'axe des y.

$$f(-x) = (-x)^2 = (-1)^2 x^2 = x^2 = f(x)$$

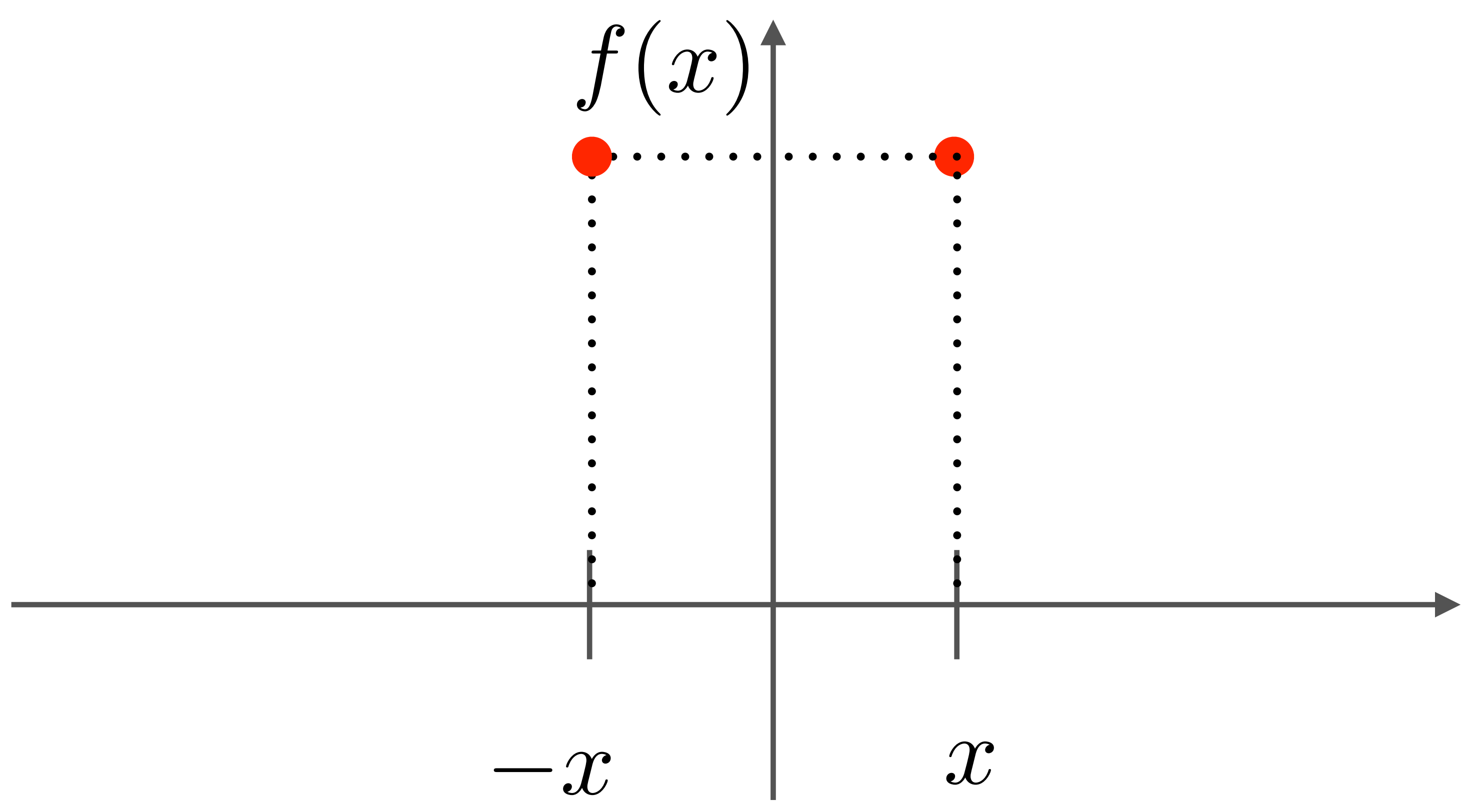


Avant d'explorer les fonctions quadratiques dans leur forme générale, commençons par regarder la fonction quadratique la plus simple.

$$f(x) = x^2$$

La première chose qu'on peut constater est le fait que la fonction est symétrique par rapport à l'axe des y.

$$f(-x) = (-x)^2 = (-1)^2 x^2 = x^2 = f(x)$$



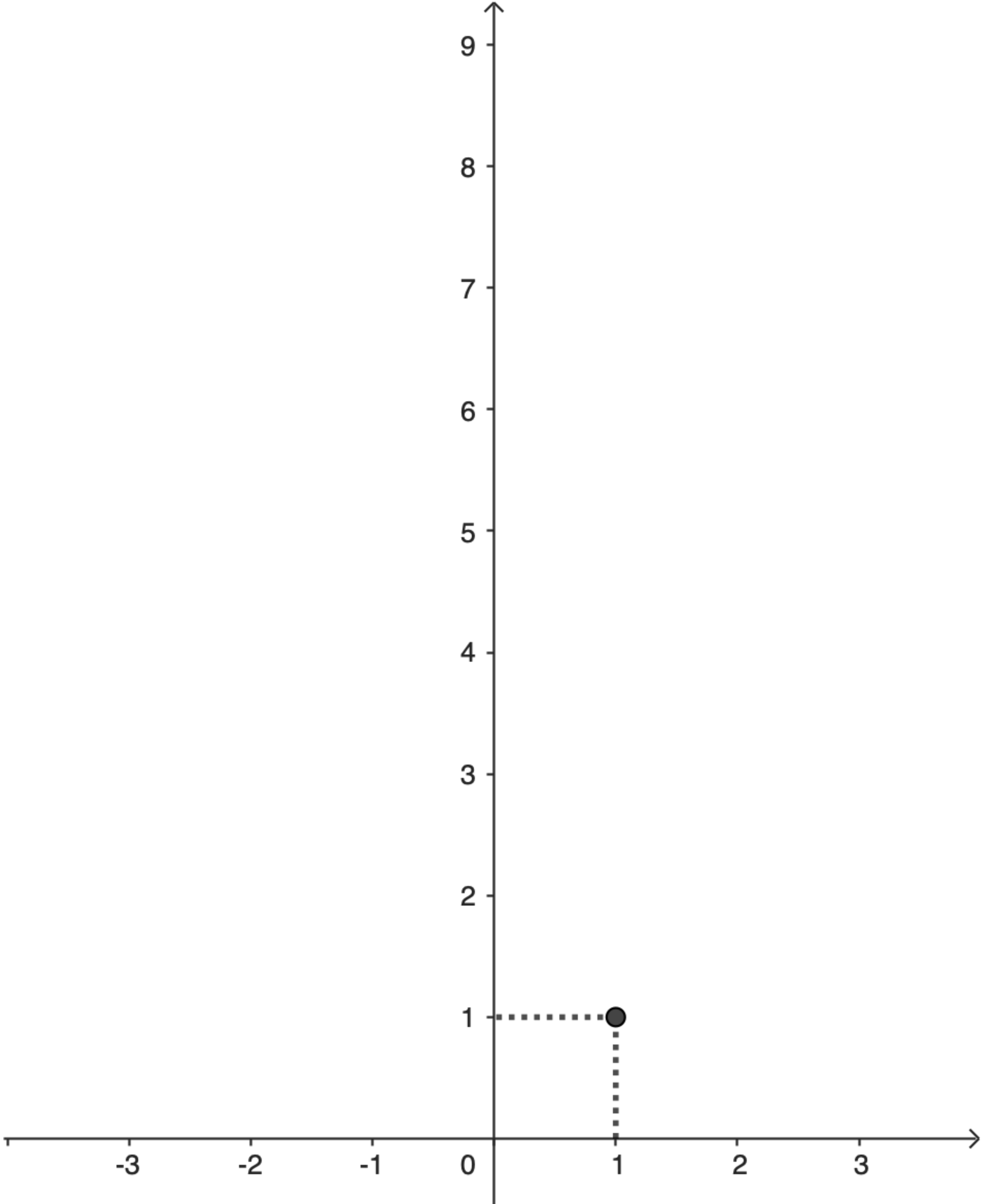
$$f(x) = x^2$$

$$f(x) = x^2$$

$$f(1) = 1^2 = 1$$

$$f(x) = x^2$$

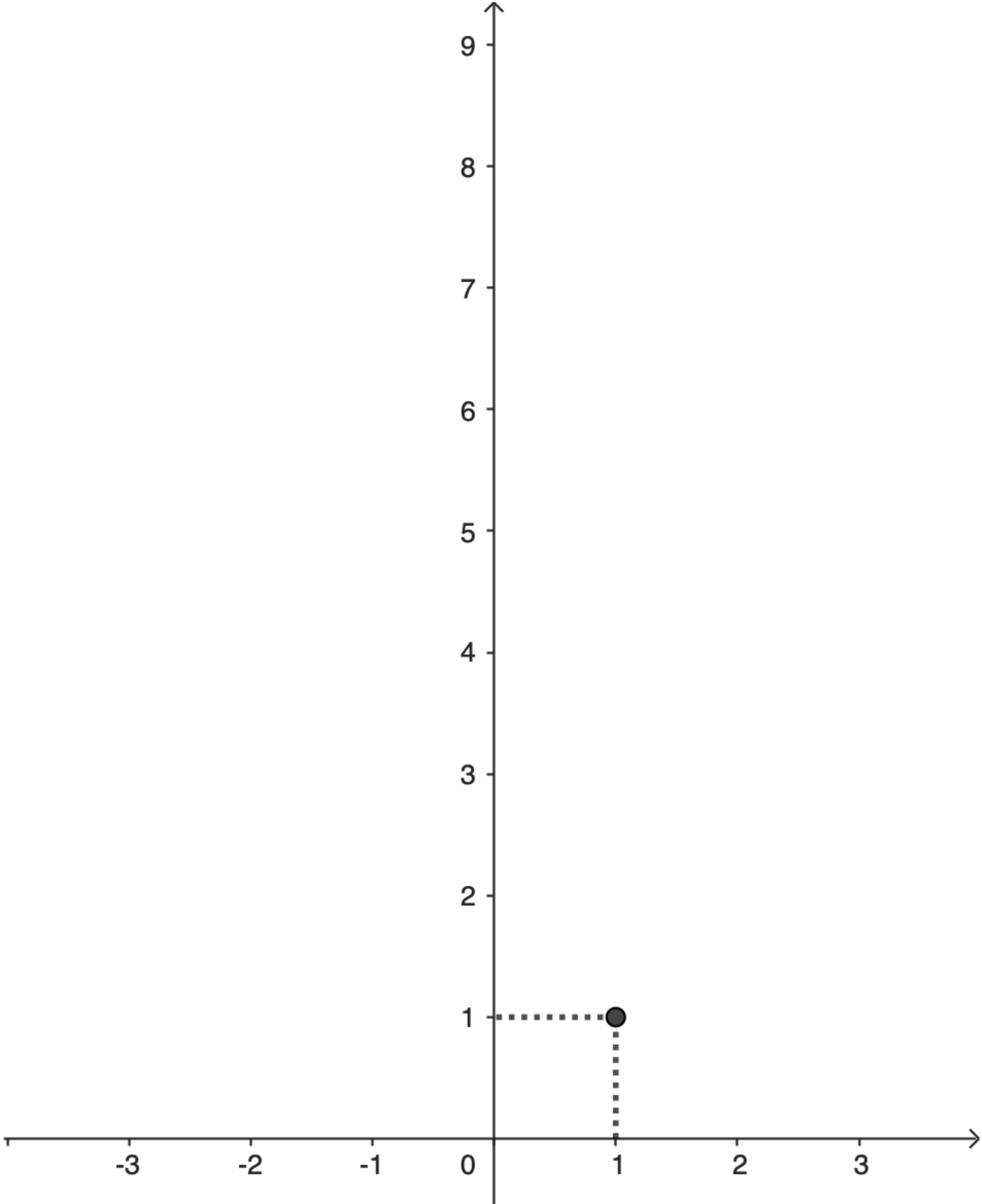
$$f(1) = 1^2 = 1$$



$$f(x) = x^2$$

$$f(1) = 1^2 = 1$$

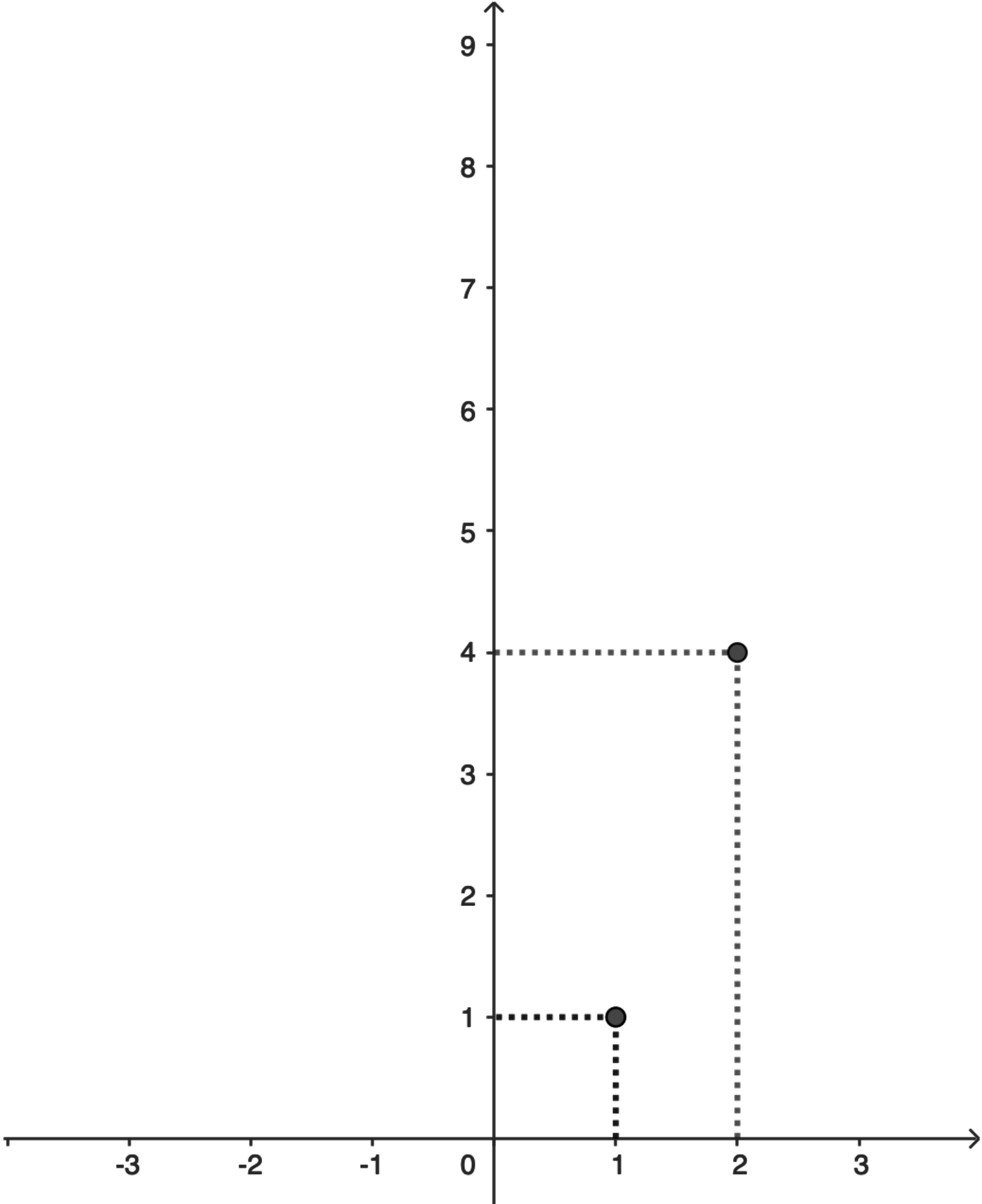
$$f(2) = 2^2 = 4$$



$$f(x) = x^2$$

$$f(1) = 1^2 = 1$$

$$f(2) = 2^2 = 4$$

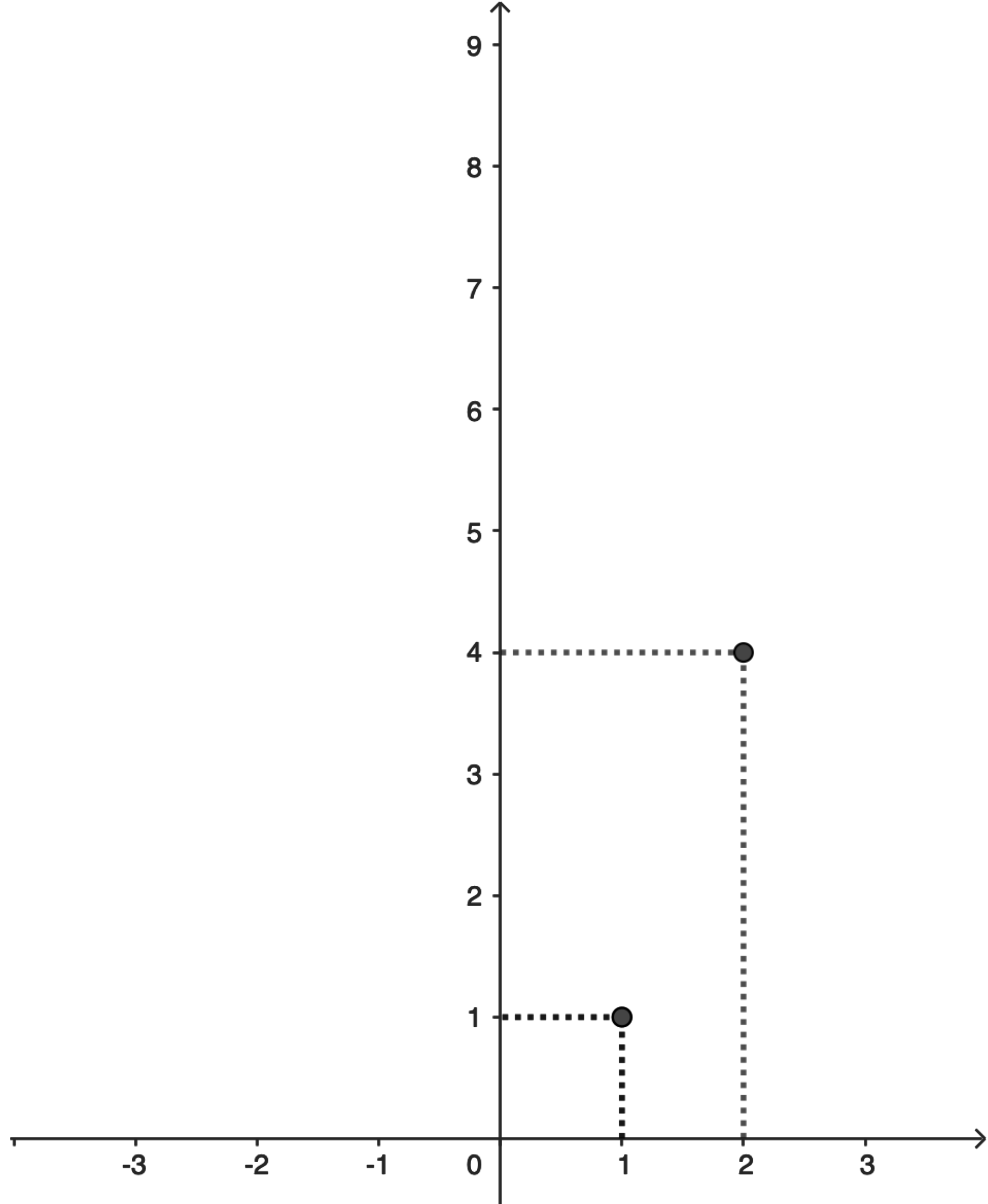


$$f(x) = x^2$$

$$f(1) = 1^2 = 1$$

$$f(2) = 2^2 = 4$$

$$f(3) = 3^2 = 9$$

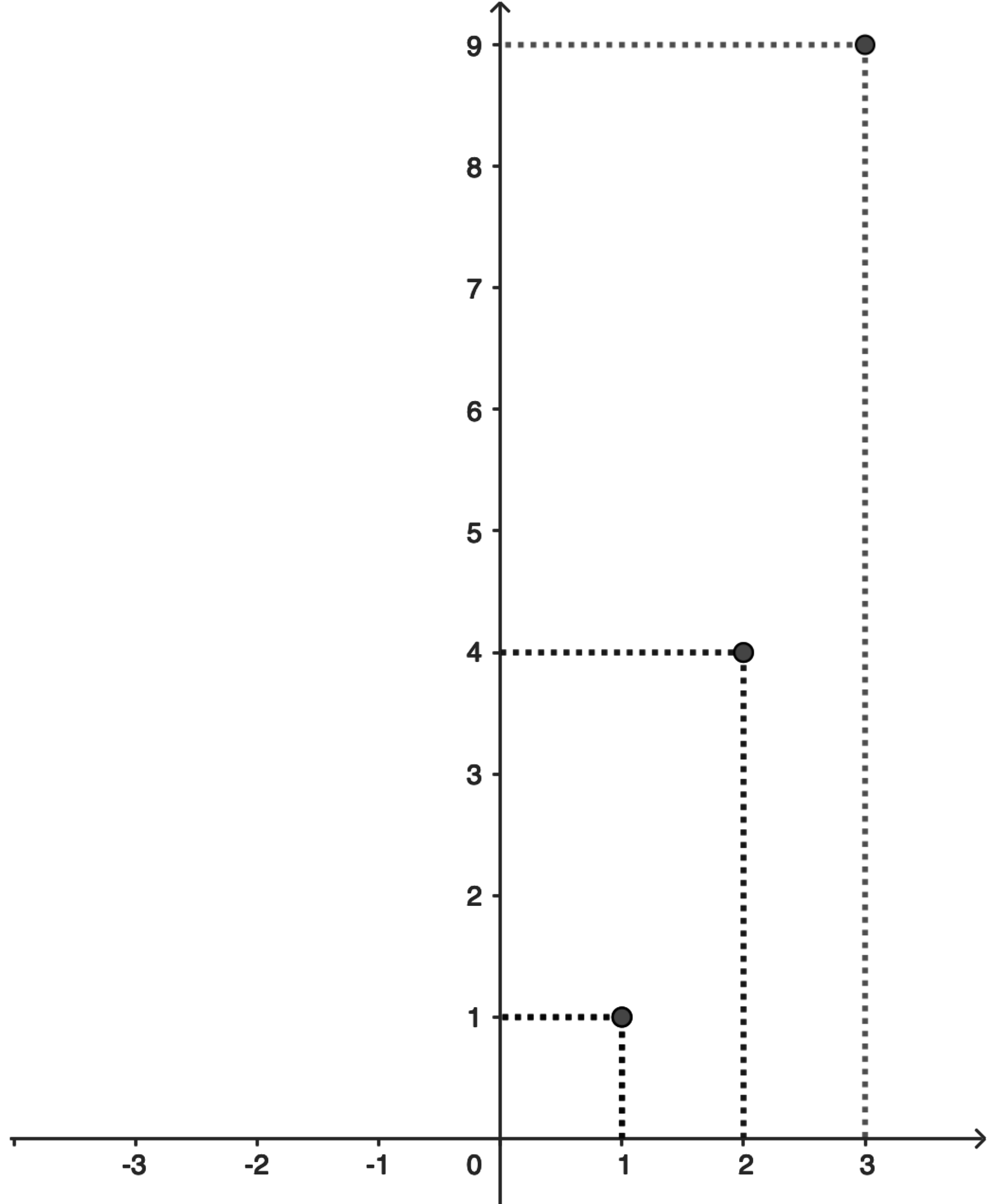


$$f(x) = x^2$$

$$f(1) = 1^2 = 1$$

$$f(2) = 2^2 = 4$$

$$f(3) = 3^2 = 9$$



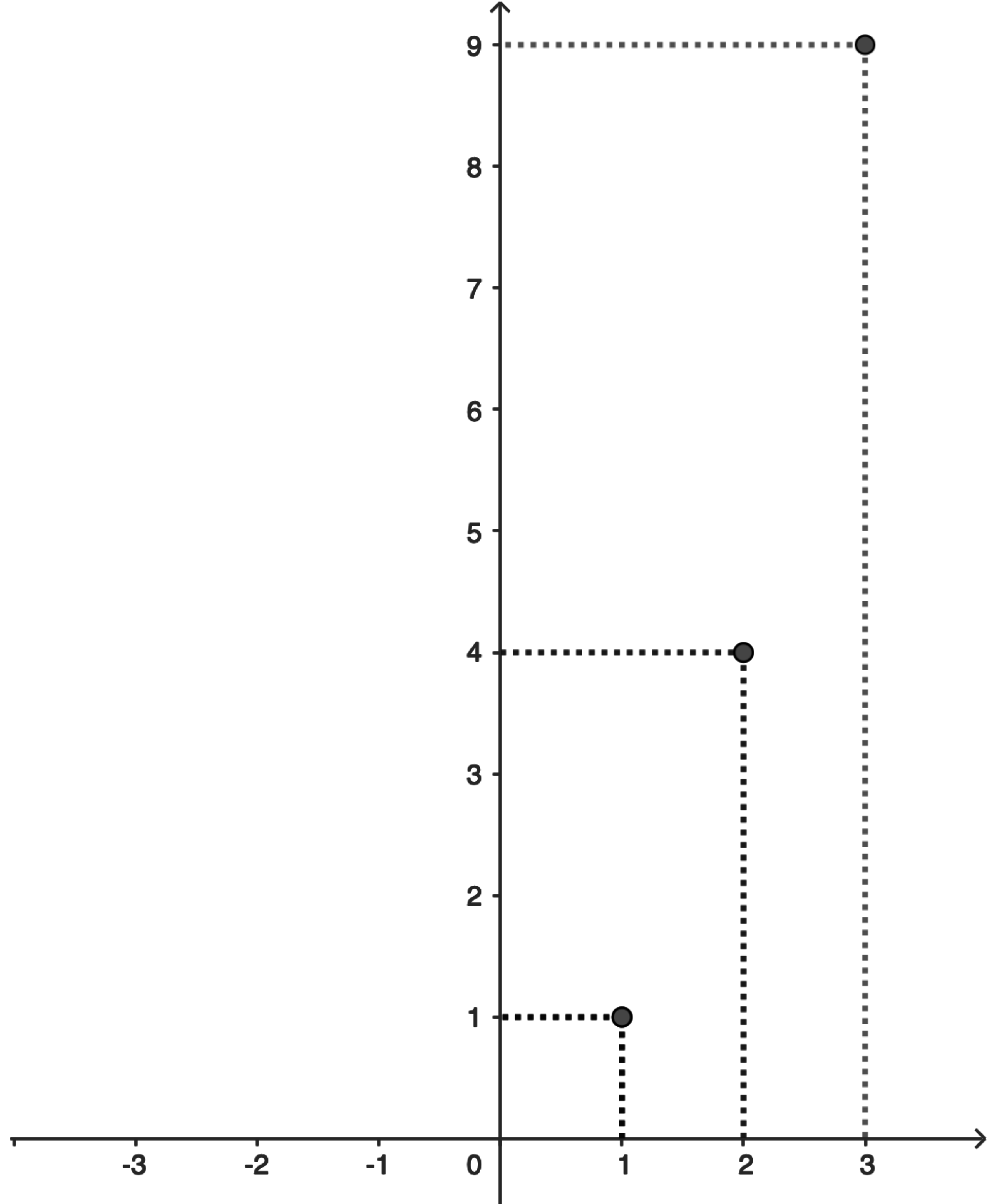
$$f(x) = x^2$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$f(1) = 1^2 = 1$$

$$f(2) = 2^2 = 4$$

$$f(3) = 3^2 = 9$$



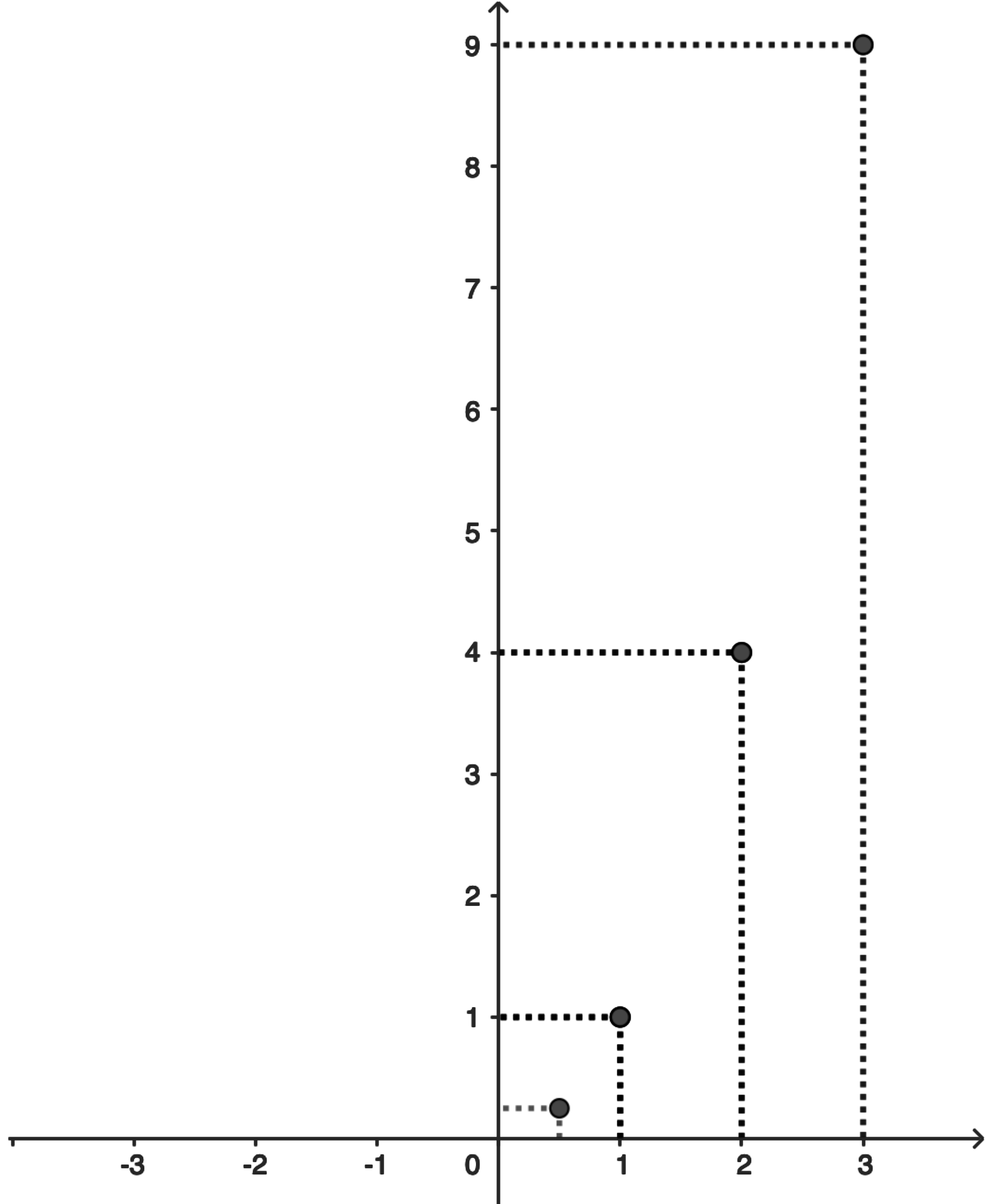
$$f(x) = x^2$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$f(1) = 1^2 = 1$$

$$f(2) = 2^2 = 4$$

$$f(3) = 3^2 = 9$$



$$f(x) = x^2$$

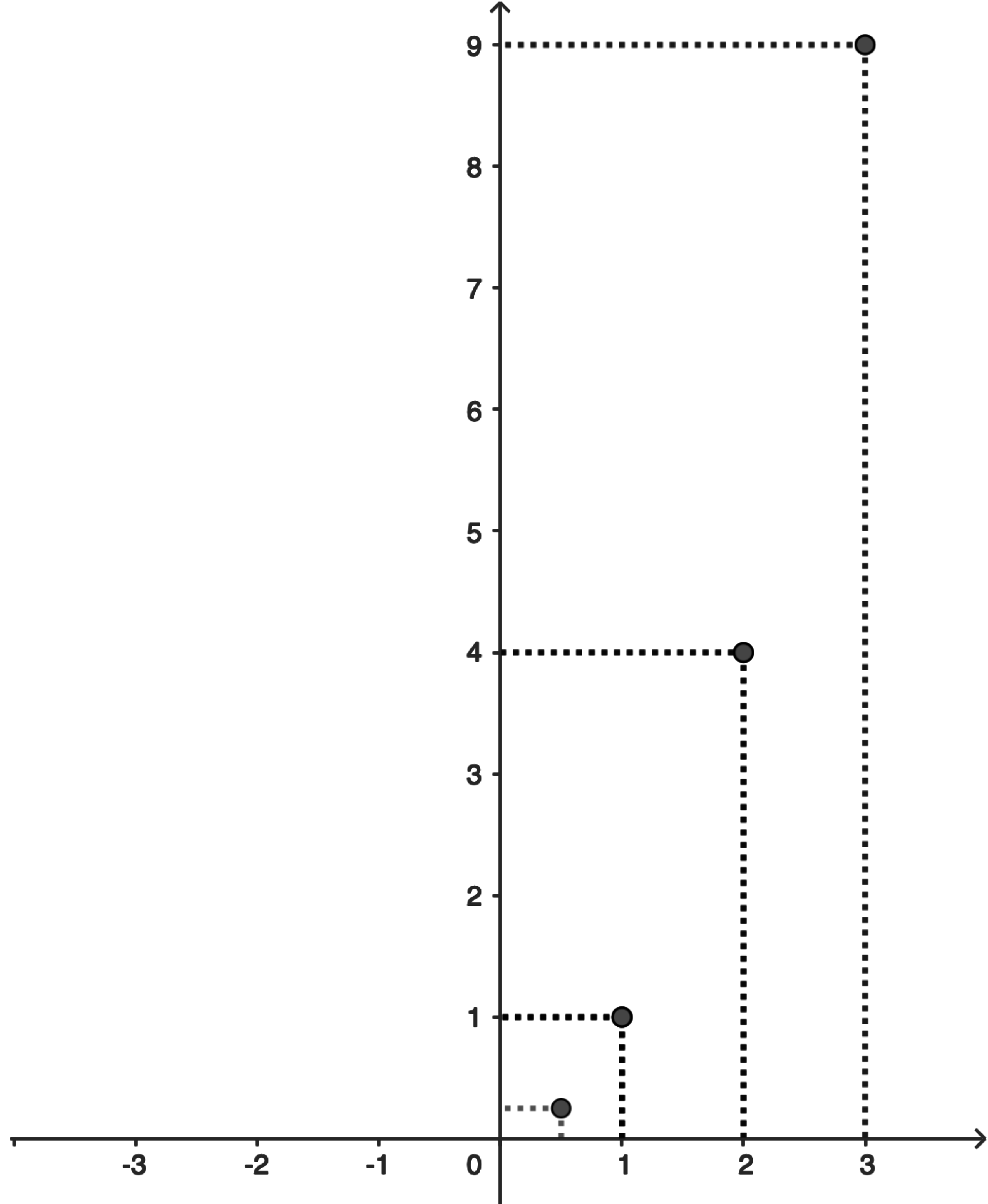
$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$f(1) = 1^2 = 1$$

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$f(2) = 2^2 = 4$$

$$f(3) = 3^2 = 9$$



$$f(x) = x^2$$

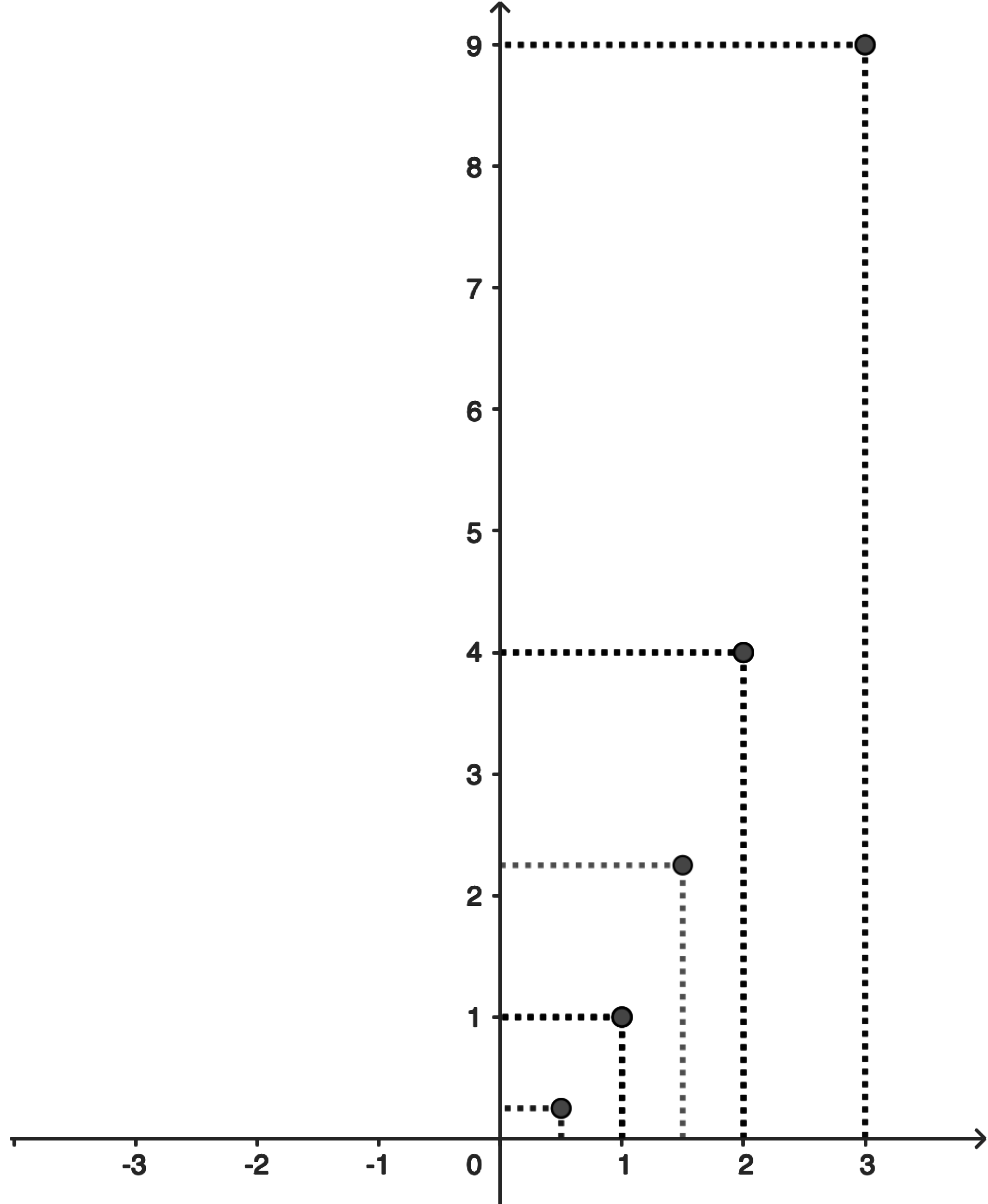
$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$f(1) = 1^2 = 1$$

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$f(2) = 2^2 = 4$$

$$f(3) = 3^2 = 9$$



$$f(x) = x^2$$

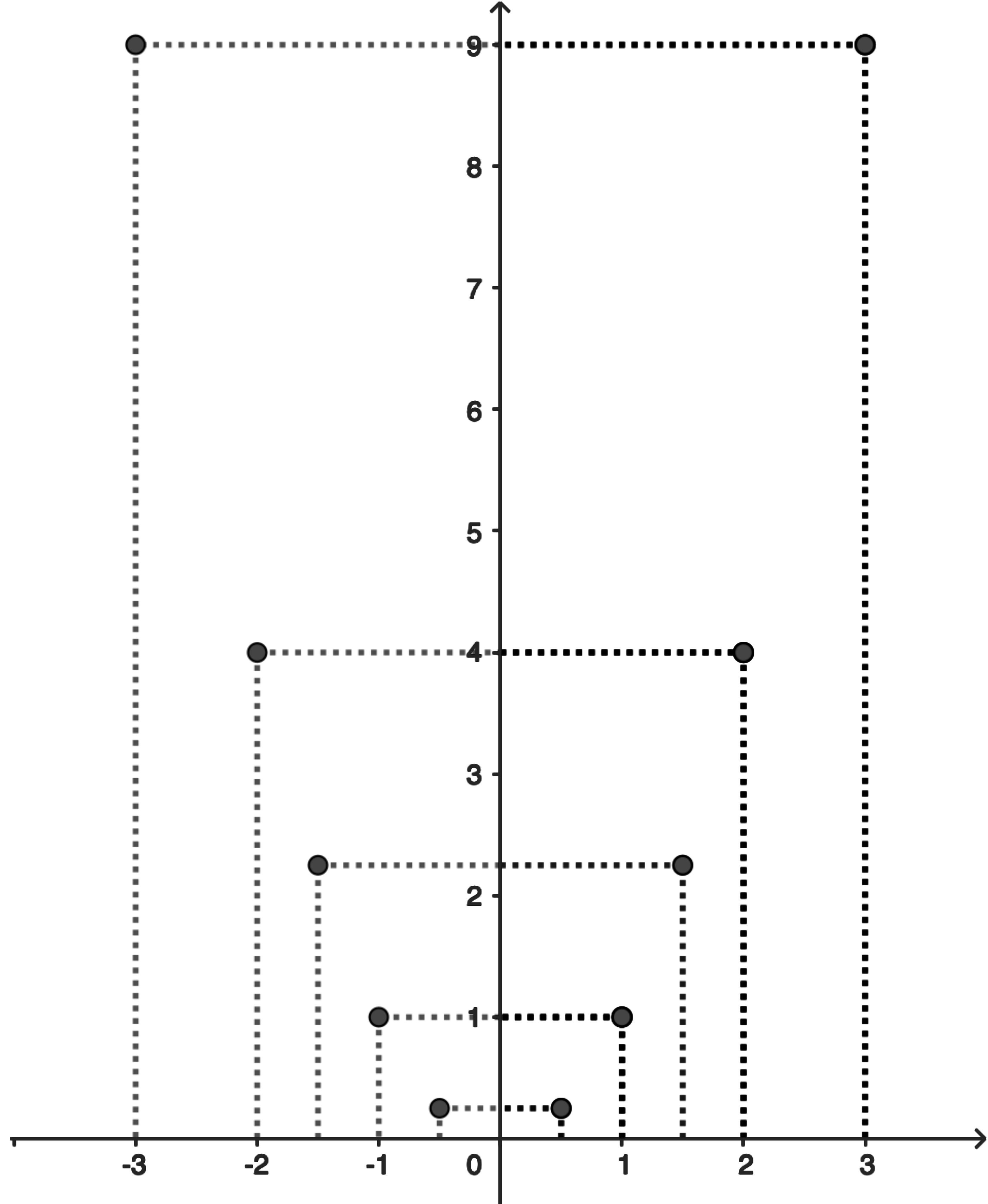
$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$f(1) = 1^2 = 1$$

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$f(2) = 2^2 = 4$$

$$f(3) = 3^2 = 9$$



$$f(x) = x^2$$

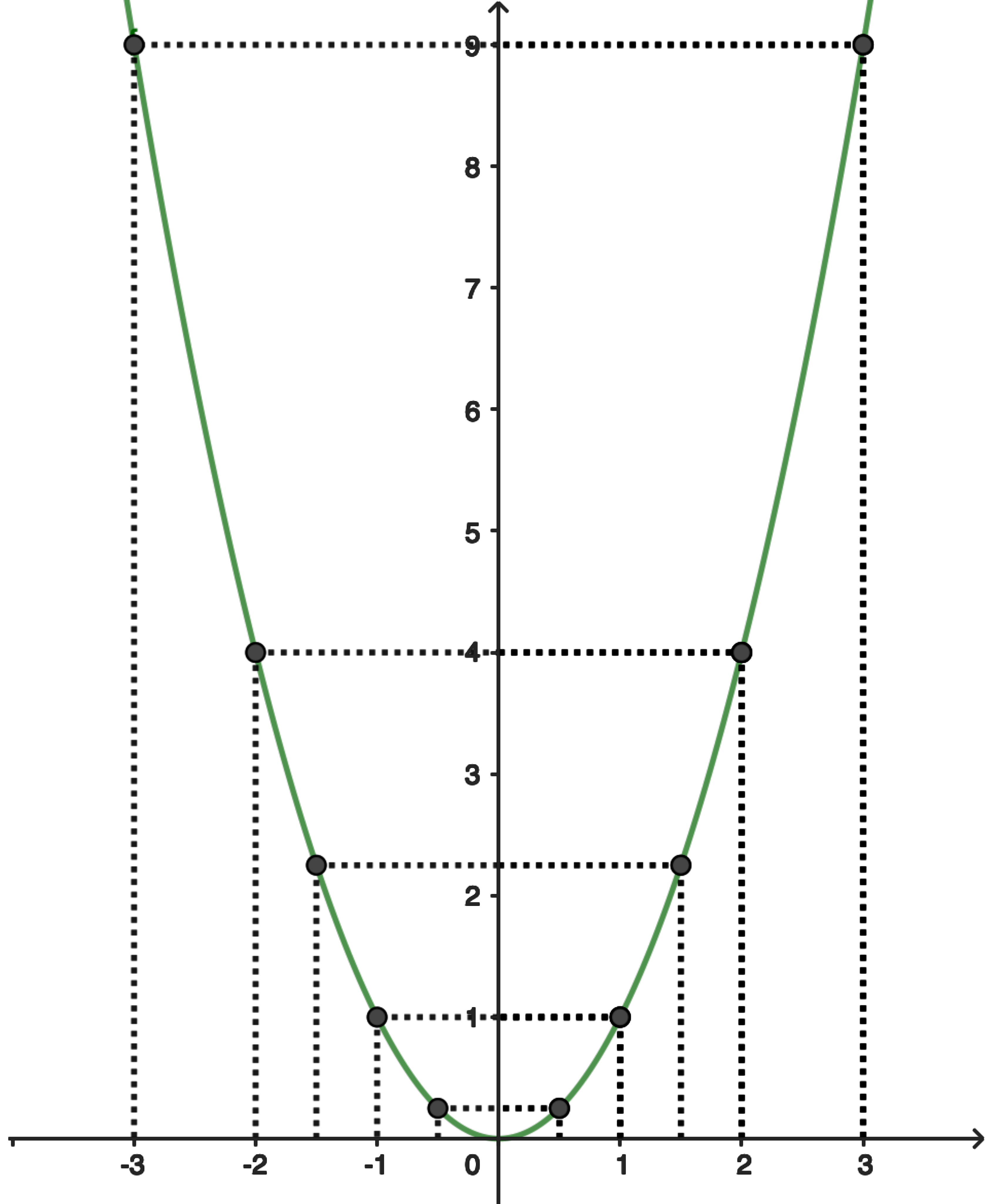
$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$f(1) = 1^2 = 1$$

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$f(2) = 2^2 = 4$$

$$f(3) = 3^2 = 9$$



Translation verticale

Translation verticale

Étant donné une fonction quelquonque, on peut trouver une nouvelle fonction qui a le même graphe que

Translation verticale

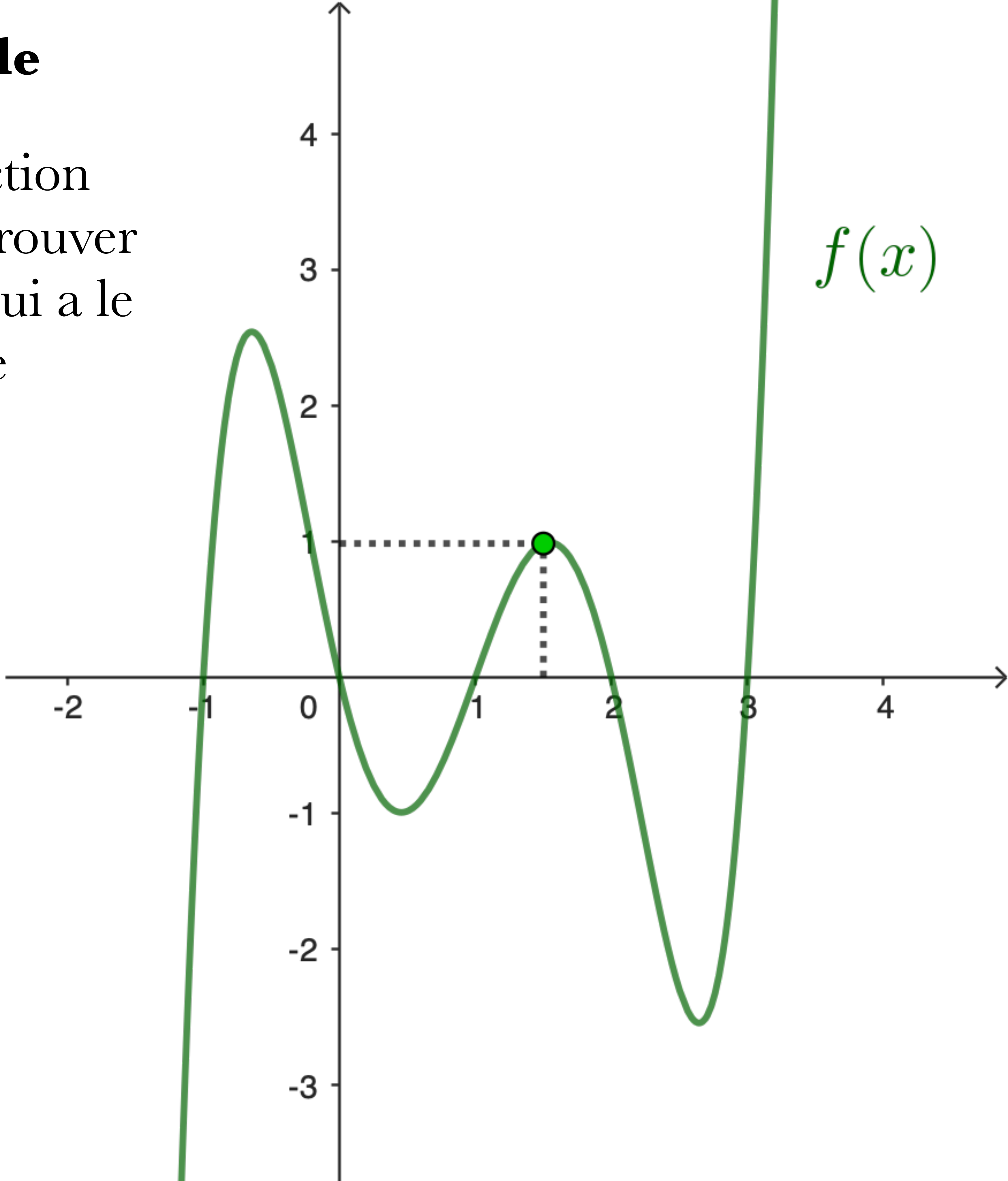
Étant donné une fonction quelquonque, on peut trouver une nouvelle fonction qui a le même graphe que

$$y = f(x)$$

Translation verticale

Étant donné une fonction quelquonque, on peut trouver une nouvelle fonction qui a le même graphe que

$$y = f(x)$$

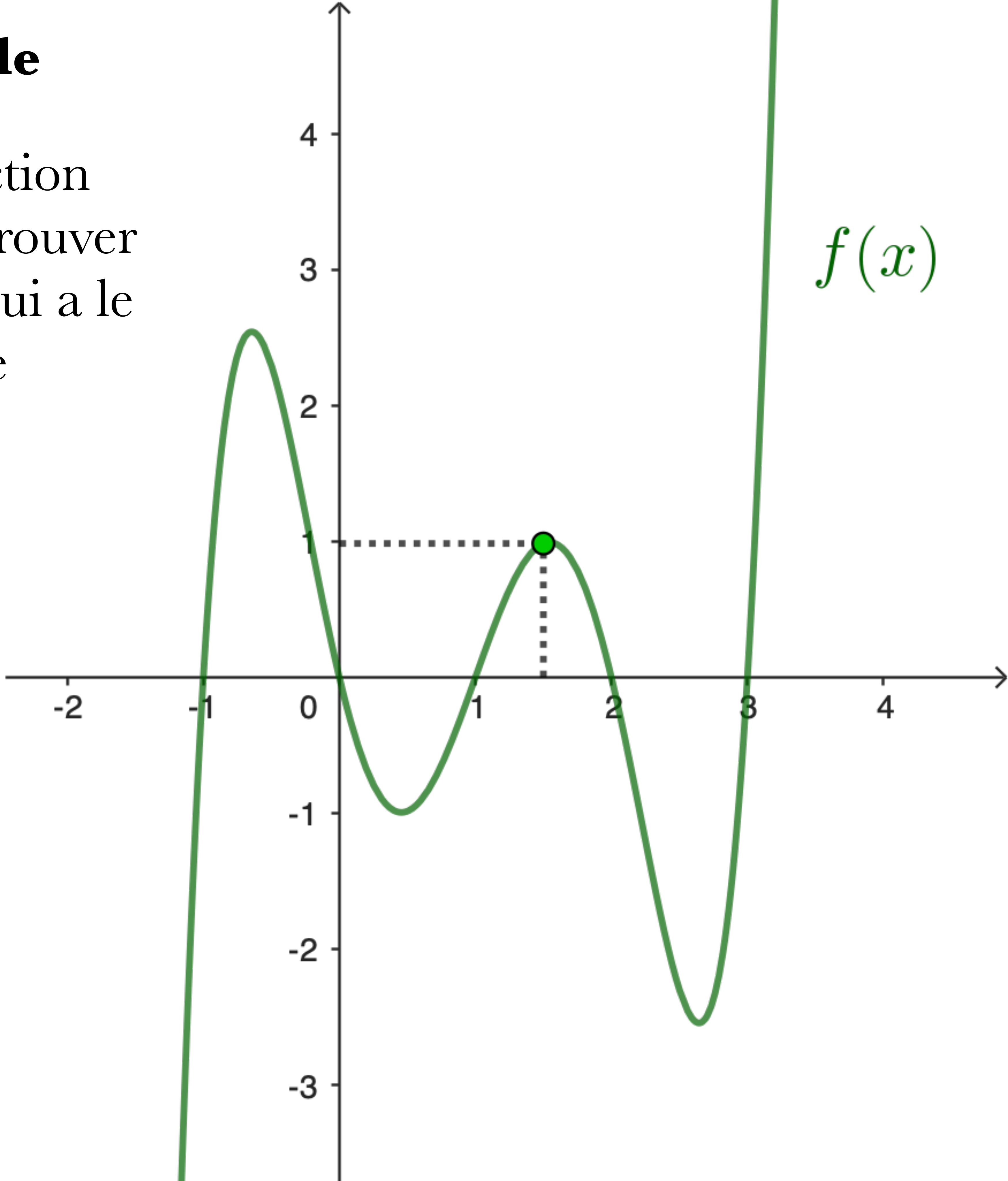


Translation verticale

Étant donné une fonction quelquonque, on peut trouver une nouvelle fonction qui a le même graphe que

$$y = f(x)$$

mais qui subi une translation vertical



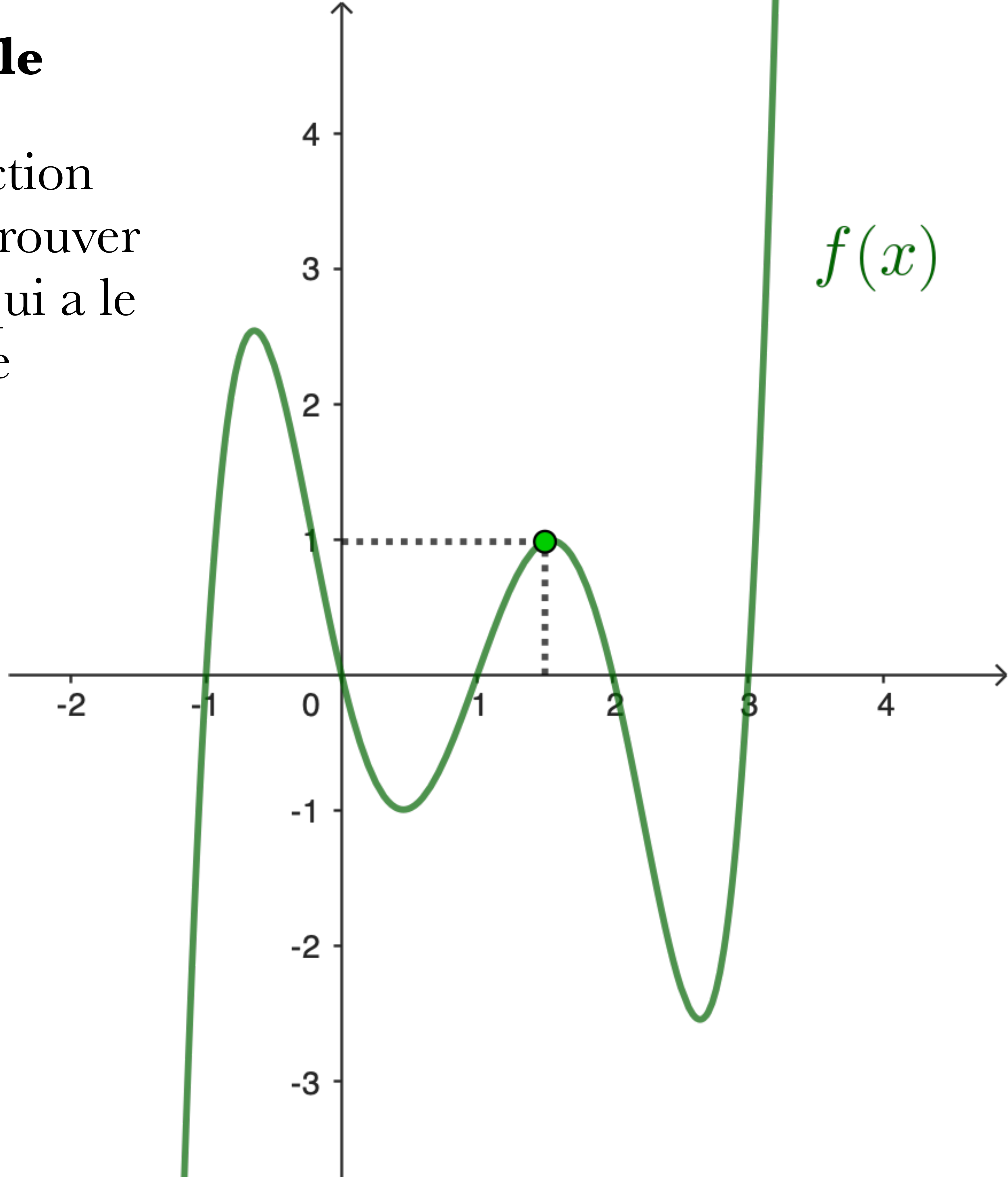
Translation verticale

Étant donné une fonction quelconque, on peut trouver une nouvelle fonction qui a le même graphe que

$$y = f(x)$$

mais qui subi une translation vertical

$$y = g(x)$$



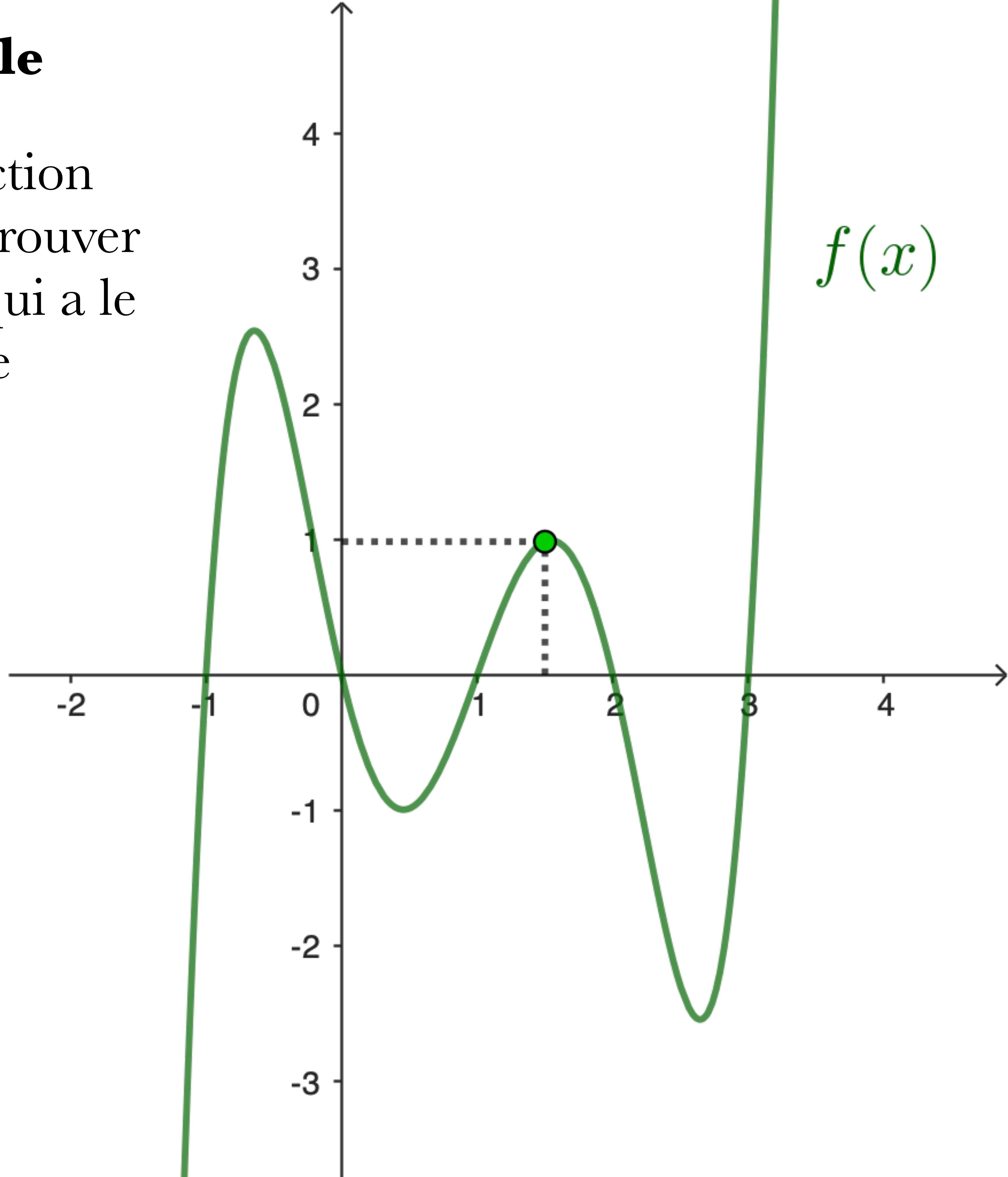
Translation verticale

Étant donné une fonction quelquonque, on peut trouver une nouvelle fonction qui a le même graphe que

$$y = f(x)$$

mais qui subi une translation vertical

$$y = g(x) = f(x) + k$$



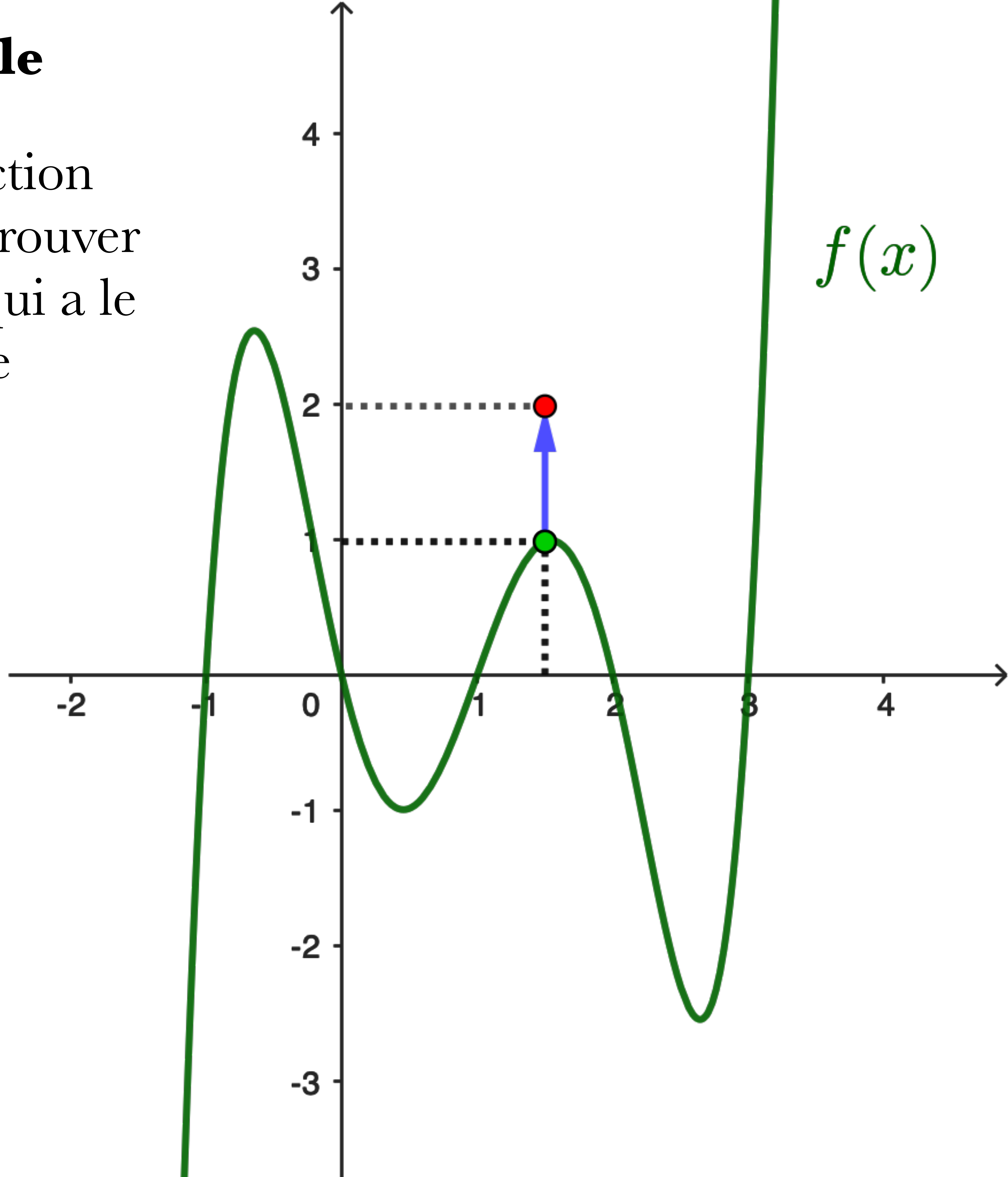
Translation verticale

Étant donné une fonction quelquonque, on peut trouver une nouvelle fonction qui a le même graphe que

$$y = f(x)$$

mais qui subi une translation vertical

$$y = g(x) = f(x) + k$$



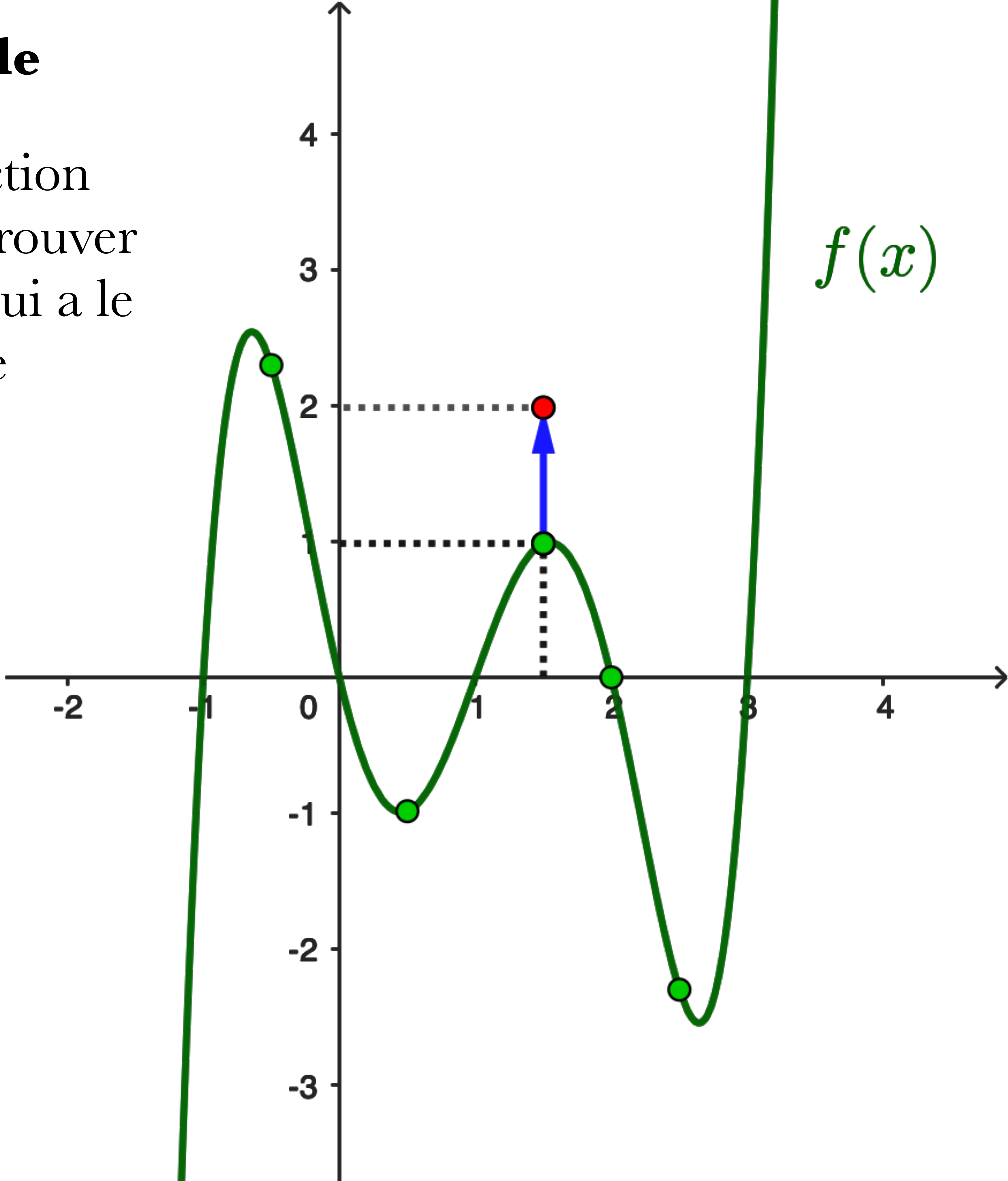
Translation verticale

Étant donné une fonction quelconque, on peut trouver une nouvelle fonction qui a le même graphe que

$$y = f(x)$$

mais qui subi une translation vertical

$$y = g(x) = f(x) + k$$



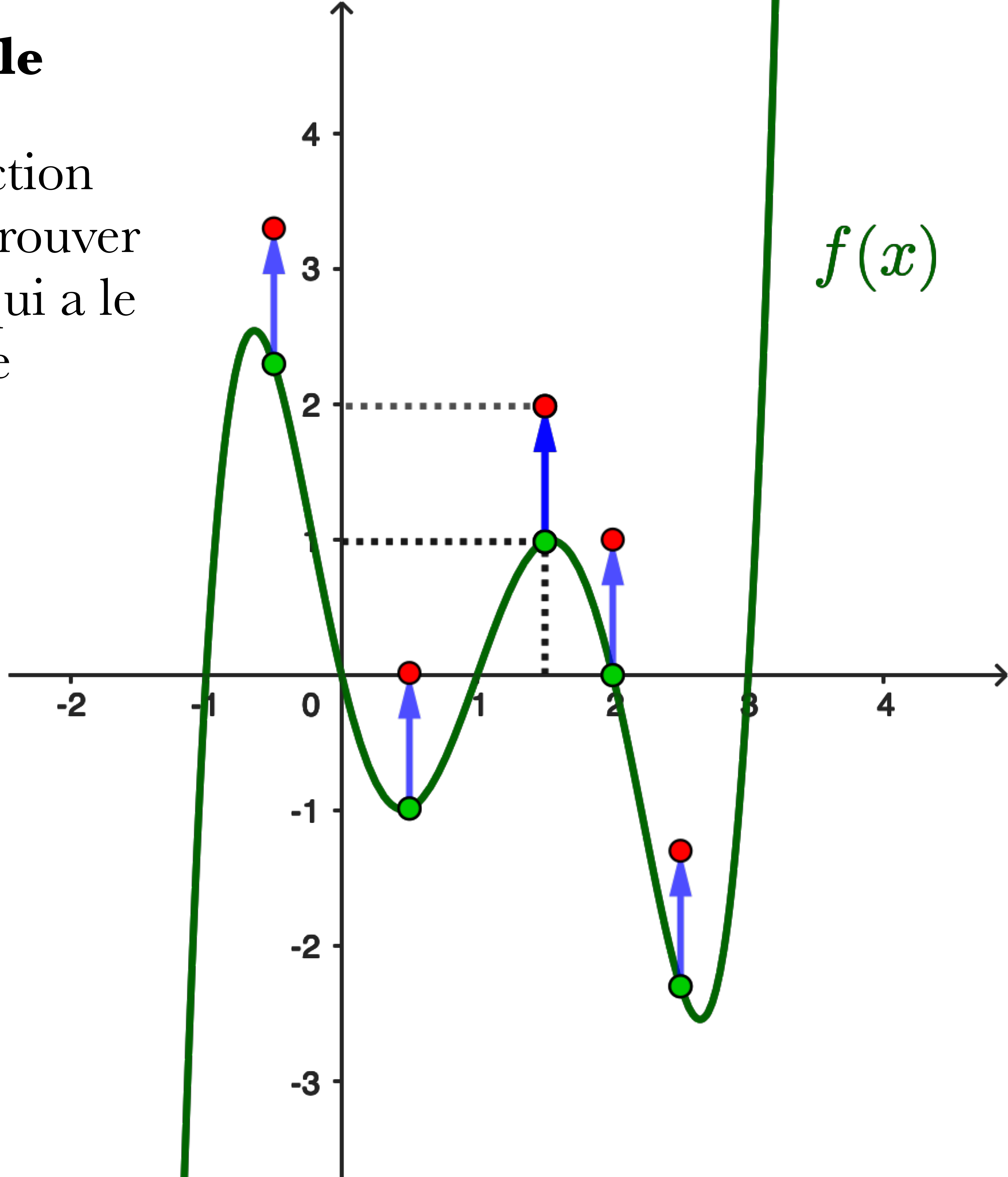
Translation verticale

Étant donné une fonction quelconque, on peut trouver une nouvelle fonction qui a le même graphe que

$$y = f(x)$$

mais qui subi une translation vertical

$$y = g(x) = f(x) + k$$



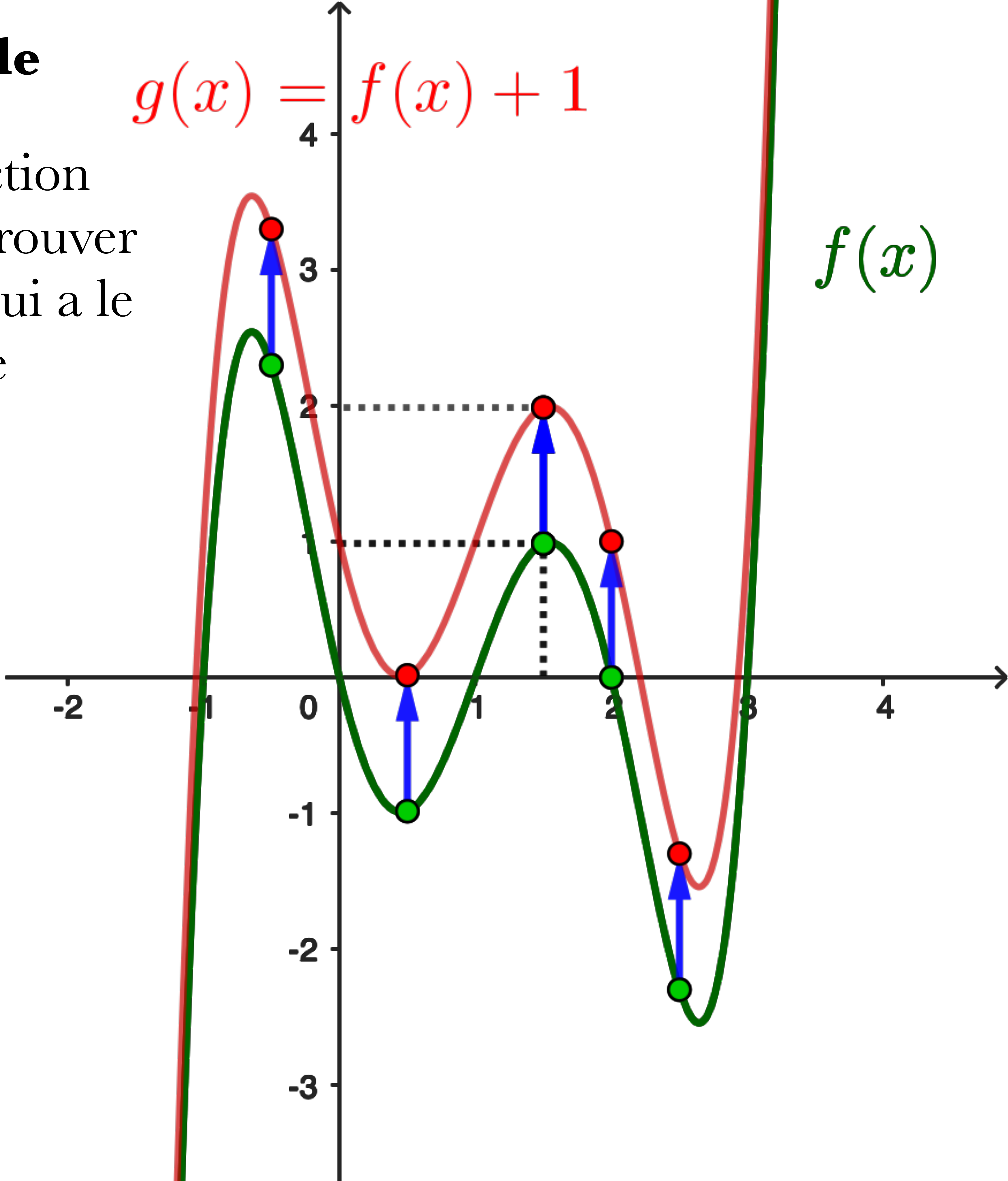
Translation verticale

Étant donné une fonction quelconque, on peut trouver une nouvelle fonction qui a le même graphe que

$$y = f(x)$$

mais qui subi une translation vertical

$$y = g(x) = f(x) + k$$



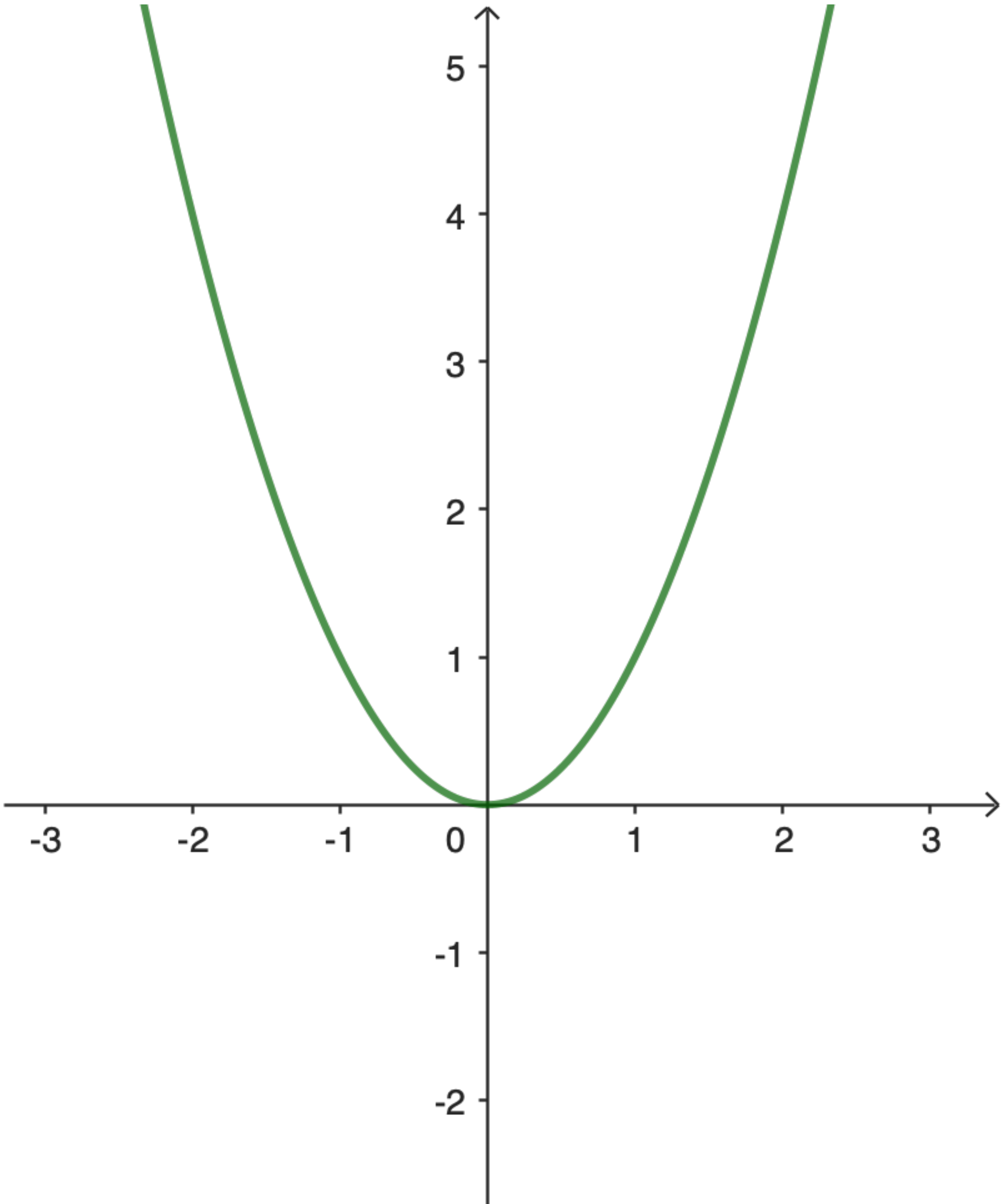
Exemple

Ici on voit les fonctions

Exemple

Ici on voit les fonctions

$$f(x) = x^2$$

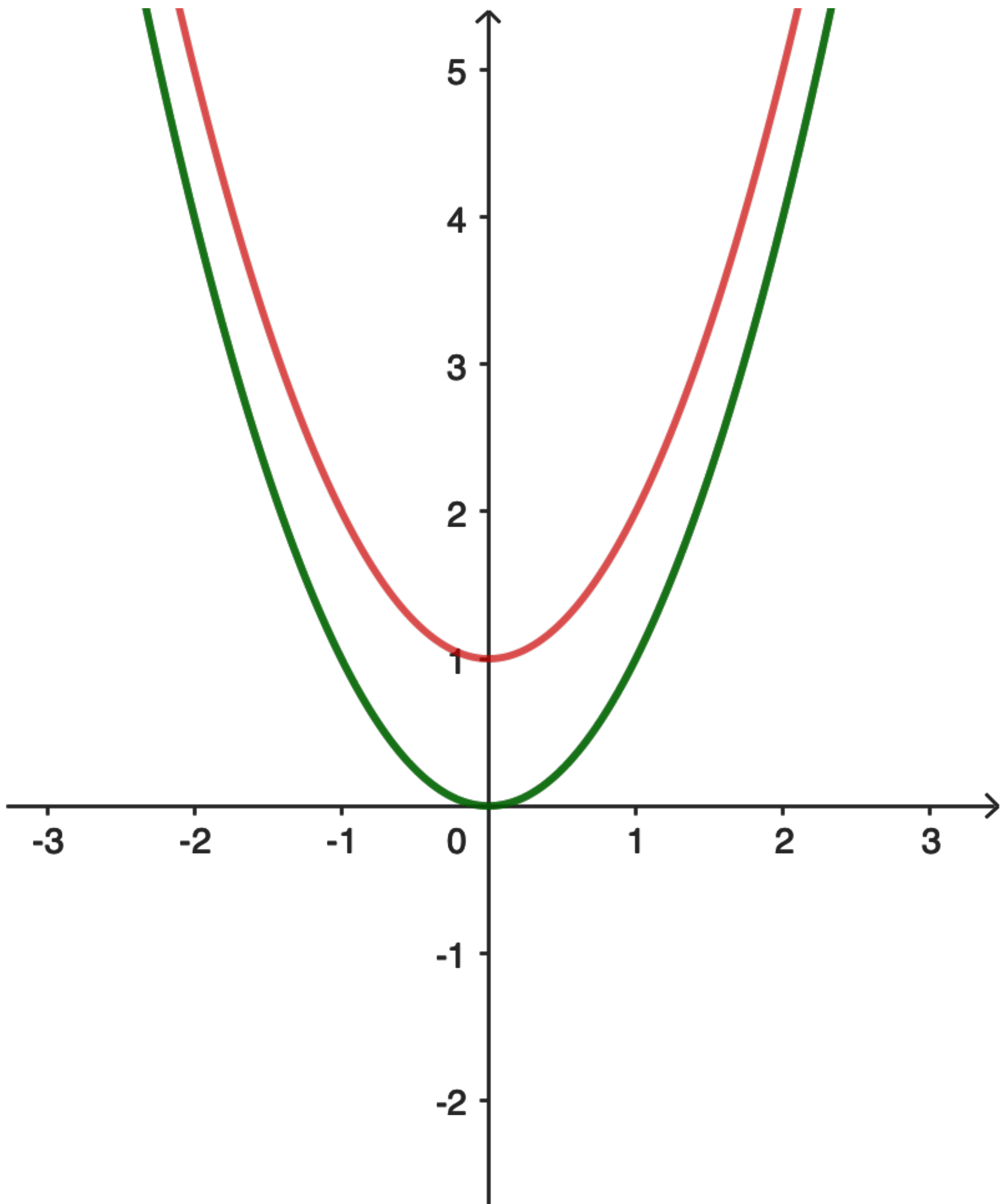


Exemple

Ici on voit les fonctions

$$f(x) = x^2$$

$$f(x) = x^2 + 1$$



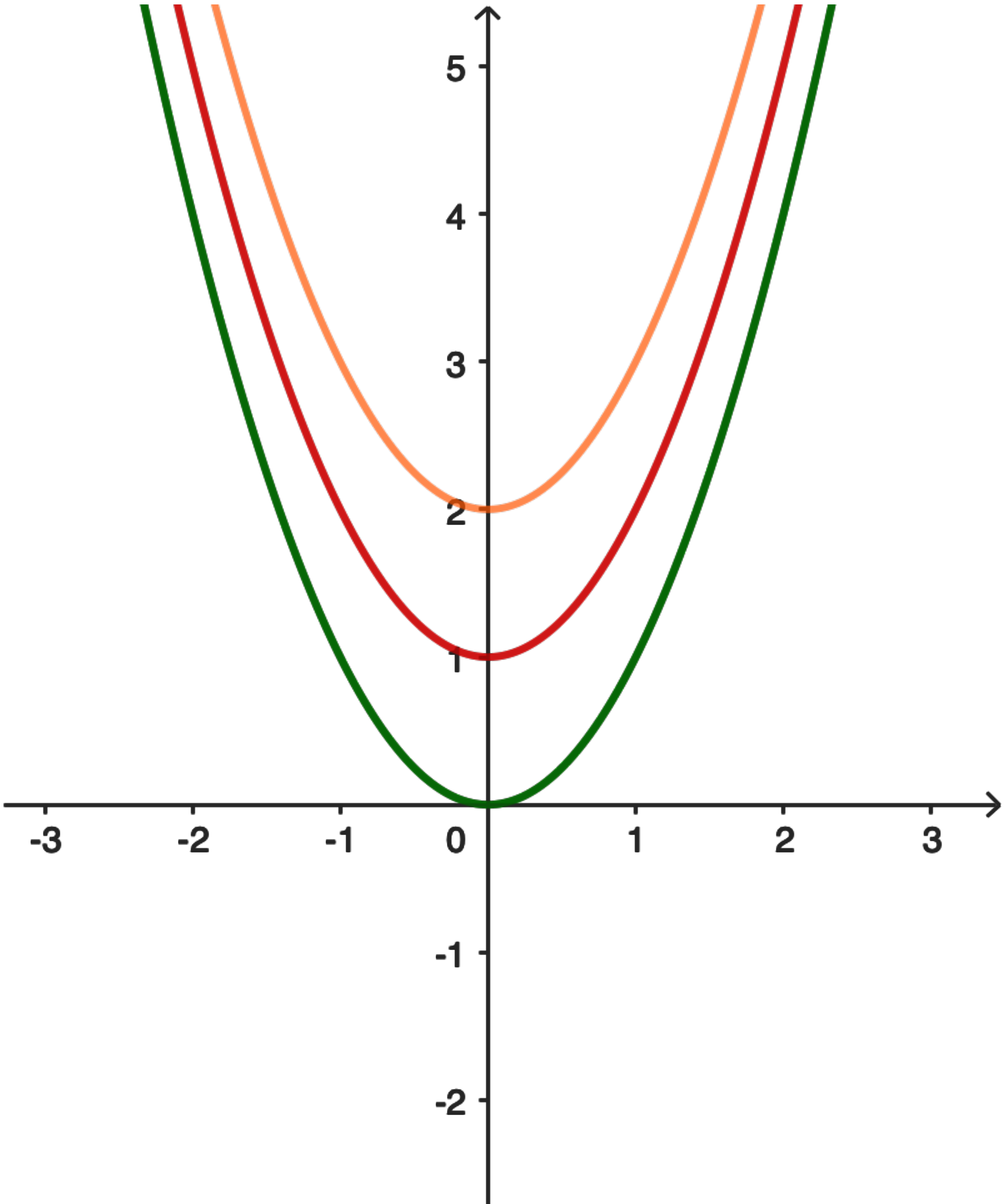
Exemple

Ici on voit les fonctions

$$f(x) = x^2$$

$$f(x) = x^2 + 1$$

$$f(x) = x^2 + 2$$



Exemple

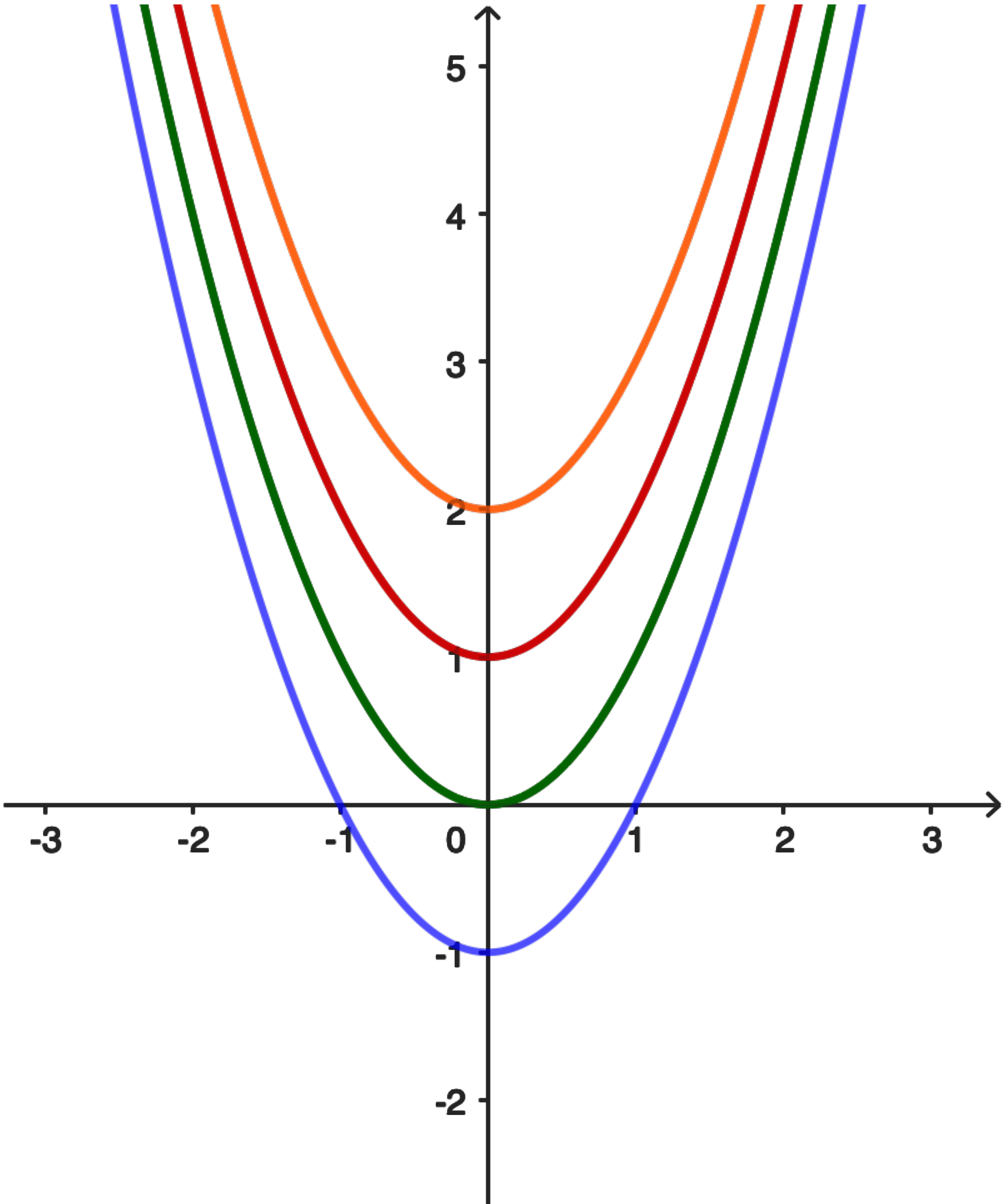
Ici on voit les fonctions

$$f(x) = x^2$$

$$f(x) = x^2 + 1$$

$$f(x) = x^2 + 2$$

$$f(x) = x^2 - 1$$



Exemple

Ici on voit les fonctions

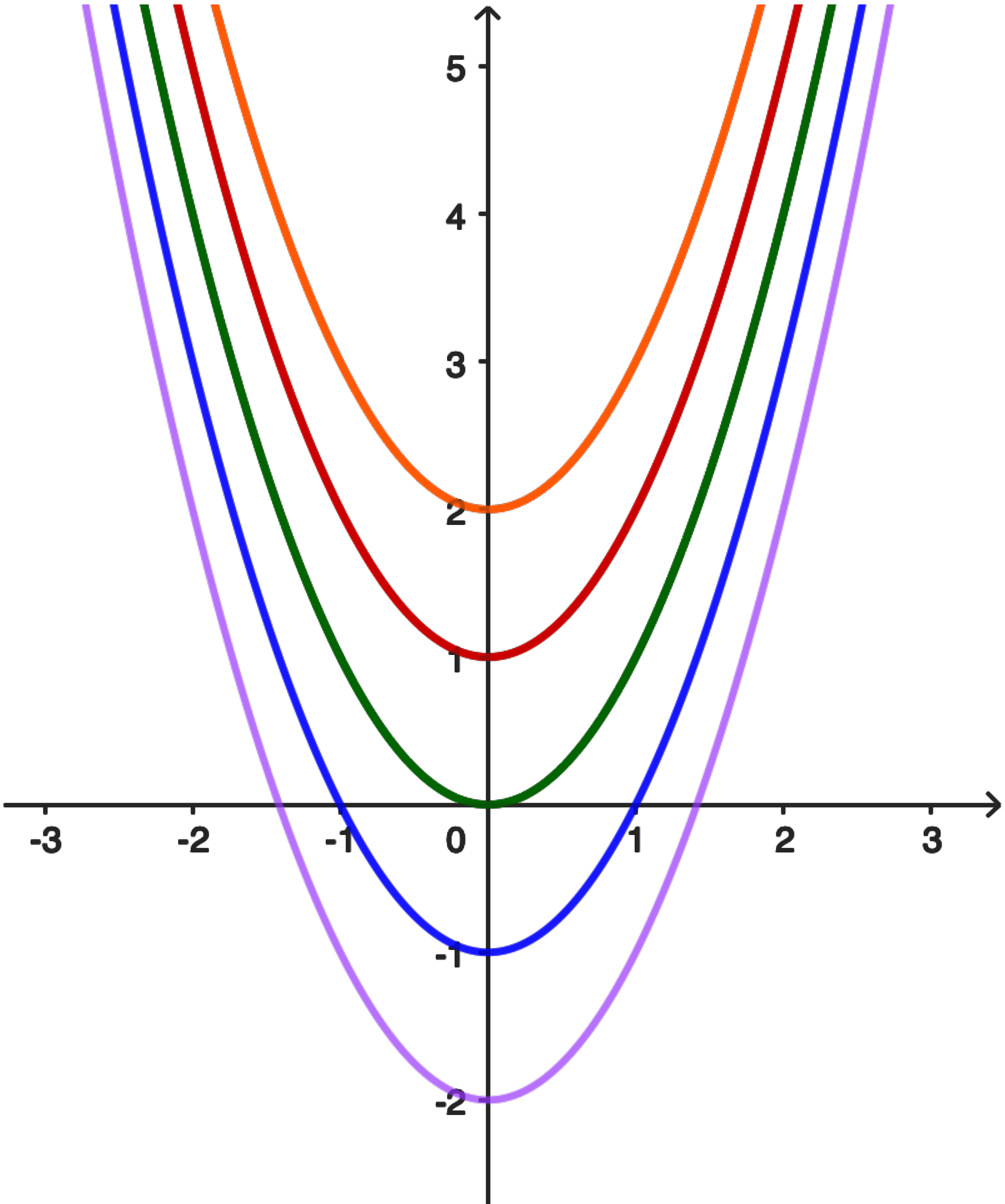
$$f(x) = x^2$$

$$f(x) = x^2 + 1$$

$$f(x) = x^2 + 2$$

$$f(x) = x^2 - 1$$

$$f(x) = x^2 - 2$$



Translation horizontale

La translation horizontale est moins directe que la translation verticale, car la valeur de x est indépendante de celle de y.

$$y = f(x)$$

Translation horizontale

La translation horizontale est moins directe que la translation verticale, car la valeur de x est indépendante de celle de y.

$$y = f(x)$$

Si on réfléchit en termes de réciproque

Translation horizontale

La translation horizontale est moins directe que la translation verticale, car la valeur de x est indépendante de celle de y.

$$y = f(x)$$

Si on réfléchit en termes de réciproque

$$x = f^{-1}(y)$$

Translation horizontale

La translation horizontale est moins directe que la translation verticale, car la valeur de x est indépendante de celle de y.

$$y = f(x)$$

Si on réfléchit en termes de réciproque

$$x = f^{-1}(y)$$

et qu'on décale le x,

Translation horizontale

La translation horizontale est moins directe que la translation verticale, car la valeur de x est indépendante de celle de y.

$$y = f(x)$$

Si on réfléchit en termes de réciproque

$$x = f^{-1}(y)$$

et qu'on décale le x,

$$x = f^{-1}(y) + k$$

Translation horizontale

La translation horizontale est moins directe que la translation verticale, car la valeur de x est indépendante de celle de y.

$$y = f(x)$$

Si on réfléchit en termes de réciproque

$$x = f^{-1}(y)$$

et qu'on décale le x,

$$x = f^{-1}(y) + k$$

et qu'on revienne à la fonction

Translation horizontale

La translation horizontale est moins directe que la translation verticale, car la valeur de x est indépendante de celle de y.

$$y = f(x)$$

Si on réfléchit en termes de réciproque

$$x = f^{-1}(y)$$

et qu'on décale le x,

$$x = f^{-1}(y) + k$$

et qu'on revienne à la fonction

$$f^{-1}(y) = x - k$$

Translation horizontale

La translation horizontale est moins directe que la translation verticale, car la valeur de x est indépendante de celle de y.

$$y = f(x)$$

Si on réfléchit en termes de réciproque

$$x = f^{-1}(y)$$

et qu'on décale le x,

$$x = f^{-1}(y) + k$$

et qu'on revienne à la fonction

$$f^{-1}(y) = x - k \implies y = f(x - k)$$

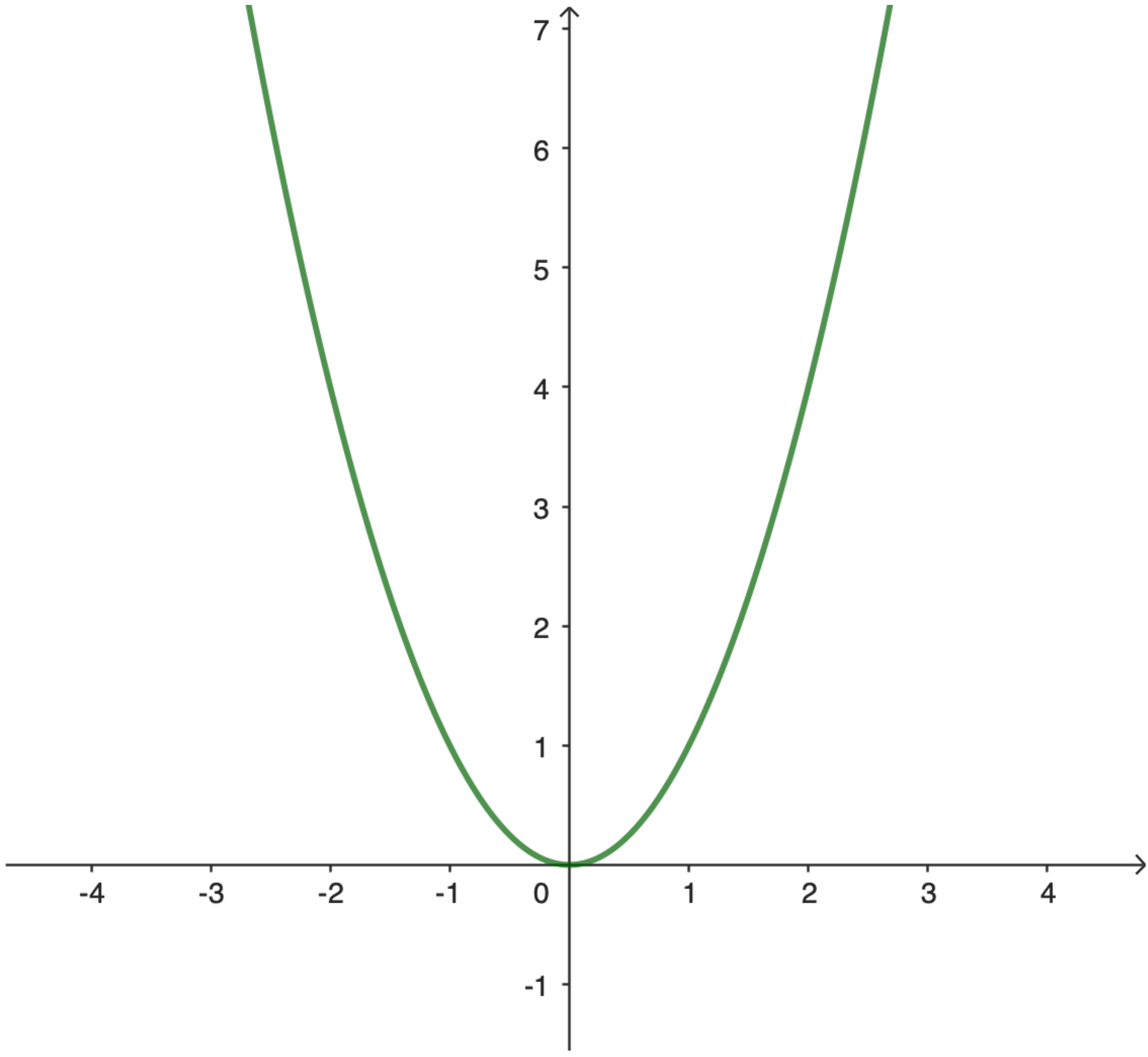
Exemple

Ici on voit les fonctions

Exemple

Ici on voit les fonctions

$$f(x) = x^2$$

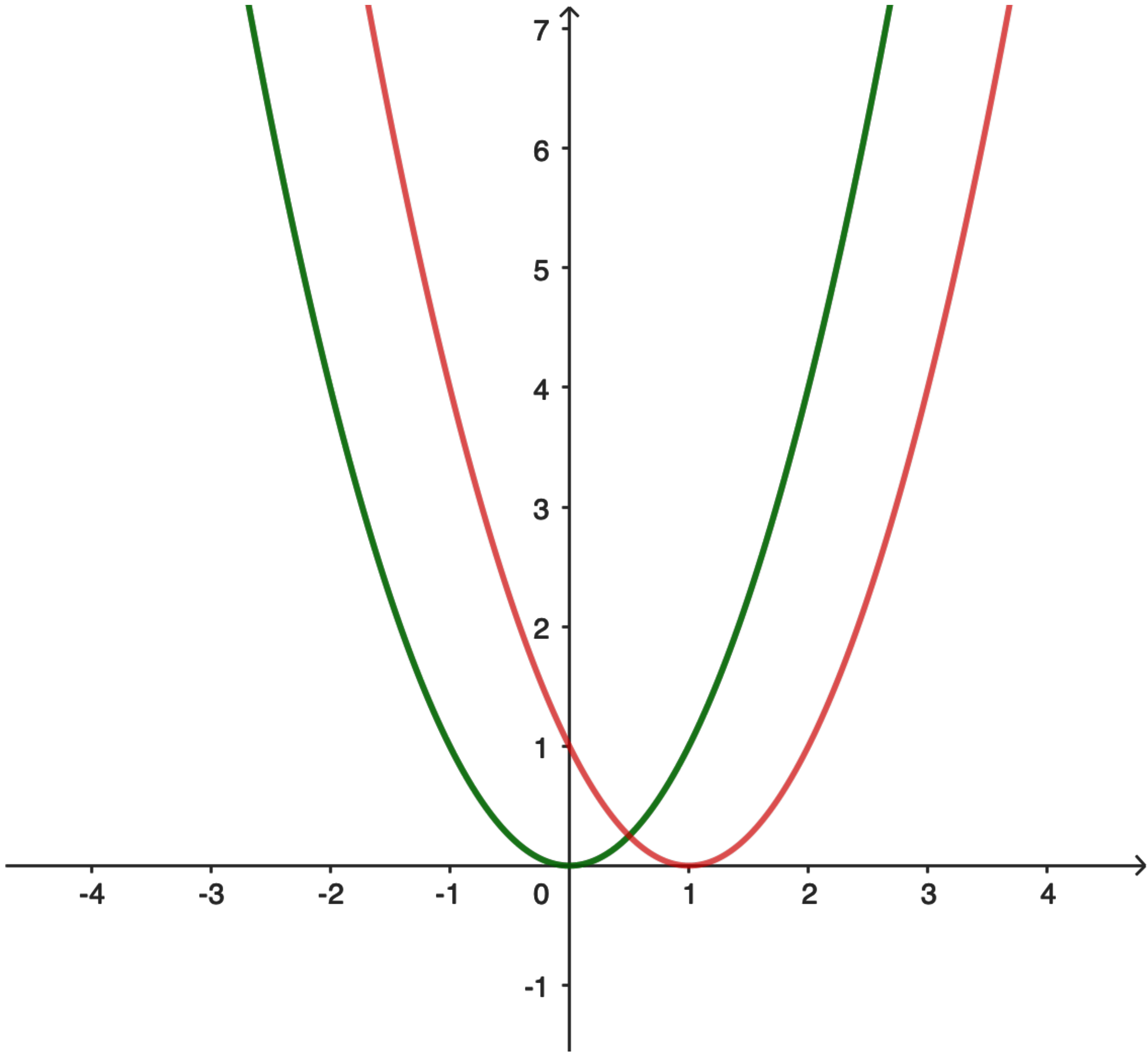


Exemple

Ici on voit les fonctions

$f(x) = x^2$

$f(x) = (x-1)^2$



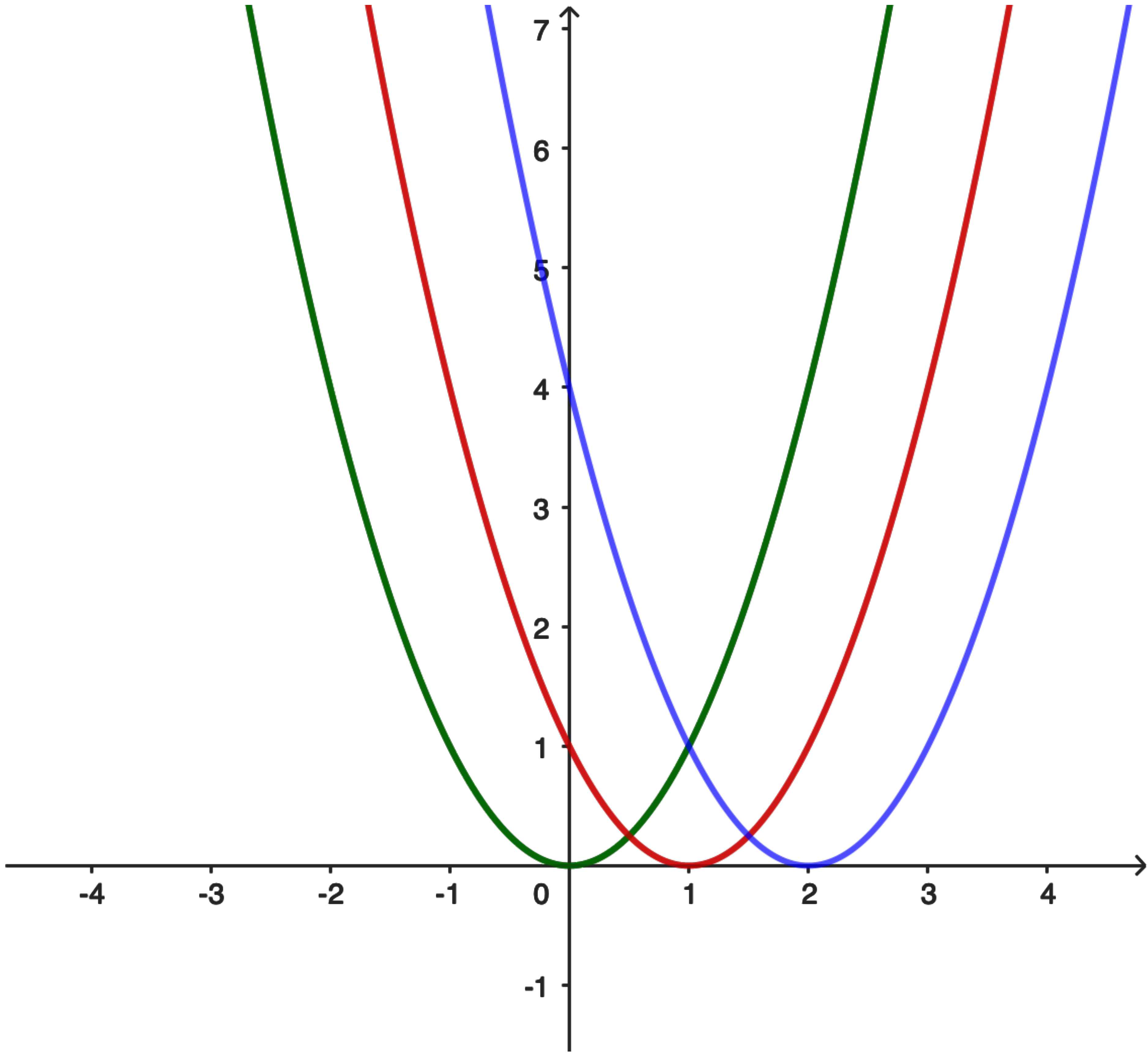
Exemple

Ici on voit les fonctions

$$f(x) = x^2$$

$$f(x) = (x-1)^2$$

$$f(x) = (x-2)^2$$



Exemple

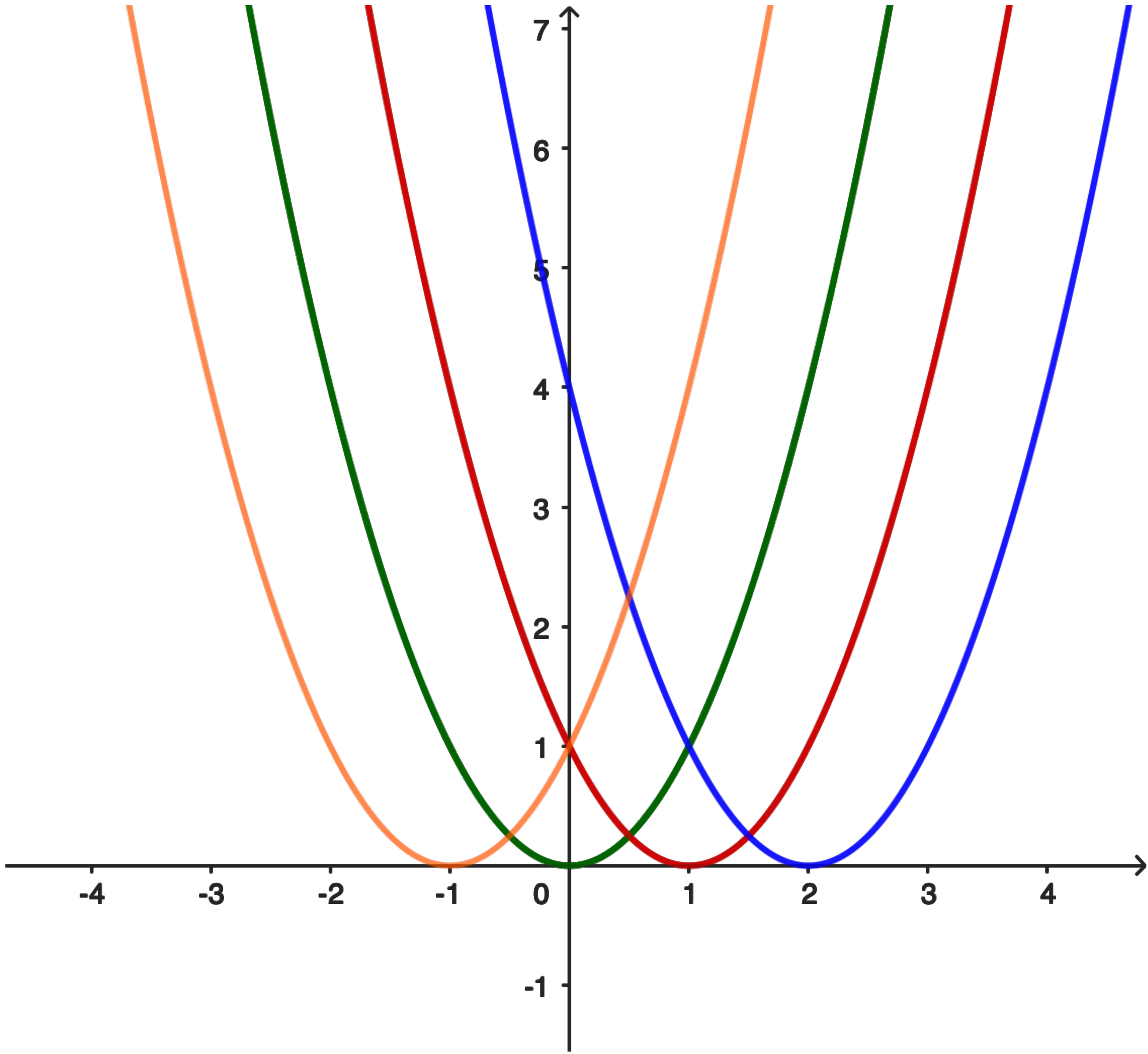
Ici on voit les fonctions

$f(x) = x^2$

$f(x) = (x-1)^2$

$f(x) = (x-2)^2$

$f(x) = (x+1)^2$



Exemple Ici on voit les fonctions

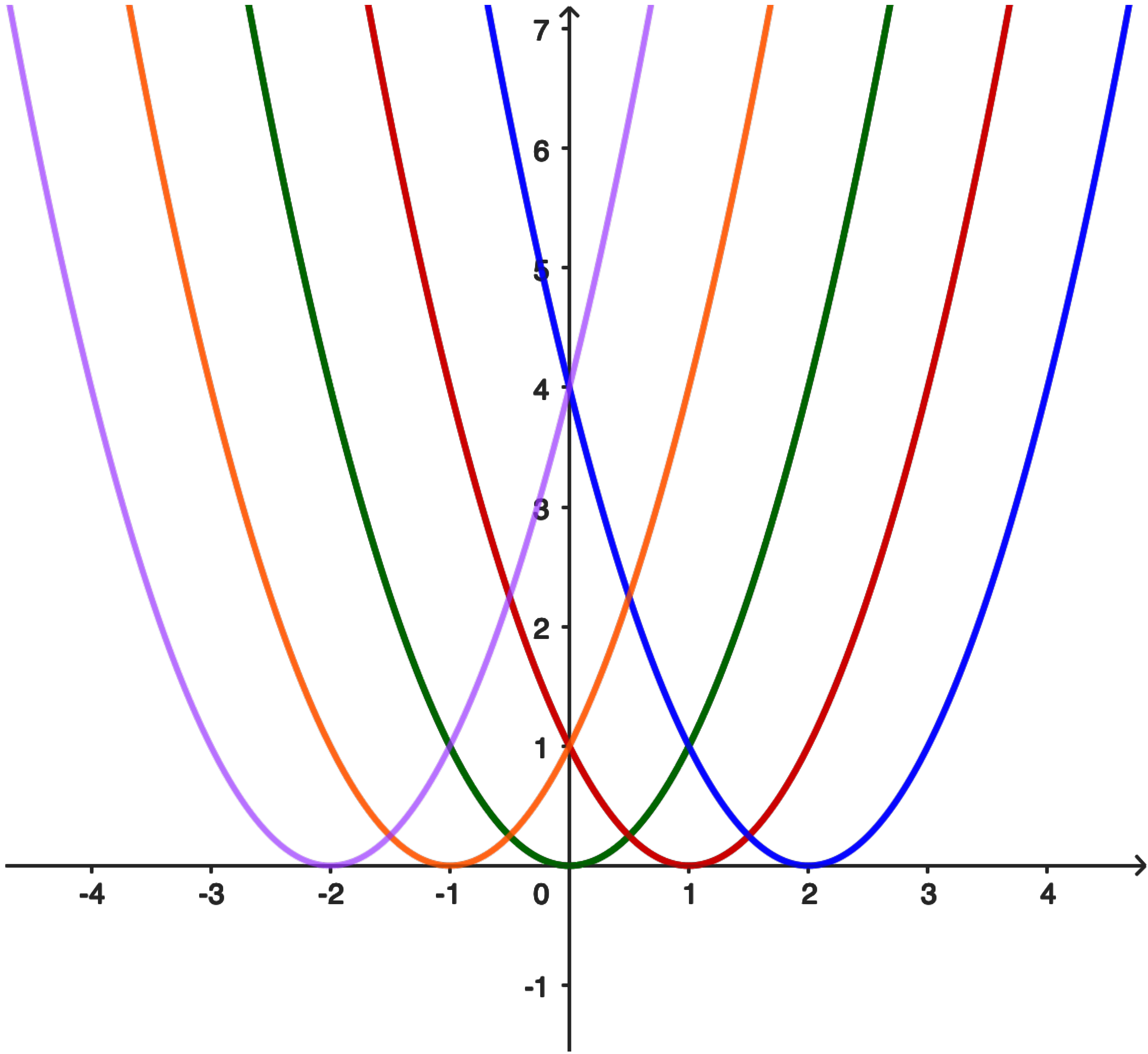
$f(x) = x^2$

$f(x) = (x-1)^2$

$f(x) = (x-2)^2$

$f(x) = (x+1)^2$

$f(x) = (x+2)^2$



Exemple

On peut aussi jumeler les deux types de translations;

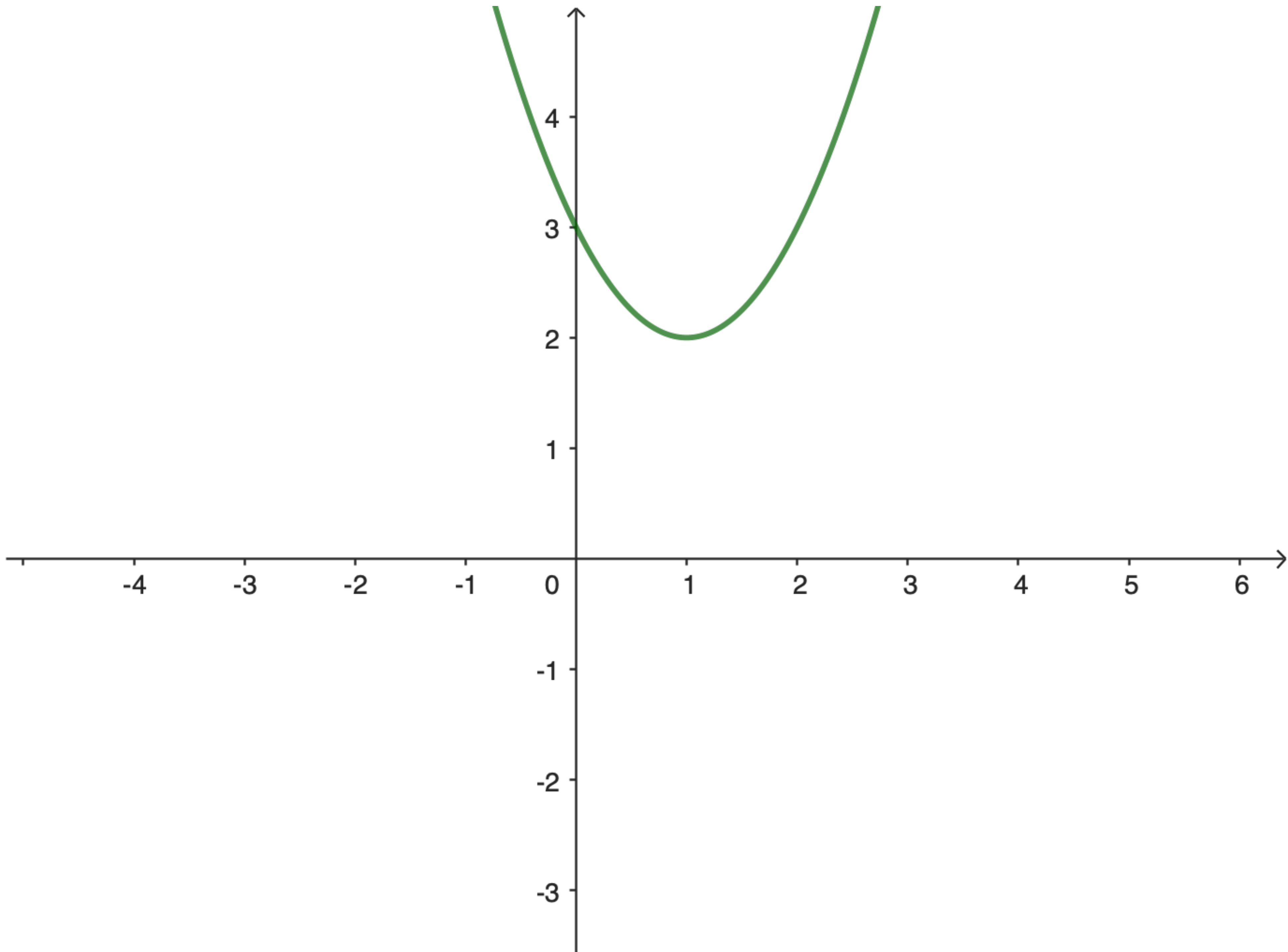
Exemple On peut aussi jumeler les deux types de translations;

$$f(x) = (x-1)^2 + 2$$

Exemple

On peut aussi jumeler les deux types de translations;

$$f(x) = (x-1)^2 + 2$$

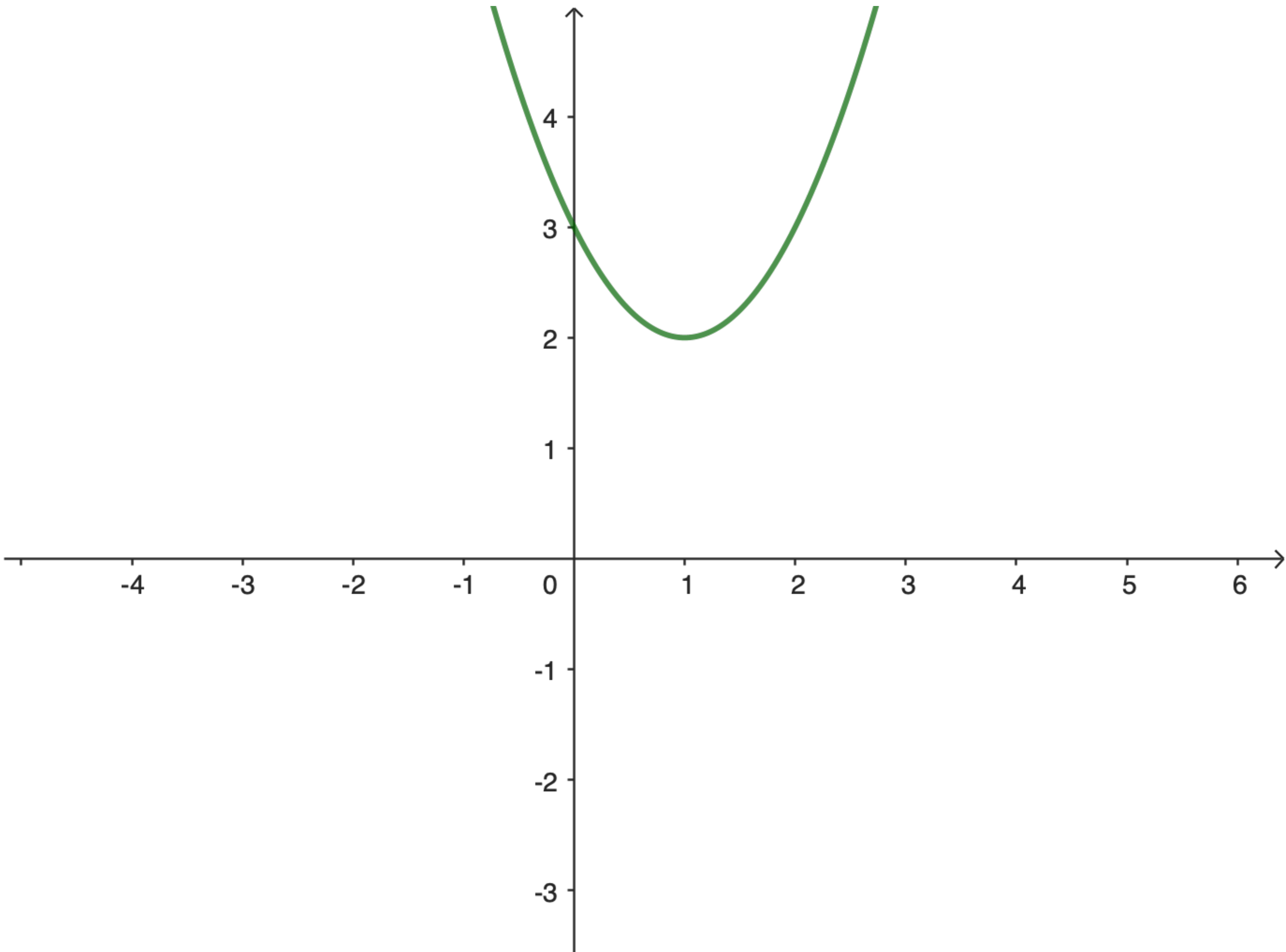


Exemple

On peut aussi jumeler les deux types de translations;

$$f(x) = (x-1)^2 + 2$$

$$g(x) = (x-(-2))^2 - 3$$



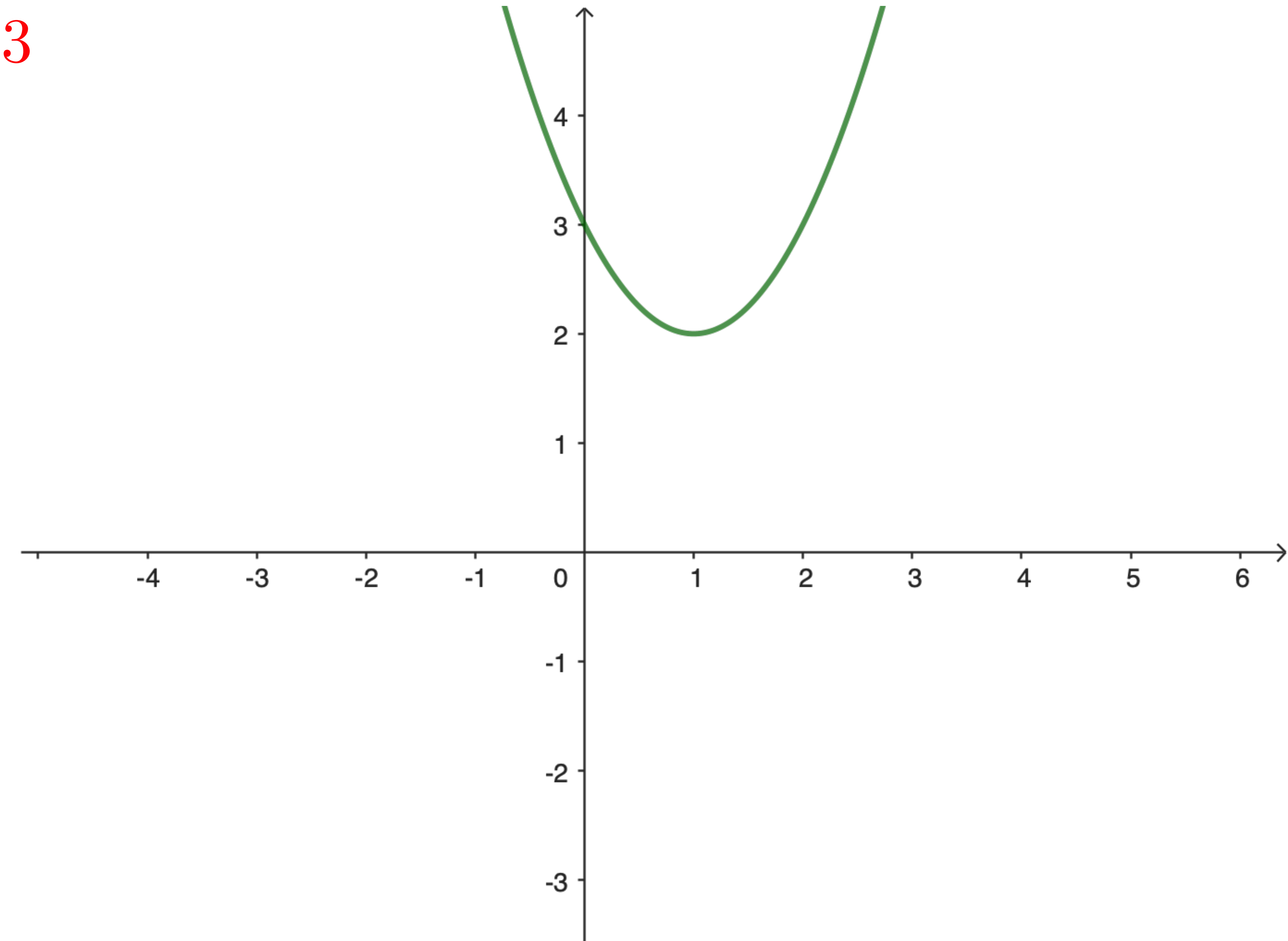
Exemple

On peut aussi jumeler les deux types de translations;

$$f(x) = (x-1)^2 + 2$$

$$g(x) = (x-(-2))^2 - 3$$

$$= (x+2)^2 - 3$$



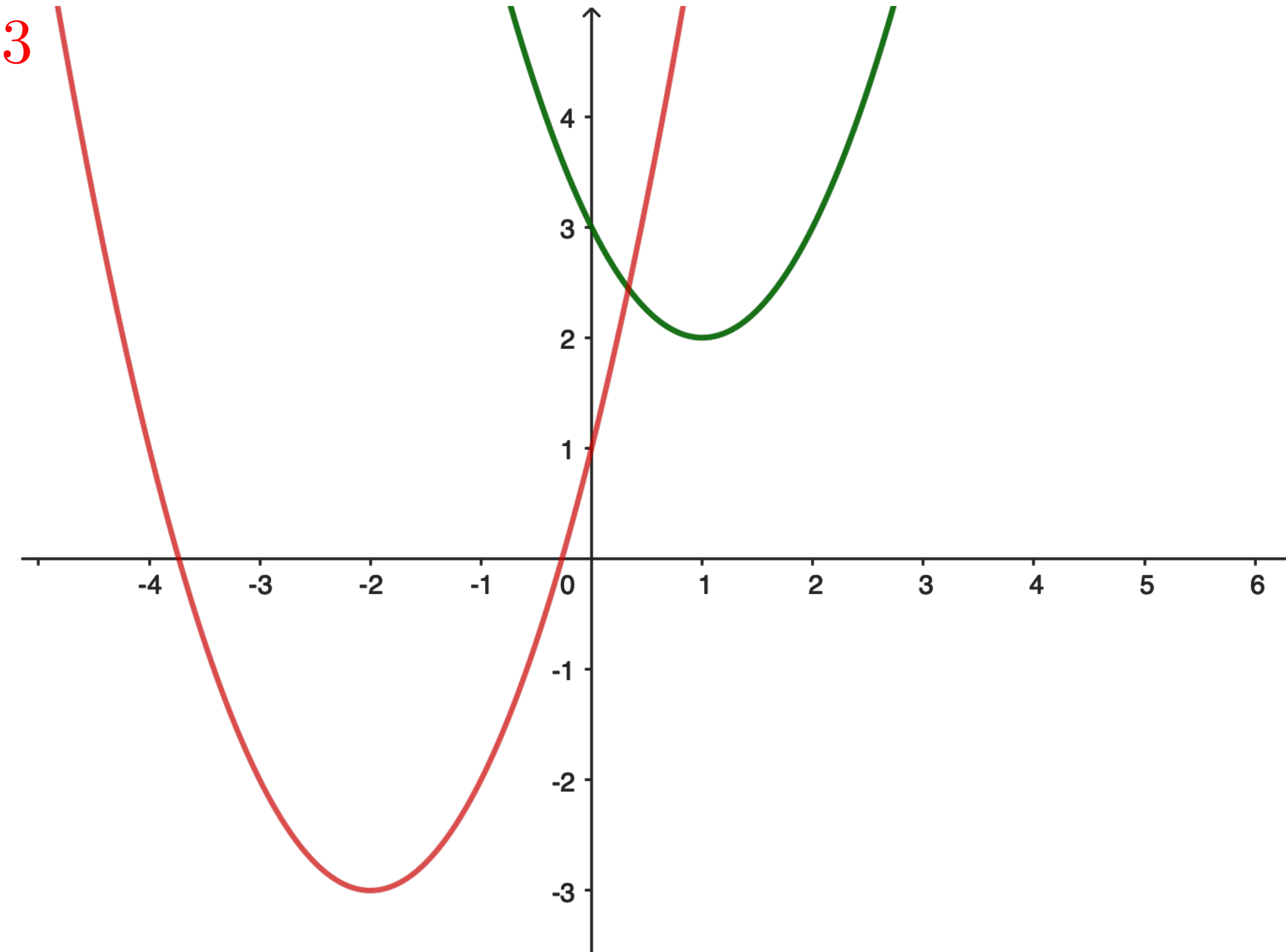
Exemple

On peut aussi jumeler les deux types de translations;

$$f(x) = (x-1)^2 + 2$$

$$g(x) = (x-(-2))^2 - 3$$

$$= (x+2)^2 - 3$$



Exemple

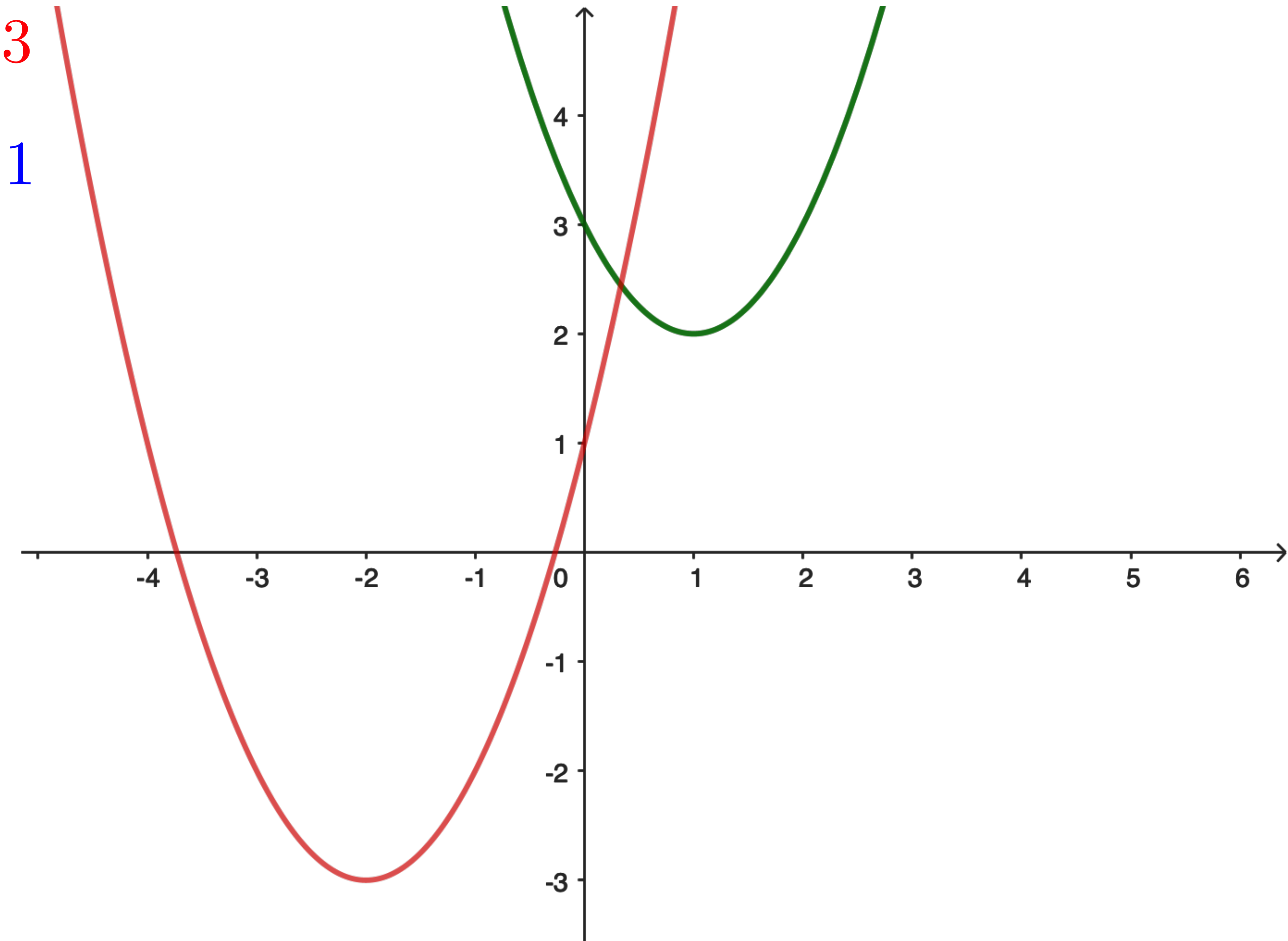
On peut aussi jumeler les deux types de translations;

$$f(x) = (x-1)^2 + 2$$

$$g(x) = (x-(-2))^2 - 3$$

$$= (x+2)^2 - 3$$

$$h(x) = (x-3)^2 - 1$$



Exemple

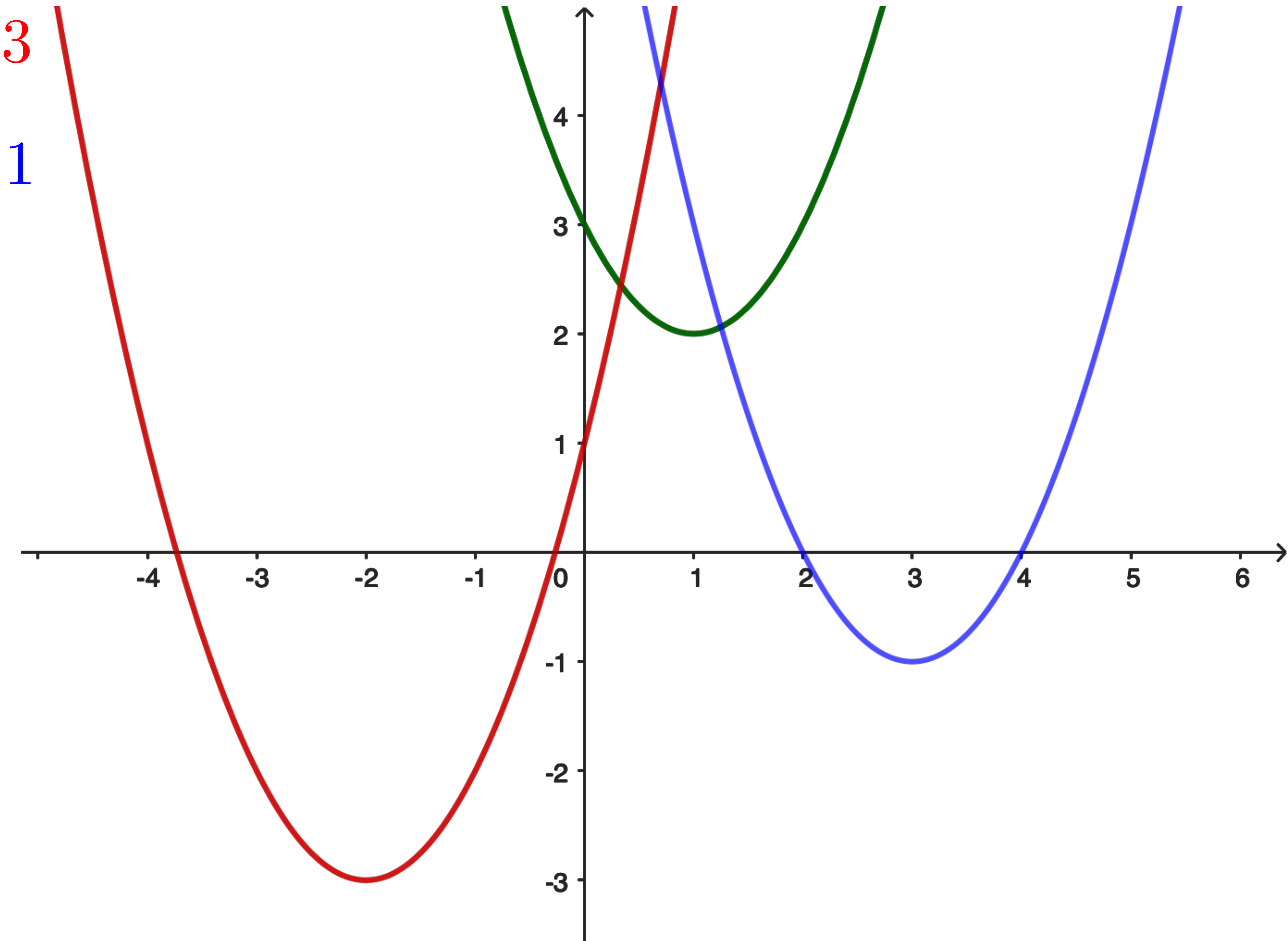
On peut aussi jumeler les deux types de translations;

$$f(x) = (x-1)^2 + 2$$

$$g(x) = (x-(-2))^2 - 3$$

$$= (x+2)^2 - 3$$

$$h(x) = (x-3)^2 - 1$$



Exemple

On peut aussi jumeler les deux types de translations;

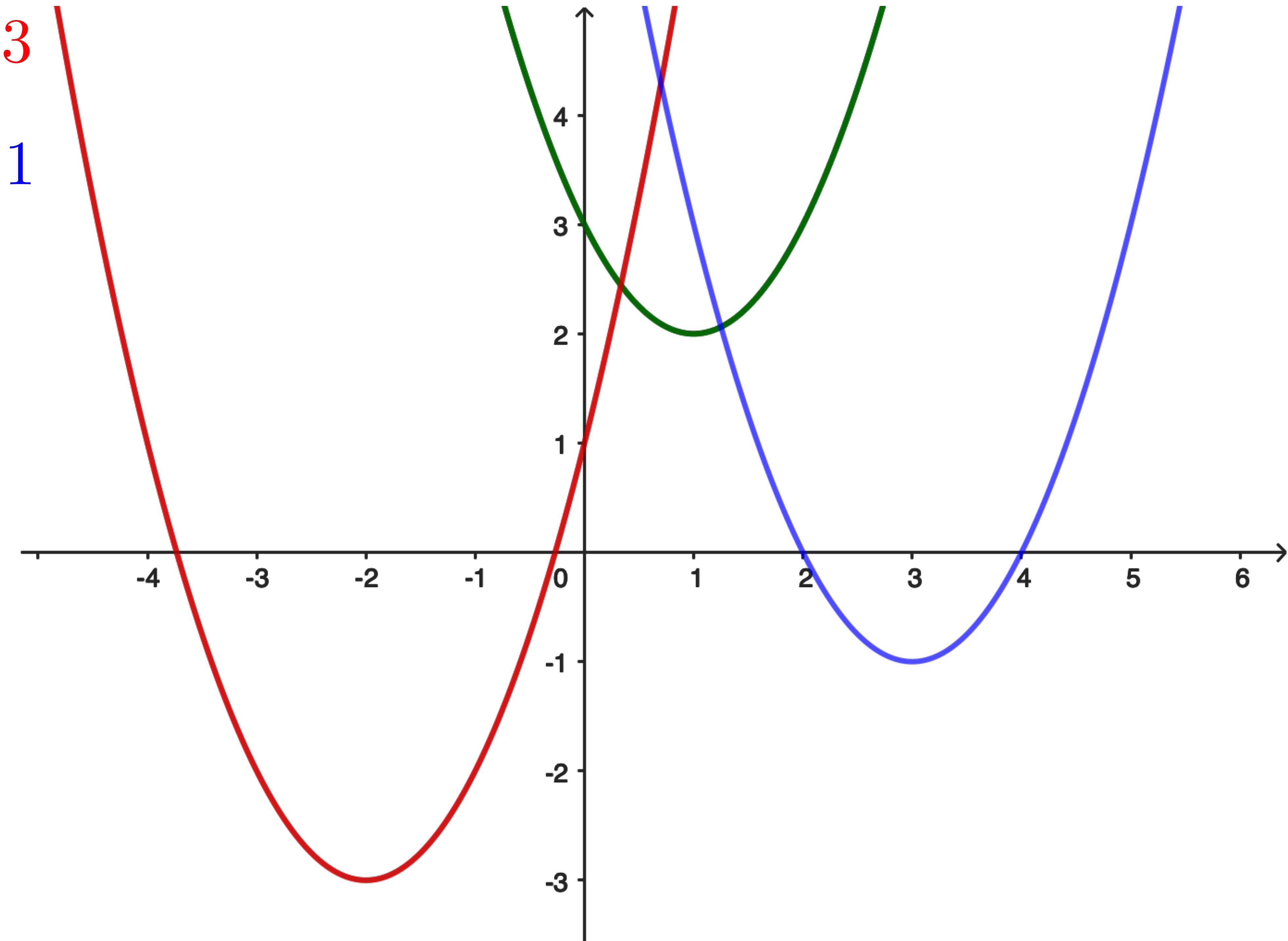
$$f(x) = (x-1)^2 + 2$$

On voit aussi le sommet de la parabole

$$g(x) = (x-(-2))^2 - 3$$

$$= (x+2)^2 - 3$$

$$h(x) = (x-3)^2 - 1$$



Exemple

On peut aussi jumeler les deux types de translations;

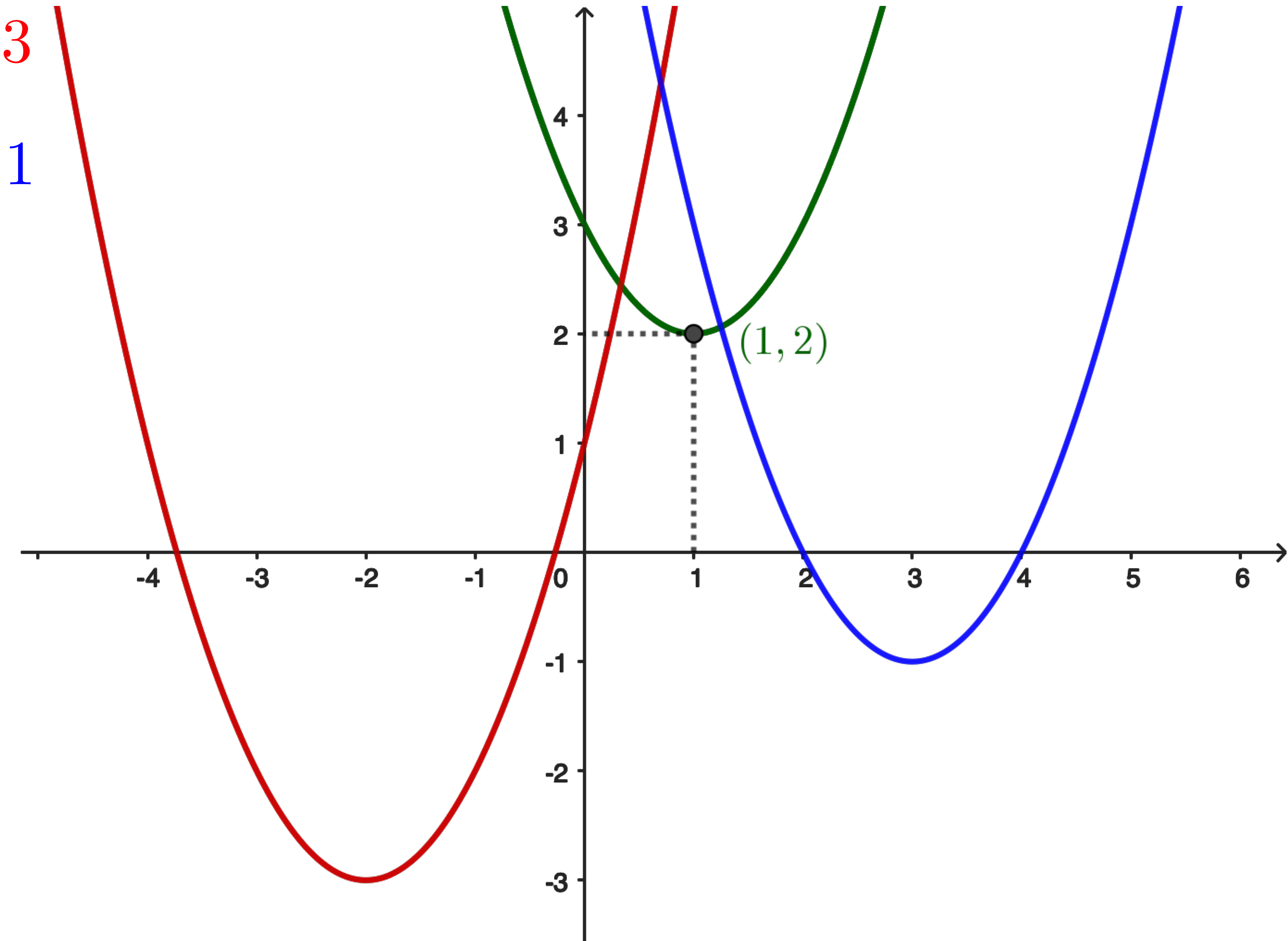
$$f(x) = (x-1)^2 + 2$$

On voit aussi le sommet de la parabole

$$g(x) = (x-(-2))^2 - 3$$

$$= (x+2)^2 - 3$$

$$h(x) = (x-3)^2 - 1$$



Exemple

On peut aussi jumeler les deux types de translations;

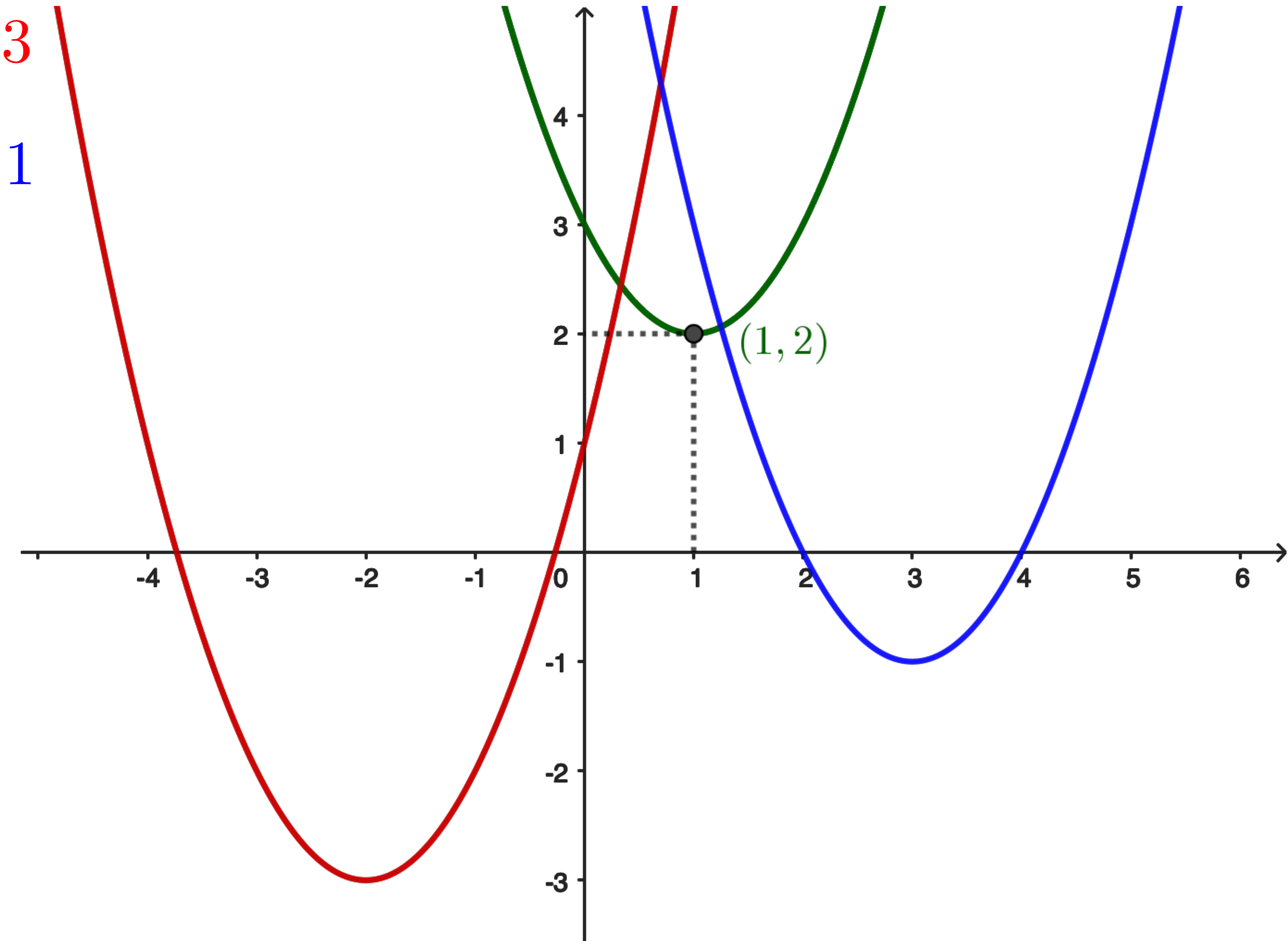
$$f(x) = (x - \boxed{1})^2 + \boxed{2}$$

On voit aussi le sommet de la parabole

$$g(x) = (x - (-2))^2 - 3$$

$$= (x + 2)^2 - 3$$

$$h(x) = (x - 3)^2 - 1$$



Exemple

On peut aussi jumeler les deux types de translations;

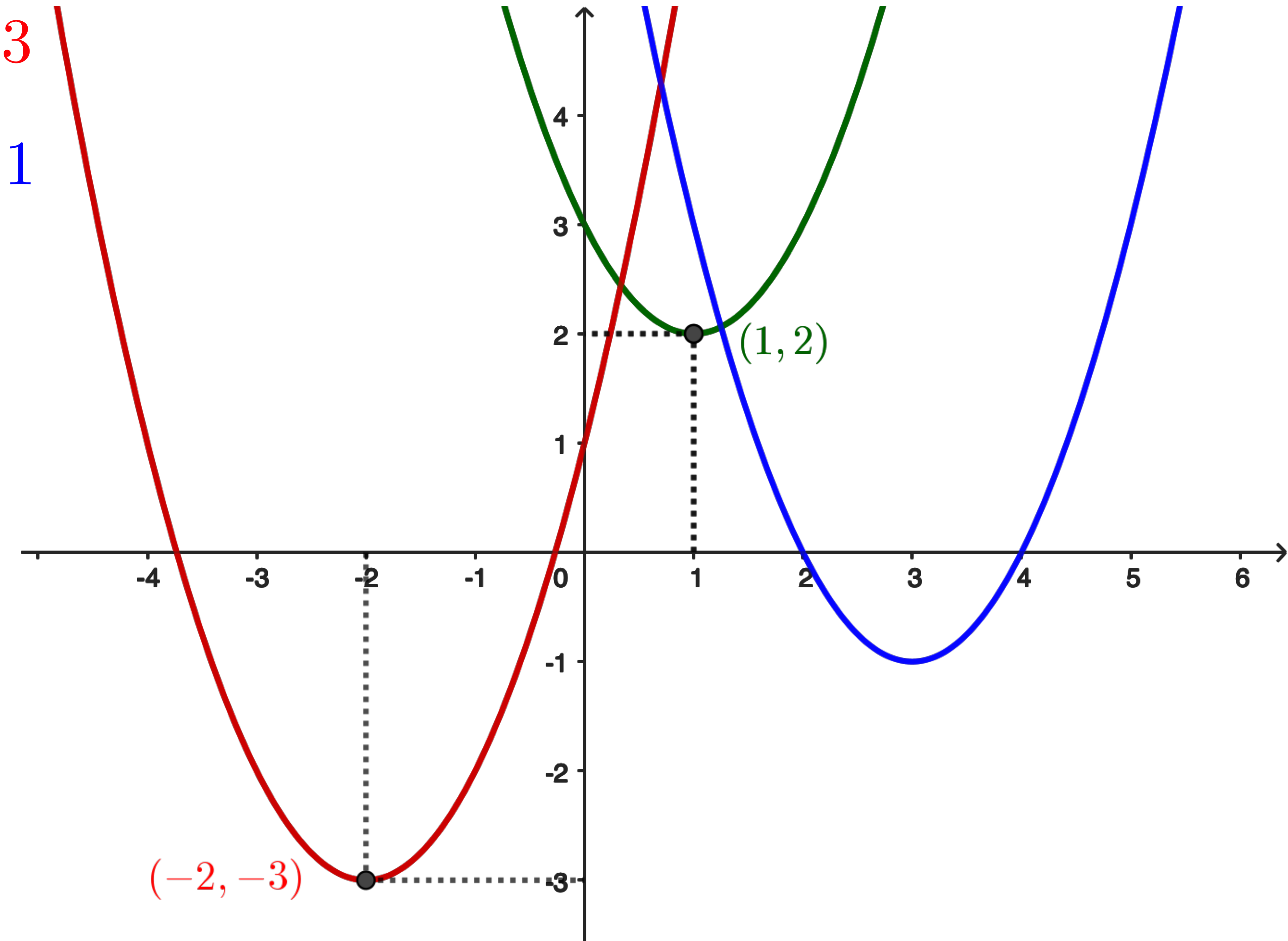
$$f(x) = (x - 1)^2 + 2$$

On voit aussi le sommet de la parabole

$$g(x) = (x - (-2))^2 - 3$$

$$= (x + 2)^2 - 3$$

$$h(x) = (x - 3)^2 - 1$$



Exemple

On peut aussi jumeler les deux types de translations;

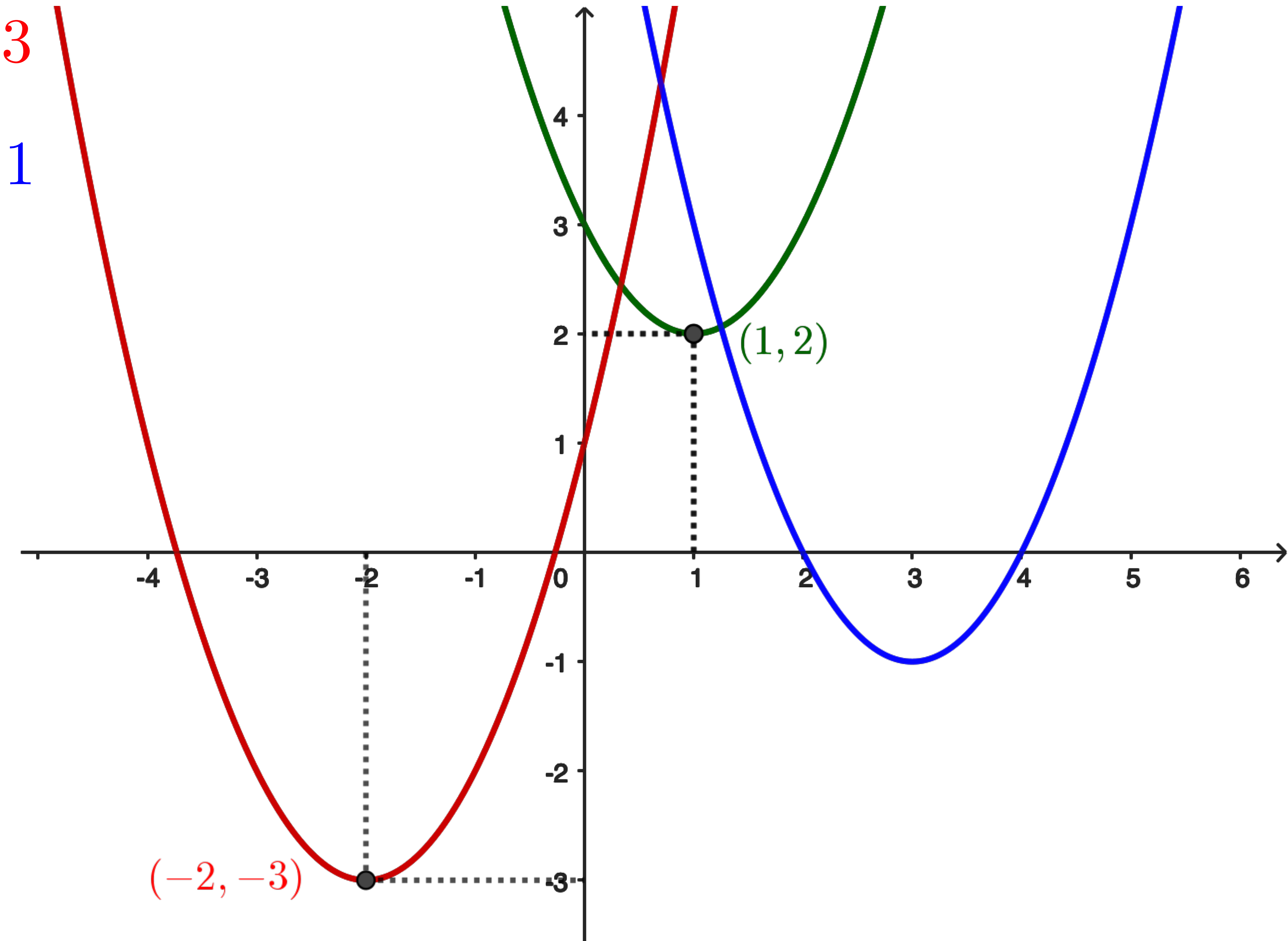
$$f(x) = (x - 1)^2 + 2$$

On voit aussi le sommet de la parabole

$$g(x) = (x - (-2))^2 - 3$$

$$= (x + 2)^2 - 3$$

$$h(x) = (x - 3)^2 - 1$$



Exemple

On peut aussi jumeler les deux types de translations;

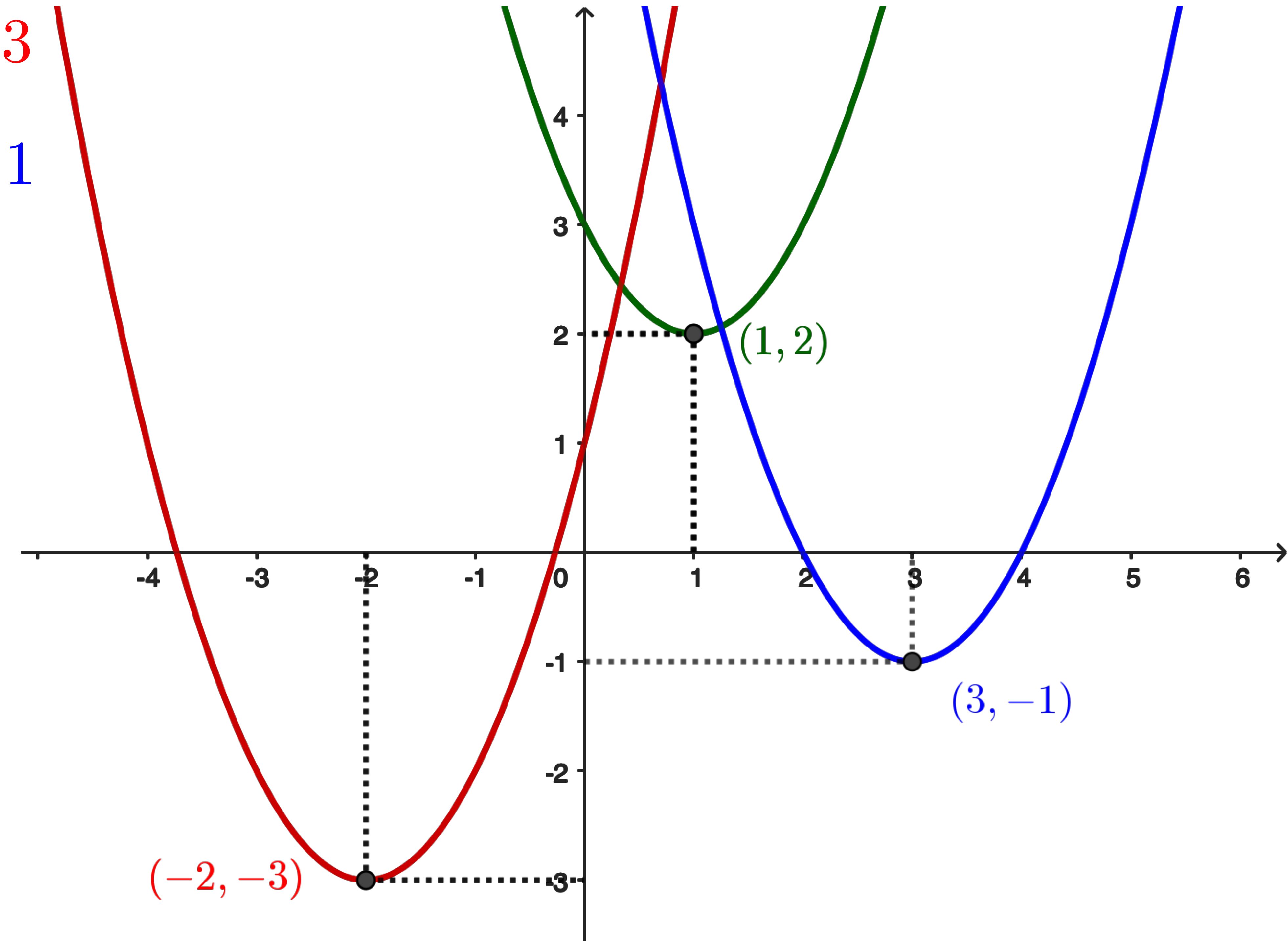
$$f(x) = (x - 1)^2 + 2$$

On voit aussi le sommet de la parabole

$$g(x) = (x - (-2))^2 - 3$$

$$= (x + 2)^2 - 3$$

$$h(x) = (x - 3)^2 - 1$$



Exemple

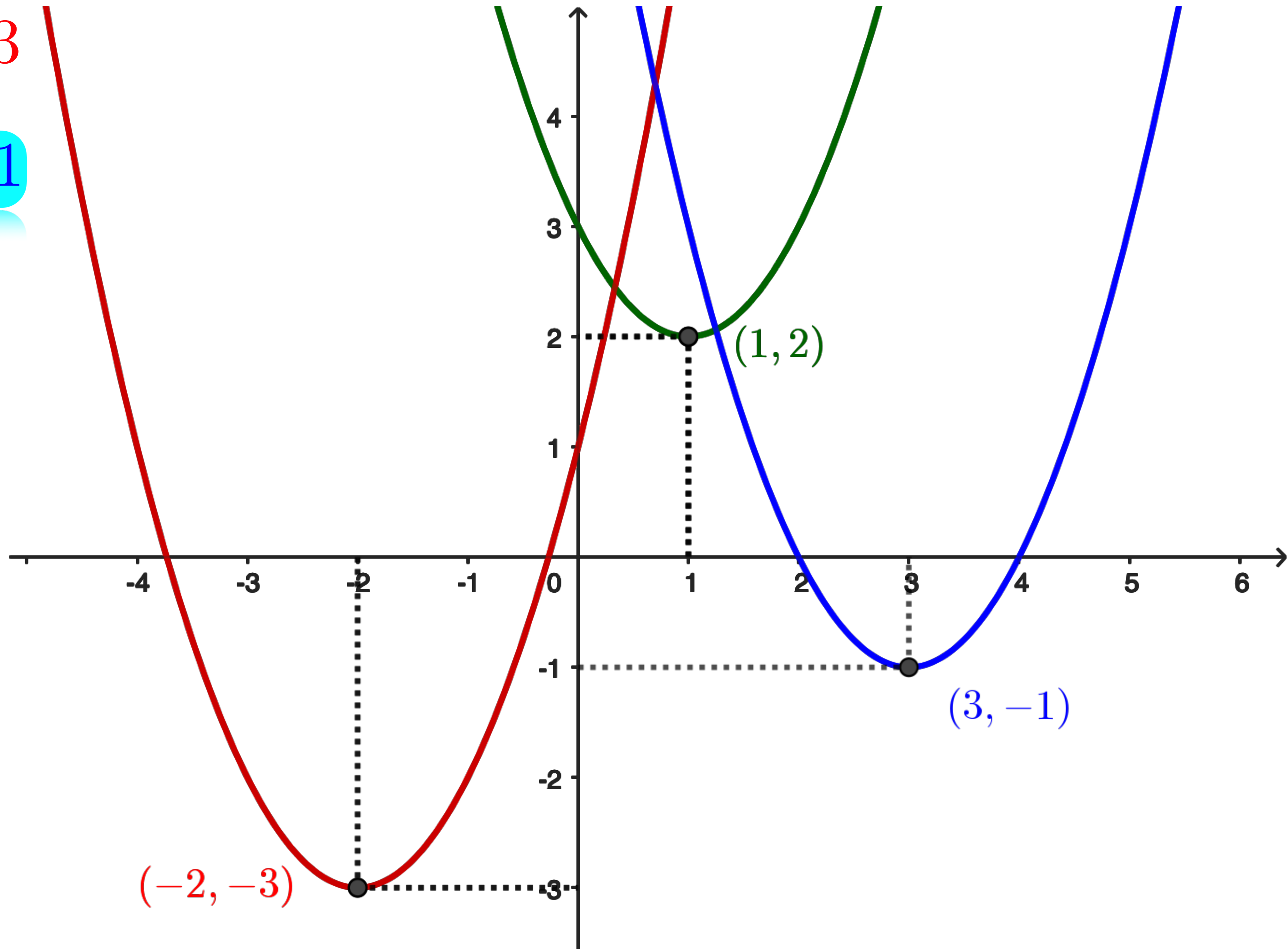
On peut aussi jumeler les deux types de translations;

$$f(x) = (x - 1)^2 + 2$$

On voit aussi le sommet de la parabole

$$g(x) = (x - (-2))^2 - 3$$
$$= (x + 2)^2 - 3$$

$$h(x) = (x - 3)^2 - 1$$



Si on considère toutes les translations horizontales et verticales possibles de la fonction de base

$$f(x) = x^2$$

Si on considère toutes les translations horizontales et verticales possibles de la fonction de base

$$f(x) = x^2$$

l'ensemble des fonctions qu'on peut obtenir a la forme

Si on considère toutes les translations horizontales et verticales possibles de la fonction de base

$$f(x) = x^2$$

l'ensemble des fonctions qu'on peut obtenir a la forme

$$g(x) = (x - h)^2 + k$$

Si on considère toutes les translations horizontales et verticales possibles de la fonction de base

$$f(x) = x^2$$

l'ensemble des fonctions qu'on peut obtenir a la forme

$$\begin{aligned} g(x) &= (x-h)^2 + k \\ &= (x-h)(x-h) + k \end{aligned}$$

Si on considère toutes les translations horizontales et verticales possibles de la fonction de base

$$f(x) = x^2$$

l'ensemble des fonctions qu'on peut obtenir a la forme

$$\begin{aligned} g(x) &= (x-h)^2 + k \\ &= (x-h)(x-h) + k \\ &= x^2 - 2hx + h + k \end{aligned}$$

Si on considère toutes les translations horizontales et verticales possibles de la fonction de base

$$f(x) = x^2$$

l'ensemble des fonctions qu'on peut obtenir a la forme

$$g(x) = (x-h)^2 + k$$

$$= (x-h)(x-h) + k$$

$$= x^2 - 2hx + h + k$$

Les translations ne permettent pas de construire, par exemple, la fonction

Si on considère toutes les translations horizontales et verticales possibles de la fonction de base

$$f(x) = x^2$$

l'ensemble des fonctions qu'on peut obtenir a la forme

$$g(x) = (x-h)^2 + k$$

$$= (x-h)(x-h) + k$$

$$= x^2 - 2hx + h + k$$

Les translations ne permettent pas de construire, par exemple, la fonction

$$h(x) = 2x^2$$

Si on considère toutes les translations horizontales et verticales possibles de la fonction de base

$$f(x) = x^2$$

l'ensemble des fonctions qu'on peut obtenir a la forme

$$g(x) = (x-h)^2 + k$$

$$= (x-h)(x-h) + k$$

$$= x^2 - 2hx + h + k$$

Les translations ne permettent pas de construire, par exemple, la fonction

$$h(x) = 2x^2$$

Regardons l'effet de multiplier notre fonction de base par une constante.

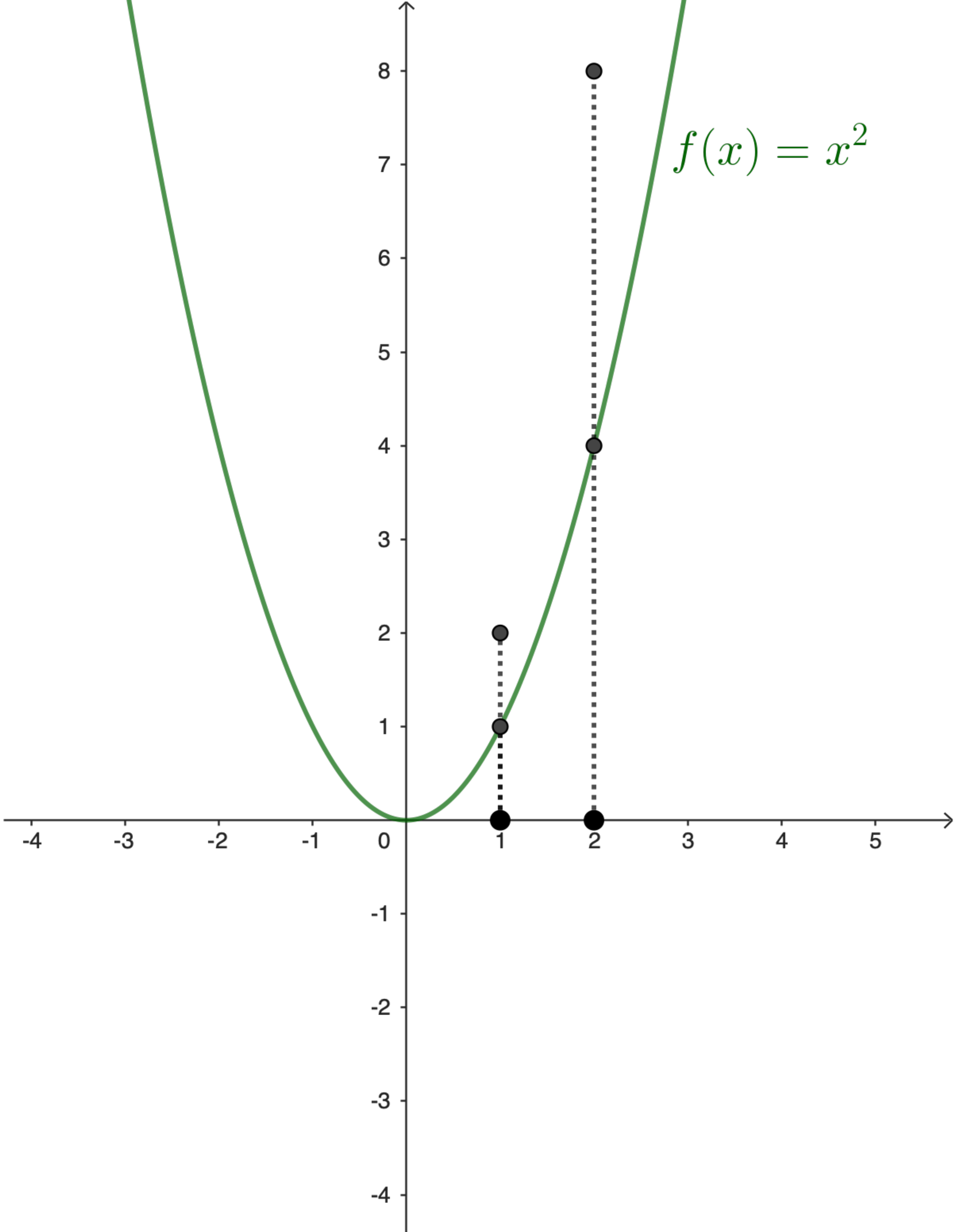
$$f(x) = ax^2$$

$$f(x) = ax^2$$

si $\quad a > 1$

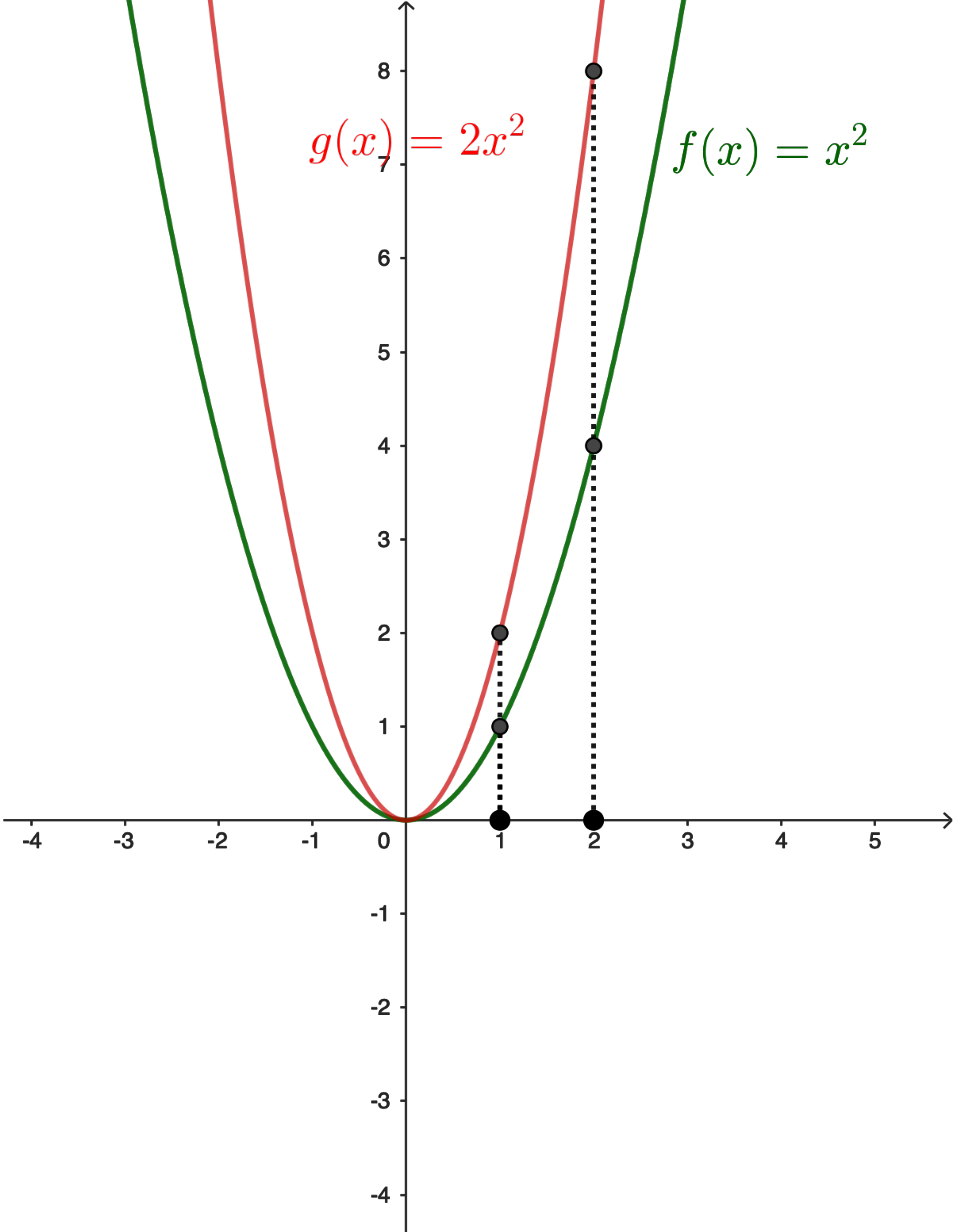
$$f(x) = ax^2$$

si $\quad a > 1$



$$f(x) = ax^2$$

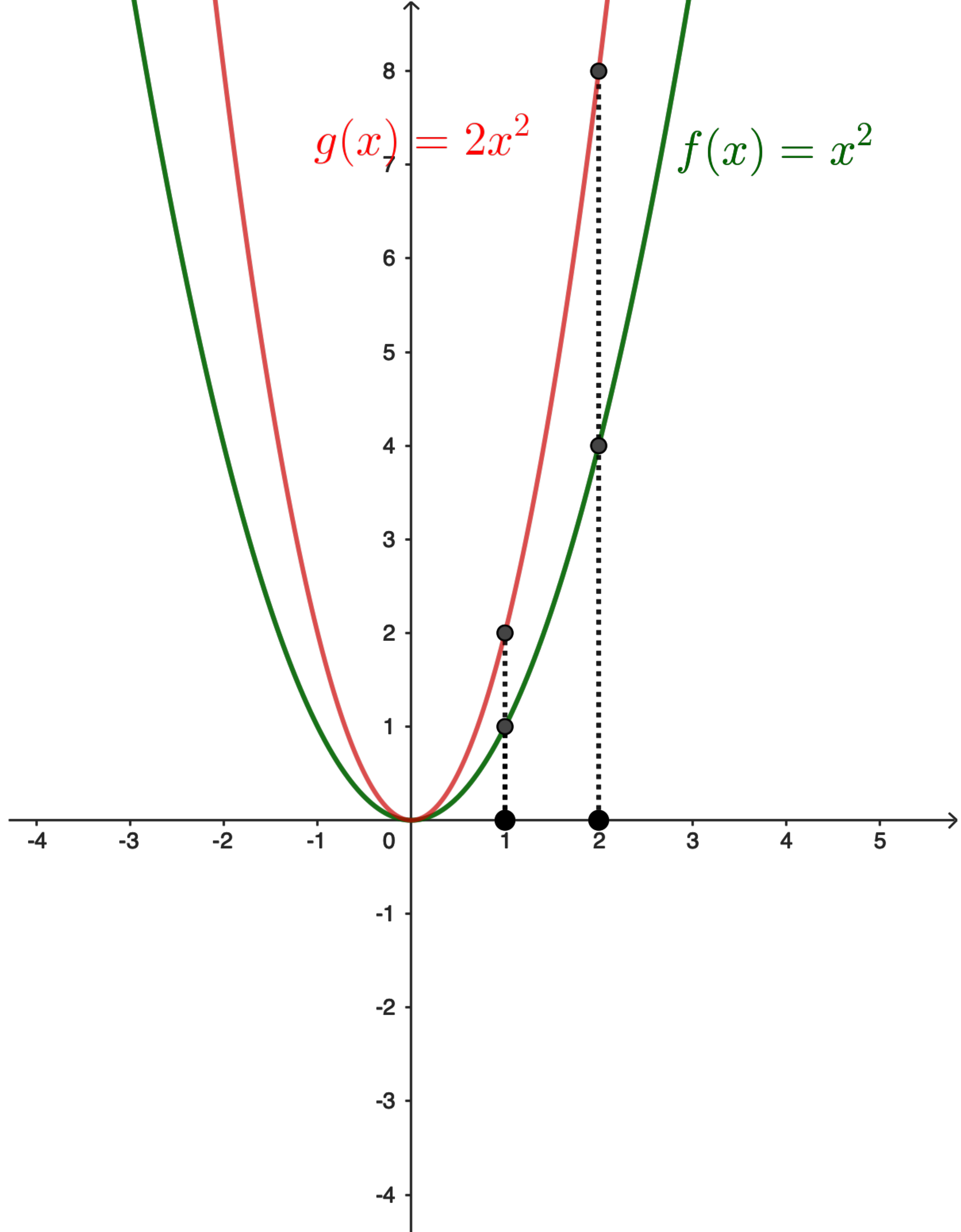
si $\quad a > 1$



$$f(x) = ax^2$$

si $\quad a > 1$

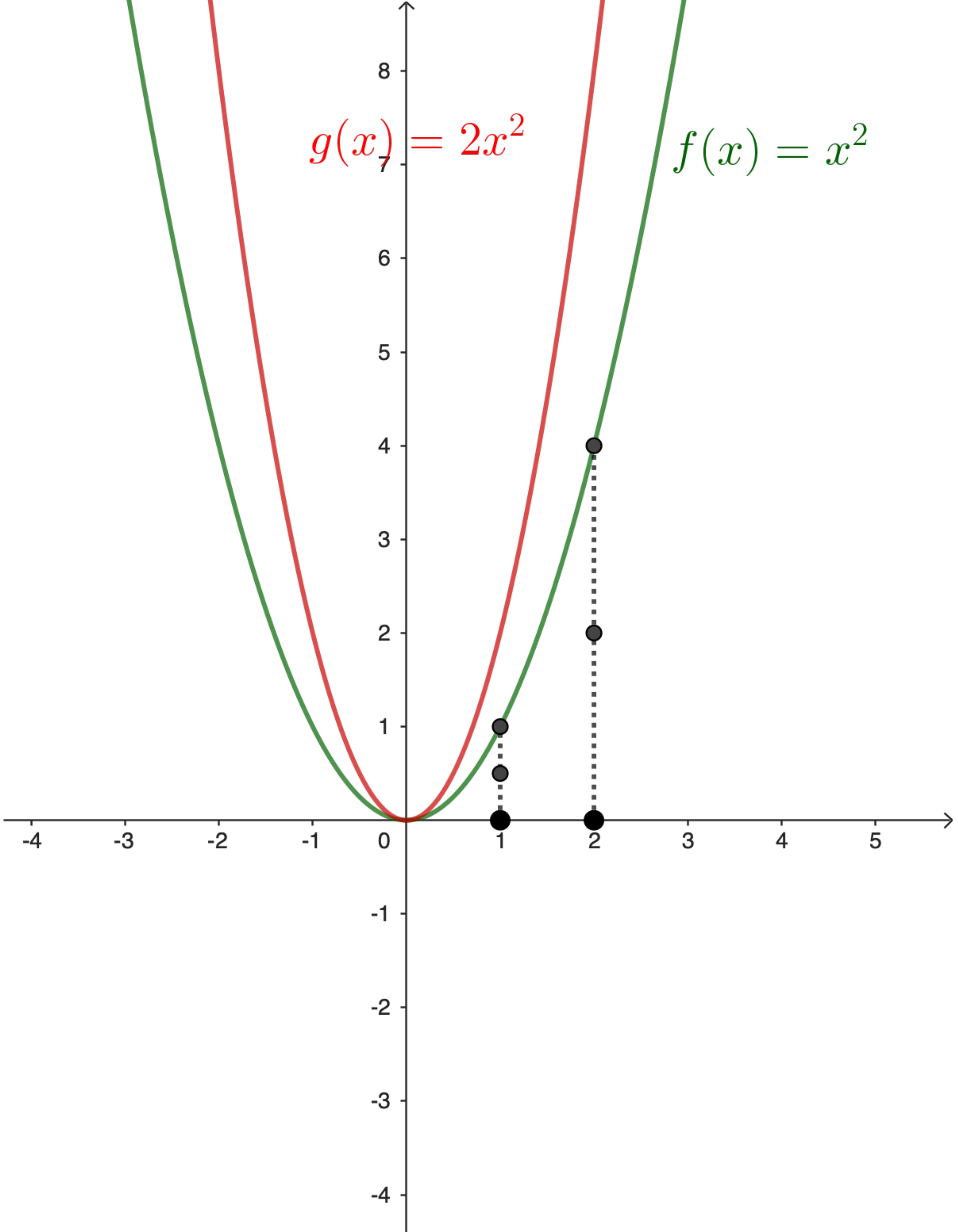
si $\quad 0 < a < 1$



$$f(x) = ax^2$$

si $\quad a > 1$

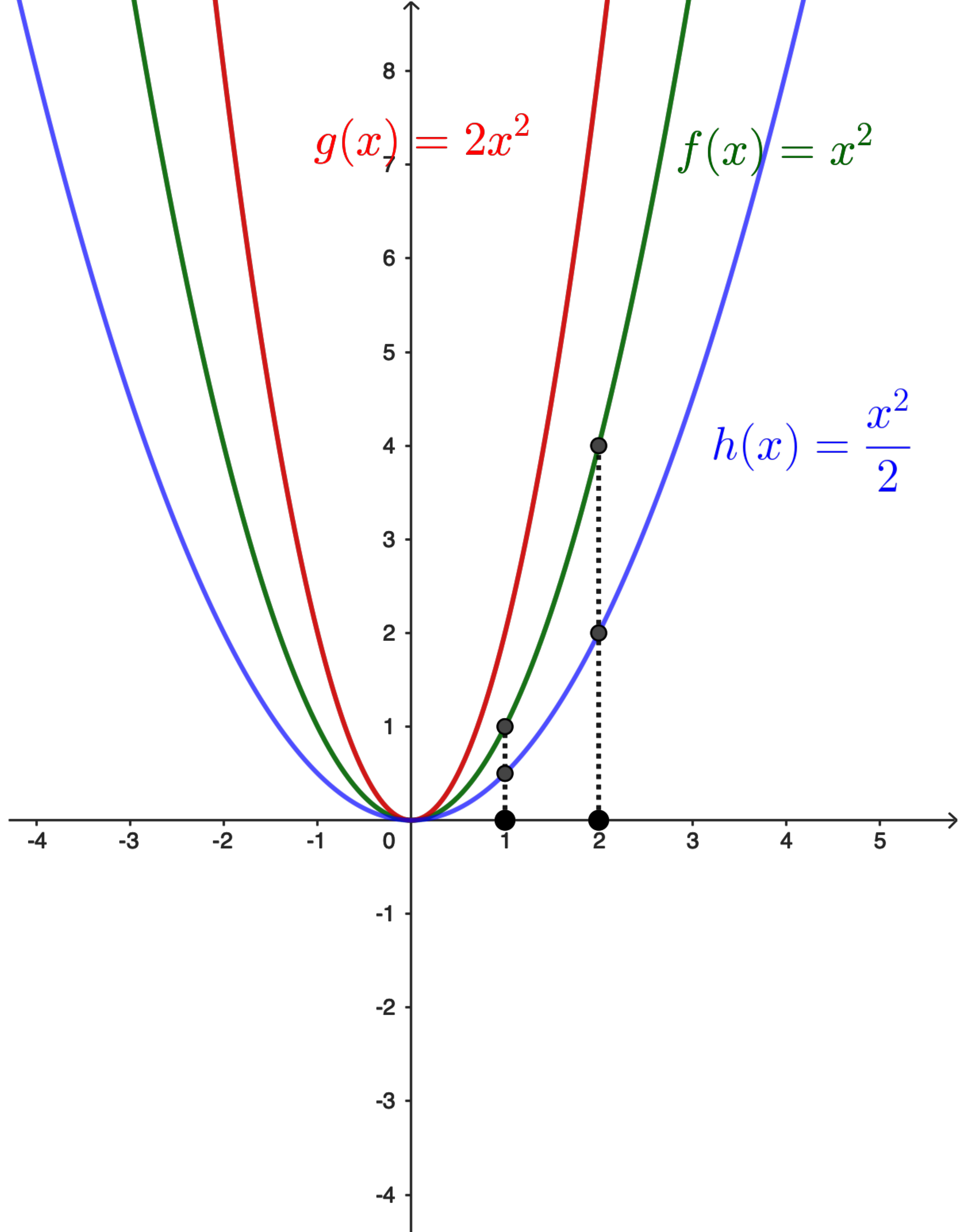
si $\quad 0 < a < 1$



$$f(x) = ax^2$$

si $a > 1$

si $0 < a < 1$

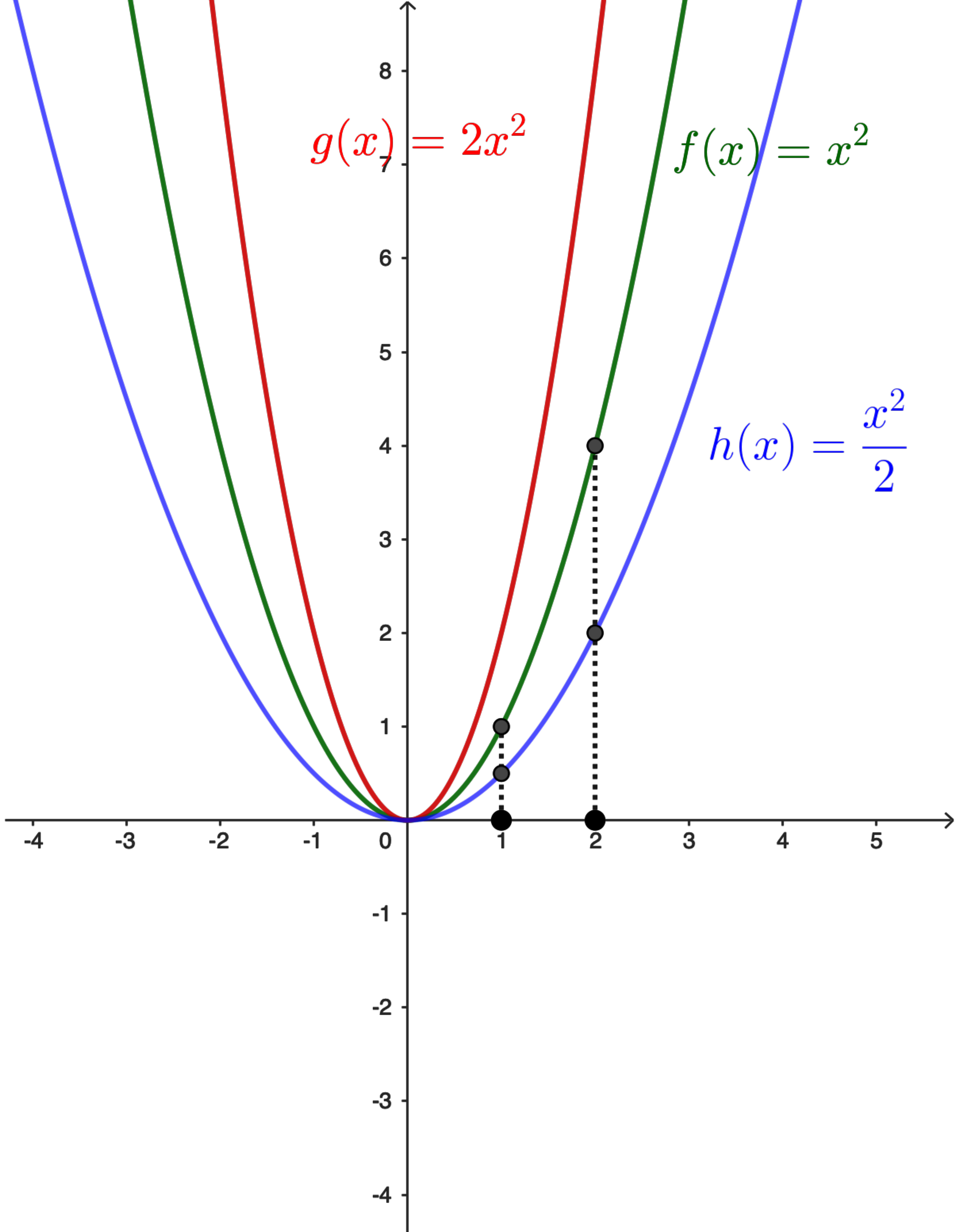


$$f(x) = ax^2$$

si $a > 1$

si $0 < a < 1$

si $a < 0$

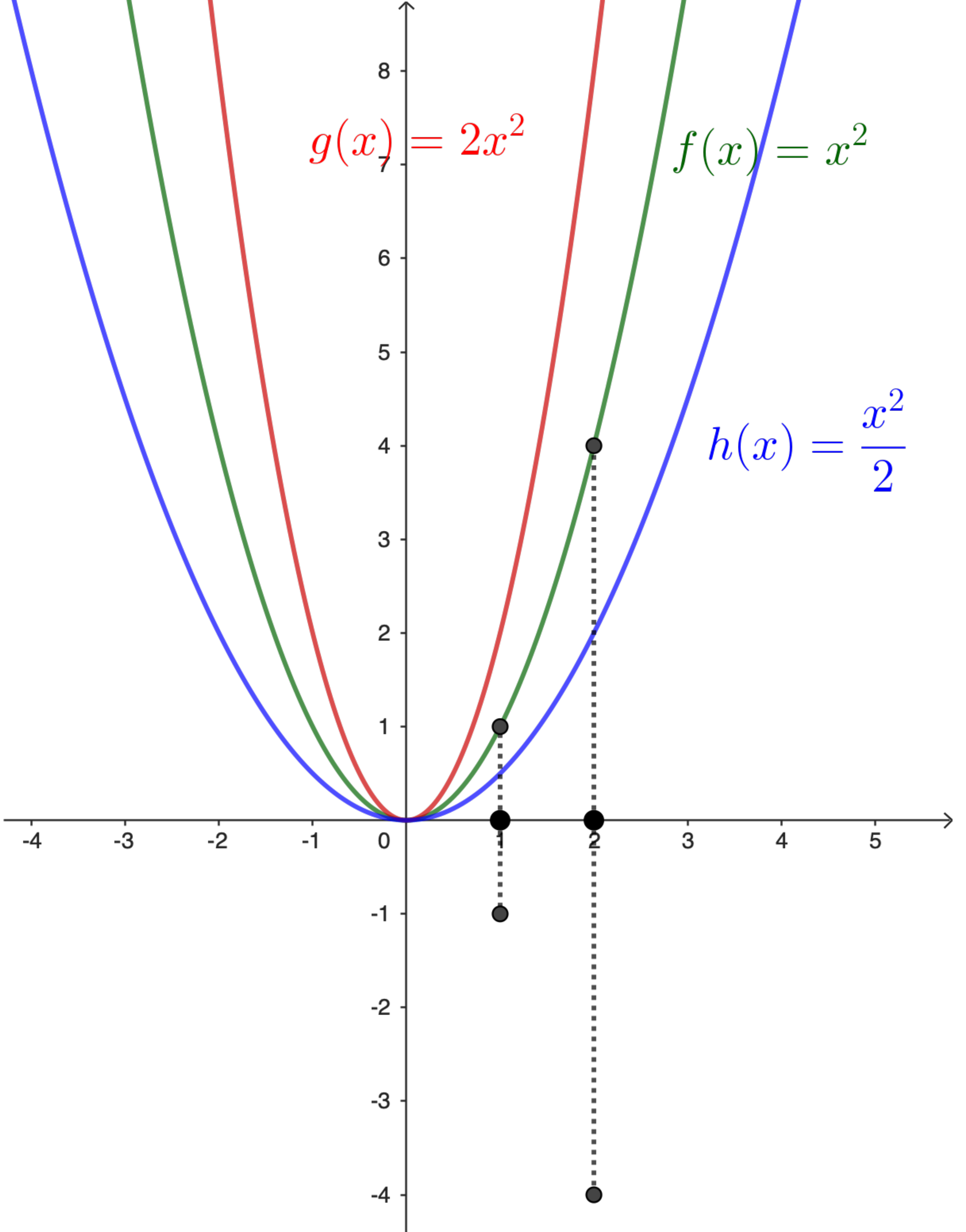


$$f(x) = ax^2$$

si $\quad a > 1$

si $\quad 0 < a < 1$

si $\quad a < 0$

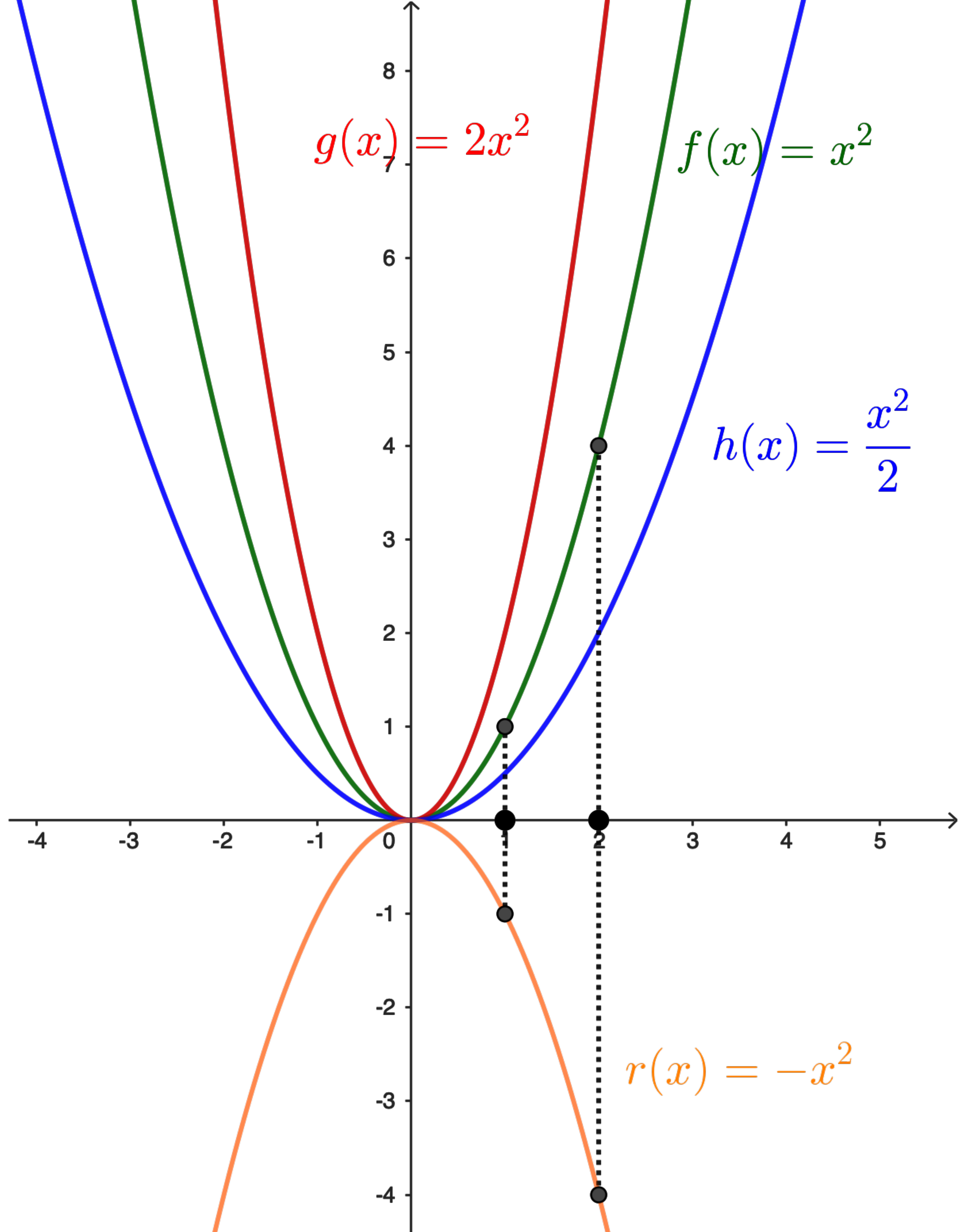


$$f(x) = ax^2$$

si $\quad a > 1$

si $\quad 0 < a < 1$

si $\quad a < 0$



Définition

On nomme donc l'écriture d'une fonction quadratique sous la forme

$$f(x) = a(x-h)^2 + k,$$

Définition

On nomme donc l'écriture d'une fonction quadratique sous la forme

$$f(x) = a(x-h)^2 + k,$$

la **forme canonique** de la fonction quadratique

Définition

On nomme donc l’écriture d’une fonction quadratique sous la forme

$$f(x) = a(x-h)^2 + k,$$

la **forme canonique** de la fonction quadratique

Exemple

Définition

On nomme donc l'écriture d'une fonction quadratique sous la forme

$$f(x) = a(x-h)^2 + k,$$

la **forme canonique** de la fonction quadratique

Exemple

$$f(x) = 3(x-1)^2 + 4$$

Définition

On nomme donc l'écriture d'une fonction quadratique sous la forme

$$f(x) = a(x-h)^2 + k,$$

la **forme canonique** de la fonction quadratique

Exemple

$$f(x) = 3(x-1)^2 + 4$$

$$g(x) = -5(x+3)^2 - 4$$

Faites les exercices suivants

#27 à 31

Pour passer de la forme canonique à la forme générale, il suffit de développer le polynôme.

Exemple

$$
\begin{aligned}
f(x) &= 3(x-1)^2 + 4 \\
&= 3(x-1)(x-1) + 4 \\
&= 3(x^2 - 2x + 1) + 4 \\
&= 3x^2 - 6x + 3 + 4 \\
&= 3x^2 - 6x + 7
\end{aligned}
$$

Inversement, pour passer de la forme générale à la forme quadratique, on doit faire une complétion de carré.

$$ax^2 + bx + c$$

Inversement, pour passer de la forme générale à la forme quadratique, on doit faire une complétion de carré.

$$\boxed{ax^2 + bx} + c$$

Inversement, pour passer de la forme générale à la forme quadratique, on doit faire une complétion de carré.

$$\boxed{ax^2 + bx} + c$$

On aimerait bien trouver une manière d'englober le terme bx dans un carré

Inversement, pour passer de la forme générale à la forme quadratique, on doit faire une complétion de carré.

$$\boxed{ax^2 + bx} + c$$

On aimerait bien trouver une manière d'englober le terme bx dans un carré

Inversement, pour passer de la forme générale à la forme quadratique, on doit faire une complétion de carré.

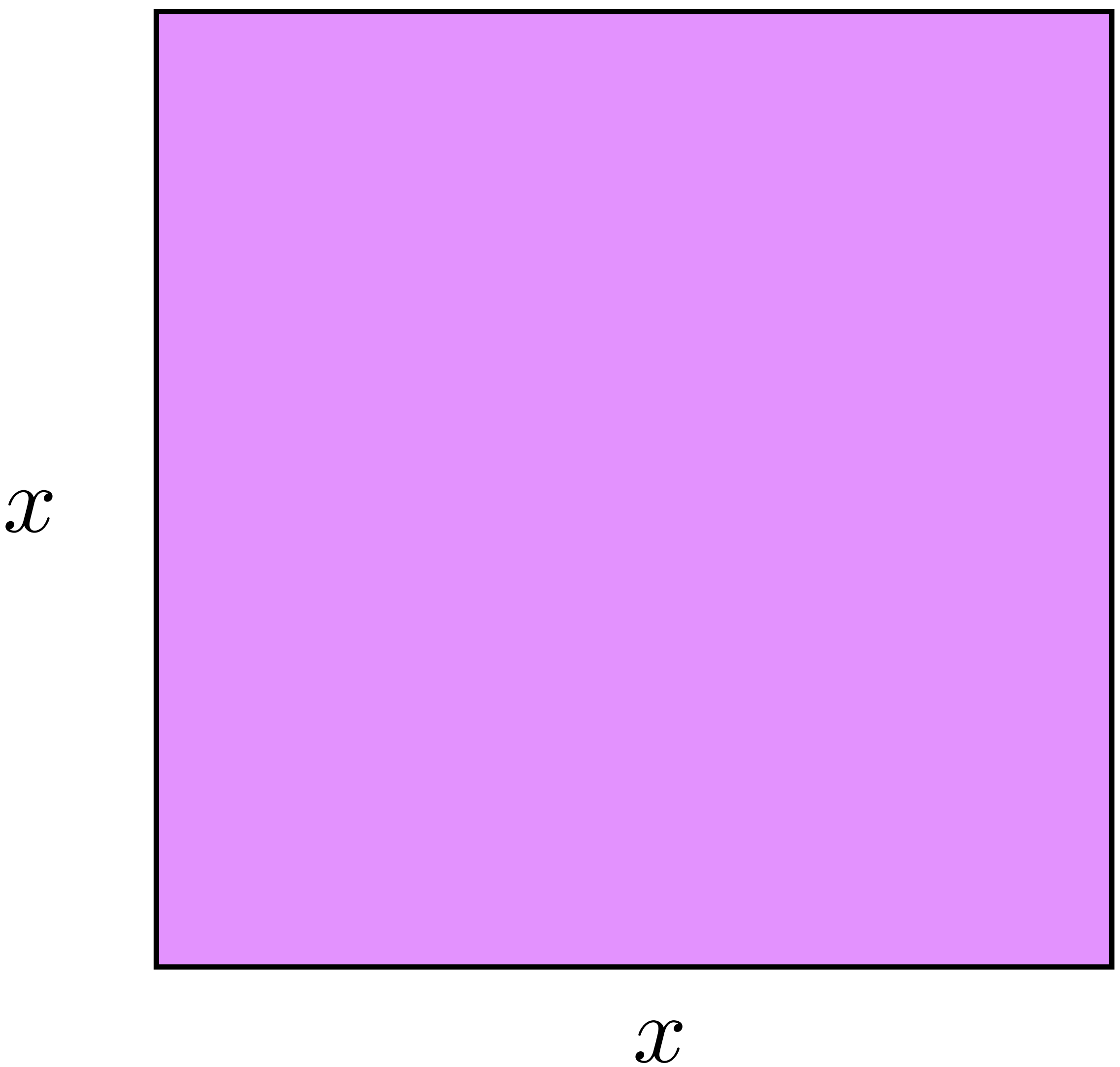
$$\boxed{ax^2 + bx} + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c$$

On aimerait bien trouver une manière d'englober le terme bx dans un carré

Inversement, pour passer de la forme générale à la forme quadratique, on doit faire une complétion de carré.

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c$$

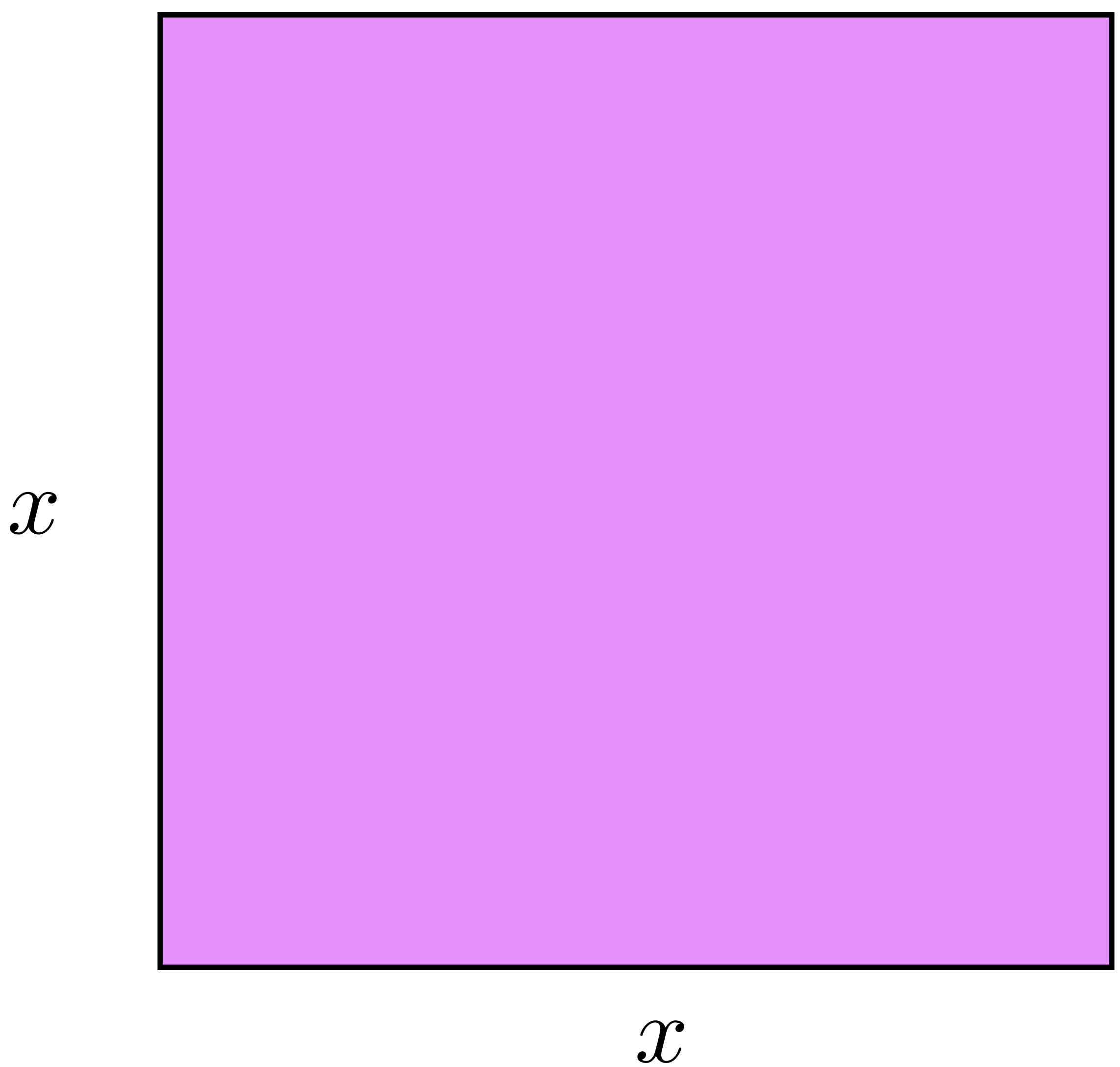
On aimerait bien trouver une manière d'englober le terme bx dans un carré



Inversement, pour passer de la forme générale à la forme quadratique, on doit faire une complétion de carré.

$$\boxed{ax^2 + bx} + c = a\left(\boxed{x^2} + \frac{b}{a}x\right) + c$$

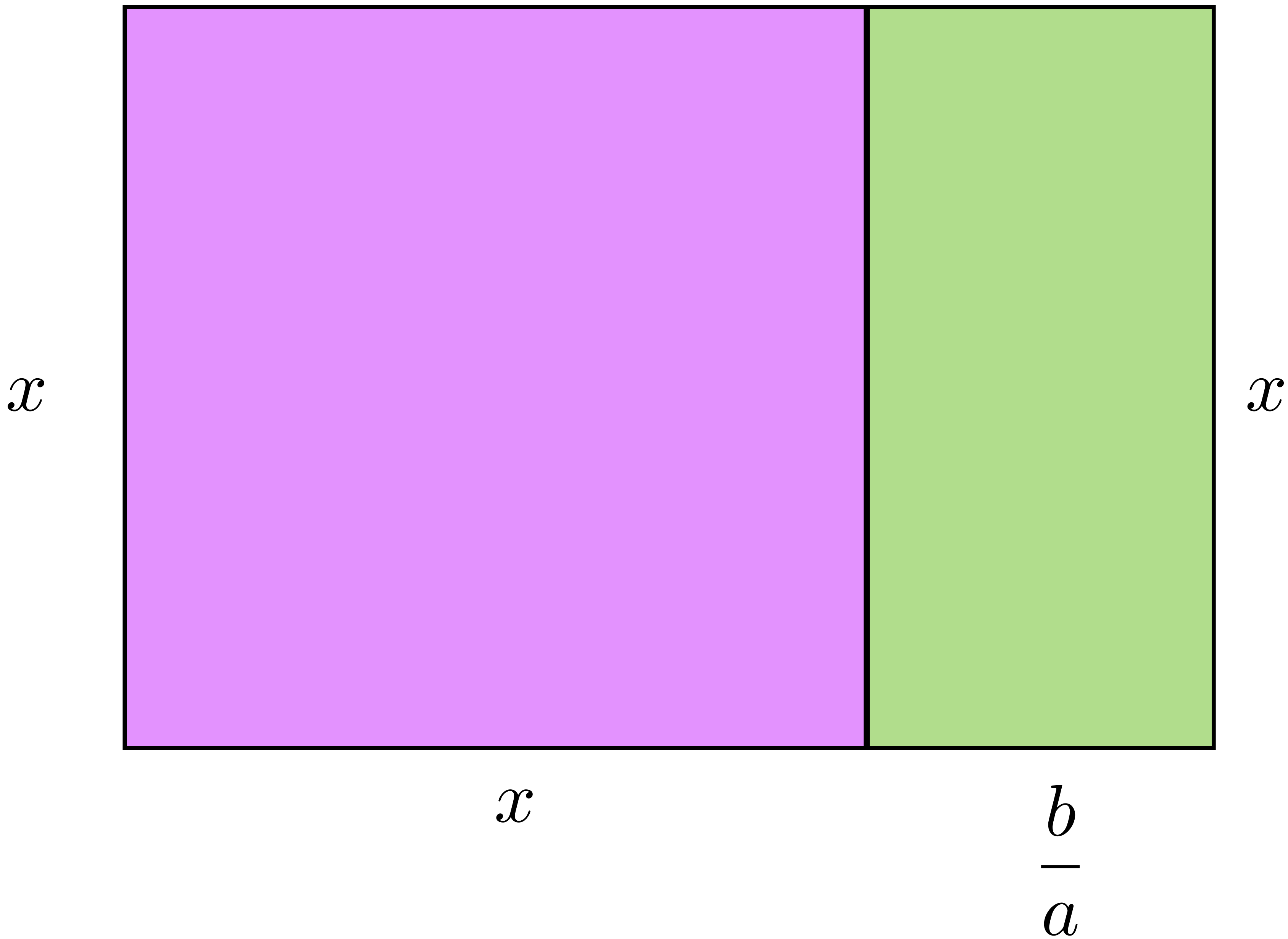
On aimerait bien trouver une manière d'englober le terme bx dans un carré



Inversement, pour passer de la forme générale à la forme quadratique, on doit faire une complétion de carré.

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c$$

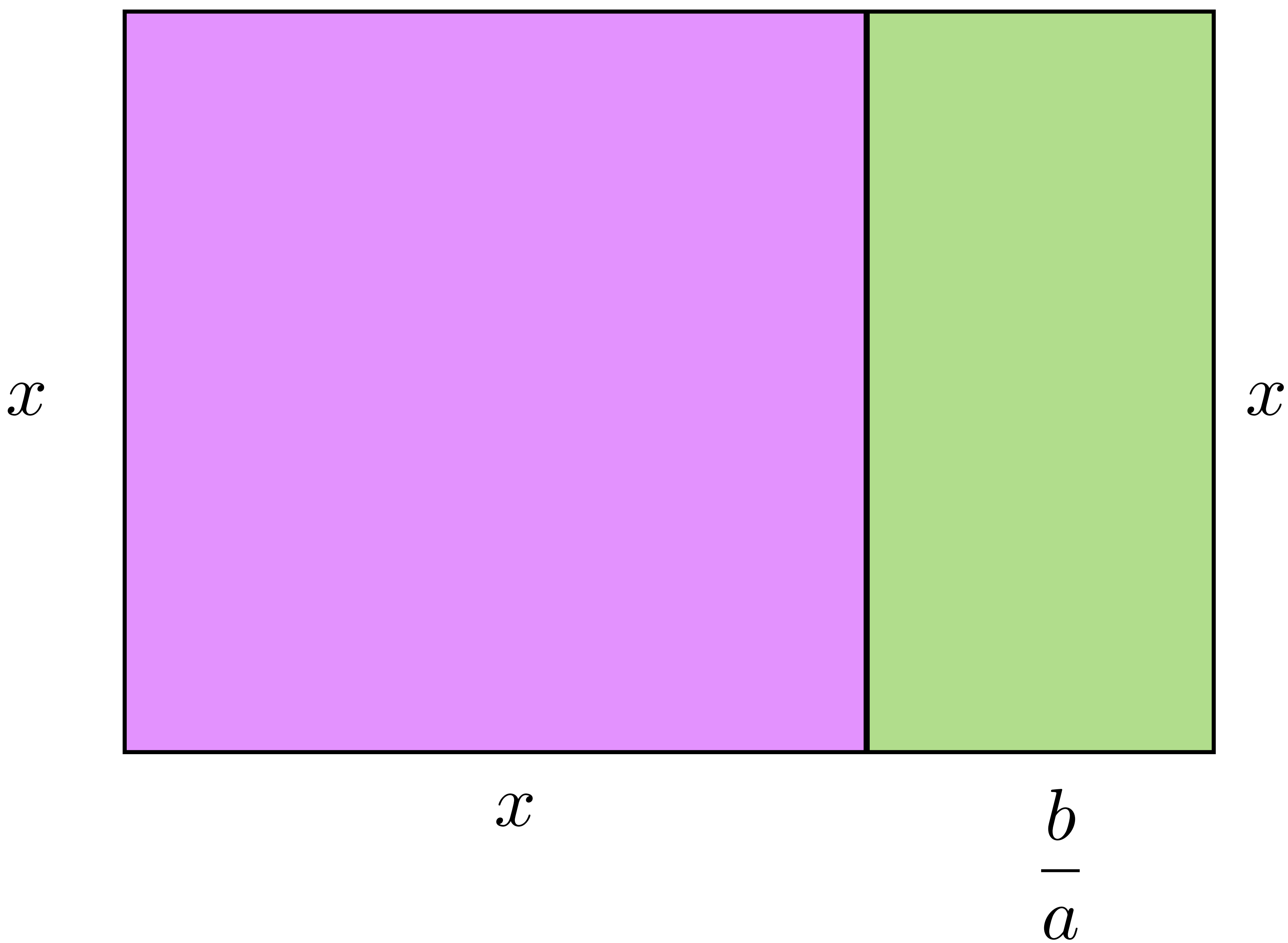
On aimerait bien trouver une manière d'englober le terme bx dans un carré



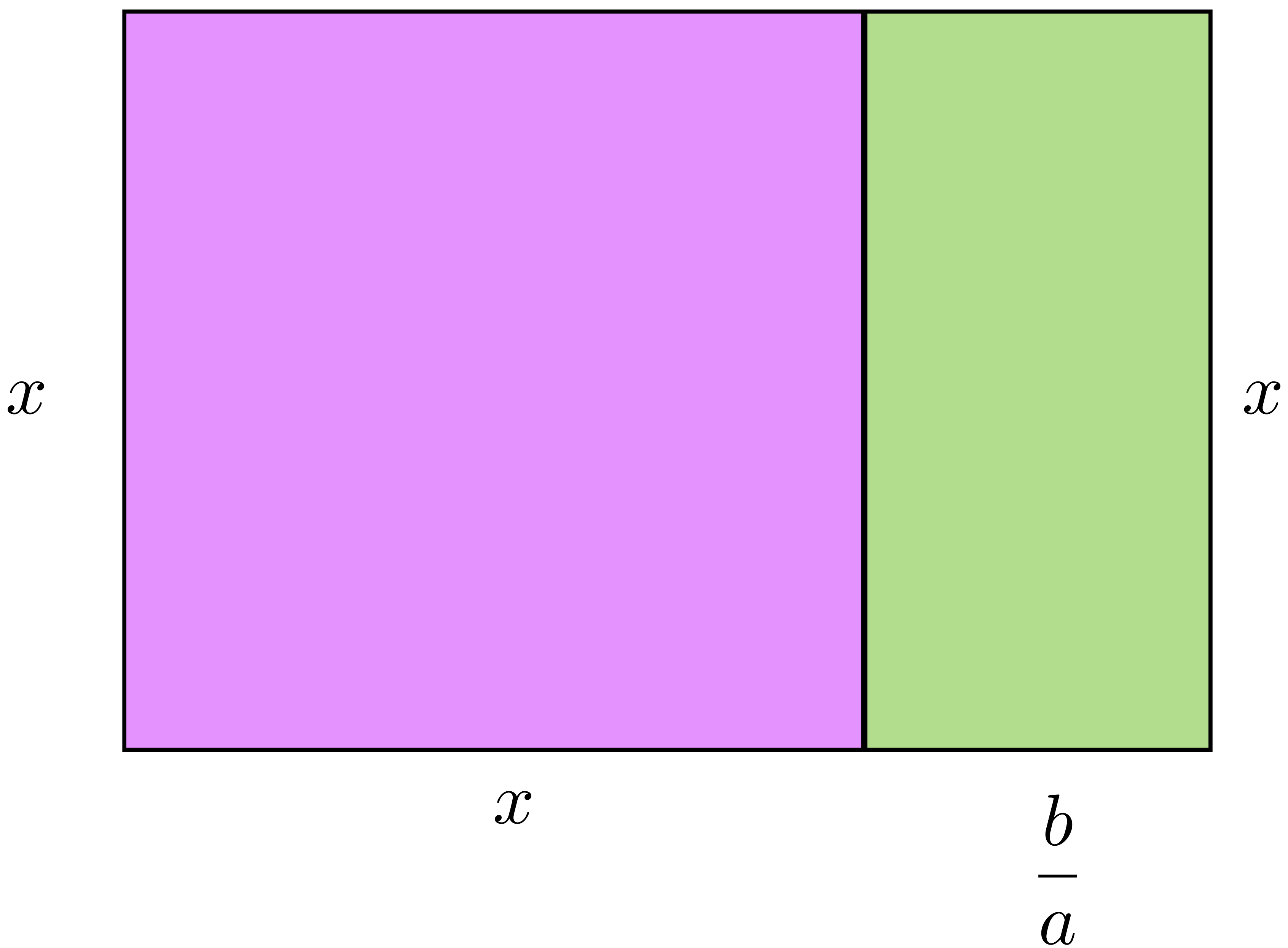
Inversement, pour passer de la forme générale à la forme quadratique, on doit faire une complétion de carré.

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c$$

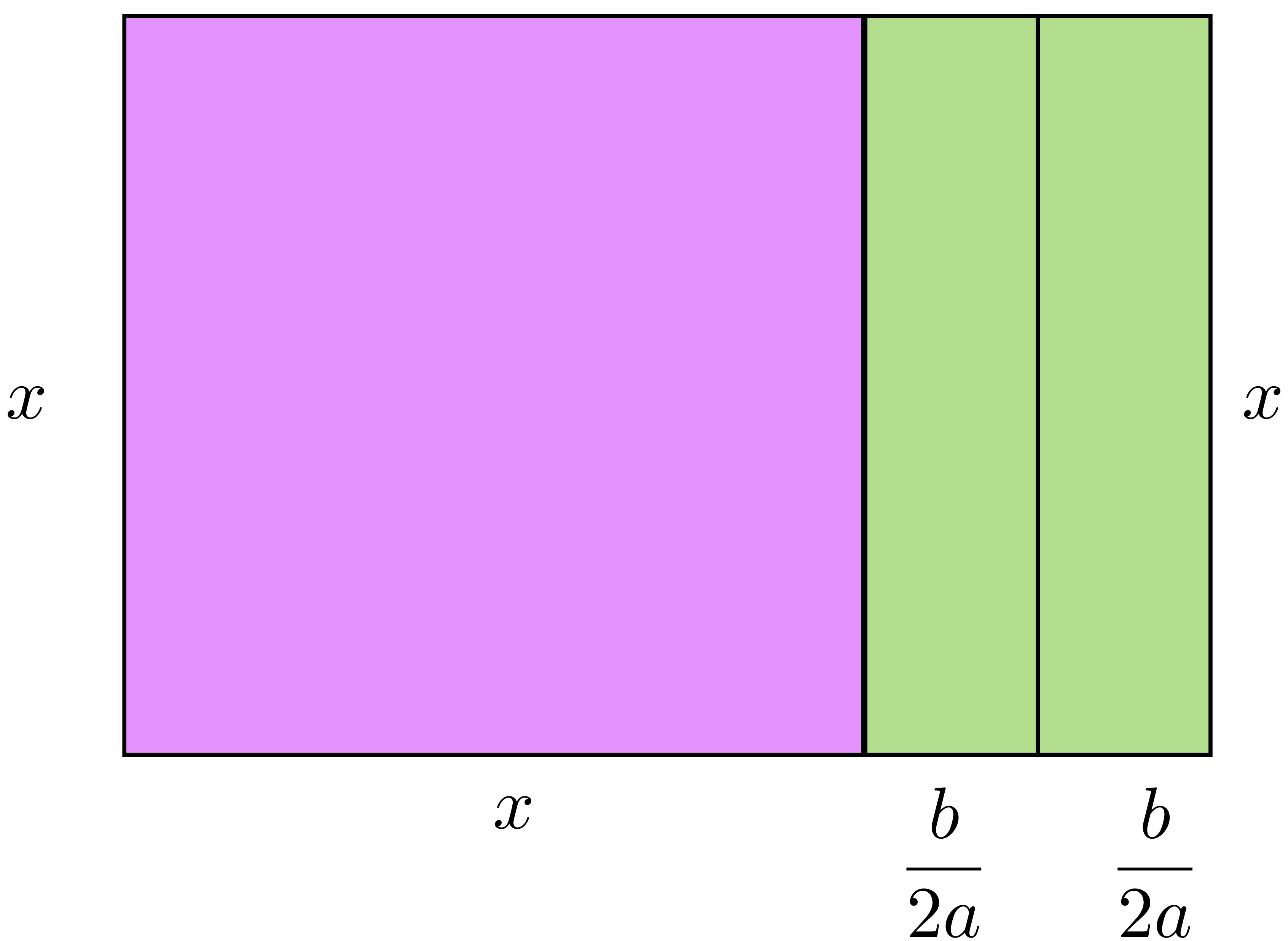
On aimerait bien trouver une manière d'englober le terme bx dans un carré



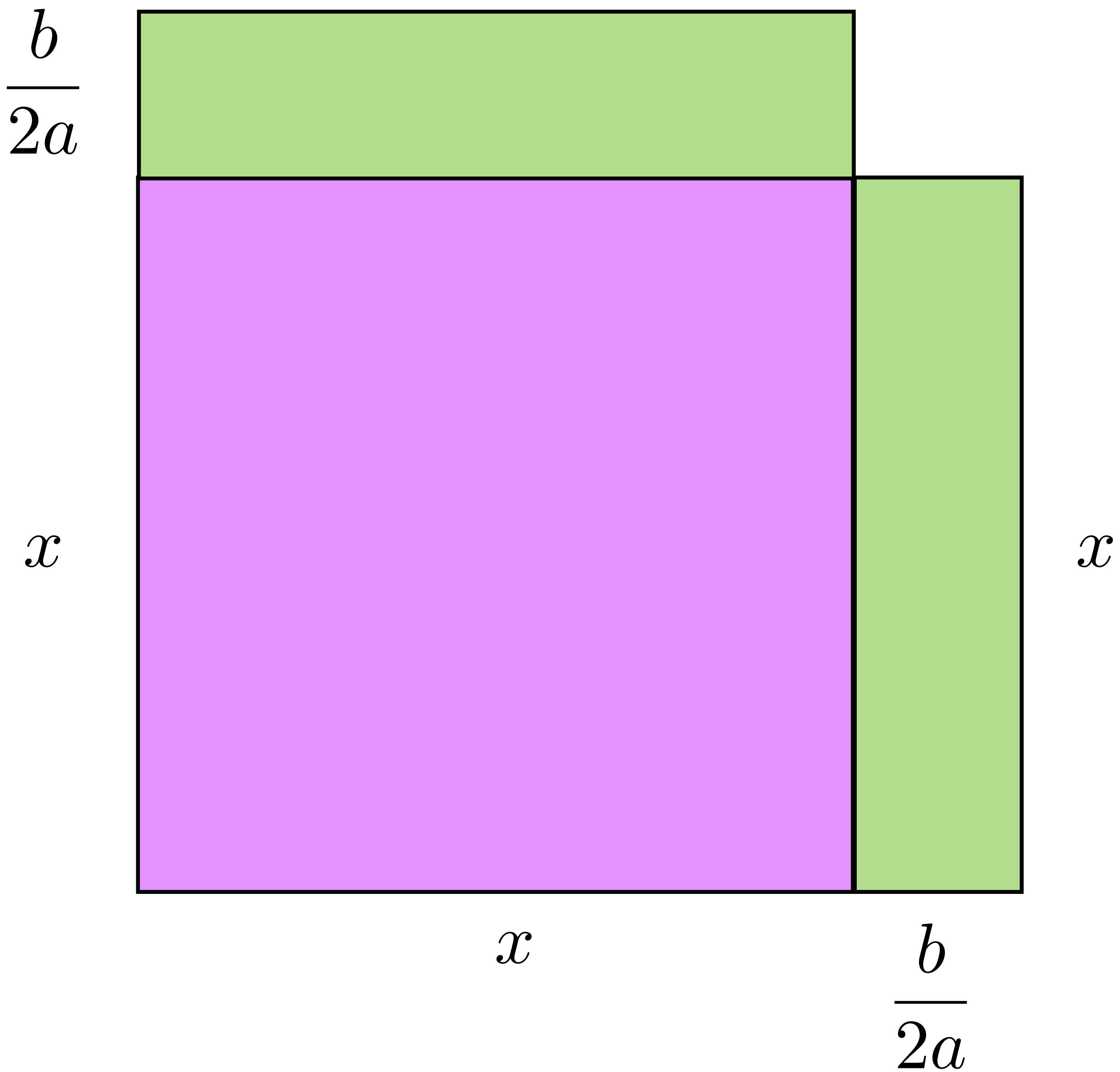
$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c$$



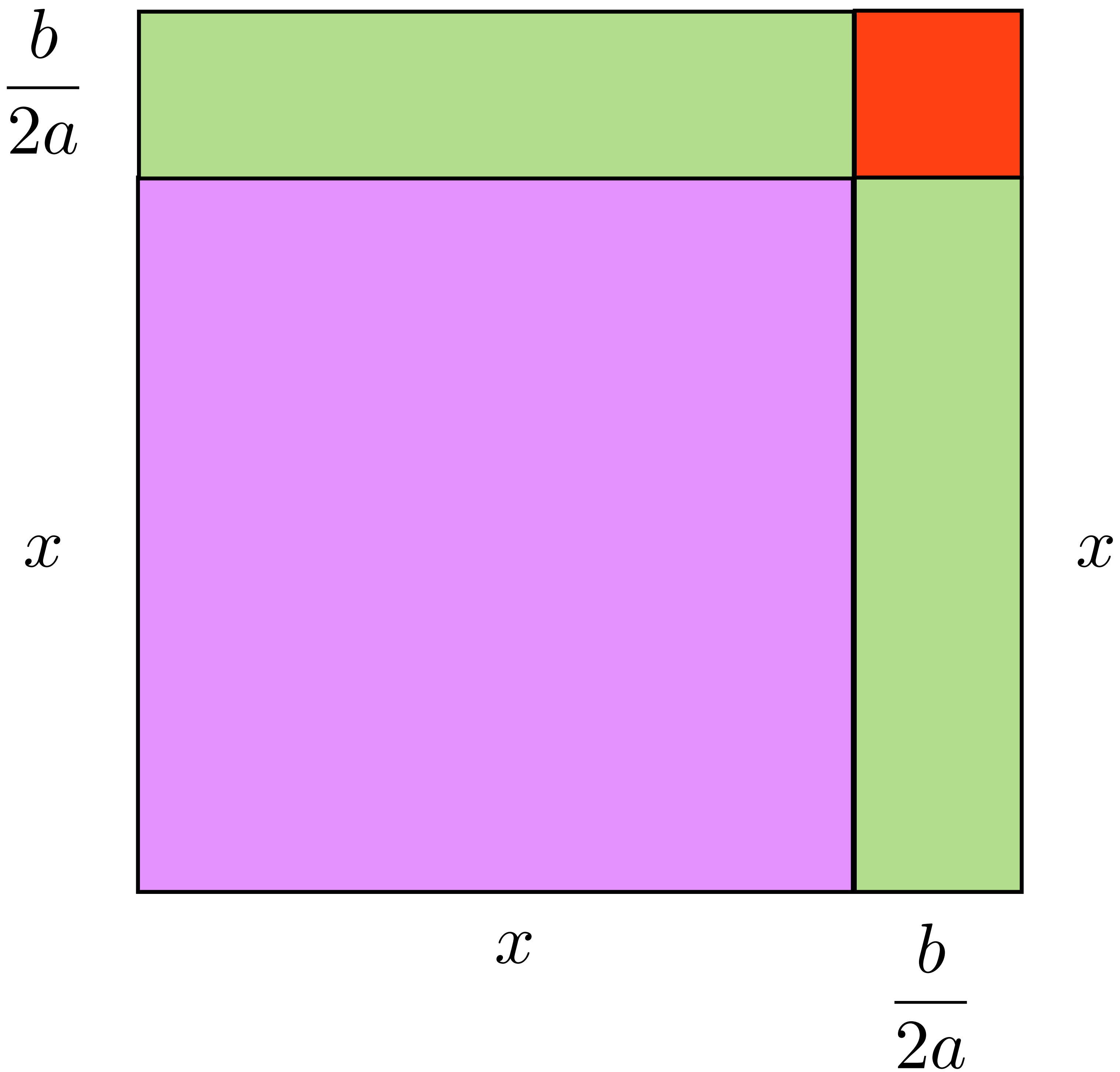
$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c$$



$$ax^2 + bx + c = a\left(\boxed{x^2} + \boxed{\frac{b}{a}x}\right) + c$$

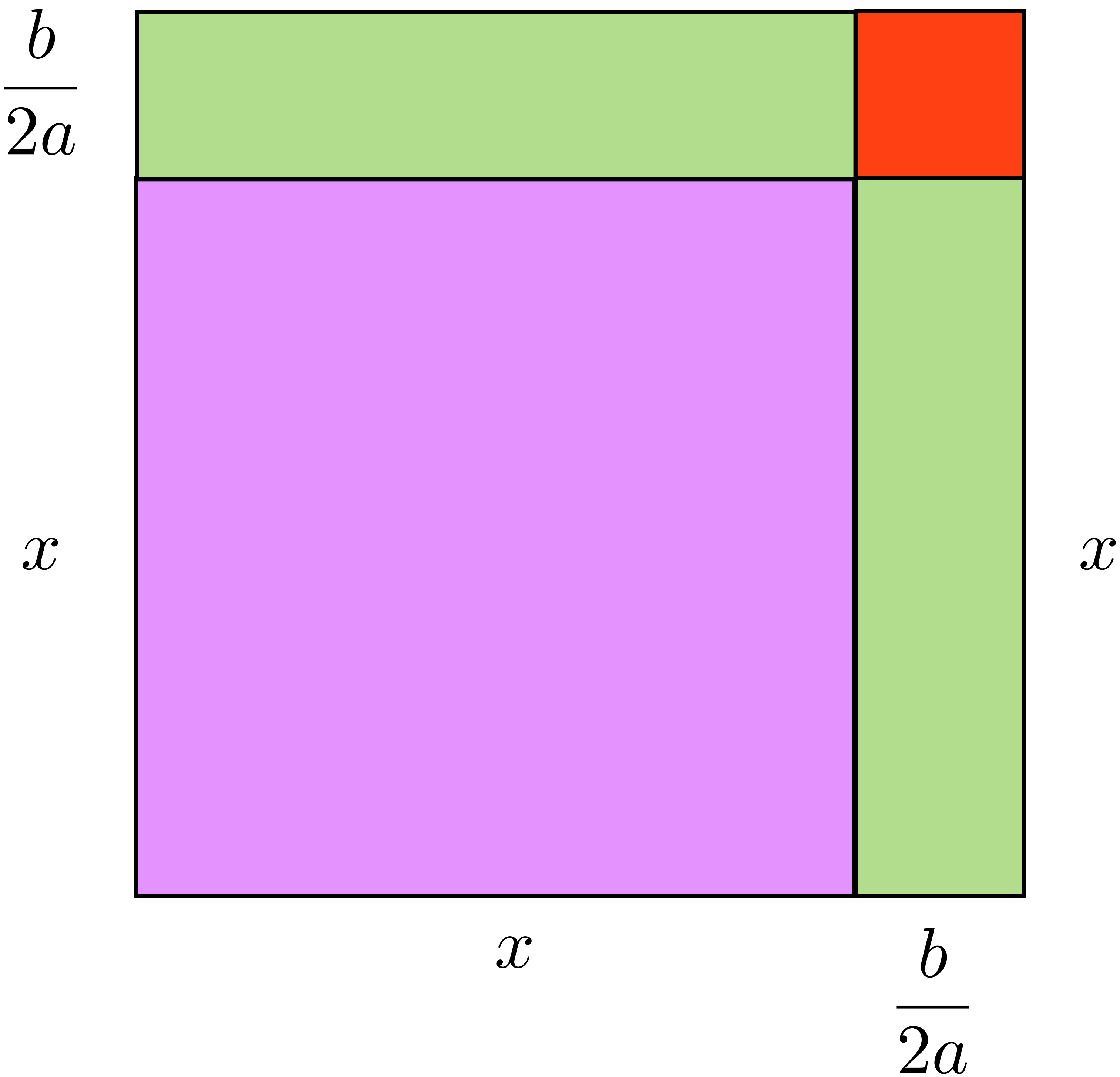


$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c$$



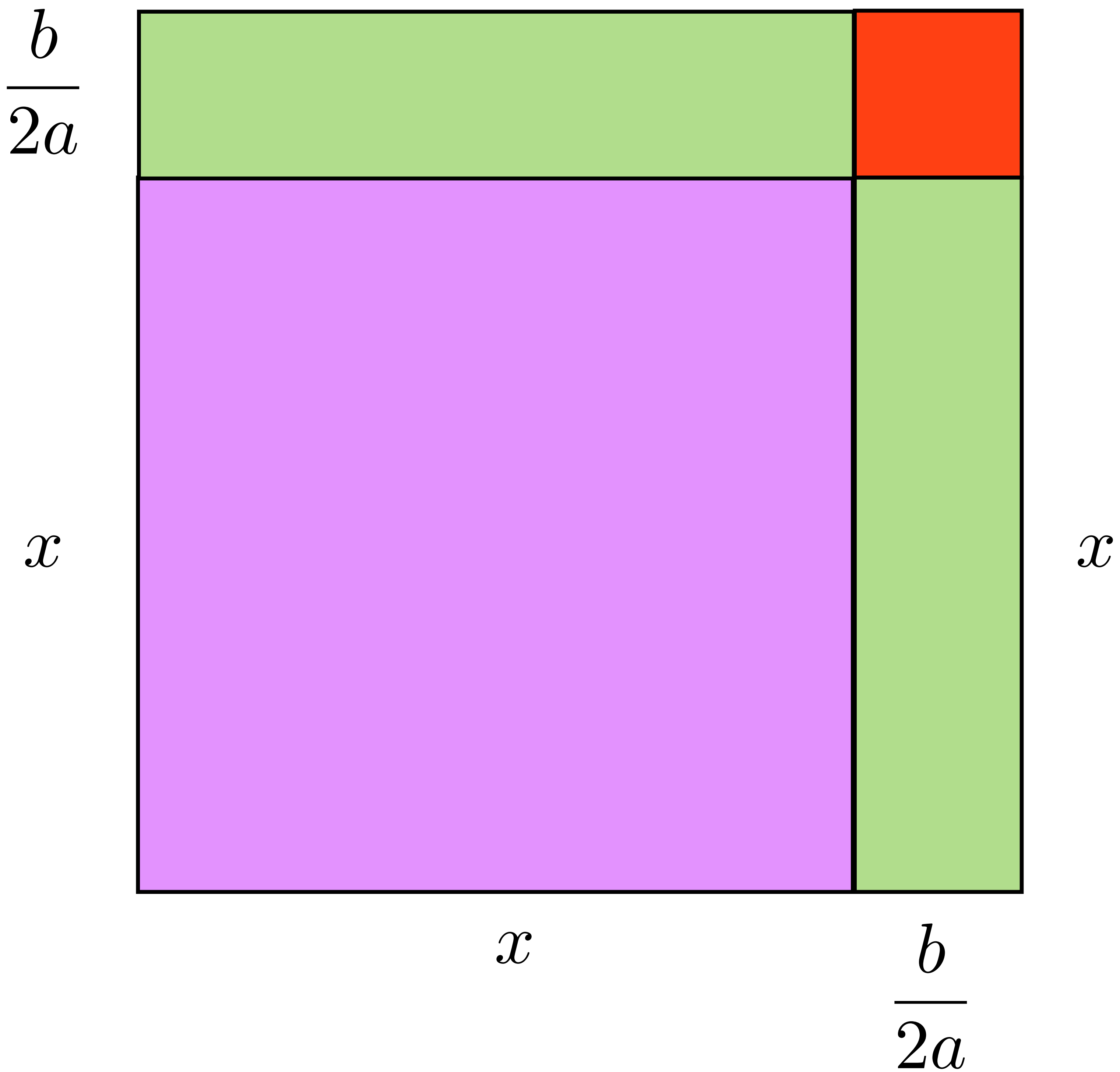
$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c$$

$$= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2}\right) + c$$



$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c$$

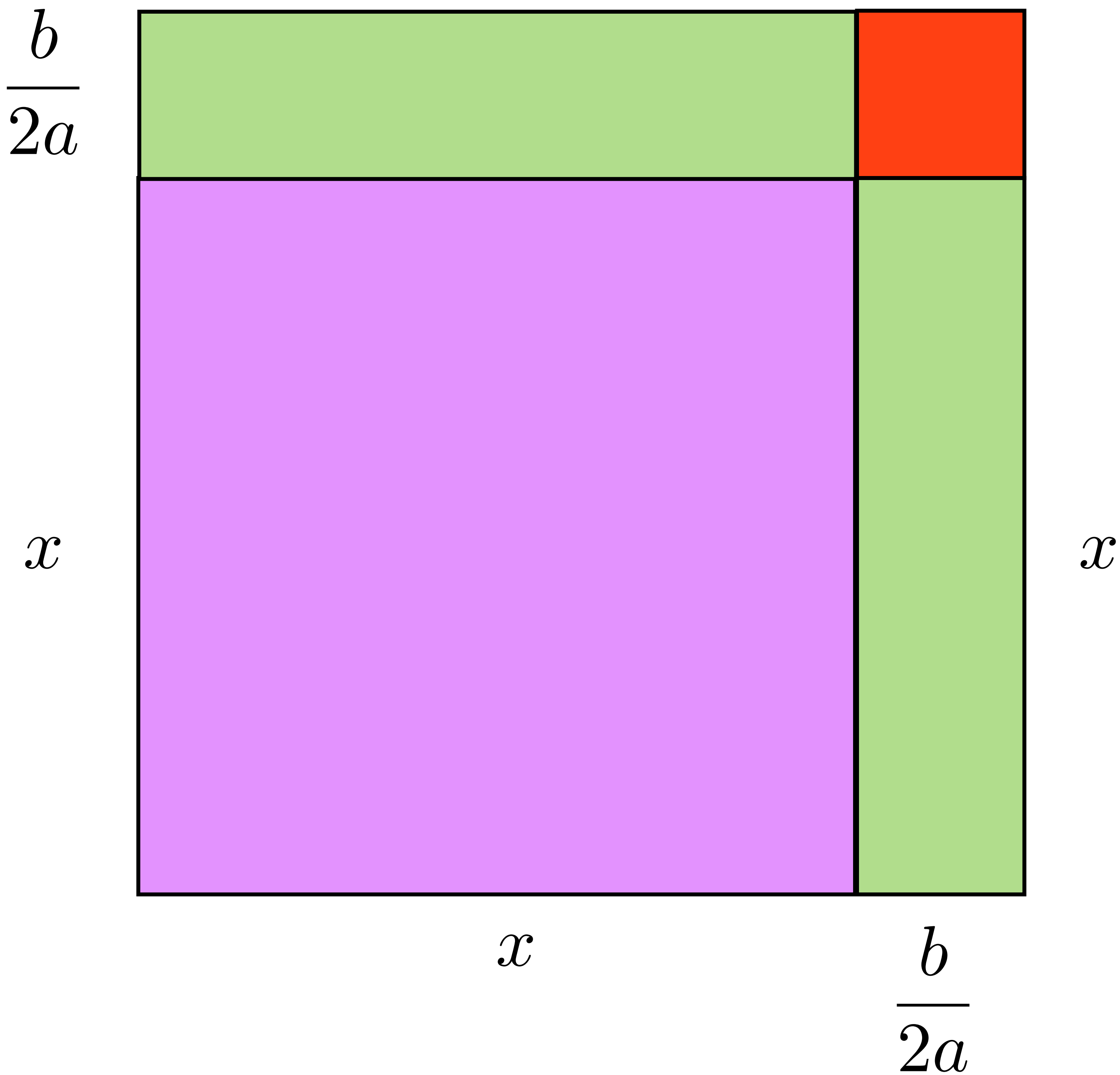
$$= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2}\right) + c$$



$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c$$

$$= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2}\right) + c$$

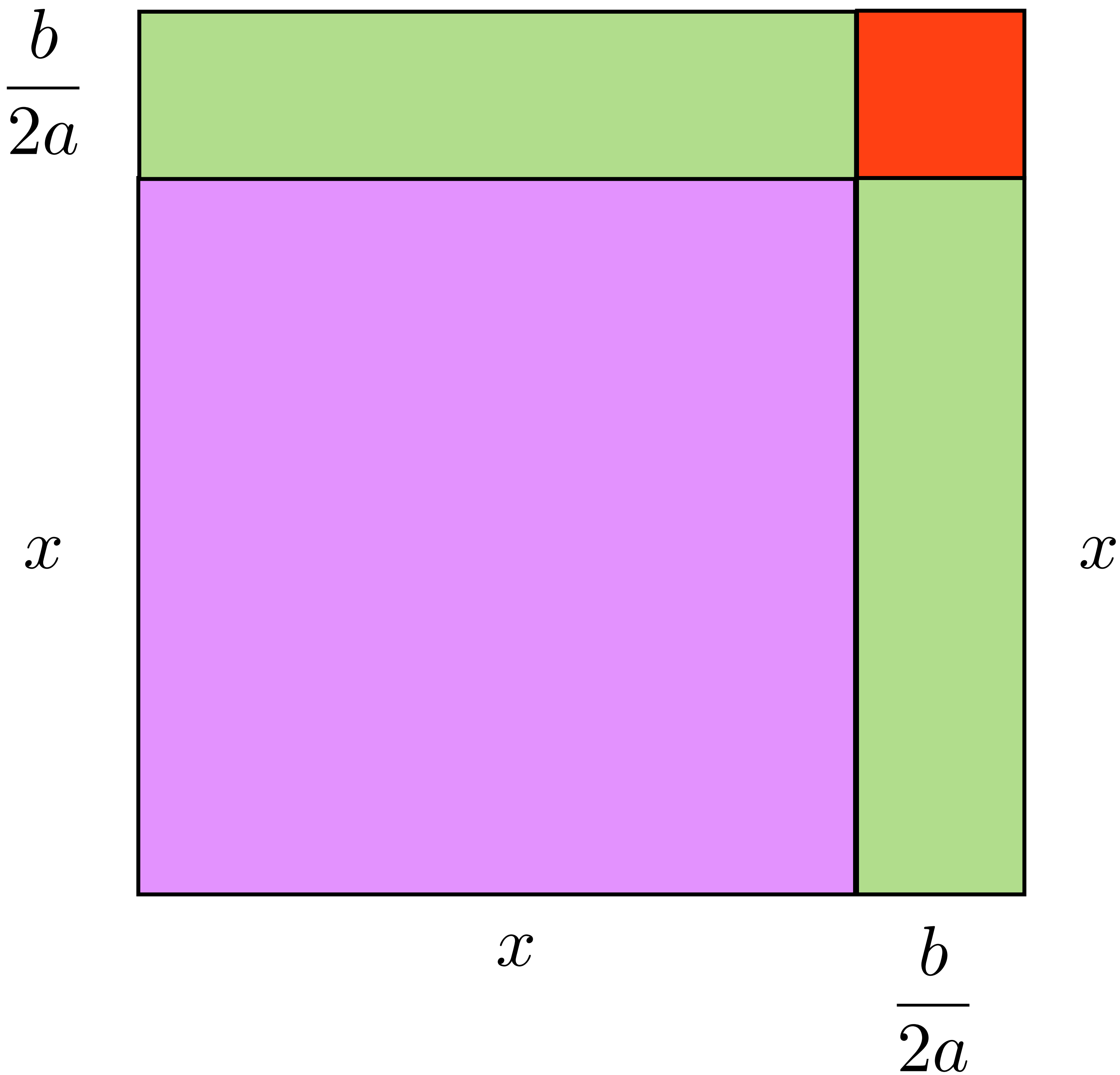
$$= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}\right) - \frac{b^2}{4a} + c$$



$$ax^2+bx+c = a\left(x^2+\frac{b}{a}x\right)+c$$

$$= a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}-\frac{b^2}{4a^2}\right)+c$$

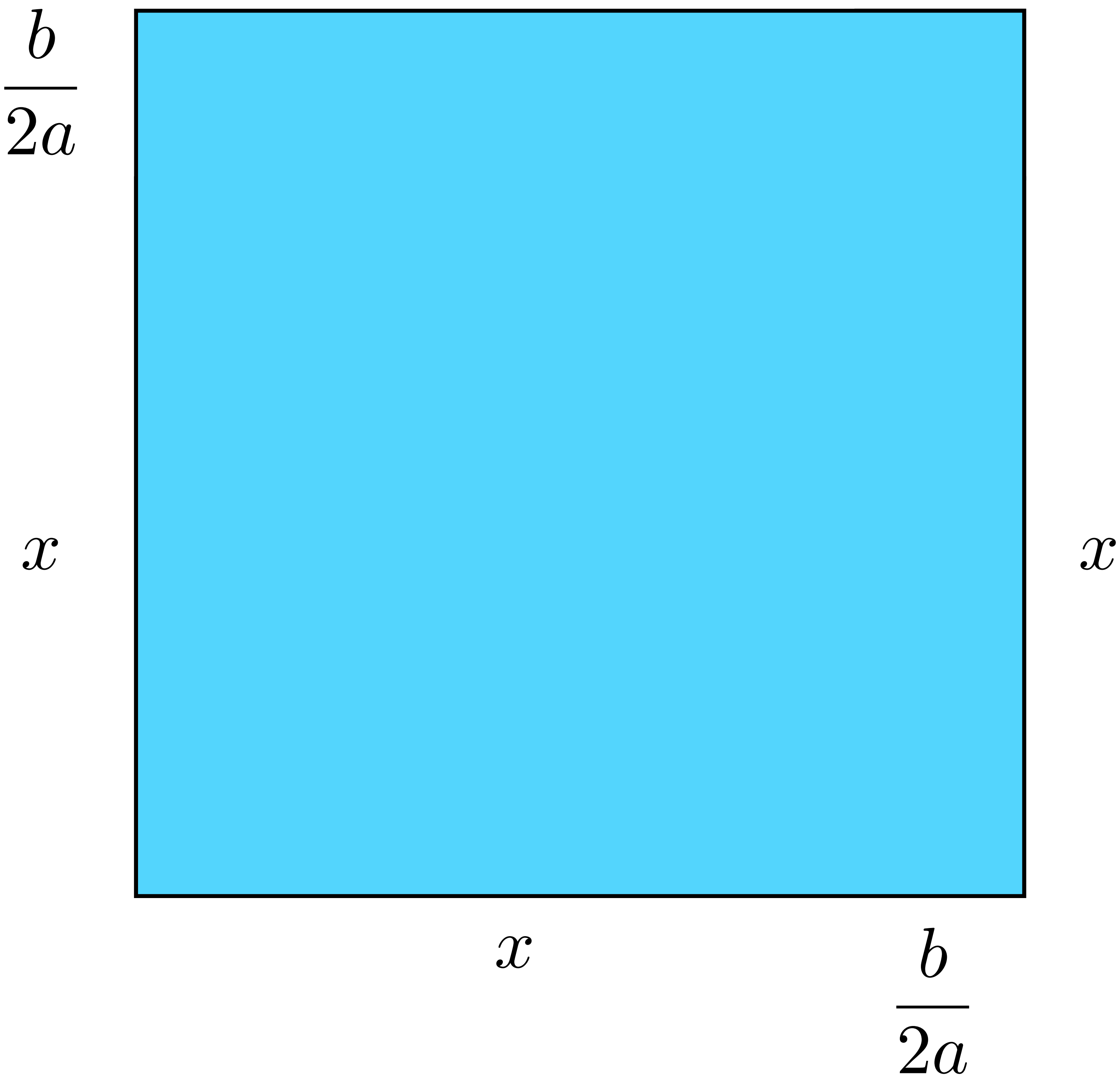
$$= a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}\right)-\frac{b^2}{4a}+c$$



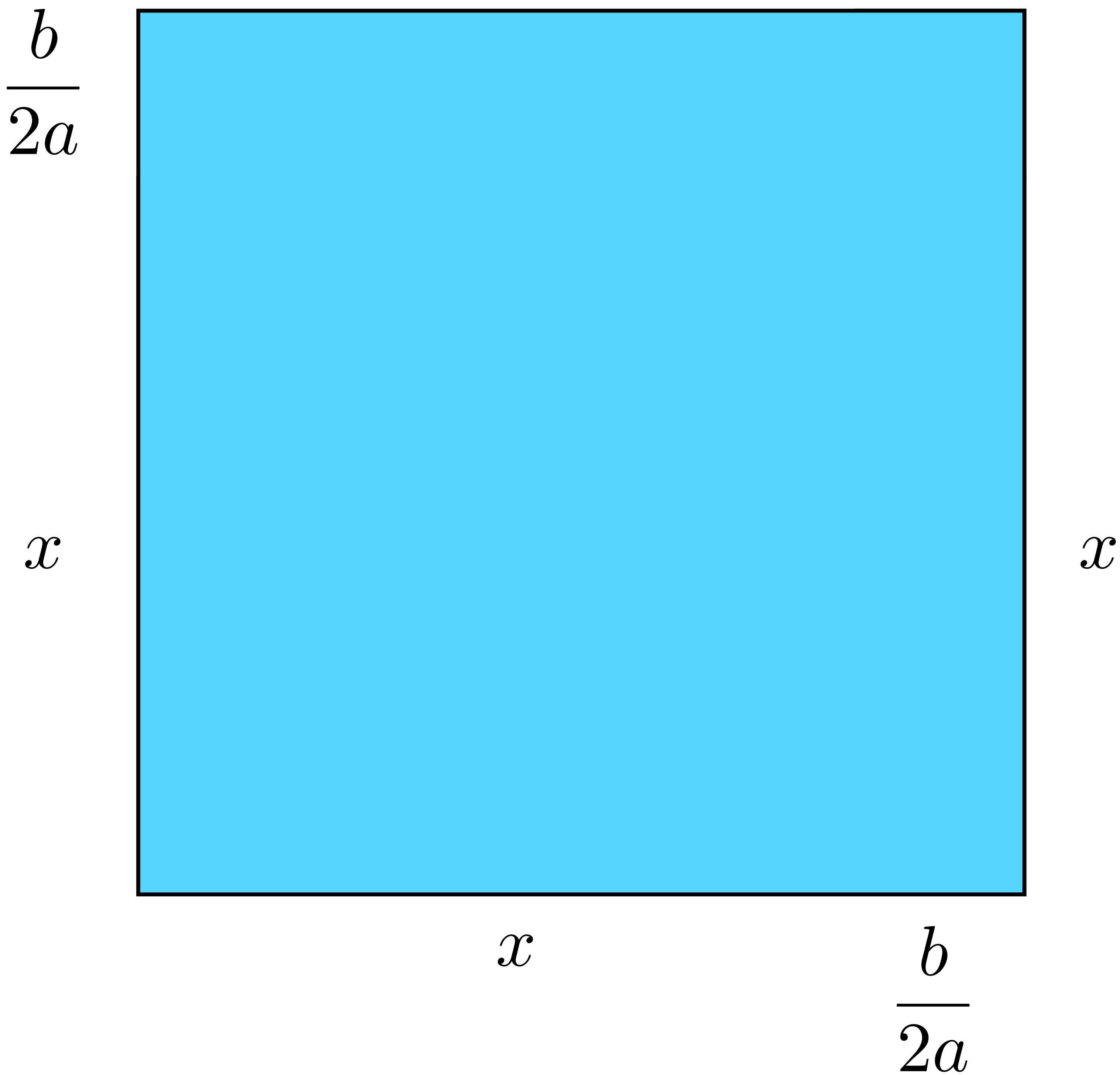
$$ax^2+bx+c = a\left(x^2+\frac{b}{a}x\right)+c$$

$$= a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}-\frac{b^2}{4a^2}\right)+c$$

$$= a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}\right)-\frac{b^2}{4a}+c$$



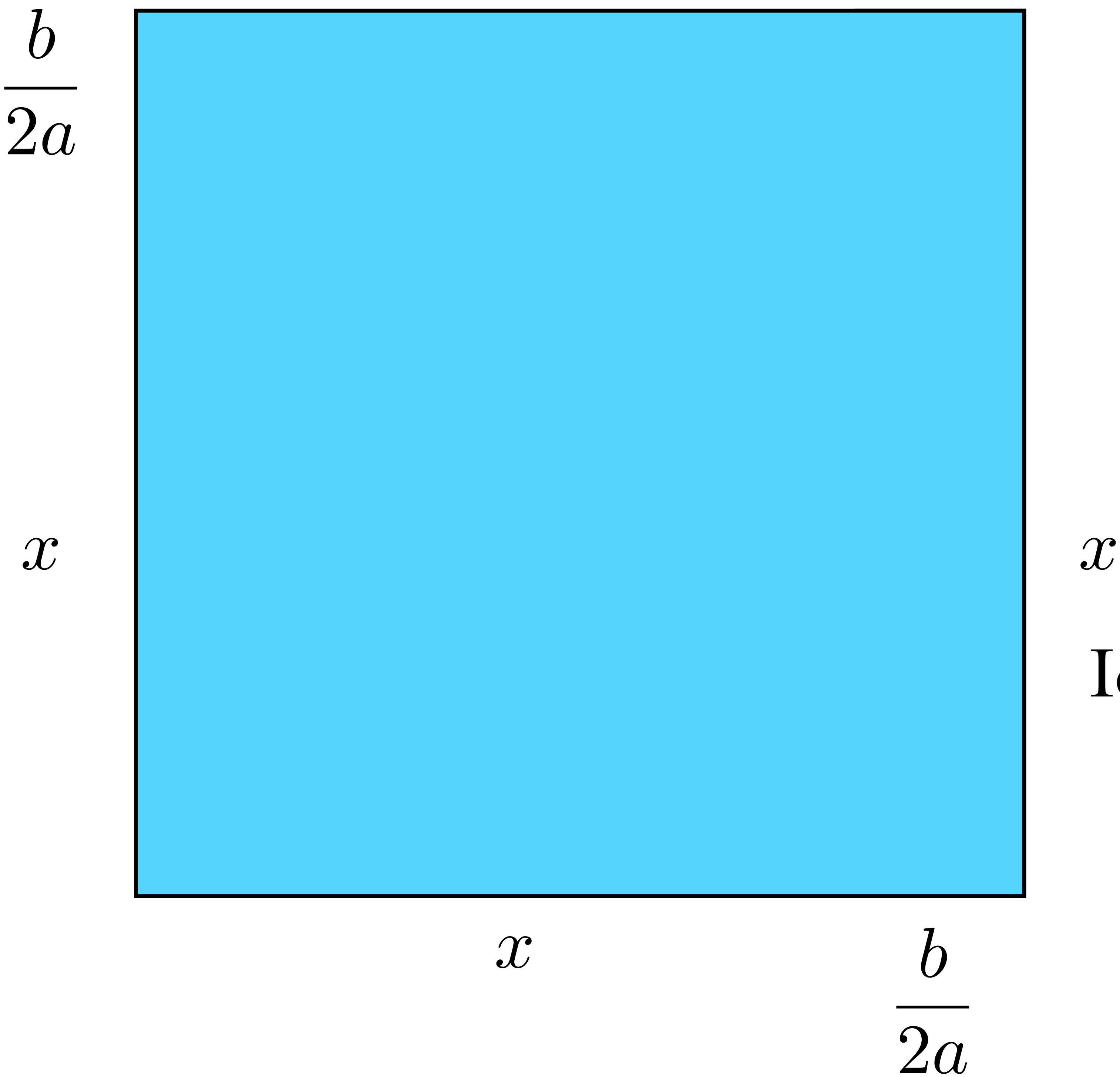
$$
\begin{aligned}
ax^2 + bx + c &= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c \\
&= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2}\right) + c \\
&= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}\right) - \frac{b^2}{4a} + c \\
&= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c
\end{aligned}
$$



$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c$$

$$= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2}\right) + c$$

$$= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}\right) - \frac{b^2}{4a} + c$$



$$= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c$$

Ici on voit la valeur du sommet

$$x = -\frac{b}{2a}$$

Exemple

$$f(x) = 2x^2 + 8x - 6$$

Exemple

$$f(x) = 2x^2 + 8x - 6 = 2(x^2 + 4x) - 6$$

Exemple

$$f(x) = 2x^2 + 8x - 6 = 2(x^2 + 4x) - 6$$

$$= 2\left(x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2\right) - 6$$

Exemple

$$f(x) = 2x^2 + 8x - 6 = 2(x^2 + 4x) - 6$$

$$= 2\left(x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2\right) - 6$$

Exemple

$$f(x) = 2x^2 + 8x - 6 = 2(x^2 + 4x) - 6$$

$$= 2\left(x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2\right) - 6$$

$$= 2\left(x^2 + 4x + 4 - 4\right) - 6$$

Exemple

$$f(x) = 2x^2 + 8x - 6 = 2(x^2 + 4x) - 6$$

$$= 2\left(x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2\right) - 6$$

$$= 2\left(x^2 + 4x + 4 - 4\right) - 6$$

$$= 2\left(x^2 + 4x + 4\right) - 8 - 6$$

Exemple

$$f(x) = 2x^2 + 8x - 6 = 2(x^2 + 4x) - 6$$

$$= 2\left(x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2\right) - 6$$

$$= 2\left(x^2 + 4x + 4 - 4\right) - 6$$

$$= 2\left(x^2 + 4x + 4\right) - 8 - 6$$

Exemple

$$f(x) = 2x^2 + 8x - 6 = 2(x^2 + 4x) - 6$$

$$= 2\left(x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2\right) - 6$$

$$= 2\left(x^2 + 4x + 4 - 4\right) - 6$$

$$= 2\left(x^2 + 4x + 4\right) - 8 - 6$$

$$= 2\left(x + 2\right)^2 - 14$$

Exemple

$$f(x) = 2x^2 + 8x - 6 = 2(x^2 + 4x) - 6$$

$$= 2\left(x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2\right) - 6$$

$$= 2\left(x^2 + 4x + 4 - 4\right) - 6$$

$$= 2\left(x^2 + 4x + 4\right) - 8 - 6$$

$$= 2\left(x + 2\right)^2 - 14$$

Faites les exercices suivants

#32 à 34

On a déjà vu que trouver les zéros d'un polynôme nous permet de le factoriser.

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$\alpha_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad \text{et} \qquad \alpha_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

d'où

$$f(x) = a(x - \alpha_1)(x - \alpha_2)$$

est ce qu'on nomme la **forme factorisée** de la fonction quadratique

Avec la forme factorisée d'une quadratique, on peut facilement faire un tableau de signes pour savoir quand la fonction est positive ou négative.

Avec la forme factorisée d'une quadratique, on peut facilement faire un tableau de signes pour savoir quand la fonction est positive ou négative.

Exemple

Avec la forme factorisée d'une quadratique, on peut facilement faire un tableau de signes pour savoir quand la fonction est positive ou négative.

Exemple $f(x) = -3x^2 - 5x + 2$

Avec la forme factorisée d'une quadratique, on peut facilement faire un tableau de signes pour savoir quand la fonction est positive ou négative.

Exemple

$$f(x) = -3x^2 - 5x + 2$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{-6}$$

Avec la forme factorisée d'une quadratique, on peut facilement faire un tableau de signes pour savoir quand la fonction est positive ou négative.

Exemple

$$f(x) = -3x^2 - 5x + 2$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{-6}$$

$$= \frac{5 \pm 7}{-6}$$

Avec la forme factorisée d'une quadratique, on peut facilement faire un tableau de signes pour savoir quand la fonction est positive ou négative.

Exemple

$$f(x) = -3x^2 - 5x + 2$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{-6}$$

$$= \frac{5 \pm 7}{-6}$$

$$= -2 \quad \text{et} \quad \frac{1}{3}$$

Avec la forme factorisée d'une quadratique, on peut facilement faire un tableau de signes pour savoir quand la fonction est positive ou négative.

Exemple

$$f(x) = -3x^2 - 5x + 2$$

$$= -3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x + 2)$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{-6}$$

$$= \frac{5 \pm 7}{-6}$$

$$= -2 \quad \text{et} \quad \frac{1}{3}$$

Avec la forme factorisée d'une quadratique, on peut facilement faire un tableau de signes pour savoir quand la fonction est positive ou négative.

Exemple

$$f(x) = -3x^2 - 5x + 2$$
$$= -3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x+2)$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25+24}}{-6}$$
$$= \frac{5 \pm 7}{-6}$$
$$= -2 \quad \text{et} \quad \frac{1}{3}$$

Avec la forme factorisée d'une quadratique, on peut facilement faire un tableau de signes pour savoir quand la fonction est positive ou négative.

Exemple

$$\begin{aligned} f(x) &= -3x^2 - 5x + 2 \\ &= -3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x+2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{5 \pm \sqrt{25+24}}{-6} \\ &= \frac{5 \pm 7}{-6} \\ &= -2 \quad \text{et} \quad \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Avec la forme factorisée d'une quadratique, on peut facilement faire un tableau de signes pour savoir quand la fonction est positive ou négative.

Exemple

$$f(x) = -3x^2 - 5x + 2$$

$$= -3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x + 2)$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{-6}$$

$$= \frac{5 \pm 7}{-6}$$

$$= -2 \quad \text{et} \quad \frac{1}{3}$$

Avec la forme factorisée d'une quadratique, on peut facilement faire un tableau de signes pour savoir quand la fonction est positive ou négative.

Exemple

$$f(x) = -3x^2 - 5x + 2$$

$$= -3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x + 2)$$

$$= (1 - 3x)(x + 2)$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{-6}$$

$$= \frac{5 \pm 7}{-6}$$

$$= -2 \quad \text{et} \quad \frac{1}{3}$$

Avec la forme factorisée d'une quadratique, on peut facilement faire un tableau de signes pour savoir quand la fonction est positive ou négative.

Exemple

$$f(x) = -3x^2 - 5x + 2$$
$$= -3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x+2)$$
$$= (1-3x)(x+2)$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25+24}}{-6}$$
$$= \frac{5 \pm 7}{-6}$$
$$= -2 \quad \text{et} \quad \frac{1}{3}$$

x		$\frac{1}{3}$		-2	
$1-3x$		0			
$x+2$				0	
$-3x^2-5x+2$					

Avec la forme factorisée d'une quadratique, on peut facilement faire un tableau de signes pour savoir quand la fonction est positive ou négative.

Exemple

$$\begin{aligned} f(x) &= -3x^2 - 5x + 2 \\ &= -3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x+2) \\ &= (1-3x)(x+2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{5 \pm \sqrt{25+24}}{-6} \\ &= \frac{5 \pm 7}{-6} \\ &= -2 \quad \text{et} \quad \frac{1}{3} \end{aligned}$$

x		$\frac{1}{3}$		-2	
$1-3x$	$+$	0			
$x+2$				0	
$-3x^2-5x+2$					

Avec la forme factorisée d'une quadratique, on peut facilement faire un tableau de signes pour savoir quand la fonction est positive ou négative.

Exemple

$$
\begin{aligned}
f(x) &= -3x^2 - 5x + 2 \\
&= -3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x+2) \\
&= (1-3x)(x+2)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
x &= \frac{5 \pm \sqrt{25+24}}{-6} \\
&= \frac{5 \pm 7}{-6} \\
&= -2 \quad \text{et} \quad \frac{1}{3}
\end{aligned}
$$

x		$\frac{1}{3}$		-2	
$1-3x$	$+$	0	$-$	$-$	$-$
$x+2$				0	
$-3x^2-5x+2$					

Avec la forme factorisée d'une quadratique, on peut facilement faire un tableau de signes pour savoir quand la fonction est positive ou négative.

Exemple

$$f(x) = -3x^2 - 5x + 2$$
$$= -3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x + 2)$$
$$= (1 - 3x)(x + 2)$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{-6}$$
$$= \frac{5 \pm 7}{-6}$$
$$= -2 \quad \text{et} \quad \frac{1}{3}$$

x		$\frac{1}{3}$		-2	
$1 - 3x$	$+$	0	$-$	$-$	$-$
$x + 2$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$-3x^2 - 5x + 2$					

Avec la forme factorisée d'une quadratique, on peut facilement faire un tableau de signes pour savoir quand la fonction est positive ou négative.

Exemple

$$f(x) = -3x^2 - 5x + 2$$

$$= -3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x + 2)$$

$$= (1 - 3x)(x + 2)$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{-6}$$

$$= \frac{5 \pm 7}{-6}$$

$$= -2 \quad \text{et} \quad \frac{1}{3}$$

x		$\frac{1}{3}$		-2	
$1 - 3x$	$+$	0	$-$	$-$	$-$
$x + 2$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$-3x^2 - 5x + 2$	$-$	0	$+$	0	$-$

Faites les exercices suivants

#35 à 38

Exemple Trouver la fonction quadratique dont le sommet est $(2, 4)$ et qui passe par le point $(1, 7)$.

On sait que la forme canonique de la fonction est

$$f(x) = a(x - 2)^2 + 4$$

Pour trouver la valeur du paramètre manquant, il suffit d'insérer les coordonnées de l'autre point dans l'équation.

$$7 = a(1 - 2)^2 + 4 = a + 4$$

$$\Longrightarrow a = 7 - 4 = 3$$

donc

$$f(x) = 3(x - 2)^2 + 4$$

Faites les exercices suivants

#39 à 41

Devoir: #26 à 41