3.4 LOIS DISCRÈTE 2

cours 15

Au dernier cours, nous avons vu

Loi	$P(X=k)$	$E(X)$	$\mathrm{Var}(X)$

Au dernier cours, nous avons vu

Loi	$P(X = k)$	$E(X)$	$\mathrm{Var}(X)$
Binomiale $X \sim B(n; p)$			

Au dernier cours, nous avons vu

Loi	$P(X = k)$	$E(X)$	$\mathrm{Var}(X)$
Binomiale $X \sim B(n;p)$	$\binom{n}{k} p^k q^{n-k}$		

Au dernier cours, nous avons vu

Loi	$P(X=k)$	$E(X)$	$\mathrm{Var}(X)$
Binomiale $X \sim B(n;p)$	$\binom{n}{k} p^k q^{n-k}$	np	

Au dernier cours, nous avons vu

Loi	$P(X=k)$	$E(X)$	$\mathrm{Var}(X)$
Binomiale $X \sim B(n;p)$	$\binom{n}{k} p^k q^{n-k}$	np	npq

Au dernier cours, nous avons vu

Loi	$P(X=k)$	$E(X)$	$\mathrm{Var}(X)$
Binomiale $X \sim B(n;p)$	$\binom{n}{k} p^k q^{n-k}$	np	npq
Géométrique $X \sim G(p)$			

Au dernier cours, nous avons vu

Loi	$P(X=k)$	$E(X)$	$\text{Var}(X)$
Binomiale $X \sim B(n;p)$	$\binom{n}{k} p^k q^{n-k}$	np	npq
Géométrique $X \sim G(p)$	$q^{k-1}p$		

Au dernier cours, nous avons vu

Loi	$P(X=k)$	$E(X)$	$\mathrm{Var}(X)$
Binomiale $X \sim B(n;p)$	$\binom{n}{k} p^k q^{n-k}$	np	npq
Géométrique $X \sim G(p)$	$q^{k-1}p$	$\frac{1}{p}$	

Au dernier cours, nous avons vu

Loi	$P(X=k)$	$E(X)$	$\mathrm{Var}(X)$
Binomiale $X \sim B(n;p)$	$\binom{n}{k} p^k q^{n-k}$	np	npq
Géométrique $X \sim G(p)$	$q^{k-1}p$	$\frac{1}{p}$	$\frac{1-p}{p^2}$

Au dernier cours, nous avons vu

Loi	$P(X=k)$	$E(X)$	$\mathrm{Var}(X)$
Binomiale $X \sim B(n;p)$	$\binom{n}{k} p^k q^{n-k}$	np	npq
Géométrique $X \sim G(p)$	$q^{k-1}p$	$\frac{1}{p}$	$\frac{1-p}{p^2}$
Binomiale négative $X \sim BN(r,p)$			

Au dernier cours, nous avons vu

Loi	$P(X=k)$	$E(X)$	$\mathrm{Var}(X)$
Binomiale $X \sim B(n;p)$	$\binom{n}{k} p^k q^{n-k}$	np	npq
Géométrique $X \sim G(p)$	$q^{k-1}p$	$\frac{1}{p}$	$\frac{1-p}{p^2}$
Binomiale négative $X \sim BN(r,p)$	$\binom{k-1}{r-1} p^r q^{k-r}$		

Au dernier cours, nous avons vu

Loi	$P(X=k)$	$E(X)$	$\mathrm{Var}(X)$
Binomiale $X \sim B(n;p)$	$\binom{n}{k} p^k q^{n-k}$	np	npq
Géométrique $X \sim G(p)$	$q^{k-1}p$	$\frac{1}{p}$	$\frac{1-p}{p^2}$
Binomiale négative $X \sim BN(r,p)$	$\binom{k-1}{r-1} p^r q^{k-r}$	$\frac{r}{p}$	

Au dernier cours, nous avons vu

Loi	$P(X=k)$	$E(X)$	$\mathrm{Var}(X)$
Binomiale $X \sim B(n;p)$	$\binom{n}{k} p^k q^{n-k}$	np	npq
Géométrique $X \sim G(p)$	$q^{k-1}p$	$\frac{1}{p}$	$\frac{1-p}{p^2}$
Binomiale négative $X \sim BN(r,p)$	$\binom{k-1}{r-1} p^r q^{k-r}$	$\frac{r}{p}$	$\frac{r(1-p)}{p^2}$

Aujourd’hui, nous allons voir

Aujourd’hui, nous allons voir

- ✓ Loi de Poisson

Aujourd'hui, nous allons voir

- ✓ Loi de Poisson
- ✓ Loi hypergéométrique

Loi de poisson

Une variable aléatoire pouvant prendre pour valeurs

Loi de poisson

Une variable aléatoire pouvant prendre pour valeurs

$$0, 1, 2, 3, \ldots$$

Loi de poisson

Une variable aléatoire pouvant prendre pour valeurs

$$0, 1, 2, 3, \ldots$$

avec paramètre λ

Loi de poisson

Une variable aléatoire pouvant prendre pour valeurs

$$0, 1, 2, 3, \ldots$$

avec paramètre λ

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

Loi de poisson

Une variable aléatoire pouvant prendre pour valeurs

$$0, 1, 2, 3, \ldots$$

avec paramètre λ

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad = p(k)$$

Loi de poisson

Une variable aléatoire pouvant prendre pour valeurs

$$0, 1, 2, 3, \ldots$$

avec paramètre λ

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad = p(k)$$

est dite loi de Poisson

Loi de poisson

Une variable aléatoire pouvant prendre pour valeurs

$$0, 1, 2, 3, \ldots$$

avec paramètre λ

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad = p(k)$$

est dite loi de Poisson

$$X \sim P(\lambda)$$

On peut vérifier que cette loi est bien une loi de probabilité

On peut vérifier que cette loi est bien une loi de probabilité

$$\sum_{k=0}^{\infty} P(X = k) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

On peut vérifier que cette loi est bien une loi de probabilité

$$\sum_{k=0}^{\infty} P(X = k) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$= e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!}$$

On peut vérifier que cette loi est bien une loi de probabilité

$$\sum_{k=0}^{\infty} P(X = k) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$= e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!}$$

On peut vérifier que cette loi est bien une loi de probabilité

$$\sum_{k=0}^{\infty} P(X=k) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$= e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!}$$

$$e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$$

On peut vérifier que cette loi est bien une loi de probabilité

La série de Taylor de e^x

$$\sum_{k=0}^{\infty} P(X=k) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$= e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!}$$

$$e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$$

On peut vérifier que cette loi est bien une loi de probabilité

$$\sum_{k=0}^{\infty} P(X=k) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$= e^{-\lambda} \boxed{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!}}$$

La série de Taylor de e^x

$$e^x = \boxed{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}}$$

On peut vérifier que cette loi est bien une loi de probabilité

$$\sum_{k=0}^{\infty} P(X = k) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$= e^{-\lambda} \boxed{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!}}$$

$$= e^{-\lambda} e^{\lambda}$$

La série de Taylor de e^x

$$e^x = \boxed{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}}$$

On peut vérifier que cette loi est bien une loi de probabilité

$$\sum_{k=0}^{\infty} P(X=k) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$= e^{-\lambda} \boxed{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!}}$$

$$= e^{-\lambda} e^{\lambda} = 1$$

La série de Taylor de e^x

$$e^x = \boxed{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}}$$

Un des intérêts qu'on porte à la loi de Poisson est dû au fait que dans certaines situations elle permet d'obtenir une approximation de la loi binomiale.

Un des intérêts qu'on porte à la loi de Poisson est dû au fait que dans certaines situations elle permet d'obtenir une approximation de la loi binomiale.

Soit $\qquad X \sim B(n,p)$

Un des intérêts qu'on porte à la loi de Poisson est dû au fait que dans certaines situations elle permet d'obtenir une approximation de la loi binomiale.

Soit $X \sim B(n, p)$

tel que n est grand et p est petit

Un des intérêts qu'on porte à la loi de Poisson est dû au fait que dans certaines situations elle permet d'obtenir une approximation de la loi binomiale.

Soit $$X \sim B(n, p)$$

tel que n est grand et p est petit

de telle sorte que np soit moyen.

Un des intérêts qu'on porte à la loi de Poisson est dû au fait que dans certaines situations elle permet d'obtenir une approximation de la loi binomiale.

Soit $X \sim B(n, p)$

tel que n est grand et p est petit

de telle sorte que np soit moyen.

par exemple

Un des intérêts qu'on porte à la loi de Poisson est dû au fait que dans certaines situations elle permet d'obtenir une approximation de la loi binomiale.

Soit $X \sim B(n,p)$

tel que n est grand et p est petit

de telle sorte que np soit moyen.

par exemple $n = 100$

Un des intérêts qu'on porte à la loi de Poisson est dû au fait que dans certaines situations elle permet d'obtenir une approximation de la loi binomiale.

Soit $X \sim B(n, p)$

tel que n est grand et p est petit

de telle sorte que np soit moyen.

par exemple $n = 100$ $p = \dfrac{1}{25}$

Un des intérêts qu'on porte à la loi de Poisson est dû au fait que dans certaines situations elle permet d'obtenir une approximation de la loi binomiale.

Soit $X \sim B(n, p)$

tel que n est grand et p est petit

de telle sorte que np soit moyen.

par exemple $n = 100$ $p = \frac{1}{25}$ $np = 4$

Considérons $X \sim B(n, p)$

Considérons $X \sim B(n, p)$

avec les conditions précédentes et posons $np = \lambda$

Considérons $X \sim B(n, p)$

avec les conditions précédentes et posons $np = \lambda \implies p = \dfrac{\lambda}{n}$

Considérons $X \sim B(n, p)$

avec les conditions précédentes et posons $np = \lambda \implies p = \dfrac{\lambda}{n}$

$$P(X = k)$$

Considérons $X \sim B(n,p)$

avec les conditions précédentes et posons $np = \lambda \Longrightarrow p = \dfrac{\lambda}{n}$

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

Considérons $X \sim B(n, p)$

avec les conditions précédentes et posons $np = \lambda \Longrightarrow p = \dfrac{\lambda}{n}$

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$= \frac{n!}{k!(n-k)!} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^k \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-k}$$

Considérons $X \sim B(n,p)$

avec les conditions précédentes et posons $np = \lambda \implies p = \dfrac{\lambda}{n}$

$$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$= \frac{n!}{k!(n-k)!}\left(\frac{\lambda}{n}\right)^k \left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{n-k}$$

Considérons $X \sim B(n,p)$

avec les conditions précédentes et posons $np = \lambda \Longrightarrow p = \dfrac{\lambda}{n}$

$$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$= \frac{n!}{k!(n-k)!} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^k \left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{n-k}$$

Considérons $X \sim B(n,p)$

avec les conditions précédentes et posons $np = \lambda \Longrightarrow p = \dfrac{\lambda}{n}$

$$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$= \frac{n!}{k!(n-k)!} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^k \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-k}$$

Considérons $X \sim B(n,p)$

avec les conditions précédentes et posons $np = \lambda \implies p = \dfrac{\lambda}{n}$

$$
\begin{aligned}
P(X=k) &= \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \\
&= \frac{n!}{k!(n-k)!} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^k \left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{n-k} \\
&= \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{k!} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^k \left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{n-k}
\end{aligned}
$$

Considérons $X \sim B(n,p)$

avec les conditions précédentes et posons $np = \lambda \implies p = \dfrac{\lambda}{n}$

$$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$= \frac{n!}{k!(n-k)!} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^k \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-k}$$

$$= \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{k!} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^k \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-k}$$

Considérons $X \sim B(n, p)$

avec les conditions précédentes et posons $np = \lambda \implies p = \dfrac{\lambda}{n}$

$$\begin{aligned}
P(X = k) &= \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k} \\
&= \frac{n!}{k!(n-k)!} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^k \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-k} \\
&= \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{k!} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^k \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-k} \\
&= \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k} \frac{\lambda^k}{k!} \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-k}
\end{aligned}$$

Considérons $X \sim B(n,p)$

avec les conditions précédentes et posons $np = \lambda \Longrightarrow p = \dfrac{\lambda}{n}$

$$
\begin{aligned}
P(X=k) &= \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \\
&= \frac{n!}{k!(n-k)!} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^k \left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{n-k} \\
&= \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{k!} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^k \left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{n-k} \\
&= \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k} \frac{\lambda^k}{k!} \left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{n-k}
\end{aligned}
$$

Considérons $X \sim B(n, p)$

avec les conditions précédentes et posons $np = \lambda \implies p = \dfrac{\lambda}{n}$

$$P(X = k) = \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k}\frac{\lambda^k}{k!}\left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-k}$$

Considérons $X \sim B(n, p)$

avec les conditions précédentes et posons $np = \lambda \implies p = \dfrac{\lambda}{n}$

$$P(X = k) = \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k}\frac{\lambda^k}{k!}\left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-k}$$

$$= \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k}\frac{\lambda^k}{k!}\frac{\left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^n}{\left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^k}$$

Considérons $X \sim B(n,p)$

avec les conditions précédentes et posons $np = \lambda \Longrightarrow p = \dfrac{\lambda}{n}$

$$P(X=k) = \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k}\frac{\lambda^k}{k!}\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{n-k}$$

$$= \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k}\frac{\lambda^k}{k!}\frac{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{n}}{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{k}}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k} = 1$$

Considérons $X \sim B(n, p)$

avec les conditions précédentes et posons $np = \lambda \implies p = \dfrac{\lambda}{n}$

$$P(X = k) = \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k}\frac{\lambda^k}{k!}\left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-k}$$

$$= \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k}\frac{\lambda^k}{k!}\frac{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n}{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^k}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k} = 1$$

$$\frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k} \approx 1$$

Considérons $X \sim B(n,p)$

avec les conditions précédentes et posons $np = \lambda \implies p = \dfrac{\lambda}{n}$

$$P(X=k) = \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k}\frac{\lambda^k}{k!}\frac{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n}{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^k}$$

$$\frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k} \approx 1$$

Considérons $X \sim B(n, p)$

avec les conditions précédentes et posons $np = \lambda \implies p = \dfrac{\lambda}{n}$

$$P(X = k) = \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k} \frac{\lambda^k}{k!} \frac{\left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^n}{\left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^k}$$

$$\frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k} \approx 1$$

$$\lim_{n\to\infty} \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^n = e^{-\lambda}$$

Considérons $X \sim B(n,p)$

avec les conditions précédentes et posons $np = \lambda \implies p = \dfrac{\lambda}{n}$

$$P(X=k) = \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k}\,\frac{\lambda^k}{k!}\,\frac{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n}{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^k}$$

$$\frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k} \approx 1$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n = e^{-\lambda} \qquad\qquad \left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n \approx e^{-\lambda}$$

Considérons $X \sim B(n,p)$

avec les conditions précédentes et posons $np = \lambda \implies p = \dfrac{\lambda}{n}$

$$P(X=k) = \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k}\frac{\lambda^k}{k!}\frac{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n}{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^k}$$

$$\frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k} \approx 1$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n = e^{-\lambda} \qquad \left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n \approx e^{-\lambda}$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^k = 1$$

Considérons $X \sim B(n,p)$

avec les conditions précédentes et posons $np = \lambda \implies p = \dfrac{\lambda}{n}$

$$P(X=k) = \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k}\frac{\lambda^k}{k!}\frac{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n}{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^k}$$

$$\frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k} \approx 1$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n = e^{-\lambda} \qquad \left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n \approx e^{-\lambda}$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^k = 1 \qquad \left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^k \approx 1$$

Considérons $X \sim B(n,p)$

avec les conditions précédentes et posons $np = \lambda \implies p = \dfrac{\lambda}{n}$

$$P(X=k) = \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k}\frac{\lambda^k}{k!}\frac{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n}{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^k}$$

$$\frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k} \approx 1$$

$$\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n \approx e^{-\lambda} \qquad \left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^k \approx 1$$

Considérons $X \sim B(n,p)$

avec les conditions précédentes et posons $np = \lambda \implies p = \dfrac{\lambda}{n}$

$$P(X=k) = \boxed{\frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k}}\,\frac{\lambda^k}{k!}\,\frac{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n}{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^k}$$

$$\boxed{\frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k}} \approx 1$$

$$\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n \approx e^{-\lambda} \qquad \left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^k \approx 1$$

Considérons $X \sim B(n,p)$

avec les conditions précédentes et posons $np = \lambda \Longrightarrow p = \dfrac{\lambda}{n}$

$$P(X=k) = \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k}\,\frac{\lambda^k}{k!}\,\frac{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n}{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^k}$$

$$\frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k} \approx 1$$

$$\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n \approx e^{-\lambda} \qquad \left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^k \approx 1$$

Considérons $X \sim B(n, p)$

avec les conditions précédentes et posons $np = \lambda \implies p = \dfrac{\lambda}{n}$

$$P(X = k) = \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k} \frac{\lambda^k}{k!} \frac{\left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^n}{\left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^k}$$

$$\frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k} \approx 1$$

$$\left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^n \approx e^{-\lambda}$$

$$\left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^k \approx 1$$

Considérons $X \sim B(n, p)$

avec les conditions précédentes et posons $np = \lambda \implies p = \dfrac{\lambda}{n}$

$$P(X = k) = \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k} \frac{\lambda^k}{k!} \frac{\left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^n}{\left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^k}$$

$$\approx \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$\frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k} \approx 1$$

$$\left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^n \approx e^{-\lambda}$$

$$\left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^k \approx 1$$

Considérons $X \sim B(n,p)$

avec les conditions précédentes et posons $np = \lambda \implies p = \dfrac{\lambda}{n}$

$$P(X=k) = \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k}\,\frac{\lambda^k}{k!}\,\frac{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n}{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^k}$$

$$\approx \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$

$$\frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k} \approx 1$$

$$\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n \approx e^{-\lambda} \qquad \left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^k \approx 1$$

Considérons $X \sim B(n,p)$

avec les conditions précédentes et posons $np = \lambda \implies p = \dfrac{\lambda}{n}$

$$P(X=k) = \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k}\frac{\lambda^k}{k!}\frac{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n}{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^k}$$

$$\approx \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$

$$\frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k} \approx 1$$

$$\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n \approx e^{-\lambda}$$

$$\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^k \approx 1$$

Considérons $X \sim B(n,p)$

avec les conditions précédentes et posons $np = \lambda \implies p = \dfrac{\lambda}{n}$

$$P(X=k) = \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k}\frac{\lambda^k}{k!}\frac{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n}{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^k}$$

$$\approx \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$

$$\frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k} \approx 1$$

$$\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n \approx e^{-\lambda} \qquad \left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^k \approx 1$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$E(X)$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \boxed{\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}}$$

$$E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \boxed{\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}}$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$

$$= e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!}$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \boxed{\frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}}$$

$$E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \boxed{\frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}}$$

$$= e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!}$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \boxed{\frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}}$$

$$E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \boxed{\frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}}$$

$$= e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!} = e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!}$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \boxed{\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}}$$

$$E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \boxed{\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}}$$

$$= e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!} = e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!}$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$

$$= e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!} = e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!}$$

$$= e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda\lambda^{k-1}}{(k-1)!}$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$

$$= e^{-\lambda}\sum_{k=0}^{\infty} k\frac{\lambda^k}{k!} = e^{-\lambda}\sum_{k=1}^{\infty} k\frac{\lambda^k}{k!}$$

$$= e^{-\lambda}\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda\lambda^{k-1}}{(k-1)!}$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$= e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!} = e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!}$$

$$= e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda \lambda^{k-1}}{(k-1)!} = \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!}$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$

$$= e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!} = e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!}$$

$$= e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda\lambda^{k-1}}{(k-1)!} = \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!}$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$t = k - 1$$

$$E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$= e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!} = e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!}$$

$$= e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda \lambda^{k-1}}{(k-1)!} = \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!}$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$

$$t = k - 1$$

$$k = 1 \Longrightarrow t = 0$$

$$E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$= e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!} = e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!}$$

$$= e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda \lambda^{k-1}}{(k-1)!} = \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!}$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \boxed{\frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}}$$

$$t = k - 1$$

$$k = 1 \Longrightarrow t = 0$$

$$E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \boxed{\frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}}$$

$$= e^{-\lambda} \sum_{\boxed{k=0}}^{\infty} \boxed{k} \frac{\lambda^k}{k!} \quad = e^{-\lambda} \sum_{\boxed{k=1}}^{\infty} \boxed{k} \frac{\lambda^k}{\boxed{k!}}$$

$$= e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda \lambda^{k-1}}{\boxed{(k-1)!}} \quad = \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!}$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \sum_{t=0}^{\infty} \frac{\lambda^t}{t!}$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$t = k - 1$$

$$k = 1 \Longrightarrow t = 0$$

$$E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$= e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!} = e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!}$$

$$= e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda \lambda^{k-1}}{(k-1)!} = \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!}$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \sum_{t=0}^{\infty} \frac{\lambda^t}{t!}$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$

$$t = k - 1$$

$$k = 1 \Longrightarrow t = 0$$

$$E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$

$$= e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!} = e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!}$$

$$= e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda\lambda^{k-1}}{(k-1)!} = \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!}$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \sum_{t=0}^{\infty} \frac{\lambda^t}{t!}$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$t = k - 1$$

$$k = 1 \Longrightarrow t = 0$$

$$E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$= e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!} = e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!}$$

$$= e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda \lambda^{k-1}}{(k-1)!} = \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!}$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \sum_{t=0}^{\infty} \frac{\lambda^t}{t!}$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$

$$t = k - 1$$

$$k = 1 \Longrightarrow t = 0$$

$$E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$= e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!} = e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!}$$

$$= e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda \lambda^{k-1}}{(k-1)!} = \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!}$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \sum_{t=0}^{\infty} \frac{\lambda^t}{t!}$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$t = k - 1$$

$$k = 1 \Longrightarrow t = 0$$

$$E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$= e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!} = e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!}$$

$$= e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda \lambda^{k-1}}{(k-1)!} = \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!}$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \sum_{t=0}^{\infty} \frac{\lambda^t}{t!} = \lambda e^{-\lambda} e^{\lambda}$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$t = k - 1$$

$$k = 1 \Longrightarrow t = 0$$

$$E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$= e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!} = e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!}$$

$$= e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda \lambda^{k-1}}{(k-1)!} = \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!}$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \sum_{t=0}^{\infty} \frac{\lambda^t}{t!} = \lambda e^{-\lambda} e^{\lambda}$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$t = k - 1$$

$$k = 1 \Longrightarrow t = 0$$

$$E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$= e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!} = e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!}$$

$$= e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda \lambda^{k-1}}{(k-1)!} = \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!}$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \sum_{t=0}^{\infty} \frac{\lambda^t}{t!} = \lambda e^{-\lambda} e^{\lambda} = \lambda$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad\qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda \qquad \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda \qquad \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 = E(X^2) - \lambda^2$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda \qquad \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 = E(X^2) - \lambda^2$$

$$E(X^2)$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda \qquad \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 = E(X^2) - \lambda^2$$

$$E(X^2) = \sum_{k=0}^{\infty} k^2 \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda \qquad \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 = E(X^2) - \lambda^2$$

$$E(X^2) = \sum_{k=0}^{\infty} k^2 \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} = \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!}$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda \qquad \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 = E(X^2) - \lambda^2$$

$$E(X^2) = \sum_{k=0}^{\infty} k^2 \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} = \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!}$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda \qquad \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 = E(X^2) - \lambda^2$$

$$E(X^2) = \sum_{k=0}^{\infty} k^2 \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} = \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!}$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} (k - 1 + 1) \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!}$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda \qquad \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 = E(X^2) - \lambda^2$$

$$E(X^2) = \sum_{k=0}^{\infty} k^2 \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} = \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!}$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} (k - 1 + 1) \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!}$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \left[(k-1) \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} + \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} \right]$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda \qquad \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 = E(X^2) - \lambda^2$$

$$E(X^2) = \sum_{k=0}^{\infty} k^2 \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} = \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!}$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} (k - 1 + 1) \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!}$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \left[(k-1) \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} + \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} \right]$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda \qquad \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 = E(X^2) - \lambda^2$$

$$E(X^2) = \sum_{k=0}^{\infty} k^2 \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} = \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!}$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} (k - 1 + 1) \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!}$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \left[(k-1) \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} + \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} \right]$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda \qquad \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 = E(X^2) - \lambda^2$$

$$E(X^2) = \sum_{k=0}^{\infty} k^2 \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} = \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!}$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} (k-1+1) \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!}$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \left[(k-1) \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} + \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} \right]$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \left[\sum_{k=1}^{\infty} (k-1) \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} \right]$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$

$$E(X) \;= \lambda \qquad \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 \;= E(X^2) - \lambda^2$$

$$E(X^2) \;= \lambda e^{-\lambda}\left[\sum_{k=1}^{\infty}(k-1)\frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!}\right]$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda \qquad \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 = E(X^2) - \lambda^2$$

$$E(X^2) = \lambda e^{-\lambda} \left[\sum_{k=1}^{\infty} (k-1) \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} \right]$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \left[\sum_{k=1}^{\infty} (k-1) \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} + e^{\lambda} \right]$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda \qquad \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 = E(X^2) - \lambda^2$$

$$E(X^2) = \lambda e^{-\lambda} \left[\sum_{k=1}^{\infty} (k-1) \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} \right]$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \left[\sum_{k=1}^{\infty} (k-1) \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} + e^{\lambda} \right]$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda \qquad \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 = E(X^2) - \lambda^2$$

$$E(X^2) = \lambda e^{-\lambda} \left[\sum_{k=1}^{\infty} (k-1) \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} \right]$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \left[\sum_{k=1}^{\infty} (k-1) \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} + e^{\lambda} \right]$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \left[\sum_{k=2}^{\infty} (k-1) \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} + e^{\lambda} \right]$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda \qquad \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 = E(X^2) - \lambda^2$$

$$E(X^2) = \lambda e^{-\lambda} \left[\sum_{k=1}^{\infty} (k-1) \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} \right]$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \left[\sum_{k=1}^{\infty} (k-1) \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} + e^{\lambda} \right]$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \left[\sum_{k=2}^{\infty} (k-1) \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} + e^{\lambda} \right]$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda \qquad \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 = E(X^2) - \lambda^2$$

$$E(X^2) = \lambda e^{-\lambda} \left[\sum_{k=1}^{\infty} (k-1) \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} + \boxed{\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!}} \right]$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \left[\sum_{k=1}^{\infty} (k-1) \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} + \boxed{e^{\lambda}} \right]$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \left[\sum_{k=2}^{\infty} (k-1) \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} + e^{\lambda} \right]$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda \qquad \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 = E(X^2) - \lambda^2$$

$$E(X^2) = \lambda e^{-\lambda}\left[\sum_{k=1}^{\infty}(k-1)\frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!}\right]$$

$$= \lambda e^{-\lambda}\left[\sum_{k=1}^{\infty}(k-1)\frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} + e^{\lambda}\right]$$

$$= \lambda e^{-\lambda}\left[\sum_{k=2}^{\infty}(k-1)\frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} + e^{\lambda}\right]$$

$$= \lambda e^{-\lambda}\left[\lambda\sum_{k=2}^{\infty}\frac{\lambda^{k-2}}{(k-2)!} + e^{\lambda}\right]$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda \qquad \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 = E(X^2) - \lambda^2$$

$$E(X^2) = \lambda e^{-\lambda}\left[\sum_{k=1}^{\infty}(k-1)\frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!}\right]$$

$$= \lambda e^{-\lambda}\left[\sum_{k=1}^{\infty}(k-1)\frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} + e^{\lambda}\right]$$

$$= \lambda e^{-\lambda}\left[\sum_{k=2}^{\infty}(k-1)\frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} + e^{\lambda}\right]$$

$$= \lambda e^{-\lambda}\left[\lambda\sum_{k=2}^{\infty}\frac{\lambda^{k-2}}{(k-2)!} + e^{\lambda}\right]$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda \qquad \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 = E(X^2) - \lambda^2$$

$$E(X^2) = \lambda e^{-\lambda} \left[\sum_{k=1}^{\infty} (k-1) \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} \right]$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \left[\sum_{k=1}^{\infty} (k-1) \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} + e^{\lambda} \right]$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \left[\sum_{k=2}^{\infty} (k-1) \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} + e^{\lambda} \right]$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \left[\lambda \sum_{k=2}^{\infty} \frac{\lambda^{k-2}}{(k-2)!} + e^{\lambda} \right]$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda \qquad \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 = E(X^2) - \lambda^2$$

$$E(X^2) = \lambda e^{-\lambda}\left[\lambda \sum_{k=2}^{\infty} \frac{\lambda^{k-2}}{(k-2)!} + e^{\lambda}\right]$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$E(X) \; = \lambda \qquad \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 \; = E(X^2) - \lambda^2$$

$$E(X^2) = \lambda e^{-\lambda} \left[\lambda \sum_{k=2}^{\infty} \frac{\lambda^{k-2}}{(k-2)!} + e^{\lambda} \right] \qquad t = k - 2$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda \qquad \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 = E(X^2) - \lambda^2$$

$$E(X^2) = \lambda e^{-\lambda} \left[\lambda \sum_{k=2}^{\infty} \frac{\lambda^{k-2}}{(k-2)!} + e^{\lambda} \right] \qquad t = k - 2$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \left[\lambda \sum_{t=0}^{\infty} \frac{\lambda^{t}}{t!} + e^{\lambda} \right]$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda \qquad \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 = E(X^2) - \lambda^2$$

$$E(X^2) = \lambda e^{-\lambda} \left[\lambda \sum_{k=2}^{\infty} \frac{\lambda^{k-2}}{(k-2)!} + e^{\lambda} \right] \qquad t = k - 2$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \left[\lambda \sum_{t=0}^{\infty} \frac{\lambda^t}{t!} + e^{\lambda} \right]$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda \qquad \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 = E(X^2) - \lambda^2$$

$$E(X^2) = \lambda e^{-\lambda}\left[\lambda \sum_{k=2}^{\infty} \frac{\lambda^{k-2}}{(k-2)!} + e^{\lambda}\right] \qquad t = k-2$$

$$= \lambda e^{-\lambda}\left[\lambda \sum_{t=0}^{\infty} \frac{\lambda^{t}}{t!} + e^{\lambda}\right]$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda \qquad \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 = E(X^2) - \lambda^2$$

$$E(X^2) = \lambda e^{-\lambda} \left[\lambda \sum_{k=2}^{\infty} \frac{\lambda^{k-2}}{(k-2)!} + e^{\lambda} \right] \qquad t = k-2$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \left[\lambda \sum_{t=0}^{\infty} \frac{\lambda^{t}}{t!} + e^{\lambda} \right]$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda \qquad \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 = E(X^2) - \lambda^2$$

$$E(X^2) = \lambda e^{-\lambda} \left[\lambda \sum_{k=2}^{\infty} \frac{\lambda^{k-2}}{(k-2)!} + e^{\lambda} \right] \qquad t = k-2$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \left[\lambda \sum_{t=0}^{\infty} \frac{\lambda^{t}}{t!} + e^{\lambda} \right]$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \left[\lambda e^{\lambda} + e^{\lambda} \right]$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda \qquad \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 = E(X^2) - \lambda^2$$

$$E(X^2) = \lambda e^{-\lambda} \left[\lambda \sum_{k=2}^{\infty} \frac{\lambda^{k-2}}{(k-2)!} + e^{\lambda} \right] \qquad t = k - 2$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \left[\lambda \sum_{t=0}^{\infty} \frac{\lambda^{t}}{t!} + e^{\lambda} \right]$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \left[\lambda e^{\lambda} + e^{\lambda} \right]$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda \qquad \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 = E(X^2) - \lambda^2$$

$$E(X^2) = \lambda e^{-\lambda}\left[\lambda \sum_{k=2}^{\infty} \frac{\lambda^{k-2}}{(k-2)!} + e^{\lambda}\right] \qquad t = k - 2$$

$$= \lambda e^{-\lambda}\left[\lambda \sum_{t=0}^{\infty} \frac{\lambda^{t}}{t!} + e^{\lambda}\right]$$

$$= \lambda e^{-\lambda}\left[\lambda e^{\lambda} + e^{\lambda}\right] = \lambda e^{-\lambda} e^{\lambda}\left[\lambda + 1\right]$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda \qquad \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 = E(X^2) - \lambda^2$$

$$E(X^2) = \lambda e^{-\lambda} \left[\lambda \sum_{k=2}^{\infty} \frac{\lambda^{k-2}}{(k-2)!} + e^{\lambda} \right] \qquad t = k - 2$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \left[\lambda \sum_{t=0}^{\infty} \frac{\lambda^{t}}{t!} + e^{\lambda} \right]$$

$$= \lambda e^{-\lambda} [\lambda e^{\lambda} + e^{\lambda}] = \lambda e^{-\lambda} e^{\lambda} [\lambda + 1]$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda \qquad \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 = E(X^2) - \lambda^2$$

$$E(X^2) = \lambda e^{-\lambda}\left[\lambda \sum_{k=2}^{\infty} \frac{\lambda^{k-2}}{(k-2)!} + e^{\lambda}\right] \qquad t = k-2$$

$$= \lambda e^{-\lambda}\left[\lambda \sum_{t=0}^{\infty} \frac{\lambda^{t}}{t!} + e^{\lambda}\right]$$

$$= \lambda e^{-\lambda}\left[\lambda e^{\lambda} + e^{\lambda}\right] = \lambda e^{-\lambda} e^{\lambda}\left[\lambda + 1\right]$$

$$= \lambda\left[\lambda + 1\right]$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda \qquad \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 = E(X^2) - \lambda^2$$

$$E(X^2) = \lambda e^{-\lambda}\left[\lambda \sum_{k=2}^{\infty} \frac{\lambda^{k-2}}{(k-2)!} + e^{\lambda}\right] \qquad t = k-2$$

$$= \lambda e^{-\lambda}\left[\lambda \sum_{t=0}^{\infty} \frac{\lambda^{t}}{t!} + e^{\lambda}\right]$$

$$= \lambda e^{-\lambda}\left[\lambda e^{\lambda} + e^{\lambda}\right] = \lambda e^{-\lambda} e^{\lambda}\left[\lambda + 1\right]$$

$$= \lambda\left[\lambda + 1\right] = \lambda^2 + \lambda$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda$$

$$\mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 = E(X^2) - \lambda^2$$

$$E(X^2) = \lambda^2 + \lambda$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda$$

$$\begin{aligned} \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 &= E(X^2) - \lambda^2 \\ &= \lambda^2 + \lambda - \lambda^2 \end{aligned}$$

$$E(X^2) = \lambda^2 + \lambda$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda$$

$$\begin{aligned} \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 &= E(X^2) - \lambda^2 \\ &= \lambda^2 + \lambda - \lambda^2 \end{aligned}$$

$$E(X^2) = \lambda^2 + \lambda$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda$$

$$\begin{aligned} \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 &= E(X^2) - \lambda^2 \\ &= \lambda^2 + \lambda - \lambda^2 \end{aligned}$$

$$E(X^2) = \lambda^2 + \lambda$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda$$

$$\begin{aligned} \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 &= \boxed{E(X^2)} - \lambda^2 \\ &= \boxed{\cancel{\lambda^2} + \lambda} - \cancel{\lambda^2} \end{aligned}$$

$$\boxed{E(X^2)} = \boxed{\lambda^2 + \lambda}$$

$$X \sim P(\lambda) \qquad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$E(X) = \lambda$$

$$\begin{aligned} \mathrm{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 &= \boxed{E(X^2)} - \lambda^2 \\ &= \boxed{\cancel{\lambda^2} + \lambda} - \cancel{\lambda^2} \\ &= \lambda \end{aligned}$$

$$\boxed{E(X^2)} = \boxed{\lambda^2 + \lambda}$$

Voici quelques exemples de variable aléatoire qui suivent une loi de Poisson

Voici quelques exemples de variable aléatoire qui suivent une loi de Poisson

- Le nombre de coquilles par page d'un livre.

Voici quelques exemples de variable aléatoire qui suivent une loi de Poisson

- Le nombre de coquilles par page d'un livre.
- Le nombre d'individus dépassant l'âge de100 ans dans une ville.

Voici quelques exemples de variable aléatoire qui suivent une loi de Poisson

- Le nombre de coquilles par page d’un livre.
- Le nombre d’individus dépassant l’âge de100 ans dans une ville.
- Le nombre de maisons vendu par un agent d’immeuble par jour.

Voici quelques exemples de variable aléatoire qui suivent une loi de Poisson

- Le nombre de coquilles par page d'un livre.
- Le nombre d'individus dépassant l'âge de100 ans dans une ville.
- Le nombre de maisons vendu par un agent d'immeuble par jour.
- Le nombre de particules alpha émis par un élément radioactif par seconde

Voici quelques exemples de variable aléatoire qui suivent une loi de Poisson

- Le nombre de coquilles par page d'un livre.
- Le nombre d'individus dépassant l'âge de100 ans dans une ville.
- Le nombre de maisons vendu par un agent d'immeuble par jour.
- Le nombre de particules alpha émis par un élément radioactif par seconde
- Le nombre de postes devenu vacant dans une école par an.

Voici quelques exemples de variable aléatoire qui suivent une loi de Poisson

- Le nombre de coquilles par page d'un livre.
- Le nombre d'individus dépassant l'âge de100 ans dans une ville.
- Le nombre de maisons vendu par un agent d'immeuble par jour.
- Le nombre de particules alpha émis par un élément radioactif par seconde
- Le nombre de postes devenu vacant dans une école par an.

Dans ces cas on utilise pour λ la valeur moyenne

Exemple

On a mesuré qu'une matière radioactive émet en moyenne 2,3 particules α par seconde par gramme. Quelle est la probabilité qu'au plus 3 particules α soient émises?

Exemple On a mesuré qu'une matière radioactive émet en moyenne 2,3 particules α par seconde par gramme. Quelle est la probabilité qu'au plus 3 particules α soient émises?

Ici le nombre d'atomes n par gramme est grand

Exemple

On a mesuré qu'une matière radioactive émet en moyenne 2,3 particules α par seconde par gramme. Quelle est la probabilité qu'au plus 3 particules α soient émises?

Ici le nombre d'atomes n par gramme est grand

et la probabilité qu'un atome se désintègre $p = \dfrac{2,3}{n}$ est petite.

Exemple

On a mesuré qu'une matière radioactive émet en moyenne 2,3 particules α par seconde par gramme. Quelle est la probabilité qu'au plus 3 particules α soient émises?

Ici le nombre d'atomes n par gramme est grand

et la probabilité qu'un atome se désintègre $p = \dfrac{2,3}{n}$ est petite.

$$\lambda = 2,3$$

Exemple

On a mesuré qu'une matière radioactive émet en moyenne 2,3 particules α par seconde par gramme. Quelle est la probabilité qu'au plus 3 particules α soient émises?

Ici le nombre d'atomes n par gramme est grand

et la probabilité qu'un atome se désintègre $p = \dfrac{2,3}{n}$ est petite.

$\lambda = 2,3 \qquad X \sim P(2,3)$

Exemple On a mesuré qu'une matière radioactive émet en moyenne 2,3 particules α par seconde par gramme. Quelle est la probabilité qu'au plus 3 particules α soient émises?

Ici le nombre d'atomes n par gramme est grand

et la probabilité qu'un atome se désintègre $p = \dfrac{2,3}{n}$ est petite.

$$\lambda = 2,3 \qquad X \sim P(2,3) \qquad f(k) = \frac{(2,3)^k}{k!} e^{-2,3}$$

Exemple

On a mesuré qu'une matière radioactive émet en moyenne 2,3 particules α par seconde par gramme. Quelle est la probabilité qu'au plus 3 particules α soient émises?

Ici le nombre d'atomes n par gramme est grand

et la probabilité qu'un atome se désintègre $p = \dfrac{2,3}{n}$ est petite.

$$\lambda = 2,3 \qquad X \sim P(2,3) \qquad f(k) = \frac{(2,3)^k}{k!} e^{-2,3}$$

$$P(X \leq 3) = f(0) + f(1) + f(2) + f(3)$$

Exemple

On a mesuré qu'une matière radioactive émet en moyenne 2,3 particules α par seconde par gramme. Quelle est la probabilité qu'au plus 3 particules α soient émises?

Ici le nombre d'atomes n par gramme est grand

et la probabilité qu'un atome se désintègre $p = \dfrac{2,3}{n}$ est petite.

$$\lambda = 2,3 \qquad X \sim P(2,3) \qquad f(k) = \frac{(2,3)^k}{k!}e^{-2,3}$$

$$P(X \leq 3) = f(0) + f(1) + f(2) + f(3)$$

$$= e^{-2,3} + (2,3)e^{-2,3} + \frac{(2,3)^2}{2}e^{-2,3} + \frac{(2,3)^3}{6}e^{-2,3}$$

Exemple

On a mesuré qu'une matière radioactive émet en moyenne 2,3 particules α par seconde par gramme. Quelle est la probabilité qu'au plus 3 particules α soient émises?

Ici le nombre d'atomes n par gramme est grand

et la probabilité qu'un atome se désintègre $p = \dfrac{2,3}{n}$ est petite.

$\lambda = 2,3 \qquad X \sim P(2,3) \qquad f(k) = \dfrac{(2,3)^k}{k!} e^{-2,3}$

$$P(X \leq 3) = f(0) + f(1) + f(2) + f(3)$$

$$= e^{-2,3} + (2,3)e^{-2,3} + \frac{(2,3)^2}{2} e^{-2,3} + \frac{(2,3)^3}{6} e^{-2,3}$$

$$\approx 0,7993$$

Faites les exercices suivants

25 à 32

Loi hypergéométrique

Considérons l'expérience aléatoire consistant à piger sans remise n boules d'une urne en contenant N.

Loi hypergéométrique

Considérons l'expérience aléatoire consistant à piger sans remise n boules d'une urne en contenant N.

Il y a deux types de boules. On nomme les pN d'un type succès et les qN autre échec

Loi hypergéométrique

Considérons l'expérience aléatoire consistant à piger sans remise n boules d'une urne en contenant N.

Il y a deux types de boules. On nomme les pN d'un type succès et les qN autre échec

X : le nombre de boules succès pigé.

Loi hypergéométrique

Considérons l'expérience aléatoire consistant à piger sans remise n boules d'une urne en contenant N.

Il y a deux types de boules. On nomme les pN d'un type succès et les qN autre échec

X : le nombre de boules succès pigé.

La loi d'une telle variable aléatoire est dite suivre une loi hypergéométrique

Loi hypergéométrique

Considérons l'expérience aléatoire consistant à piger sans remise n boules d'une urne en contenant N.

Il y a deux types de boules. On nomme les pN d'un type succès et les qN autre échec

X : le nombre de boules succès pigé.

La loi d'une telle variable aléatoire est dite suivre une loi hypergéométrique

$$X \sim H(n, p, N)$$

$$X \sim H(n, p, N)$$

$$X \sim H(n, p, N)$$

Le nombre de façons de piger n boules parmi N est $\binom{N}{n}$

$$X \sim H(n, p, N)$$

Le nombre de façons de piger n boules parmi N est $\binom{N}{n}$

le nombre de façons de piger k succès $\binom{pN}{k}\binom{qN}{n-k}$

$$X \sim H(n, p, N)$$

Le nombre de façons de piger n boules parmi N est $\binom{N}{n}$

le nombre de façons de piger k succès $\binom{pN}{k}\binom{qN}{n-k}$

donc

$$X \sim H(n, p, N)$$

Le nombre de façons de piger n boules parmi N est $\binom{N}{n}$

le nombre de façons de piger k succès $\binom{pN}{k}\binom{qN}{n-k}$

donc

$$P(X = k) = \frac{\binom{pN}{k}\binom{qN}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

$$X \sim H(n, p, N)$$

$$X \sim H(n, p, N)$$

Ici nous ne démontrera pas comment on a obtenu l'espérance et la variance

$$X \sim H(n, p, N)$$

Ici nous ne démontrera pas comment on a obtenu l'espérance et la variance

$$E(X) = np$$

$$X \sim H(n, p, N)$$

Ici nous ne démontrera pas comment on a obtenu l'espérance et la variance

$$E(X) = np \qquad \mathrm{Var}(X) = npq\frac{N-n}{N-1}$$

Exemple

Un groupe de calcul différentiel est composé de 10 étudiants en science humaine et de 20 étudiants en science de la nature.

Exemple Un groupe de calcul différentiel est composé de 10 étudiants en science humaine et de 20 étudiants en science de la nature.

L'enseignant sélectionne au hasard 8 étudiants. Quelle est la probabilité d'avoir sélectionné 5 étudiants en science de la nature?

Exemple Un groupe de calcul différentiel est composé de 10 étudiants en science humaine et de 20 étudiants en science de la nature.

L'enseignant sélectionne au hasard 8 étudiants. Quelle est la probabilité d'avoir sélectionné 5 étudiants en science de la nature?

$$X \sim H\left(8, \frac{2}{3}, 30\right)$$

Exemple Un groupe de calcul différentiel est composé de 10 étudiants en science humaine et de 20 étudiants en science de la nature.

L'enseignant sélectionne au hasard 8 étudiants. Quelle est la probabilité d'avoir sélectionné 5 étudiants en science de la nature?

$$X \sim H\left(8, \frac{2}{3}, 30\right)$$

$P(X = 5)$

Exemple Un groupe de calcul différentiel est composé de 10 étudiants en science humaine et de 20 étudiants en science de la nature.

L'enseignant sélectionne au hasard 8 étudiants. Quelle est la probabilité d'avoir sélectionné 5 étudiants en science de la nature?

$$X \sim H\left(8, \frac{2}{3}, 30\right)$$

$$P(X = 5) = \frac{\binom{20}{5}\binom{10}{3}}{\binom{30}{8}}$$

Faites les exercices suivants

3.33 et 3.34

Aujourd'hui, nous avons vu

Loi	$P(X=k)$	$E(X)$	$\mathrm{Var}(X)$

Aujourd'hui, nous avons vu

Loi	$P(X = k)$	$E(X)$	$\mathrm{Var}(X)$
Loi de Poisson $X \sim P(\lambda)$			

Aujourd'hui, nous avons vu

Loi	$P(X = k)$	$E(X)$	$\mathrm{Var}(X)$
Loi de Poisson $X \sim P(\lambda)$	$\frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$		

Aujourd'hui, nous avons vu

Loi	$P(X = k)$	$E(X)$	$\mathrm{Var}(X)$
Loi de Poisson $X \sim P(\lambda)$	$\dfrac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$	λ	

Aujourd'hui, nous avons vu

Loi	$P(X = k)$	$E(X)$	$\text{Var}(X)$
Loi de Poisson $X \sim P(\lambda)$	$\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$	λ	λ

Aujourd'hui, nous avons vu

Loi	$P(X=k)$	$E(X)$	$\mathrm{Var}(X)$
Loi de Poisson $X \sim P(\lambda)$	$\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$	λ	λ
Loi hypergéométrique $X \sim H(n, p, N)$			

Aujourd'hui, nous avons vu

Loi	$P(X=k)$	$E(X)$	$\mathrm{Var}(X)$
Loi de Poisson $X \sim P(\lambda)$	$\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$	λ	λ
Loi hypergéométrique $X \sim H(n,p,N)$	$\frac{\binom{pN}{k}\binom{qN}{n-k}}{\binom{N}{n}}$		

Aujourd'hui, nous avons vu

Loi	$P(X=k)$	$E(X)$	$\mathrm{Var}(X)$
Loi de Poisson $X \sim P(\lambda)$	$\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$	λ	λ
Loi hypergéométrique $X \sim H(n,p,N)$	$\frac{\binom{pN}{k}\binom{qN}{n-k}}{\binom{N}{n}}$	np	

Aujourd'hui, nous avons vu

Loi	$P(X=k)$	$E(X)$	$\mathrm{Var}(X)$
Loi de Poisson $X \sim P(\lambda)$	$\dfrac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$	λ	λ
Loi hypergéométrique $X \sim H(n,p,N)$	$\dfrac{\binom{pN}{k}\binom{qN}{n-k}}{\binom{N}{n}}$	np	$npq\dfrac{N-n}{N-1}$

Devoir: # 3.25 à 3.34