3.5 LOI CONTINUE 2

cours 17

Au dernier cours, nous avons vu

Au dernier cours, nous avons vu

✓ Variable aléatoire continue

Au dernier cours, nous avons vu

- ✓ Variable aléatoire continue
- ✓ Loi uniforme

Aujourd'hui, nous allons voir

Aujourd’hui, nous allons voir

- ✓ Loi exponentielle

Aujourd'hui, nous allons voir

- ✓ Loi exponentielle
- ✓ Loi normale

Loi exponentielle

Soit X une variable aléatoire ayant comme fonction de densité

Loi exponentielle

Soit X une variable aléatoire ayant comme fonction de densité

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

Loi exponentielle

Soit X une variable aléatoire ayant comme fonction de densité

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

Alors on dira que cette variable aléatoire suit une loi exponentielle.

Loi exponentielle

Soit X une variable aléatoire ayant comme fonction de densité

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

Alors on dira que cette variable aléatoire suit une loi exponentielle.

$$X \sim Exp(\lambda)$$

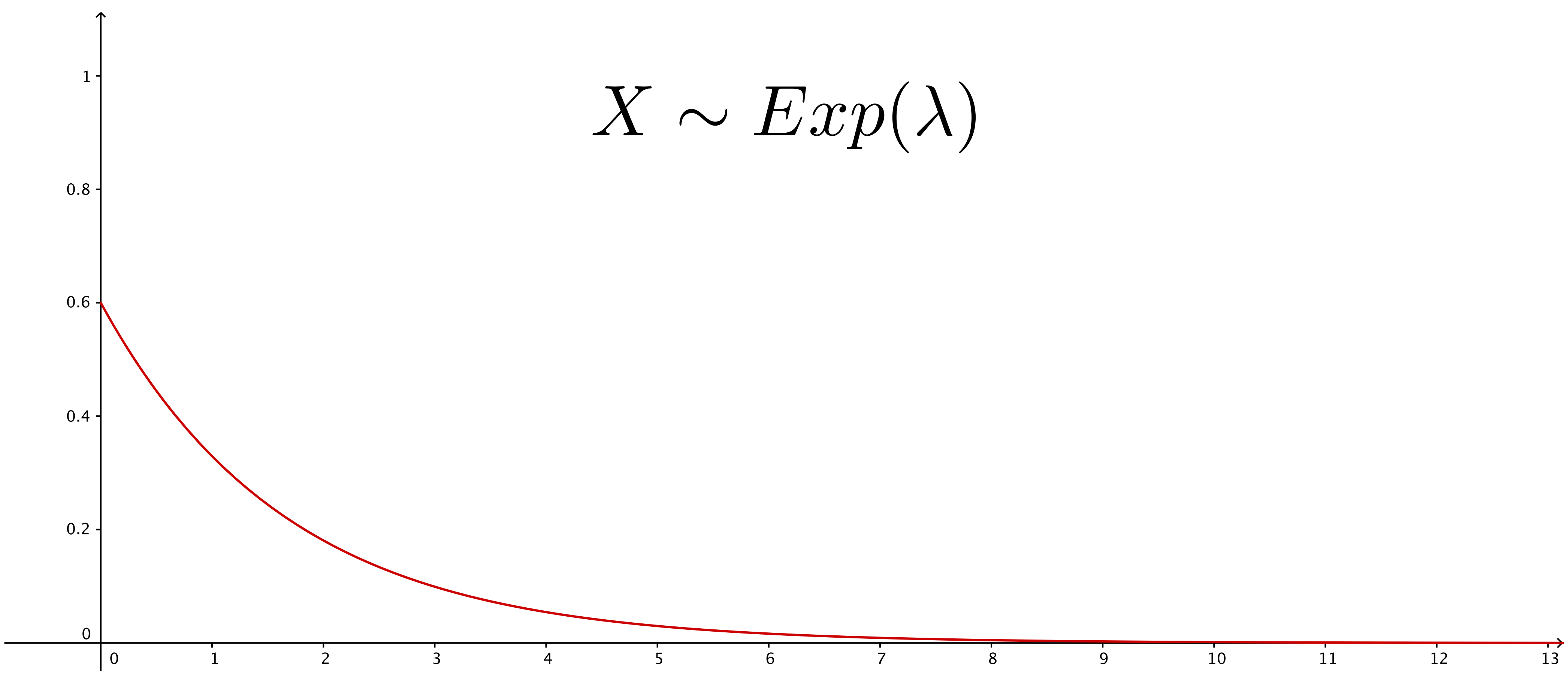
Loi exponentielle

Soit X une variable aléatoire ayant comme fonction de densité

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

Alors on dira que cette variable aléatoire suit une loi exponentielle.

$$X \sim Exp(\lambda)$$



$$X \sim Exp(\lambda)$$

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$X \sim Exp(\lambda) \qquad\qquad f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\ dx = \int_{0}^{\infty} \lambda e^{-\lambda x}\ dx$$

$$X \sim Exp(\lambda) \qquad f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\ dx = \int_{0}^{\infty} \lambda e^{-\lambda x}\ dx$$

$$X \sim Exp(\lambda) \qquad f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, dx = \int_{0}^{\infty} \lambda e^{-\lambda x}\, dx$$

$$= \lambda \int_{0}^{\infty} e^{-\lambda x}\, dx$$

$$X \sim Exp(\lambda) \qquad f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, dx = \int_{0}^{\infty} \lambda e^{-\lambda x}\, dx$$

$$= \lambda \int_{0}^{\infty} e^{-\lambda x}\, dx$$

$X \sim Exp(\lambda)$

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\ dx = \int_{0}^{\infty} \lambda e^{-\lambda x}\ dx$$

$u = -\lambda x$

$$= \lambda \int_{0}^{\infty} e^{-\lambda x}\ dx$$

$$X \sim Exp(\lambda) \qquad f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\ dx = \int_{0}^{\infty} \lambda e^{-\lambda x}\ dx \qquad u = -\lambda x$$

$$du = -\lambda dx$$

$$= \lambda \int_{0}^{\infty} e^{-\lambda x}\ dx$$

$$X \sim Exp(\lambda) \qquad f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\ dx = \int_{0}^{\infty} \lambda e^{-\lambda x}\ dx$$

$$u = -\lambda x$$

$$du = -\lambda dx$$

$$= \lambda \int_{0}^{\infty} e^{-\lambda x}\ dx$$

$$= -\int_{?}^{?} e^{u}\ du$$

$$X \sim Exp(\lambda) \qquad\qquad f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \le x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\ dx = \int_{0}^{\infty} \lambda e^{-\lambda x}\ dx \qquad\qquad u = -\lambda x$$

$$du = -\lambda dx$$

$$= \lambda \int_0^{\infty} e^{-\lambda x}\ dx$$

$$= -\int_?^? e^u\ du$$

$$X \sim Exp(\lambda) \qquad f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, dx = \int_{0}^{\infty} \lambda e^{-\lambda x}\, dx$$

$$u = -\lambda x$$

$$du = -\lambda dx$$

$$= \lambda \int_{0}^{\infty} e^{-\lambda x}\, dx$$

$$= -\int_{?}^{?} e^{u}\, du$$

$$X \sim Exp(\lambda) \qquad f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\ dx = \int_{0}^{\infty} \lambda e^{-\lambda x}\ dx$$

$$u = -\lambda x$$

$$du = -\lambda dx$$

$$= \lambda \int_{0}^{\infty} e^{-\lambda x}\ dx$$

$$= -\int_{?}^{?} e^{u}\ du$$

$$X \sim Exp(\lambda)$$

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\ dx = \int_{0}^{\infty} \lambda e^{-\lambda x}\ dx$$

$$u = -\lambda x$$

$$du = -\lambda dx$$

$$= \lambda \int_{0}^{\infty} e^{-\lambda x}\ dx$$

$$= -\int_{?}^{?} e^{u}\ du$$

$$X \sim Exp(\lambda) \qquad f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\ dx = \int_{0}^{\infty} \lambda e^{-\lambda x}\ dx$$

$$u = -\lambda x$$

$$du = -\lambda dx$$

$$= \lambda \int_{0}^{\infty} e^{-\lambda x}\ dx$$

$$= -\int_{?}^{?} e^{u}\ du \quad = -e^{-\lambda x}\Big|_{0}^{\infty}$$

$$X \sim Exp(\lambda) \qquad f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\ dx = \int_{0}^{\infty} \lambda e^{-\lambda x}\ dx$$

$$u = -\lambda x$$

$$du = -\lambda dx$$

$$= \lambda \int_{0}^{\infty} e^{-\lambda x}\ dx$$

$$= -\int_{?}^{?} e^{u}\ du \quad = -e^{-\lambda x}\Big|_{0}^{\infty}$$

$$= \lim_{t \to \infty} -e^{-\lambda t} + e^{0}$$

$$X \sim Exp(\lambda) \qquad f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, dx = \int_{0}^{\infty} \lambda e^{-\lambda x}\, dx$$

$$u = -\lambda x$$

$$du = -\lambda dx$$

$$= \lambda \int_0^\infty e^{-\lambda x}\, dx$$

$$= -\int_?^? e^u\, du \quad = -e^{-\lambda x}\Big|_0^\infty$$

$$= \lim_{t\to\infty} -e^{-\lambda t} + e^0 \quad = 1$$

$$X \sim Exp(\lambda) \qquad f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\ dx = \int_{0}^{\infty} \lambda e^{-\lambda x}\ dx$$

$$u = -\lambda x$$

$$du = -\lambda dx$$

$$= \lambda \int_0^\infty e^{-\lambda x} dx$$

$$= -\int_?^? e^u du \quad = -e^{-\lambda x}\Big|_0^\infty$$

$$= \lim_{t \to \infty} -e^{-\lambda t} + e^0 \quad = 1$$

Donc $f(x)$ est bien une fonction de densité

$X \sim Exp(\lambda)$

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$X \sim Exp(\lambda)$$

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\ dx$$

$$X \sim Exp(\lambda) \qquad\qquad f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\ dx$$

$$= \lambda \int_{0}^{\infty} x e^{-\lambda x}\ dx$$

$$X \sim Exp(\lambda) \qquad f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\ dx \qquad u = x$$

$$= \lambda \int_{0}^{\infty} x e^{-\lambda x}\ dx$$

$$X \sim Exp(\lambda) \qquad f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\ dx \qquad u = x \qquad dv = e^{-\lambda x}\ dx$$

$$= \lambda \int_{0}^{\infty} x e^{-\lambda x}\ dx$$

$$X \sim Exp(\lambda)$$

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\ dx$$

$$u = x \qquad dv = e^{-\lambda x}\ dx$$

$$= \lambda \int_0^{\infty} x e^{-\lambda x}\ dx$$

$$X \sim Exp(\lambda)$$

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\ dx$$

$$u = x \qquad dv = e^{-\lambda x}\ dx$$

$$= \lambda \int_0^{\infty} x e^{-\lambda x}\ dx$$

$$X \sim Exp(\lambda)$$

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\ dx$$

$$= \lambda \int_{0}^{\infty} \boxed{x} \boxed{e^{-\lambda x}\ dx}$$

$$u = \boxed{x} \qquad dv = \boxed{e^{-\lambda x}\ dx}$$

$$du = dx$$

$$X \sim Exp(\lambda) \qquad f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\ dx$$

$$= \lambda \int_{0}^{\infty} x e^{-\lambda x}\ dx$$

$$u = x \qquad dv = e^{-\lambda x}\ dx$$

$$du = dx \qquad v = -\frac{e^{-\lambda x}}{\lambda}$$

$$X \sim Exp(\lambda) \qquad f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\ dx$$

$$u = x \qquad dv = e^{-\lambda x}\ dx$$

$$du = dx \qquad v = -\frac{e^{-\lambda x}}{\lambda}$$

$$= \lambda \int_0^{\infty} x e^{-\lambda x}\ dx$$

$$= \lambda \left(-\frac{x e^{-\lambda x}}{\lambda} + \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda x}}{\lambda}\ dx \right)$$

$$X \sim Exp(\lambda) \qquad f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\ dx$$

$$= \lambda \int_{0}^{\infty} x e^{-\lambda x}\ dx$$

$$= \lambda \left(-\frac{x e^{-\lambda x}}{\lambda} + \int_{0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda x}}{\lambda}\ dx \right)$$

$$u = x \qquad dv = e^{-\lambda x}\ dx$$

$$du = dx \qquad v = -\frac{e^{-\lambda x}}{\lambda}$$

$$X \sim Exp(\lambda) \qquad f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$u = x \qquad dv = e^{-\lambda x}\ dx$$

$$du = dx \qquad v = -\frac{e^{-\lambda x}}{\lambda}$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\ dx$$

$$= \lambda \int_0^{\infty} x e^{-\lambda x}\ dx$$

$$= \lambda \left(-\frac{x e^{-\lambda x}}{\lambda} + \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda x}}{\lambda}\ dx \right)$$

$$X \sim Exp(\lambda) \qquad f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\ dx$$

$$= \lambda \int_0^{\infty} x e^{-\lambda x}\ dx$$

$$= \lambda \left(-\frac{x e^{-\lambda x}}{\lambda} + \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda x}}{\lambda} dx \right)$$

$$u = x \qquad dv = e^{-\lambda x}\ dx$$

$$du = dx \qquad v = -\frac{e^{-\lambda x}}{\lambda}$$

$$X \sim Exp(\lambda) \qquad f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\ dx$$

$$u = x \qquad dv = e^{-\lambda x}\ dx$$

$$du = dx \qquad v = -\frac{e^{-\lambda x}}{\lambda}$$

$$= \lambda \int_0^{\infty} x e^{-\lambda x}\ dx$$

$$= \lambda \left(-\frac{x e^{-\lambda x}}{\lambda} + \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda x}}{\lambda}\ dx \right)$$

$$X \sim Exp(\lambda) \qquad f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\ dx$$

$$u = x \qquad dv = e^{-\lambda x}\ dx$$

$$du = dx \qquad v = -\frac{e^{-\lambda x}}{\lambda}$$

$$= \lambda \int_0^{\infty} x e^{-\lambda x}\ dx$$

$$= \cancel{\lambda}\left(-\frac{x e^{-\lambda x}}{\cancel{\lambda}} + \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda x}}{\cancel{\lambda}}\ dx \right)$$

$$X \sim Exp(\lambda) \qquad f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\ dx$$

$$= \lambda \int_{0}^{\infty} x e^{-\lambda x}\ dx$$

$$u = x \qquad dv = e^{-\lambda x}\ dx$$

$$du = dx \qquad v = -\frac{e^{-\lambda x}}{\lambda}$$

$$= \cancel{\lambda}\left(-\frac{xe^{-\lambda x}}{\cancel{\lambda}} + \int_{0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda x}}{\cancel{\lambda}}\ dx\right)$$

$$= -xe^{-\lambda x} + \int_{0}^{\infty} e^{-\lambda x}\ dx$$

$$X \sim Exp(\lambda) \qquad f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\ dx$$

$$u = x \qquad dv = e^{-\lambda x}\ dx$$

$$du = dx \qquad v = -\frac{e^{-\lambda x}}{\lambda}$$

$$= \lambda \int_0^{\infty} x e^{-\lambda x}\ dx$$

$$= \cancel{\lambda} \left(-\frac{x e^{-\lambda x}}{\cancel{\lambda}} + \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda x}}{\cancel{\lambda}} dx \right)$$

$$= -x e^{-\lambda x} + \int_0^{\infty} e^{-\lambda x}\ dx \quad = -x e^{-\lambda x} - \frac{e^{-\lambda x}}{\lambda} \bigg|_0^{\infty}$$

$$X \sim Exp(\lambda)$$

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\ dx \quad = -xe^{-\lambda x} - \left.\frac{e^{-\lambda x}}{\lambda}\right|_{0}^{\infty}$$

$$X \sim Exp(\lambda)$$

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\ dx \ = \ -xe^{-\lambda x} - \frac{e^{-\lambda x}}{\lambda}\Bigg|_0^{\infty}$$

$$= \lim_{t \to \infty} \left(-te^{-\lambda t} - \frac{e^{-\lambda t}}{\lambda} \right) - \left(-0e^{-\lambda 0} - \frac{e^{-\lambda 0}}{\lambda} \right)$$

$$X \sim Exp(\lambda)$$

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\ dx \quad = -xe^{-\lambda x} - \frac{e^{-\lambda x}}{\lambda}\Bigg|_0^{\infty}$$

$$= \lim_{t\to\infty} \left(-te^{-\lambda t} - \frac{e^{-\lambda t}}{\lambda} \right) - \left(-0e^{-\lambda 0} - \frac{e^{-\lambda 0}}{\lambda} \right)$$

$$X \sim Exp(\lambda) \qquad f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\, dx \quad = -xe^{-\lambda x} - \frac{e^{-\lambda x}}{\lambda}\Big|_0^{\infty}$$

$$= \lim_{t\to\infty} \left(-te^{-\lambda t} - \frac{e^{-\lambda t}}{\lambda}\right) - \left(-0e^{-\lambda 0} - \frac{e^{-\lambda 0}}{\lambda}\right)$$

$$X \sim Exp(\lambda)$$

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\ dx \quad = -xe^{-\lambda x} - \frac{e^{-\lambda x}}{\lambda}\Big|_0^{\infty}$$

$$= \lim_{t\to\infty}\left(-te^{-\lambda t} - \frac{e^{-\lambda t}}{\lambda}\right) - \left(-0e^{-\lambda 0} - \frac{e^{-\lambda 0}}{\lambda}\right)$$

$$X \sim Exp(\lambda) \qquad f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\, dx \;=\; -xe^{-\lambda x} - \frac{e^{-\lambda x}}{\lambda}\Bigg|_0^{\infty}$$

$$= \lim_{t\to\infty}\left(-te^{-\lambda t} - \frac{e^{-\lambda t}}{\lambda}\right) - \left(-0e^{-\lambda 0} - \frac{e^{-\lambda 0}}{\lambda}\right)$$

$$= \frac{1}{\lambda}$$

Faites les exercices suivants

3.45

Dans le cas de la loi exponentielle, on est en mesure de trouver

Dans le cas de la loi exponentielle, on est en mesure de trouver

$$F(x)$$

Dans le cas de la loi exponentielle, on est en mesure de trouver

$$F(x) = \int_0^x \lambda e^{-\lambda t}\, dt$$

Dans le cas de la loi exponentielle, on est en mesure de trouver

$$F(x) = \int_0^x \lambda e^{-\lambda t}\, dt \quad = -e^{-\lambda t}\Big|_0^x$$

Dans le cas de la loi exponentielle, on est en mesure de trouver

$$F(x) = \int_0^x \lambda e^{-\lambda t} \, dt = -e^{-\lambda t}\Big|_0^x = -e^{-\lambda x} + 1$$

Dans le cas de la loi exponentielle, on est en mesure de trouver

$$F(x) = \int_0^x \lambda e^{-\lambda t}\, dt = -e^{-\lambda t}\Big|_0^x = -e^{-\lambda x} + 1$$

$$P(X \leq x) = F(x)$$

Dans le cas de la loi exponentielle, on est en mesure de trouver

$$F(x) = \int_0^x \lambda e^{-\lambda t}\, dt = -e^{-\lambda t}\Big|_0^x = -e^{-\lambda x} + 1$$

$$P(X \leq x) = F(x) = -e^{-\lambda x} + 1$$

Dans le cas de la loi exponentielle, on est en mesure de trouver

$$F(x) = \int_0^x \lambda e^{-\lambda t}\,dt = -e^{-\lambda t}\Big|_0^x = -e^{-\lambda x} + 1$$

$$P(X \leq x) = F(x) = -e^{-\lambda x} + 1$$

$$P(X > x) = 1 - F(x)$$

Dans le cas de la loi exponentielle, on est en mesure de trouver

$$F(x) = \int_0^x \lambda e^{-\lambda t}\, dt = -e^{-\lambda t}\Big|_0^x = -e^{-\lambda x} + 1$$

$$P(X \leq x) = F(x) = -e^{-\lambda x} + 1$$

$$P(X > x) = 1 - F(x) = 1 - (-e^{-\lambda x} + 1)$$

Dans le cas de la loi exponentielle, on est en mesure de trouver

$$F(x) = \int_0^x \lambda e^{-\lambda t}\, dt = -e^{-\lambda t}\Big|_0^x = -e^{-\lambda x} + 1$$

$$P(X \leq x) = F(x) = -e^{-\lambda x} + 1$$

$$P(X > x) = 1 - F(x) = 1 - (-e^{-\lambda x} + 1)$$

$$= e^{-\lambda x}$$

Une des particularités de la loi exponentielle est qu'elle est « sans mémoire ».

Une des particularités de la loi exponentielle est qu'elle est « sans mémoire ».

$$P(X > s + t | X > t) = P(X > s)$$

Une des particularités de la loi exponentielle est qu'elle est « sans mémoire ».

$$P(X > s + t | X > t) = P(X > s) \qquad \forall s, t \geq 0$$

Une des particularités de la loi exponentielle est qu'elle est « sans mémoire ».

$$P(X > s + t | X > t) = P(X > s) \qquad \forall s, t \geq 0$$

$$P(X > s) = \frac{P((X > s + t) \cap (X > t))}{P(X > t)}$$

Une des particularités de la loi exponentielle est qu'elle est « sans mémoire ».

$$P(X > s + t | X > t) = P(X > s) \qquad \forall s, t \geq 0$$

$$P(X > s) = \frac{P((X > s + t) \cap (X > t))}{P(X > t)}$$

Une des particularités de la loi exponentielle est qu'elle est « sans mémoire ».

$$P(X > s + t | X > t) = P(X > s) \qquad \forall s, t \geq 0$$

$$P(X > s) = \frac{P((X > s + t) \cap (X > t))}{P(X > t)} = \frac{P(X > s + t)}{P(X > t)}$$

Une des particularités de la loi exponentielle est qu'elle est « sans mémoire ».

$$P(X > s + t | X > t) = P(X > s) \qquad \forall s, t \geq 0$$

$$P(X > s) = \frac{P((X > s + t) \cap (X > t))}{P(X > t)} = \frac{P(X > s + t)}{P(X > t)}$$

Une des particularités de la loi exponentielle est qu'elle est « sans mémoire ».

$$P(X > s + t | X > t) = P(X > s) \qquad \forall s, t \geq 0$$

$$P(X > s) = \frac{P((X > s + t) \cap (X > t))}{P(X > t)} = \frac{P(X > s + t)}{P(X > t)}$$

$$P(X > s + t) = P(X > s)P(X > t)$$

Une des particularités de la loi exponentielle est qu'elle est « sans mémoire ».

$$P(X > s + t | X > t) = P(X > s) \qquad \forall s, t \geq 0$$

$$P(X > s) = \frac{P((X > s + t) \cap (X > t))}{P(X > t)} = \frac{P(X > s + t)}{P(X > t)}$$

$$P(X > s + t) = P(X > s)P(X > t)$$

Une des particularités de la loi exponentielle est qu'elle est « sans mémoire ».

$$P(X > s+t | X > t) = P(X > s) \qquad \forall s, t \geq 0$$

$$P(X > s) = \frac{P((X > s+t) \cap (X > t))}{P(X > t)} = \frac{P(X > s+t)}{P(X > t)}$$

$$P(X > s+t) = P(X > s) P(X > t)$$

Une des particularités de la loi exponentielle est qu'elle est « sans mémoire ».

$$P(X > s+t | X > t) = P(X > s) \qquad \forall s, t \geq 0$$

$$P(X > s) = \frac{P((X > s+t) \cap (X > t))}{P(X > t)} = \frac{P(X > s+t)}{P(X > t)}$$

$$P(X > s+t) = P(X > s)P(X > t)$$

Une des particularités de la loi exponentielle est qu'elle est « sans mémoire ».

$$P(X > s+t | X > t) = P(X > s) \qquad \forall s, t \geq 0$$

$$P(X > s) = \frac{P((X > s+t) \cap (X > t))}{P(X > t)} = \frac{P(X > s+t)}{P(X > t)}$$

$$P(X > s+t) = P(X > s)P(X > t)$$

Mais

Une des particularités de la loi exponentielle est qu'elle est « sans mémoire ».

$$P(X > s + t | X > t) = P(X > s) \qquad \forall s, t \geq 0$$

$$P(X > s) = \frac{P((X > s + t) \cap (X > t))}{P(X > t)} = \frac{P(X > s + t)}{P(X > t)}$$

$$P(X > s + t) = P(X > s) P(X > t)$$

Mais

$$P(X > s + t) = e^{-\lambda(s+t)}$$

Une des particularités de la loi exponentielle est qu'elle est « sans mémoire ».

$$P(X > s + t | X > t) = P(X > s) \qquad \forall s, t \geq 0$$

$$P(X > s) = \frac{P((X > s + t) \cap (X > t))}{P(X > t)} = \frac{P(X > s + t)}{P(X > t)}$$

$$P(X > s + t) = P(X > s)P(X > t)$$

Mais

$$P(X > s + t) = e^{-\lambda(s+t)} = e^{-\lambda s}e^{-\lambda t}$$

Une des particularités de la loi exponentielle est qu'elle est « sans mémoire ».

$$P(X > s+t | X > t) = P(X > s) \qquad \forall s,t \geq 0$$

$$P(X > s) = \frac{P((X > s+t) \cap (X > t))}{P(X > t)} = \frac{P(X > s+t)}{P(X > t)}$$

$$P(X > s+t) = P(X > s)P(X > t)$$

Mais

$$P(X > s+t) = e^{-\lambda(s+t)} = e^{-\lambda s}e^{-\lambda t}$$

$$= P(X > s)P(X > t)$$

Une des particularités de la loi exponentielle est qu'elle est « sans mémoire ».

$$P(X > s + t | X > t) = P(X > s) \qquad \forall s, t \geq 0$$

$$P(X > s) = \frac{P((X > s + t) \cap (X > t))}{P(X > t)} = \frac{P(X > s + t)}{P(X > t)}$$

$$P(X > s + t) = P(X > s) P(X > t)$$

Mais

$$P(X > s + t) = e^{-\lambda(s+t)} = e^{-\lambda s} e^{-\lambda t}$$

$$= P(X > s) P(X > t)$$

Une des particularités de la loi exponentielle est qu'elle est « sans mémoire ».

$$P(X > s + t | X > t) = P(X > s) \qquad \forall s, t \geq 0$$

$$P(X > s) = \frac{P((X > s + t) \cap (X > t))}{P(X > t)} = \frac{P(X > s + t)}{P(X > t)}$$

$$P(X > s + t) = P(X > s) P(X > t)$$

Mais

$$P(X > s + t) = e^{-\lambda(s+t)} = e^{-\lambda s} e^{-\lambda t}$$

$$= P(X > s) P(X > t)$$

Une des particularités de la loi exponentielle est qu'elle est « sans mémoire ».

$$P(X > s + t | X > t) = P(X > s) \qquad \forall s, t \geq 0$$

$$P(X > s) = \frac{P((X > s + t) \cap (X > t))}{P(X > t)} = \frac{P(X > s + t)}{P(X > t)}$$

$$P(X > s + t) = P(X > s) P(X > t)$$

Mais

$$P(X > s + t) = e^{-\lambda(s+t)} = e^{-\lambda s} e^{-\lambda t}$$

$$= P(X > s) P(X > t)$$

Exemple

La durée d'une conversation téléphonique est en moyenne 10 min. Vous arrivez devant une cabine téléphonique et il y a quelqu'un.

Exemple La durée d'une conversation téléphonique est en moyenne 10 min. Vous arrivez devant une cabine téléphonique et il y a quelqu'un.

Quelle est la probabilité que vous ayez à attendre

Exemple La durée d'une conversation téléphonique est en moyenne 10 min. Vous arrivez devant une cabine téléphonique et il y a quelqu'un.

Quelle est la probabilité que vous ayez à attendre plus de 10 min?

Exemple La durée d'une conversation téléphonique est en moyenne 10 min. Vous arrivez devant une cabine téléphonique et il y a quelqu'un.

Quelle est la probabilité que vous ayez à attendre plus de 10 min?

entre 10 et 20 min?

Exemple La durée d'une conversation téléphonique est en moyenne 10 min. Vous arrivez devant une cabine téléphonique et il y a quelqu'un.

Quelle est la probabilité que vous ayez à attendre plus de 10 min?

entre 10 et 20 min?

$$\lambda = \frac{1}{10}$$

Exemple La durée d'une conversation téléphonique est en moyenne 10 min. Vous arrivez devant une cabine téléphonique et il y a quelqu'un.

Quelle est la probabilité que vous ayez à attendre plus de 10 min?

entre 10 et 20 min?

$$\lambda = \frac{1}{10} \qquad X \sim Exp\left(\frac{1}{10}\right)$$

Exemple La durée d'une conversation téléphonique est en moyenne 10 min. Vous arrivez devant une cabine téléphonique et il y a quelqu'un.

Quelle est la probabilité que vous ayez à attendre plus de 10 min?

entre 10 et 20 min?

$$\lambda = \frac{1}{10} \qquad X \sim Exp\left(\frac{1}{10}\right)$$

$$P(X > 10) = 1 - P(X \leq 10)$$

Exemple La durée d'une conversation téléphonique est en moyenne 10 min. Vous arrivez devant une cabine téléphonique et il y a quelqu'un.

Quelle est la probabilité que vous ayez à attendre plus de 10 min?

entre 10 et 20 min?

$$\lambda = \frac{1}{10} \qquad X \sim Exp\left(\frac{1}{10}\right)$$

$$P(X > 10) = 1 - P(X \leq 10) = 1 - F(10)$$

Exemple La durée d'une conversation téléphonique est en moyenne 10 min. Vous arrivez devant une cabine téléphonique et il y a quelqu'un.

Quelle est la probabilité que vous ayez à attendre plus de 10 min?

entre 10 et 20 min?

$$\lambda = \frac{1}{10} \qquad X \sim Exp\left(\frac{1}{10}\right)$$

$$P(X > 10) = 1 - P(X \leq 10) = 1 - F(10) = 1 - (1 - e^{-\frac{10}{10}})$$

Exemple La durée d'une conversation téléphonique est en moyenne 10 min. Vous arrivez devant une cabine téléphonique et il y a quelqu'un.

Quelle est la probabilité que vous ayez à attendre plus de 10 min?

entre 10 et 20 min?

$$\lambda = \frac{1}{10} \qquad X \sim Exp\left(\frac{1}{10}\right)$$

$$P(X > 10) = 1 - P(X \leq 10) = 1 - F(10) = 1 - (1 - e^{-\frac{10}{10}})$$

$$= e^{-1}$$

Exemple La durée d'une conversation téléphonique est en moyenne 10 min. Vous arrivez devant une cabine téléphonique et il y a quelqu'un.

Quelle est la probabilité que vous ayez à attendre plus de 10 min?

entre 10 et 20 min?

$$\lambda = \frac{1}{10} \qquad X \sim Exp\left(\frac{1}{10}\right)$$

$$P(X > 10) = 1 - P(X \leq 10) = 1 - F(10) = 1 - (1 - e^{-\frac{10}{10}})$$

$$= e^{-1} \approx 0,3679$$

Exemple La durée d'une conversation téléphonique est en moyenne 10 min. Vous arrivez devant une cabine téléphonique et il y a quelqu'un.

Quelle est la probabilité que vous ayez à attendre plus de 10 min?

entre 10 et 20 min?

$$\lambda = \frac{1}{10} \qquad X \sim Exp\left(\frac{1}{10}\right)$$

$$P(X > 10) = 1 - P(X \leq 10) = 1 - F(10) = 1 - (1 - e^{-\frac{10}{10}})$$

$$= e^{-1} \approx 0,3679$$

$$P(10 \leq X \leq 20)$$

Exemple La durée d'une conversation téléphonique est en moyenne 10 min. Vous arrivez devant une cabine téléphonique et il y a quelqu'un.

Quelle est la probabilité que vous ayez à attendre plus de 10 min? entre 10 et 20 min?

$$\lambda = \frac{1}{10} \qquad X \sim Exp\left(\frac{1}{10}\right)$$

$$P(X > 10) = 1 - P(X \leq 10) = 1 - F(10) = 1 - (1 - e^{-\frac{10}{10}})$$

$$= e^{-1} \approx 0,3679$$

$$P(10 \leq X \leq 20) = F(20) - F(10)$$

Exemple La durée d'une conversation téléphonique est en moyenne 10 min. Vous arrivez devant une cabine téléphonique et il y a quelqu'un.

Quelle est la probabilité que vous ayez à attendre plus de 10 min?

entre 10 et 20 min?

$$\lambda = \frac{1}{10} \qquad X \sim Exp\left(\frac{1}{10}\right)$$

$$P(X > 10) = 1 - P(X \leq 10) = 1 - F(10) = 1 - (1 - e^{-\frac{10}{10}})$$

$$= e^{-1} \approx 0,3679$$

$$P(10 \leq X \leq 20) = F(20) - F(10)$$

$$= (1 - e^{-2}) - (1 - e^{-1})$$

Exemple La durée d'une conversation téléphonique est en moyenne 10 min. Vous arrivez devant une cabine téléphonique et il y a quelqu'un.

Quelle est la probabilité que vous ayez à attendre plus de 10 min?

entre 10 et 20 min?

$$\lambda = \frac{1}{10} \qquad X \sim Exp\left(\frac{1}{10}\right)$$

$$P(X > 10) = 1 - P(X \leq 10) = 1 - F(10) = 1 - (1 - e^{-\frac{10}{10}})$$

$$= e^{-1} \approx 0,3679$$

$$P(10 \leq X \leq 20) = F(20) - F(10)$$

$$= (1 - e^{-2}) - (1 - e^{-1})$$

$$= e^{-1} - e^{-2}$$

Exemple La durée d'une conversation téléphonique est en moyenne 10 min. Vous arrivez devant une cabine téléphonique et il y a quelqu'un.

Quelle est la probabilité que vous ayez à attendre plus de 10 min?

entre 10 et 20 min?

$$\lambda = \frac{1}{10} \qquad X \sim Exp\left(\frac{1}{10}\right)$$

$$P(X > 10) = 1 - P(X \leq 10) = 1 - F(10) = 1 - (1 - e^{-\frac{10}{10}})$$

$$= e^{-1} \approx 0,3679$$

$$P(10 \leq X \leq 20) = F(20) - F(10)$$

$$= (1 - e^{-2}) - (1 - e^{-1})$$

$$= e^{-1} - e^{-2} \approx 0,2325$$

Faites les exercices suivants

3.46 à 3.48

Loi normale

Un variable aléatoire ayant comme fonction de densité

Loi normale

Un variable aléatoire ayant comme fonction de densité

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Loi normale

Un variable aléatoire ayant comme fonction de densité

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

où μ et σ sont des constantes

Loi normale

Un variable aléatoire ayant comme fonction de densité

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

où μ et σ sont des constantes

est dite une loi normale

Loi normale

Un variable aléatoire ayant comme fonction de densité

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

où μ et σ
sont des constantes

est dite une loi normale

$$X \sim N(\mu, \sigma)$$

Loi normale

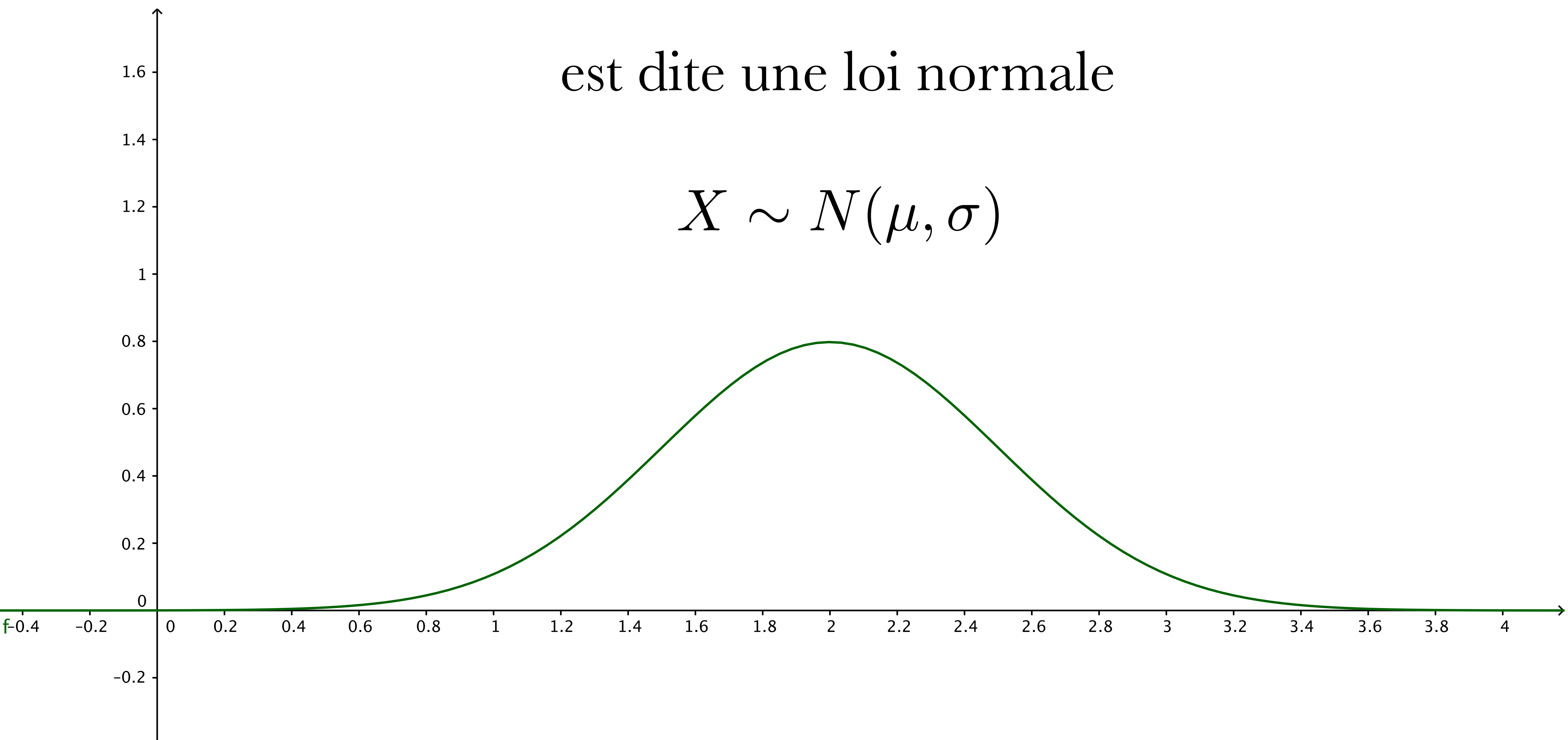
Un variable aléatoire ayant comme fonction de densité

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

où μ et σ sont des constantes

est dite une loi normale

$$X \sim N(\mu, \sigma)$$



Malheureusement

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \, dx$$

ne possède pas de primitive analytique

On doit vérifier que

On doit vérifier que $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$

On doit vérifier que $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ est bien une fonction de densité

On doit vérifier que $f(x) = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ est bien une fonction de densité

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \, dx$$

On doit vérifier que $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ est bien une fonction de densité

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \, dx$$

$$y = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

On doit vérifier que $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ est bien une fonction de densité

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}\, dx$$

$$y = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

$$dy = \frac{dx}{\sigma}$$

On doit vérifier que $f(x)=\dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ est bien une fonction de densité

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}\,dx$$

$$y=\frac{x-\mu}{\sigma}$$

$$dy=\frac{dx}{\sigma}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{y^2}{2}}\,dy$$

On doit vérifier que $f(x) = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ est bien une fonction de densité

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}\,dx$$

$$y = \boxed{\frac{x-\mu}{\sigma}}$$

$$dy = \frac{dx}{\sigma}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{y^2}{2}}\,dy$$

On doit vérifier que $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ est bien une fonction de densité

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \, dx$$

$$y = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

$$dy = \frac{dx}{\sigma}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{y^2}{2}} \, dy$$

On doit vérifier que $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ est bien une fonction de densité

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}\, dx$$

$$y = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

$$dy = \frac{dx}{\sigma}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{y^2}{2}}\, dy$$

On doit vérifier que $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ est bien une fonction de densité

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}\, dx$$

$$y = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

$$dy = \frac{dx}{\sigma}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{y^2}{2}}\, dy$$

On doit vérifier que $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ est bien une fonction de densité

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \, dx$$

$$y = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

$$dy = \frac{dx}{\sigma}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{y^2}{2}} \, dy$$

donc si

On doit vérifier que $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ est bien une fonction de densité

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \, dx$$

$$y = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

$$dy = \frac{dx}{\sigma}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{y^2}{2}} \, dy$$

donc si

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}} \, dx = \sqrt{2\pi}$$

On doit vérifier que $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ est bien une fonction de densité

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \, dx$$

$$y = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

$$dy = \frac{dx}{\sigma}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{y^2}{2}} \, dy \quad = 1$$

donc si

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}} \, dx = \sqrt{2\pi}$$

on aura bien

L'astuce

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}\ dy\right)^2 = \left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}\ dy\right)\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}\ dy\right)$$

$$= \left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-x^2}{2}}\ dx\right)\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}\ dy\right)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-x^2}{2}} e^{\frac{-y^2}{2}}\ dxdy$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x^2+y^2)}{2}}\ dxdy$$

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}\ dy\right)^2 = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x^2+y^2)}{2}}\ dxdy$$

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}\ dy\right)^2 = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x^2+y^2)}{2}}\ dxdy$$

$$x = r\cos\theta$$

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}\ dy\right)^2 = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x^2+y^2)}{2}}\ dxdy$$

$$x = r\cos\theta$$

$$y = r\sin\theta$$

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}\ dy\right)^2 = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x^2+y^2)}{2}}\ dxdy$$

$$x^2 + y^2 = r^2\cos^2\theta + r^2\sin^2\theta$$

$$x = r\cos\theta$$

$$y = r\sin\theta$$

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}\ dy\right)^2 = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x^2+y^2)}{2}}\ dxdy$$

$$x^2 + y^2 = r^2\cos^2\theta + r^2\sin^2\theta = r^2$$

$$x = r\cos\theta$$

$$y = r\sin\theta$$

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}\ dy\right)^2 = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x^2+y^2)}{2}}\ dxdy$$

$$x^2 + y^2 = r^2\cos^2\theta + r^2\sin^2\theta = r^2$$

$$x = r\cos\theta$$

$$y = r\sin\theta$$

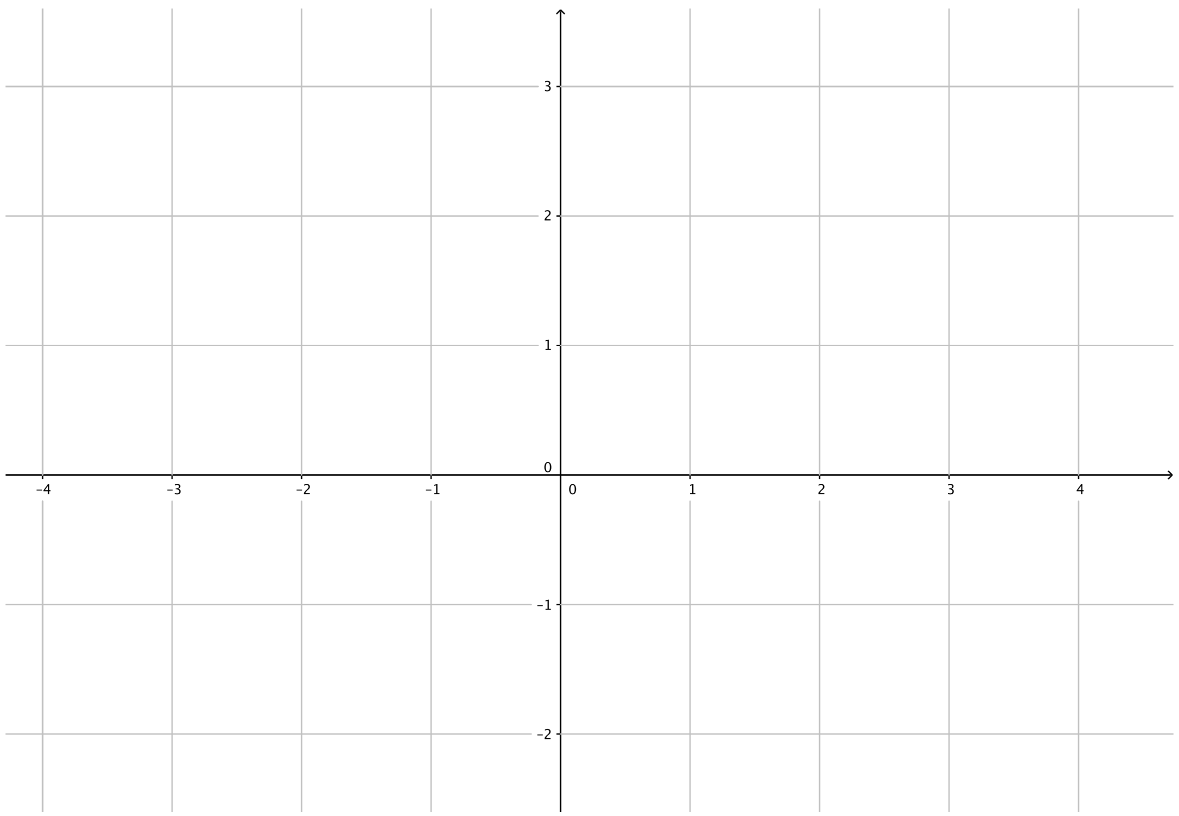
$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}\ dy\right)^2 = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x^2+y^2)}{2}}\ \overset{?}{dxdy}$$

$$x^2 + y^2 = r^2\cos^2\theta + r^2\sin^2\theta = r^2$$

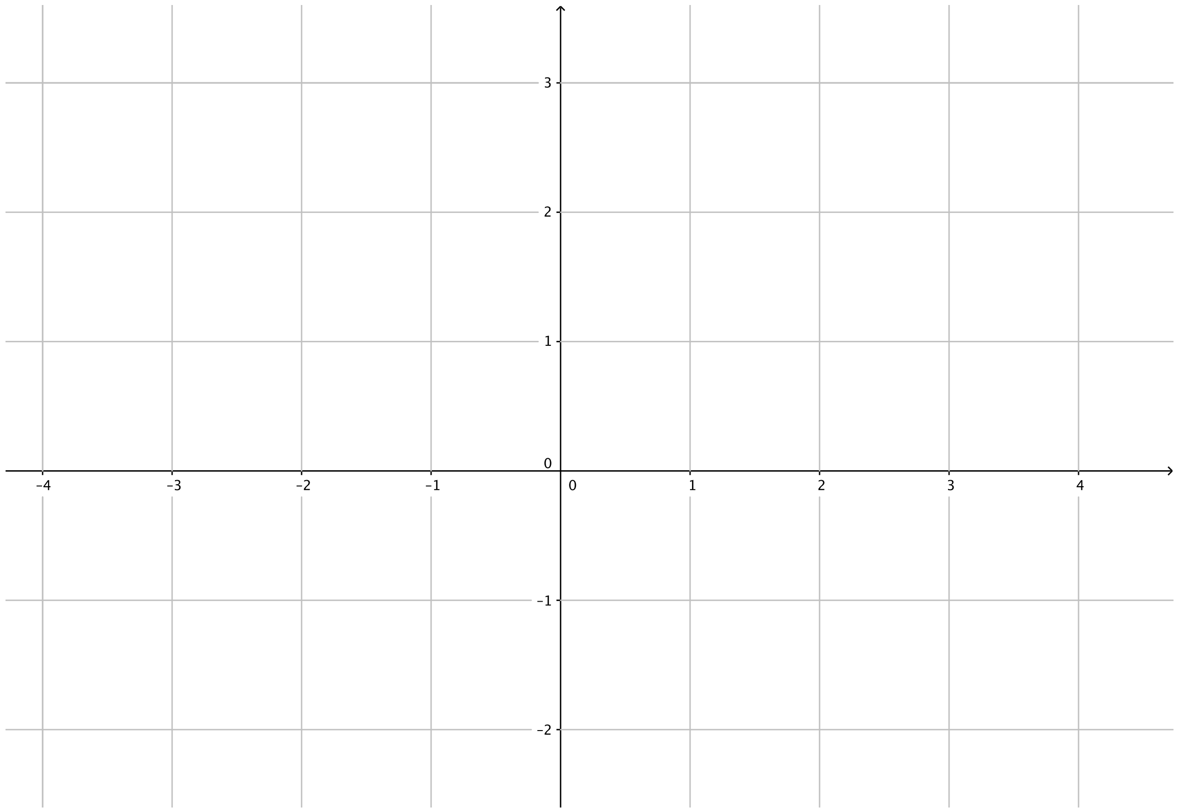
$$x = r\cos\theta$$

$$y = r\sin\theta$$

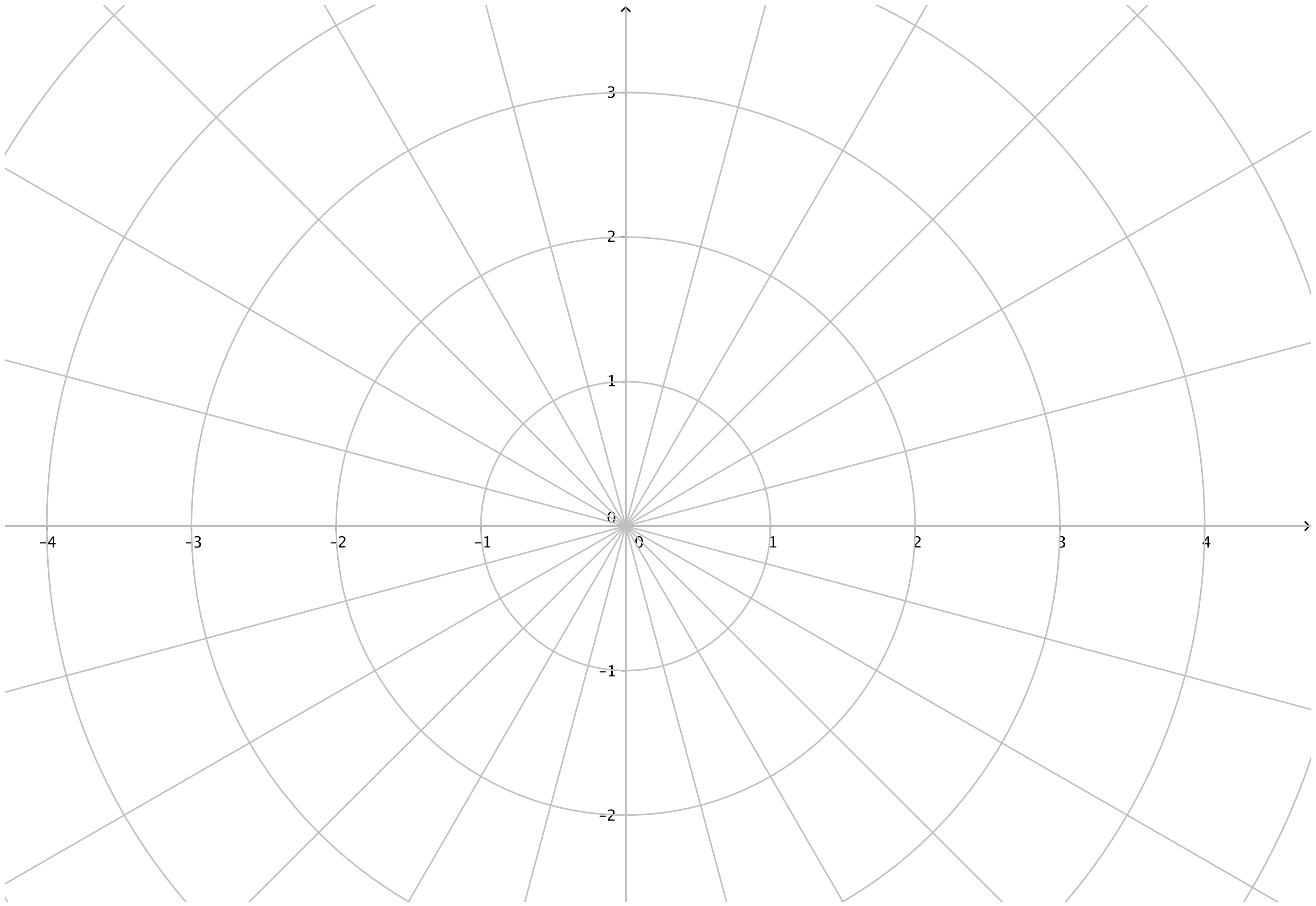
Cartésien



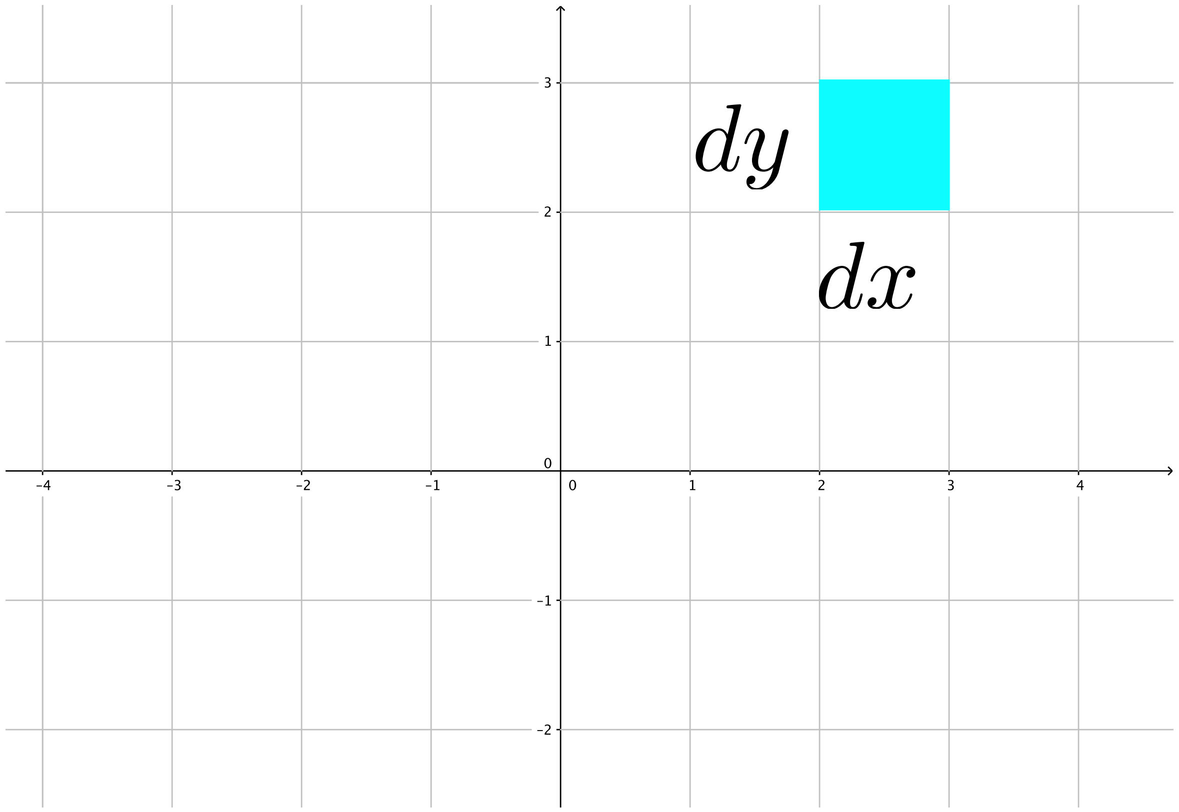
Cartésien



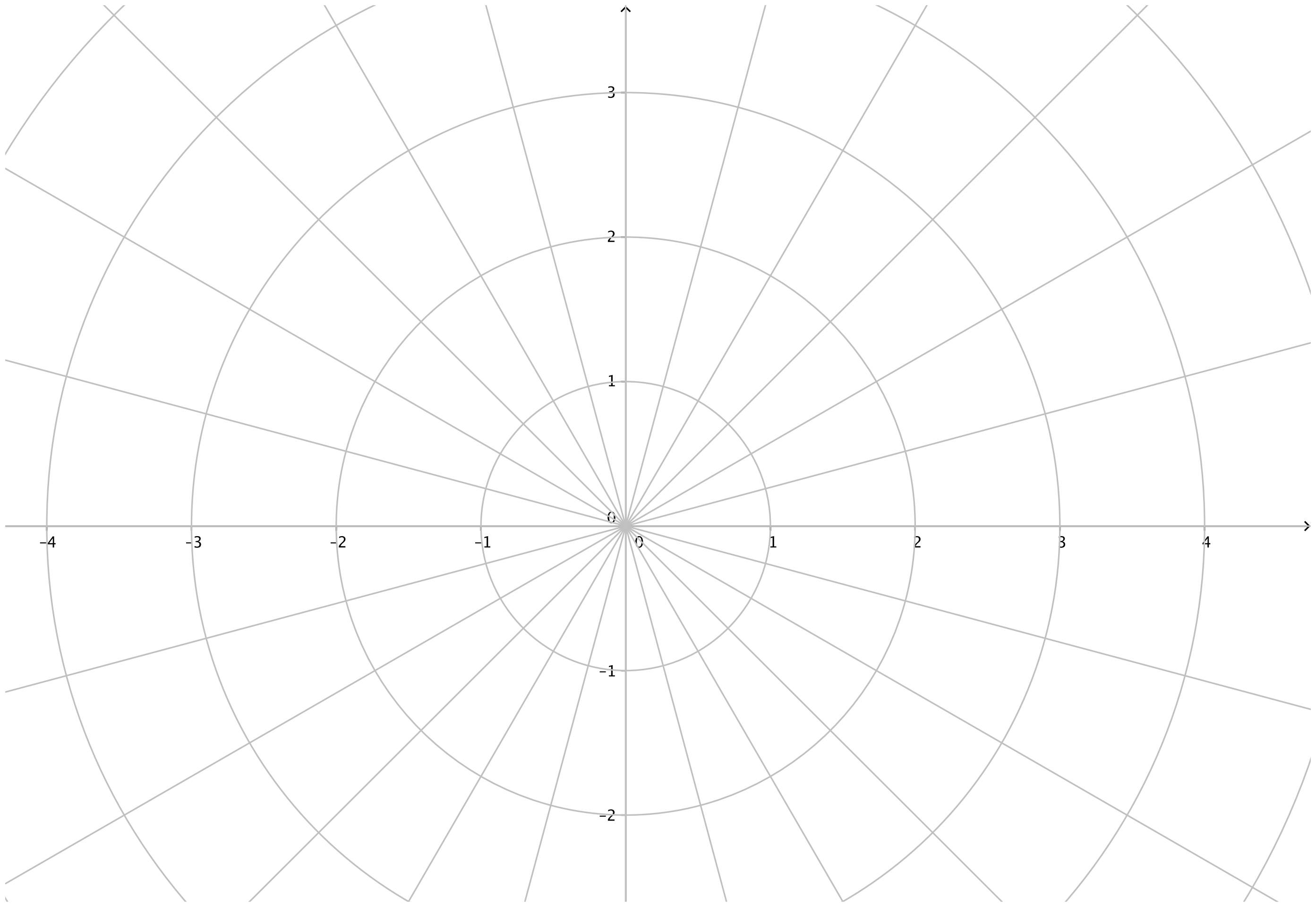
Polaire



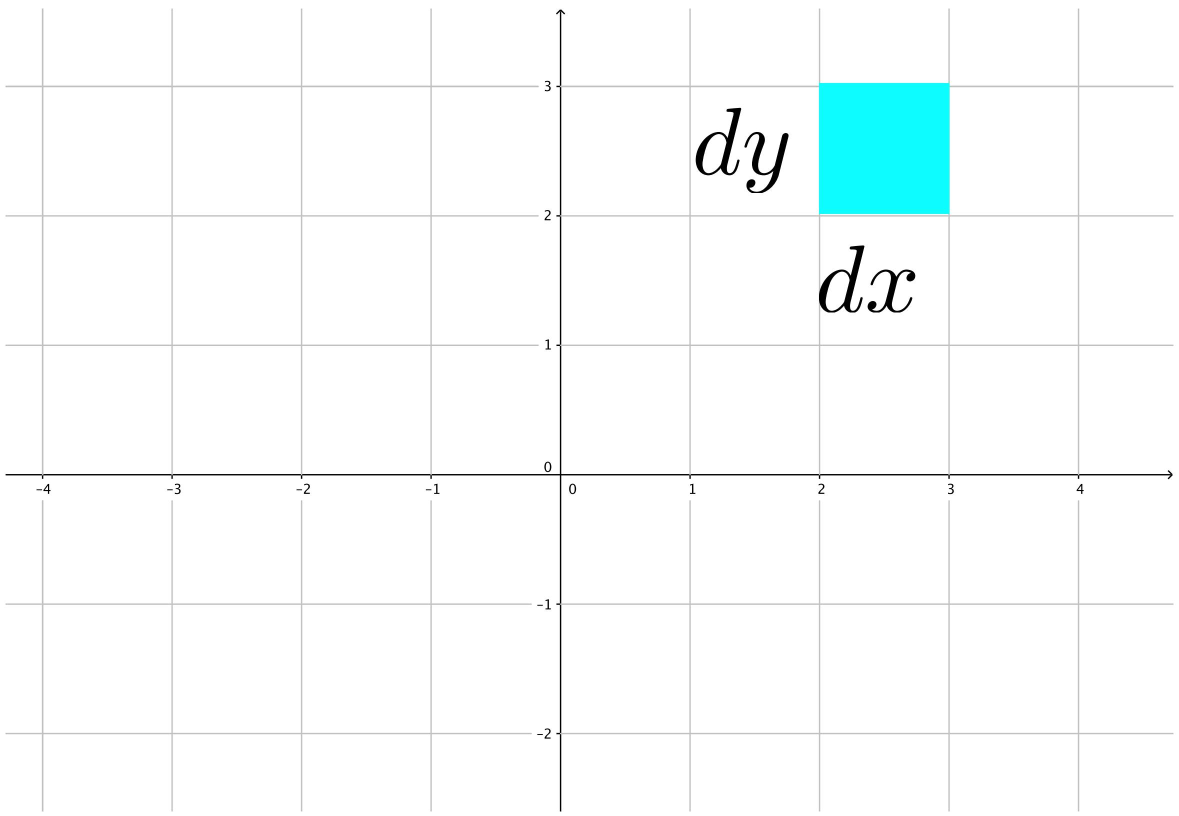
Cartésien



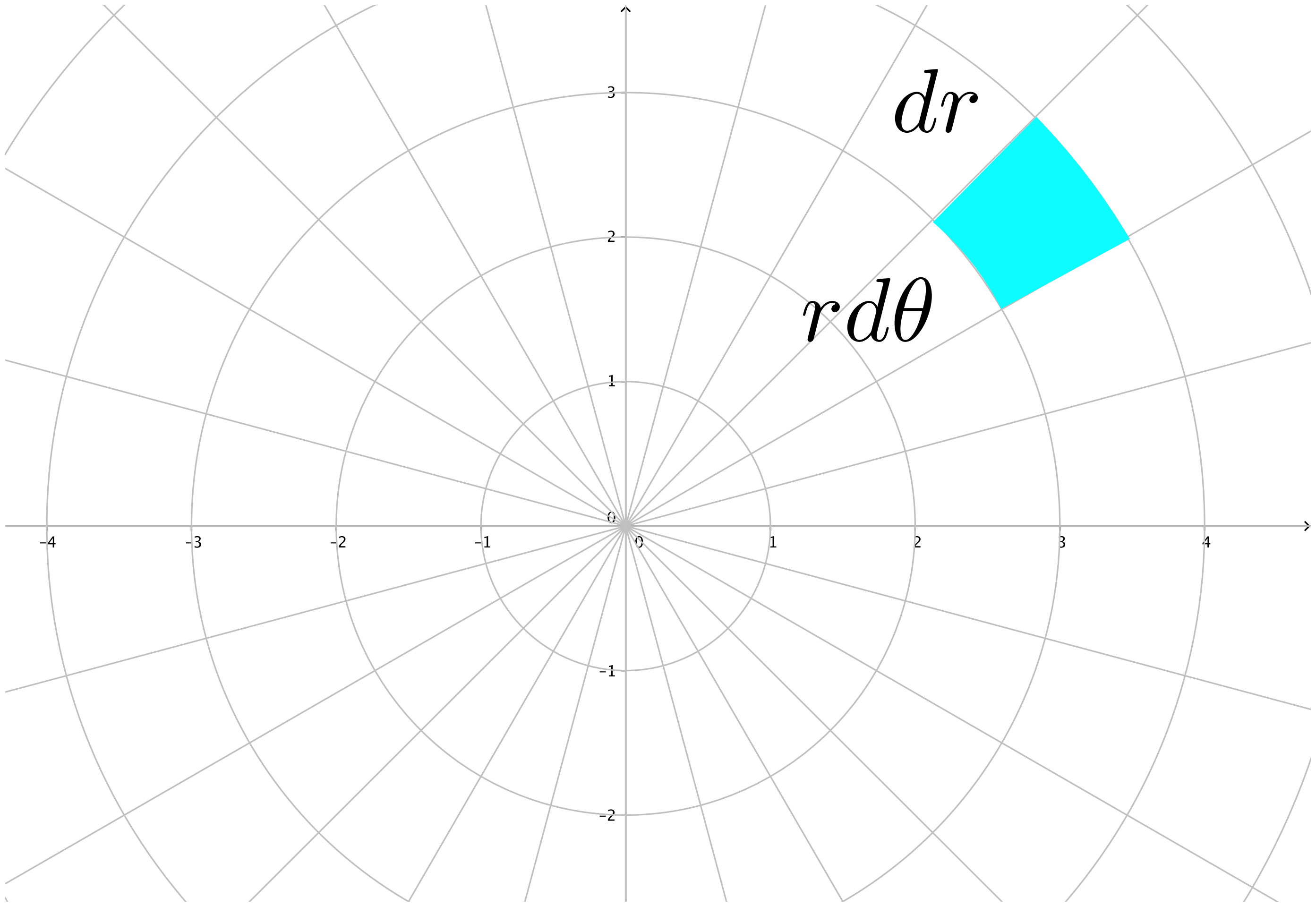
Polaire



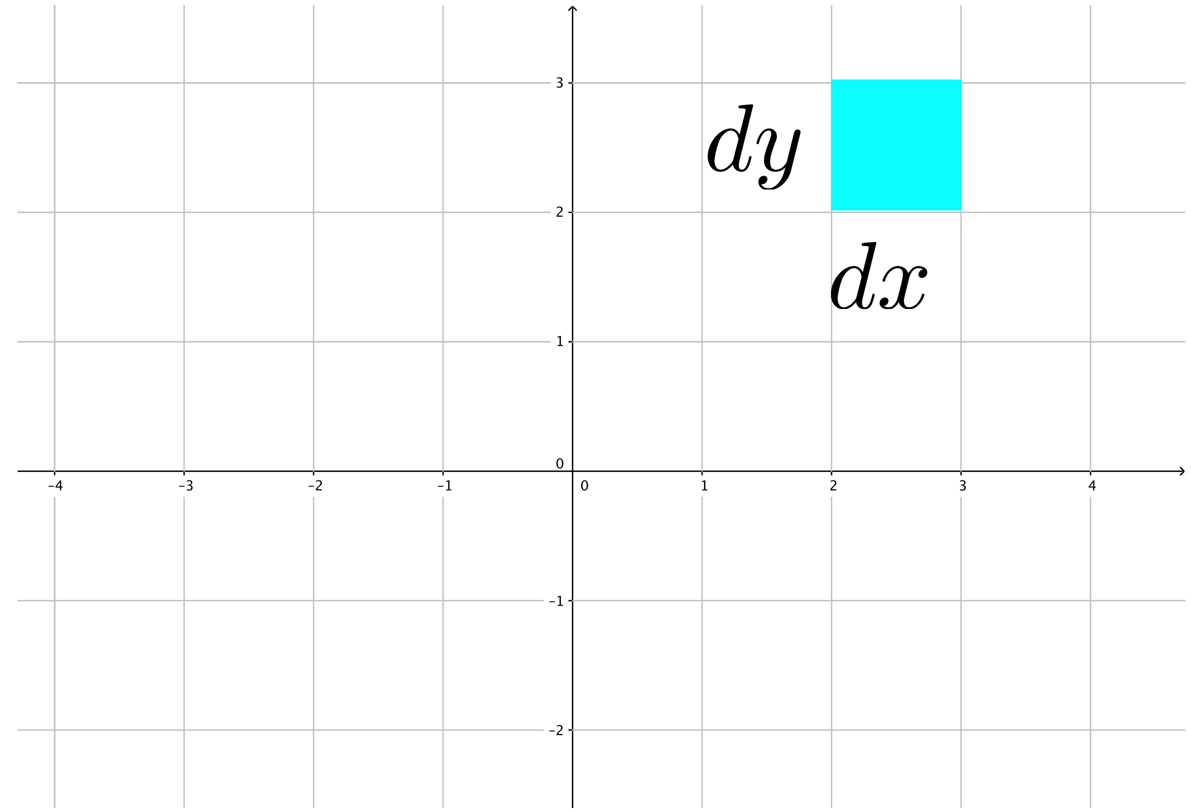
Cartésien



Polaire

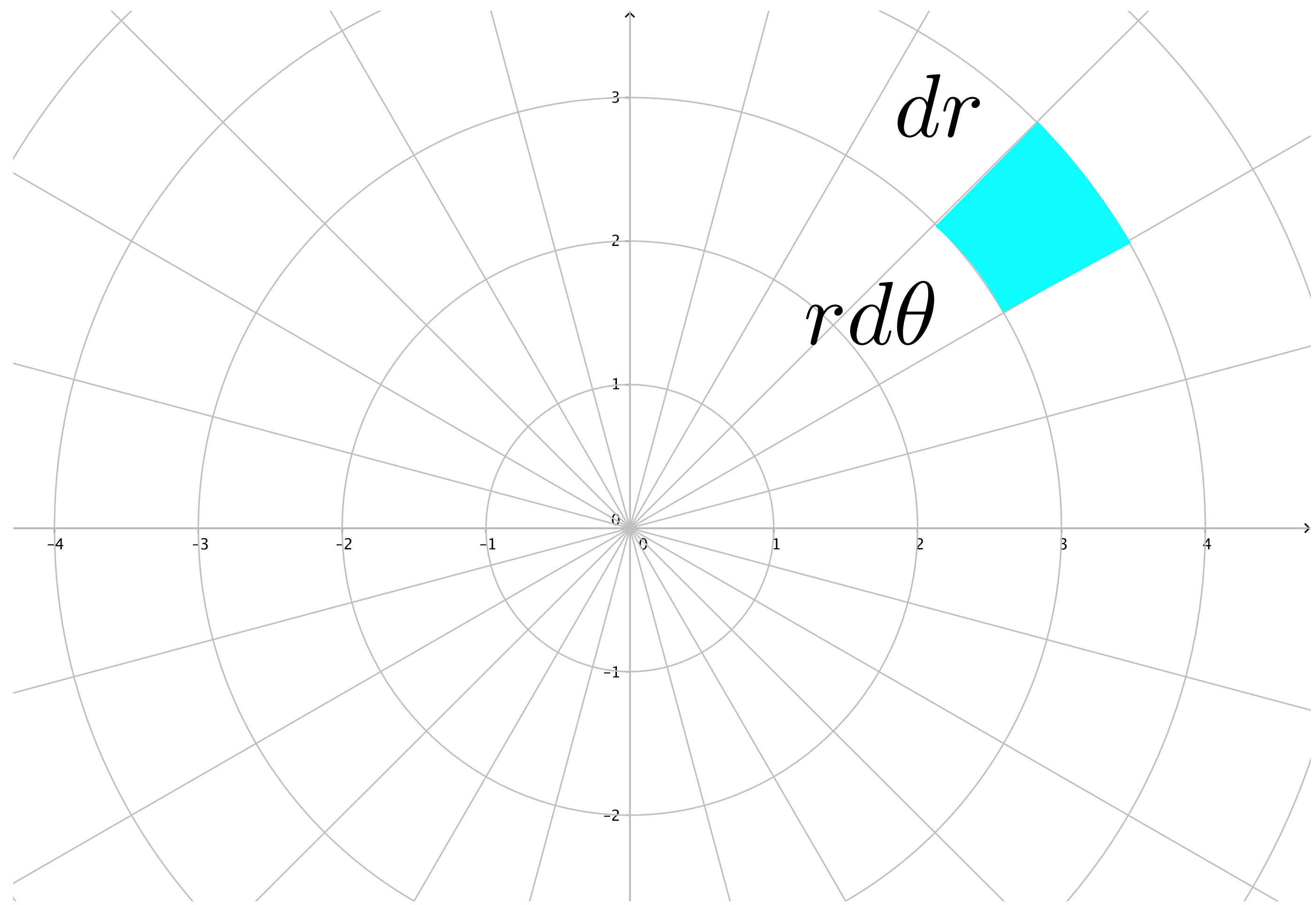


Cartésien



$$dxdy = rd\theta dr$$

Polaire



$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}\ dy\right)^2 = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x^2+y^2)}{2}}\ \overset{?}{dxdy}$$

$$x^2 + y^2 = r^2\cos^2\theta + r^2\sin^2\theta = r^2$$

$$x = r\cos\theta$$

$$y = r\sin\theta$$

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}\ dy\right)^2 = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x^2+y^2)}{2}}\ \overset{?}{dxdy}$$

$$= \int_0^{\infty}\int_0^{2\pi} e^{\frac{-r^2}{2}} r\ d\theta dr$$

$$x^2 + y^2 = r^2\cos^2\theta + r^2\sin^2\theta = r^2$$

$$x = r\cos\theta$$

$$y = r\sin\theta$$

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}\ dy\right)^2 = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x^2+y^2)}{2}} \overset{?}{dxdy}$$

$$= \int_{0}^{\infty}\int_{0}^{2\pi} e^{\frac{-r^2}{2}} r\ d\theta dr$$

$$x^2 + y^2 = r^2\cos^2\theta + r^2\sin^2\theta = r^2$$

$$x = r\cos\theta$$

$$y = r\sin\theta$$

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}\ dy\right)^2 = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x^2+y^2)}{2}}\ \overset{?}{dxdy}$$

$$= \int_0^{\infty}\int_0^{2\pi} e^{\frac{-r^2}{2}} r\ d\theta dr$$

$$x^2 + y^2 = r^2\cos^2\theta + r^2\sin^2\theta = r^2$$

$$x = r\cos\theta$$

$$y = r\sin\theta$$

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}\ dy\right)^2 = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x^2+y^2)}{2}} \overset{?}{dxdy}$$

$$= \int_{0}^{\infty}\int_{0}^{2\pi} e^{\frac{-r^2}{2}} r\ d\theta dr$$

$$x^2 + y^2 = r^2\cos^2\theta + r^2\sin^2\theta = r^2$$

$$x = r\cos\theta$$

$$y = r\sin\theta$$

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}\, dy\right)^2 = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2}}\ \overset{?}{dxdy}$$

$$= \int_0^{\infty}\int_0^{2\pi} e^{\frac{-r^2}{2}}\, r\ d\theta dr$$

$$x^2 + y^2 = r^2\cos^2\theta + r^2\sin^2\theta = r^2$$

$$x = r\cos\theta$$

$$y = r\sin\theta$$

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}\ dy\right)^2 = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x^2+y^2)}{2}}\ dxdy$$

$$= \int_{0}^{\infty}\int_{0}^{2\pi} e^{\frac{-r^2}{2}} r\ d\theta dr$$

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}\ dy\right)^2 = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x^2+y^2)}{2}}\ dxdy$$

$$= \int_0^{\infty}\int_0^{2\pi} e^{\frac{-r^2}{2}} r\ d\theta dr$$

$$= \int_0^{\infty}\left(e^{\frac{-r^2}{2}} r\theta \Big|_0^{2\pi}\right) dr$$

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}\ dy\right)^2 = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x^2+y^2)}{2}}\ dxdy$$

En intégrant par rapport à θ on considère r constant

$$= \int_0^{\infty}\int_0^{2\pi} e^{\frac{-r^2}{2}} r\ d\theta dr$$

$$= \int_0^{\infty}\left(e^{\frac{-r^2}{2}} r\theta\Big|_0^{2\pi}\right) dr$$

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}\ dy\right)^2 = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x^2+y^2)}{2}}\ dxdy$$

En intégrant par rapport à θ
on considère r constant

$$= \int_0^{\infty}\int_0^{2\pi} e^{\frac{-r^2}{2}} r\ d\theta dr$$

$$= \int_0^{\infty}\left(e^{\frac{-r^2}{2}} r\theta\Big|_0^{2\pi}\right) dr$$

$$= 2\pi\int_0^{\infty} e^{\frac{-r^2}{2}} r\ dr$$

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}\ dy\right)^2 = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x^2+y^2)}{2}}\ dxdy$$

$$= \int_0^{\infty}\int_0^{2\pi} e^{\frac{-r^2}{2}} r\ d\theta dr$$

En intégrant par rapport à θ on considère r constant

$$= \int_0^{\infty}\left(e^{\frac{-r^2}{2}} r\theta\Big|_0^{2\pi}\right) dr$$

$$u = \frac{r^2}{2}$$

$$= 2\pi\int_0^{\infty} e^{\frac{-r^2}{2}} r\ dr$$

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}\ dy\right)^2 = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x^2+y^2)}{2}}\ dxdy$$

$$= \int_0^{\infty}\int_0^{2\pi} e^{\frac{-r^2}{2}} r\ d\theta dr$$

En intégrant par rapport à θ on considère r constant

$$= \int_0^{\infty}\left(e^{\frac{-r^2}{2}} r\theta\Big|_0^{2\pi}\right) dr$$

$$u = \frac{r^2}{2}$$

$$= 2\pi\int_0^{\infty} e^{\frac{-r^2}{2}} r\ dr$$

$$du = rdr$$

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}\ dy\right)^2 = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x^2+y^2)}{2}}\ dxdy$$

En intégrant par
rapport à θ
on considère r constant

$$= \int_0^{\infty}\int_0^{2\pi} e^{\frac{-r^2}{2}} r\ d\theta dr$$

$$= \int_0^{\infty}\left(e^{\frac{-r^2}{2}} r\theta\Big|_0^{2\pi}\right) dr$$

$$u = \frac{r^2}{2}$$

$$= 2\pi\int_0^{\infty} e^{\frac{-r^2}{2}} r\ dr$$

$$du = rdr$$

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}\ dy\right)^2 = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x^2+y^2)}{2}}\ dxdy$$

$$= \int_0^{\infty}\int_0^{2\pi} e^{\frac{-r^2}{2}} r\ d\theta dr$$

En intégrant par rapport à θ on considère r constant

$$= \int_0^{\infty}\left(e^{\frac{-r^2}{2}} r\theta \Big|_0^{2\pi} \right) dr$$

$$= 2\pi \int_0^{\infty} e^{\frac{-r^2}{2}} r\ dr$$

$$u = \frac{r^2}{2}$$

$$du = r dr$$

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}\ dy\right)^2 = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x^2+y^2)}{2}}\ dxdy$$

$$= \int_0^{\infty}\int_0^{2\pi} e^{\frac{-r^2}{2}} r\ d\theta dr$$

En intégrant par rapport à θ on considère r constant

$$= \int_0^{\infty}\left(e^{\frac{-r^2}{2}} r\theta\Big|_0^{2\pi}\right) dr$$

$$u = \frac{r^2}{2}$$

$$du = rdr$$

$$= 2\pi\int_0^{\infty} e^{\frac{-r^2}{2}} r\ dr$$

$$= 2\pi\int_0^{\infty} e^{-u}\ du$$

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}\, dy\right)^2 = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x^2+y^2)}{2}}\, dxdy$$

$$= \int_0^{\infty}\int_0^{2\pi} e^{\frac{-r^2}{2}} r\ d\theta dr$$

En intégrant par rapport à θ on considère r constant

$$= \int_0^{\infty} \left(e^{\frac{-r^2}{2}} r\theta \Big|_0^{2\pi} \right) dr$$

$$u = \frac{r^2}{2}$$

$$du = rdr$$

$$= 2\pi \int_0^{\infty} e^{\frac{-r^2}{2}} r\ dr$$

$$= 2\pi \int_0^{\infty} e^{-u} du$$

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}\ dy\right)^2 = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x^2+y^2)}{2}}\ dxdy$$

En intégrant par rapport à θ on considère r constant

$$= \int_0^{\infty}\int_0^{2\pi} e^{\frac{-r^2}{2}} r\ d\theta dr$$

$$= \int_0^{\infty}\left(e^{\frac{-r^2}{2}} r\theta\Big|_0^{2\pi}\right) dr$$

$$u = \frac{r^2}{2}$$

$$du = rdr$$

$$= 2\pi \int_0^{\infty} e^{\frac{-r^2}{2}} r\ dr$$

$$= 2\pi \int_0^{\infty} e^{-u} du$$

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}\ dy\right)^2 = 2\pi \int_0^{\infty} e^{-u}\ du$$

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}} \; dy\right)^2 = 2\pi \int_0^{\infty} e^{-u} \; du$$

$$= 2\pi(-e^{-u})\Big|_0^{\infty}$$

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}\ dy\right)^2 = 2\pi \int_0^{\infty} e^{-u}\ du$$

$$= 2\pi(-e^{-u})\Big|_0^{\infty}$$

$$= 2\pi(-e^{-\infty} + e^0)$$

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}} \, dy\right)^2 = 2\pi \int_0^{\infty} e^{-u} \, du$$

$$= 2\pi(-e^{-u})\Big|_0^{\infty}$$

$$= 2\pi(\overset{0}{\cancel{-e^{-\infty}}} + e^0)$$

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}\ dy\right)^2 = 2\pi \int_0^{\infty} e^{-u}\ du$$

$$= 2\pi(-e^{-u})\Big|_0^{\infty}$$

$$= 2\pi(-\cancelto{0}{e^{-\infty}} + e^0)$$

$$= 2\pi$$

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}\ dy\right)^2 = 2\pi$$

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}\ dy\right)^2 = 2\pi$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{y^2}{2}} = \sqrt{2\pi}$$

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}\ dy\right)^2 = 2\pi$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{y^2}{2}} = \sqrt{2\pi}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{y^2}{2}} = 1$$

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}\ dy\right)^2 = 2\pi$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{y^2}{2}} = \sqrt{2\pi}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{y^2}{2}} = 1$$

$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}\ dx = 1$$

Aujourd'hui, nous avons vu

Loi exponentielle

Aujourd'hui, nous avons vu

Loi exponentielle

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

Aujourd'hui, nous avons vu

Loi exponentielle

$$X \sim Exp(\lambda) \qquad\qquad f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

Aujourd'hui, nous avons vu

Loi exponentielle

$$X \sim Exp(\lambda)$$

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$F(x) = \begin{cases} -e^{-\lambda x} + 1 & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

Aujourd'hui, nous avons vu

Loi exponentielle

$$X \sim Exp(\lambda)$$

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$F(x) = \begin{cases} -e^{-\lambda x} + 1 & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$E(X) = \frac{1}{\lambda}$$

Aujourd'hui, nous avons vu

Loi exponentielle

$$X \sim Exp(\lambda)$$

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$F(x) = \begin{cases} -e^{-\lambda x} + 1 & 0 \leq x \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$E(X) = \frac{1}{\lambda}$$

$$\mathrm{Var}(X) = \frac{1}{\lambda^2}$$

Aujourd'hui, nous avons vu

Loi normale

Aujourd'hui, nous avons vu

Loi normale

$$X \sim N(\mu, \sigma)$$

Aujourd'hui, nous avons vu

Loi normale

$$X \sim N(\mu, \sigma)$$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Devoir: 3.45 à 3.48