

4.3 ESTIMATION D'UNE PROPORTION

cours 24

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$	$n \geq 30$	σ connue	Avec remise
oui	oui	oui	$\mu \in \left[\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}, \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} \right]$
	non		
non	oui		
oui	oui	non	$\mu \in \left[\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{s^2}{n}}, \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{s^2}{n}} \right]$
non			
oui	non	non	$\mu \in \left[\bar{x} - t_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{s^2}{n}}, \bar{x} + t_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{s^2}{n}} \right]$

sans remise

$$\mu \in \left[\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(\frac{N-n}{N-1} \right)}, \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(\frac{N-n}{N-1} \right)} \right]$$

$$\mu \in \left[\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{s^2}{n} \left(\frac{N-n}{N-1} \right)}, \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{s^2}{n} \left(\frac{N-n}{N-1} \right)} \right]$$

$$\mu \in \left[\bar{x} - t_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{s^2}{n} \left(\frac{N-n}{N-1} \right)}, \bar{x} + t_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{s^2}{n} \left(\frac{N-n}{N-1} \right)} \right]$$

Aujourd'hui, nous allons voir

Aujourd'hui, nous allons voir

- ✓ Distribution d'une proportion

Aujourd'hui, nous allons voir

- ✓ Distribution d'une proportion
- ✓ Estimation d'une proportion

Aujourd'hui, nous allons voir

- ✓ Distribution d'une proportion
- ✓ Estimation d'une proportion
- ✓ Intervalle de confiance sur une proportion

Aujourd'hui, nous allons voir

- ✓ Distribution d'une proportion
- ✓ Estimation d'une proportion
- ✓ Intervalle de confiance sur une proportion
- ✓ Taille d'un échantillon

Pour calculer une moyenne d'une variable statistique,
il était sous-entendu qu'elle était quantitative.

Pour calculer une moyenne d'une variable statistique,
il était sous-entendu qu'elle était quantitative.

On peut difficilement faire une moyenne d'une variable statistique
qualitative.

Pour calculer une moyenne d'une variable statistique, il était sous-entendu qu'elle était quantitative.

On peut difficilement faire une moyenne d'une variable statistique qualitative.

On peut dans le cas d'une variable statistique ordinale attribuer un nombre à chacune des modalités et ensuite faire une moyenne.

Pour calculer une moyenne d'une variable statistique, il était sous-entendu qu'elle était quantitative.

On peut difficilement faire une moyenne d'une variable statistique qualitative.

On peut dans le cas d'une variable statistique ordinale attribuer un nombre à chacune des modalités et ensuite faire une moyenne.

Regardons que faire avec des variables statistiques qualitatives nominales.

Si X est une variable statistique qualitative nominale
ayant comme modalité

Si X est une variable statistique qualitative nominale
ayant comme modalité
{truc, much, machin chouette}

Si X est une variable statistique qualitative nominale
ayant comme modalité
{truc, much, machin chouette}

On peut considérer la proportion de chacune de ces modalités dans la
population.

Si X est une variable statistique qualitative nominale
ayant comme modalité
{truc, much, machin chouette}

On peut considérer la proportion de chacune de ces modalités dans la
population.

$$\pi_{truc} = \frac{\text{nombre d'individus ayant truc}}{\text{population totale}}$$

Si X est une variable statistique qualitative nominale
ayant comme modalité
{truc, much, machin chouette}

On peut considérer la proportion de chacune de ces modalités dans la
population.

$$\pi_{truc} = \frac{\text{nombre d'individus ayant truc}}{\text{population totale}}$$

$$p_{truc} = \frac{\text{nombre d'individus ayant truc dans l'échantillon}}{\text{taille de l'échantillon}}$$

Considérons une population de taille N .

Considérons une population de taille N .

Une proportion π de cette population, possède une certaine
caractéristique

Considérons une population de taille N .

Une proportion π de cette population, possède une certaine caractéristique

Si on pige au hasard avec remise n individus, la variable aléatoire

Considérons une population de taille N .

Une proportion π de cette population, possède une certaine caractéristique

Si on pige au hasard avec remise n individus, la variable aléatoire

X : le nombre d'individus ayant la caractéristique

Considérons une population de taille N .

Une proportion π de cette population, possède une certaine caractéristique

Si on pige au hasard avec remise n individus, la variable aléatoire

X : le nombre d'individus ayant la caractéristique

Alors

Considérons une population de taille N .

Une proportion π de cette population, possède une certaine caractéristique

Si on pige au hasard avec remise n individus, la variable aléatoire

X : le nombre d'individus ayant la caractéristique

Alors

$$X \sim B(n, \pi)$$

Considérons une population de taille N .

Une proportion π de cette population, possède une certaine caractéristique

Si on pige au hasard avec remise n individus, la variable aléatoire

X : le nombre d'individus ayant la caractéristique

Alors

$$X \sim B(n, \pi)$$

$$E(X) = n\pi$$

Considérons une population de taille N .

Une proportion π de cette population, possède une certaine caractéristique

Si on pige au hasard avec remise n individus, la variable aléatoire

X : le nombre d'individus ayant la caractéristique

Alors

$$X \sim B(n, \pi)$$

$$E(X) = n\pi$$

$$\text{Var}(X) = n\pi(1 - \pi)$$

$$X \sim B(n, \pi)$$

$$E(X) = n\pi$$

$$\text{Var}(X) = n\pi(1 - \pi)$$

$$X \sim B(n, \pi)$$

$$E(X) = n\pi$$

$$\text{Var}(X) = n\pi(1 - \pi)$$

$$\text{si} \quad n \geq 30$$

$$X \sim B(n, \pi)$$

$$E(X) = n\pi$$

$$\text{Var}(X) = n\pi(1 - \pi)$$

$$\text{si} \quad n \geq 30 \quad n\pi \geq 5$$

$$X \sim B(n, \pi)$$

$$E(X) = n\pi$$

$$\text{Var}(X) = n\pi(1 - \pi)$$

$$\text{si} \quad n \geq 30 \quad n\pi \geq 5 \quad n(1 - \pi) \geq 5$$

$$X \sim B(n, \pi)$$

$$E(X) = n\pi$$

$$\text{Var}(X) = n\pi(1 - \pi)$$

$$\text{si} \quad n \geq 30 \quad n\pi \geq 5 \quad n(1 - \pi) \geq 5$$

alors on peut faire l'approximation

$$X \sim B(n, \pi)$$

$$E(X) = n\pi$$

$$\text{Var}(X) = n\pi(1 - \pi)$$

$$\text{si} \quad n \geq 30 \quad n\pi \geq 5 \quad n(1 - \pi) \geq 5$$

alors on peut faire l'approximation

$$X \sim N(n\pi, \sqrt{n\pi(1 - \pi)})$$

$$X \sim B(n, \pi)$$

$$E(X) = n\pi$$

$$\text{Var}(X) = n\pi(1 - \pi)$$

$$\text{si } n \geq 30 \quad n\pi \geq 5 \quad n(1 - \pi) \geq 5$$

alors on peut faire l'approximation

$$X \sim N(n\pi, \sqrt{n\pi(1 - \pi)}) \quad \text{et donc}$$

$$X \sim B(n, \pi)$$

$$E(X) = n\pi$$

$$\text{Var}(X) = n\pi(1 - \pi)$$

$$\text{si } n \geq 30 \quad n\pi \geq 5 \quad n(1 - \pi) \geq 5$$

alors on peut faire l'approximation

$$X \sim N(n\pi, \sqrt{n\pi(1 - \pi)}) \quad \text{et donc} \quad \frac{X - n\pi}{\sqrt{n\pi(1 - \pi)}} \sim N(0, 1)$$

$$X \sim B(n, \pi)$$

$$E(X) = n\pi$$

$$\text{Var}(X) = n\pi(1 - \pi)$$

$$\text{si } n \geq 30 \quad n\pi \geq 5 \quad n(1 - \pi) \geq 5$$

alors on peut faire l'approximation

$$X \sim N(n\pi, \sqrt{n\pi(1 - \pi)}) \quad \text{et donc} \quad \frac{X - n\pi}{\sqrt{n\pi(1 - \pi)}} \sim N(0, 1)$$

Considérons maintenant la variable aléatoire

$$X \sim B(n, \pi)$$

$$E(X) = n\pi$$

$$\text{Var}(X) = n\pi(1 - \pi)$$

$$\text{si } n \geq 30 \quad n\pi \geq 5 \quad n(1 - \pi) \geq 5$$

alors on peut faire l'approximation

$$X \sim N(n\pi, \sqrt{n\pi(1 - \pi)}) \quad \text{et donc} \quad \frac{X - n\pi}{\sqrt{n\pi(1 - \pi)}} \sim N(0, 1)$$

Considérons maintenant la variable aléatoire

\bar{P} : la proportion du nombre de succès de notre échantillon

$$X \sim N(n\pi, \sqrt{n\pi(1-\pi)})$$

$$\frac{X - n\pi}{\sqrt{n\pi(1-\pi)}} \sim N(0, 1)$$

\bar{P} : la proportion du nombre de succès de notre échantillon

$$X \sim N(n\pi, \sqrt{n\pi(1-\pi)})$$

$$\frac{X - n\pi}{\sqrt{n\pi(1-\pi)}} \sim N(0, 1)$$

\bar{P} : la proportion du nombre de succès de notre échantillon

$$\bar{P} = \frac{X}{n}$$

$$X \sim N(n\pi, \sqrt{n\pi(1-\pi)})$$

$$\frac{X - n\pi}{\sqrt{n\pi(1-\pi)}} \sim N(0, 1)$$

\bar{P} : la proportion du nombre de succès de notre échantillon

$$\bar{P} = \frac{X}{n}$$

$$E(\bar{P})$$

$$X \sim N(n\pi, \sqrt{n\pi(1-\pi)}) \qquad \frac{X - n\pi}{\sqrt{n\pi(1-\pi)}} \sim N(0, 1)$$

\bar{P} : la proportion du nombre de succès de notre échantillon

$$\bar{P} = \frac{X}{n}$$

$$E(\bar{P}) = E\left(\frac{X}{n}\right)$$

$$X \sim N(n\pi, \sqrt{n\pi(1-\pi)}) \quad \frac{X - n\pi}{\sqrt{n\pi(1-\pi)}} \sim N(0, 1)$$

\bar{P} : la proportion du nombre de succès de notre échantillon

$$\bar{P} = \frac{X}{n}$$

$$E(\bar{P}) = E\left(\frac{X}{n}\right) = \frac{1}{n}E(X)$$

$$X \sim N(n\pi, \sqrt{n\pi(1-\pi)}) \quad \frac{X - n\pi}{\sqrt{n\pi(1-\pi)}} \sim N(0, 1)$$

\bar{P} : la proportion du nombre de succès de notre échantillon

$$\bar{P} = \frac{X}{n}$$

$$E(\bar{P}) = E\left(\frac{X}{n}\right) = \frac{1}{n}E(X) = \frac{1}{n}n\pi$$

$$X \sim N(n\pi, \sqrt{n\pi(1-\pi)}) \quad \frac{X - n\pi}{\sqrt{n\pi(1-\pi)}} \sim N(0, 1)$$

\bar{P} : la proportion du nombre de succès de notre échantillon

$$\bar{P} = \frac{X}{n}$$

$$E(\bar{P}) = E\left(\frac{X}{n}\right) = \frac{1}{n}E(X) = \frac{1}{n}n\pi = \pi$$

$$X \sim N(n\pi, \sqrt{n\pi(1-\pi)}) \quad \frac{X - n\pi}{\sqrt{n\pi(1-\pi)}} \sim N(0, 1)$$

\bar{P} : la proportion du nombre de succès de notre échantillon

$$\bar{P} = \frac{X}{n}$$

$$E(\bar{P}) = E\left(\frac{X}{n}\right) = \frac{1}{n}E(X) = \frac{1}{n}n\pi = \pi$$

Var (\bar{P})

$$X \sim N(n\pi, \sqrt{n\pi(1-\pi)}) \qquad \frac{X - n\pi}{\sqrt{n\pi(1-\pi)}} \sim N(0, 1)$$

\bar{P} : la proportion du nombre de succès de notre échantillon

$$\bar{P} = \frac{X}{n}$$

$$E(\bar{P}) = E\left(\frac{X}{n}\right) = \frac{1}{n}E(X) = \frac{1}{n}n\pi = \pi$$

$$\text{Var}(\bar{P}) = \text{Var}\left(\frac{X}{n}\right)$$

$$X \sim N(n\pi, \sqrt{n\pi(1-\pi)}) \qquad \frac{X - n\pi}{\sqrt{n\pi(1-\pi)}} \sim N(0, 1)$$

\bar{P} : la proportion du nombre de succès de notre échantillon

$$\bar{P} = \frac{X}{n}$$

$$E(\bar{P}) = E\left(\frac{X}{n}\right) = \frac{1}{n}E(X) = \frac{1}{n}n\pi = \pi$$

$$\text{Var}(\bar{P}) = \text{Var}\left(\frac{X}{n}\right) = \frac{1}{n^2}\text{Var}(X)$$

$$X \sim N(n\pi, \sqrt{n\pi(1-\pi)}) \quad \frac{X - n\pi}{\sqrt{n\pi(1-\pi)}} \sim N(0, 1)$$

\bar{P} : la proportion du nombre de succès de notre échantillon

$$\bar{P} = \frac{X}{n}$$

$$E(\bar{P}) = E\left(\frac{X}{n}\right) = \frac{1}{n}E(X) = \frac{1}{n}n\pi = \pi$$

$$\text{Var}(\bar{P}) = \text{Var}\left(\frac{X}{n}\right) = \frac{1}{n^2}\text{Var}(X) = \frac{1}{n^2}n\pi(1-\pi)$$

$$X \sim N(n\pi, \sqrt{n\pi(1-\pi)}) \quad \frac{X - n\pi}{\sqrt{n\pi(1-\pi)}} \sim N(0, 1)$$

\bar{P} : la proportion du nombre de succès de notre échantillon

$$\bar{P} = \frac{X}{n}$$

$$E(\bar{P}) = E\left(\frac{X}{n}\right) = \frac{1}{n}E(X) = \frac{1}{n}n\pi = \pi$$

$$\text{Var}(\bar{P}) = \text{Var}\left(\frac{X}{n}\right) = \frac{1}{n^2}\text{Var}(X) = \frac{1}{n^2}n\pi(1-\pi) = \frac{\pi(1-\pi)}{n}$$

$$X \sim N(n\pi, \sqrt{n\pi(1-\pi)}) \quad \frac{X - n\pi}{\sqrt{n\pi(1-\pi)}} \sim N(0, 1)$$

\bar{P} : la proportion du nombre de succès de notre échantillon

$$\bar{P} = \frac{X}{n}$$

$$E(\bar{P}) = E\left(\frac{X}{n}\right) = \frac{1}{n}E(X) = \frac{1}{n}n\pi = \pi$$

$$\text{Var}(\bar{P}) = \text{Var}\left(\frac{X}{n}\right) = \frac{1}{n^2}\text{Var}(X) = \frac{1}{n^2}n\pi(1-\pi) = \frac{\pi(1-\pi)}{n}$$

$$\frac{\bar{P} - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}} \sim N(0, 1)$$

$$\frac{\bar{P} - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}} \sim N(0, 1)$$

$$\frac{\bar{P} - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}} \sim N(0, 1)$$

et si l'échantillon est fait sans remise, la variance est multipliée par le facteur

$$\frac{\bar{P} - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}} \sim N(0, 1)$$

et si l'échantillon est fait sans remise, la variance est multipliée par le facteur

$$\frac{N - n}{N - 1}$$

$$\frac{\bar{P} - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}} \sim N(0, 1)$$

et si l'échantillon est fait sans remise, la variance est multipliée par le facteur

$$\frac{N - n}{N - 1}$$

$$\frac{\bar{P} - \pi}{\sigma_{\bar{P}}} \sim N(0, 1)$$

$$\frac{\bar{P} - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}} \sim N(0, 1)$$

et si l'échantillon est fait sans remise, la variance est multipliée par le facteur

$$\frac{N - n}{N - 1}$$

$$\frac{\bar{P} - \pi}{\sigma_{\bar{P}}} \sim N(0, 1)$$

avec remise

$$\sigma_{\bar{P}} = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}$$

$$\frac{\bar{P} - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}} \sim N(0, 1)$$

et si l'échantillon est fait sans remise, la variance est multipliée par le facteur

$$\frac{N - n}{N - 1}$$

$$\frac{\bar{P} - \pi}{\sigma_{\bar{P}}} \sim N(0, 1)$$

avec remise

$$\sigma_{\bar{P}} = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}$$

sans remise

$$\sigma_{\bar{P}} = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n} \left(\frac{N-n}{N-1} \right)}$$

Remarque

Puisque nous faisons une approximation d'une loi binomiale avec une loi normale, il ne faut pas oublier de faire la correction de continuité.

Faites les exercices suivants

#4.6, 4.7, 4.8, 4.9

Puisque $E(\bar{P}) = \pi$

Puisque $E(\bar{P}) = \pi$

On peut donc conclure que \bar{P} est un estimateur sans biais de π

Puisque $E(\bar{P}) = \pi$

On peut donc conclure que \bar{P} est un estimateur sans biais de π

$$\frac{\bar{P} - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}} \sim N(0, 1)$$

Puisque $E(\bar{P}) = \pi$

On peut donc conclure que \bar{P} est un estimateur sans biais de π

$$Z = \frac{\bar{P} - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}} \sim N(0, 1)$$

Puisque $E(\bar{P}) = \pi$

On peut donc conclure que \bar{P} est un estimateur sans biais de π

$$Z = \frac{\bar{P} - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}} \sim N(0, 1)$$

$$1 - \alpha = P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \leq Z \leq z_{\frac{\alpha}{2}}\right)$$

Puisque $E(\bar{P}) = \pi$

On peut donc conclure que \bar{P} est un estimateur sans biais de π

$$Z = \frac{\bar{P} - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}} \sim N(0, 1)$$

$$1 - \alpha = P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \leq Z \leq z_{\frac{\alpha}{2}}\right)$$

$$= P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \leq \frac{\bar{P} - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}} \leq z_{\frac{\alpha}{2}}\right)$$

Puisque $E(\bar{P}) = \pi$

On peut donc conclure que \bar{P} est un estimateur sans biais de π

$$Z = \frac{\bar{P} - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}} \sim N(0, 1)$$

$$1 - \alpha = P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \leq Z \leq z_{\frac{\alpha}{2}}\right)$$

$$= P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \leq \frac{\bar{P} - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}} \leq z_{\frac{\alpha}{2}}\right)$$

$$= P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \leq \bar{P} - \pi \leq z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}\right)$$

Puisque $E(\bar{P}) = \pi$

On peut donc conclure que \bar{P} est un estimateur sans biais de π

$$Z = \frac{\bar{P} - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}} \sim N(0, 1)$$

$$1 - \alpha = P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \leq Z \leq z_{\frac{\alpha}{2}}\right)$$

$$= P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \leq \frac{\bar{P} - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}} \leq z_{\frac{\alpha}{2}}\right)$$

$$= P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \leq \bar{P} - \pi \leq z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}\right)$$

$$1 - \alpha = P(-z_{\frac{\alpha}{2}} \leq Z \leq z_{\frac{\alpha}{2}})$$

$$= P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \leq \bar{P} - \pi \leq z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}\right)$$

$$1 - \alpha = P(-z_{\frac{\alpha}{2}} \leq Z \leq z_{\frac{\alpha}{2}})$$

$$= P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \leq \bar{P} - \pi \leq z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}\right)$$

$$= P\left(\pi - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \leq \bar{P} \leq \pi + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}\right)$$

$$1 - \alpha = P(-z_{\frac{\alpha}{2}} \leq Z \leq z_{\frac{\alpha}{2}})$$

$$= P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \leq \bar{P} - \pi \leq z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}\right)$$

$$= P\left(\pi - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \leq \bar{P} \leq \pi + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}\right)$$

$$1 - \alpha = P(-z_{\frac{\alpha}{2}} \leq Z \leq z_{\frac{\alpha}{2}})$$

$$= P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \leq \bar{P} - \pi \leq z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}\right)$$

$$= P\left(\pi - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \leq \bar{P} \leq \pi + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}\right)$$

$$\pi \in \left[\bar{p} - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}, \bar{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \right]$$

$$\begin{aligned}
1 - \alpha &= P(-z_{\frac{\alpha}{2}} \leq Z \leq z_{\frac{\alpha}{2}}) \\
&= P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \leq \bar{P} - \pi \leq z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}\right) \\
&= P\left(\pi - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \leq \bar{P} \leq \pi + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}\right) \\
\pi &\in \left[\bar{p} - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}, \bar{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \right]
\end{aligned}$$

Mais là on a un petit problème, car on cherche à estimer π

$$\begin{aligned}
1 - \alpha &= P(-z_{\frac{\alpha}{2}} \leq Z \leq z_{\frac{\alpha}{2}}) \\
&= P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \leq \bar{P} - \pi \leq z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}\right) \\
&= P\left(\pi - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \leq \bar{P} \leq \pi + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}\right) \\
\pi &\in \left[\bar{p} - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}, \bar{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \right]
\end{aligned}$$

Mais là on a un petit problème, car on cherche à estimer π

mais on en a de besoin

$$\pi \in \left[\bar{p} - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}, \bar{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \right]$$

$$\pi \in \left[\bar{p} - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}, \bar{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \right]$$

on n'a donc pas le choix d'estimer l'écart type aussi

$$\pi \in \left[\bar{p} - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}, \bar{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \right]$$

on n'a donc pas le choix d'estimer l'écart type aussi

$$\sigma_{\bar{P}} = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}$$

$$\pi \in \left[\bar{p} - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}, \bar{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \right]$$

on n'a donc pas le choix d'estimer l'écart type aussi

$$\sigma_{\bar{P}} = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}$$

$$s_{\bar{P}} = \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n-1}}$$

$$\pi \in \left[\bar{p} - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}, \bar{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \right]$$

on n'a donc pas le choix d'estimer l'écart type aussi

$$\sigma_{\bar{P}} = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}$$

$$s_{\bar{P}} = \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n-1}}$$

$$\sigma_{\bar{P}} = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n} \left(\frac{N-n}{N-1} \right)}$$

$$\pi \in \left[\bar{p} - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}, \bar{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \right]$$

on n'a donc pas le choix d'estimer l'écart type aussi

$$\sigma_{\bar{P}} = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}$$

$$s_{\bar{P}} = \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n-1}}$$

$$\sigma_{\bar{P}} = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n} \left(\frac{N-n}{N-1} \right)}$$

$$s_{\bar{P}} = \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n-1} \left(\frac{N-n}{N-1} \right)}$$

$$\pi \in \left[\bar{p} - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}, \bar{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \right]$$

$$s_{\bar{P}} = \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n-1}}$$

$$s_{\bar{P}} = \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n-1} \left(\frac{N-n}{N-1} \right)}$$

$$\pi \in \left[\bar{p} - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}, \bar{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \right]$$

on va donc plutôt utiliser

$$s_{\bar{P}} = \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n-1}}$$

$$s_{\bar{P}} = \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n-1} \left(\frac{N-n}{N-1} \right)}$$

$$\pi \in \left[\bar{p} - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}, \bar{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \right]$$

on va donc plutôt utiliser

$$\pi \in \left[\bar{p} - z_{\frac{\alpha}{2}} s_{\bar{P}}, \bar{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} s_{\bar{P}} \right]$$

$$s_{\bar{P}} = \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n-1}}$$

$$s_{\bar{P}} = \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n-1} \left(\frac{N-n}{N-1} \right)}$$

$$\pi \in \left[\bar{p} - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}, \bar{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \right]$$

on va donc plutôt utiliser

$$\pi \in \left[\bar{p} - z_{\frac{\alpha}{2}} s_{\bar{P}}, \bar{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} s_{\bar{P}} \right]$$

$$s_{\bar{P}} = \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n-1}}$$

$$s_{\bar{P}} = \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n-1} \left(\frac{N-n}{N-1} \right)}$$

$$\pi \in \left[\bar{p} - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}, \bar{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \right]$$

on va donc plutôt utiliser

$$\pi \in \left[\bar{p} - z_{\frac{\alpha}{2}} s_{\bar{P}}, \bar{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} s_{\bar{P}} \right]$$

Avec remise

$$s_{\bar{P}} = \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n-1}}$$

$$s_{\bar{P}} = \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n-1} \left(\frac{N-n}{N-1} \right)}$$

$$\pi \in \left[\bar{p} - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}, \bar{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \right]$$

on va donc plutôt utiliser

$$\pi \in \left[\bar{p} - z_{\frac{\alpha}{2}} s_{\bar{P}}, \bar{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} s_{\bar{P}} \right]$$

Avec remise

$$s_{\bar{P}} = \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n-1}}$$

Sans remise

$$s_{\bar{P}} = \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n-1} \left(\frac{N-n}{N-1} \right)}$$

Faites les exercices suivants

#4.20 à 4,23

Lorsqu'on estime une moyenne ou une proportion, quelle est la taille d'échantillon avons-nous de besoin.

Lorsqu'on estime une moyenne ou une proportion, quelle est la taille d'échantillon avons-nous de besoin.

Naturellement, si possible, il faut au moins qu'on ait un échantillon de taille 30.

Lorsqu'on estime une moyenne ou une proportion, quelle est la taille d'échantillon avons-nous de besoin.

Naturellement, si possible, il faut au moins qu'on ait un échantillon de taille 30.

Mais jusqu'où faut-il aller?

Lorsqu'on estime une moyenne ou une proportion, quelle est la taille d'échantillon avons-nous de besoin.

Naturellement, si possible, il faut au moins qu'on ait un échantillon de taille 30.

Mais jusqu'où faut-il aller?

50?

Lorsqu'on estime une moyenne ou une proportion, quelle est la taille d'échantillon avons-nous de besoin.

Naturellement, si possible, il faut au moins qu'on ait un échantillon de taille 30.

Mais jusqu'où faut-il aller?

50? 100?

Lorsqu'on estime une moyenne ou une proportion, quelle est la taille d'échantillon avons-nous de besoin.

Naturellement, si possible, il faut au moins qu'on ait un échantillon de taille 30.

Mais jusqu'où faut-il aller?

50?

100?

250?

Lorsqu'on estime une moyenne ou une proportion, quelle est la taille d'échantillon avons-nous de besoin.

Naturellement, si possible, il faut au moins qu'on ait un échantillon de taille 30.

Mais jusqu'où faut-il aller?

50?

100?

250?

1000?

Lorsqu'on estime une moyenne ou une proportion, quelle est la taille d'échantillon avons-nous de besoin.

Naturellement, si possible, il faut au moins qu'on ait un échantillon de taille 30.

Mais jusqu'où faut-il aller?

50? 100? 250? 1000?

Et bien ça dépend de la marge d'erreur et du niveau de confiance avec lequel on est à l'aise.

Pour une moyenne la marge d'erreur est

Pour une moyenne la marge d'erreur est

$$c_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{b^2}{n}}$$

Pour une moyenne la marge d'erreur est

$$EEM = c_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{b^2}{n}}$$

Pour une moyenne la marge d'erreur est

$$EEM = c_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{b^2}{n}} \quad \text{avec} \quad c = z, t \quad b = \sigma, s$$

en fonction du contexte.

Pour une moyenne la marge d'erreur est

$$EEM = c_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{b^2}{n}} \quad \text{avec} \quad c = z, t \quad b = \sigma, s$$

en fonction du contexte.

$$EEM^2 = c_{\frac{\alpha}{2}}^2 \frac{b^2}{n}$$

Pour une moyenne la marge d'erreur est

$$EEM = c_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{b^2}{n}} \quad \text{avec} \quad c = z, t \quad b = \sigma, s$$

en fonction du contexte.

$$EEM^2 = c_{\frac{\alpha}{2}}^2 \frac{b^2}{n} \quad n = \left(\frac{c_{\frac{\alpha}{2}} b}{EEM} \right)^2$$

Pour une moyenne la marge d'erreur est

$$EEM = c_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{b^2}{n}} \quad \text{avec} \quad c = z, t \quad b = \sigma, s$$

en fonction du contexte.

$$EEM^2 = c_{\frac{\alpha}{2}}^2 \frac{b^2}{n} \quad n = \left(\frac{c_{\frac{\alpha}{2}} b}{EEM} \right)^2$$

Si on connaît σ , il n'y a pas de problème

Pour une moyenne la marge d'erreur est

$$EEM = c_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{b^2}{n}} \quad \text{avec} \quad c = z, t \quad b = \sigma, s$$

en fonction du contexte.

$$EEM^2 = c_{\frac{\alpha}{2}}^2 \frac{b^2}{n} \quad n = \left(\frac{c_{\frac{\alpha}{2}} b}{EEM} \right)^2$$

Si on connaît σ , il n'y a pas de problème

Mais si on n'a pas la taille de l'échantillon comment on trouve s ?

Pour une moyenne la marge d'erreur est

$$EEM = c_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{b^2}{n}} \quad \text{avec} \quad c = z, t \quad b = \sigma, s$$

en fonction du contexte.

$$EEM^2 = c_{\frac{\alpha}{2}}^2 \frac{b^2}{n} \quad n = \left(\frac{c_{\frac{\alpha}{2}} b}{EEM} \right)^2$$

Si on connaît σ , il n'y a pas de problème

Mais si on n'a pas la taille de l'échantillon comment on trouve s ?

Dans la pratique, on commence par prendre un échantillon de taille 30, on calcule s avec cet échantillon pour ensuite déterminer la bonne taille de l'échantillon à prendre.

Pour une proportion la marge d'erreur est

Pour une proportion la marge d'erreur est

$$EEM = z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n - 1}}$$

Pour une proportion la marge d'erreur est

$$EEM = z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n - 1}}$$

$$EEM^2 = z_{\frac{\alpha}{2}}^2 \frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n - 1}$$

Pour une proportion la marge d'erreur est

$$EEM = z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n - 1}}$$

$$EEM^2 = z_{\frac{\alpha}{2}}^2 \frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n - 1}$$

$$n - 1 = z_{\frac{\alpha}{2}}^2 \frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{EEM^2}$$

Pour une proportion la marge d'erreur est

$$EEM = z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n - 1}}$$

$$EEM^2 = z_{\frac{\alpha}{2}}^2 \frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n - 1}$$

$$n - 1 = z_{\frac{\alpha}{2}}^2 \frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{EEM^2}$$

Pour une proportion la marge d'erreur est

$$EEM = z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n - 1}}$$

$$EEM^2 = z_{\frac{\alpha}{2}}^2 \frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n - 1}$$

$$n - 1 = z_{\frac{\alpha}{2}}^2 \frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{EEM^2}$$

Pour une proportion la marge d'erreur est

$$EEM = z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n - 1}}$$

$$EEM^2 = z_{\frac{\alpha}{2}}^2 \frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n - 1}$$

$$n - 1 = z_{\frac{\alpha}{2}}^2 \frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{EEM^2}$$

$$n = \frac{z_{\frac{\alpha}{2}}^2 \bar{p}(1 - \bar{p})}{EEM^2} + 1$$

Pour une proportion la marge d'erreur est

$$EEM = z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n - 1}}$$

$$EEM^2 = z_{\frac{\alpha}{2}}^2 \frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n - 1}$$

$$n - 1 = z_{\frac{\alpha}{2}}^2 \frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{EEM^2}$$

$$n = \frac{z_{\frac{\alpha}{2}}^2 \bar{p}(1 - \bar{p})}{EEM^2} + 1$$

Encore une fois, on a le problème qu'on ne connaît pas \bar{p} .

Pour une proportion la marge d'erreur est

$$EEM = z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n - 1}}$$

$$EEM^2 = z_{\frac{\alpha}{2}}^2 \frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n - 1}$$

$$n - 1 = z_{\frac{\alpha}{2}}^2 \frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{EEM^2}$$

$$n = \frac{z_{\frac{\alpha}{2}}^2 \bar{p}(1 - \bar{p})}{EEM^2} + 1$$

Encore une fois, on a le problème qu'on ne connaît pas \bar{p} .

On peut soit commencer avec un échantillon de 30.

Pour une proportion la marge d'erreur est

$$EEM = z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n - 1}}$$

$$EEM^2 = z_{\frac{\alpha}{2}}^2 \frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n - 1}$$

$$n - 1 = z_{\frac{\alpha}{2}}^2 \frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{EEM^2}$$

$$n = \frac{z_{\frac{\alpha}{2}}^2 \bar{p}(1 - \bar{p})}{EEM^2} + 1$$

Encore une fois, on a le problème qu'on ne connaît pas \bar{p} .

On peut soit commencer avec un échantillon de 30.

Ou bien prendre le pire des scénarios; $\bar{p} = \frac{1}{2}$

Pour une proportion la marge d'erreur est

$$n = \frac{z_{\frac{\alpha}{2}}^2 \bar{p}(1 - \bar{p})}{EEM^2} + 1$$

Ou bien prendre le pire des scénarios; $\bar{p} = \frac{1}{2}$

Pour une proportion la marge d'erreur est

$$n = \frac{z_{\frac{\alpha}{2}}^2 \bar{p}(1 - \bar{p})}{EEM^2} + 1$$

Ou bien prendre le pire des scénarios; $\bar{p} = \frac{1}{2}$

et dans ce cas

Pour une proportion la marge d'erreur est

$$n = \frac{z_{\frac{\alpha}{2}}^2 \bar{p}(1 - \bar{p})}{EEM^2} + 1$$

Ou bien prendre le pire des scénarios; $\bar{p} = \frac{1}{2}$

et dans ce cas

$$n = \frac{z_{\frac{\alpha}{2}}^2}{4EEM^2} + 1$$

Faites les exercices suivants

#4.18, 4.19, 4,24

Devoir:

4.8, 4.9 et 4.20 à 4.29