5.2 RÉGRESSION LINÉAIRE

cours 28

Il arrive souvent qu'on recueille plusieurs données sur une même population.

Il arrive souvent qu'on recueille plusieurs données sur une même population.

Âge, taille, poids, années d'études, salaire, etc.

Il arrive souvent qu'on recueille plusieurs données sur une même population.

Âge, taille, poids, années d'études, salaire, etc.

On se demande souvent s'il y a des liens entre ces variables statistiques.

Il arrive souvent qu'on recueille plusieurs données sur une même population.

Âge, taille, poids, années d'études, salaire, etc.

On se demande souvent s'il y a des liens entre ces variables statistiques.

Concentrons-nous sur deux variables statistiques X et Y d'une même population.

Il arrive souvent qu'on recueille plusieurs données sur une même population.

Âge, taille, poids, années d'études, salaire, etc.

On se demande souvent s'il y a des liens entre ces variables statistiques.

Concentrons-nous sur deux variables statistiques X et Y d'une même population.

Pour chaque individu de la population ou d'un échantillon, associons-lui le couple de ses valeurs pour ces deux variables.

Il arrive souvent qu'on recueille plusieurs données sur une même population.

Âge, taille, poids, années d'études, salaire, etc.

On se demande souvent s'il y a des liens entre ces variables statistiques.

Concentrons-nous sur deux variables statistiques X et Y d'une même population.

Pour chaque individu de la population ou d'un échantillon, associons-lui le couple de ses valeurs pour ces deux variables.

$$(x_i, y_i)$$

Il arrive souvent qu'on recueille plusieurs données sur une même population.

Âge, taille, poids, années d'études, salaire, etc.

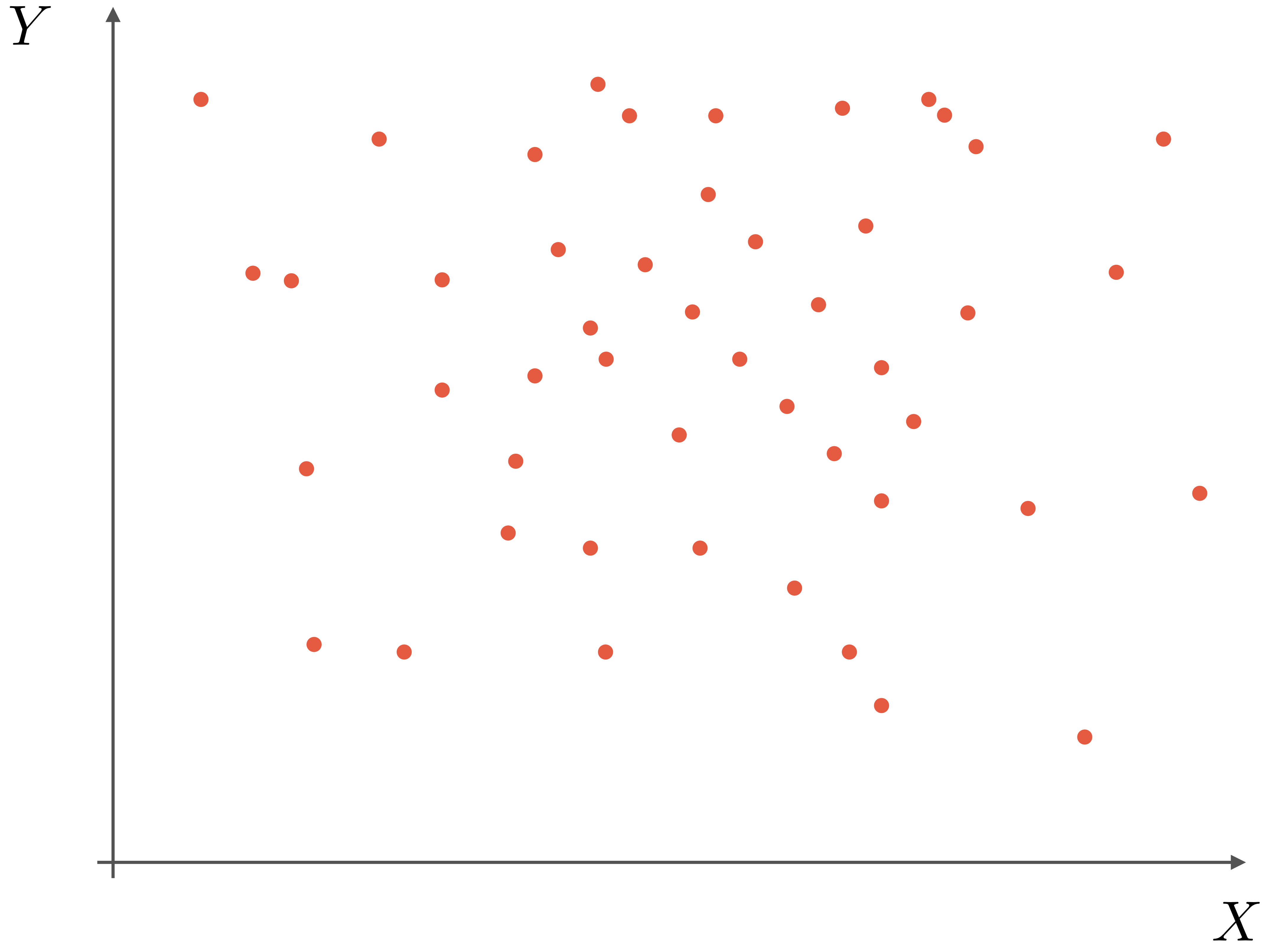
On se demande souvent s'il y a des liens entre ces variables statistiques.

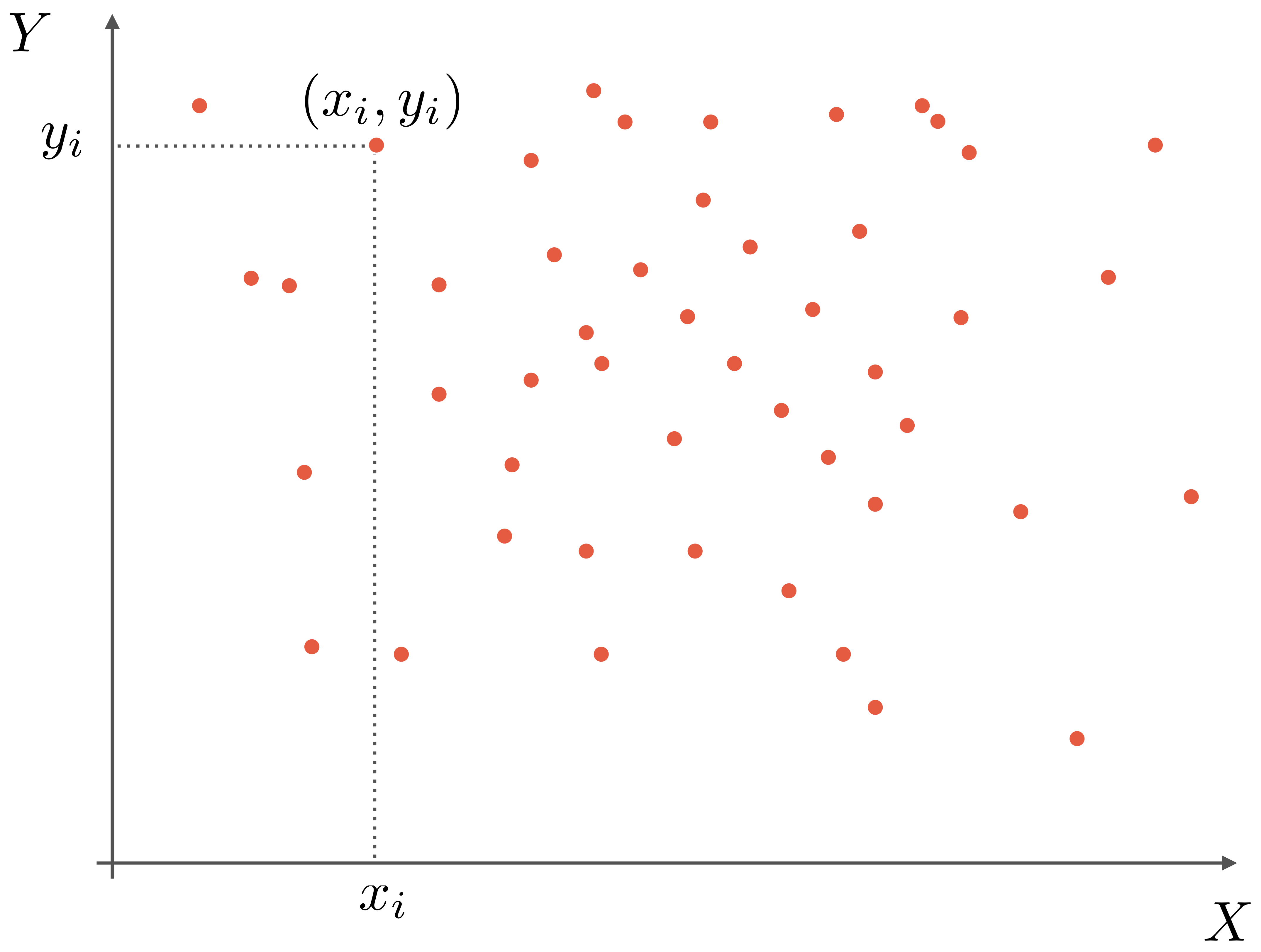
Concentrons-nous sur deux variables statistiques X et Y d'une même population.

Pour chaque individu de la population ou d'un échantillon, associons-lui le couple de ses valeurs pour ces deux variables.

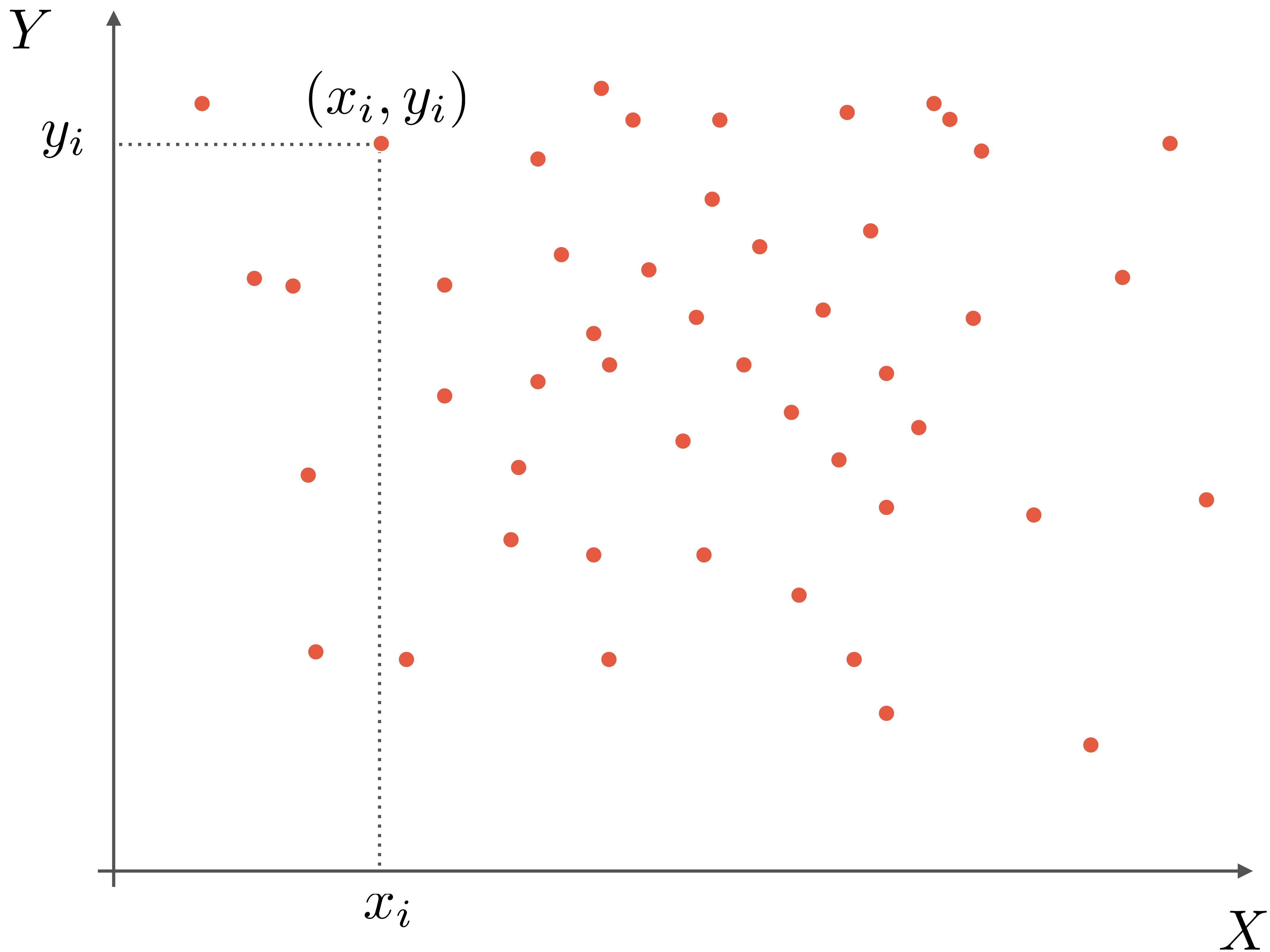
$$(x_i, y_i)$$

Associons à chacun de ces couples un point du plan.

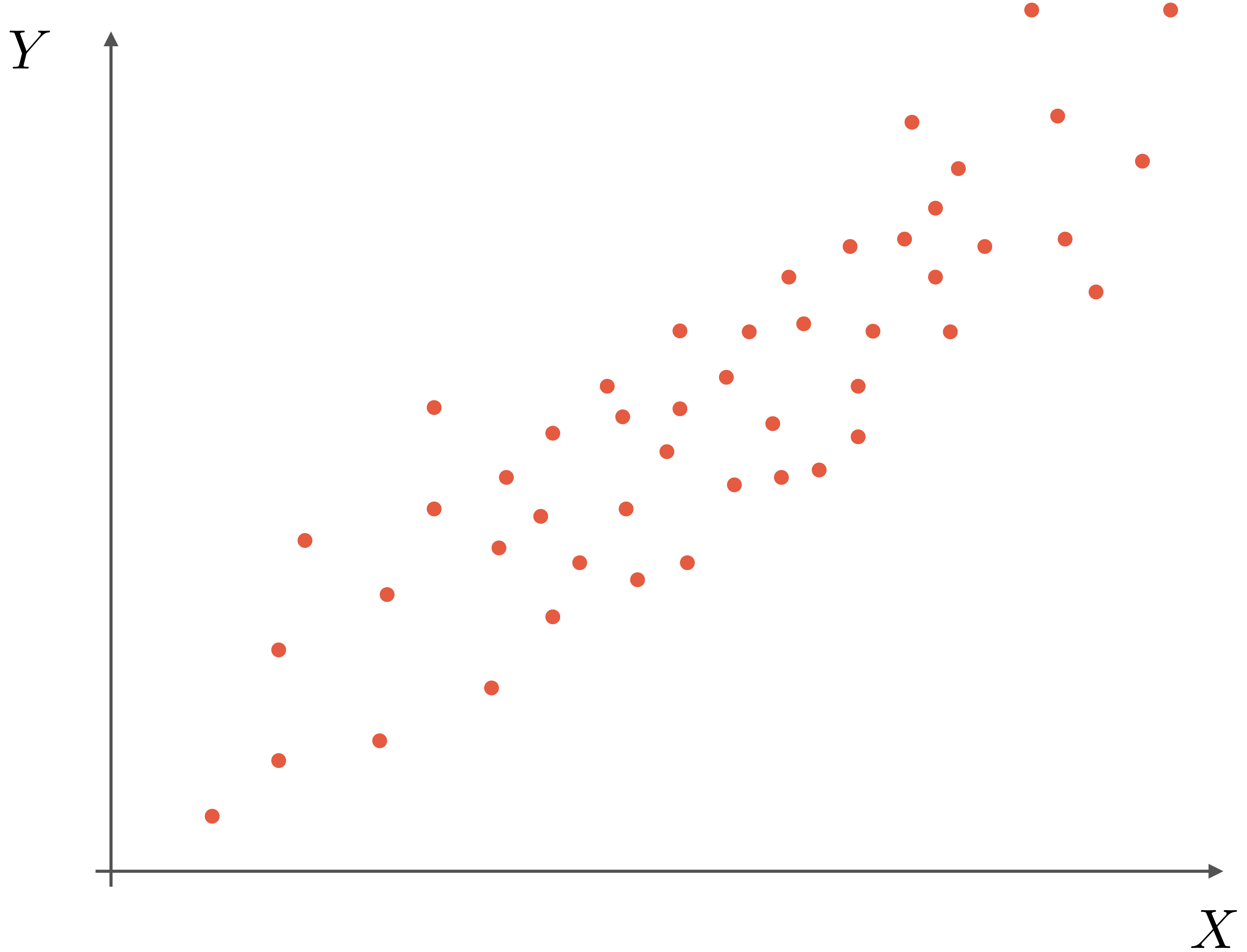

Y
X

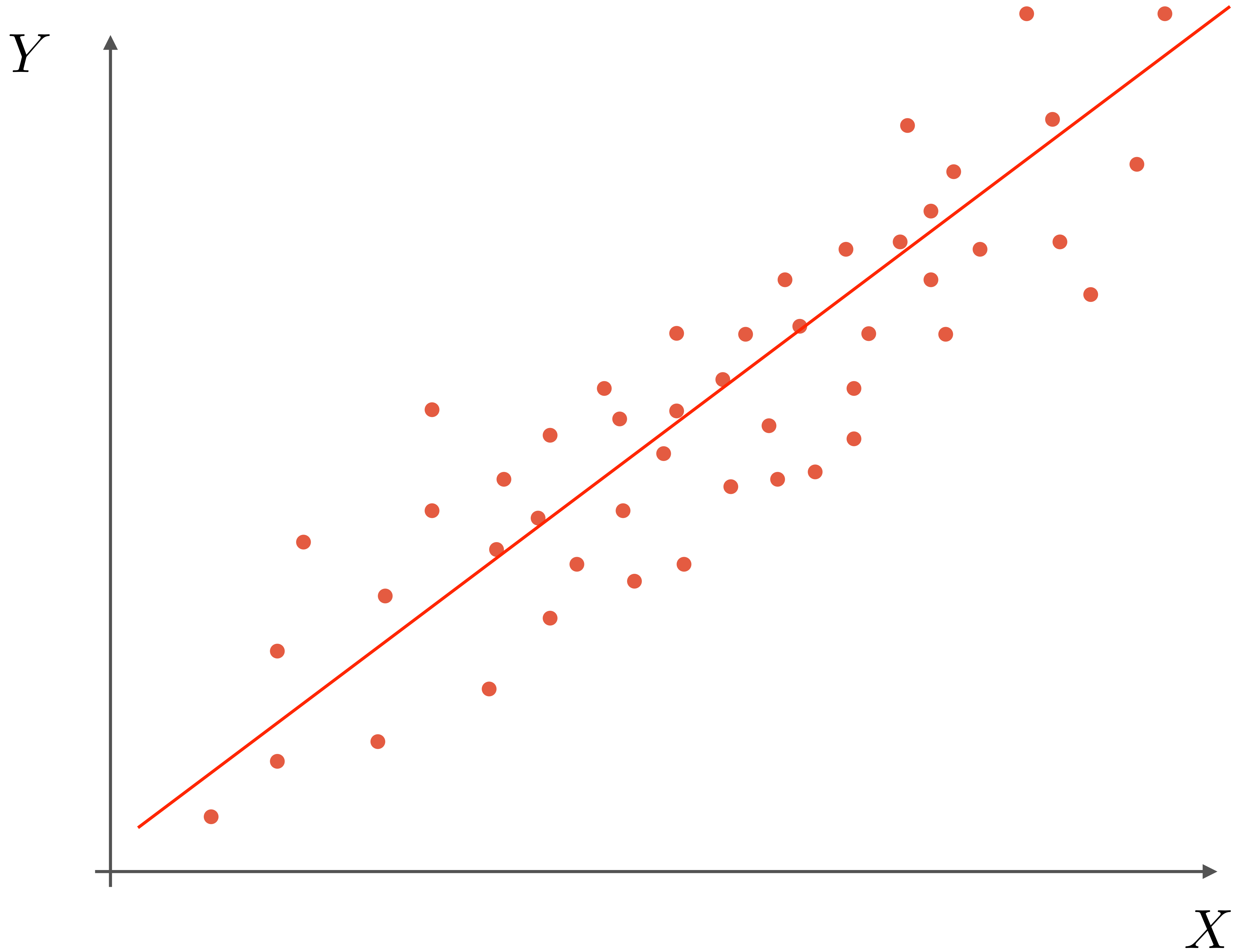


Y
(x_i, y_i)
y_i
x_i
X

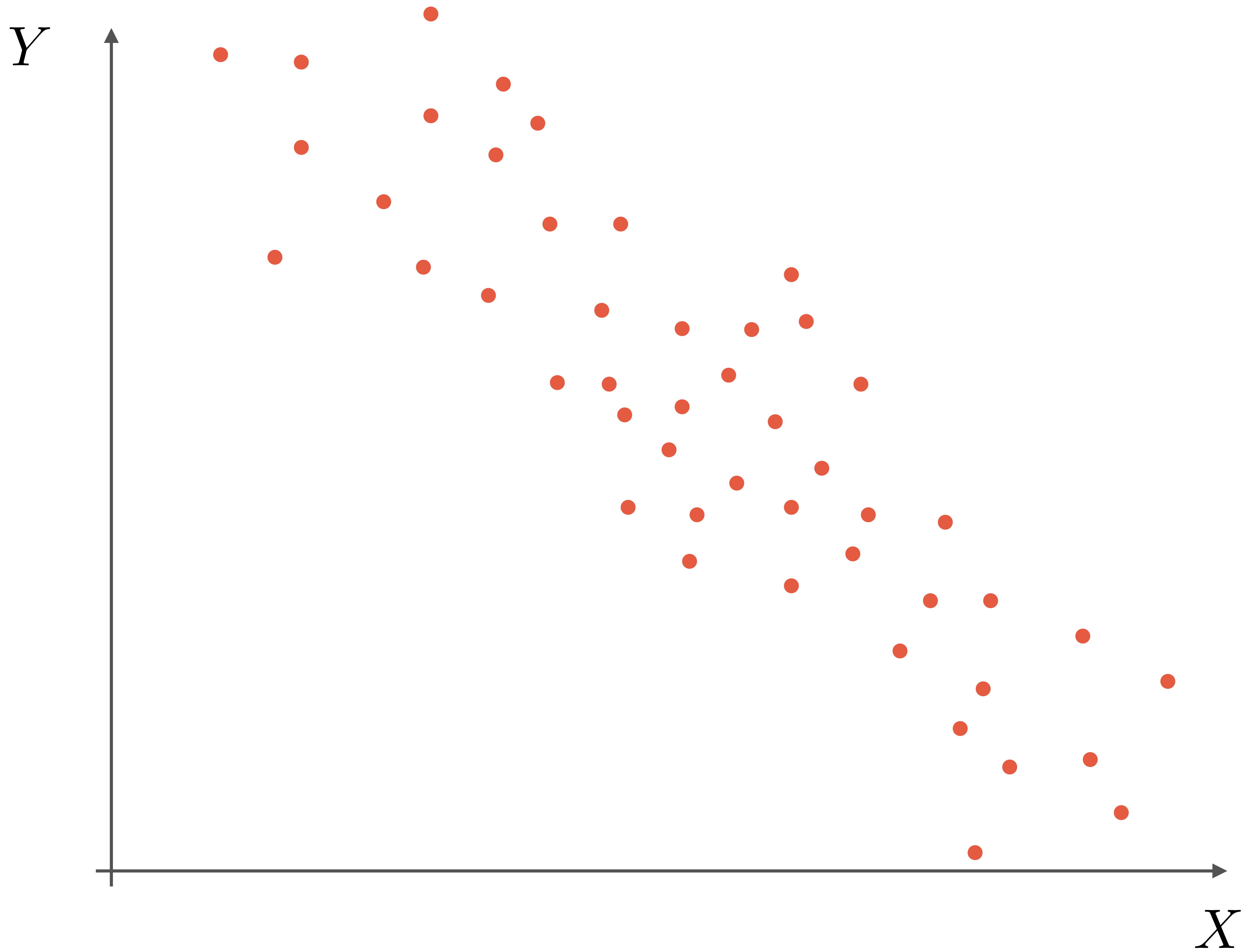


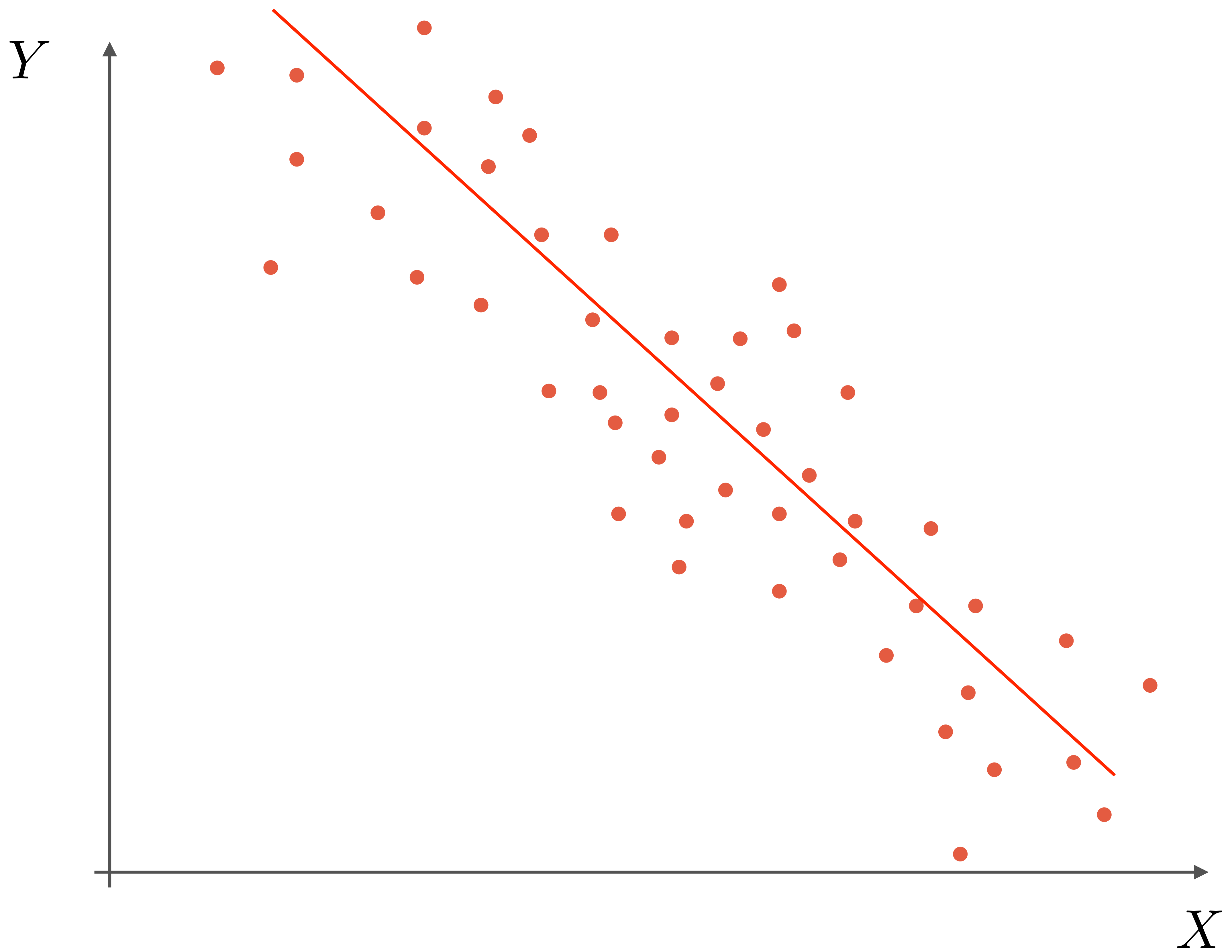
S'il y a un lien entre les variables, on s'attend à voir un « pattern » entre les points

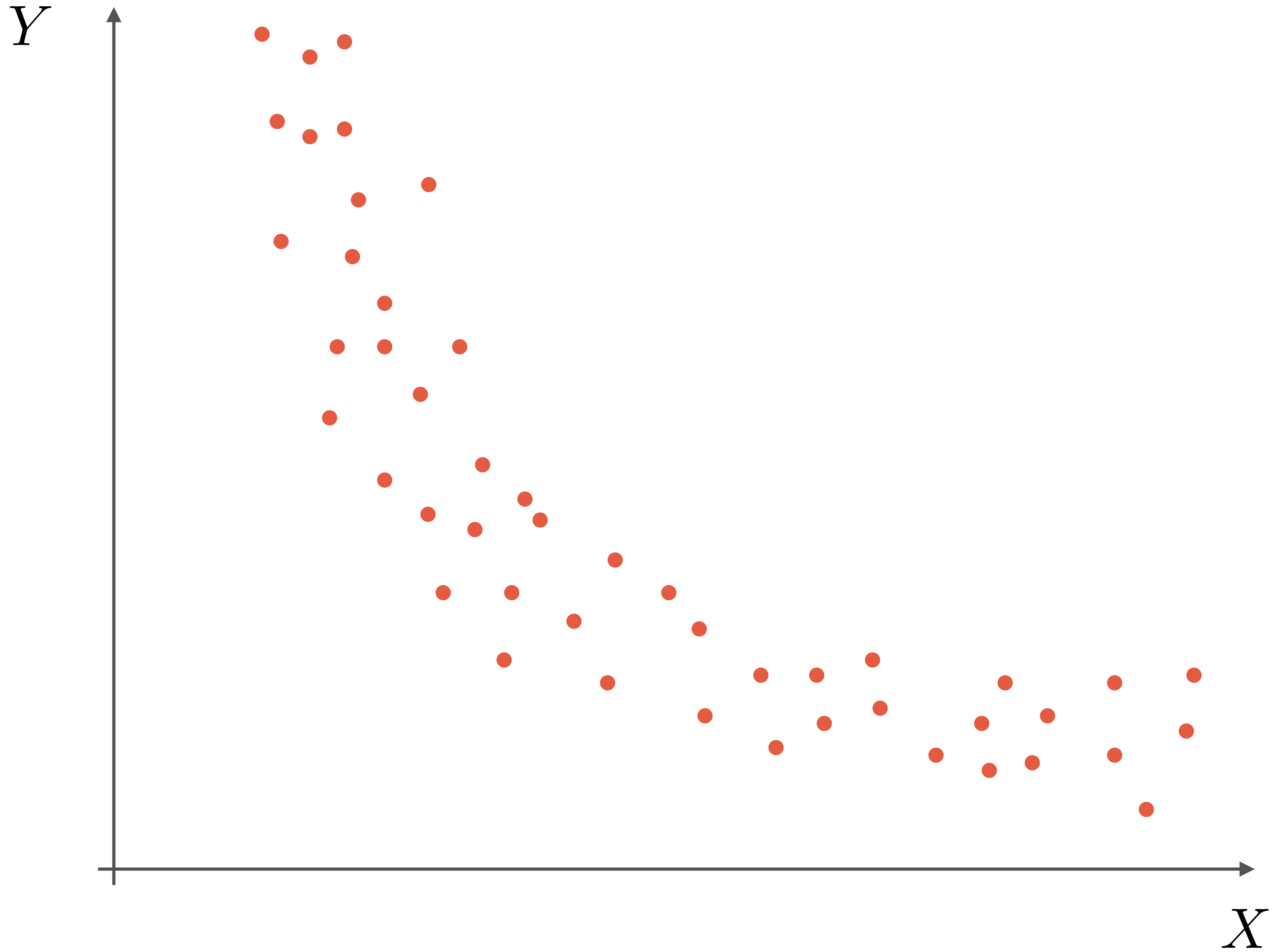

Y
X

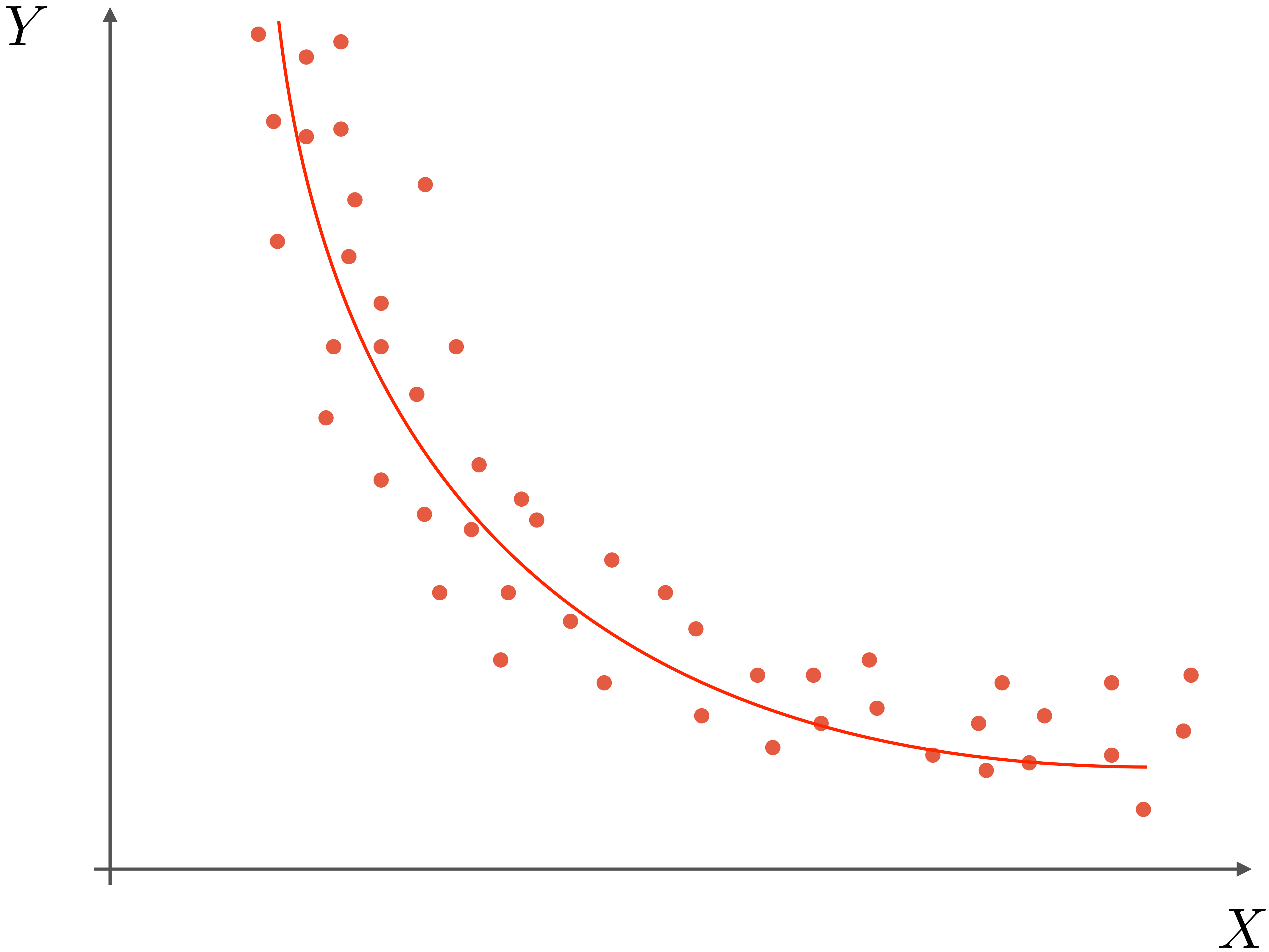


Y
X

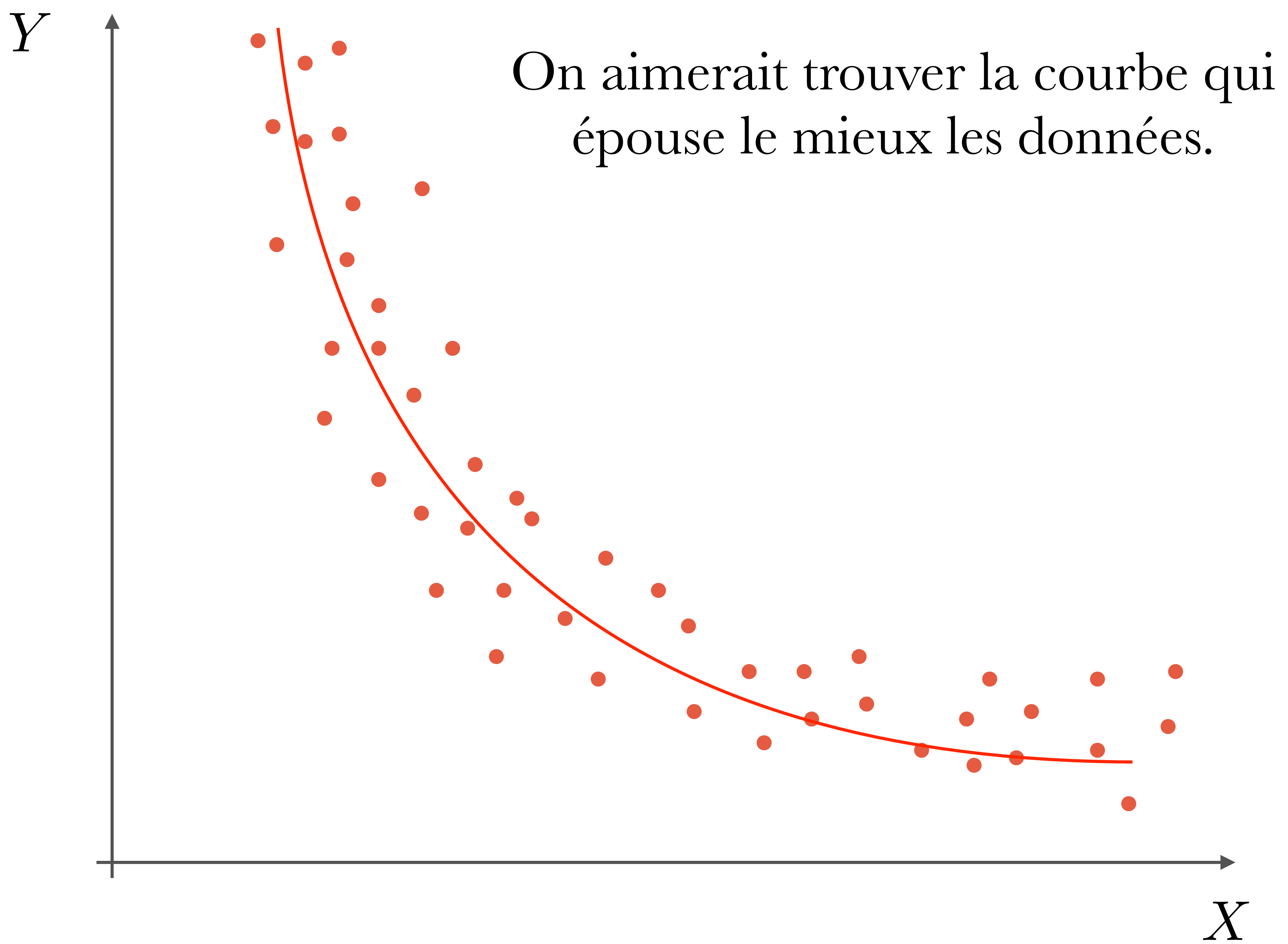

Y
X

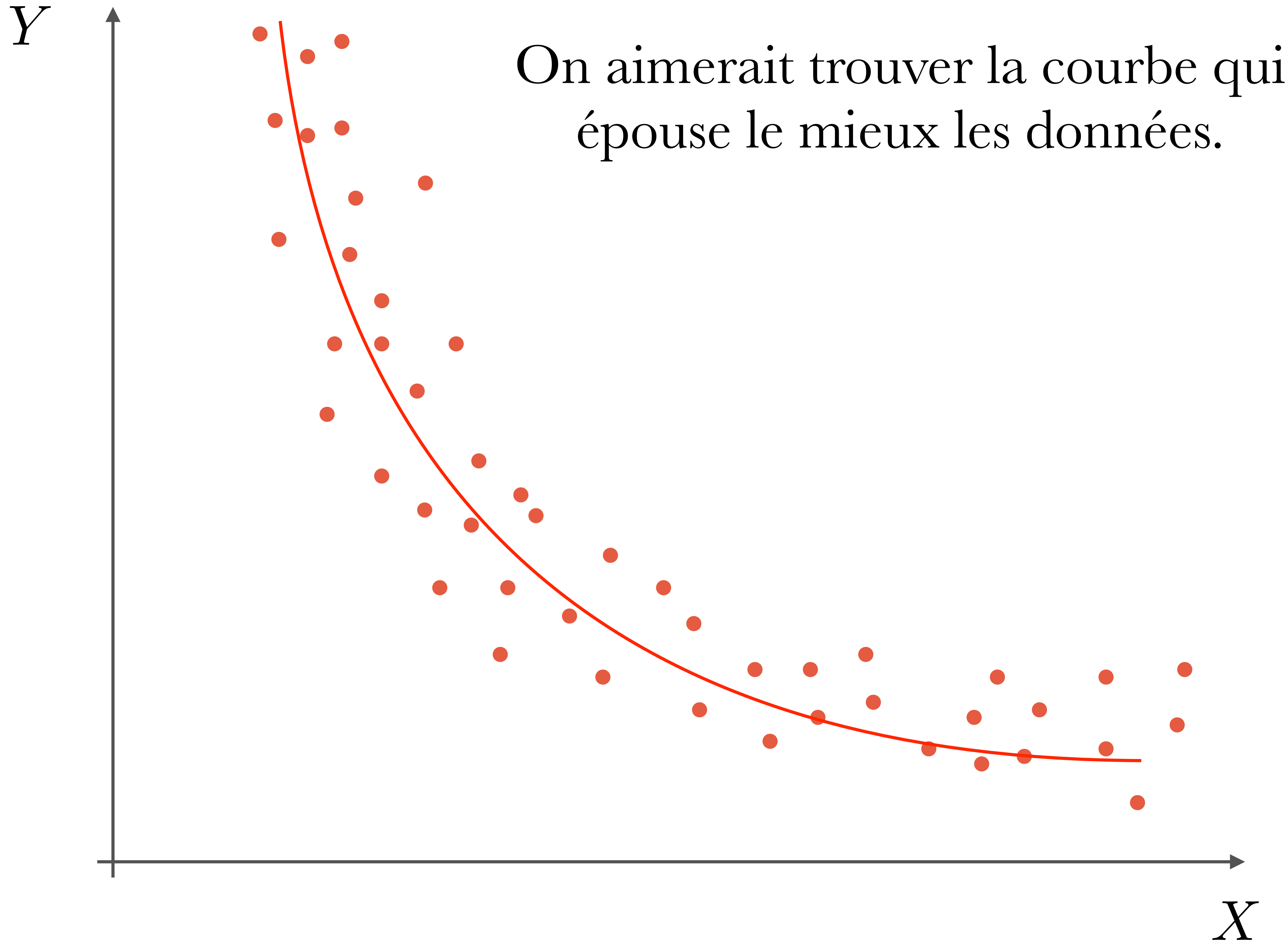

Y
X


Y
X

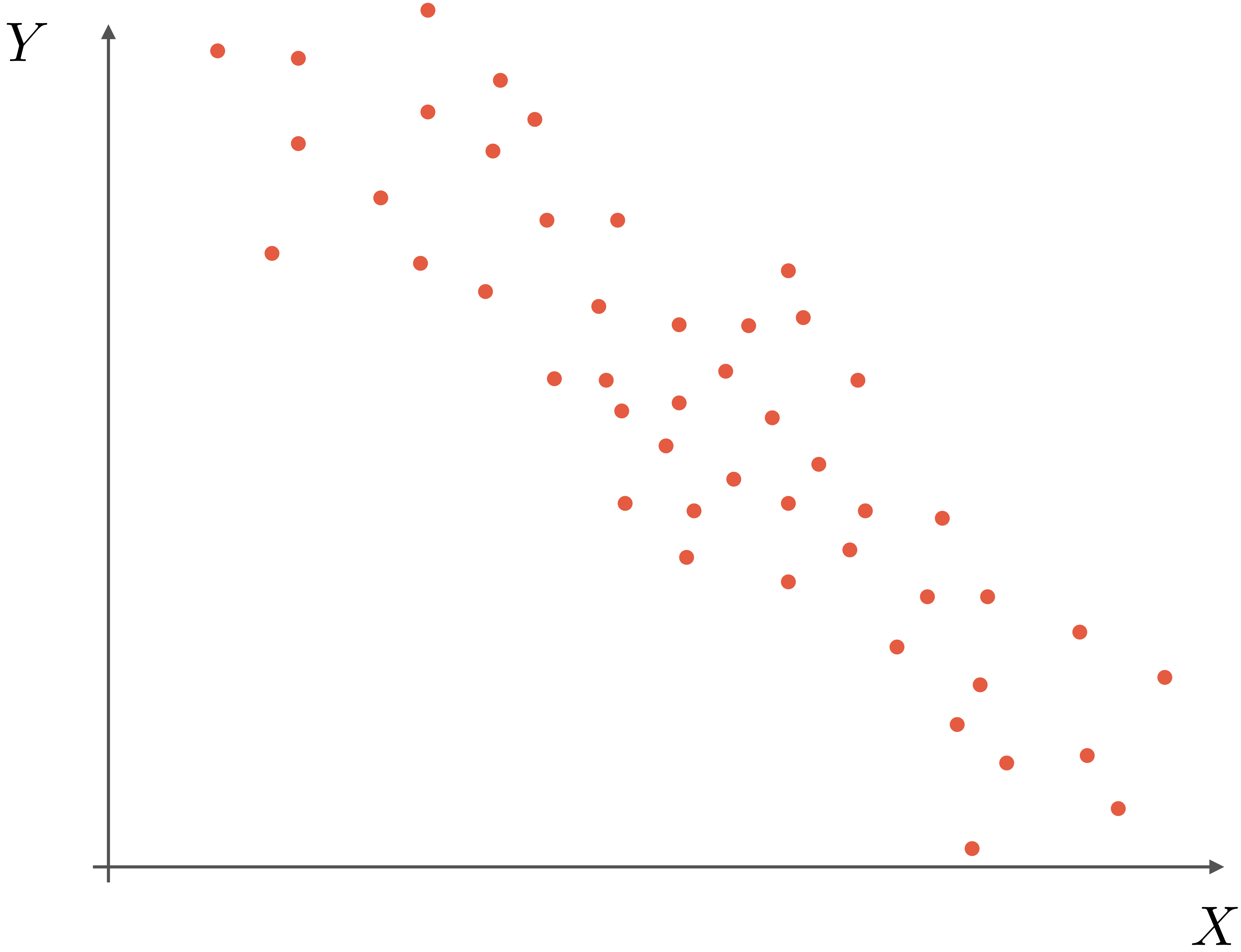


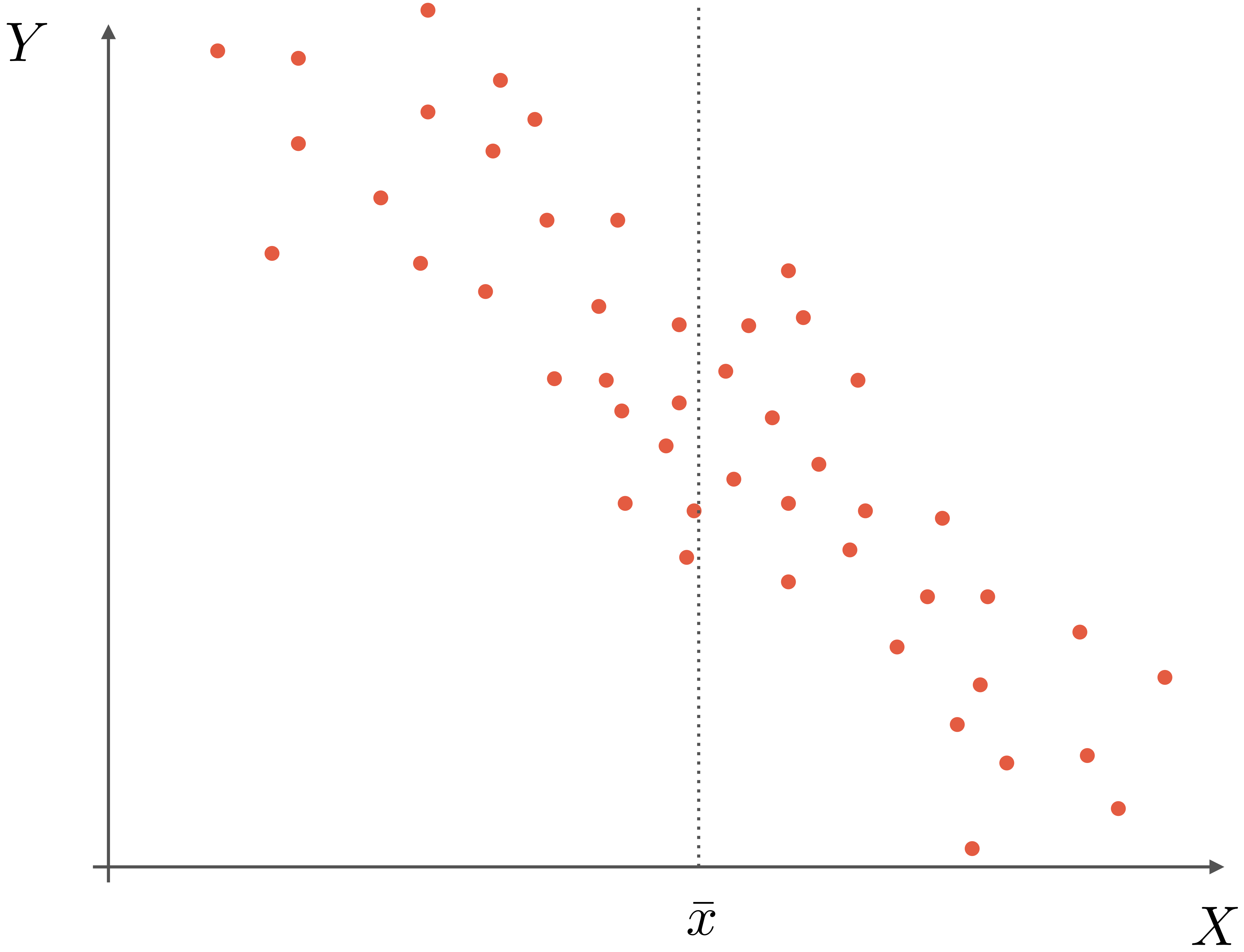
Y
X


Y
X
On aimerait trouver la courbe qui épouse le mieux les données.

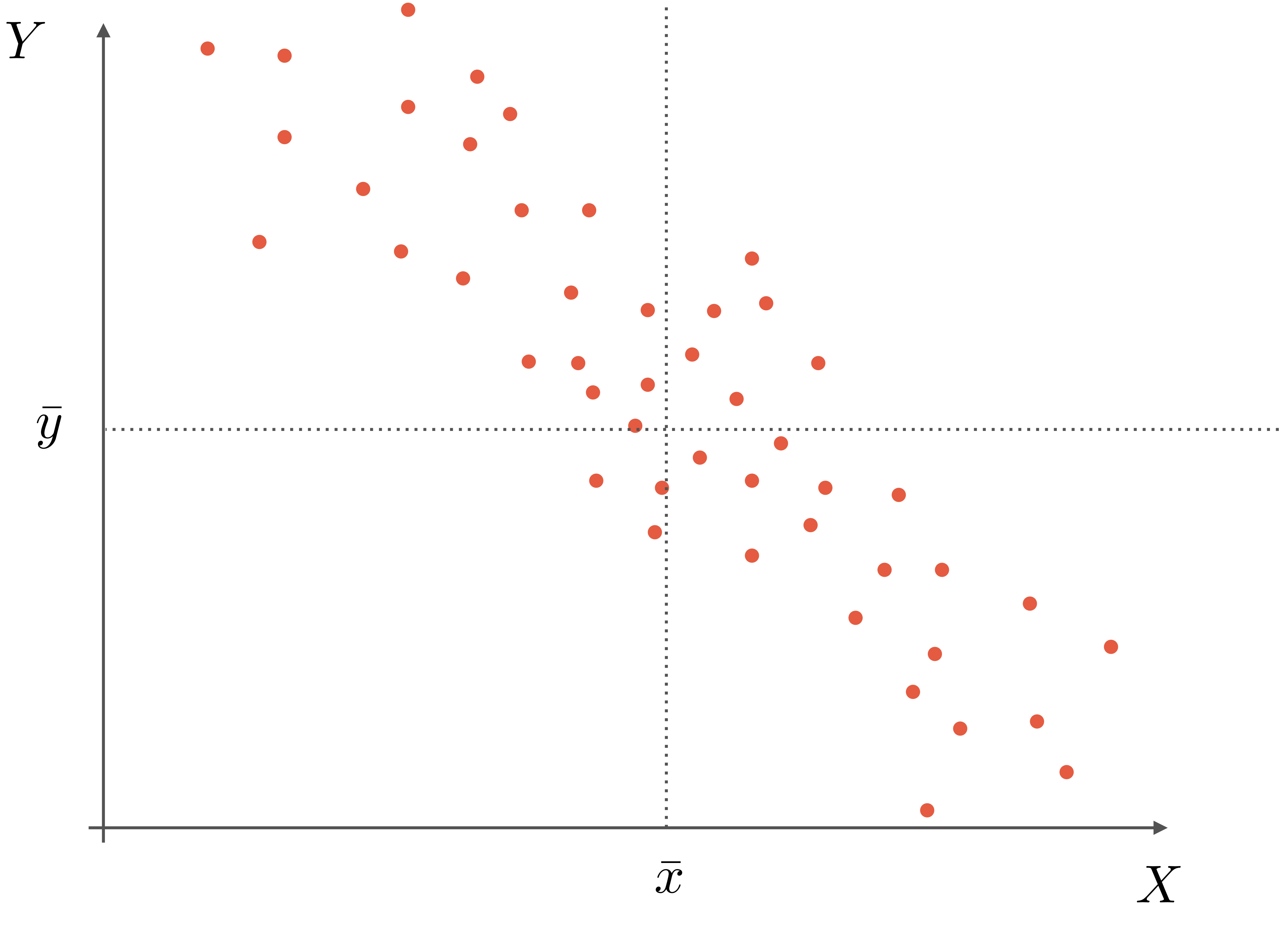


Mais on va se contenter de trouver la droite qui épouse le mieux les données.


Y
X

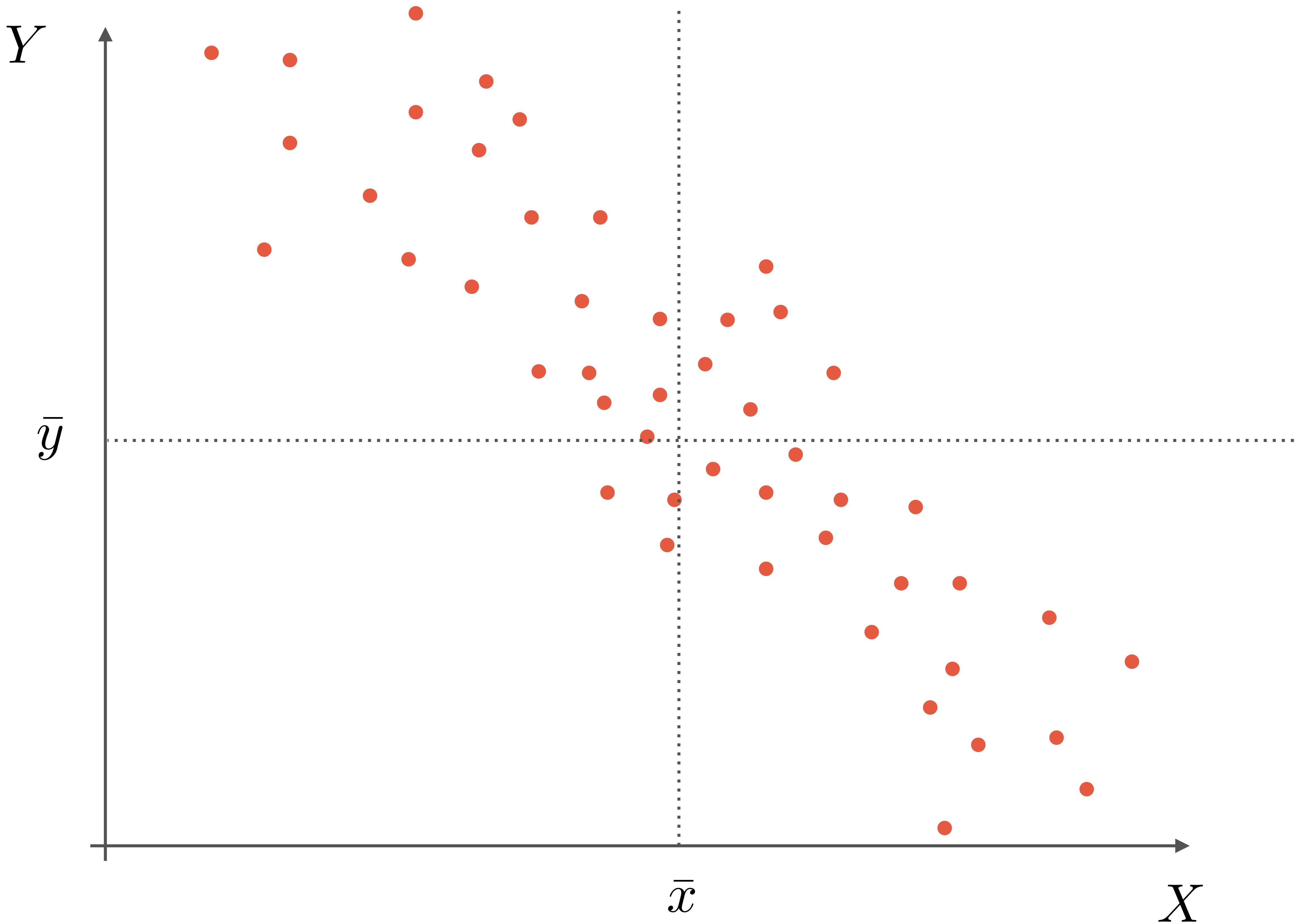


Y
X
$\bar{x}$

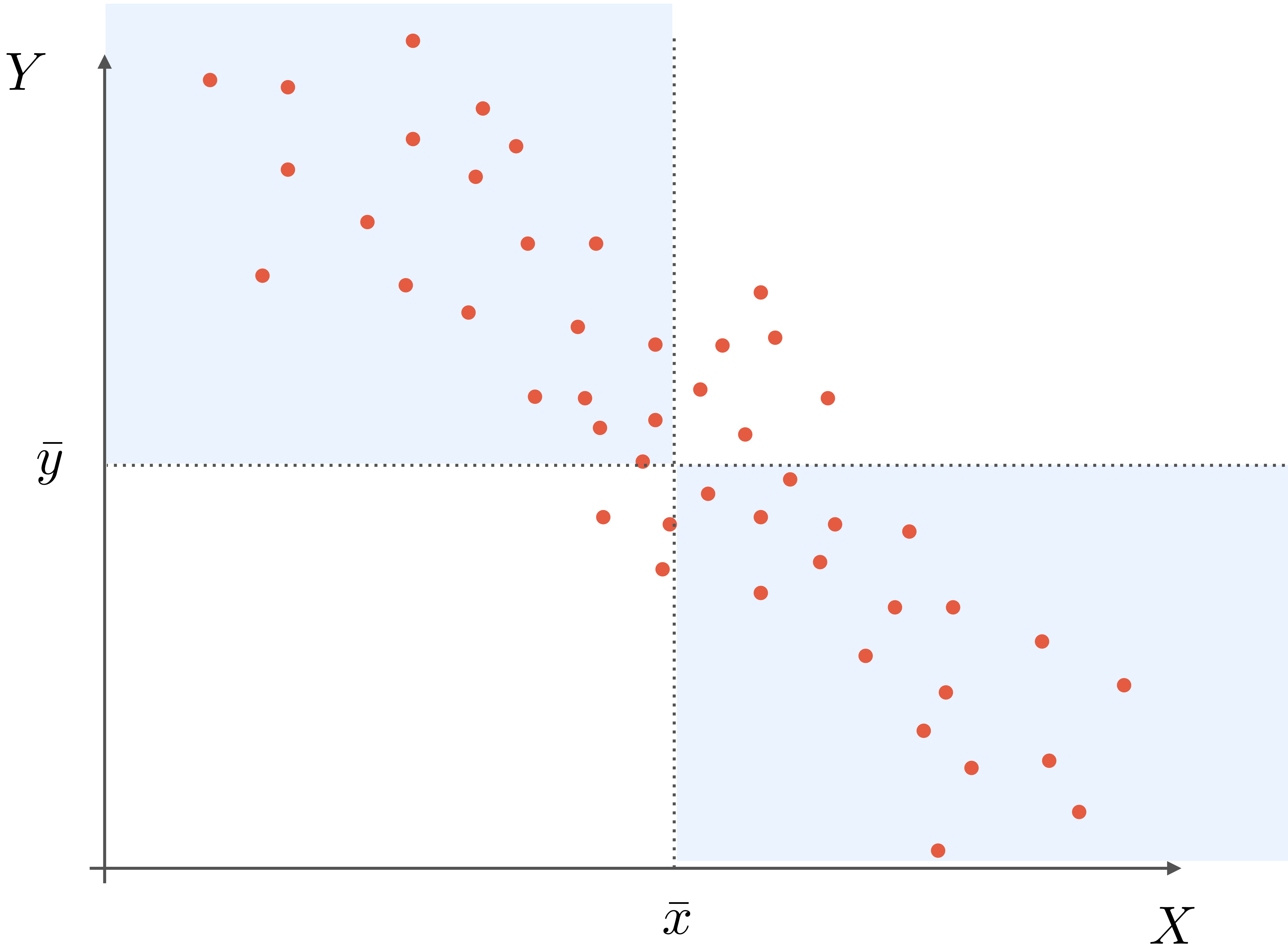


Y
$\bar{y}$
$\bar{x}$
X

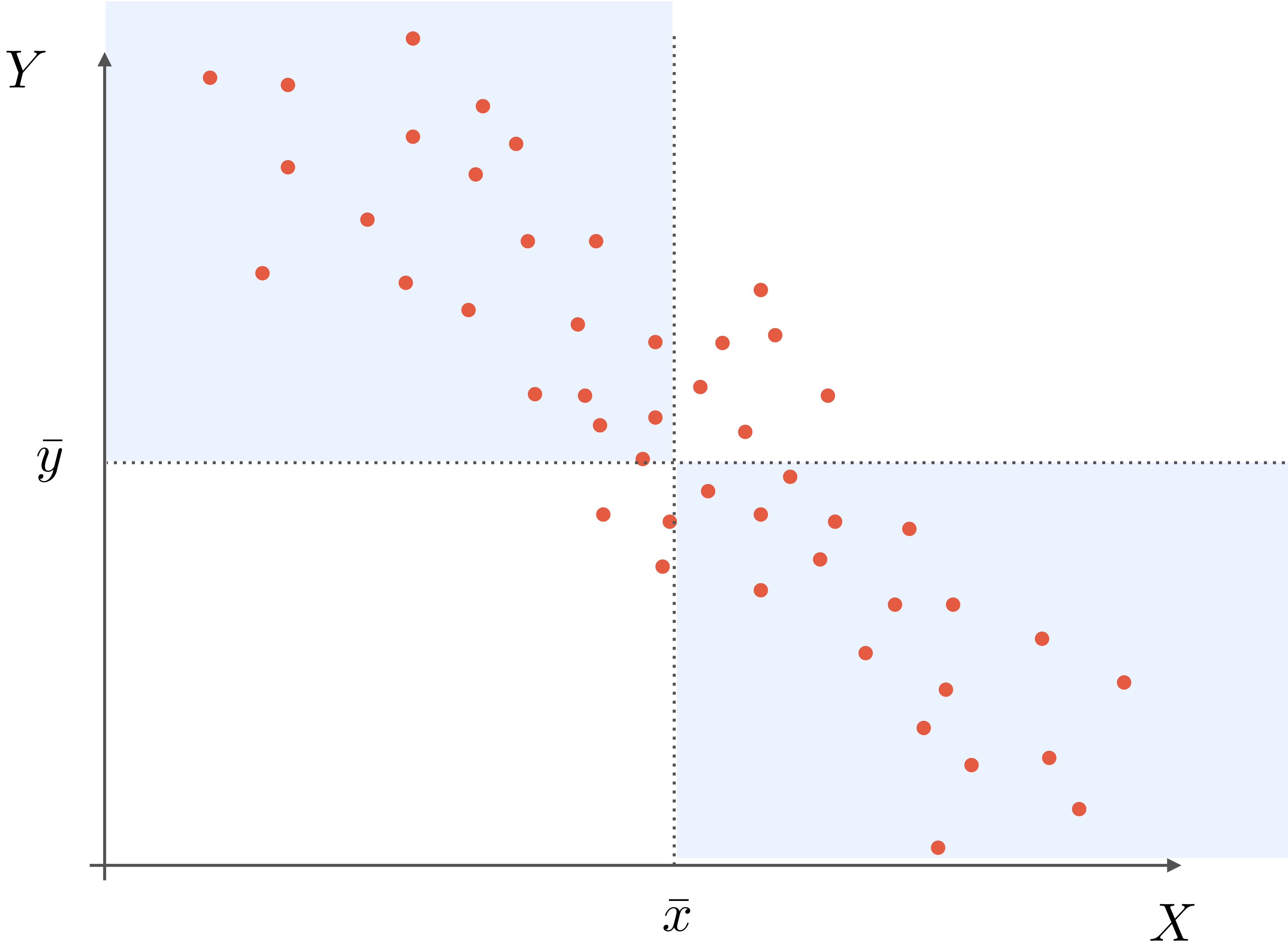
S'il y a un lien linéaire, on s'attend à avoir beaucoup de points ici



S'il y a un lien linéaire, on s'attend à avoir beaucoup de points ici

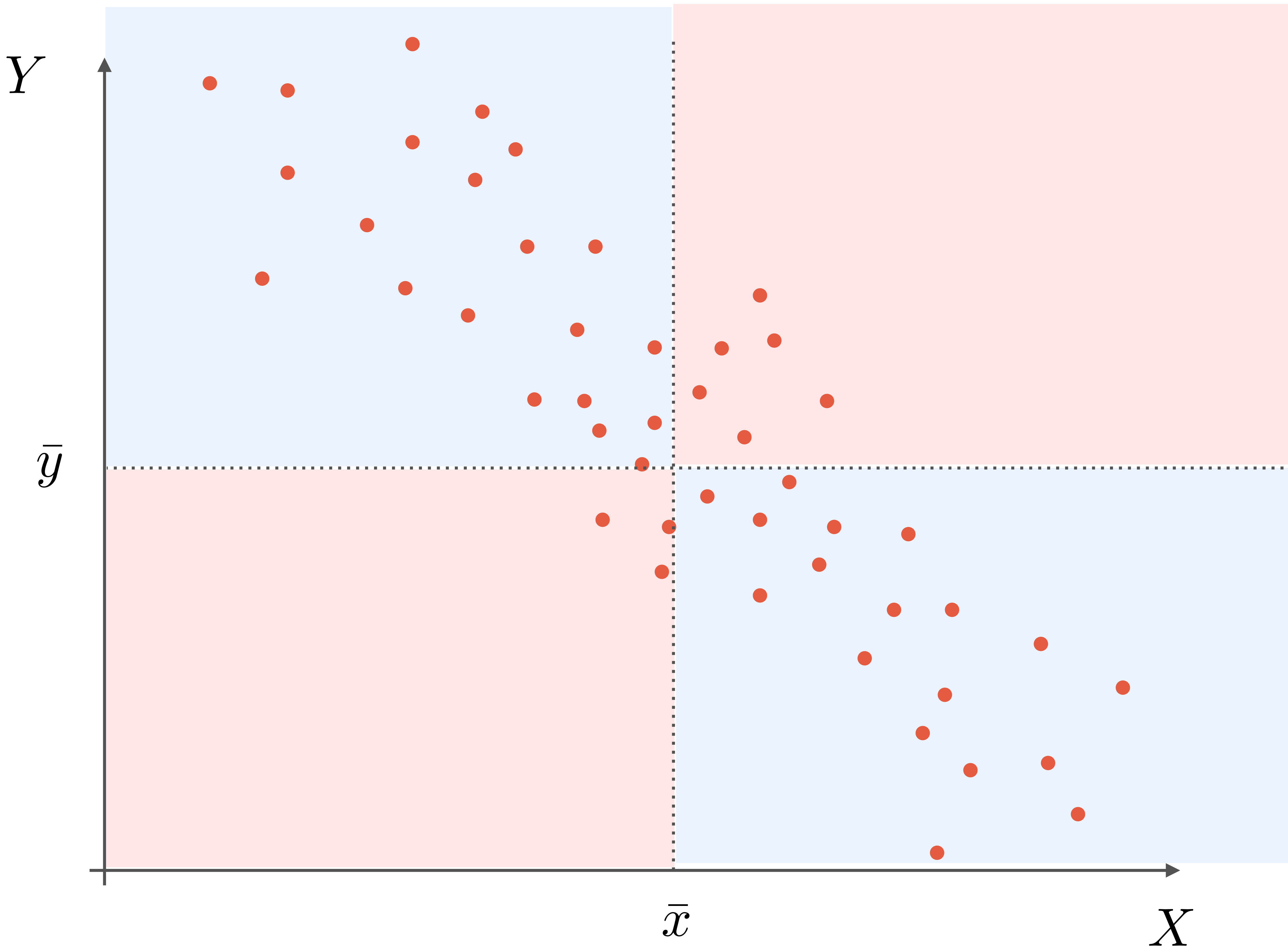


S'il y a un lien linéaire, on s'attend à avoir beaucoup de points ici



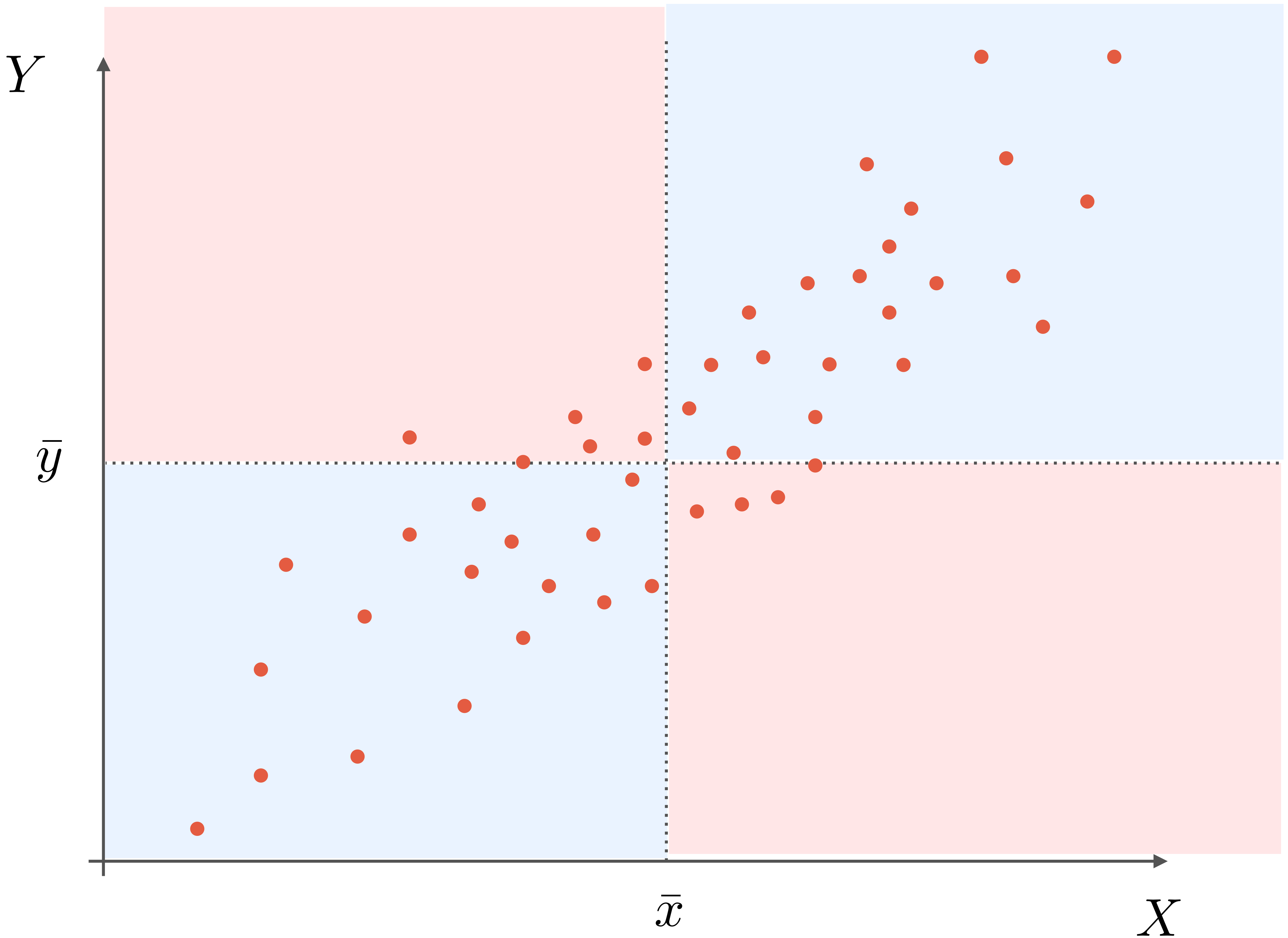
et très peu ici

S'il y a un lien linéaire, on s'attend à avoir beaucoup de points ici

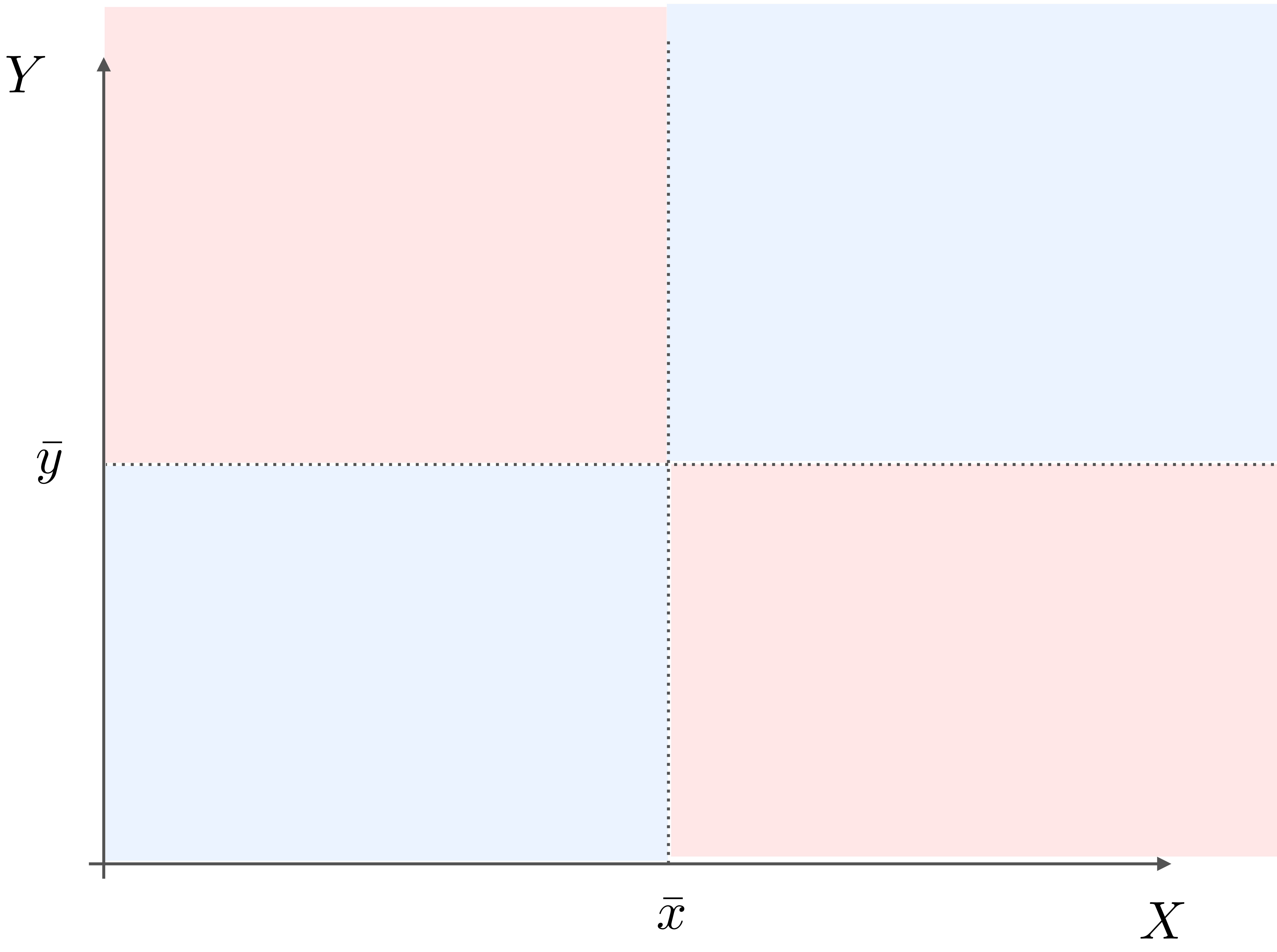


et très peu ici

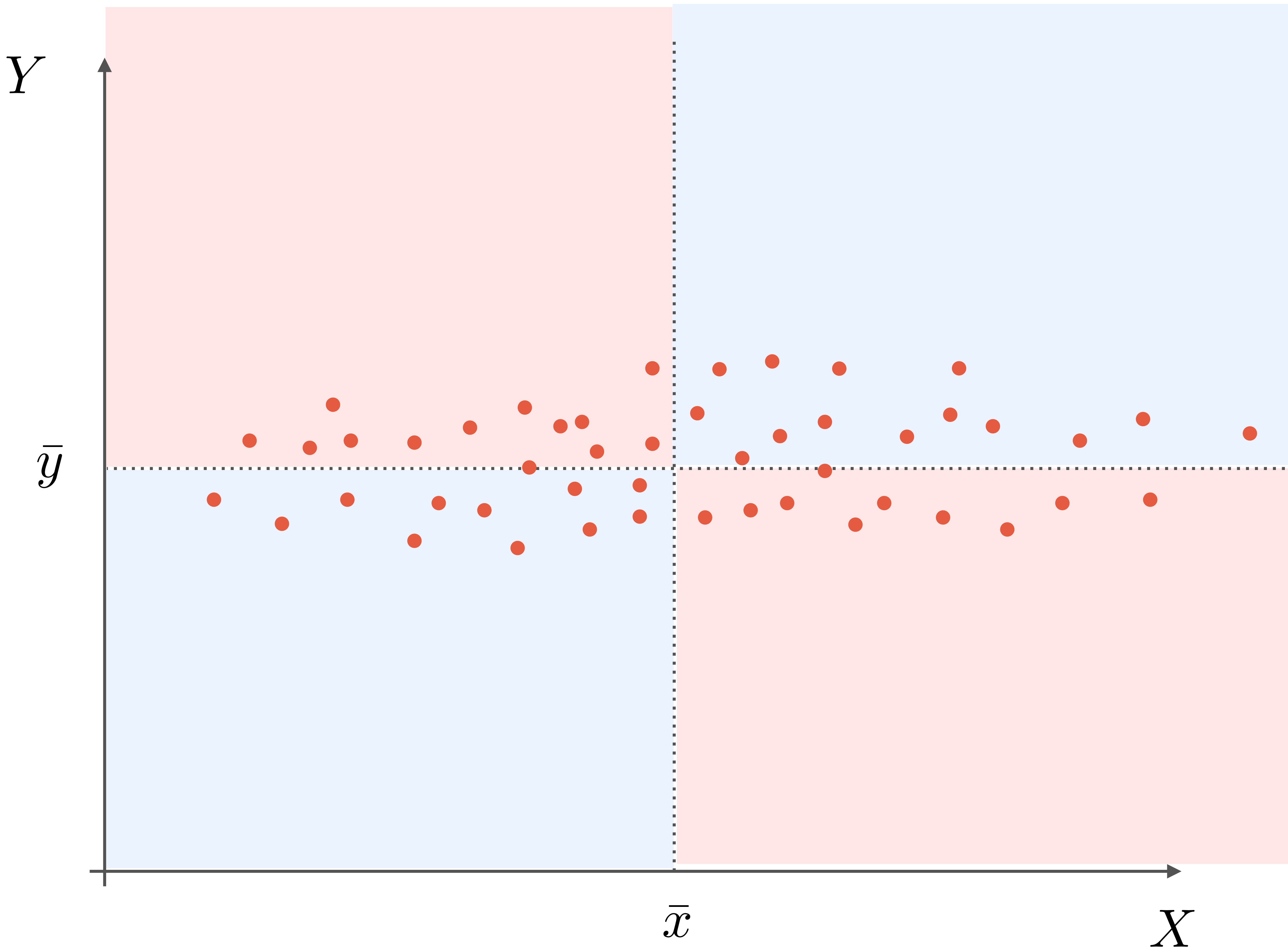
Ou vice versa



Or on a un problème si X a une grande variance et Y une petite



Or on a un problème si X a une grande variance et Y une petite



C’est pour cette raison qu’on va travailler avec les variables centrées réduites.

C'est pour cette raison qu'on va travailler avec les variables centrées réduites.

$$Z_X = \frac{X - \bar{x}}{s_x}$$

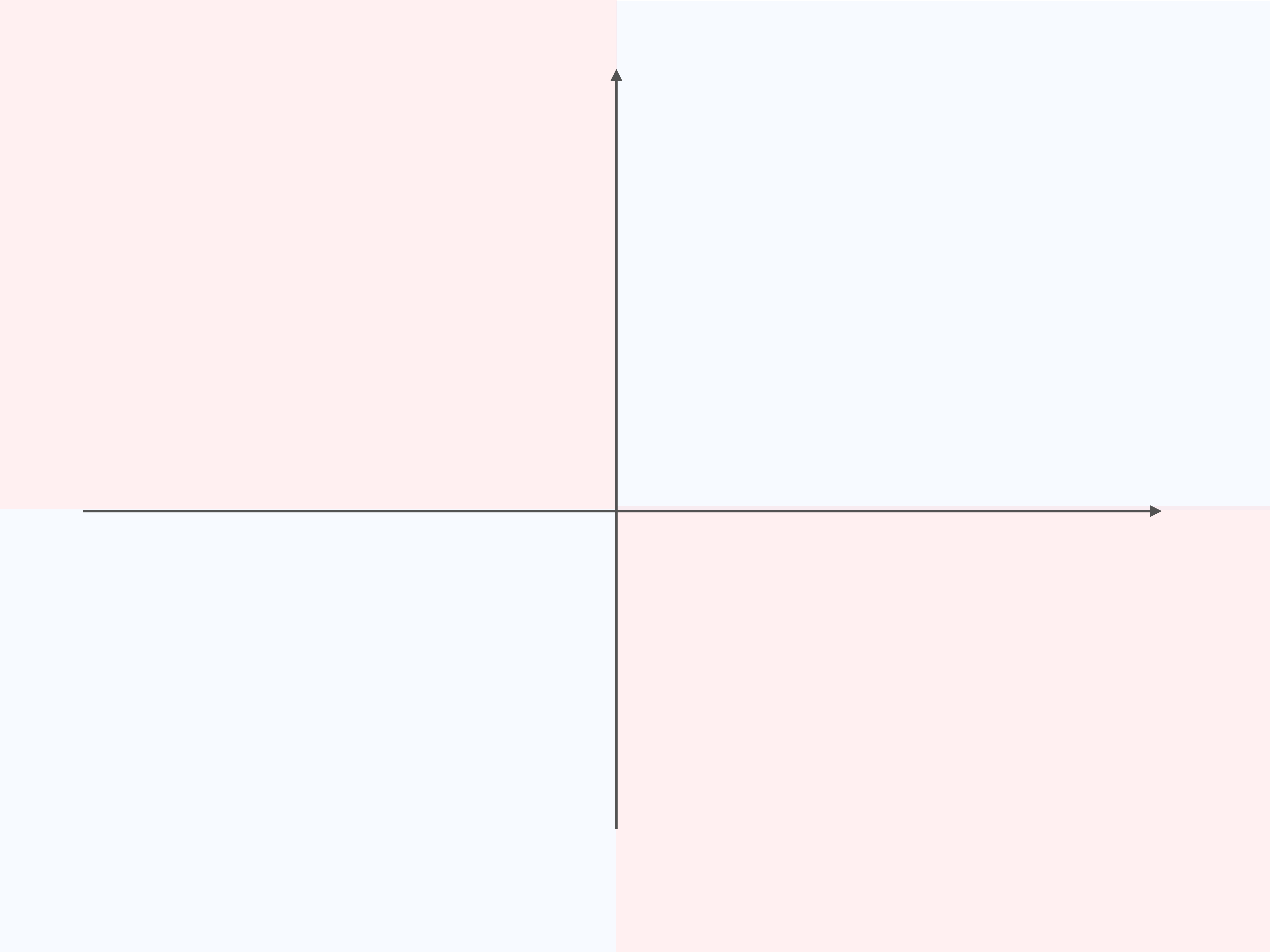
C’est pour cette raison qu’on va travailler avec les variables centrées réduites.

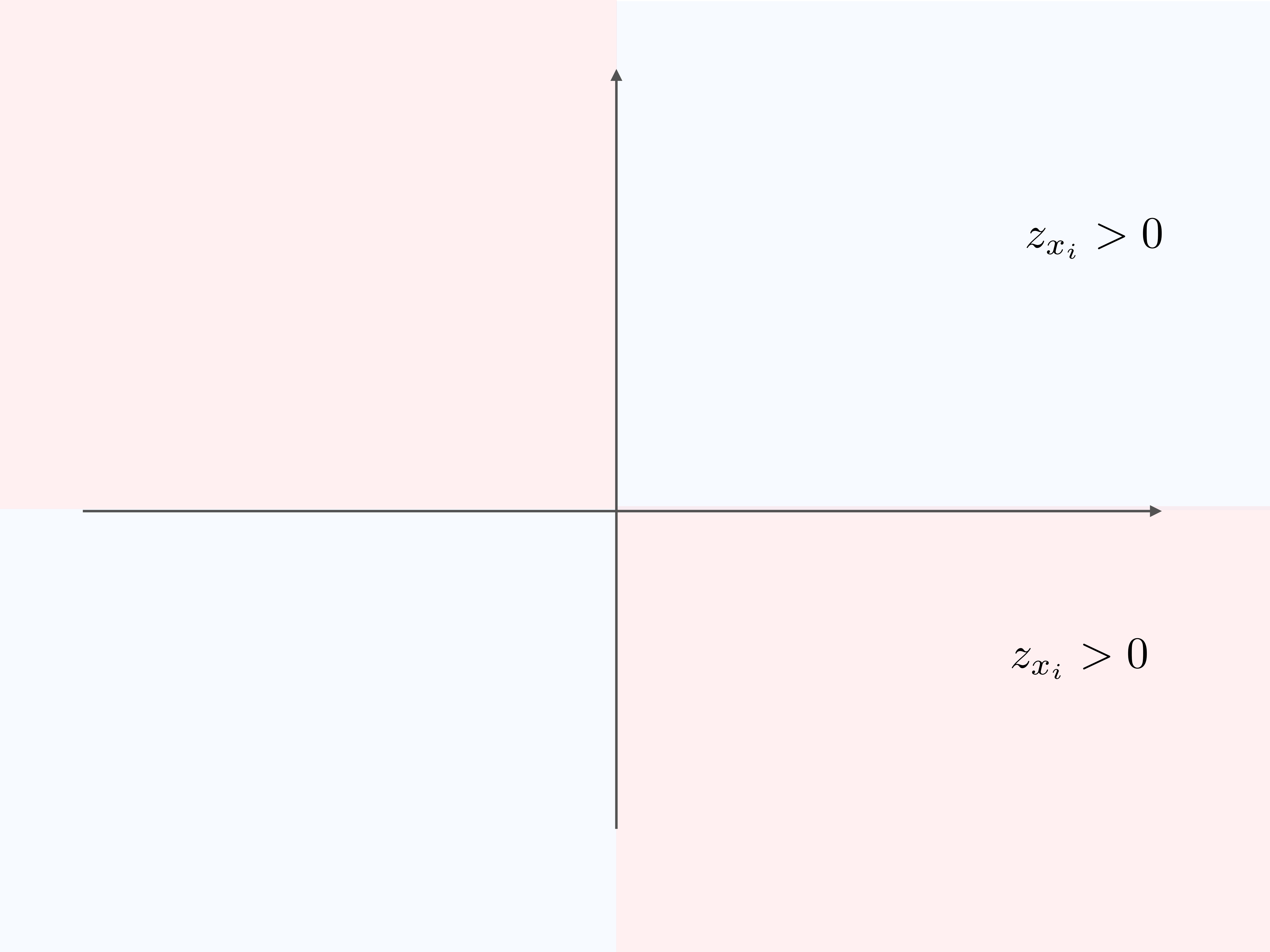
$$Z_X = \frac{X - \bar{x}}{s_x} \qquad\qquad Z_Y = \frac{Y - \bar{y}}{s_y}$$

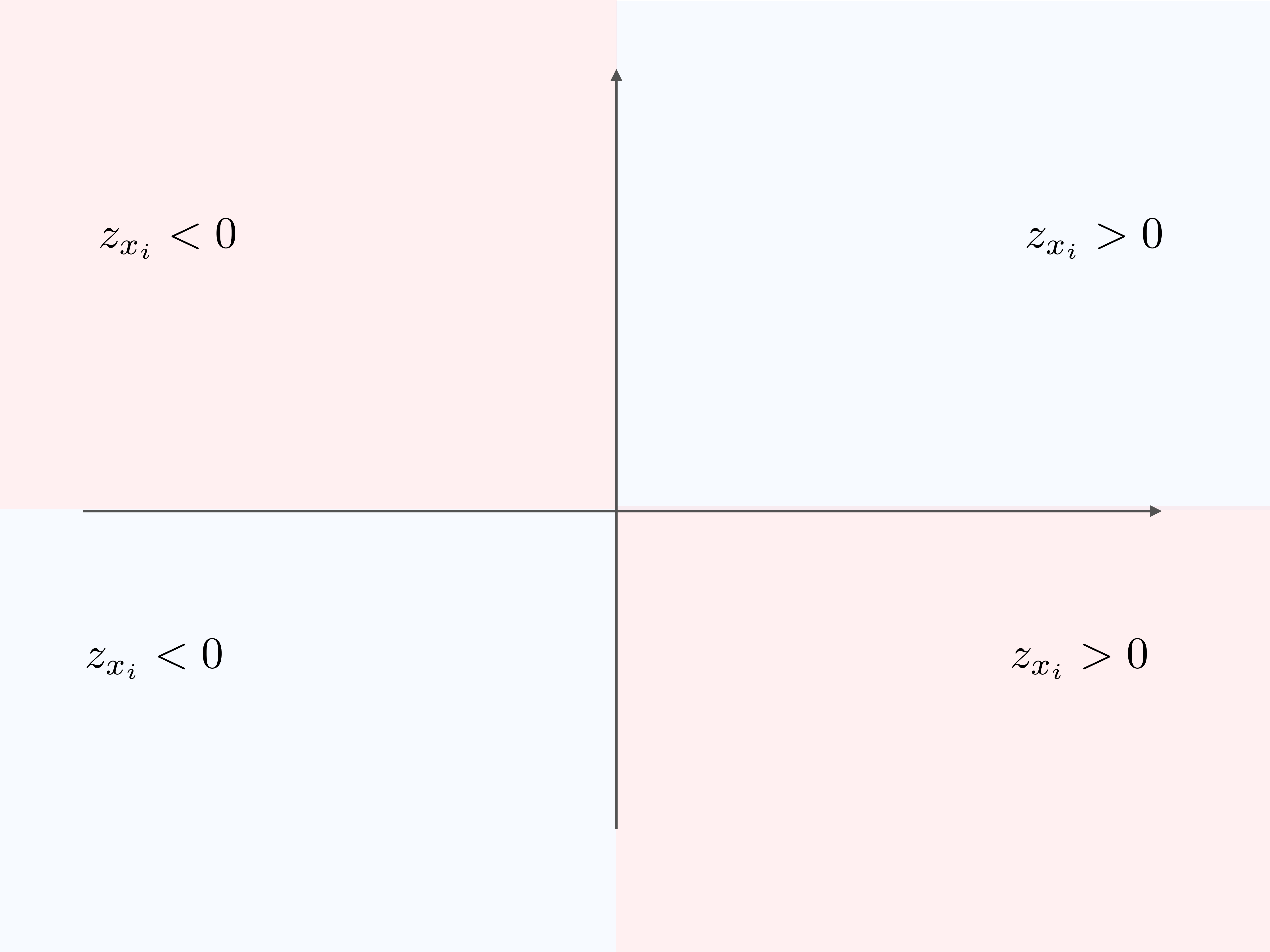
C'est pour cette raison qu'on va travailler avec les variables centrées réduites.

$$Z_X = \frac{X - \bar{x}}{s_x} \qquad\qquad Z_Y = \frac{Y - \bar{y}}{s_y}$$

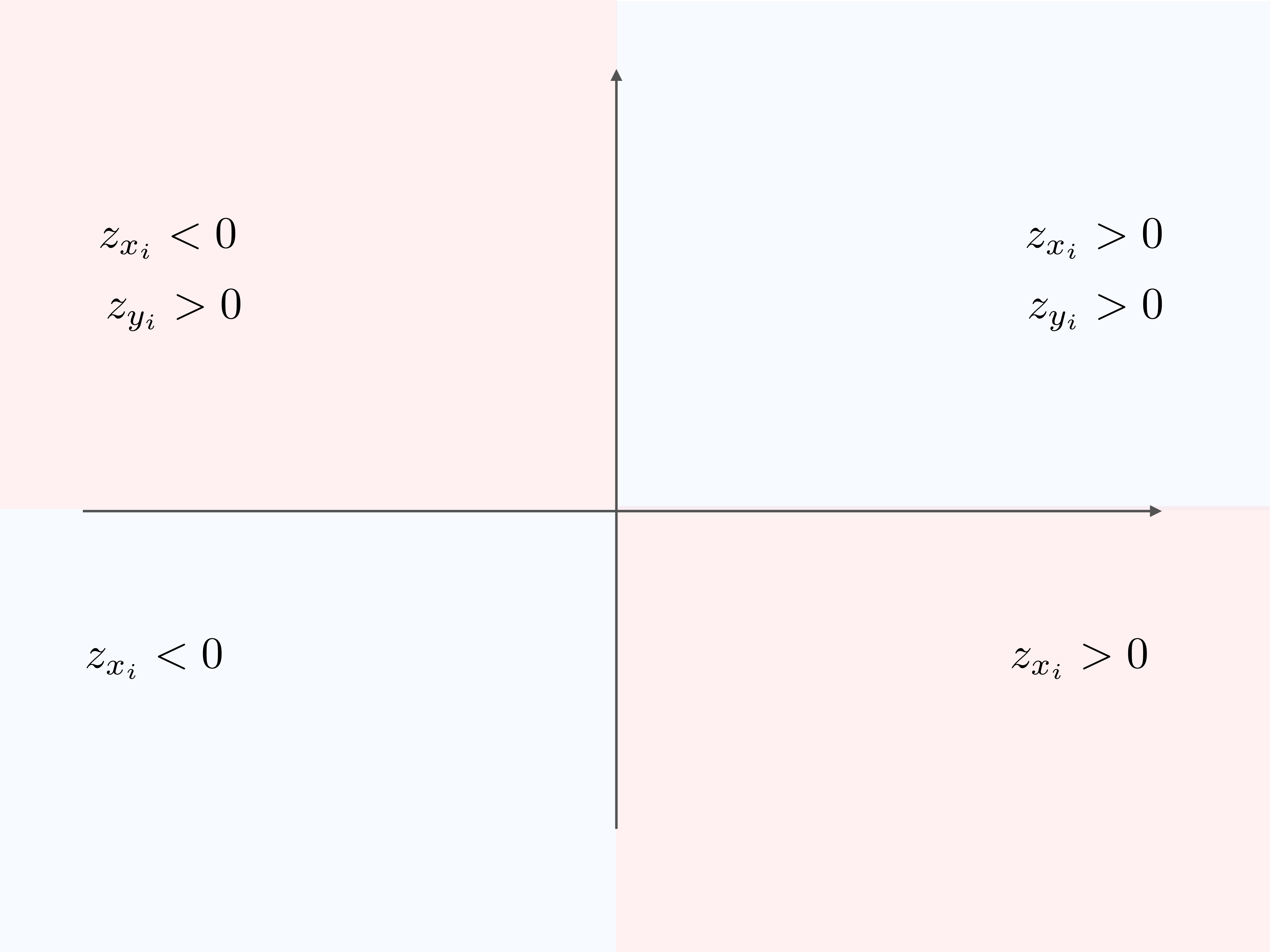
en divisant par l'écart type échantillonnal, car on travaille habituellement avec des échantillons.

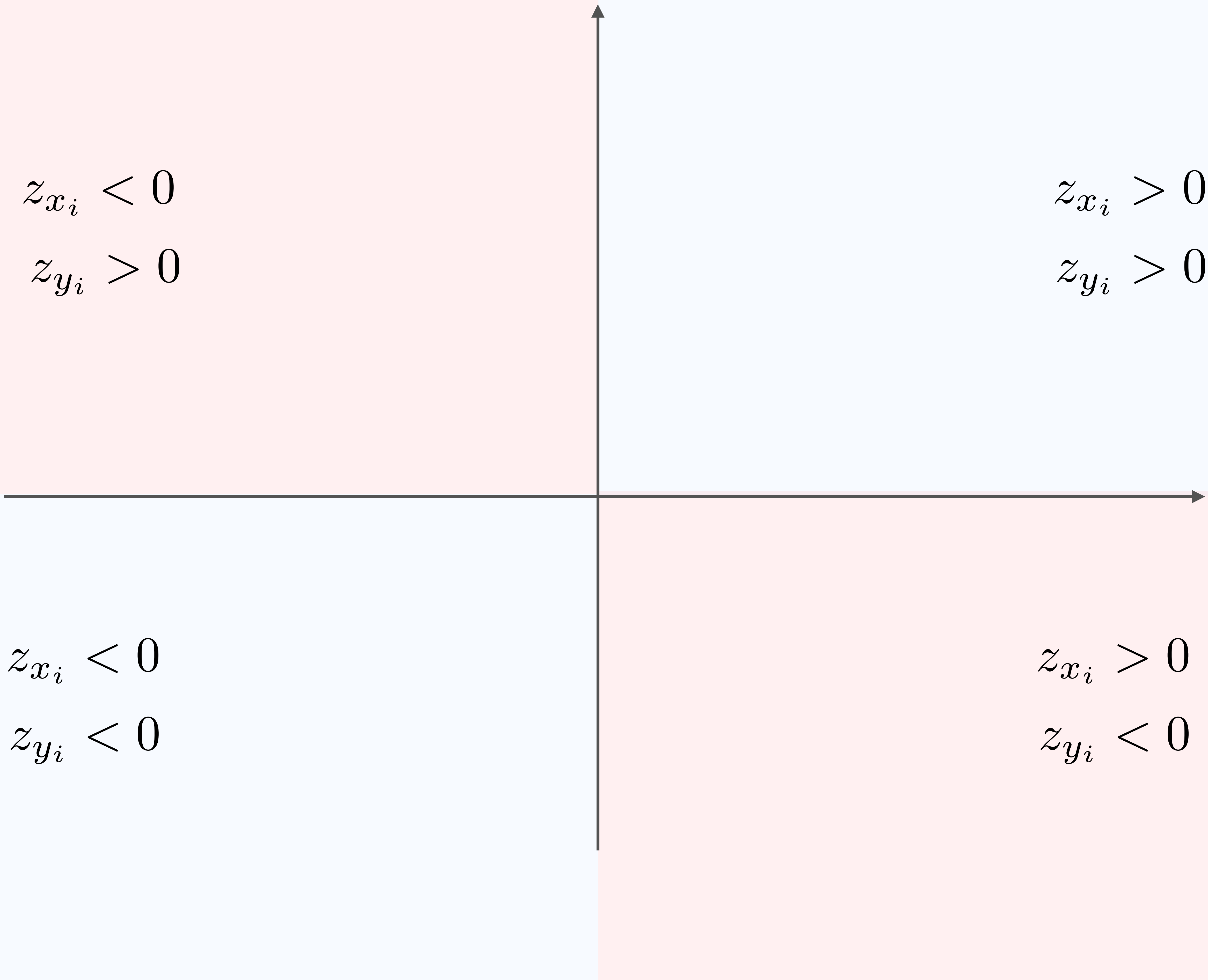


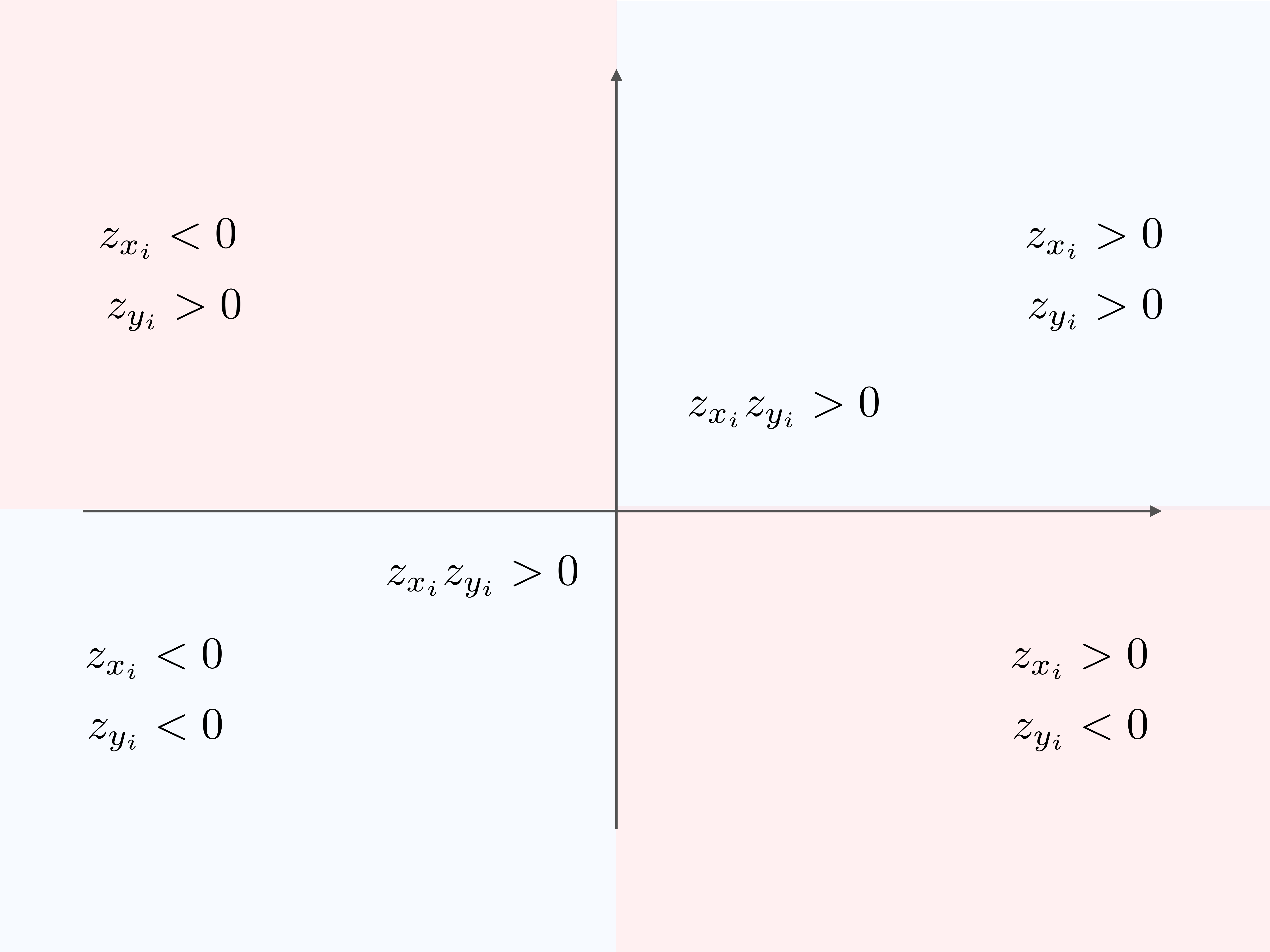

$z_{x_i} > 0$
$z_{x_i} > 0$

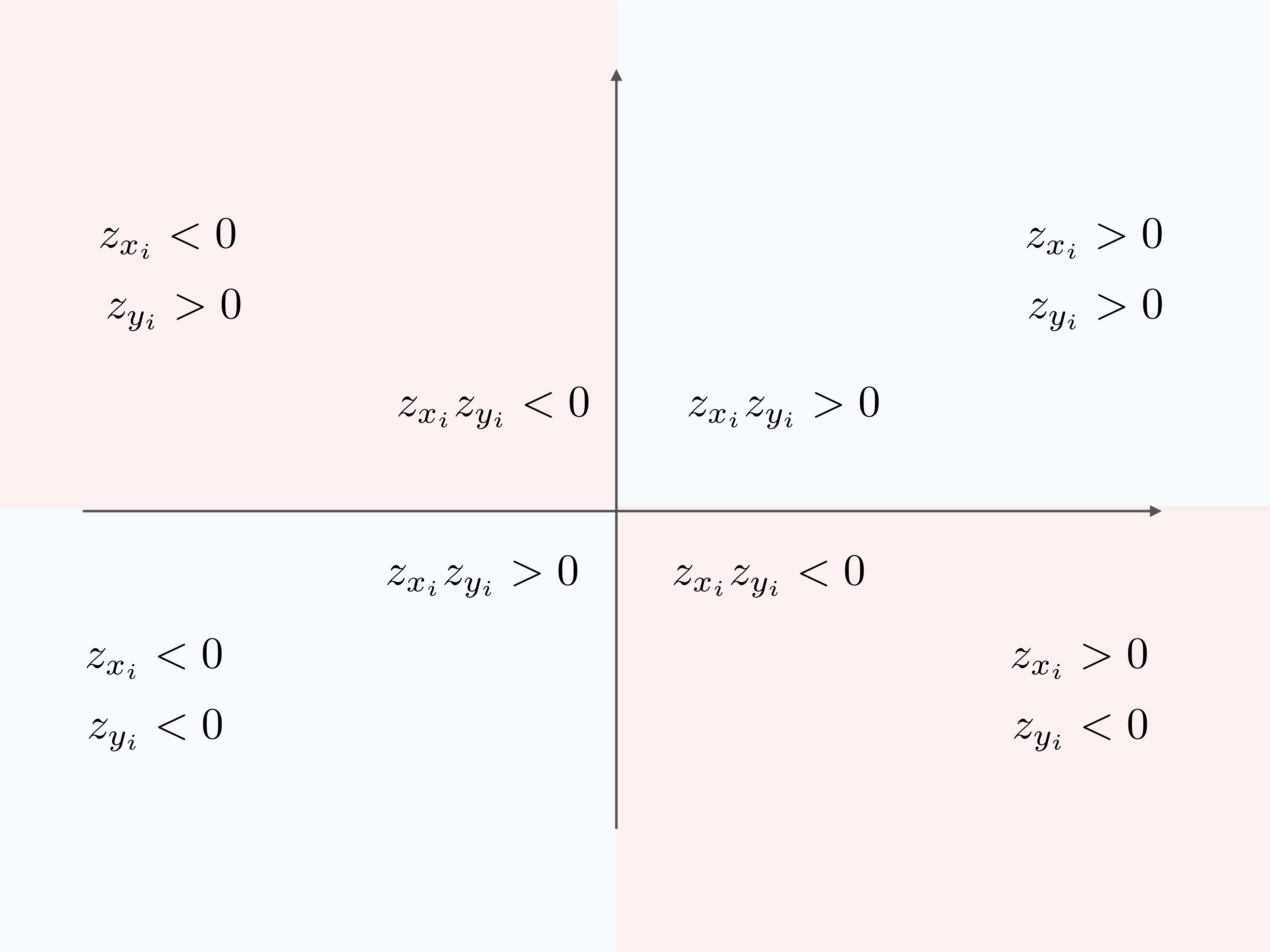


$z_{x_i} < 0$
$z_{x_i} > 0$
$z_{x_i} < 0$
$z_{x_i} > 0$


$z_{x_i} < 0$
$z_{y_i} > 0$
$z_{x_i} > 0$
$z_{y_i} > 0$
$z_{x_i} < 0$
$z_{x_i} > 0$


$z_{x_i} < 0$
$z_{y_i} > 0$
$z_{x_i} > 0$
$z_{y_i} > 0$
$z_{x_i} < 0$
$z_{y_i} < 0$
$z_{x_i} > 0$
$z_{y_i} < 0$


$z_{x_i} < 0$
$z_{y_i} > 0$
$z_{x_i} > 0$
$z_{y_i} > 0$
$z_{x_i} z_{y_i} > 0$
$z_{x_i} z_{y_i} > 0$
$z_{x_i} < 0$
$z_{y_i} < 0$
$z_{x_i} > 0$
$z_{y_i} < 0$



$z_{x_i} < 0$
$z_{y_i} > 0$
$z_{x_i} > 0$
$z_{y_i} > 0$
$z_{x_i} z_{y_i} < 0$
$z_{x_i} z_{y_i} > 0$
$z_{x_i} z_{y_i} > 0$
$z_{x_i} z_{y_i} < 0$
$z_{x_i} < 0$
$z_{y_i} < 0$
$z_{x_i} > 0$
$z_{y_i} < 0$

On défini le **coefficient de corrélation**

On défini le **coefficient de corrélation**

r

On défini le **coefficient de corrélation**

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} z_{x_i} z_{y_i}}{n-1}$$

On défini le **coefficient de corrélation**

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} z_{x_i} z_{y_i}}{\boxed{n-1}}$$

on utilise n-1 car on utilise

On défini le **coefficient de corrélation**

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} z_{x_i} z_{y_i}}{n-1}$$

on utilise n-1 car on utilise

s

On défini le **coefficient de corrélation**

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} z_{x_i} z_{y_i}}{\boxed{n-1}}$$

on utilise n-1 car on utilise

s

et non

σ

On défini le **coefficient de corrélation**

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} z_{x_i} z_{y_i}}{\boxed{n-1}}$$

on utilise n-1 car on utilise

s

et non

σ

Plus r est grand positivement plus les points se retrouvent dans la région bleue

On défini le **coefficient de corrélation**

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} z_{x_i} z_{y_i}}{n-1}$$

on utilise n-1 car on utilise

s

et non

σ

Plus r est grand positivement plus les points se retrouvent dans la région bleue

Plus r est grand négativement plus les points se retrouvent dans la région rose

On défini le **coefficient de corrélation**

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} z_{x_i} z_{y_i}}{\boxed{n-1}}$$

on utilise n-1 car on utilise

s

et non

σ

Plus r est grand positivement plus les points se retrouvent dans la région bleue

Plus r est grand négativement plus les points se retrouvent dans la région rose

Plus r est près de 0, plus les points sont autant dans le bleu que dans le rouge.

On défini le **coefficient de corrélation**

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} z_{x_i} z_{y_i}}{\boxed{n-1}}$$

on utilise n-1 car on utilise

s

et non

σ

Plus r est grand positivement plus les points se retrouvent dans la région bleue

Plus r est grand négativement plus les points se retrouvent dans la région rose

Plus r est près de 0, plus les points sont autant dans le bleu que dans le rouge.

Essayons de trouver une manière plus conviviale de trouver r

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} z_{x_i} z_{y_i}}{n-1}$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} z_{x_i} z_{y_i}}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i - \bar{x}}{s_x}\right)\left(\frac{y_i - \bar{y}}{s_y}\right)}{n-1}$$

$$
\begin{aligned}
r &= \frac{\sum_{i=1}^{n} z_{x_i} z_{y_i}}{n-1} &&= \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i - \bar{x}}{s_x}\right)\left(\frac{y_i - \bar{y}}{s_y}\right)}{n-1} \\
& &&= \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(n-1)s_x s_y}
\end{aligned}
$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} z_{x_i} z_{y_i}}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i - \bar{x}}{s_x}\right)\left(\frac{y_i - \bar{y}}{s_y}\right)}{n-1}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(n-1)s_x s_y}$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} z_{x_i} z_{y_i}}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i - \bar{x}}{s_x}\right)\left(\frac{y_i - \bar{y}}{s_y}\right)}{n-1}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(n-1)s_x s_y}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i y_i - y_i\bar{x} - x_i\bar{y} + \bar{x}\bar{y})}{(n-1)s_x s_y}$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} z_{x_i} z_{y_i}}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i - \bar{x}}{s_x}\right)\left(\frac{y_i - \bar{y}}{s_y}\right)}{n-1}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(n-1)s_x s_y}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i y_i - y_i \bar{x} - x_i \bar{y} + \bar{x}\bar{y})}{(n-1)s_x s_y}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} y_i \bar{x} - \sum_{i=1}^{n} x_i \bar{y} + \sum_{i=1}^{n} \bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y}$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} y_i \bar{x} - \sum_{i=1}^{n} x_i \bar{y} + \sum_{i=1}^{n} \bar{x}\bar{y}}{(n-1) s_x s_y}$$

$$
\begin{aligned}
r &= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} y_i \bar{x} - \sum_{i=1}^{n} x_i \bar{y} + \sum_{i=1}^{n} \bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y} \\
&= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{x}\sum_{i=1}^{n} y_i - \bar{y}\sum_{i=1}^{n} x_i + \bar{x}\bar{y}\sum_{i=1}^{n} 1}{(n-1)s_x s_y}
\end{aligned}
$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} y_i \bar{x} - \sum_{i=1}^{n} x_i \bar{y} + \sum_{i=1}^{n} \bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{x}\sum_{i=1}^{n} y_i - \bar{y}\sum_{i=1}^{n} x_i + \bar{x}\bar{y}\sum_{i=1}^{n} 1}{(n-1)s_x s_y}$$

$$
\begin{aligned}
r &= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} y_i \bar{x} - \sum_{i=1}^{n} x_i \bar{y} + \sum_{i=1}^{n} \bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y} \\
&= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{x}\sum_{i=1}^{n} y_i - \bar{y}\sum_{i=1}^{n} x_i + \bar{x}\bar{y}\sum_{i=1}^{n} 1}{(n-1)s_x s_y}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
r &= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} y_i \bar{x} - \sum_{i=1}^{n} x_i \bar{y} + \sum_{i=1}^{n} \bar{x}\bar{y}}{(n-1) s_x s_y} \\
&= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{x} \sum_{i=1}^{n} y_i - \bar{y} \sum_{i=1}^{n} x_i + \bar{x}\bar{y} \sum_{i=1}^{n} 1}{(n-1) s_x s_y}
\end{aligned}
$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} y_i \bar{x} - \sum_{i=1}^{n} x_i \bar{y} + \sum_{i=1}^{n} \bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{x}\sum_{i=1}^{n} y_i - \bar{y}\sum_{i=1}^{n} x_i + \bar{x}\bar{y}\sum_{i=1}^{n} 1}{(n-1)s_x s_y}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{x}n\bar{y} - \bar{y}n\bar{x} + \bar{x}\bar{y}n}{(n-1)s_x s_y}$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} y_i \bar{x} - \sum_{i=1}^{n} x_i \bar{y} + \sum_{i=1}^{n} \bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{x} \sum_{i=1}^{n} y_i - \bar{y} \sum_{i=1}^{n} x_i + \bar{x}\bar{y} \sum_{i=1}^{n} 1}{(n-1)s_x s_y}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{x} n \bar{y} - \bar{y} n \bar{x} + \bar{x}\bar{y} n}{(n-1)s_x s_y}$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} y_i \bar{x} - \sum_{i=1}^{n} x_i \bar{y} + \sum_{i=1}^{n} \bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{x} \sum_{i=1}^{n} y_i - \bar{y} \sum_{i=1}^{n} x_i + \bar{x}\bar{y} \sum_{i=1}^{n} 1}{(n-1)s_x s_y}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{x} n \bar{y} - \bar{y} n \bar{x} + \bar{x}\bar{y} n}{(n-1)s_x s_y}$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} y_i \bar{x} - \sum_{i=1}^{n} x_i \bar{y} + \sum_{i=1}^{n} \bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{x} \sum_{i=1}^{n} y_i - \bar{y} \sum_{i=1}^{n} x_i + \bar{x}\bar{y} \sum_{i=1}^{n} 1}{(n-1)s_x s_y}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{x} n \bar{y} - \bar{y} n \bar{x} + \bar{x}\bar{y} n}{(n-1)s_x s_y}$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} y_i \bar{x} - \sum_{i=1}^{n} x_i \bar{y} + \sum_{i=1}^{n} \bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{x}\sum_{i=1}^{n} y_i - \bar{y}\sum_{i=1}^{n} x_i + \bar{x}\bar{y}\sum_{i=1}^{n} 1}{(n-1)s_x s_y}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{x}n\bar{y} - \cancel{\bar{y}n\bar{x}} + \cancel{\bar{x}\bar{y}n}}{(n-1)s_x s_y}$$

$$
\begin{aligned}
r &= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} y_i \bar{x} - \sum_{i=1}^{n} x_i \bar{y} + \sum_{i=1}^{n} \bar{x}\bar{y}}{(n-1) s_x s_y} \\
&= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{x} \sum_{i=1}^{n} y_i - \bar{y} \sum_{i=1}^{n} x_i + \bar{x}\bar{y} \sum_{i=1}^{n} 1}{(n-1) s_x s_y} \\
&= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{x} n \bar{y} - \cancel{\bar{y} n \bar{x}} + \cancel{\bar{x}\bar{y} n}}{(n-1) s_x s_y} \\
&= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n \bar{x}\bar{y}}{(n-1) s_x s_y}
\end{aligned}
$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{(n-1) s_x s_y}$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y}$$

Coefficient de corrélation

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y}$$

Coefficient de corrélation

Exemple

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y}$$

Coefficient de corrélation

Exemple

On prend 10 poissons et on mesure leurs longueurs et leurs diamètres.

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y}$$

Coefficient de corrélation

Exemple On prend 10 poissons et on mesure leurs longueurs et leurs diamètres.

	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}
L	172	156	170	200	171	171	201	170	186	188
D	1,16	1,1	0,69	1,45	1,04	1,18	1,14	1,1	1,07	0,76

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y}$$

Coefficient de corrélation

Exemple

On prend 10 poissons et on mesure leurs longueurs et leurs diamètres.

	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}
L	172	156	170	200	171	171	201	170	186	188
D	1,16	1,1	0,69	1,45	1,04	1,18	1,14	1,1	1,07	0,76

$$\bar{x} = 178,5$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y}$$

Coefficient de corrélation

Exemple On prend 10 poissons et on mesure leurs longueurs et leurs diamètres.

	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}
L	172	156	170	200	171	171	201	170	186	188
D	1,16	1,1	0,69	1,45	1,04	1,18	1,14	1,1	1,07	0,76

$$\bar{x} = 178,5$$

$$\bar{y} = 1,069$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y}$$

Coefficient de corrélation

Exemple On prend 10 poissons et on mesure leurs longueurs et leurs diamètres.

	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}
L	172	156	170	200	171	171	201	170	186	188
D	1,16	1,1	0,69	1,45	1,04	1,18	1,14	1,1	1,07	0,76

$\bar{x} = 178,5$ $\qquad s_{\bar{x}} = 14,608$

$\bar{y} = 1,069$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y}$$

Coefficient de corrélation

Exemple On prend 10 poissons et on mesure leurs longueurs et leurs diamètres.

	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}
L	172	156	170	200	171	171	201	170	186	188
D	1,16	1,1	0,69	1,45	1,04	1,18	1,14	1,1	1,07	0,76

$\bar{x} = 178,5$ $\quad$ $s_{\bar{x}} = 14,608$

$\bar{y} = 1,069$ $\quad$ $s_{\bar{y}} = 0,214$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y}$$

Coefficient de corrélation

Exemple On prend 10 poissons et on mesure leurs longueurs et leurs diamètres.

	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}
L	172	156	170	200	171	171	201	170	186	188
D	1,16	1,1	0,69	1,45	1,04	1,18	1,14	1,1	1,07	0,76

$\bar{x} = 178,5$ $\quad s_{\bar{x}} = 14,608$ $\quad \sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 1916,08$

$\bar{y} = 1,069$ $\quad s_{\bar{y}} = 0,214$

$$r = \frac{\displaystyle\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y}$$

Coefficient de corrélation

Exemple

On prend 10 poissons et on mesure leurs longueurs et leurs diamètres.

	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}
L	172	156	170	200	171	171	201	170	186	188
D	1,16	1,1	0,69	1,45	1,04	1,18	1,14	1,1	1,07	0,76

$$\bar{x} = 178,5 \qquad s_{\bar{x}} = 14,608 \qquad \sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 1916,08$$

$$\bar{y} = 1,069 \qquad s_{\bar{y}} = 0,214$$

$$r = \frac{1916,08 - (10)(178,5)(1,069)}{(9)(14,608)(0,214)}$$

$$r = \frac{\displaystyle\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y}$$

Coefficient de corrélation

Exemple On prend 10 poissons et on mesure leurs longueurs et leurs diamètres.

	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}
L	172	156	170	200	171	171	201	170	186	188
D	1,16	1,1	0,69	1,45	1,04	1,18	1,14	1,1	1,07	0,76

$$\bar{x} = 178,5 \qquad s_{\bar{x}} = 14,608$$

$$\bar{y} = 1,069 \qquad s_{\bar{y}} = 0,214$$

$$\sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 1916,08$$

$$r = \frac{1916,08 - (10)(178,5)(1,069)}{(9)(14,608)(0,214)}$$

$$r = \frac{\displaystyle\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y}$$

Coefficient de corrélation

Exemple On prend 10 poissons et on mesure leurs longueurs et leurs diamètres.

	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}
L	172	156	170	200	171	171	201	170	186	188
D	1,16	1,1	0,69	1,45	1,04	1,18	1,14	1,1	1,07	0,76

$\bar{x} = 178,5$ $\qquad s_{\bar{x}} = 14,608$ $\qquad \displaystyle\sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 1916,08$

$\bar{y} = 1,069$ $\qquad s_{\bar{y}} = 0,214$

$$r = \frac{1916,08 - (10)(178,5)(1,069)}{(9)(14,608)(0,214)}$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y}$$

Coefficient de corrélation

Exemple

On prend 10 poissons et on mesure leurs longueurs et leurs diamètres.

	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}
L	172	156	170	200	171	171	201	170	186	188
D	1,16	1,1	0,69	1,45	1,04	1,18	1,14	1,1	1,07	0,76

$\bar{x} = 178,5$ $\quad s_{\bar{x}} = 14,608$ $\quad \sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 1916,08$

$\bar{y} = 1,069$ $\quad s_{\bar{y}} = 0,214$

$$r = \frac{1916,08 - (10)(178,5)(1,069)}{(9)(14,608)(0,214)}$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y}$$

Coefficient de corrélation

Exemple On prend 10 poissons et on mesure leurs longueurs et leurs diamètres.

	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}
L	172	156	170	200	171	171	201	170	186	188
D	1,16	1,1	0,69	1,45	1,04	1,18	1,14	1,1	1,07	0,76

$\bar{x} = 178,5$ $\qquad s_{\bar{x}} = 14,608$ $\qquad \sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 1916,08$

$\bar{y} = 1,069$ $\qquad s_{\bar{y}} = 0,214$

$$r = \frac{1916,08 - (10)(178,5)(1,069)}{(9)(14,608)(0,214)}$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y}$$

Coefficient de corrélation

Exemple On prend 10 poissons et on mesure leurs longueurs et leurs diamètres.

	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}
L	172	156	170	200	171	171	201	170	186	188
D	1,16	1,1	0,69	1,45	1,04	1,18	1,14	1,1	1,07	0,76

$$\bar{x} = 178,5 \qquad s_{\bar{x}} = 14,608 \qquad \sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 1916,08$$

$$\bar{y} = 1,069 \qquad s_{\bar{y}} = 0,214$$

$$r = \frac{1916,08 - (10)(178,5)(1,069)}{(9)(14,608)(0,214)}$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y}$$

Coefficient de corrélation

Exemple On prend 10 poissons et on mesure leurs longueurs et leurs diamètres.

	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}
L	172	156	170	200	171	171	201	170	186	188
D	1,16	1,1	0,69	1,45	1,04	1,18	1,14	1,1	1,07	0,76

$\bar{x} = 178,5$

$\bar{y} = 1,069$

$s_{\bar{x}} = 14,608$

$s_{\bar{y}} = 0,214$

$$\sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 1916,08$$

$$r = \frac{1916,08 - (10)(178,5)(1,069)}{(9)(14,608)(0,214)}$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y}$$

Coefficient de corrélation

Exemple On prend 10 poissons et on mesure leurs longueurs et leurs diamètres.

	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}
L	172	156	170	200	171	171	201	170	186	188
D	1,16	1,1	0,69	1,45	1,04	1,18	1,14	1,1	1,07	0,76

$\bar{x} = 178,5$

$\bar{y} = 1,069$

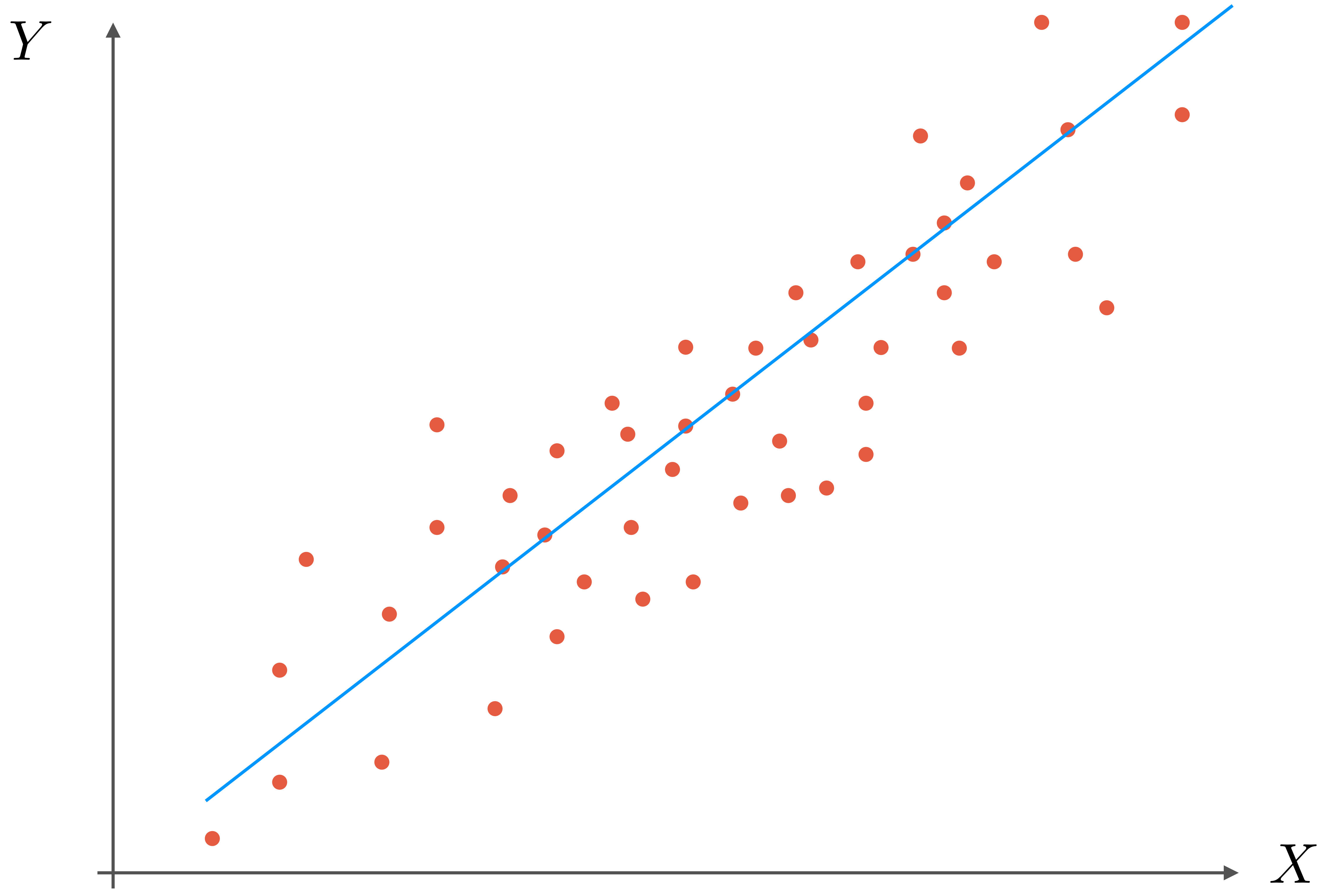
$s_{\bar{x}} = 14,608$

$s_{\bar{y}} = 0,214$

$$\sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 1916,08$$

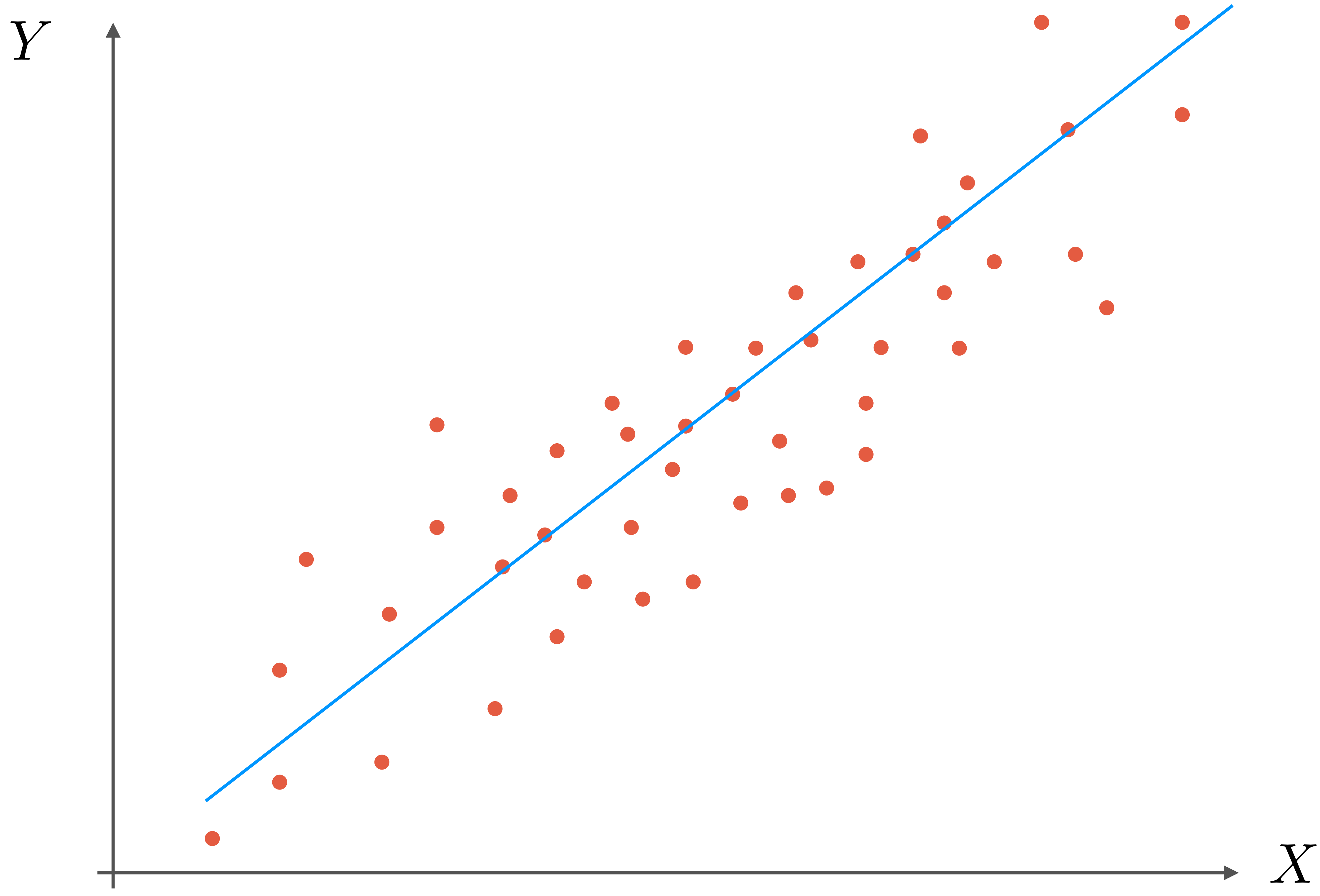
$$r = \frac{1916,08 - (10)(178,5)(1,069)}{(9)(14,608)(0,214)} = 0,2813$$

Essayons de trouver une bonne droite qui épouse bien les données



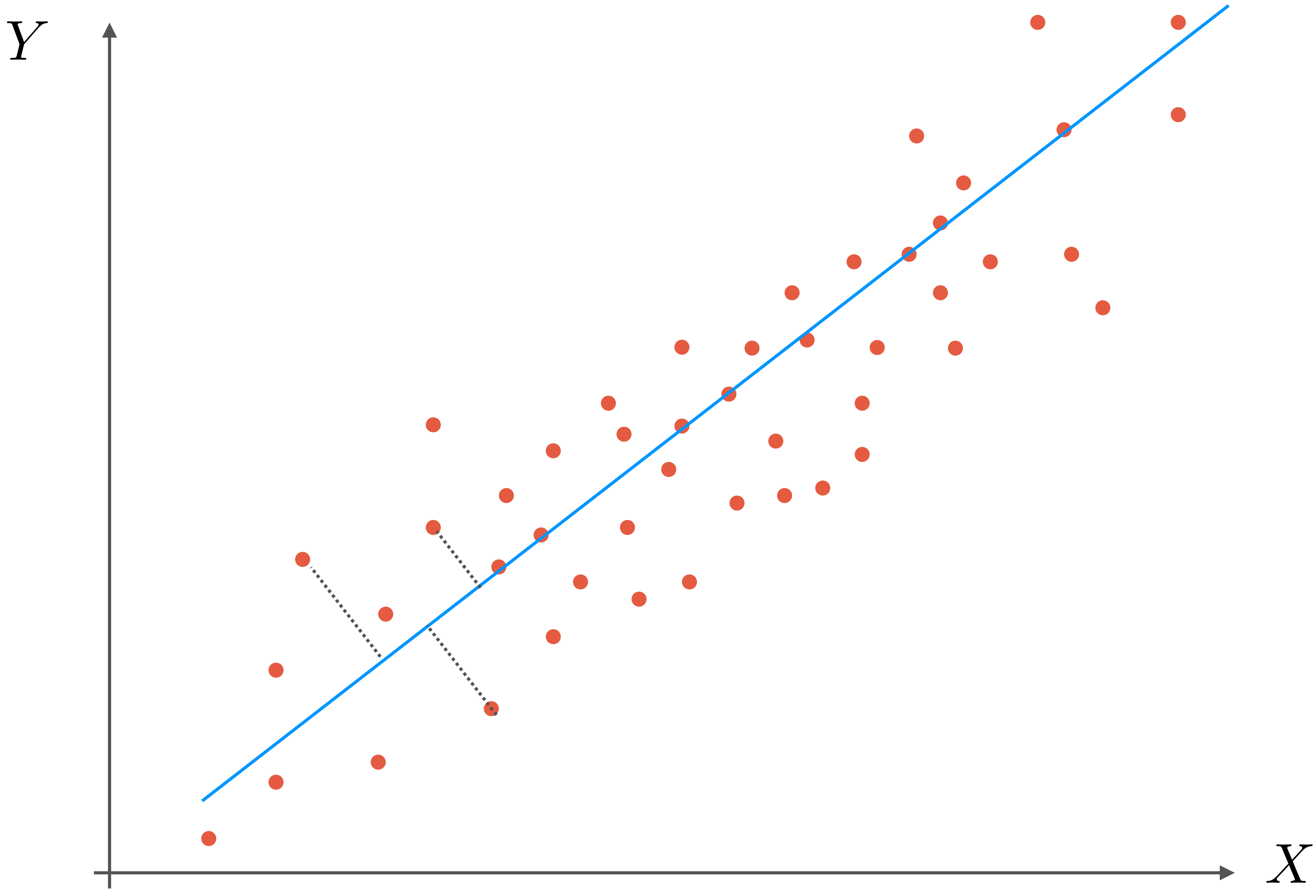
Essayons de trouver une bonne droite qui épouse bien les données

Idéalement on aimerait minimiser les distances à la droite



Essayons de trouver une bonne droite qui épouse bien les données

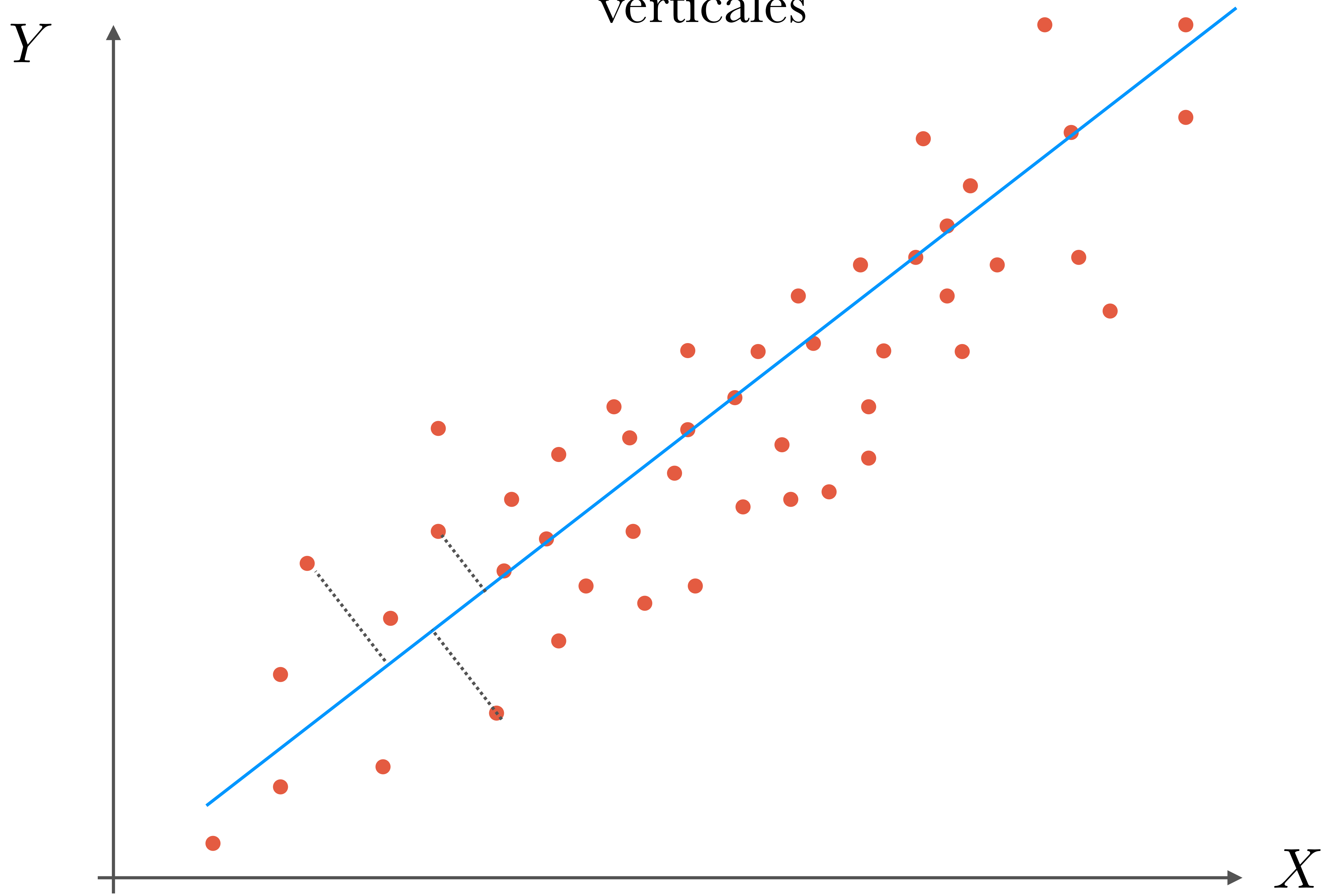
Idéalement on aimerait minimiser les distances à la droite



Essayons de trouver une bonne droite qui épouse bien les données

Idéalement on aimerait minimiser les distances à la droite

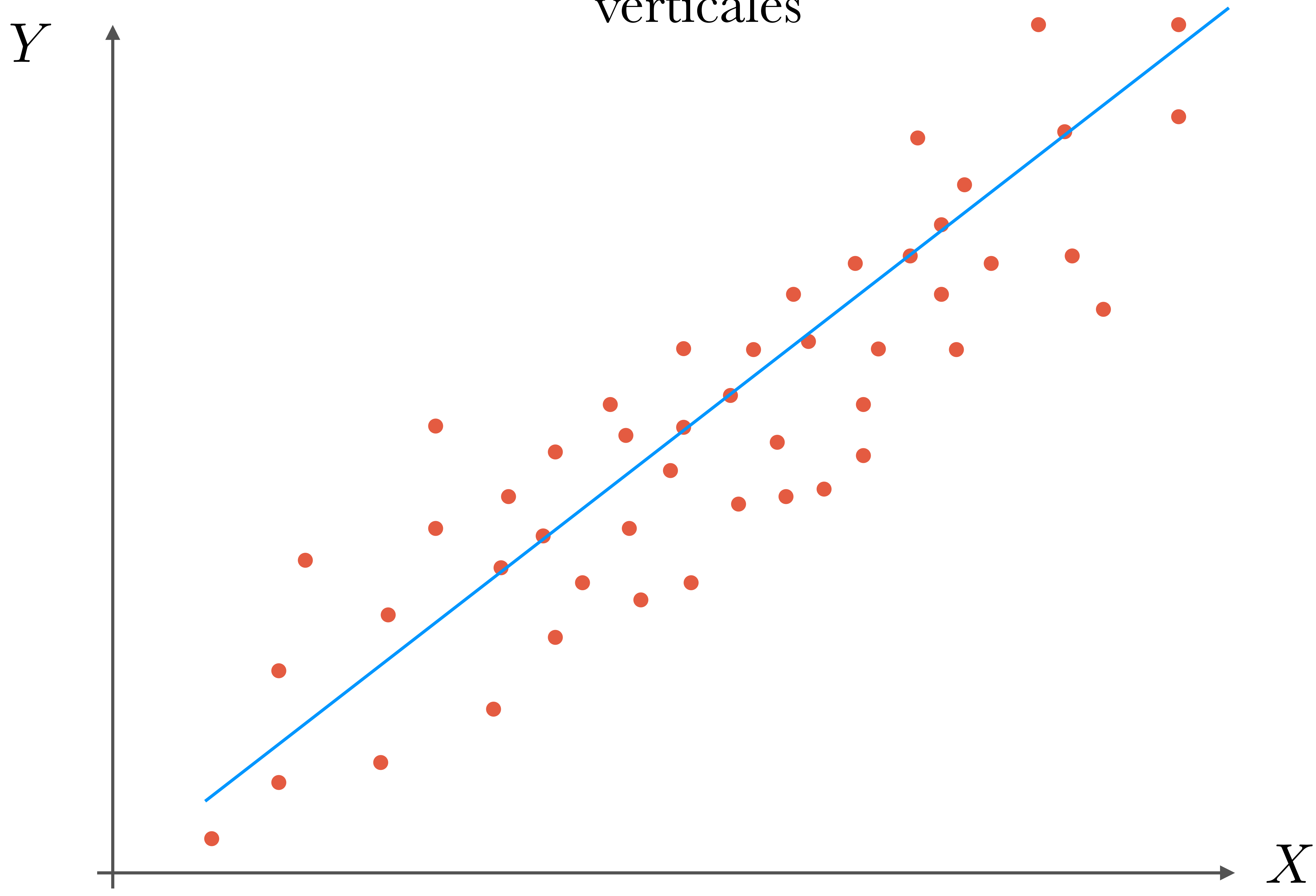
Mais c'est algébriquement plus simple de minimiser les distances verticales



Essayons de trouver une bonne droite qui épouse bien les données

Idéalement on aimerait minimiser les distances à la droite

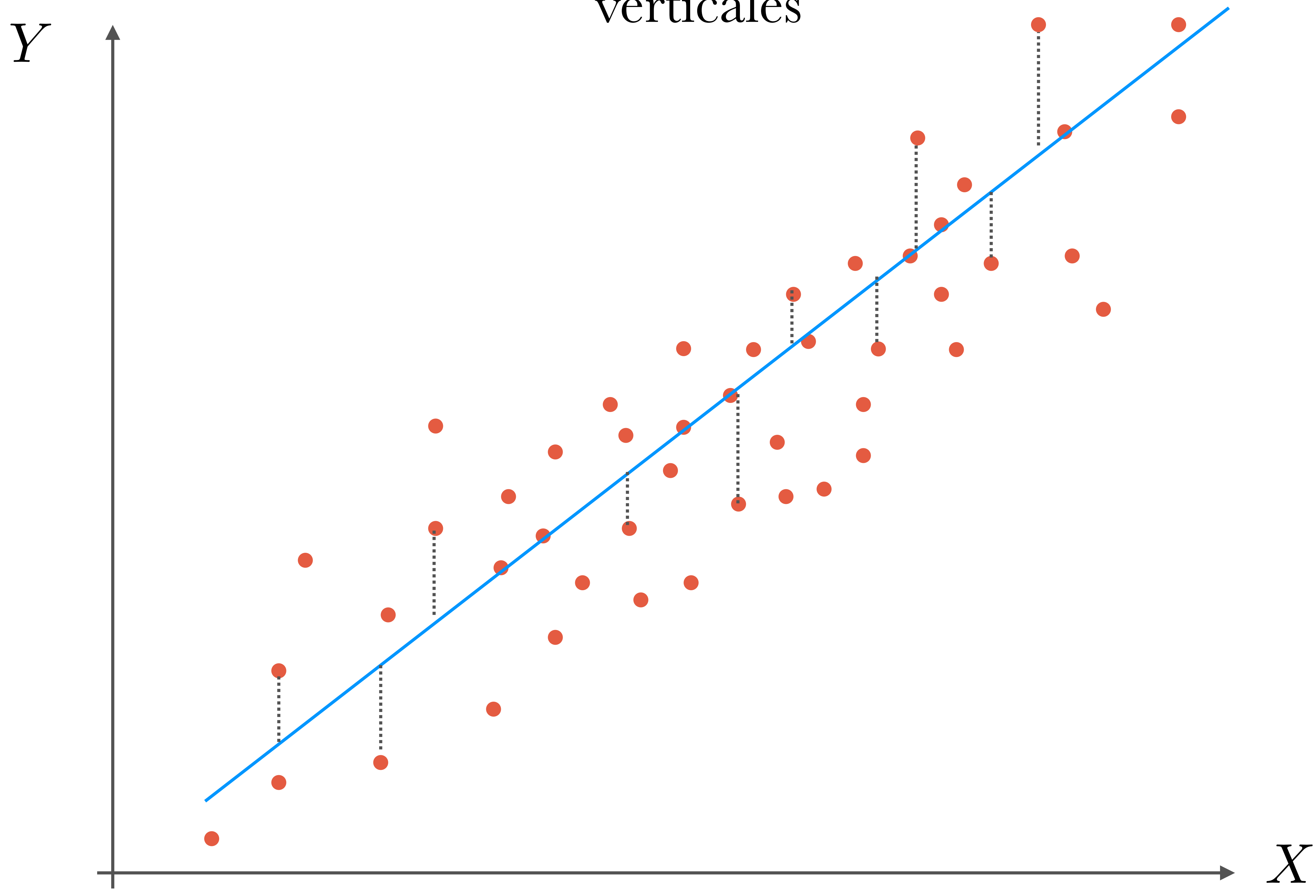
Mais c'est algébriquement plus simple de minimiser les distances verticales

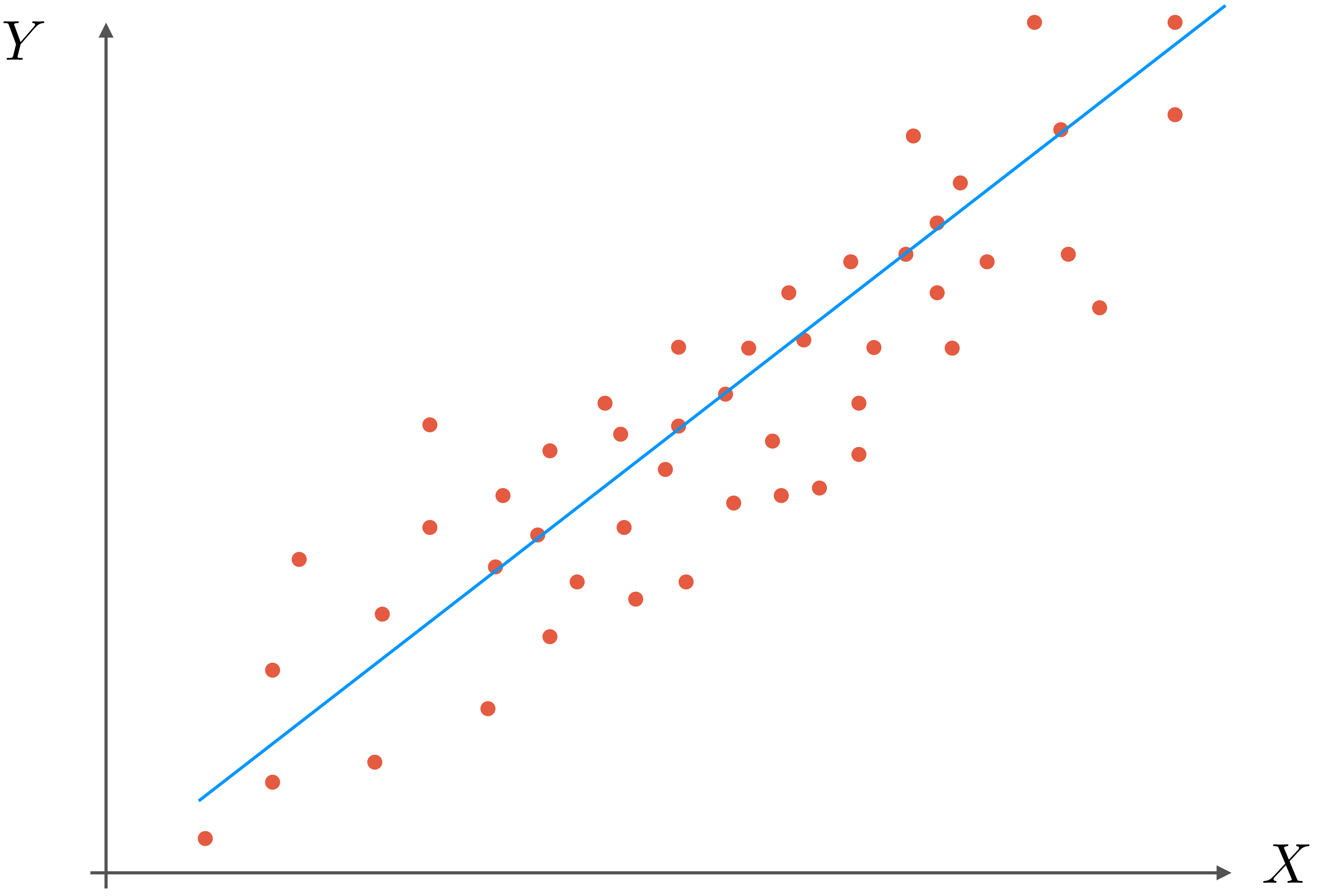


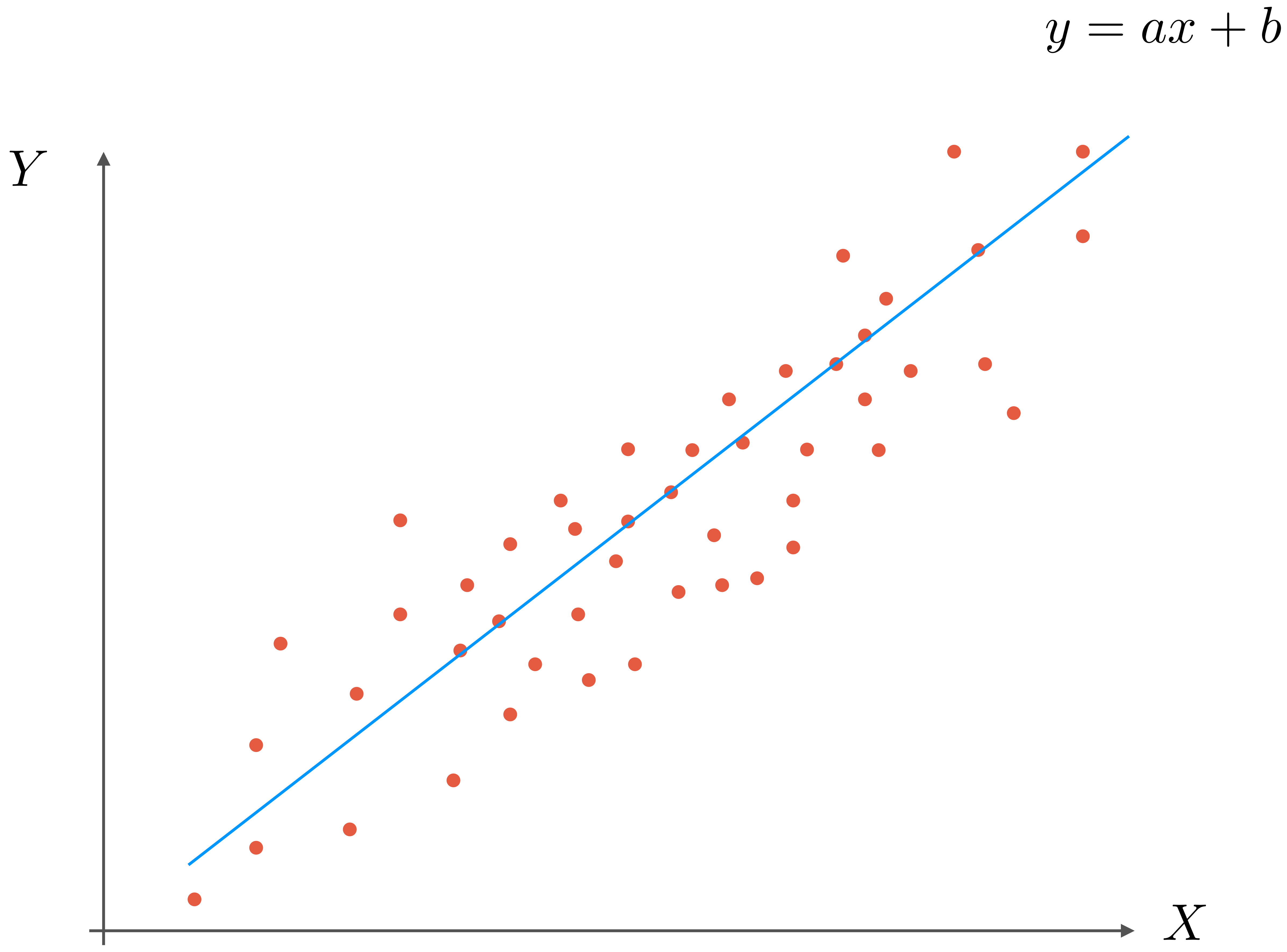
Essayons de trouver une bonne droite qui épouse bien les données

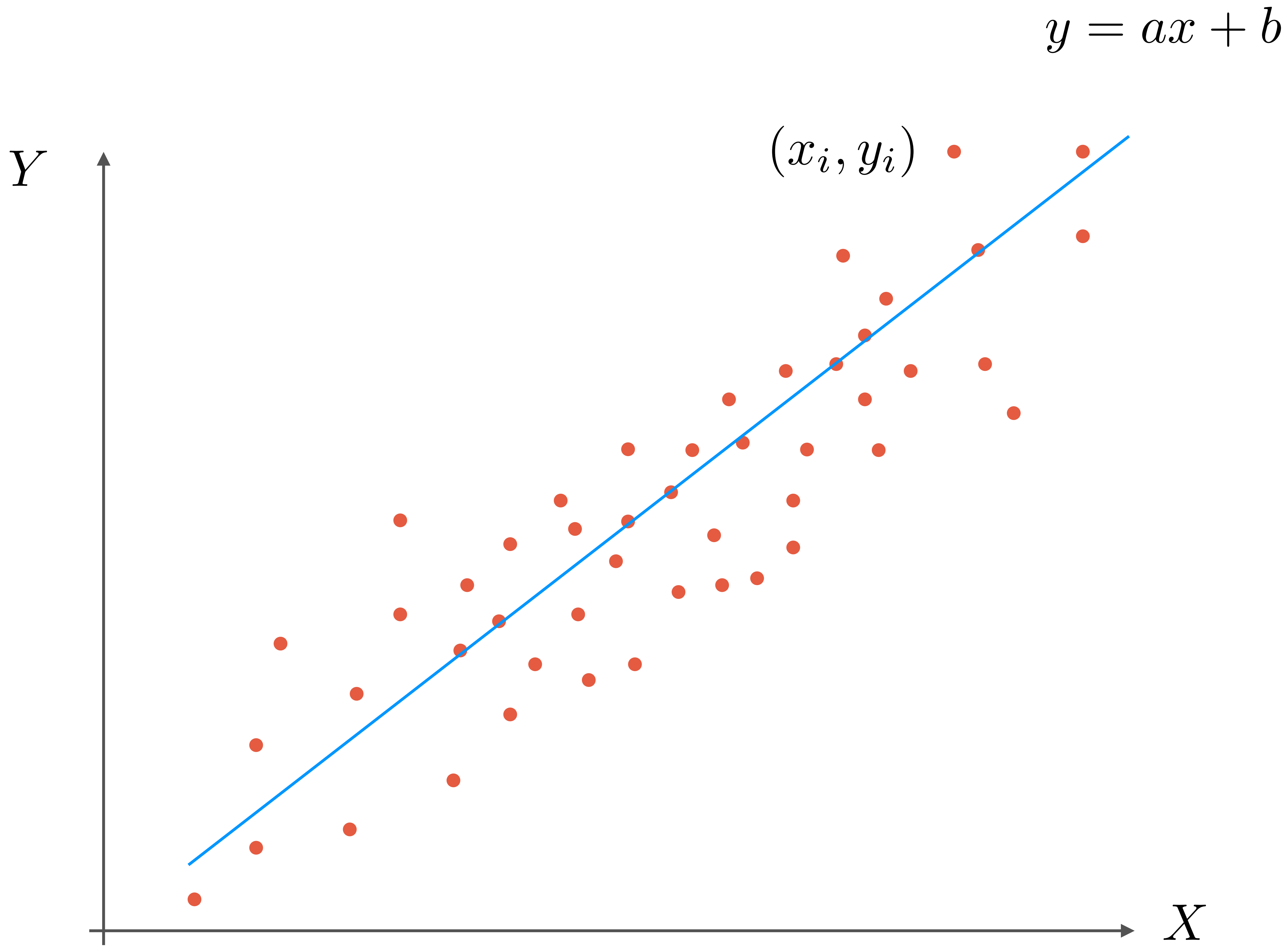
Idéalement on aimerait minimiser les distances à la droite

Mais c'est algébriquement plus simple de minimiser les distances verticales

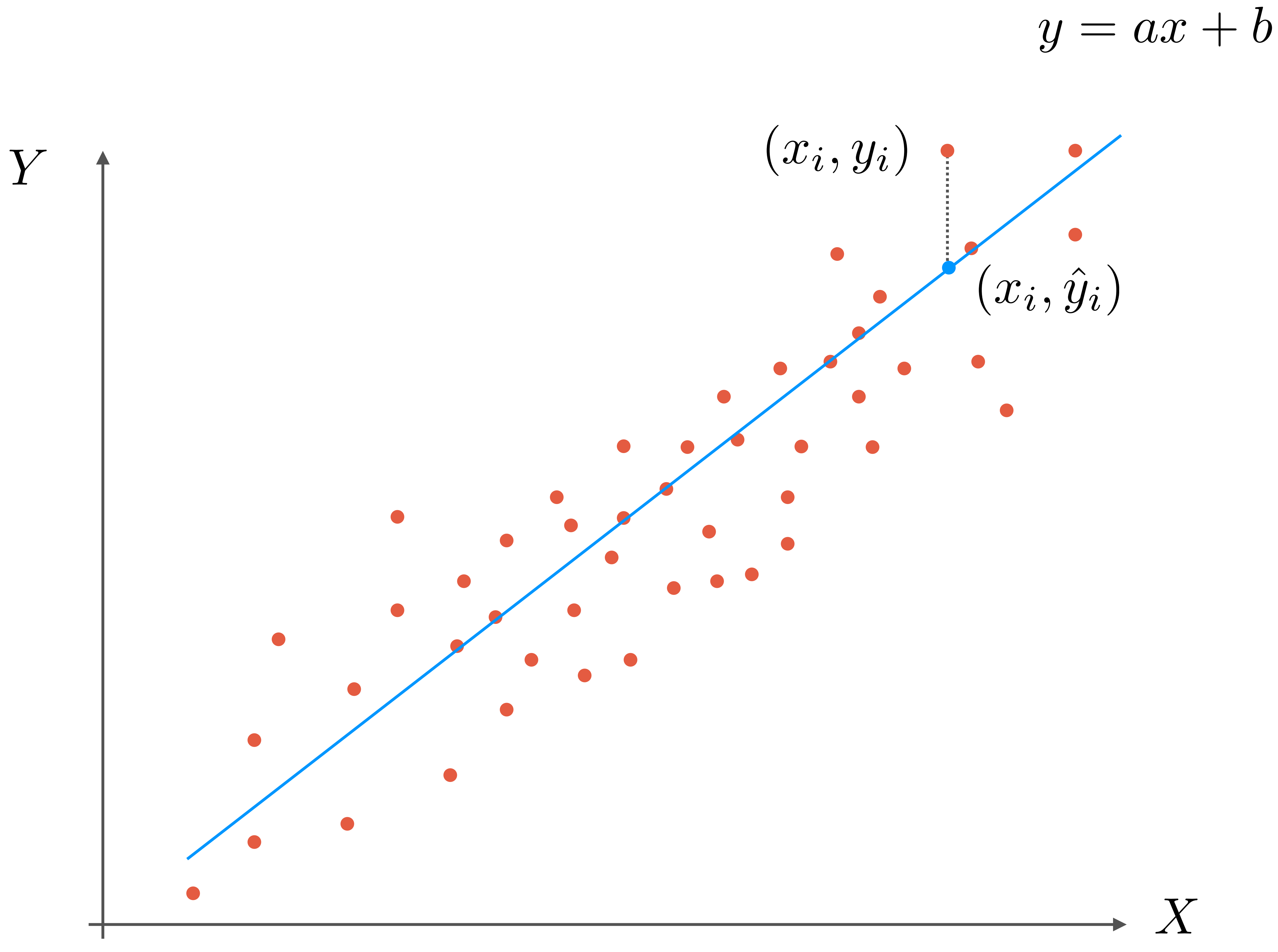



Y
X

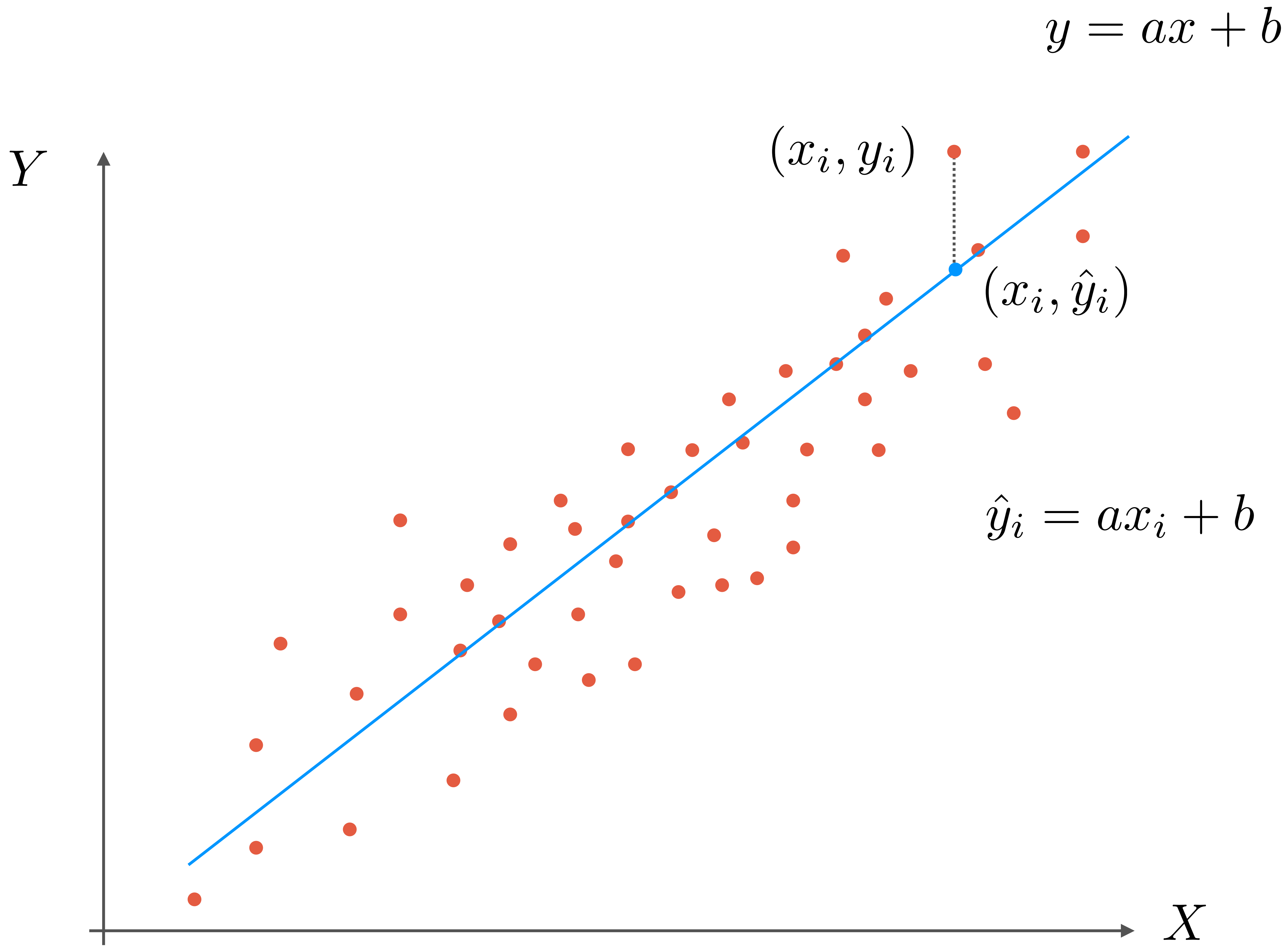

$y = ax + b$
Y
X



$y = ax + b$
(x_i, y_i)
Y
X

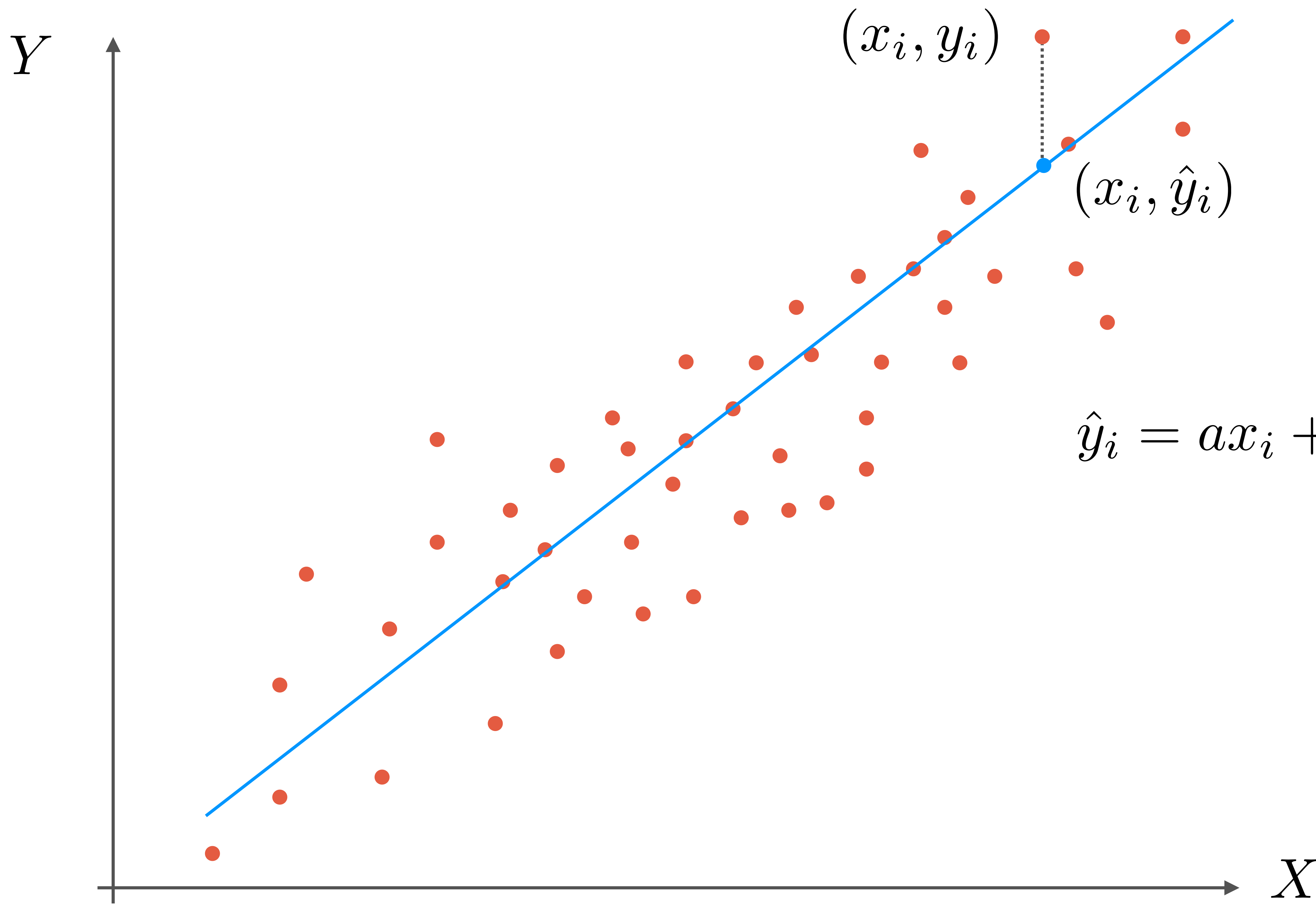


$y = ax + b$
(x_i, y_i)
$(x_i, \hat{y}_i)$
Y
X


$y = ax + b$
(x_i, y_i)
$(x_i, \hat{y}_i)$
$\hat{y}_i = ax_i + b$
Y
X

On veut donc que les $|y_i - \hat{y}_i|$ soient le plus petit possible

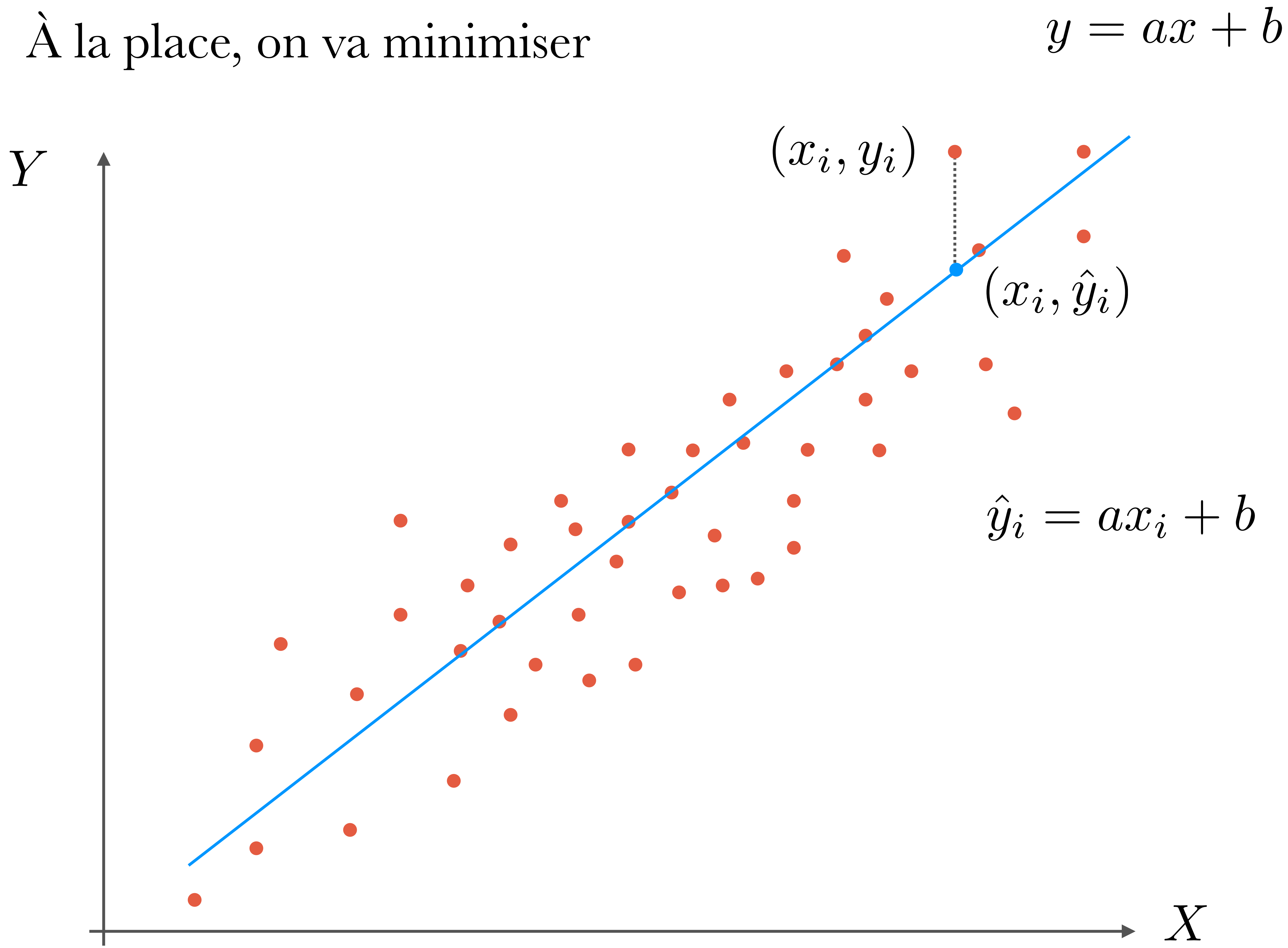
$$y = ax + b$$



$$\hat{y}_i = ax_i + b$$

On veut donc que les $|y_i - \hat{y}_i|$ soient le plus petit possible

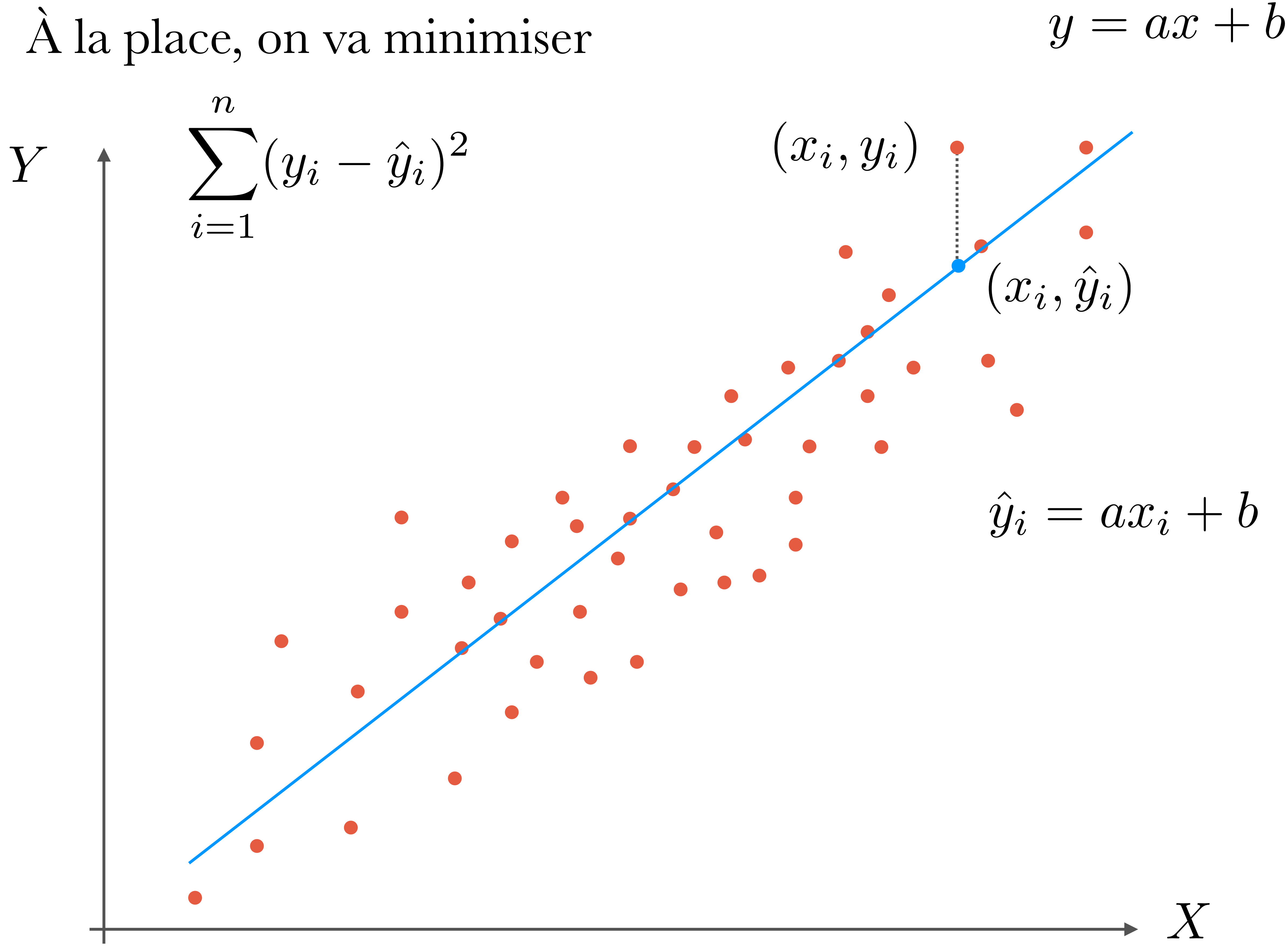
À la place, on va minimiser



On veut donc que les $|y_i - \hat{y}_i|$ soient le plus petit possible

À la place, on va minimiser

$$\sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2$$

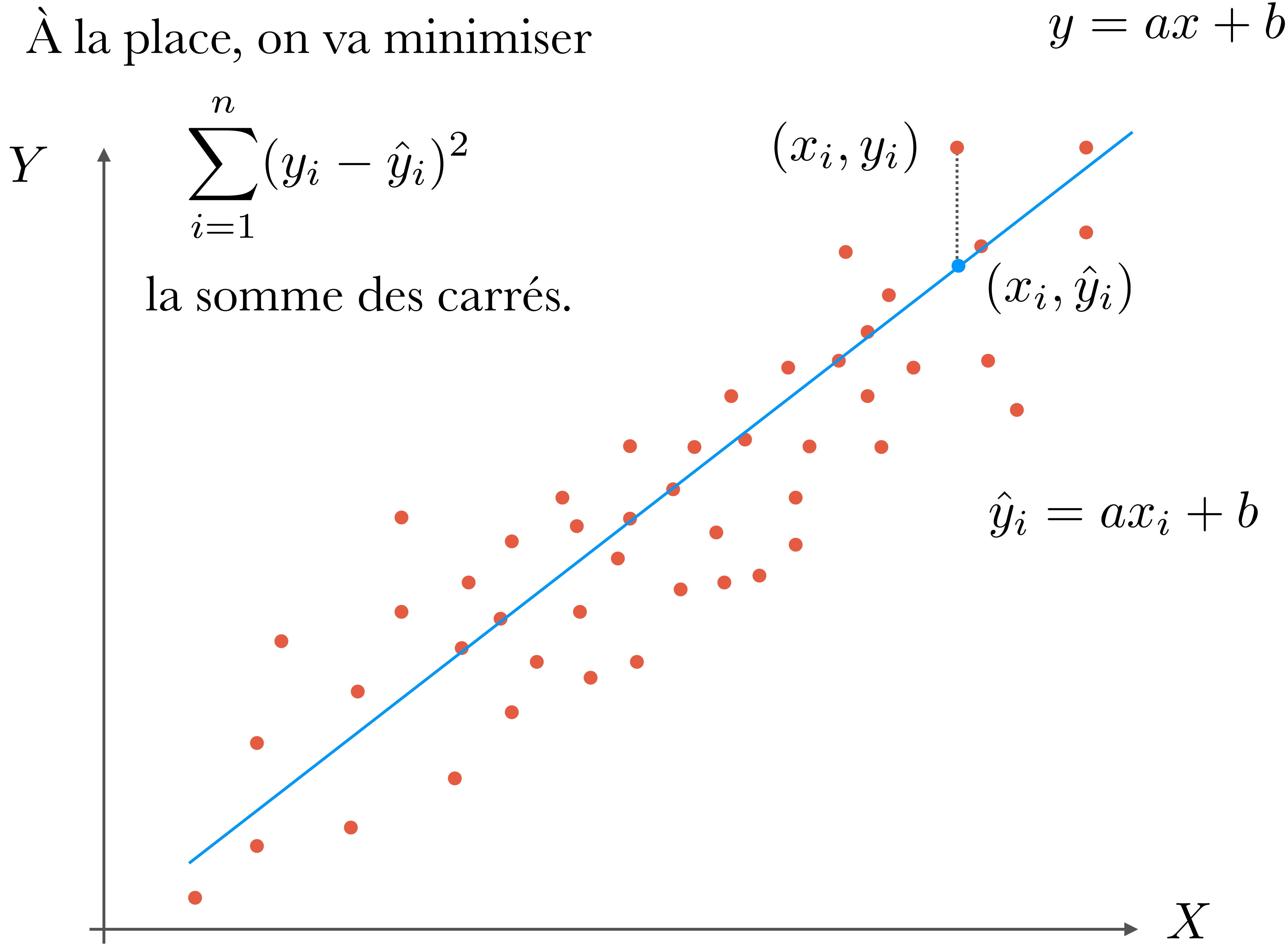


On veut donc que les $|y_i - \hat{y}_i|$ soient le plus petit possible

À la place, on va minimiser

$$\sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2$$

la somme des carrés.



$$y = ax + b \qquad\qquad \hat{y}_i = ax_i + b$$

À la place, on va minimiser $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2$ la somme des carrés.

$$y = ax + b \qquad \hat{y}_i = ax_i + b$$

À la place, on va minimiser $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2$ la somme des carrés.

$$\sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - (ax_i + b))^2$$

$$y = ax + b \qquad \boxed{\hat{y}_i} = ax_i + b$$

À la place, on va minimiser $\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2$ la somme des carrés.

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - \boxed{\hat{y}_i})^2 = \sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2$$

$$y = ax + b \qquad \hat{y}_i = ax_i + b$$

À la place, on va minimiser $\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2$ la somme des carrés.

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2$$

$$y = ax + b \qquad\qquad \hat{y}_i = ax_i + b$$

À la place, on va minimiser $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2$ la somme des carrés.

$$f(a,b) = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - (ax_i + b))^2$$

On peut voir cette expression comme une fonction qui dépend de a et de b

$$y = ax + b \qquad\qquad \hat{y}_i = ax_i + b$$

À la place, on va minimiser $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2$ la somme des carrés.

$$f(a, b) = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - (ax_i + b))^2$$

On peut voir cette expression comme une fonction qui dépend de a et de b

Et on cherche son minimum.

$$y = ax + b \qquad\qquad \hat{y}_i = ax_i + b$$

À la place, on va minimiser $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2$ la somme des carrés.

$$f(a, b) = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - (ax_i + b))^2$$

On peut voir cette expression comme une fonction qui dépend de a et de b

Et on cherche son minimum.

Avez vous déjà vu ça trouver des minimums?

$$y = ax + b \qquad\qquad \hat{y}_i = ax_i + b$$

À la place, on va minimiser $\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2$ la somme des carrés.

$$f(a,b) = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2$$

On peut voir cette expression comme une fonction qui dépend de a et de b

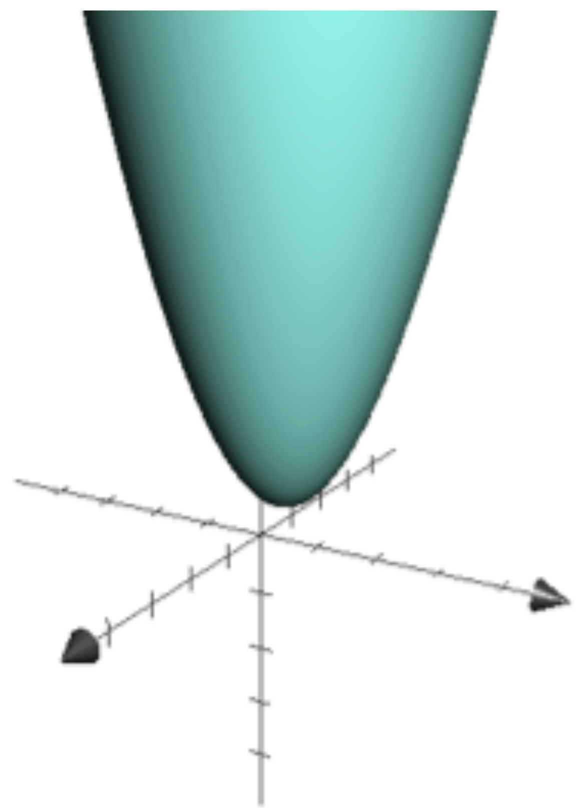
Et on cherche son minimum.

Avez vous déjà vu ça trouver des minimums?

Dérivée!!!

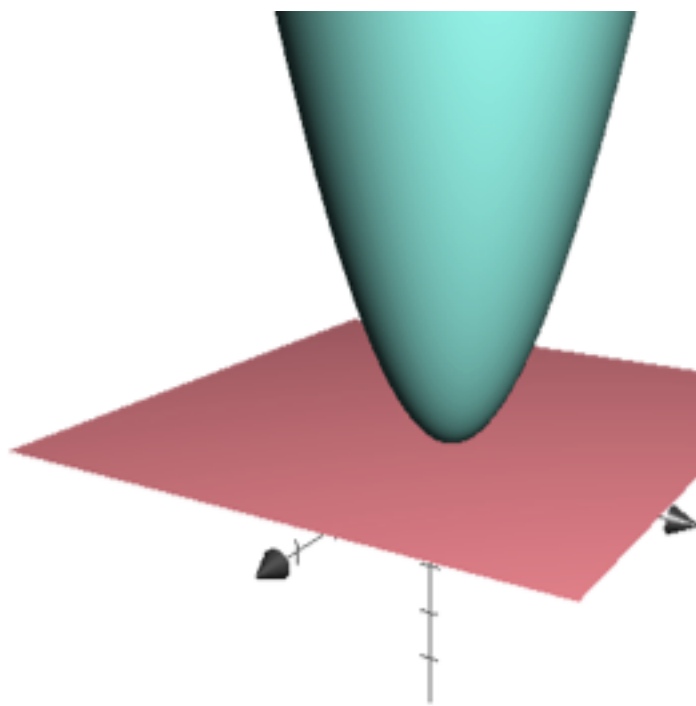
$f(a, b)$ est une fonction à deux variables donc ce n'est pas une courbe mais une surface.

$f(a,b)$ est une fonction à deux variables donc ce n'est pas une courbe mais une surface.

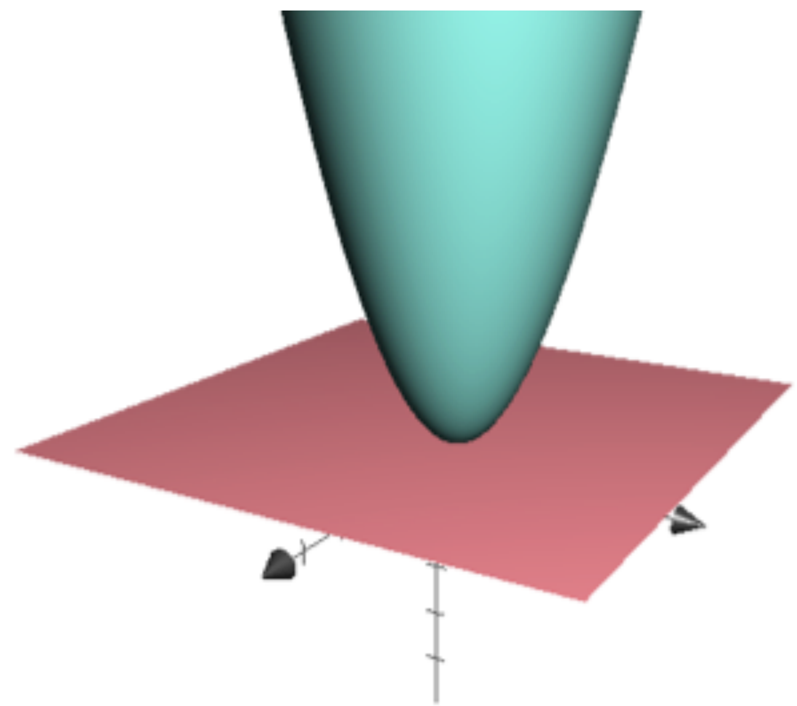


$f(a, b)$ est une fonction à deux variables donc ce n'est pas une courbe mais une surface.

$f(a,b)$ est une fonction à deux variables donc ce n'est pas une courbe mais une surface.

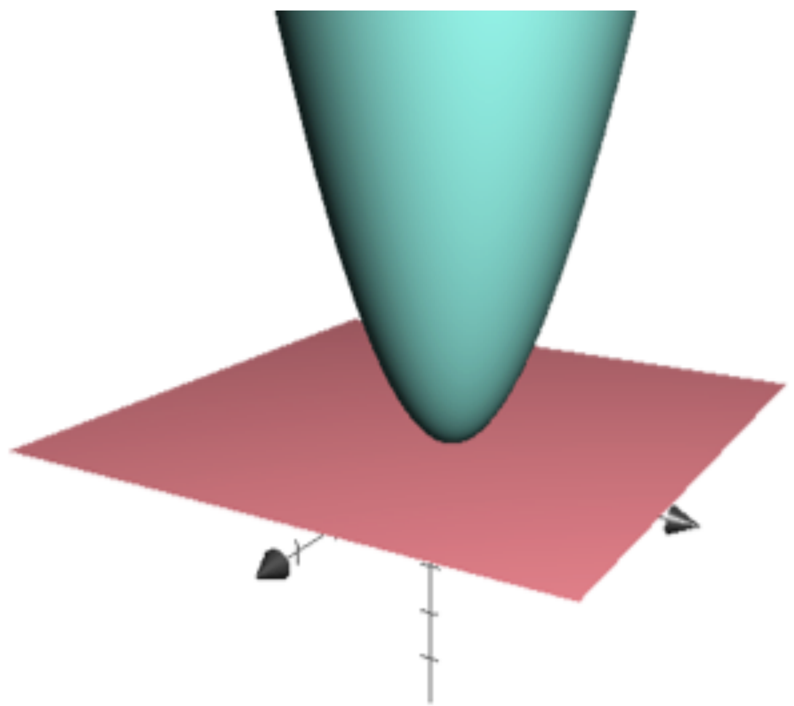


$f(a, b)$ est une fonction à deux variables donc ce n'est pas une courbe mais une surface.



On va donc chercher les points critiques

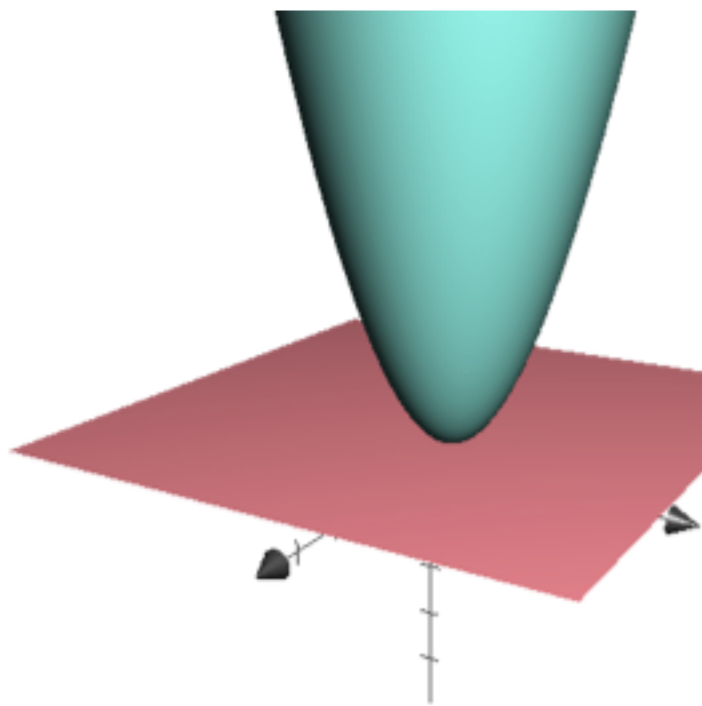
$f(a, b)$ est une fonction à deux variables donc ce n'est pas une courbe mais une surface.



On va donc chercher les points critiques

$$\frac{\partial f(a,b)}{\partial a} = 0$$

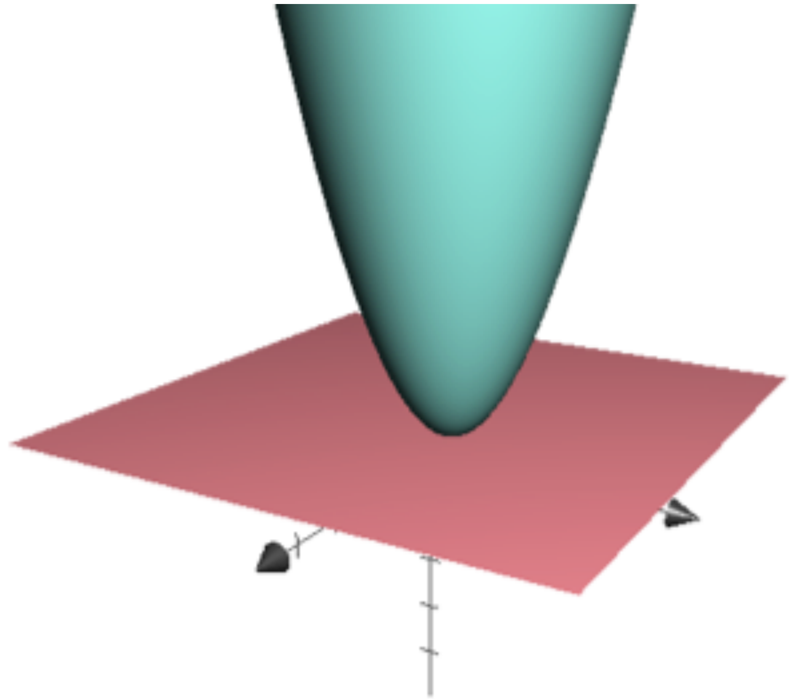
$f(a,b)$ est une fonction à deux variables donc ce n'est pas une courbe mais une surface.



On va donc chercher les points critiques

$$\frac{\partial f(a,b)}{\partial a} = 0 \qquad \text{et} \qquad \frac{\partial f(a,b)}{\partial b} = 0$$

$f(a,b)$ est une fonction à deux variables donc ce n'est pas une courbe mais une surface.



On va donc chercher les points critiques

$$\frac{\partial f(a,b)}{\partial a} = 0 \qquad \text{et} \qquad \frac{\partial f(a,b)}{\partial b} = 0$$

On pourra conclure que ce point critique est automatiquement le minimum.

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2$$

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 = \sum_{i=1}^{n}(y_i - ax_i - b)^2$$

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 = \sum_{i=1}^{n}(y_i - ax_i - b)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{n}(y_i^2 + a^2x_i^2 + b^2 - 2ay_ix_i - 2by_i + 2abx_i)$$

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 = \sum_{i=1}^{n}(y_i - ax_i - b)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{n}(y_i^2 + a^2x_i^2 + b^2 - 2ay_ix_i - 2by_i + 2abx_i)$$

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 = \sum_{i=1}^{n}(y_i - ax_i - b)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{n}(y_i^2 + a^2 x_i^2 + b^2 - 2a y_i x_i - 2b y_i + 2ab x_i)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} y_i^2 + a^2 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b^2 \sum_{i=1}^{n} 1 - 2a \sum_{i=1}^{n} y_i x_i - 2b \sum_{i=1}^{n} y_i + 2ab \sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 = \sum_{i=1}^{n}(y_i - ax_i - b)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{n}(y_i^2 + a^2 x_i^2 + b^2 - 2a y_i x_i - 2b y_i + 2ab x_i)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} y_i^2 + a^2 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b^2 \sum_{i=1}^{n} 1 - 2a \sum_{i=1}^{n} y_i x_i - 2b \sum_{i=1}^{n} y_i + 2ab \sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 = \sum_{i=1}^{n}(y_i - ax_i - b)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{n}(y_i^2 + a^2 x_i^2 + b^2 - 2a y_i x_i - 2b y_i + 2ab x_i)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} y_i^2 + a^2 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b^2 \sum_{i=1}^{n} 1 - 2a \sum_{i=1}^{n} y_i x_i - 2b \sum_{i=1}^{n} y_i + 2ab \sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$= \sum_{i=1}^{n} y_i^2 + a^2 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b^2 n - 2a \sum_{i=1}^{n} y_i x_i - 2bn\bar{y} + 2abn\bar{x}$$

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 = \sum_{i=1}^{n}(y_i - ax_i - b)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{n}(y_i^2 + a^2 x_i^2 + b^2 - 2a y_i x_i - 2b y_i + 2ab x_i)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} y_i^2 + a^2 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b^2 \sum_{i=1}^{n} 1 - 2a \sum_{i=1}^{n} y_i x_i - 2b \sum_{i=1}^{n} y_i + 2ab \sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$= \sum_{i=1}^{n} y_i^2 + a^2 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b^2 n - 2a \sum_{i=1}^{n} y_i x_i - 2bn\bar{y} + 2abn\bar{x}$$

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 = \sum_{i=1}^{n}(y_i - ax_i - b)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{n}(y_i^2 + a^2 x_i^2 + b^2 - 2a y_i x_i - 2b y_i + 2ab x_i)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} y_i^2 + a^2 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b^2 \sum_{i=1}^{n} 1 - 2a \sum_{i=1}^{n} y_i x_i - 2b \sum_{i=1}^{n} y_i + 2ab \sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$= \sum_{i=1}^{n} y_i^2 + a^2 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b^2 n - 2a \sum_{i=1}^{n} y_i x_i - 2bn\bar{y} + 2abn\bar{x}$$

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 = \sum_{i=1}^{n}(y_i - ax_i - b)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{n}(y_i^2 + a^2 x_i^2 + b^2 - 2a y_i x_i - 2b y_i + 2ab x_i)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} y_i^2 + a^2 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b^2 \sum_{i=1}^{n} 1 - 2a \sum_{i=1}^{n} y_i x_i - 2b \sum_{i=1}^{n} y_i + 2ab \sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$= \sum_{i=1}^{n} y_i^2 + a^2 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b^2 n - 2a \sum_{i=1}^{n} y_i x_i - 2b n\bar{y} + 2ab n\bar{x}$$

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2$$

$$= \sum_{i=1}^{n} y_i^2 + a^2 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b^2 n - 2a \sum_{i=1}^{n} y_i x_i - 2bn\bar{y} + 2abn\bar{x}$$

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a, b)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} y_i^2 + a^2 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b^2 n - 2a \sum_{i=1}^{n} y_i x_i - 2bn\bar{y} + 2abn\bar{x}$$

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a,b)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} y_i^2 + a^2 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b^2 n - 2a \sum_{i=1}^{n} y_i x_i - 2bn\bar{y} + 2abn\bar{x}$$

$$\frac{\partial f(a,b)}{\partial b} = 2bn - 2n\bar{y} + 2an\bar{x}$$

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a,b)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} y_i^2 + a^2 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b^2 n - 2a \sum_{i=1}^{n} y_i x_i - 2bn\bar{y} + 2abn\bar{x}$$

$$\frac{\partial f(a,b)}{\partial b} = 2bn - 2n\bar{y} + 2an\bar{x}$$

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a,b)$$

$$= \cancel{\sum_{i=1}^{n} y_i^2} + a^2 \cancel{\sum_{i=1}^{n} x_i^2} + b^2 n - 2a \cancel{\sum_{i=1}^{n} y_i x_i} - 2bn\bar{y} + 2abn\bar{x}$$

$$\frac{\partial f(a,b)}{\partial b} = 2bn - 2n\bar{y} + 2an\bar{x}$$

$$\sum_{i=1}^{n} (y_i - (ax_i + b))^2 = f(a,b)$$

$$= \cancel{\sum_{i=1}^{n} y_i^2} + a^2 \cancel{\sum_{i=1}^{n}} x_i^2 + b^2 n - 2a \cancel{\sum_{i=1}^{n}} y_i x_i - 2bn\bar{y} + 2abn\bar{x}$$

$$\frac{\partial f(a,b)}{\partial b} = 2bn - 2n\bar{y} + 2an\bar{x} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a,b)$$

$$= \cancel{\sum_{i=1}^{n} y_i^2} + a^2 \cancel{\sum_{i=1}^{n} x_i^2} + b^2 n - 2a \cancel{\sum_{i=1}^{n} y_i x_i} - 2bn\bar{y} + 2abn\bar{x}$$

$$\frac{\partial f(a,b)}{\partial b} = 2bn - 2n\bar{y} + 2an\bar{x} \;\; = 0$$

$$2bn = 2n\bar{y} - 2an\bar{x}$$

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i-(ax_i+b))^2 = f(a,b)$$

$$= \cancel{\sum_{i=1}^{n} y_i^2} + a^2 \cancel{\sum_{i=1}^{n} x_i^2} + b^2 n - 2a \cancel{\sum_{i=1}^{n} y_i x_i} - 2bn\bar{y} + 2abn\bar{x}$$

$$\frac{\partial f(a,b)}{\partial b} = 2bn - 2n\bar{y} + 2an\bar{x} = 0$$

$$2bn = 2n\bar{y} - 2an\bar{x}$$

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \ = f(a,b)$$

$$= \cancel{\sum_{i=1}^{n} y_i^2} + a^2 \cancel{\sum_{i=1}^{n} x_i^2} + b^2 n - 2a \cancel{\sum_{i=1}^{n} y_i x_i} - 2bn\bar{y} + 2abn\bar{x}$$

$$\frac{\partial f(a,b)}{\partial b} = 2bn - 2n\bar{y} + 2an\bar{x} = 0$$

$$2bn = 2n\bar{y} - 2an\bar{x}$$

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a,b)$$

$$= \cancel{\sum_{i=1}^{n} y_i^2} + a^2 \cancel{\sum_{i=1}^{n} x_i^2} + b^2 n - 2a \cancel{\sum_{i=1}^{n} y_i x_i} - 2bn\bar{y} + 2abn\bar{x}$$

$$\frac{\partial f(a,b)}{\partial b} = 2bn - 2n\bar{y} + 2an\bar{x} = 0$$

$$2bn = 2n\bar{y} - 2an\bar{x}$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a, b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} y_i^2 + a^2 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b^2 n - 2a \sum_{i=1}^{n} y_i x_i - 2bn\bar{y} + 2abn\bar{x}$$

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a,b) \qquad\qquad b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} y_i^2 + a^2 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b^2 n - 2a \sum_{i=1}^{n} y_i x_i - 2bn\bar{y} + 2abn\bar{x}$$

$$\frac{\partial f(a,b)}{\partial a} = 2a \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2 \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + 2bn\bar{x}$$

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a, b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} y_i^2 + a^2 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b^2 n - 2a \sum_{i=1}^{n} y_i x_i - 2bn\bar{y} + 2abn\bar{x}$$

$$\frac{\partial f(a, b)}{\partial a} = 2a \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2 \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + 2bn\bar{x}$$

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a,b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$= \cancel{\sum_{i=1}^{n} y_i^2} + a^2 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 + \cancel{b^2 n} - 2a \sum_{i=1}^{n} y_i x_i - \cancel{2bn\bar{y}} + 2abn\bar{x}$$

$$\frac{\partial f(a,b)}{\partial a} = 2a \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2 \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + 2bn\bar{x}$$

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a,b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$\frac{\partial f(a,b)}{\partial a} = 2a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2\sum_{i=1}^{n} y_i x_i + 2bn\bar{x}$$

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a,b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$\frac{\partial f(a,b)}{\partial a} = 2a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2\sum_{i=1}^{n} y_i x_i + 2bn\bar{x}$$

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a,b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$\frac{\partial f(a,b)}{\partial a} = 2a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2\sum_{i=1}^{n} y_i x_i + 2bn\bar{x}$$

$$2a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2\sum_{i=1}^{n} y_i x_i + 2(\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a,b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$\frac{\partial f(a,b)}{\partial a} = 2a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2\sum_{i=1}^{n} y_i x_i + 2bn\bar{x}$$

$$2a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2\sum_{i=1}^{n} y_i x_i + 2(\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a, b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$\frac{\partial f(a,b)}{\partial a} = 2a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2\sum_{i=1}^{n} y_i x_i + 2bn\bar{x}$$

$$2a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2\sum_{i=1}^{n} y_i x_i + 2(\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0$$

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0$$

$$a \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x}) n\bar{x} = 0 \qquad b = \bar{y} - a\bar{x}$$

1

$$a \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x}) n\bar{x} = 0 \qquad b = \bar{y} - a\bar{x}$$

1

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0 \qquad b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - an\bar{x}^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}$$

1

$$\boxed{a\sum_{i=1}^{n} x_i^2} - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0 \qquad b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$\boxed{a\sum_{i=1}^{n} x_i^2} - an\bar{x}^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}$$

1

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - an\bar{x}^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}$$

1

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0 \qquad b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - an\bar{x}^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}$$

1

$$\boxed{a\sum_{i=1}^{n} x_i^2} - \boxed{\sum_{i=1}^{n} y_i x_i} + (\boxed{\bar{y}} - \boxed{a\bar{x}})n\bar{x} = 0 \qquad b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$\boxed{a\sum_{i=1}^{n} x_i^2} - \boxed{an\bar{x}^2} = \boxed{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i} - \boxed{n\bar{x}\bar{y}}$$

1

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0 \qquad b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2\right) = \quad a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - an\bar{x}^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}$$

1

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0 \qquad b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2\right) = \quad a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - an\bar{x}^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}$$

a

1

$$a\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\sum_{i=1}^{n}y_ix_i+(\bar{y}-a\bar{x})n\bar{x}=0 \qquad b=\bar{y}-a\bar{x}$$

$$a\left(\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2\right)= \quad a\sum_{i=1}^{n}x_i^2-an\bar{x}^2=\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\bar{x}\bar{y}$$

$$a=\frac{\displaystyle\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\bar{x}\bar{y}}{\displaystyle\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2}$$

1

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0 \qquad b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2\right) = a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - an\bar{x}^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2}$$

1

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0 \qquad b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2\right) = a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - an\bar{x}^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2}$$

1

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0 \qquad b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2\right) = a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - an\bar{x}^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2} = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n^2\bar{x}\bar{y}}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n^2\bar{x}^2}$$

1

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x}) n\bar{x} = 0 \qquad b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2\right) = a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - an\bar{x}^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2} = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n^2\bar{x}\bar{y}}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n^2\bar{x}^2}$$

1

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0 \qquad b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2\right) = a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - an\bar{x}^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2} = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n^2\bar{x}\bar{y}}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n^2\bar{x}^2}$$

$$= \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

1

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0 \qquad b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2\right) = a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - an\bar{x}^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2} = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n^2\bar{x}\bar{y}}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n^2\bar{x}^2}$$

$$= \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

1

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0 \qquad b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2\right) = a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - an\bar{x}^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2} = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n^2\bar{x}\bar{y}}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n^2\bar{x}^2}$$

$$= \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

1

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0 \qquad b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2\right) = a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - an\bar{x}^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2} = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n^2\bar{x}\bar{y}}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n^2\bar{x}^2}$$

$$= \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

1

$$a = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

1

$$a = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

b

1

$$a = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$b = \bar{y} - \left(\frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}\right)\bar{x}$$

1

$$a = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$b = \bar{y} - \left(\frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}\right)\bar{x}$$

1

$$a = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$b = \bar{y} - \left(\frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}\right)\bar{x}$$

1

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$b = \bar{y} - \left(\frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}\right)\bar{x}$$

1

$$a = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$\begin{aligned} b &= \bar{y} - \left(\frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}\right)\bar{x} \\ &= \bar{y} - \left(\frac{n\bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}\right) \end{aligned}$$

1

$$a = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$b = \bar{y} - \left(\frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}\right)\bar{x}$$

$$= \bar{y} - \left(\frac{n\bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}\right)$$

1

$$a = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$b = \bar{y} - \left(\frac{n\bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2} \right)$$

1

$$a = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$b = \bar{y} - \left(\frac{n\bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2} \right)$$

$$= \frac{n\bar{y}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \bar{y}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2 - \left(n\bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

1

$$a = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$b = \bar{y} - \left(\frac{n\bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}\right)$$

$$= \frac{n\bar{y}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \bar{y}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2 - \left(n\bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

1

$$a = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$b = \bar{y} - \left(\frac{n\bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2} \right)$$

$$= \frac{n\bar{y}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \bar{y}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2 - \left(n\bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

1

$$a = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$b = \bar{y} - \left(\frac{n\bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}\right)$$

$$= \frac{n\bar{y}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \bar{y}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2 - \left(n\bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

1

$$a = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$b = \frac{n\bar{y}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \bar{y}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2 - \left(n\bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

1

$$a = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$b = \frac{n\bar{y}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \bar{y}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2 - \left(n\bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

1

$$a = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$b = \frac{n\bar{y}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \cancel{\bar{y}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2} - \left(n\bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \cancel{\bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}\right)}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

1

$$a = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$b = \frac{n\bar{y}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \cancel{\bar{y}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2} - \left(n\bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \cancel{\bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}\right)}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$= \frac{n\bar{y}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

1

$$a = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$b = \frac{n\bar{y}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

1

$$a = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$b = \frac{n\bar{y}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

1

$$a = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$b = \frac{n\bar{y}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

1

$$a = \frac{n \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i \right)^2}$$

$$b = \frac{n\bar{y} \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x} \sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{n \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i \right)^2}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{n \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i \right)^2}$$

1

$$a = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

Donc la droite de régression est

$$y = ax + b$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a,b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a,b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0$$

$$s_x^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 = f(a,b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0$$

$$s_x^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

$$(n-1)s_x^2 = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a,b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0$$

$$s_x^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

$$(n-1)s_x^2 = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a,b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0$$

$$s_x^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

$$(n-1)s_x^2 = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \quad = \sum_{i=1}^{n}(x_i^2 - 2x_i\bar{x} + \bar{x}^2)$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a,b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0$$

$$s_x^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

$$(n-1)s_x^2 = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \quad = \sum_{i=1}^{n}(x_i^2 - 2x_i\bar{x} + \bar{x}^2)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2\bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i + \bar{x}^2\sum_{i=1}^{n} 1$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a, b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0$$

$$s_x^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

$$(n-1)s_x^2 = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \quad = \sum_{i=1}^{n}(x_i^2 - 2x_i\bar{x} + \bar{x}^2)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2\bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i + \bar{x}^2\sum_{i=1}^{n} 1$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2n\bar{x}^2 + n\bar{x}^2$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 = f(a,b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0$$

$$s_x^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

$$(n-1)s_x^2 = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^{n}(x_i^2 - 2x_i\bar{x} + \bar{x}^2)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2\bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i + \bar{x}^2\sum_{i=1}^{n} 1$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2n\bar{x}^2 + n\bar{x}^2$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 = f(a,b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0$$

$$s_x^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

$$(n-1)s_x^2 = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^{n}(x_i^2 - 2x_i\bar{x} + \bar{x}^2)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2\bar{x}\boxed{\sum_{i=1}^{n} x_i} + \bar{x}^2\boxed{\sum_{i=1}^{n} 1}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2n\bar{x}^2 + n\bar{x}^2$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a,b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0$$

$$s_x^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

$$(n-1)s_x^2 = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \quad = \sum_{i=1}^{n}(x_i^2 - 2x_i\bar{x} + \bar{x}^2)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2\bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i + \bar{x}^2\sum_{i=1}^{n} 1$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2n\bar{x}^2 + n\bar{x}^2 \quad = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a,b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0$$

$$(n-1)s_x^2 = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \quad = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a,b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0$$

$$(n-1)s_x^2 = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \quad = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = (n-1)s_x^2 + n\bar{x}^2$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a,b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0$$

$$(n-1)s_x^2 = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \quad = \boxed{\sum_{i=1}^{n} x_i^2} - n\bar{x}^2$$

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} x_i^2} = (n-1)s_x^2 + n\bar{x}^2$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a,b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0$$

$$(n-1)s_x^2 = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \quad = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = (n-1)s_x^2 + n\bar{x}^2$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 = f(a,b) \qquad b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0$$

$$(n-1)s_x^2 = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = (n-1)s_x^2 + n\bar{x}^2$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 = f(a,b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0$$

$$(n-1)s_x^2 = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = (n-1)s_x^2 + n\bar{x}^2$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 = f(a,b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0$$

$$a\Big((n-1)s_x^2 + n\bar{x}^2\Big) - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0$$

$$(n-1)s_x^2 = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = (n-1)s_x^2 + n\bar{x}^2$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 = f(a,b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0$$

$$a\left((n-1)s_x^2 + n\bar{x}^2\right) - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0$$

$$(n-1)s_x^2 = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = (n-1)s_x^2 + n\bar{x}^2$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 = f(a,b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0$$

$$a\left((n-1)s_x^2 + n\bar{x}^2\right) - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0$$

$$(n-1)s_x^2 = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = (n-1)s_x^2 + n\bar{x}^2$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a, b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0$$

$$a\Big((n-1)s_x^2 + n\bar{x}^2\Big) - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a,b) \qquad\qquad b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0$$

$$a\Big((n-1)s_x^2 + \cancel{n\bar{x}^2}\Big) - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - \cancel{a\bar{x}})n\bar{x} = 0$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 = f(a,b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - a\bar{x})n\bar{x} = 0$$

$$a\Big((n-1)s_x^2 + \cancel{n\bar{x}^2}\Big) - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + (\bar{y} - \cancel{a\bar{x}})n\bar{x} = 0$$

$$a(n-1)s_x^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + n\bar{y}\bar{x} = 0$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a,b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a(n-1)s_x^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + n\bar{y}\bar{x} = 0$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a, b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a(n-1)s_x^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + n\bar{y}\bar{x} = 0$$

$$r = \frac{\displaystyle\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y}$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a,b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a(n-1)s_x^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + n\bar{y}\bar{x} = 0$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y}$$

$$r(n-1)s_x s_y = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a,b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a(n-1)s_x^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + n\bar{y}\bar{x} = 0$$

$$r = \frac{\displaystyle\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y}$$

$$r(n-1)s_x s_y = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a, b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a(n-1)s_x^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + n\bar{y}\bar{x} = 0$$

$$r = \frac{\displaystyle\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y}$$

$$r(n-1)s_x s_y = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i y_i = r(n-1)s_x s_y + n\bar{x}\bar{y}$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a,b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a(n-1)s_x^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + n\bar{y}\bar{x} = 0$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y}$$

$$r(n-1)s_x s_y = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i y_i = r(n-1)s_x s_y + n\bar{x}\bar{y}$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a,b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a(n-1)s_x^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + n\bar{y}\bar{x} = 0$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y}$$

$$r(n-1)s_x s_y = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i y_i = r(n-1)s_x s_y + n\bar{x}\bar{y}$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a, b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a(n-1)s_x^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + n\bar{y}\bar{x} = 0$$

$$r = \frac{\displaystyle\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y}$$

$$r(n-1)s_x s_y = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i y_i = r(n-1)s_x s_y + n\bar{x}\bar{y}$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 = f(a,b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a(n-1)s_x^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + n\bar{y}\bar{x} = 0$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y}$$

$$r(n-1)s_x s_y = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i y_i = r(n-1)s_x s_y + n\bar{x}\bar{y}$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 = f(a, b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a(n-1)s_x^2 - \boxed{\sum_{i=1}^{n} y_i x_i} + n\bar{y}\bar{x} = 0$$

$$a(n-1)s_x^2 - \left(r(n-1)s_x s_y + n\bar{x}\bar{y}\right) + n\bar{y}\bar{x} = 0$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\boxed{(n-1)s_x s_y}}$$

$$\boxed{r(n-1)s_x s_y} = \boxed{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i} - \boxed{n\bar{x}\bar{y}}$$

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i} = \boxed{r(n-1)s_x s_y} + \boxed{n\bar{x}\bar{y}}$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 = f(a,b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a(n-1)s_x^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + n\bar{y}\bar{x} = 0$$

$$a(n-1)s_x^2 - \left(r(n-1)s_x s_y + n\bar{x}\bar{y}\right) + n\bar{y}\bar{x} = 0$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y}$$

$$r(n-1)s_x s_y = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i y_i = r(n-1)s_x s_y + n\bar{x}\bar{y}$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 = f(a,b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a(n-1)s_x^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + n\bar{y}\bar{x} = 0$$

$$a(n-1)s_x^2 - \left(r(n-1)s_x s_y + n\bar{x}\bar{y}\right) + n\bar{y}\bar{x} = 0$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y}$$

$$r(n-1)s_x s_y = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i y_i = r(n-1)s_x s_y + n\bar{x}\bar{y}$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a,b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a(n-1)s_x^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + n\bar{y}\bar{x} = 0$$

$$a(n-1)s_x^2 - \left(r(n-1)s_x s_y + n\bar{x}\bar{y}\right) + n\bar{y}\bar{x} = 0$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a, b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a(n-1)s_x^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + n\bar{y}\bar{x} = 0$$

$$a(n-1)s_x^2 - \left(r(n-1)s_x s_y + \cancel{n\bar{x}\bar{y}}\right) + \cancel{n\bar{y}\bar{x}} = 0$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a,b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a(n-1)s_x^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + n\bar{y}\bar{x} = 0$$

$$a(n-1)s_x^2 - \left(r(n-1)s_x s_y + \cancel{n\bar{x}\bar{y}}\right) + \cancel{n\bar{y}\bar{x}} = 0$$

$$a(n-1)s_x^2 - r(n-1)s_x s_y = 0$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a,b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a(n-1)s_x^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + n\bar{y}\bar{x} = 0$$

$$a(n-1)s_x^2 - \left(r(n-1)s_x s_y + \cancel{n\bar{x}\bar{y}}\right) + \cancel{n\bar{y}\bar{x}} = 0$$

$$a(n-1)s_x^2 - r(n-1)s_x s_y = 0$$

$$a(n-1)s_x^2 = r(n-1)s_x s_y$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i-(ax_i+b))^2 \quad = f(a,b) \qquad\qquad b=\bar{y}-a\bar{x}$$

$$a(n-1)s_x^2-\sum_{i=1}^{n}y_ix_i+n\bar{y}\bar{x}=0$$

$$a(n-1)s_x^2-\big(r(n-1)s_xs_y+\cancel{n\bar{x}\bar{y}}\big)+\cancel{n\bar{y}\bar{x}}=0$$

$$a(n-1)s_x^2-r(n-1)s_xs_y=0$$

$$a(n-1)s_x^2=r(n-1)s_xs_y$$

$$a=\frac{r(n-1)s_xs_y}{(n-1)s_x^2}$$

2

$$\sum_{i=1}^{n} (y_i - (ax_i + b))^2 \;\; = f(a,b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a(n-1)s_x^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + n\bar{y}\bar{x} = 0$$

$$a(n-1)s_x^2 - \left(r(n-1)s_x s_y + \cancel{n\bar{x}\bar{y}}\right) + \cancel{n\bar{y}\bar{x}} = 0$$

$$a(n-1)s_x^2 - r(n-1)s_x s_y = 0$$

$$a(n-1)s_x^2 = r(n-1)s_x s_y$$

$$a = \frac{r(n-1)s_x s_y}{(n-1)s_x^2}$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \ = f(a, b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a(n-1)s_x^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + n\bar{y}\bar{x} = 0$$

$$a(n-1)s_x^2 - \left(r(n-1)s_x s_y + \cancel{n\bar{x}\bar{y}}\right) + \cancel{n\bar{y}\bar{x}} = 0$$

$$a(n-1)s_x^2 - r(n-1)s_x s_y = 0$$

$$a(n-1)s_x^2 = r(n-1)s_x s_y$$

$$a = \frac{r(n-1)s_x s_y}{(n-1)s_x^2}$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a, b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a(n-1)s_x^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + n\bar{y}\bar{x} = 0$$

$$a(n-1)s_x^2 - \left(r(n-1)s_x s_y + \cancel{n\bar{x}\bar{y}}\right) + \cancel{n\bar{y}\bar{x}} = 0$$

$$a(n-1)s_x^2 - r(n-1)s_x s_y = 0$$

$$a(n-1)s_x^2 = r(n-1)s_x s_y$$

$$a = \frac{r\cancel{(n-1)}s_x s_y}{\cancel{(n-1)}s_x^2}$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 = f(a, b) \qquad b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a(n-1)s_x^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + n\bar{y}\bar{x} = 0$$

$$a(n-1)s_x^2 - \left(r(n-1)s_x s_y + \cancel{n\bar{x}\bar{y}}\right) + \cancel{n\bar{y}\bar{x}} = 0$$

$$a(n-1)s_x^2 - r(n-1)s_x s_y = 0$$

$$a(n-1)s_x^2 = r(n-1)s_x s_y$$

$$a = \frac{r\cancel{(n-1)}\cancel{s_x}s_y}{\cancel{(n-1)}s_x^{\cancel{2}}}$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 = f(a,b)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$a(n-1)s_x^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i + n\bar{y}\bar{x} = 0$$

$$a(n-1)s_x^2 - \left(r(n-1)s_x s_y + \cancel{n\bar{x}\bar{y}}\right) + \cancel{n\bar{y}\bar{x}} = 0$$

$$a(n-1)s_x^2 - r(n-1)s_x s_y = 0$$

$$a\boxed{(n-1)s_x^2} = \boxed{r(n-1)s_x s_y}$$

$$a = \frac{r\cancel{(n-1)}\cancel{s_x}s_y}{\cancel{(n-1)}s_x^{\cancel{2}}}$$

$$a = \frac{rs_y}{s_x}$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 = f(a, b)$$

$$a = \frac{rs_y}{s_x} \qquad b = \bar{y} - a\bar{x}$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 = f(a,b)$$

$$a = \frac{rs_y}{s_x} \qquad b = \bar{y} - a\bar{x}$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 = f(a,b)$$

$$a = \frac{rs_y}{s_x} \qquad b = \bar{y} - a\bar{x} = \bar{y} - \frac{rs_y}{s_x}\bar{x}$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 = f(a, b)$$

$$a = \frac{rs_y}{s_x}$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x} = \bar{y} - \frac{rs_y}{s_x}\bar{x}$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 = f(a,b)$$

$$a = \frac{rs_y}{s_x} \qquad b = \bar{y} - a\bar{x} = \bar{y} - \frac{rs_y}{s_x}\bar{x}$$

Donc la droite de régression est

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 = f(a,b)$$

$$a = \frac{rs_y}{s_x} \qquad b = \bar{y} - a\bar{x} = \bar{y} - \frac{rs_y}{s_x}\bar{x}$$

Donc la droite de régression est

$$y = ax + b$$

2

$$\sum_{i=1}^{n} (y_i - (ax_i + b))^2 = f(a, b)$$

$$a = \frac{rs_y}{s_x} \qquad b = \bar{y} - a\bar{x} = \bar{y} - \frac{rs_y}{s_x}\bar{x}$$

Donc la droite de régression est

$$y = ax + b$$

$$y = \left(\frac{rs_y}{s_x}\right)x + \left(\bar{y} - \frac{rs_y}{s_x}\bar{x}\right)$$

2

$$\sum_{i=1}^{n} (y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a, b)$$

$$a = \frac{rs_y}{s_x} \qquad\qquad b = \bar{y} - a\bar{x} = \bar{y} - \frac{rs_y}{s_x}\bar{x}$$

Donc la droite de régression est

$$y = ax + b$$

$$y = \left(\frac{rs_y}{s_x}\right) x + \left(\bar{y} - \frac{rs_y}{s_x}\bar{x}\right)$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 \quad = f(a,b)$$

$$a = \boxed{\frac{rs_y}{s_x}}$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x} = \bar{y} - \boxed{\frac{rs_y}{s_x}}\bar{x}$$

Donc la droite de régression est

$$y = ax + b$$

$$y = \left(\boxed{\frac{rs_y}{s_x}}\right)x + \left(\bar{y} - \frac{rs_y}{s_x}\bar{x}\right)$$

2

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2 = f(a,b)$$

$$a = \frac{rs_y}{s_x} \qquad b = \bar{y} - a\bar{x} = \bar{y} - \frac{rs_y}{s_x}\bar{x}$$

Donc la droite de régression est

$$y = ax + b$$

$$y = \left(\frac{rs_y}{s_x}\right)x + \left(\bar{y} - \frac{rs_y}{s_x}\bar{x}\right)$$

2

Donc la droite de régression est

$$y = \left(\frac{r s_y}{s_x}\right) x + \left(\bar{y} - \frac{r s_y}{s_x}\bar{x}\right)$$

2

Donc la droite de régression est

$$f(x) = y = \left(\frac{r s_y}{s_x}\right) x + \left(\bar{y} - \frac{r s_y}{s_x} \bar{x}\right)$$

2

Donc la droite de régression est

$$f(x) = y = \left(\frac{r s_y}{s_x}\right) x + \left(\bar{y} - \frac{r s_y}{s_x} \bar{x}\right)$$

En posant $x = \bar{x}$

2

Donc la droite de régression est

$$f(x) = y = \left(\frac{r s_y}{s_x}\right) x + \left(\bar{y} - \frac{r s_y}{s_x}\bar{x}\right)$$

En posant $x = \bar{x}$

$$f(\bar{x}) = \left(\frac{r s_y}{s_x}\right) \bar{x} + \left(\bar{y} - \frac{r s_y}{s_x}\bar{x}\right)$$

2

Donc la droite de régression est

$$f(x) = y = \left(\frac{r s_y}{s_x}\right) x + \left(\bar{y} - \frac{r s_y}{s_x}\bar{x}\right)$$

En posant $\quad x = \bar{x}$

$$f(\bar{x}) = \left(\cancel{\frac{r s_y}{s_x}}\right) \bar{x} + \left(\bar{y} - \cancel{\frac{r s_y}{s_x}}\bar{x}\right)$$

2

Donc la droite de régression est

$$f(x) = y = \left(\frac{r s_y}{s_x}\right) x + \left(\bar{y} - \frac{r s_y}{s_x}\bar{x}\right)$$

En posant $x = \bar{x}$

$$f(\bar{x}) = \cancel{\left(\frac{r s_y}{s_x}\right)} \bar{x} + \left(\bar{y} - \cancel{\frac{r s_y}{s_x}\bar{x}}\right) = \bar{y}$$

2

Donc la droite de régression est

$$f(x) = y = \left(\frac{r s_y}{s_x}\right) x + \left(\bar{y} - \frac{r s_y}{s_x} \bar{x}\right)$$

En posant $x = \bar{x}$

$$f(\bar{x}) = \cancel{\left(\frac{r s_y}{s_x}\right) \bar{x}} + \left(\bar{y} - \cancel{\frac{r s_y}{s_x} \bar{x}}\right) = \bar{y}$$

Donc la droite de régression passe par le point

$$(\bar{x}, \bar{y})$$

3

Pour le fun!

3

Pour le fun! $y_i = ax_i + b$

3

Pour le fun!

$$y_i = ax_i + b$$

$$\begin{pmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

Pour le fun!

$$y_i = ax_i + b$$

$$\begin{pmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{XD} = \mathbf{Y}$$

3

Pour le fun!

$$y_i = ax_i + b$$

$$\begin{pmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X}\mathbf{D} = \mathbf{Y}$$

3

Pour le fun!

$$y_i = ax_i + b$$

$$\begin{pmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X}\mathbf{D} = \mathbf{Y}$$

3

Pour le fun!

$$y_i = ax_i + b$$

$$\begin{pmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X}\mathbf{D} = \mathbf{Y}$$

3

Pour le fun!

$$y_i = ax_i + b$$

$$\begin{pmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X}\mathbf{D} = \mathbf{Y}$$

$$\mathbf{X}^T\mathbf{X}\mathbf{D} = \mathbf{X}^T\mathbf{Y}$$

3

Pour le fun!

$$y_i = ax_i + b$$

$$\begin{pmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X}\mathbf{D} = \mathbf{Y}$$

$$\mathbf{X}^T\mathbf{X}\mathbf{D} = \mathbf{X}^T\mathbf{Y}$$

3

Pour le fun!

$$y_i = ax_i + b$$

$$\begin{pmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X}\mathbf{D} = \mathbf{Y}$$

$$\mathbf{X}^T\mathbf{X}\mathbf{D} = \mathbf{X}^T\mathbf{Y}$$

$$\mathbf{X}^T\mathbf{X}$$

3

Pour le fun!

$$y_i = ax_i + b$$

$$\begin{pmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X}\mathbf{D} = \mathbf{Y}$$

$$\mathbf{X}^T\mathbf{X}\mathbf{D} = \mathbf{X}^T\mathbf{Y}$$

$$\mathbf{X}^T\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_n \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & 1 \end{pmatrix}$$

3

Pour le fun!

$$y_i = ax_i + b$$

$$\begin{pmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X}\mathbf{D} = \mathbf{Y}$$

$$\mathbf{X}^T\mathbf{X}\mathbf{D} = \mathbf{X}^T\mathbf{Y}$$

$$\mathbf{X}^T\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_n \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum x_i^2 & \sum x_i \\ \sum x_i & n \end{pmatrix}$$

3

Pour le fun!

$$y_i = ax_i + b$$

$$\begin{pmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X}\mathbf{D} = \mathbf{Y}$$

$$\mathbf{X}^T\mathbf{X}\mathbf{D} = \mathbf{X}^T\mathbf{Y}$$

$$\mathbf{X}^T\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_n \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum x_i^2 & \sum x_i \\ \sum x_i & n \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X}^T\mathbf{Y}$$

3

Pour le fun!

$$y_i = a x_i + b$$

$$\begin{pmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X}\mathbf{D} = \mathbf{Y}$$

$$\mathbf{X}^T\mathbf{X}\mathbf{D} = \mathbf{X}^T\mathbf{Y}$$

$$\mathbf{X}^T\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_n \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum x_i^2 & \sum x_i \\ \sum x_i & n \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X}^T\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_n \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

3

Pour le fun!

$$y_i = ax_i + b$$

$$\begin{pmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X}\mathbf{D} = \mathbf{Y}$$

$$\mathbf{X}^T\mathbf{X}\mathbf{D} = \mathbf{X}^T\mathbf{Y}$$

$$\mathbf{X}^T\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_n \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum x_i^2 & \sum x_i \\ \sum x_i & n \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X}^T\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_n \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum x_i y_i \\ \sum y_i \end{pmatrix}$$

3

Pour le fun! $y_i = ax_i + b$

$$\mathbf{X}^T\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \sum x_i^2 & \sum x_i \\ \sum x_i & n \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X}^T\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \sum x_i y_i \\ \sum y_i \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{XD} = \mathbf{Y} \qquad \mathbf{X}^T\mathbf{XD} = \mathbf{X}^T\mathbf{Y}$$

Pour le fun! $y_i = ax_i + b$

$$\mathbf{X}^T\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \sum x_i^2 & \sum x_i \\ \sum x_i & n \end{pmatrix} \qquad \mathbf{X}^T\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \sum x_i y_i \\ \sum y_i \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{XD} = \mathbf{Y} \qquad \mathbf{X}^T\mathbf{XD} = \mathbf{X}^T\mathbf{Y}$$

$$\mathbf{D} = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{Y}$$

3

Pour le fun! $y_i = ax_i + b$

$$\mathbf{X}^T\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \sum x_i^2 & \sum x_i \\ \sum x_i & n \end{pmatrix} \qquad \mathbf{X}^T\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \sum x_i y_i \\ \sum y_i \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{XD} = \mathbf{Y} \qquad \mathbf{X}^T\mathbf{X}\mathbf{D} = \mathbf{X}^T\mathbf{Y}$$

$$\mathbf{D} = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{Y}$$

3

Pour le fun! $y_i = ax_i + b$

$$\mathbf{X}^T\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \sum x_i^2 & \sum x_i \\ \sum x_i & n \end{pmatrix} \qquad \mathbf{X}^T\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \sum x_i y_i \\ \sum y_i \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X}\mathbf{D} = \mathbf{Y} \qquad \mathbf{X}^T\mathbf{X}\mathbf{D} = \mathbf{X}^T\mathbf{Y}$$

$$\mathbf{D} = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{Y}$$

$$= \frac{1}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \begin{pmatrix} n & -\sum x_i \\ -\sum x_i & \sum x_i^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sum x_i y_i \\ \sum y_i \end{pmatrix}$$

3

Pour le fun! $y_i = ax_i + b$

$$\mathbf{X}^T\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \sum x_i^2 & \sum x_i \\ \sum x_i & n \end{pmatrix} \qquad \mathbf{X}^T\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \sum x_i y_i \\ \sum y_i \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{XD} = \mathbf{Y} \qquad \mathbf{X}^T\mathbf{X}\mathbf{D} = \mathbf{X}^T\mathbf{Y}$$

$$\mathbf{D} = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{Y}$$

$$= \frac{1}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \begin{pmatrix} n & -\sum x_i \\ -\sum x_i & \sum x_i^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sum x_i y_i \\ \sum y_i \end{pmatrix}$$

3

Pour le fun! $y_i = ax_i + b$

$$\mathbf{X}^T\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \sum x_i^2 & \sum x_i \\ \sum x_i & n \end{pmatrix} \qquad \mathbf{X}^T\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \sum x_i y_i \\ \sum y_i \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X}\mathbf{D} = \mathbf{Y} \qquad \mathbf{X}^T\mathbf{X}\mathbf{D} = \mathbf{X}^T\mathbf{Y}$$

$$\mathbf{D} = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{Y}$$

$$= \frac{1}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \begin{pmatrix} n & -\sum x_i \\ -\sum x_i & \sum x_i^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sum x_i y_i \\ \sum y_i \end{pmatrix}$$

3

Pour le fun! $y_i = ax_i + b$

$$\mathbf{X}^T\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \sum x_i^2 & \sum x_i \\ \sum x_i & n \end{pmatrix} \qquad \mathbf{X}^T\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \sum x_i y_i \\ \sum y_i \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{XD} = \mathbf{Y} \qquad \mathbf{X}^T\mathbf{X}\mathbf{D} = \mathbf{X}^T\mathbf{Y}$$

$$\mathbf{D} = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{Y}$$

$$= \frac{1}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \begin{pmatrix} n & -\sum x_i \\ -\sum x_i & \sum x_i^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sum x_i y_i \\ \sum y_i \end{pmatrix}$$

3

Pour le fun! $y_i = a x_i + b$

$$\mathbf{D} = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{Y}$$

$$= \frac{1}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \begin{pmatrix} n & -\sum x_i \\ -\sum x_i & \sum x_i^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sum x_i y_i \\ \sum y_i \end{pmatrix}$$

3

Pour le fun! $y_i = ax_i + b$

$$\mathbf{D} = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{Y}$$

$$= \frac{1}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \begin{pmatrix} n & -\sum x_i \\ -\sum x_i & \sum x_i^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sum x_i y_i \\ \sum y_i \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \begin{pmatrix} n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i \\ \\ \sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i \end{pmatrix}$$

3

Pour le fun! $y_i = ax_i + b$

$$\mathbf{D} = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{Y}$$

$$= \frac{1}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \begin{pmatrix} n & -\sum x_i \\ -\sum x_i & \sum x_i^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sum x_i y_i \\ \sum y_i \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \begin{pmatrix} n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i \\ \sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i \end{pmatrix}$$

3

Pour le fun! $y_i = ax_i + b$

$$\mathbf{D} = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{Y}$$

$$= \frac{1}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \begin{pmatrix} n & -\sum x_i \\ -\sum x_i & \sum x_i^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sum x_i y_i \\ \sum y_i \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \begin{pmatrix} n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i \\ \sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i \end{pmatrix}$$

3

Pour le fun! $y_i = ax_i + b$

$$\mathbf{D} = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{Y}$$

$$= \frac{1}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \begin{pmatrix} n & -\sum x_i \\ -\sum x_i & \sum x_i^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sum x_i y_i \\ \sum y_i \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \begin{pmatrix} n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i \\ \sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i \end{pmatrix}$$

3

Pour le fun! $y_i = ax_i + b$

$$\mathbf{D} = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{Y}$$

$$= \frac{1}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \begin{pmatrix} n & -\sum x_i \\ -\sum x_i & \sum x_i^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sum x_i y_i \\ \sum y_i \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \begin{pmatrix} n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i \\ \\ \sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i \end{pmatrix}$$

3

Pour le fun! $y_i = ax_i + b$

$$\mathbf{D} = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{Y}$$

$$= \frac{1}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \begin{pmatrix} n & -\sum x_i \\ -\sum x_i & \sum x_i^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sum x_i y_i \\ \sum y_i \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \begin{pmatrix} n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i \\ \\ \sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \\ \\ \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \end{pmatrix}$$

3

Pour le fun! $y_i = a x_i + b$

$$\mathbf{D} = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{Y}$$

$$= \frac{1}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \begin{pmatrix} n & -\sum x_i \\ -\sum x_i & \sum x_i^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sum x_i y_i \\ \sum y_i \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \begin{pmatrix} n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i \\ \sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \\ \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

3

Pour le fun! $y_i = ax_i + b$

$$\mathbf{D} = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{Y}$$

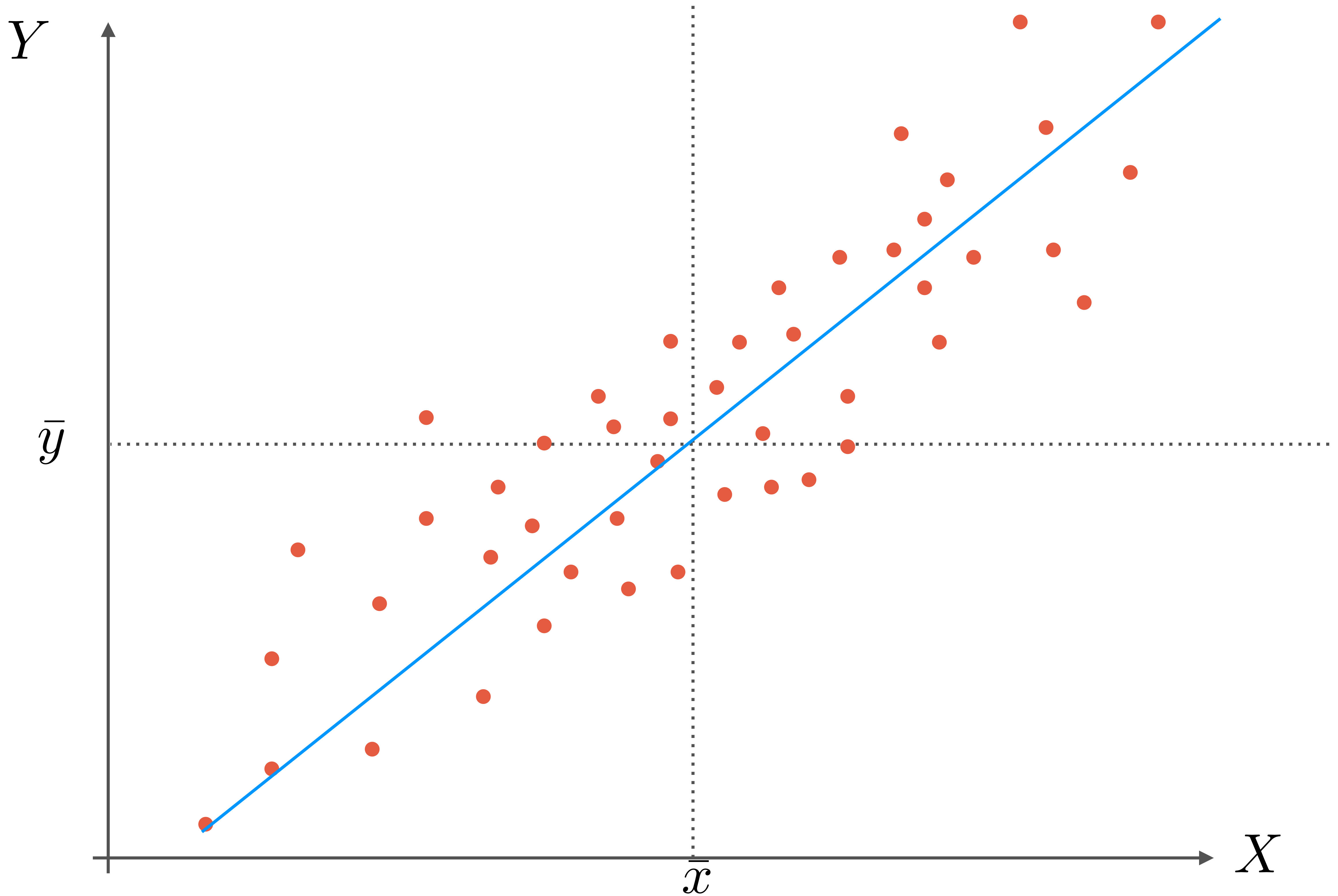
$$= \frac{1}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \begin{pmatrix} n & -\sum x_i \\ -\sum x_i & \sum x_i^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sum x_i y_i \\ \sum y_i \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \begin{pmatrix} n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i \\ \sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i \end{pmatrix}$$

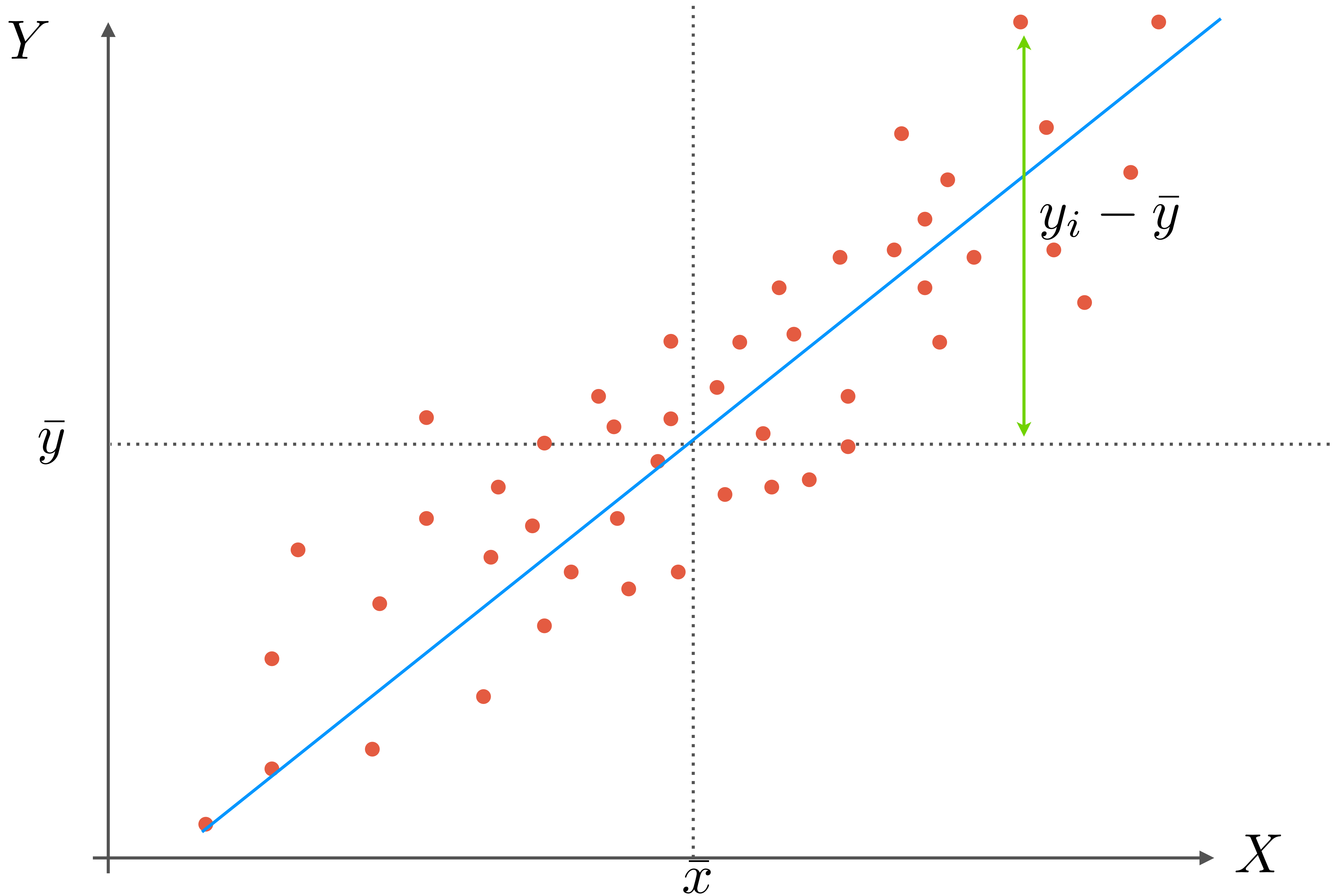
$$= \begin{pmatrix} \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \\ \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

Exactement ce qu'on a eu plus tôt!!!

Lorsqu'on a une variable statistique Y on s'attend à s'écarter de la moyenne

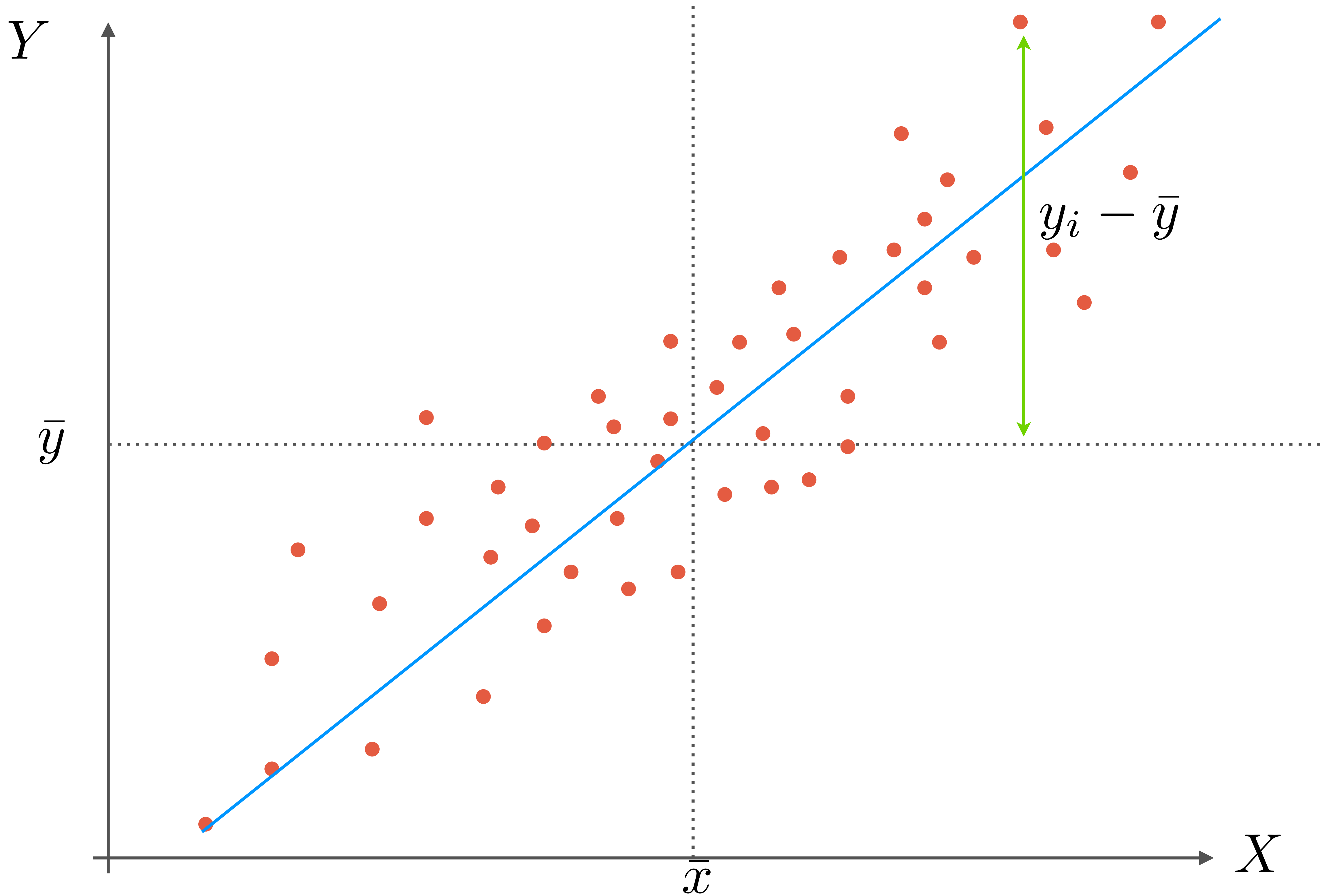


Lorsqu'on a une variable statistique Y on s'attend à s'écarter de la moyenne



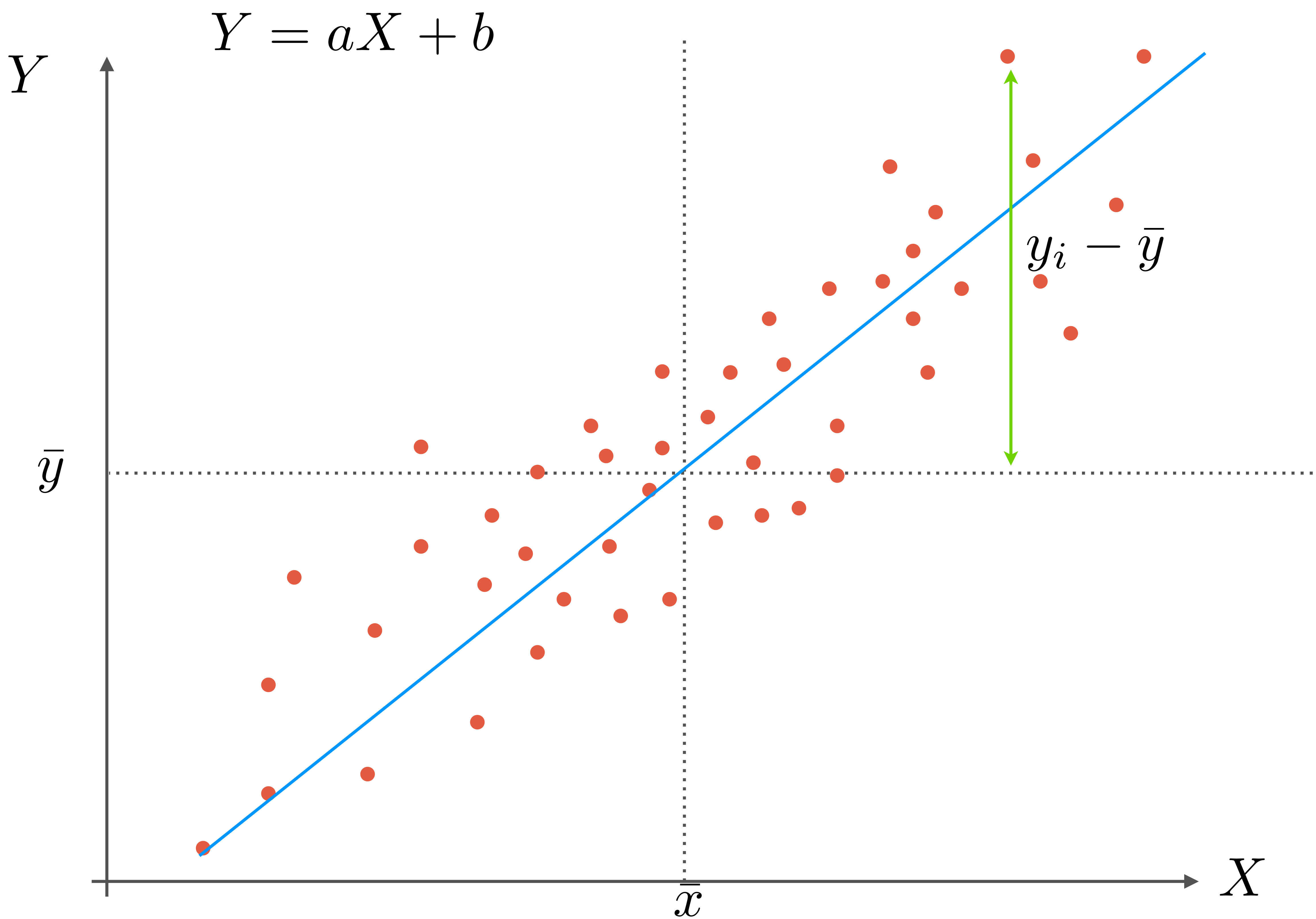
Lorsqu'on a une variable statistique Y on s'attend à s'écarter de la moyenne

Or une partie de cet écart est dû au lien entre les variables



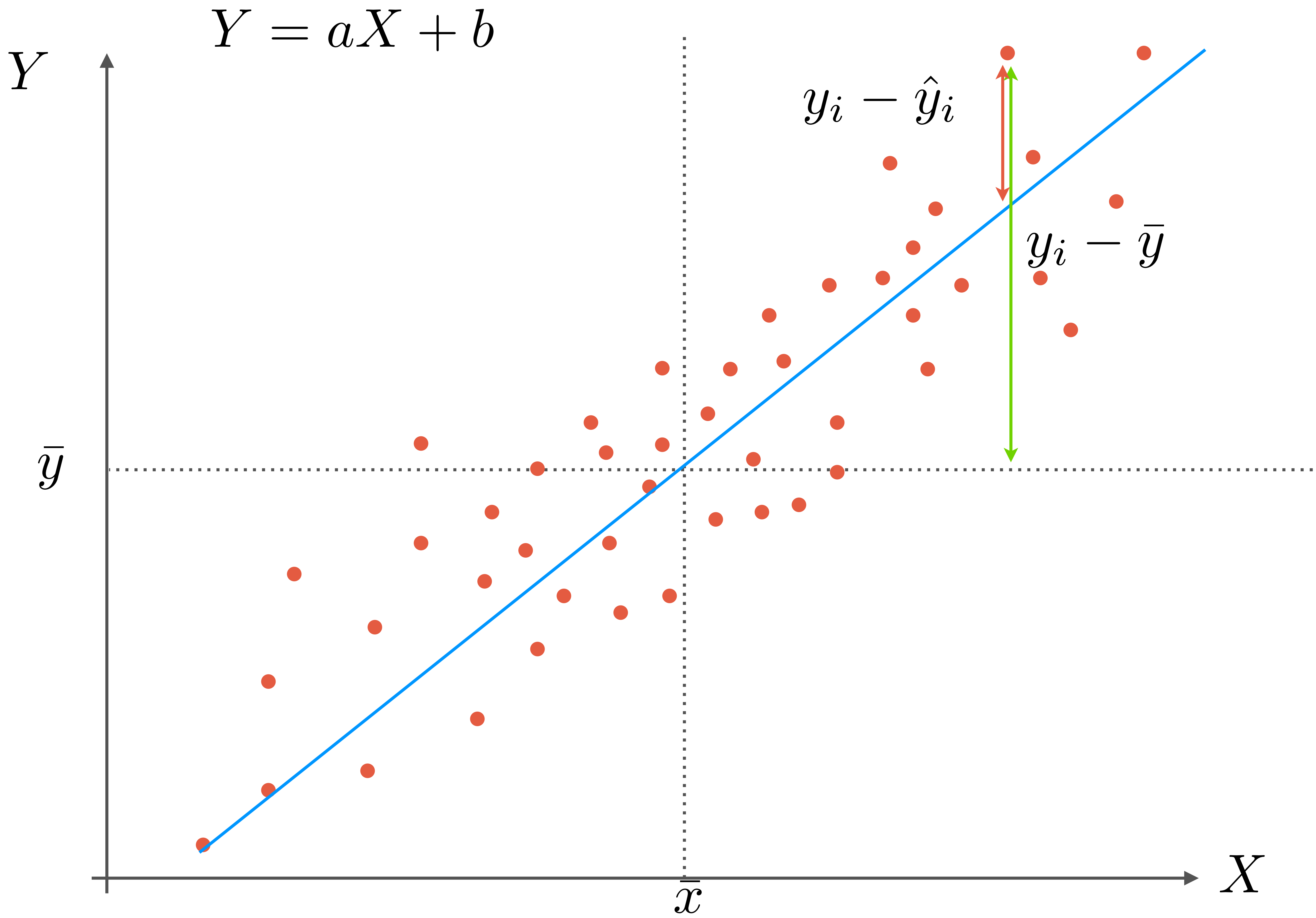
Lorsqu'on a une variable statistique Y on s'attend à s'écarter de la moyenne

Or une partie de cet écart est dû au lien entre les variables



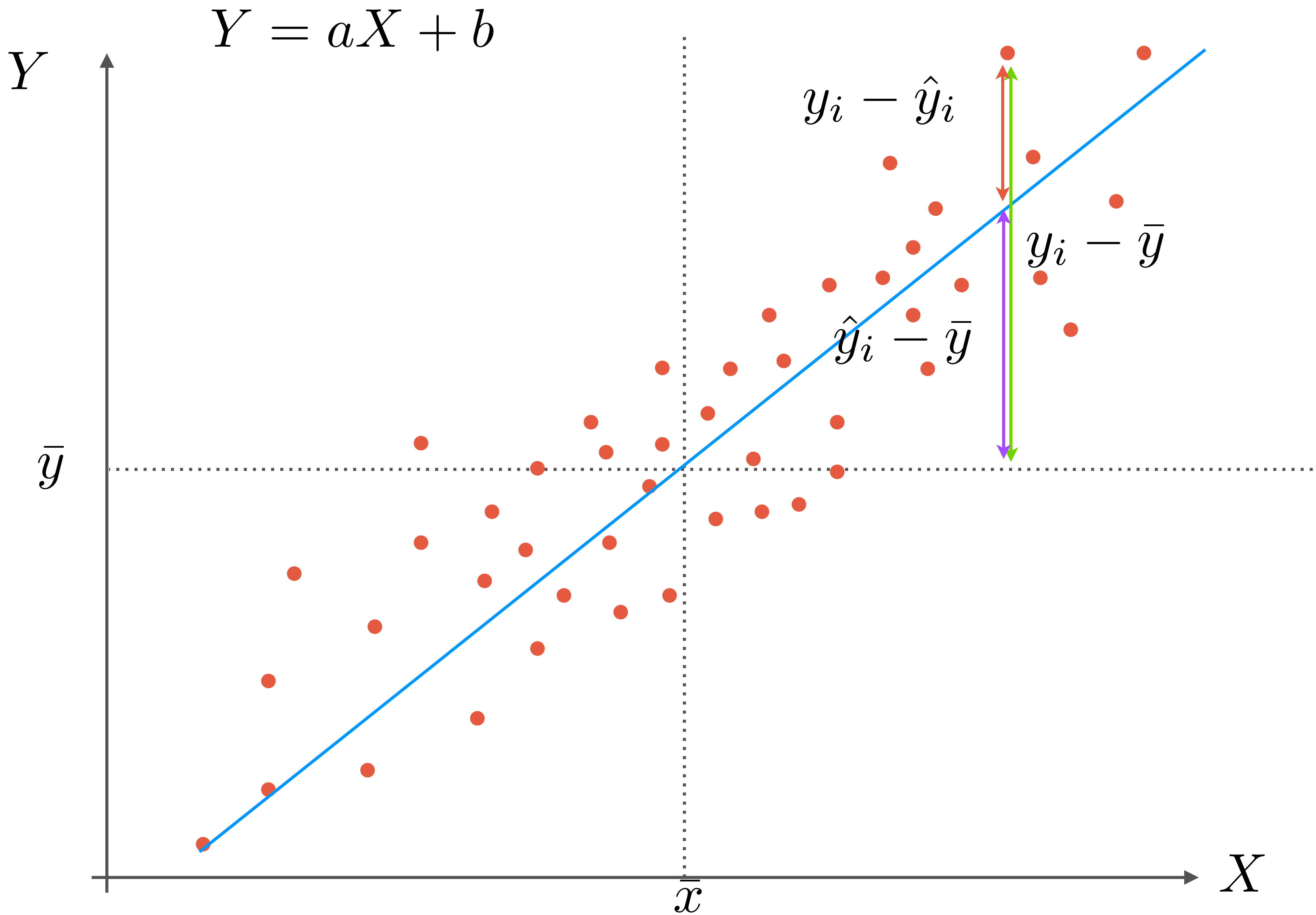
Lorsqu'on a une variable statistique Y on s'attend à s'écarter de la moyenne

Or une partie de cet écart est dû au lien entre les variables



Lorsqu'on a une variable statistique Y on s'attend à s'écarter de la moyenne

Or une partie de cet écart est dû au lien entre les variables



On introduit donc le **coefficient de déterminatio**n qui permet de mesurer quelle partie de la variation est expliquée par le lien entre les variables.

On introduit donc le **coefficient de détermination** qui permet de mesurer quelle partie de la variation est expliquée par le lien entre les variables.

Variations expliquées: $\hat{y}_i - \bar{y}$

On introduit donc le **coefficient de détermination** qui permet de mesurer quelle partie de la variation est expliquée par le lien entre les variables.

Variations expliquées: $\hat{y}_i - \bar{y}$

Variations totales: $y_i - \bar{y}$

On introduit donc le **coefficient de détermination** qui permet de mesurer quelle partie de la variation est expliquée par le lien entre les variables.

Variations expliquées: $\hat{y}_i - \bar{y}$

Variations totales: $y_i - \bar{y}$

$$\frac{\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}$$

On introduit donc le **coefficient de détermination** qui permet de mesurer quelle partie de la variation est expliquée par le lien entre les variables.

Variations expliquées: $\hat{y}_i - \bar{y}$

Variations totales: $y_i - \bar{y}$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}((ax_i + b) - (a\bar{x} + b))^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}$$

On introduit donc le **coefficient de détermination** qui permet de mesurer quelle partie de la variation est expliquée par le lien entre les variables.

Variations expliquées: $\hat{y}_i - \bar{y}$

Variations totales: $y_i - \bar{y}$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}((ax_i + b) - (a\bar{x} + b))^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}$$

On introduit donc le **coefficient de détermination** qui permet de mesurer quelle partie de la variation est expliquée par le lien entre les variables.

Variations expliquées: $\hat{y}_i - \bar{y}$

Variations totales: $y_i - \bar{y}$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}((ax_i + b) - (a\bar{x} + b))^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}$$

On introduit donc le **coefficient de détermination** qui permet de mesurer quelle partie de la variation est expliquée par le lien entre les variables.

Variations expliquées: $\hat{y}_i - \bar{y}$

Variations totales: $y_i - \bar{y}$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}((ax_i + \cancel{b}) - (a\bar{x} + \cancel{b}))^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}$$

On introduit donc le **coefficient de détermination** qui permet de mesurer quelle partie de la variation est expliquée par le lien entre les variables.

Variations expliquées: $\hat{y}_i - \bar{y}$

Variations totales: $y_i - \bar{y}$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}((ax_i + \cancel{b}) - (a\bar{x} + \cancel{b}))^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(ax_i - a\bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}$$

$$\frac{\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} = \frac{\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(ax_i - a\bar{x})^2}{\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}$$

$$\frac{\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} = \frac{\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(ax_i - a\bar{x})^2}{\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} = \frac{a^2\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(ax_i - a\bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} = \frac{a^2\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}$$

$$\frac{\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} = \frac{\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(ax_i - a\bar{x})^2}{\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} = \frac{a^2\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}$$

$$= \frac{a^2(n-1)s_x^2}{(n-1)s_y^2}$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(ax_i - a\bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} = \frac{a^2 \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}$$

$$= \frac{a^2 (n-1)s_x^2}{(n-1)s_y^2}$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(ax_i - a\bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} = \frac{a^2 \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}$$

$$= \frac{a^2 (n-1)s_x^2}{(n-1)s_y^2}$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(ax_i - a\bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} = \frac{a^2 \boxed{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}}{\boxed{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}}$$

$$= \frac{a^2 \cancel{(n-1)} s_x^2}{\cancel{(n-1)} s_y^2}$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i-\bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(a x_i - a\bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2} = \frac{a^2\boxed{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}}{\boxed{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}$$

$$= \frac{a^2\cancel{(n-1)}s_x^2}{\cancel{(n-1)}s_y^2} = a^2\frac{s_x^2}{s_y^2}$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(ax_i - a\bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} = \frac{a^2 \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}$$

$$= \frac{a^2 \cancel{(n-1)} s_x^2}{\cancel{(n-1)} s_y^2} = a^2 \frac{s_x^2}{s_y^2}$$

$$= \left(\frac{r s_y}{s_x}\right)^2 \frac{s_x^2}{s_y^2}$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(a x_i - a\bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} = \frac{a^2 \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}$$

$$= \frac{a^2 \cancel{(n-1)} s_x^2}{\cancel{(n-1)} s_y^2} = a^2 \frac{s_x^2}{s_y^2}$$

$$= \left(\frac{r s_y}{s_x}\right)^2 \frac{s_x^2}{s_y^2}$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(a x_i - a\bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} = \frac{a^2 \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}$$

$$= \frac{a^2 \cancel{(n-1)} s_x^2}{\cancel{(n-1)} s_y^2} = a^2 \frac{s_x^2}{s_y^2}$$

$$= \left(\frac{r \cancel{s_y}}{s_x}\right)^2 \frac{s_x^2}{\cancel{s_y^2}}$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i-\bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(ax_i-a\bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2} = \frac{a^2\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}$$

$$= \frac{a^2\cancel{(n-1)}s_x^2}{\cancel{(n-1)}s_y^2} = a^2\frac{s_x^2}{s_y^2}$$

$$= \left(\frac{r\cancel{s_y}}{\cancel{s_x}}\right)^2 \frac{\cancel{s_x^2}}{\cancel{s_y^2}}$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i-\bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(ax_i-a\bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2} = \frac{a^2\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}$$

$$= \frac{a^2\cancel{(n-1)}s_x^2}{\cancel{(n-1)}s_y^2} = a^2\frac{s_x^2}{s_y^2}$$

$$= \left(\frac{r\cancel{s_y}}{\cancel{s_x}}\right)^2\frac{\cancel{s_x^2}}{\cancel{s_y^2}} = r^2$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(a x_i - a\bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} = \frac{a^2 \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}$$

$$= \frac{a^2 \cancel{(n-1)} s_x^2}{\cancel{(n-1)} s_y^2} = a^2 \frac{s_x^2}{s_y^2}$$

$$= \left(\frac{r \cancel{s_y}}{\cancel{s_x}}\right)^2 \frac{\cancel{s_x^2}}{\cancel{s_y^2}} = r^2$$

Donc le coefficient de détermination est tous simplement

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(ax_i - a\bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} = \frac{a^2 \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}$$

$$= \frac{a^2 \cancel{(n-1)} s_x^2}{\cancel{(n-1)} s_y^2} = a^2 \frac{s_x^2}{s_y^2}$$

$$= \left(\frac{r \cancel{s_y}}{\cancel{s_x}}\right)^2 \frac{\cancel{s_x^2}}{\cancel{s_y^2}} = r^2$$

Donc le coefficient de détermination est tous simplement

$$r^2$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i-\bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(ax_i-a\bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2} = \frac{a^2\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}$$

$$= \frac{a^2\cancel{(n-1)}s_x^2}{\cancel{(n-1)}s_y^2} = a^2\frac{s_x^2}{s_y^2}$$

$$= \left(\frac{r\cancel{s_y}}{\cancel{s_x}}\right)^2\frac{\cancel{s_x^2}}{\cancel{s_y^2}} = r^2$$

Donc le coefficient de détermination est tous simplement

r^2 où $r = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i - n\bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_xs_y}$

Devoir: 5.12 et 5.13