

4 Inférence statistique

4.1 Distributions d'échantillonnage

Q.4.1

Dans une population de loups, on sait que la masse est une variable X dont l'espérance est 30 kg et la variance est 5 kg^2 . Si \bar{X} est la variable aléatoire représentant la masse moyenne des loups dans un échantillon de taille $n = 12$ prélevé avec remise dans la population, trouver $E(\bar{X})$ et $\text{Var}(\bar{X})$.

Q.4.2

L'âge des clients de la discothèque NAMAM est une variable d'espérance 18,0 et d'écart type 1,5. Un échantillon de taille 100 est prélevé avec remise parmi les clients. Si on appelle \bar{X} la variable aléatoire représentant la moyenne de l'âge des clients dans un tel échantillon, trouver :

- a) $P(\bar{X} > 20)$ b) $P(17 < \bar{X} < 19)$

Q.4.3

Le revenu annuel des étudiants canadiens est une variable X qui obéit à une loi normale d'espérance 4 000\$ et d'écart type 1 000\$. Si on prélève avec remise un échantillon de taille $n = 25$ et si on appelle \bar{X} la variable aléatoire représentant la moyenne des revenus annuels des étudiants de cet échantillon, trouver :

- a) $P(X > 5000)$ c) $P(3500 < X < 4500)$
b) $P(\bar{X} > 5000)$ d) $P(3500 < \bar{X} < 4500)$

Q.4.4

Dans une usine d'assemblage, on sait que le temps nécessaire pour faire l'assemblage d'une pièce est une variable obéissant à une loi normale de moyenne 140 s et d'écart-type 14 s. Si on prélève un échantillon de 25 temps d'assemblages, quelle est la probabilité que la moyenne échantillonnale s'écarte de moins de 5 s de la moyenne de la population ?

Q.4.5

Pour estimer la proportion des Québécois qui souffrent de myopie, on prélève un échantillon de 255 personnes parmi lesquelles on trouve 87 personnes souffrant de myopie. Estimer de façon ponctuelle la proportion de Québécois souffrant de myopie.

Q.4.6

Dans le port de la ville on sait que 24% des embarcations qui accostent sont des bateaux à voiles. On prélève avec remise un échantillon de 400 embarcations. Si on note par \bar{P} la variable aléatoire représentant la proportion de bateaux à voiles, trouver $P(0,22 \leq \bar{P} \leq 0,28)$.

Q.4.7

Aux dernières élections, 42% des électeurs du comté ACE ont voté pour le parti PRI. Si on prélève avec remise un échantillon de 100 électeurs, quelle est la probabilité que dans cet échantillon, on trouve plus de 40% et moins de 44% d'électeurs ayant voté pour le parti PRI ?

Q.4.8

Dans la ville de Rougeur, on sait que 20% des gens préfèrent un appareil de téléphone rouge à toute autre couleur. Quelles est la probabilité que dans les 1 000 prochaines installations d'appareils téléphoniques on ait entre 170 et 190 (inclusivement) appareils rouges à installer ?

Q.4.9

Soit Π , la proportion des individus d'une population qui possèdent une caractéristique donnée, et \bar{P} cette proportion dans un échantillon de taille n choisi avec remise. Montrer que $E(\bar{P}) = \Pi$ et $\text{Var}(\bar{P}) = \frac{\Pi(1-\Pi)}{n}$.
(Indice : utilisez les propriétés de la loi binomiale...)

4.2 Intervalles de confiance

4.2.1 Intervalles de confiance pour une moyenne

Q.4.10

La durée de fonctionnement des montres EURH obéit à une loi normale d'écart type 0,75 an. On prélève avec remise un échantillon de 36 de ces montres et dans cet échantillon, on a observé une durée de fonctionnement moyenne de 4,5 ans. Construire un intervalle de confiance au niveau de confiance de 95% pour estimer la durée de fonctionnement moyenne des montres EURH.

Q.4.11

Une compagnie qui fabrique des moteurs d'avion veut savoir à partir de quelle température ses moteurs explosent. Étant donné les coûts des moteurs d'avion, la compagnie fait des tests sur 10 moteurs et obtient comme température moyenne 930°C avec un écart type 27°C . Il est naturel de supposer que la distribution des températures explosives ressemble à une loi normale.

- a) Estimer la température moyenne où les moteurs explosent, par intervalle de confiance avec 90% de niveau de confiance.
b) Quelle est la marge d'erreur ?

Q.4.12

Le laboratoire MULO a une population de 150 souris dont la taille est distribuée normalement avec un écart type de 2 cm. On prélève sans remise un échantillon de 30 souris dont la taille moyenne est de 14 cm. Construire un intervalle de confiance au niveau de confiance de 99% pour estimer la taille moyenne des souris du laboratoire MULO.

Q.4.13

Un marchand de tapis a un stock de 200 carpettes. Pour estimer la grandeur moyenne de ses carpettes, le gérant prélève sans remise un échantillon de 49 carpettes et il calcule une grandeur moyenne de $4,35 \text{ m}^2$. En admettant que l'écart type est de $0,70 \text{ m}^2$, construire un intervalle de confiance au niveau de confiance de 98% pour estimer la grandeur moyenne des carpettes.

Q.4.14

Le gérant de service d'un concessionnaire de voitures veut connaître la durée moyenne (en minutes) d'une mise au point sur une voiture. Il sait que cette durée est une variable normale. Il choisit au hasard la feuille de temps de 12 mises au point et il obtient les résultats suivants :

75	56	64	52	72	48
58	63	44	78	50	66

- Donner une estimation ponctuelle de la moyenne et de l'écart-type de la durée d'écriture d'un stylo.
- Construire un intervalle de confiance au niveau de confiance 95% pour estimer la durée d'écriture moyenne de ces nouveaux stylos.

Q.4.15

Dans une scierie, une machine est réglée pour couper des planches de bois. Pour estimer la longueur moyenne de ces planches, on prélève un échantillon de 120 planches et on trouve une longueur moyenne de 1,98 m avec un écart type échantillonnal $s = 0,16 \text{ m}$. Construire un intervalle de confiance au niveau de confiance de 95% pour estimer la longueur moyenne des planches coupées par cette machine.

Q.4.16

À l'institut de Cardiologie de Montréal, on veut connaître la durée moyenne d'hospitalisation des patients. Un échantillon aléatoire de 25 patients donne une durée moyenne de 18,45 jours avec un écart-type de 3,5 jours. On assume que la durée d'hospitalisation est une variable normale. Estimer à l'aide d'un intervalle de confiance au niveau de 95%, la durée moyenne d'hospitalisation à cet hôpital.

Q.4.17

Un échantillon de 25 avocats est prélevé avec remise parmi l'ensemble des avocats québécois. Le salaire moyen de ces 25 avocats est de 53 000\$ avec un écart type échantillonnal de 12 000\$. Trouver un intervalle de confiance au niveau de confiance de 95% pour estimer le salaire moyen de tous les avocats québécois, si on présume que la distribution des salaires est normale.

Q.4.18

Une variable X est normalement distribuée avec une variance de 125. Pour estimer la moyenne avec une marge d'erreur de 2,5 à un niveau de confiance de 90%, quelle taille d'échantillon doit-on utiliser ?

Q.4.19

À Saint-Laurent, le prix de vente des maisons unifamiliales est distribué selon une loi normale d'écart-type 2 500\$. Quelle doit être la taille d'un échantillon qui permette d'estimer le prix de vente moyen avec une marge d'erreur de 250\$ au niveau de confiance 95% ?

4.2.2 Intervalles de confiance pour une proportion

Q.4.20

Le ministère de l'Environnement du Québec a commandé un sondage pour déterminer la proportion des Québécois en accord avec la nouvelle politique sur l'usage de la cigarette dans les endroits publics. Une enquête menée auprès de 620 Québécois montre que 403 sont en accord avec cette politique. Déterminer un intervalle de confiance au niveau 96% pour estimer cette proportion.

Q.4.21

En prévision du changement de la grille horaire pour la prochaine année scolaire, la direction du collège veut connaître la proportion des élèves favorables aux changements proposés. Une enquête menée auprès de 317 étudiants montre que 186 sont en accord avec les changements. Déterminer un intervalle de confiance au niveau 95% pour estimer la proportion des élèves favorables aux modifications de la grille horaire.

Q.4.22

Une firme spécialisée fait un sondage dans le but d'estimer la proportion des Canadiens favorables au rétablissement de la peine capitale. En prélevant un échantillon de 800 Canadiens, on constate que 280 sont favorables au rétablissement de la peine capitale.

- Construire un intervalle de confiance au niveau de confiance de 90% pour estimer la proportion des Canadiens favorables au rétablissement de la peine de mort.
- Construire un intervalle de confiance au niveau de confiance de 99% pour estimer cette même proportion.

Q.4.23

L'AGE veut connaître la proportion des étudiants du niveau collégial qui ont obtenu un prêt gouvernemental au cours de la présente session.

- Une enquête menée auprès de 525 élèves révèle que 231 ont profité d'un tel prêt. Déterminer un intervalle de confiance au niveau 98% pour estimer cette proportion.
- Si l'AGE accorde une crédibilité à cette enquête mais exige une erreur d'estimation maximale de 2,5% au niveau de confiance 95%, quelle doit être la taille de l'échantillon ?

Q.4.24

On veut estimer la proportion des étudiants au collégial qui ont un permis de conduire avec une marge d'erreur au plus 7% et un niveau de confiance de 90%. Quelle devrait être la taille de l'échantillon si on ne peut pas se fier aux études précédentes qui donnent une proportion de 75% ?

Q.4.25

Un groupe de 1 400 personnes assistent au spectacle du célèbre artiste CONNU. Pour estimer la proportion de ces personnes qui voient cet artiste en spectacle pour la première fois, on choisit sans remise un échantillon de 100 personnes et on constate que 38 d'entre elles le voient en spectacle pour la première fois. Construire un intervalle de confiance au niveau de confiance de 95% pour estimer la proportion des spectateurs qui voient CONNU pour la première fois.

4.3 Tests d'hypothèses

4.3.1 Tests d'hypothèses sur une moyenne

Q.4.26

Au Canada, l'espérance de vie chez les hommes est une variable normale de moyenne de 72,4 ans et d'écart-type de 4,2 ans. Un sociologue prétend que les hommes non mariés vivent plus longtemps. On a tiré des registres un échantillon aléatoire de 45 cas de décès chez les hommes célibataires, cet échantillon donne une durée de vie moyenne de 73,8 ans. Au seuil de 6%, peut-on donner raison au sociologue ?

Q.4.27

Un distributeur automatique de café est ajusté de sorte que la quantité de breuvage versé est une variable normale de moyenne 200 ml. Vous achetez 15 tasses de café et vous constatez que le volume moyen est de 195 ml avec un écart-type de 2,3 ml. Pouvez-vous porter plainte contre le propriétaire de cette machine pour le manque de café dans vos verres ? Faites un test au niveau de 5%.

Q.4.28

Une machine automatique effectue le remplissage de litres de lait dont la moyenne est de 1000 ml par contenant avec un écart-type de 8 ml. Pour vérifier le bon fonctionnement de la machine, un technicien prélève au hasard 36 contenants et il obtient une moyenne de 997 ml. Avec un risque d'erreur de 2%, peut-on conclure que cette machine est mal ajustée ?

Q.4.29

Pour diminuer les coûts des services de la santé, le gouvernement du Québec a imposé le virage ambulatoire. Avant ce virage, la durée moyenne d'hospitalisation à l'Hôpital Maisonneuve-Rosemont était de 8,4 jours. Pour vérifier si ce virage a donné les résultats escomptés, on a tiré des registres un échantillon aléatoire de 25 dossiers d'hospitalisation, on y constate une durée moyenne de 7,5 jours avec un écart-type de 1,5 jour. En supposant que la durée d'hospitalisation soit une variable normale, peut-on conclure avec un risque d'erreur de 1% que le virage ambulatoire a atteint son objectif ?

Q.4.30

La direction générale du Service des prêts et bourses au ministère de l'Éducation a établi à 136\$ le montant moyen déboursé par les étudiants de cégep pour l'achat de ses manuels scolaires pour un trimestre. Ce montant est une variable normale. Au cégep de Saint-Laurent, un échantillon aléatoire de 12 élèves a donné les montants suivants :

148 \$	133 \$	140 \$	136 \$	139 \$	152 \$
130 \$	129 \$	138 \$	147 \$	157 \$	144 \$

Y a-t-il une différence significative entre les sommes déboursées par nos étudiants pour l'achat des manuels scolaires et le montant établi par le ministère de l'Éducation ? Faites un test au seuil de 5%.

4.3.2 Tests d'hypothèses sur une proportion

Q.4.31

Avant de modifier la formule de son cola, la compagnie Coca-Cola détenait la faveur de 36% des consommateurs de boissons gazeuses. Depuis, cette compagnie affirme qu'elle a augmenté sa part du marché. Un échantillon aléatoire de 180 consommateurs de boissons gazeuses donne 73 buveurs de « Coke ». Cette compagnie a-t-elle raison d'affirmer qu'elle a augmenté sa part du marché ? Faites un test au seuil de 8%.

Q.4.32

Dans son rapport annuel pour la dernière année, le service de police d'une ville affirme que 45% des vols portés à son attention ont été résolus. Plusieurs citoyens pensent que ce rapport a été présenté de façon à améliorer l'image du corps policier. Pour un échantillon aléatoire de 150 vols commis l'année dernière, les policiers ont trouvé le(s) coupable(s) dans seulement 56 cas. Ces citoyens ont-ils raison d'être sceptiques ? Faites un test au niveau de 6%.

Q.4.33

L'an dernier, 24% des finissants du Cégep Saint-Laurent ont choisi de poursuivre leurs études à l'Université de Sherbrooke. Pour déterminer si cette tendance va se maintenir cette année, on a interrogé un échantillon de 120 finissants dont 34 ont choisi l'Université de Sherbrooke pour compléter leurs études. Avec un risque d'erreur de 10%, peut-on conclure que la proportion de nos finissants qui iront à cette université sera différente cette année ?

Q.4.34

Vous aviez toujours cru qu'il naissait autant de garçons que de filles. Une de vos amies qui étudie en soins infirmiers vient d'effectuer un stage à la pouponnière d'un hôpital et elle constate que sur 10 000 naissances, 5140 sont des garçons. Sur la base de cet échantillon, tester votre hypothèse utilisant un seuil de signification 1%.

4.3.3 Tests d'hypothèses sur une différence de moyennes ou de proportions

Q.4.35

Une importance compagnie de transport se demande s'il ne serait pas plus économique de remplacer graduellement ses véhicules diesels par des véhicules fonctionnant au propane. À ce sujet, elle mène l'étude suivante : un échantillon de 100 camions mus au propane donne un coût moyen de 34,25 ¢ par kilomètre avec un écart-type de 4,2 ¢. Un second échantillon de 145 camions diesels montre un coût moyen de 35,5 ¢ avec un écart-type de 3,6 ¢. À la lumière de ces résultats, peut-on conclure que les coûts d'opération d'un véhicule au propane sont plus économiques que ceux d'un véhicule diesel ? Faites un test au niveau de 3 %.

Q.4.36

Un conseiller en placement de main-d'œuvre prétend que les chômeurs de la région métropolitaine ont une scolarité comparable à celle des chômeurs des régions périphériques. Pour déterminer s'il y a une différence de scolarité chez ces deux groupes de chômeurs, vous prélevez un échantillon de 120 chômeurs de la région de Montréal, la scolarité moyenne est de 10,4 années avec un écart-type de 2,8 années puis un échantillon de 150 chômeurs choisis en périphérie, la scolarité moyenne est de 10,7 années avec un écart-type de 2,4 années. Avec un test au seuil de 7%, doit-on donner raison à ce conseiller ?

Q.4.37

On veut déterminer si les fumeurs québécois consomment plus de cigarettes par jour que les fumeurs des provinces anglophones. Dans un échantillon de 124 fumeurs choisis au Québec, on a observé une consommation moyenne de 16,2 cigarettes avec un écart-type de 2,6 cigarettes. Un échantillon de 165 fumeurs venant des provinces anglophones donne une consommation moyenne de 15,1 cigarettes avec un écart-type de 1,9 cigarette. Que peut-on conclure au seuil de 5 % ?

Q.4.38

On veut tester l'efficacité d'un somnifère chez les personnes souffrant d'insomnie. Pour mener cette expérience, on a constitué au hasard deux groupes de personnes insomniaques : le groupe expérimental, groupe A, est formé de 144 personnes tandis que le groupe témoin, groupe B, compte 205 personnes. Après avoir reçu le somnifère, les patients du groupe A ont eu un sommeil d'une durée moyenne de 5,6 heures avec un écart-type de 0,9 heure. Les patients du groupe B ont dormi en moyenne de 4,9 heures avec un écart-type de 1,2 heure : après avoir avalé un placebo. Peut-on conclure avec un risque d'erreur de 2% à l'efficacité de ce médicament pour lutter contre l'insomnie ?

Q.4.39

La revue « Protégez-vous » de juin 1988 publie les taux de satisfaction des propriétaires de différentes marques de voitures, 664 des 840 propriétaires de voitures de marque Volkswagen affirment être satisfaits alors que 627 des 883 propriétaires de voitures de marque Nissan se disent aussi satisfaits. Ces données permettent-elles d'affirmer que le taux de satisfaction est plus élevé chez les propriétaires de voitures de marque Volkswagen ? Faites un test au niveau de 1 %.

Q.4.40

Un fonctionnaire du ministère de l'Éducation du Québec, affirme que la proportion des enseignants suivant du perfectionnement est moins élevée au niveau primaire qu'au niveau secondaire. Dans un échantillon de 95 enseignants du primaire, on en dénombre 22 qui font des activités de perfectionnement alors que dans un échantillon de 135 professeurs du niveau secondaire, on en compte 40 qui participent à de telles activités. Au seuil de 5%, peut-on accepter les affirmations du fonctionnaire ?

Q.4.41

Chez les élèves de niveau cégep, la proportion des filles qui occupent un emploi à temps partiel pendant l'année scolaire est-elle différente de la proportion des garçons ? Un échantillon de 110 garçons indique que 76 travaillent durant l'année scolaire, un échantillon de 156 filles montre qu'il y en a 100 qui occupent un emploi à temps partiel. Concluez à l'aide d'un test au niveau de 6 %.

Q.4.42

On veut tester l'efficacité d'un médicament pour soulager le rhume des foins. Pour mener cette expérience, on a constitué au hasard deux groupes de personnes atteintes de cette affection : le groupe expérimental, groupe A, est formé de 144 personnes tandis que le groupe témoin, groupe B, compte 205 personnes. Après avoir pris le médicament pendant cinq jours consécutifs, 68 personnes du groupe A ont ressenti un soulagement. Il y a également 68 patients du groupe B qui se sont sentis soulagés après avoir ingurgité un placebo pendant cinq jours consécutifs. Peut-on conclure avec un risque d'erreur de 4 % à l'efficacité de ce médicament pour lutter contre le rhume des foins ?

4.4 Exercices récapitulatifs

Q.4.43

Le restaurant BINBON sait que le nombre de hamburgers vendus quotidiennement au cours des 60 derniers jours est distribué normalement avec une moyenne de 145 et un écart type de 12,5. Si on prélève sans remise un échantillon de 12 jours, quelle est la probabilité que la moyenne du nombre de hamburgers vendus quotidiennement soit inférieur à 140 ?

Q.4.44

Parmi les 450 agriculteurs du comté de VGT, 144 sont des pomiculteurs. Aux fins d'une enquête, on prélève sans remise un échantillon de 50 agriculteurs dans le comté. Quelle est la probabilité que, dans un tel échantillon, on ait entre 15 et 20 (inclusivement) pomiculteurs ?

Q.4.45

Une étude révèle que 75 % des adultes québécois possèdent au moins une carte de crédit. L'AGE croit que, chez les étudiants du Cégep Saint-Laurent, la proportion des élèves qui ont une carte de crédit est inférieure à la proportion observée dans la population. Un échantillon aléatoire de 450 élèves de notre cégep révèle que 320 d'entre eux possèdent au moins une carte de crédit. Au seuil de 5 %, peut-on dire que ces résultats confirment l'opinion de l'AGE ?

Q.4.46

Soit $X \sim \mathcal{N}(40; 36)$. Pour un échantillon de taille 25 prélevé avec remise dans la population visée, trouver $P(38 \leq \bar{X} \leq 42)$.

Q.4.47

Le ministère des Transports affirme que 15% des véhicules circulant sur nos routes ne répondent pas aux normes de sécurité du code de la route. La police procède alors à l'inspection de 600 véhicules parmi lesquels elle en trouve 94 ne répondant pas aux normes de sécurité du code de la route. En utilisant un niveau de signification $\alpha = 0,05$, peut-on accepter l'affirmation du ministère des Transports ?

Q.4.48

D'après des études précédentes, les résultats des examens en probabilités et statistique obéissent à une loi normale. Un échantillon aléatoire de 16 étudiants nous donne les résultats suivants :

94	98	59	69	43	80	92	61
60	65	78	63	97	35	54	92

- Trouver l'estimation ponctuelle du résultat moyen à ce test.
- Estimer à l'aide d'un intervalle de confiance avec un niveau de confiance de 98 %.

Q.4.49

On veut estimer le coût d'achat moyen des voitures neuves achetées au cours des six derniers mois. On désire une marge d'erreur de 100\$ à un niveau de confiance de 99%. Après un prélèvement préliminaire de 50 coûts d'achat, on estime l'écart type à 725\$. Jusqu'à quelle taille d'échantillon doit-on poursuivre l'enquête ?

Q.4.50

Pour connaître la proportion des buveurs de bière qui choisissent la marque EREIB, on prélève un échantillon de 600 buveurs de bière et on constate que 168 d'entre eux ont choisi la marque EREIB.

- Faire une estimation ponctuelle de la proportion des buveurs de bière qui choisissent la marque EREIB.
- Construire un intervalle de confiance au niveau de confiance de 95% pour estimer cette proportion.
- Jusqu'à quelle taille d'échantillon doit-on se rendre si on veut obtenir une marge d'erreur de 1% avec un niveau de confiance de 95% ?

Q.4.51

Hélène est responsable d'un groupe de voyageurs qui affirment qu'ils parcourent en moyenne 250 km par jour. Pour vérifier cette affirmation, Hélène prélève un échantillon de 20 parcours quotidiens et trouve un parcours moyen de 224 km avec un écart type échantillonnal de 21 km. En supposant que le parcours des voyageurs est une variable qui obéit à une loi normale, peut-on dire, au niveau de signification $\alpha = 0,1$, que les voyageurs exagèrent dans leur affirmation ?

Q.4.52

Dans une usine d'assemblage, on sait que le temps nécessaire pour faire l'assemblage d'une pièce est une variable obéissant à une loi normale de moyenne 140 s et d'écart type 14 s. Si on prélève un échantillon de 25 temps d'assemblage, quelle est la probabilité que la moyenne échantillonnale s'écarte de moins de 5 s de la moyenne de la population ?

Q.4.53

Un producteur de poulets s'engage à fournir à un supermarché des poulets d'une masse moyenne de 2 kg, avec un écart type de 0,2 kg. Pour vérifier la masse moyenne de ces poulets, on prélève un échantillon de 100 poulets et on y trouve une masse moyenne de 2,3 kg. En utilisant un niveau de signification $\alpha = 0,1$, peut-on affirmer que la masse moyenne des poulets est de 2 kg ?

Q.4.54

Un échantillon de 60 adultes est prélevé avec remise parmi les adultes de la ville de Montréal. On trouve une taille moyenne de 170,3 cm. Trouver un intervalle de confiance au niveau de confiance de 90% pour estimer la taille moyenne des adultes de Montréal, si on sait que l'écart type de la population est de 7,6 cm.

Q.4.55

Un avocat affirme qu'une cause de divorce coûte en moyenne 650\$. Un groupe de citoyens pense qu'en réalité ce coût moyen est plus élevé. Pour tester l'hypothèse de l'avocat, on prélève un échantillon de 10 causes de divorce où on trouve un coût moyen de 720\$ avec un écart type de 80\$. Au niveau de signification $\alpha = 0,01$, peut-on donner raison à l'avocat ? On suppose que le coût d'une cause de divorce est une variable obéissant à une loi normale.

Q.4.56

Une compagnie pharmaceutique affirme que son nouveau médicament anti-allergène est efficace pour une période de 12 heures pour au moins 95 % des gens. Dans un échantillon de 200 personnes, cette efficacité est ressentie par 163 personnes. En utilisant un seuil de 1 %, déterminer si les dires de la compagnie au sujet du pourcentage de personnes soulagées pendant au moins 12 heures sont véridiques.

Q.4.57

M. Tremblay envisage de se porter candidat à une prochaine élection. Il veut estimer par sondage le pourcentage des votes qu'il recueillera.

- Quelle devrait être la taille de l'échantillon si l'on veut estimer le pourcentage d'électeurs favorables à M. Tremblay avec une marge d'erreur d'au plus 5%, dans 19 cas sur 20 ?
- De l'échantillon sélectionné en a), 160 personnes se déclarent en faveur de M. Tremblay. Estimer entre quelles valeurs peut se situer le véritable pourcentage des gens favorisant ce candidat, avec un niveau de confiance de 95%.

Q.4.58

Avant de prendre une décision quant à son orientation future, un étudiant voudrait savoir si les revenus annuels des avocats sont supérieurs à ceux des notaires. Un échantillon de 120 avocats montre un revenu annuel moyen de 76 500 \$ avec un écart-type de 18 425 \$. Un échantillon de 80 notaires donne un revenu annuel moyen de 72 860 \$ avec un écart-type de 13 440 \$. Que peut-on conclure au niveau de 4 % ?

Q.4.59

Une étude menée auprès d'un échantillon de 450 hommes et 500 femmes indique que 17% des hommes et 13% des femmes dorment moins de 6,5 heures par nuit. Au seuil de signification de 5%, peut-on en conclure que le pourcentage de personnes qui dorment moins de 6,5 heures par nuit est plus élevé chez les hommes que chez les femmes ?

Réponses aux exercices

R.4.1 $E(\bar{X}) = \mu = 30$ et $\text{Var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n} = 0,4167$

R.4.2

a) 0

b) 1

R.4.3

a) 0,1587

b) 0

c) 0,3830

d) 0,9876

R.4.4 0,9266

R.4.5 $\bar{p} = 0,3412$

R.4.6 0,8145

R.4.7

$$P\left(\frac{0,40 + \frac{0,5}{100} - 0,42}{0,0494} < Z < \frac{0,44 - \frac{0,5}{100} - 0,42}{0,0494}\right) = 0,2358$$

R.4.8 0,2186

R.4.9 Soit Y : le nombre d'individus dans l'échantillon qui possèdent la caractéristique donnée. Alors, $Y \sim B(n; \Pi)$, donc $E(Y) = n\Pi$ et $\text{Var}(Y) = n\Pi(1 - \Pi)$.

Ainsi, $\bar{P} = \frac{Y}{n}$.

On a donc $E(\bar{P}) = E\left(\frac{Y}{n}\right) = \frac{1}{n} \cdot E(Y) = \frac{n\Pi}{n} = \Pi$, et

$$\text{Var}(\bar{P}) = \text{Var}\left(\frac{Y}{n}\right) = \frac{1}{n^2} \text{Var}(Y) = \frac{n\Pi(1 - \Pi)}{n^2} = \frac{\Pi(1 - \Pi)}{n}.$$

R.4.10

$$\left[4,5 - 1,96\sqrt{\frac{0,75^2}{36}}; 4,5 + 1,96\sqrt{\frac{0,75^2}{36}}\right] = [4,255; 4,745]$$

R.4.11

a) [914,38C ; 945,62C]

b) 15,62C

R.4.12 [13,15 ; 14,85]

R.4.13 [4,15 ; 4,55]

R.4.14

a) $\mu \approx \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = 60,5$ et $\sigma \approx s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} = 11,02$

b) [54,78 ; 66,22]

R.4.15 [1,951 ; 2,009]

R.4.16 [17,00 ; 19,90]

R.4.17 [48056 ; 57944]

R.4.18 54

R.4.19 385 maisons

R.4.20 [0,62 ; 0,68]

R.4.21 [53,25% ; 64,11%]

R.4.22

a) [0,322; 0,378]

b) [0,306; 0,394]

R.4.23

a) [0,39 ; 0,49]

b) 1515 étudiants

R.4.24 139 étudiants

R.4.25 [0,288; 0,472]

R.4.26 $\mathcal{H}_0 : \mu_{NM} = 72,4$, $\mathcal{H}_1 : \mu_{NM} > 72,4$.

$I_R =]73,37 ; \infty[$, rejet de \mathcal{H}_0 , donc on peut donner raison au sociologue.

R.4.27 $\mathcal{H}_0 : \mu = 200$, $\mathcal{H}_1 : \mu < 200$.

$I_R =]-\infty ; 198,95[$, rejet de \mathcal{H}_0 , donc vous pouvez porter plainte.

R.4.28 $\mathcal{H}_0 : \mu = 1000$, $\mathcal{H}_1 : \mu \neq 1000$.

$I_R =]-\infty ; 996,9[\cup]1003,1 ; \infty[$, non rejet de \mathcal{H}_0 , donc on ne peut pas conclure que la machine est mal ajustée.

R.4.29 $\mathcal{H}_0 : \mu = 8,4$, $\mathcal{H}_1 : \mu < 8,4$.

$I_R =]-\infty ; 7,65[$, rejet de \mathcal{H}_0 , donc on peut conclure que le virage ambulatoire a atteint son objectif.

R.4.30 $\mathcal{H}_0 : \mu = 136\$$, $\mathcal{H}_1 : \mu \neq 136\$$.

$I_R =]-\infty ; 130,45[\cup]141,55 ; \infty[$, non rejet de \mathcal{H}_0 , donc on ne peut pas conclure qu'il y a une différence significative.

R.4.31 $\mathcal{H}_0 : \Pi = 36\%$, $\mathcal{H}_1 : \Pi > 36\%$.

$I_R =]0,41 ; 1[$, non rejet de \mathcal{H}_0 , donc la part de marché détenue par la compagnie n'a pas augmenté significativement.

R.4.32 $\mathcal{H}_0 : \Pi = 0,45$, $\mathcal{H}_1 : \Pi < 0,45$.

$I_R = [0 ; 0,3868[$, rejet de \mathcal{H}_0 , donc les citoyens ont raison d'être sceptiques.

R.4.33 $\mathcal{H}_0 : \Pi = 24\%, \mathcal{H}_1 : \Pi \neq 24\%$.

$I_R = [0 ; 0,176[\cup]0,304 ; 1]$, non rejet de \mathcal{H}_0 , donc il n'y a pas de différence significative avec la proportion de l'année dernière.

R.4.34 $\mathcal{H}_0 : \Pi = 0,5, \mathcal{H}_1 : \Pi \neq 0,5$.

$I_R = [0 ; 0,487[\cup]0,513 ; 1]$, rejet de \mathcal{H}_0 , donc il n'y a pas un nombre égale de naissance de garçons et de filles.

R.4.35 $\mathcal{H}_0 : \mu_P - \mu_D = 0, \mathcal{H}_1 : \mu_P - \mu_D < 0$.

$I_R =]-\infty ; -0,969[$, rejet de \mathcal{H}_0 , donc ça serait plus économique.

R.4.36 $\mathcal{H}_0 : \mu_{Mtl} - \mu_{Pri} = 0, \mathcal{H}_1 : \mu_{Mtl} - \mu_{Pri} \neq 0$.

$I_R =]-\infty ; -0,58[\cup]0,58 ; \infty]$, non rejet de \mathcal{H}_0 , donc on donne raison au conseiller.

R.4.37 $\mathcal{H}_0 : \mu_{Qc} - \mu_{Ang} = 0, \mathcal{H}_1 : \mu_{Qc} - \mu_{Ang} > 0$.

$I_R =]0,455 ; \infty]$, rejet de \mathcal{H}_0 , donc les fumeurs québécois fument plus de cigarettes par jour.

R.4.38 $\mathcal{H}_0 : \mu_A - \mu_B = 0, \mathcal{H}_1 : \mu_A - \mu_B > 0$.

$I_R =]0,23 ; \infty]$, rejet de \mathcal{H}_0 , donc le médicament est efficace.

R.4.39 $\mathcal{H}_0 : \Pi_V - \Pi_N = 0, \mathcal{H}_1 : \Pi_V - \Pi_N > 0$.

$I_R =]0,049 ; 1]$, rejet de \mathcal{H}_0 , donc le taux de satisfaction est plus élevé chez les clients de Volkswagen.

R.4.40 $\mathcal{H}_0 : \Pi_P - \Pi_S = 0, \mathcal{H}_1 : \Pi_P - \Pi_S < 0$.

$I_R = [-1 ; -0,098[$, non rejet de \mathcal{H}_0 , donc la proportion n'est pas significativement plus petite au primaire.

R.4.41 $\mathcal{H}_0 : \Pi_F - \Pi_G = 0, \mathcal{H}_1 : \Pi_F - \Pi_G \neq 0$.

$I_R = [-1 ; -0,111[\cup]0,111 ; 1]$, non rejet de \mathcal{H}_0 , donc les proportions pour les filles et pour les garçons ne sont pas significativement différentes.

R.4.42 $\mathcal{H}_0 : \Pi_A - \Pi_B = 0, \mathcal{H}_1 : \Pi_A - \Pi_B > 0$.

$I_R =]0,093 ; 1]$, rejet de \mathcal{H}_0 , donc le médicament est efficace.

R.4.43 0,0618

R.4.44 0,6109

R.4.45 $\mathcal{H}_0 : \Pi = 0,75$ et $\mathcal{H}_1 : \Pi < 0,75$

Rejeter \mathcal{H}_0 , donc la proportion est plus petite chez les étudiants du Cégep.

R.4.46 0,9050

R.4.47 $\mathcal{H}_0 : \Pi = 0,15$ et $\mathcal{H}_1 : \Pi \neq 0,15$

Accepter \mathcal{H}_0 , donc on accepte l'affirmation du ministère des Transports.

R.4.48

a) 71,25

b) [58,4750 ; 84,0250]

R.4.49 350

R.4.50

a) 0,28

b) [0,244; 0,316] c) 7746

R.4.51 $\mathcal{H}_0 : \mu = 250$ et $\mathcal{H}_1 : \mu < 250$

Rejeter \mathcal{H}_0 , donc les voyageurs exagèrent.

R.4.52 0,9266

R.4.53 $\mathcal{H}_0 : \mu = 2$ et $\mathcal{H}_1 : \mu \neq 2$

Rejeter \mathcal{H}_0 , donc on peut affirmer que la masse moyenne des poulets n'est pas de 2 kg.

R.4.54 [168,69; 171,91]

R.4.55 $\mathcal{H}_0 : \mu = 650$ et $\mathcal{H}_1 : \mu > 650$

Accepter \mathcal{H}_0 , donc il faut donner raison à l'avocat.

R.4.56 $\mathcal{H}_0 : \Pi = 0,95$ et $\mathcal{H}_1 : \Pi < 0,95$

Rejeter \mathcal{H}_0 , donc la compagnie exagère à propos de l'efficacité du médicament.

R.4.57

a) 385

b) [0,366 ; 0,466]

R.4.58 $\mathcal{H}_0 : \mu_A - \mu_N = 0$ et $\mathcal{H}_1 : \mu_A - \mu_N > 0$

Accepter \mathcal{H}_0 , donc le salaire des avocats n'est pas significativement supérieur à celui des notaires.

R.4.59 $\mathcal{H}_0 : \Pi_H - \Pi_F = 0$ et $\mathcal{H}_1 : \Pi_H - \Pi_F > 0$

Rejeter \mathcal{H}_0 , donc la proportion des personnes dormant moins de 6,5 h par nuit est plus élevée chez les hommes que chez les femmes.