

# 1.4 ALGÈBRE DE L'INFINI

cours 4

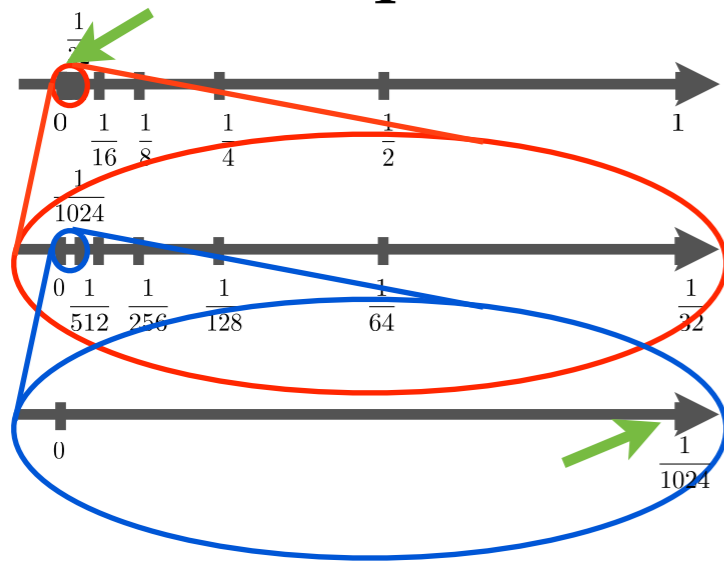
Au dernier cours, nous avons vu

# Au dernier cours, nous avons vu

- ✓ Le concept de limite

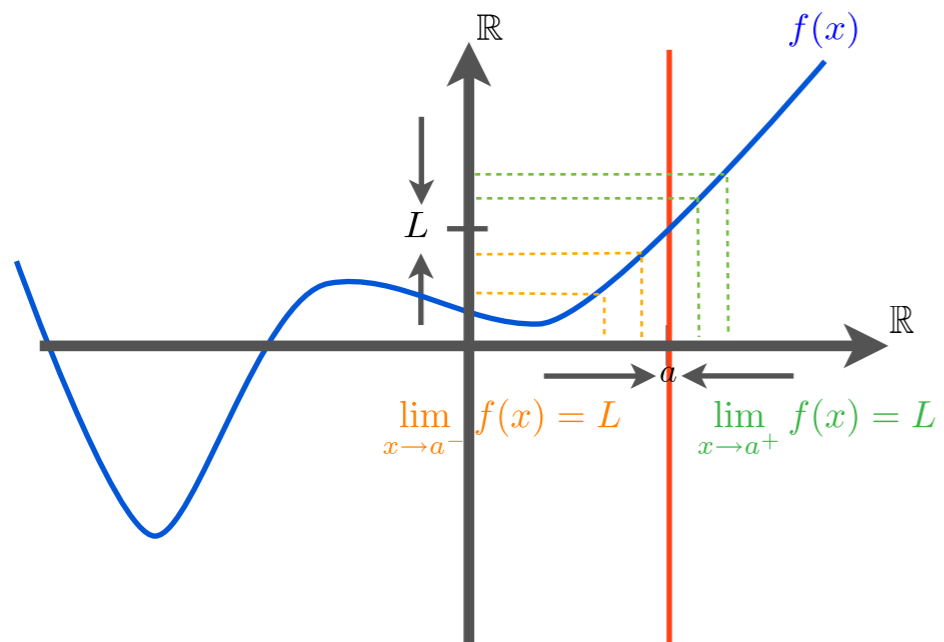
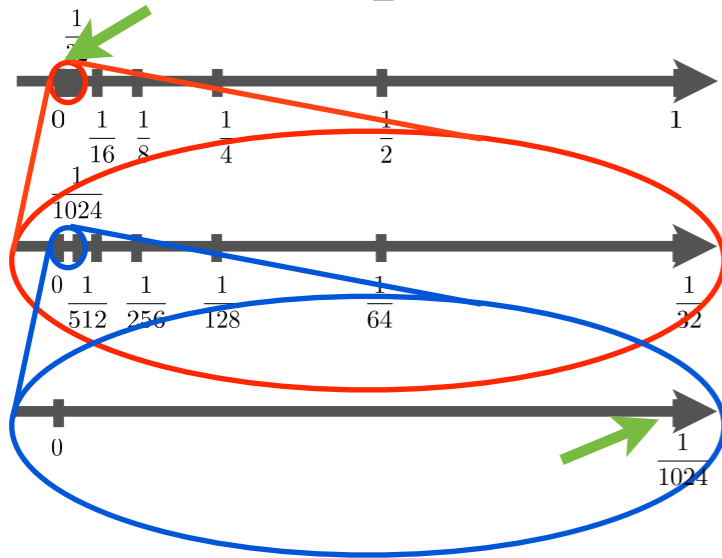
# Au dernier cours, nous avons vu

## ✓ Le concept de limite



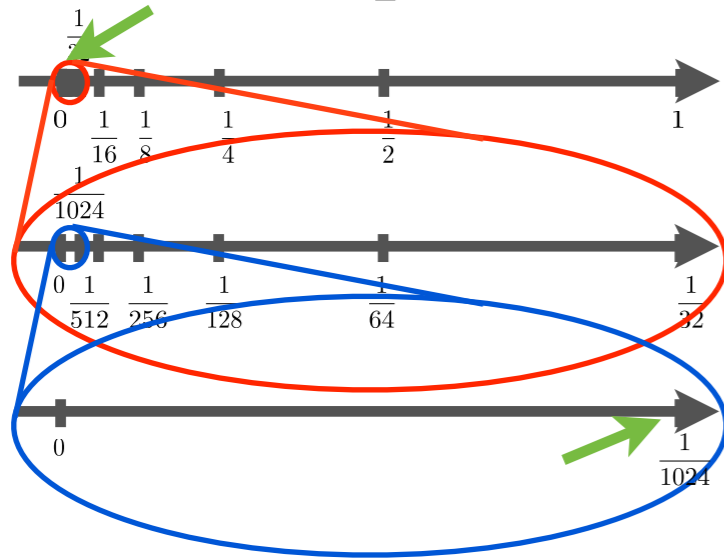
# Au dernier cours, nous avons vu

## ✓ Le concept de limite

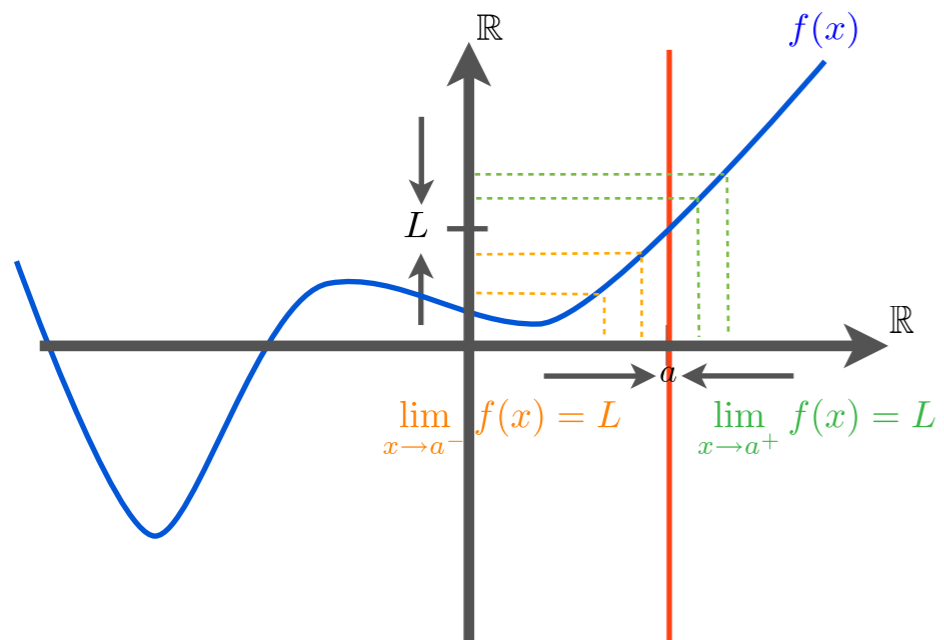


# Au dernier cours, nous avons vu

✓ Le concept de limite

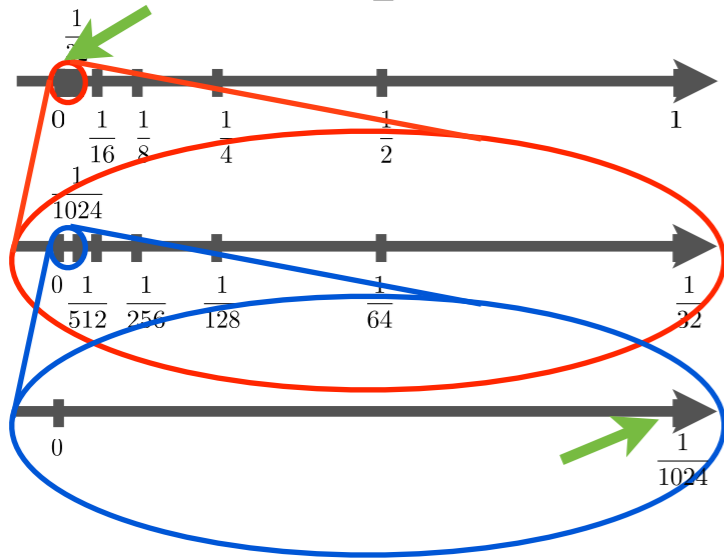


✓ Outils de calcul de limite



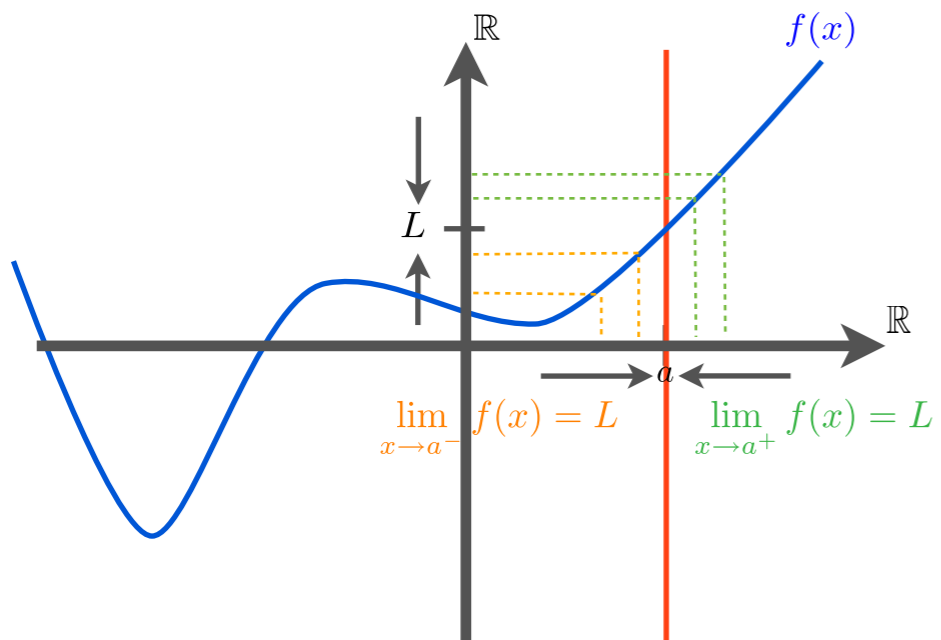
# Au dernier cours, nous avons vu

✓ Le concept de limite



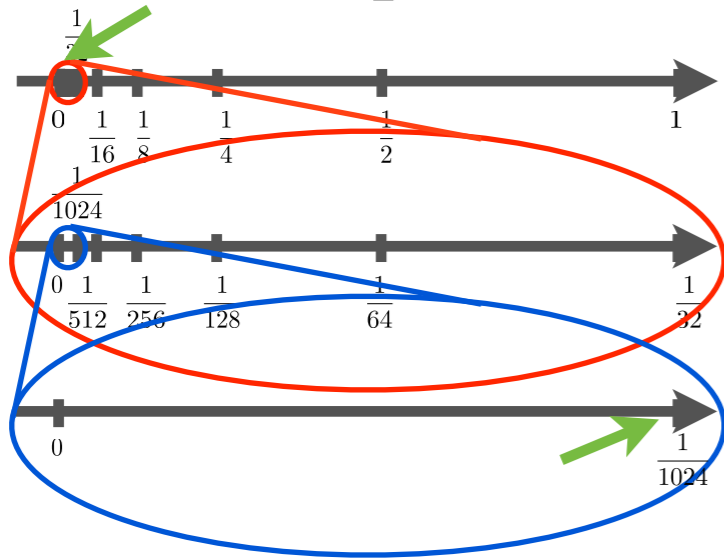
✓ Outils de calcul de limite

$$\lim_{x \rightarrow a} k = k$$



# Au dernier cours, nous avons vu

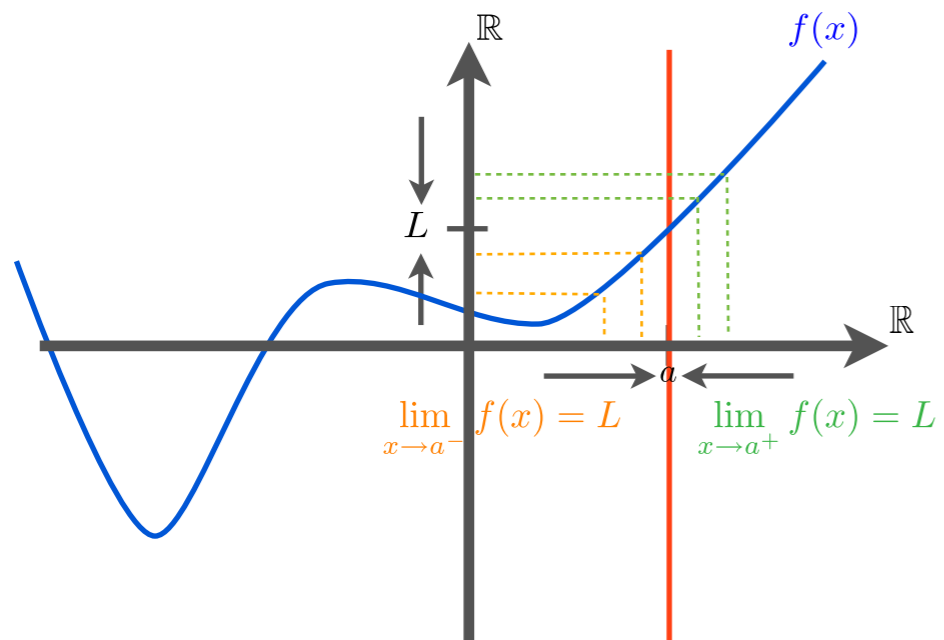
## ✓ Le concept de limite



## ✓ Outils de calcul de limite

$$\lim_{x \rightarrow a} k = k$$

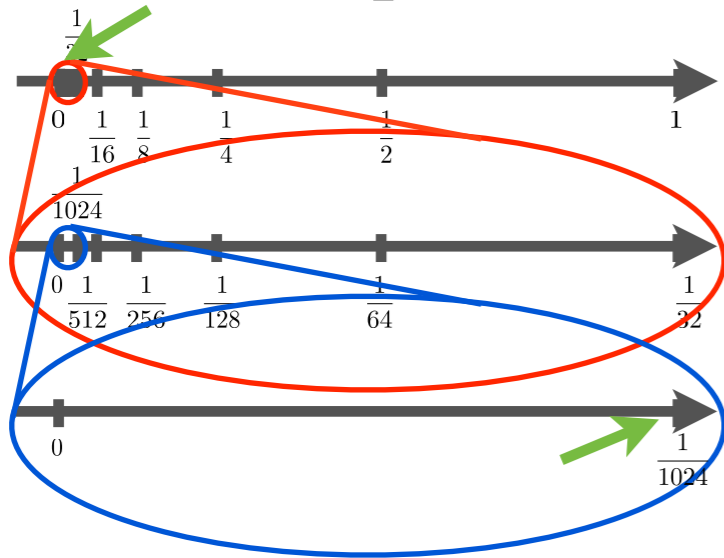
$$\lim_{x \rightarrow a} x = a$$





# Au dernier cours, nous avons vu

## ✓ Le concept de limite

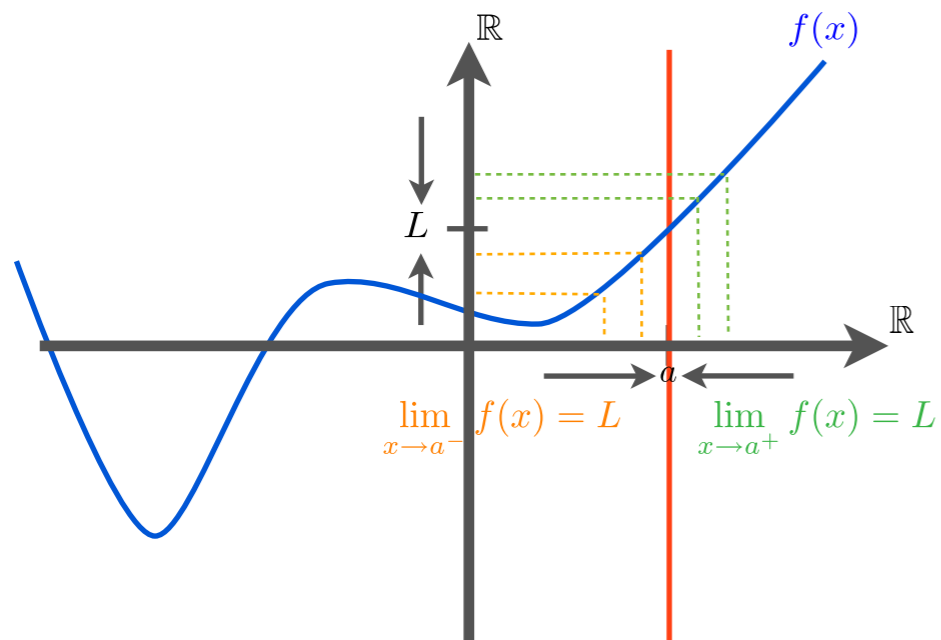


## ✓ Outils de calcul de limite

$$\lim_{x \rightarrow a} k = k$$

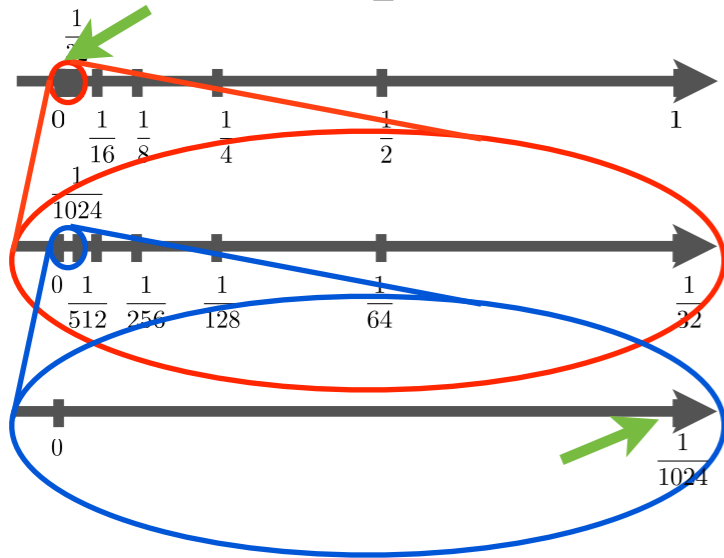
$$\lim_{x \rightarrow a} x = a$$

$$\lim_{x \rightarrow a} (k f(x)) = k \lim_{x \rightarrow a} (f(x))$$



# Au dernier cours, nous avons vu

## ✓ Le concept de limite



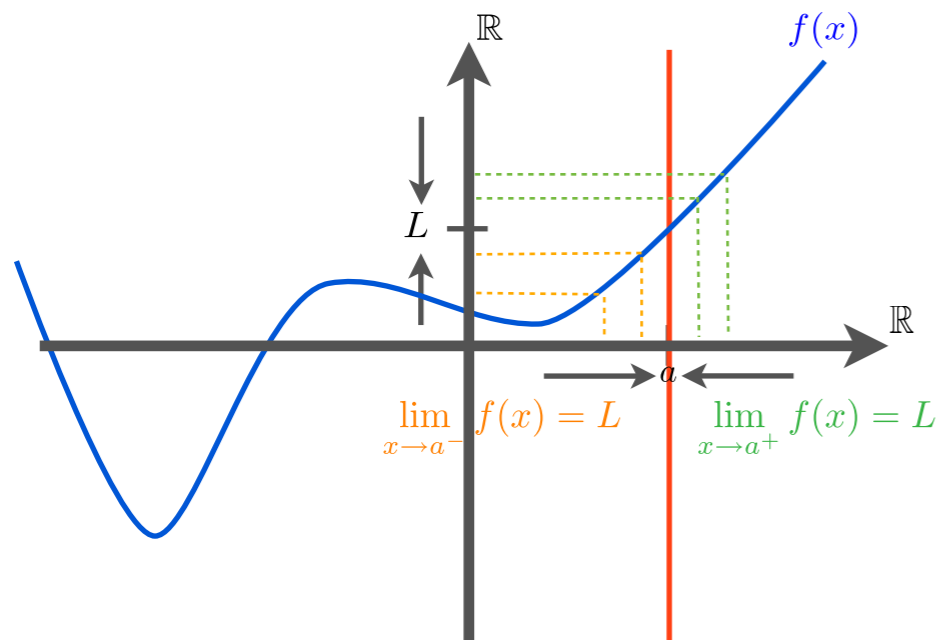
## ✓ Outils de calcul de limite

$$\lim_{x \rightarrow a} k = k$$

$$\lim_{x \rightarrow a} x = a$$

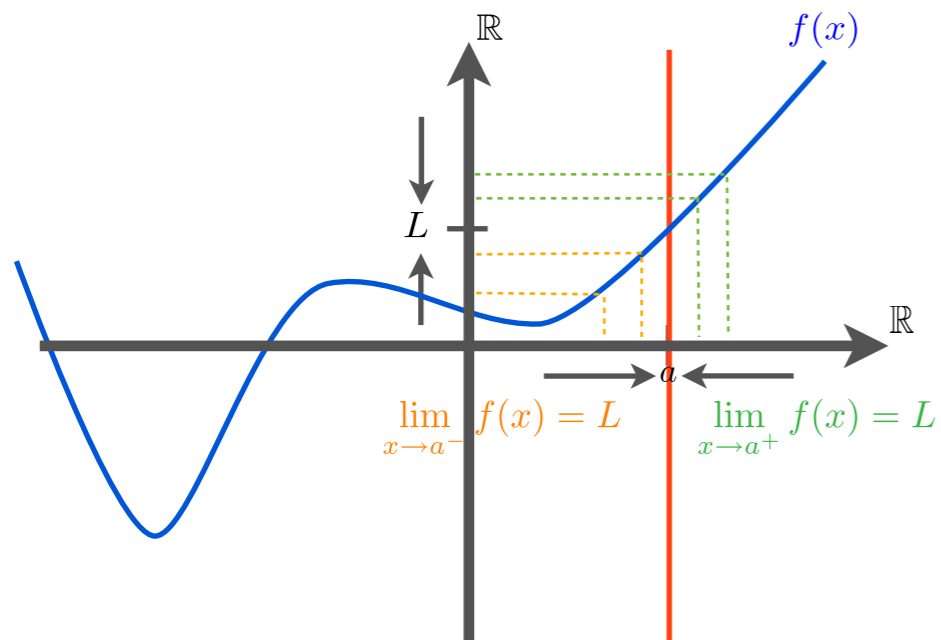
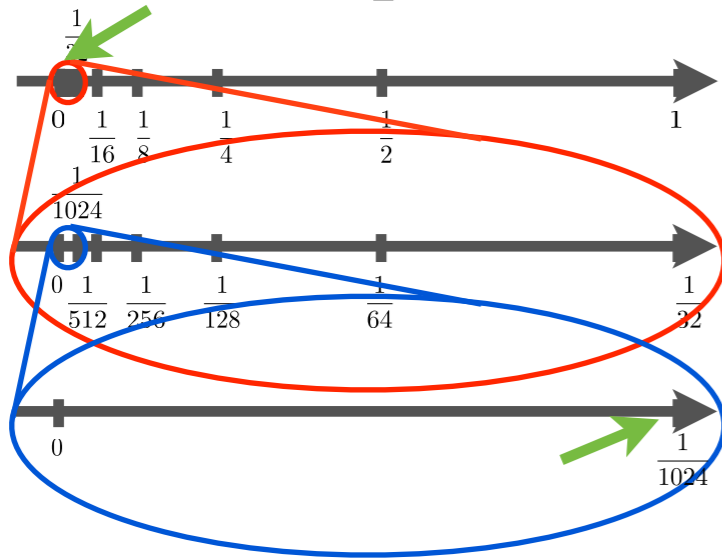
$$\lim_{x \rightarrow a} (k f(x)) = k \lim_{x \rightarrow a} (f(x))$$

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$



# Au dernier cours, nous avons vu

## ✓ Le concept de limite



## ✓ Outils de calcul de limite

$$\lim_{x \rightarrow a} k = k$$

$$\lim_{x \rightarrow a} x = a$$

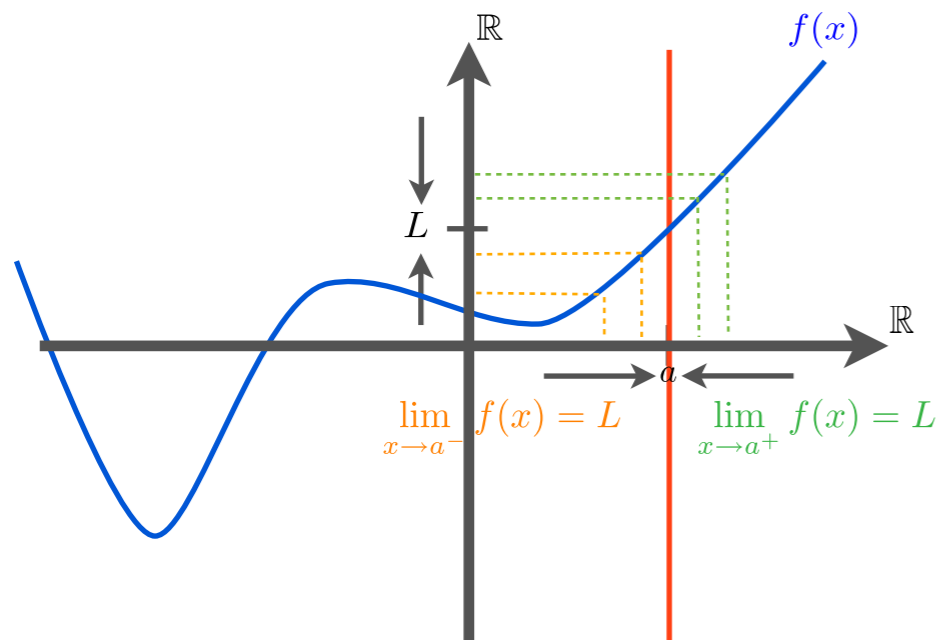
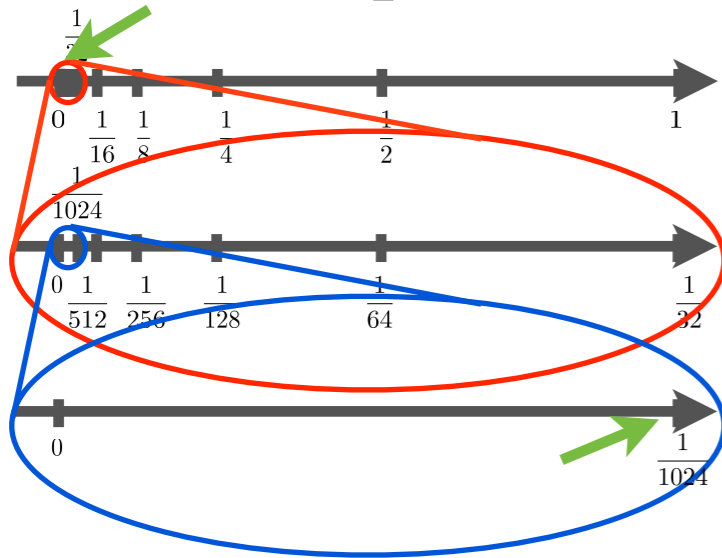
$$\lim_{x \rightarrow a} (k f(x)) = k \lim_{x \rightarrow a} (f(x))$$

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x)g(x)) = \left( \lim_{x \rightarrow a} f(x) \right) \left( \lim_{x \rightarrow a} g(x) \right)$$

# Au dernier cours, nous avons vu

## ✓ Le concept de limite



## ✓ Outils de calcul de limite

$$\lim_{x \rightarrow a} k = k$$

$$\lim_{x \rightarrow a} x = a$$

$$\lim_{x \rightarrow a} (k f(x)) = k \lim_{x \rightarrow a} (f(x))$$

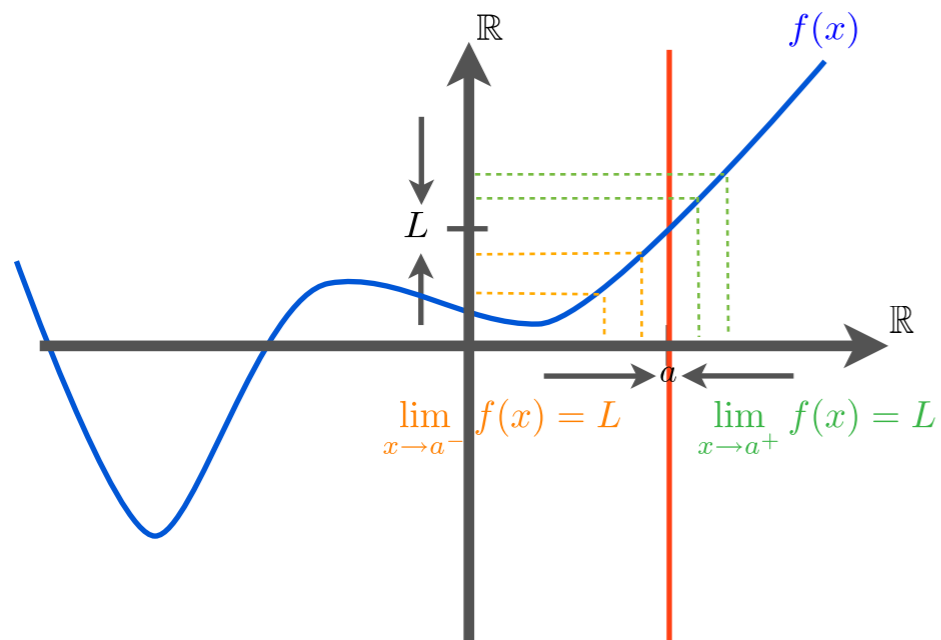
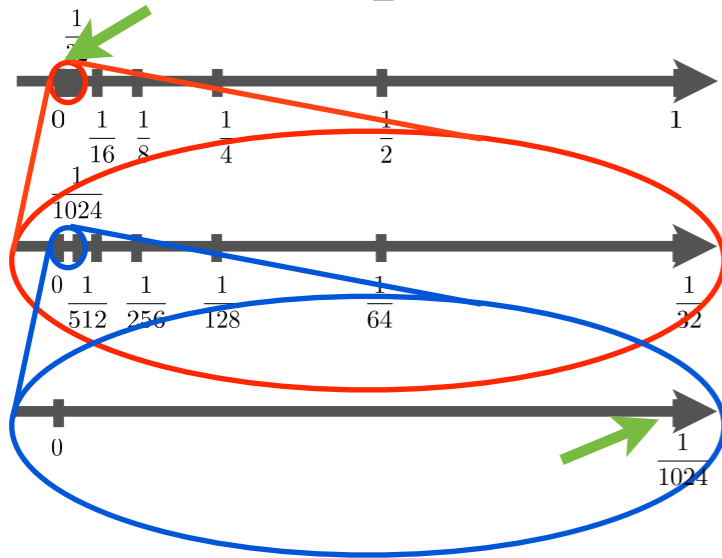
$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x)g(x)) = \left( \lim_{x \rightarrow a} f(x) \right) \left( \lim_{x \rightarrow a} g(x) \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \left( \frac{f(x)}{g(x)} \right) = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$$

# Au dernier cours, nous avons vu

## ✓ Le concept de limite



## ✓ Outils de calcul de limite

$$\lim_{x \rightarrow a} k = k$$

$$\lim_{x \rightarrow a} x = a$$

$$\lim_{x \rightarrow a} (k f(x)) = k \lim_{x \rightarrow a} (f(x))$$

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

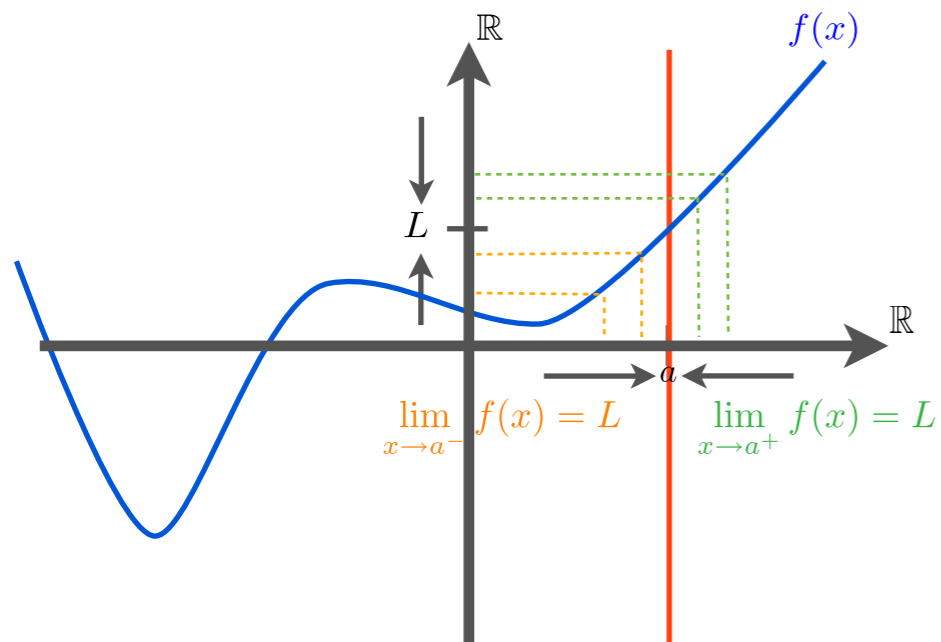
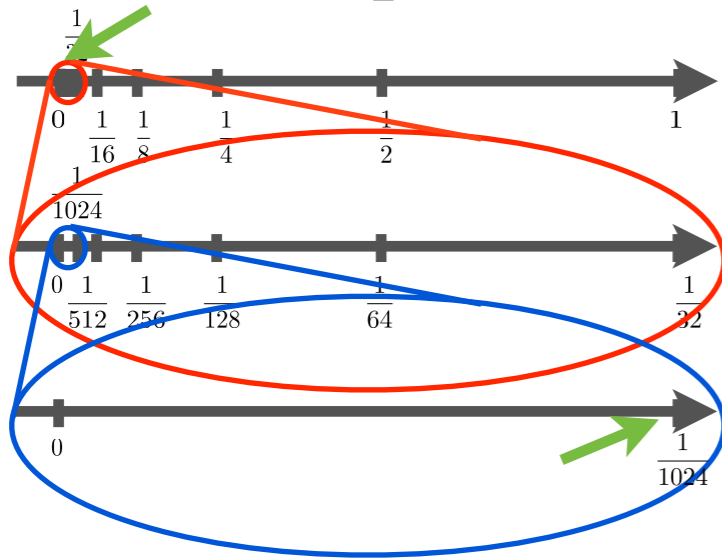
$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x)g(x)) = \left( \lim_{x \rightarrow a} f(x) \right) \left( \lim_{x \rightarrow a} g(x) \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \left( \frac{f(x)}{g(x)} \right) = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x))^r = \left( \lim_{x \rightarrow a} f(x) \right)^r$$

# Au dernier cours, nous avons vu

## ✓ Le concept de limite



## ✓ Outils de calcul de limite

$$\lim_{x \rightarrow a} k = k$$

$$\lim_{x \rightarrow a} x = a$$

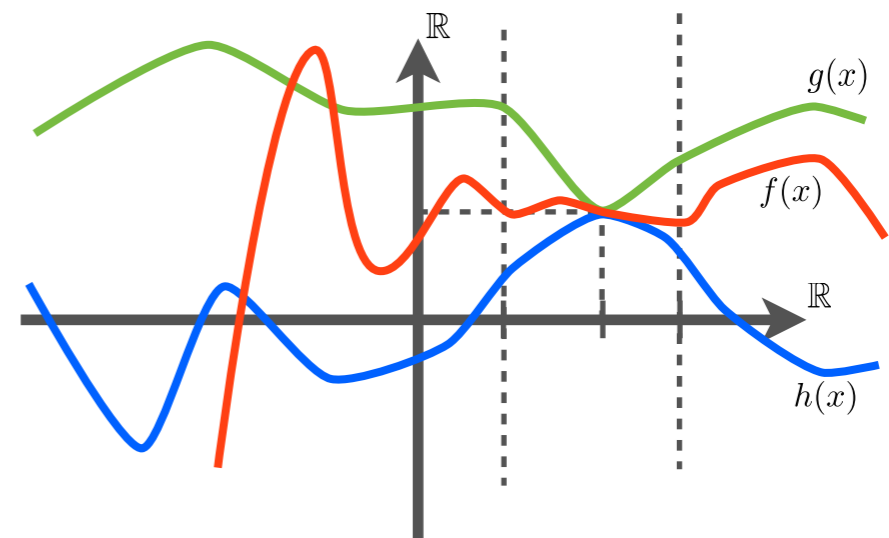
$$\lim_{x \rightarrow a} (k f(x)) = k \lim_{x \rightarrow a} (f(x))$$

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x)g(x)) = \left( \lim_{x \rightarrow a} f(x) \right) \left( \lim_{x \rightarrow a} g(x) \right)$$

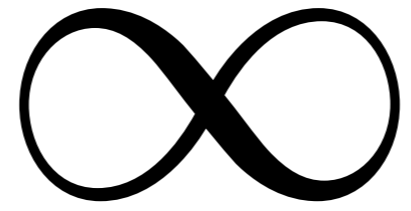
$$\lim_{x \rightarrow a} \left( \frac{f(x)}{g(x)} \right) = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x))^r = \left( \lim_{x \rightarrow a} f(x) \right)^r$$

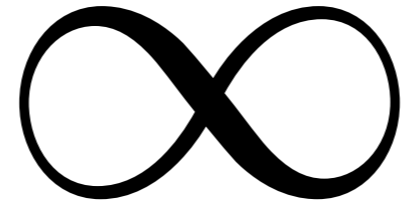


# Aujourd'hui, nous allons voir

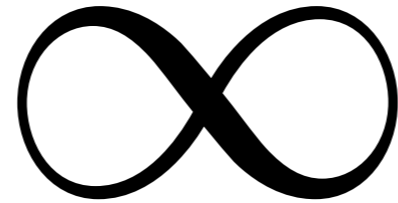
- ✓ Comment calculer des limites qui font intervenir l'infini





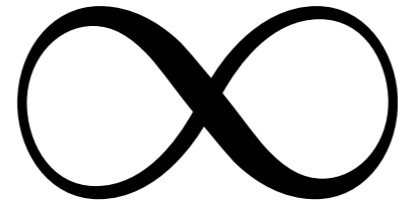


Il faut faire très attention lorsqu'on joue avec l'infini.



Il faut faire très attention lorsqu'on joue avec l'infini.

Le comportement de l'infini est parfois contre-intuitif.



Il faut faire très attention lorsqu'on joue avec l'infini.

Le comportement de l'infini est parfois contre-intuitif.

Ceci se fait sentir lorsqu'on compare les infinis.

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A \subset B$$

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A \subset B \quad \implies$$

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

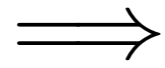
$$A \subset B \quad \implies$$

$$\#(A) < \#(B)$$

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A \subset B$$



$$\#(A) < \#(B)$$

Le nombre d'éléments dans A



$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A \subset B$$

$$\implies$$

$$\#(A) < \#(B)$$

Le nombre d'éléments dans A

Est-ce que ce raisonnement est vrai si les ensembles sont infinis?

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A \subset B$$

$$\implies$$

$$\#(A) < \#(B)$$

Le nombre d'éléments dans A

Est-ce que ce raisonnement est vrai si les ensembles sont infinis?

$$\text{Pair} \subset \mathbb{N}$$

$$\implies$$

$$\#(\text{Pair}) < \#(\mathbb{N})$$

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A \subset B$$

$$\implies$$

$$\#(A) < \#(B)$$

Le nombre d'éléments dans A

Est-ce que ce raisonnement est vrai si les ensembles sont infinis?

$$\text{Pair} \subset \mathbb{N} \quad \overset{?}{\implies} \quad \#(\text{Pair}) < \#(\mathbb{N})$$

Les deux sont infinis, mais est-ce qu'il y en a un plus grand que l'autre?

Comment comparer les tailles d'ensembles qu'on  
ne peut pas compter?

Comment comparer les tailles d'ensembles qu'on ne peut pas compter?



Comment comparer les tailles d'ensembles qu'on ne peut pas compter?

Est-ce qu'il y a plus de filles ou plus de garçons?



Comment comparer les tailles d'ensembles qu'on ne peut pas compter?

Est-ce qu'il y a plus de filles ou plus de garçons?



Disons qu'on oublie l'évènement.

Comment comparer les tailles d'ensembles qu'on ne peut pas compter?

Est-ce qu'il y a plus de filles ou plus de garçons?



Disons qu'on oublie l'évènement.



# Bijection

# Bijection

$\mathbb{N}$

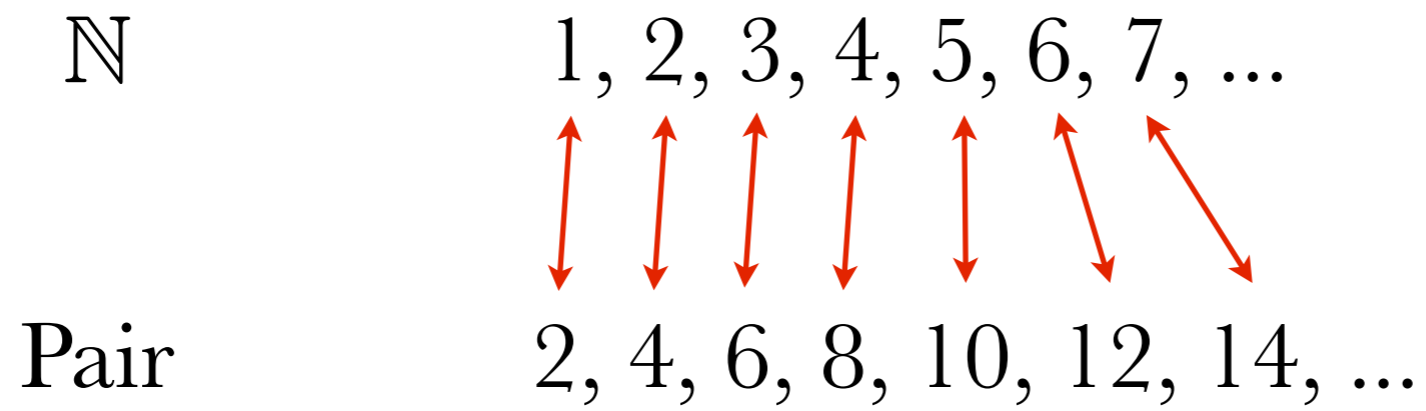
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...

# Bijection

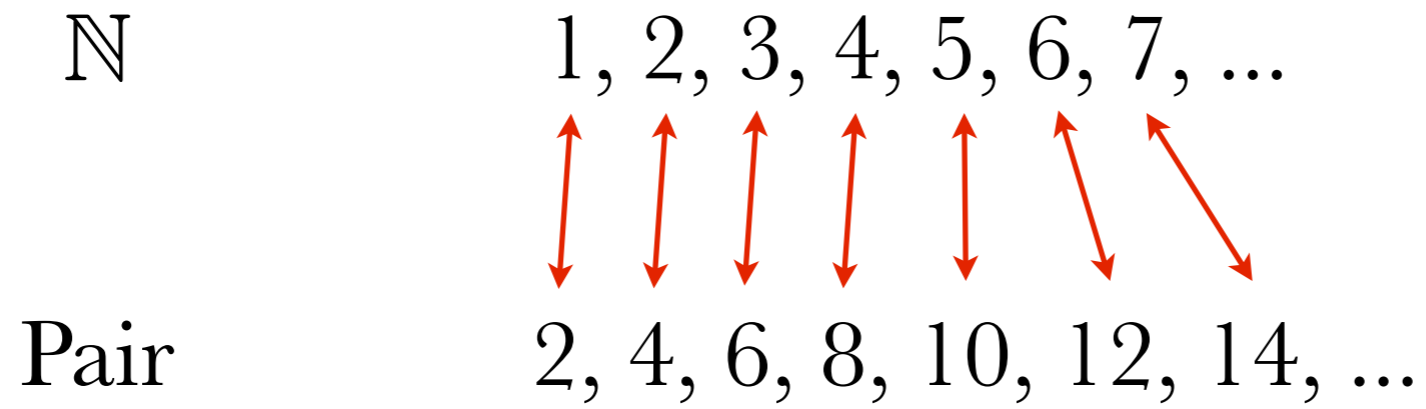
$\mathbb{N}$       1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...

Pair      2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, ...

# Bijection

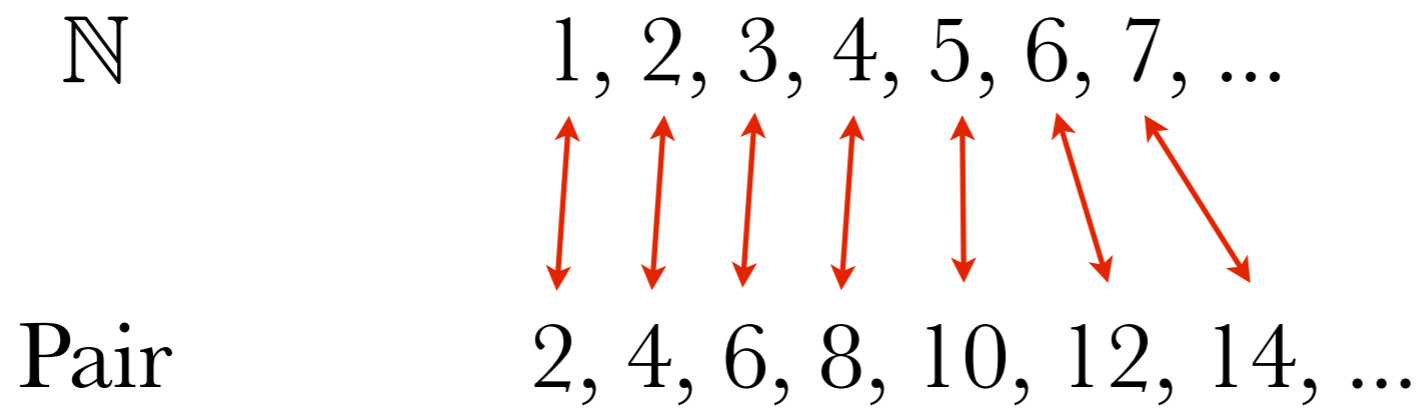


# Bijection



Donc       $\#(\text{Pair}) = \#(\mathbb{N})$

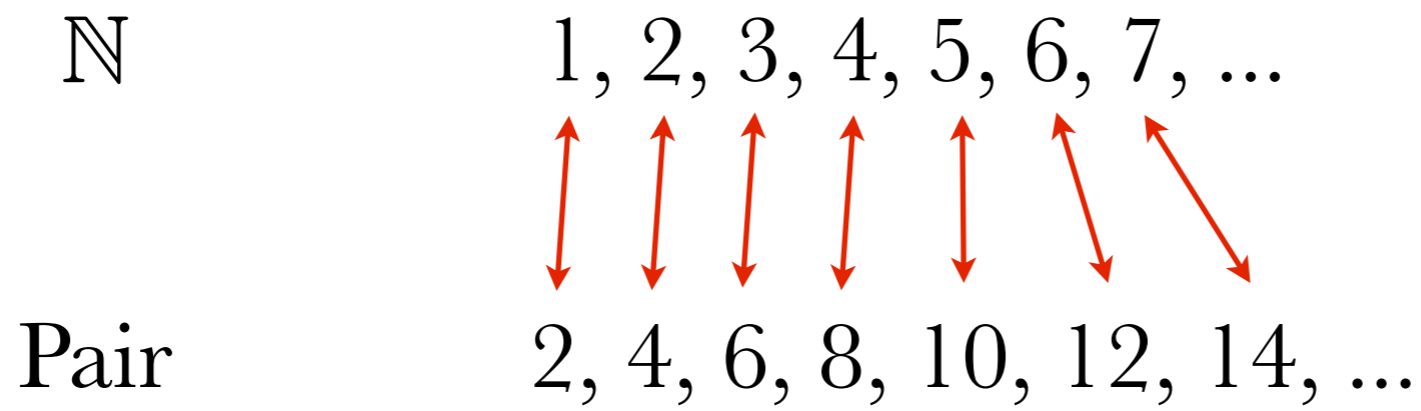
# Bijection



Donc       $\#(\text{Pair}) = \#(\mathbb{N})$

Peut-on clore la discussion en affirmant que l'infini c'est l'infini et donc tous les ensembles infinis ont la même taille?

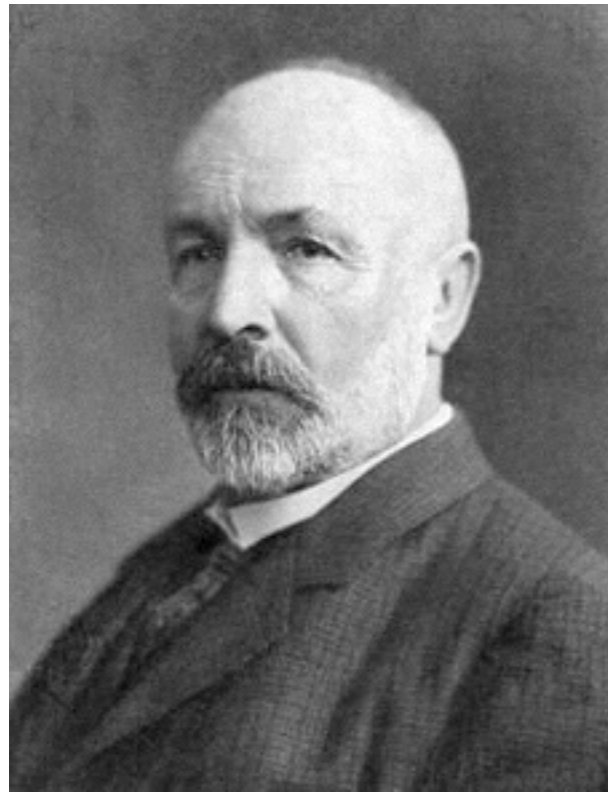
# Bijection



Donc  $\#(\text{Pair}) = \#(\mathbb{N})$

Peut-on clore la discussion en affirmant que l'infini c'est l'infini et donc tous les ensembles infinis ont la même taille?

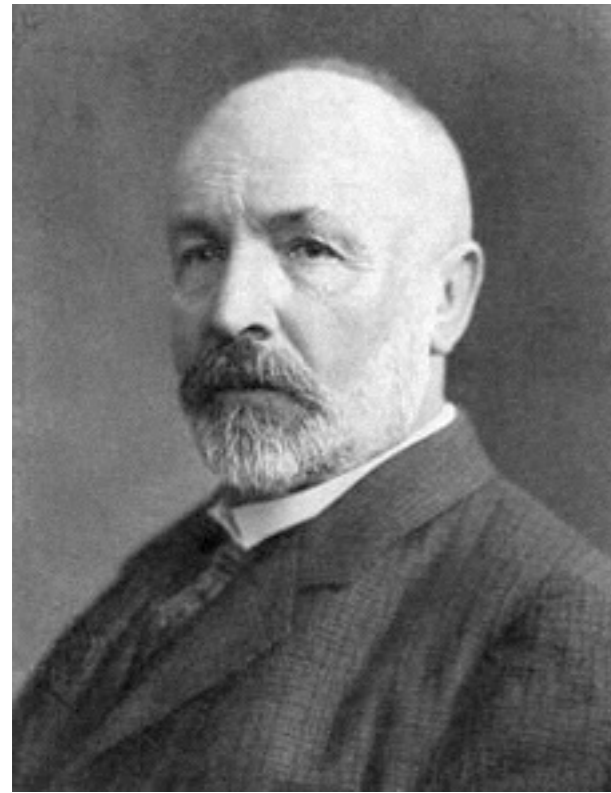
On l'a longtemps cru.



Georg Cantor (1845-1918)

a démontré que ce n'était pas le cas.

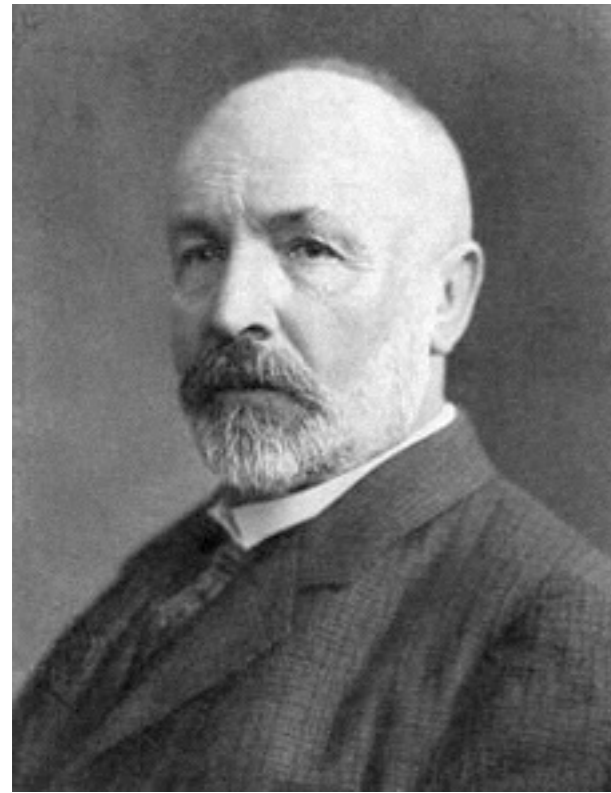




Georg Cantor (1845-1918)

a démontré que ce n'était pas le cas.

$$\#(\mathbb{N}) < \#(\mathbb{R})$$

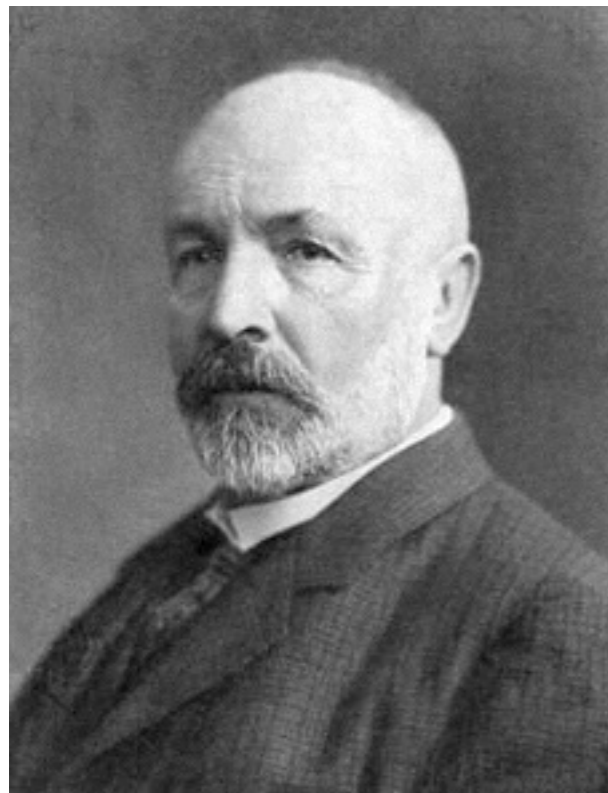


Georg Cantor (1845-1918)

a démontré que ce n'était pas le cas.

$$\#(\mathbb{N}) < \#(\mathbb{R})$$

$$\#(\mathbb{N}) < \#[0, 1]$$



Georg Cantor (1845-1918)

a démontré que ce n'était pas le cas.

$$\#(\mathbb{N}) < \#(\mathbb{R})$$

$$\#(\mathbb{N}) < \#[0, 1]$$

0

1

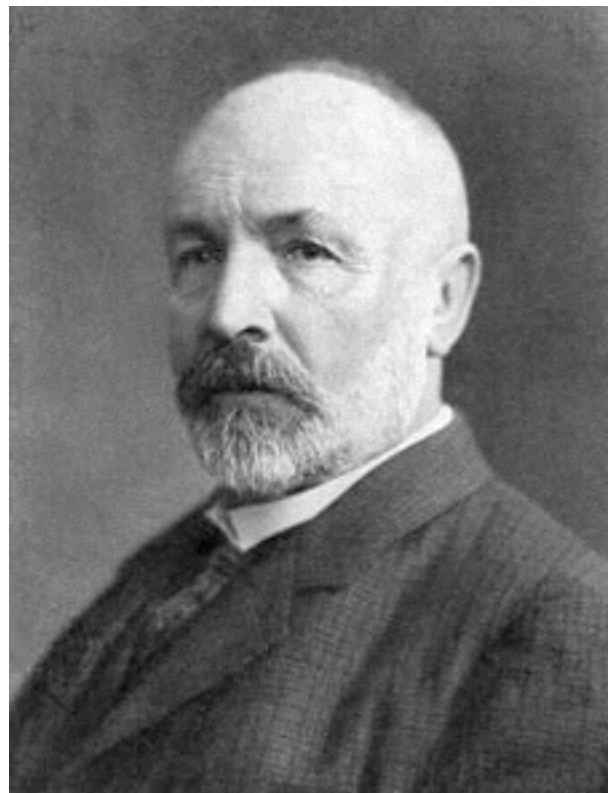
2

3

4

5

⋮



Georg Cantor (1845-1918)

a démontré que ce n'était pas le cas.

$$\#(\mathbb{N}) < \#(\mathbb{R})$$

$$\#(\mathbb{N}) < \#[0, 1]$$

0 →

1 →

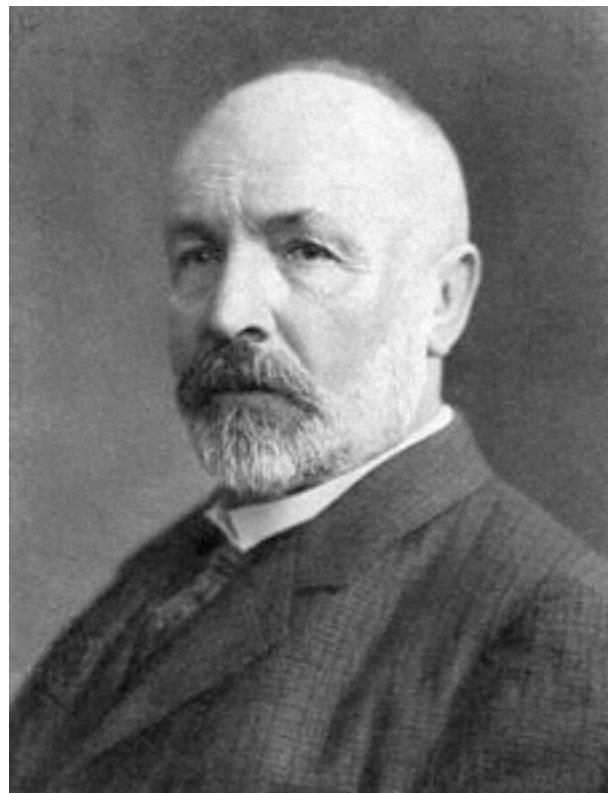
2 →

3 →

4 →

5 →

⋮ →



Georg Cantor (1845-1918)

a démontré que ce n'était pas le cas.

$$\#(\mathbb{N}) < \#(\mathbb{R})$$

$$\#(\mathbb{N}) < \#[0, 1]$$

0  $\longrightarrow$  0, 1984659764983639...

1  $\longrightarrow$

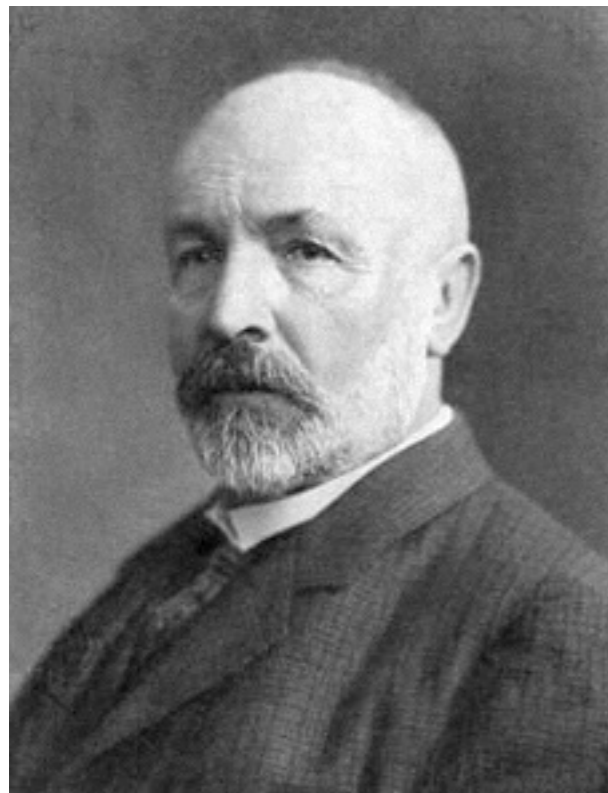
2  $\longrightarrow$

3  $\longrightarrow$

4  $\longrightarrow$

5  $\longrightarrow$

$\vdots$   $\longrightarrow$



Georg Cantor (1845-1918)

a démontré que ce n'était pas le cas.

$$\#(\mathbb{N}) < \#(\mathbb{R})$$

$$\#(\mathbb{N}) < \#[0, 1]$$

0  $\longrightarrow$  0, 1984659764983639...

1  $\longrightarrow$  0, 5729506836596827...

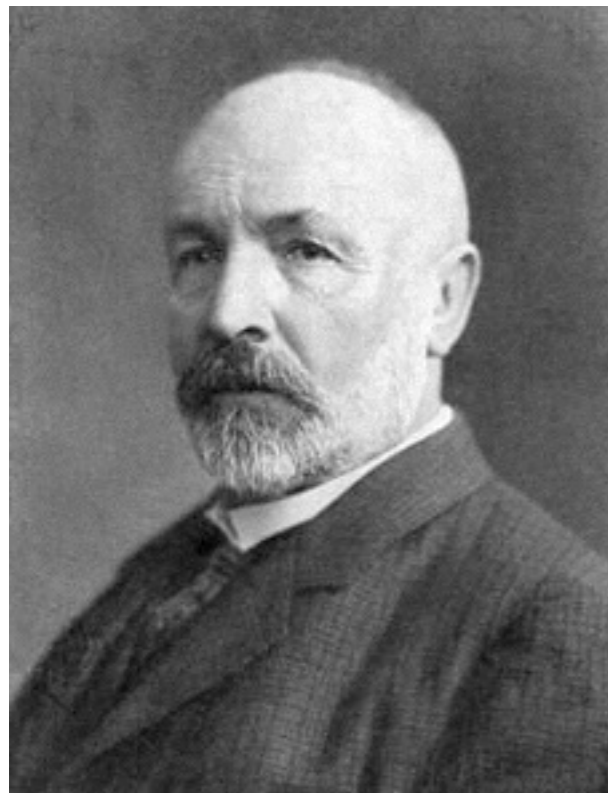
2  $\longrightarrow$

3  $\longrightarrow$

4  $\longrightarrow$

5  $\longrightarrow$

$\vdots$   $\longrightarrow$



Georg Cantor (1845-1918)

a démontré que ce n'était pas le cas.

$$\#(\mathbb{N}) < \#(\mathbb{R})$$

$$\#(\mathbb{N}) < \#[0, 1]$$

0  $\longrightarrow$  0, 1984659764983639...

1  $\longrightarrow$  0, 5729506836596827...

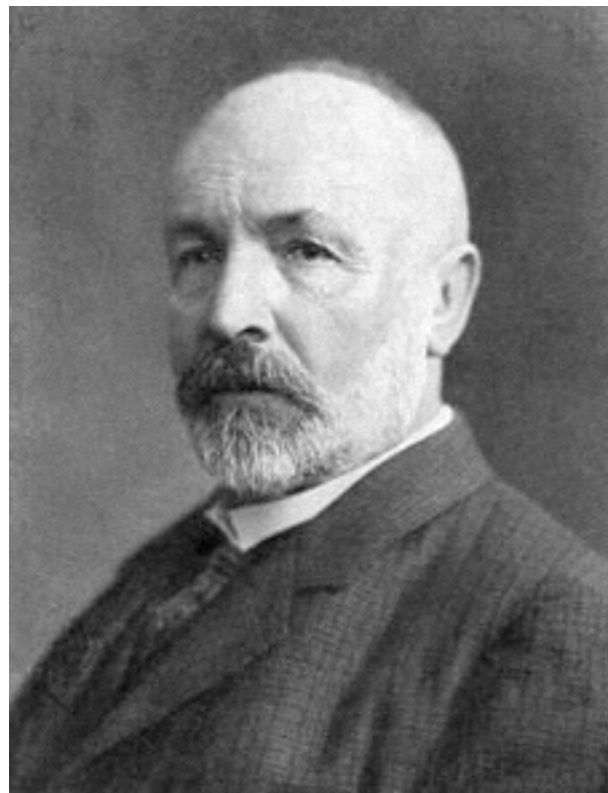
2  $\longrightarrow$  0, 5822710089572664...

3  $\longrightarrow$

4  $\longrightarrow$

5  $\longrightarrow$

$\vdots$   $\longrightarrow$



Georg Cantor (1845-1918)

a démontré que ce n'était pas le cas.

$$\#(\mathbb{N}) < \#(\mathbb{R})$$

$$\#(\mathbb{N}) < \#[0, 1]$$

0  $\longrightarrow$  0, 1984659764983639...

1  $\longrightarrow$  0, 5729506836596827...

2  $\longrightarrow$  0, 5822710089572664...

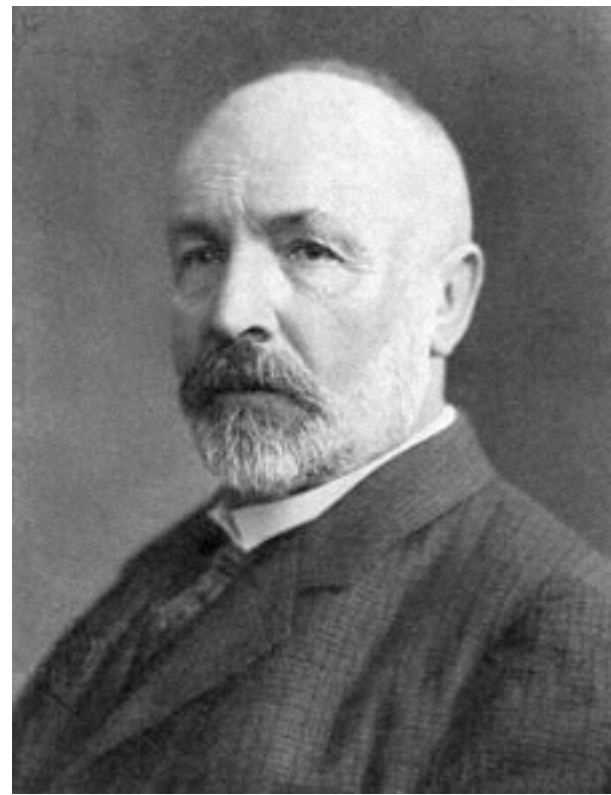
3  $\longrightarrow$  0, 4443827491047736...

4  $\longrightarrow$

5  $\longrightarrow$

$\vdots$   $\longrightarrow$





Georg Cantor (1845-1918)

a démontré que ce n'était pas le cas.

$$\#(\mathbb{N}) < \#(\mathbb{R})$$

$$\#(\mathbb{N}) < \#[0, 1]$$

0  $\longrightarrow$  0, 1984659764983639...

1  $\longrightarrow$  0, 5729506836596827...

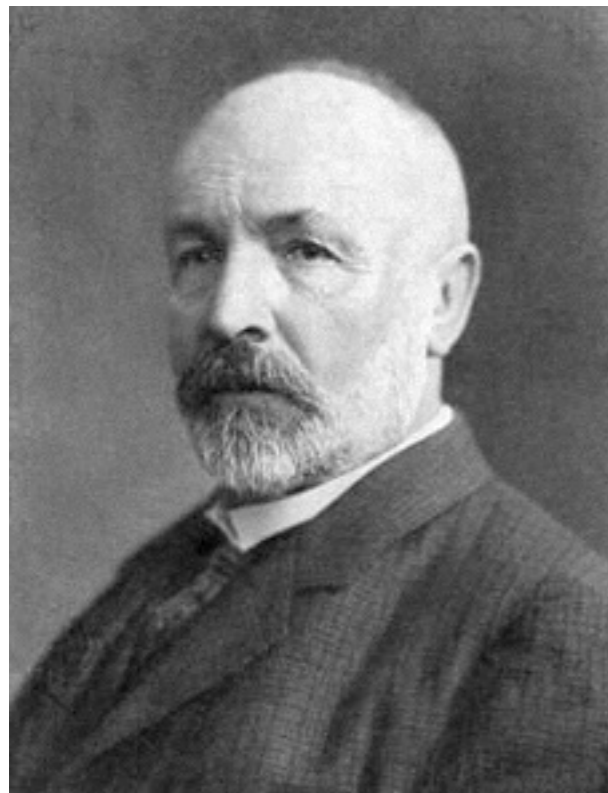
2  $\longrightarrow$  0, 5822710089572664...

3  $\longrightarrow$  0, 4443827491047736...

4  $\longrightarrow$  0, 2219554838466028...

5  $\longrightarrow$

$\vdots$   $\longrightarrow$



Georg Cantor (1845-1918)

a démontré que ce n'était pas le cas.

$$\#(\mathbb{N}) < \#(\mathbb{R})$$

$$\#(\mathbb{N}) < \#[0, 1]$$

$$0 \longrightarrow 0, 1984659764983639\dots$$

$$1 \longrightarrow 0, 5729506836596827\dots$$

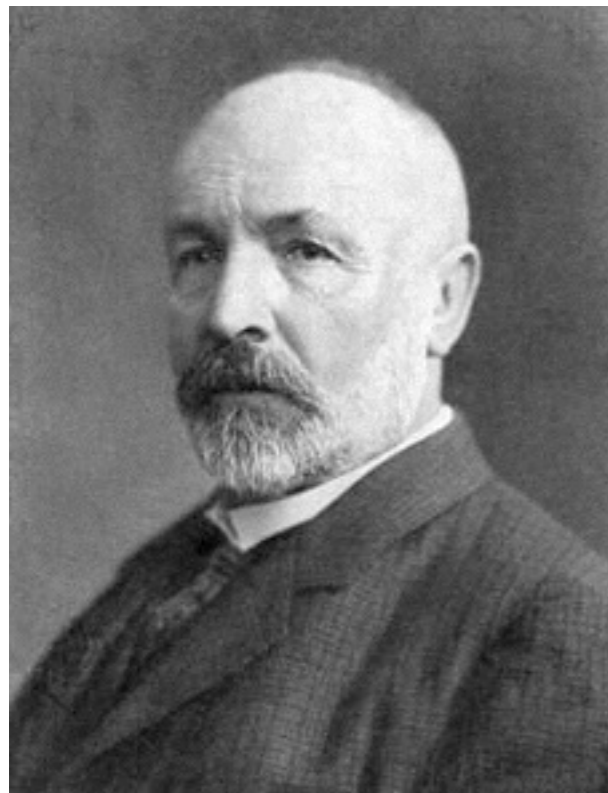
$$2 \longrightarrow 0, 5822710089572664\dots$$

$$3 \longrightarrow 0, 4443827491047736\dots$$

$$4 \longrightarrow 0, 2219554838466028\dots$$

$$5 \longrightarrow 0, 5578439200433782\dots$$

$$\vdots \longrightarrow$$



Georg Cantor (1845-1918)

a démontré que ce n'était pas le cas.

$$\#(\mathbb{N}) < \#(\mathbb{R})$$

$$\#(\mathbb{N}) < \#[0, 1]$$

$$0 \longrightarrow 0, 1984659764983639\dots$$

$$1 \longrightarrow 0, 5729506836596827\dots$$

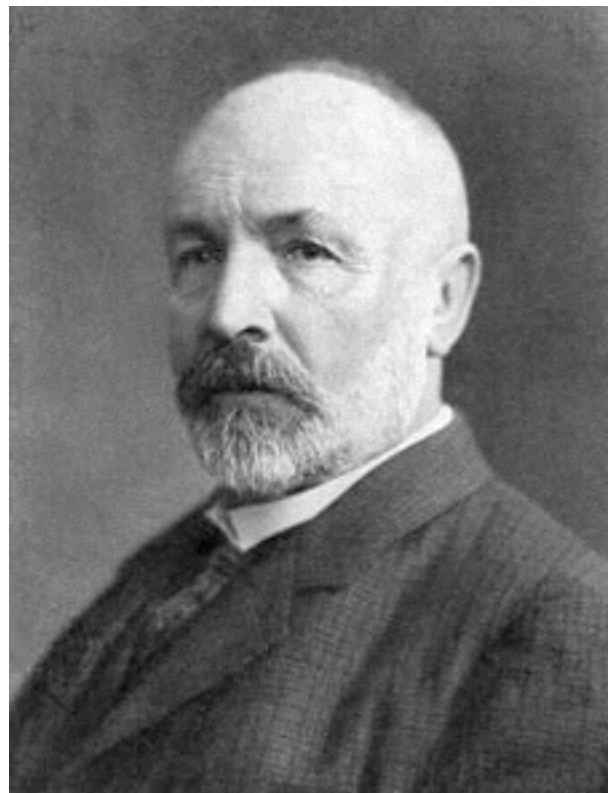
$$2 \longrightarrow 0, 5822710089572664\dots$$

$$3 \longrightarrow 0, 4443827491047736\dots$$

$$4 \longrightarrow 0, 2219554838466028\dots$$

$$5 \longrightarrow 0, 5578439200433782\dots$$

$$\vdots \longrightarrow \vdots$$



Georg Cantor (1845-1918)

a démontré que ce n'était pas le cas.

$$\#(\mathbb{N}) < \#(\mathbb{R})$$

$$\#(\mathbb{N}) < \#[0, 1]$$

$$0 \longrightarrow 0, 1984659764983639\dots$$

$$1 \longrightarrow 0, 5729506836596827\dots$$

$$2 \longrightarrow 0, 5822710089572664\dots$$

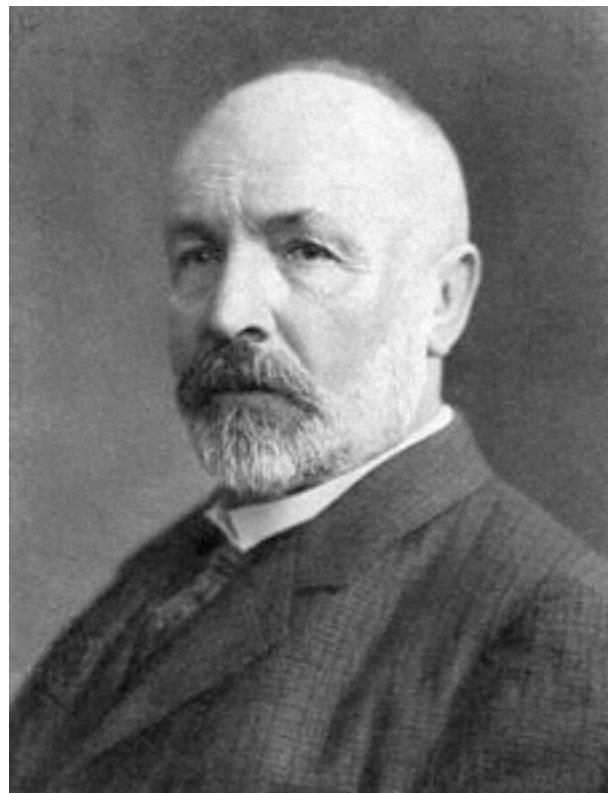
$$3 \longrightarrow 0, 4443827491047736\dots$$

$$4 \longrightarrow 0, 2219554838466028\dots$$

$$5 \longrightarrow 0, 5578439200433782\dots$$

$$\vdots \longrightarrow \quad \quad \quad \vdots$$

Peut-on tous les avoir?



Georg Cantor (1845-1918)

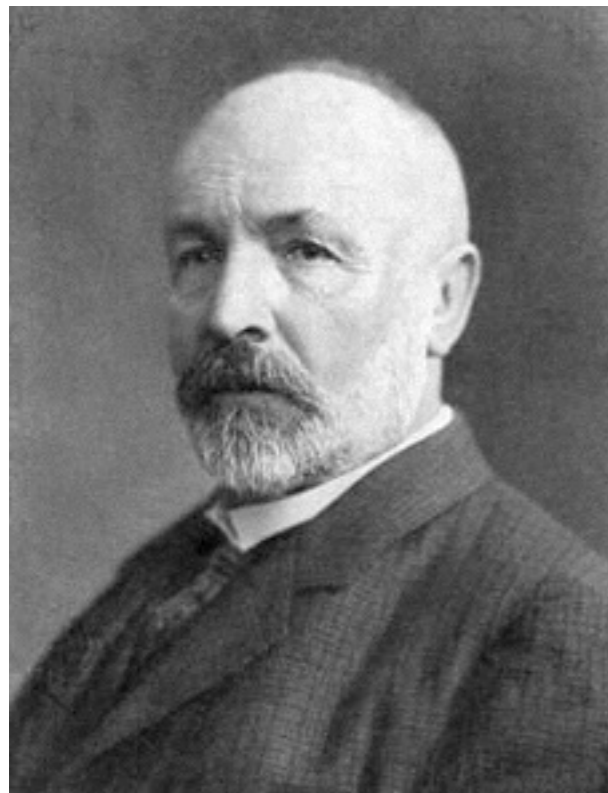
a démontré que ce n'était pas le cas.

$$\#(\mathbb{N}) < \#(\mathbb{R})$$

$$\#(\mathbb{N}) < \#[0, 1]$$

0	→	0, 1984659764983639...
1	→	0, 5729506836596827...
2	→	0, 5822710089572664...
3	→	0, 4443827491047736...
4	→	0, 2219554838466028...
5	→	0, 5578439200433782...
⋮	→	⋮

Peut-on tous les avoir?



Georg Cantor (1845-1918)

a démontré que ce n'était pas le cas.

$$\#(\mathbb{N}) < \#(\mathbb{R})$$

$$\#(\mathbb{N}) < \#[0, 1]$$

0  $\longrightarrow$  0, **1**984659764983639...

1  $\longrightarrow$  0, 5**7**29506836596827...

2  $\longrightarrow$  0, 58**2**2710089572664...

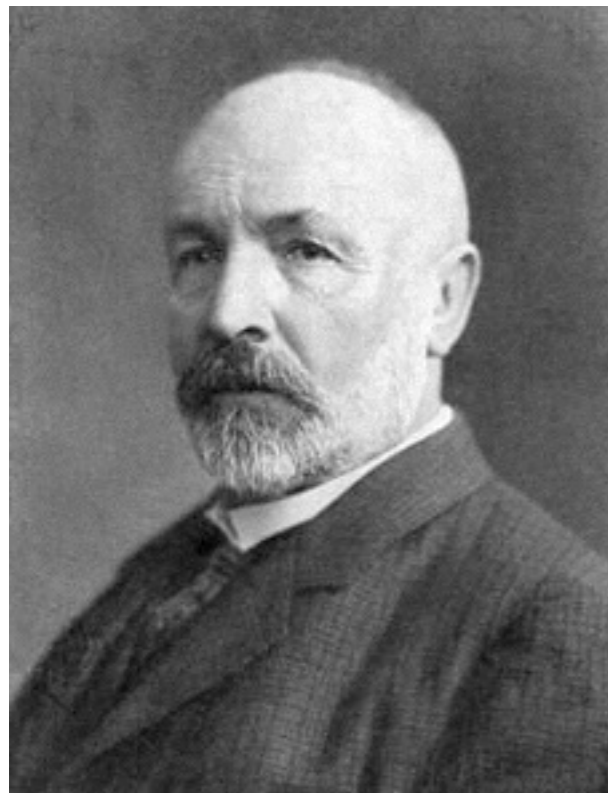
3  $\longrightarrow$  0, 444**3**827491047736...

4  $\longrightarrow$  0, 2219**5**54838466028...

5  $\longrightarrow$  0, 55784**3**9200433782...

$\vdots$   $\longrightarrow$   $\vdots$

Peut-on tous les avoir?  $x = 0, 283464\dots$



Georg Cantor (1845-1918)

a démontré que ce n'était pas le cas.

$$\#(\mathbb{N}) < \#(\mathbb{R})$$

$$\#(\mathbb{N}) < \#[0, 1]$$

0  $\longrightarrow$  0, **1**984659764983639...

1  $\longrightarrow$  0, 5**7**29506836596827...

2  $\longrightarrow$  0, 58**2**2710089572664...

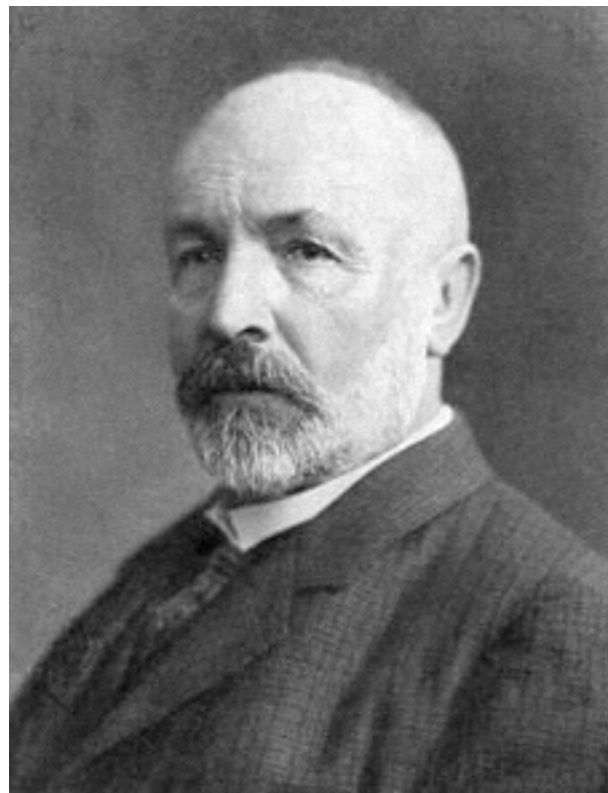
3  $\longrightarrow$  0, 444**3**827491047736...

4  $\longrightarrow$  0, 2219**5**54838466028...

5  $\longrightarrow$  0, 55784**3**9200433782...

$\vdots$   $\longrightarrow$   $\vdots$

Peut-on tous les avoir?  $x = 0, \mathbf{2}83464\dots$



Georg Cantor (1845-1918)

a démontré que ce n'était pas le cas.

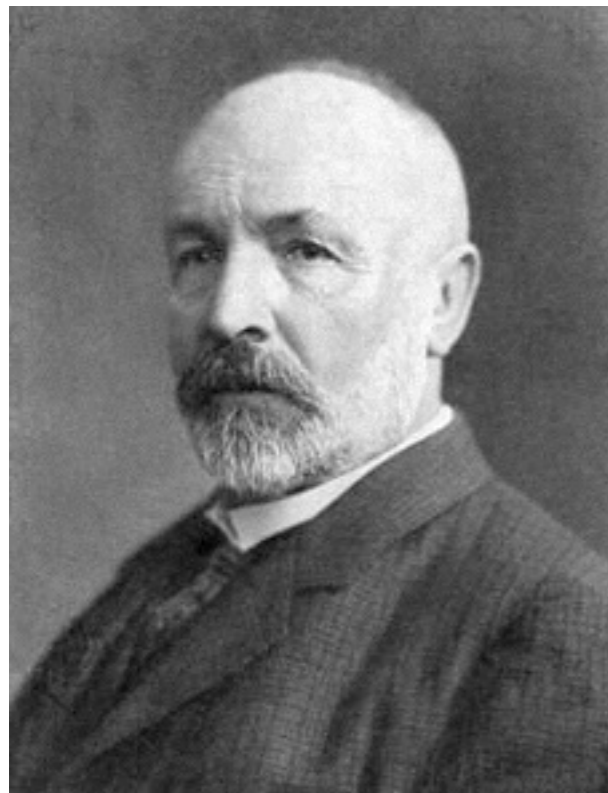
$$\#(\mathbb{N}) < \#(\mathbb{R})$$

$$\#(\mathbb{N}) < \#([0, 1])$$

0	→	0, 1984659764983639...	≠ $x$
1	→	0, 5729506836596827...	
2	→	0, 5822710089572664...	
3	→	0, 4443827491047736...	
4	→	0, 2219554838466028...	
5	→	0, 5578439200433782...	
⋮	→	⋮	

Peut-on tous les avoir?  $x = 0, 283464...$





Georg Cantor (1845-1918)

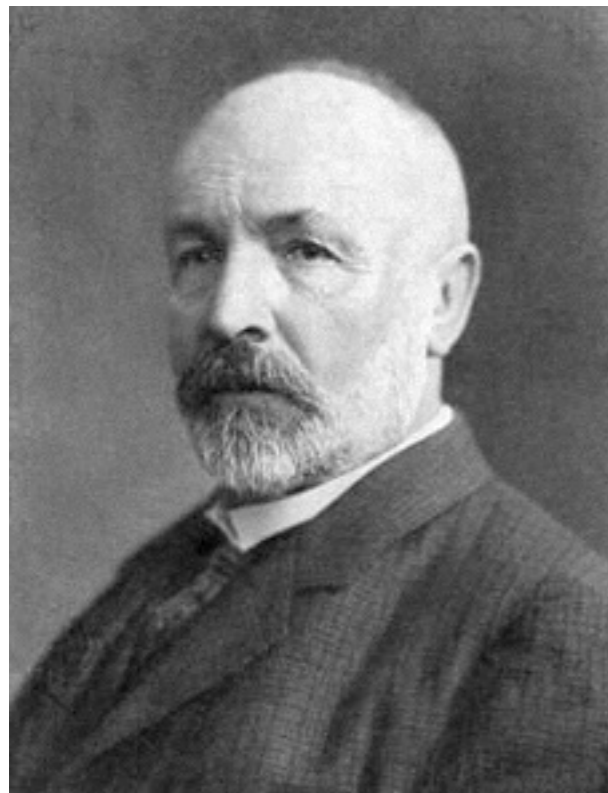
a démontré que ce n'était pas le cas.

$$\#(\mathbb{N}) < \#(\mathbb{R})$$

$$\#(\mathbb{N}) < \#[0, 1]$$

0  $\longrightarrow$  0, **1**984659764983639...  $\neq x$   
1  $\longrightarrow$  0, 5**7**29506836596827...  
2  $\longrightarrow$  0, 58**2**2710089572664...  
3  $\longrightarrow$  0, 444**3**827491047736...  
4  $\longrightarrow$  0, 2219**5**54838466028...  
5  $\longrightarrow$  0, 55784**3**9200433782...  
 $\vdots$   $\longrightarrow$   $\vdots$

Peut-on tous les avoir?  $x = 0, \mathbf{28}3464...$



Georg Cantor (1845-1918)

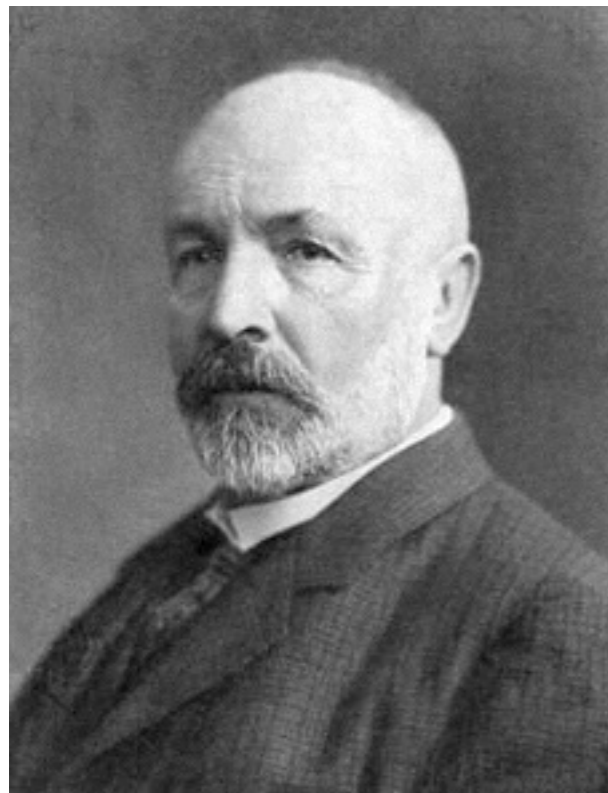
a démontré que ce n'était pas le cas.

$$\#(\mathbb{N}) < \#(\mathbb{R})$$

$$\#(\mathbb{N}) < \#[0, 1]$$

0	→	0, 1984659764983639...	$\neq x$
1	→	0, 5729506836596827...	$\neq x$
2	→	0, 5822710089572664...	
3	→	0, 4443827491047736...	
4	→	0, 2219554838466028...	
5	→	0, 5578439200433782...	
⋮	→	⋮	

Peut-on tous les avoir?  $x = 0, 283464...$



Georg Cantor (1845-1918)

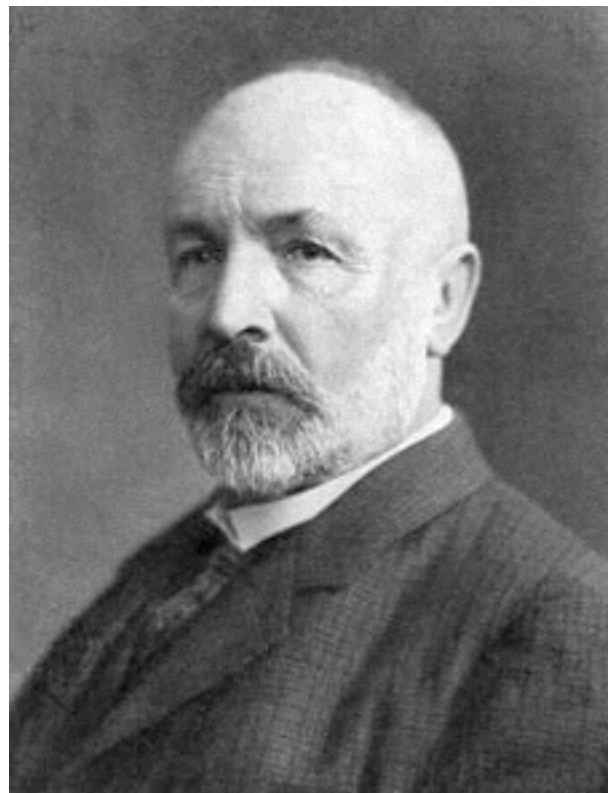
a démontré que ce n'était pas le cas.

$$\#(\mathbb{N}) < \#(\mathbb{R})$$

$$\#(\mathbb{N}) < \#([0, 1])$$

0	→	0, 1984659764983639...	$\neq x$
1	→	0, 5729506836596827...	$\neq x$
2	→	0, 5822710089572664...	
3	→	0, 4443827491047736...	
4	→	0, 2219554838466028...	
5	→	0, 5578439200433782...	
⋮	→	⋮	

Peut-on tous les avoir?  $x = 0, 283464...$



Georg Cantor (1845-1918)

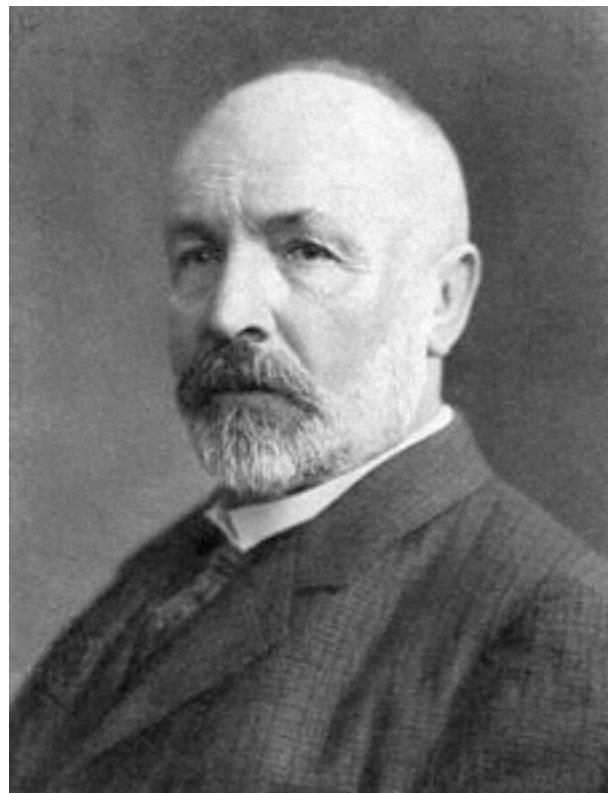
a démontré que ce n'était pas le cas.

$$\#(\mathbb{N}) < \#(\mathbb{R})$$

$$\#(\mathbb{N}) < \#[0, 1]$$

0	→	0, 1984659764983639...	$\neq x$
1	→	0, 5729506836596827...	$\neq x$
2	→	0, 5822710089572664...	$\neq x$
3	→	0, 4443827491047736...	
4	→	0, 2219554838466028...	
5	→	0, 5578439200433782...	
⋮	→	⋮	

Peut-on tous les avoir?  $x = 0, 283464\dots$



Georg Cantor (1845-1918)

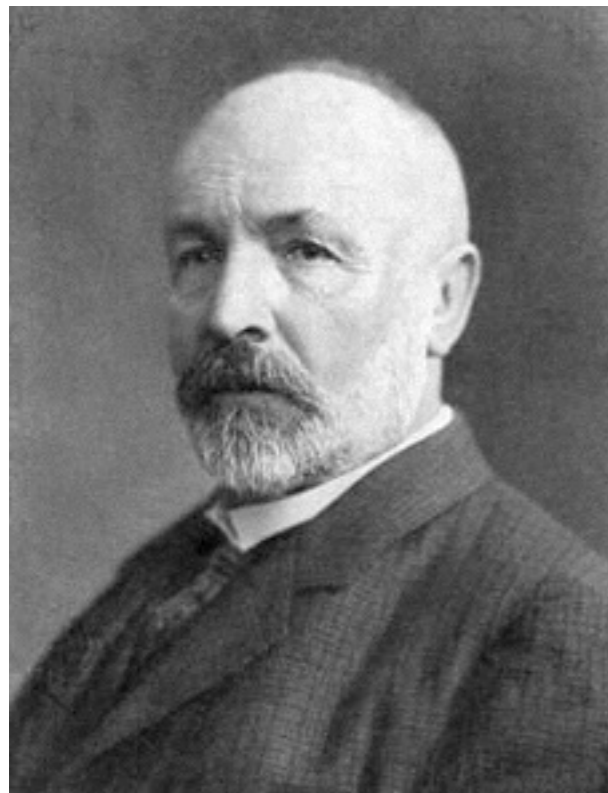
a démontré que ce n'était pas le cas.

$$\#(\mathbb{N}) < \#(\mathbb{R})$$

$$\#(\mathbb{N}) < \#[0, 1]$$

0	→	0, 1984659764983639...	$\neq x$
1	→	0, 5729506836596827...	$\neq x$
2	→	0, 5822710089572664...	$\neq x$
3	→	0, 4443827491047736...	
4	→	0, 2219554838466028...	
5	→	0, 5578439200433782...	
⋮	→	⋮	

Peut-on tous les avoir?  $x = 0, 283464\dots$



Georg Cantor (1845-1918)

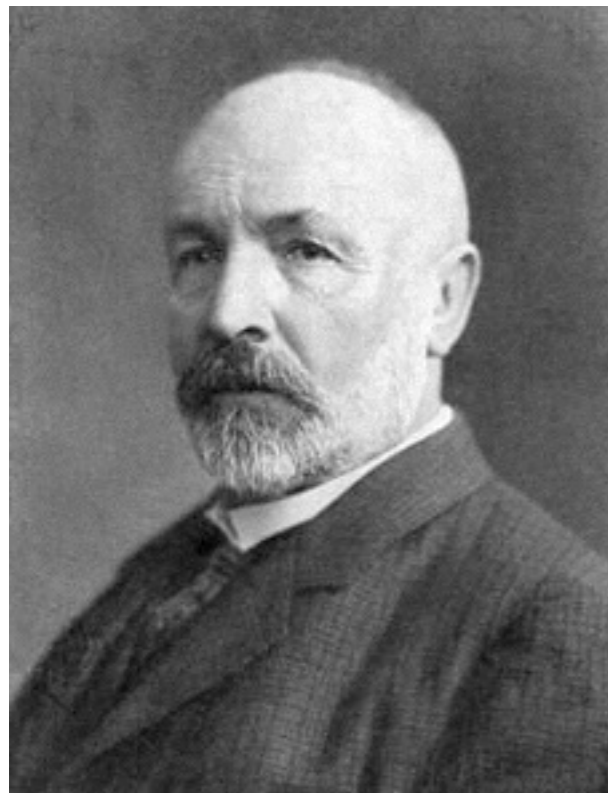
a démontré que ce n'était pas le cas.

$$\#(\mathbb{N}) < \#(\mathbb{R})$$

$$\#(\mathbb{N}) < \#([0, 1])$$

0	→	0, 1984659764983639...	$\neq x$
1	→	0, 5729506836596827...	$\neq x$
2	→	0, 5822710089572664...	$\neq x$
3	→	0, 4443827491047736...	$\neq x$
4	→	0, 2219554838466028...	
5	→	0, 5578439200433782...	
⋮	→	⋮	

Peut-on tous les avoir?  $x = 0, 283464...$



Georg Cantor (1845-1918)

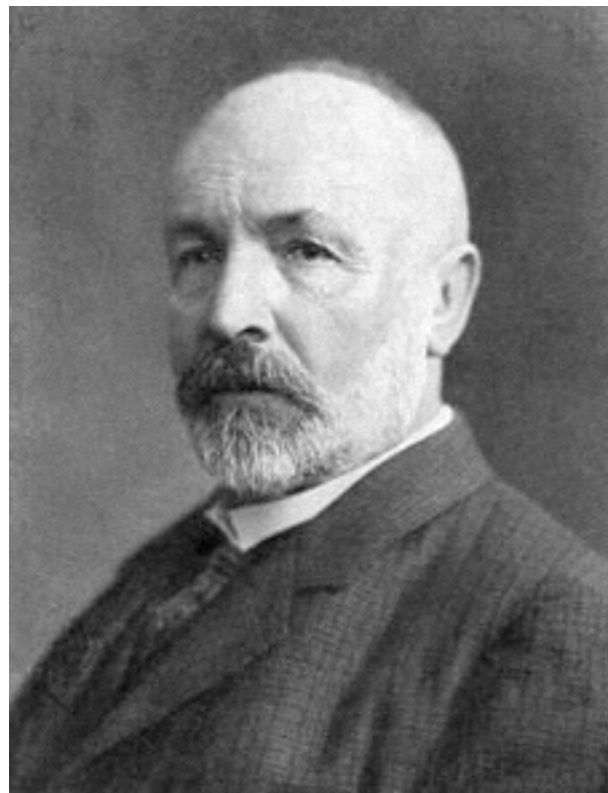
a démontré que ce n'était pas le cas.

$$\#(\mathbb{N}) < \#(\mathbb{R})$$

$$\#(\mathbb{N}) < \#([0, 1])$$

0	→	0, 1984659764983639...	$\neq x$
1	→	0, 5729506836596827...	$\neq x$
2	→	0, 5822710089572664...	$\neq x$
3	→	0, 4443827491047736...	$\neq x$
4	→	0, 2219554838466028...	
5	→	0, 5578439200433782...	
⋮	→	⋮	

Peut-on tous les avoir?  $x = 0, 283464...$



Georg Cantor (1845-1918)

a démontré que ce n'était pas le cas.

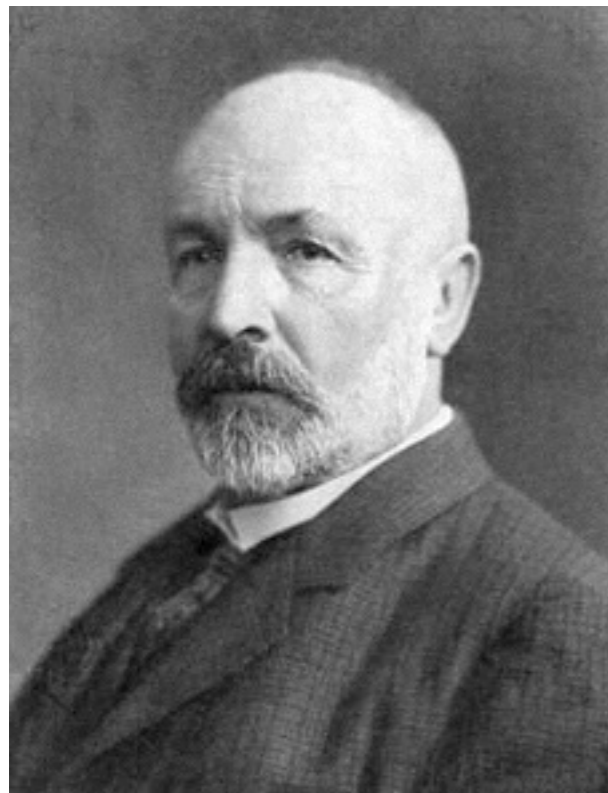
$$\#(\mathbb{N}) < \#(\mathbb{R})$$

$$\#(\mathbb{N}) < \#([0, 1])$$

0	→	0, 1984659764983639...	$\neq x$
1	→	0, 5729506836596827...	$\neq x$
2	→	0, 5822710089572664...	$\neq x$
3	→	0, 4443827491047736...	$\neq x$
4	→	0, 2219554838466028...	$\neq x$
5	→	0, 5578439200433782...	
⋮	→	⋮	

Peut-on tous les avoir?  $x = 0, 283464...$





Georg Cantor (1845-1918)

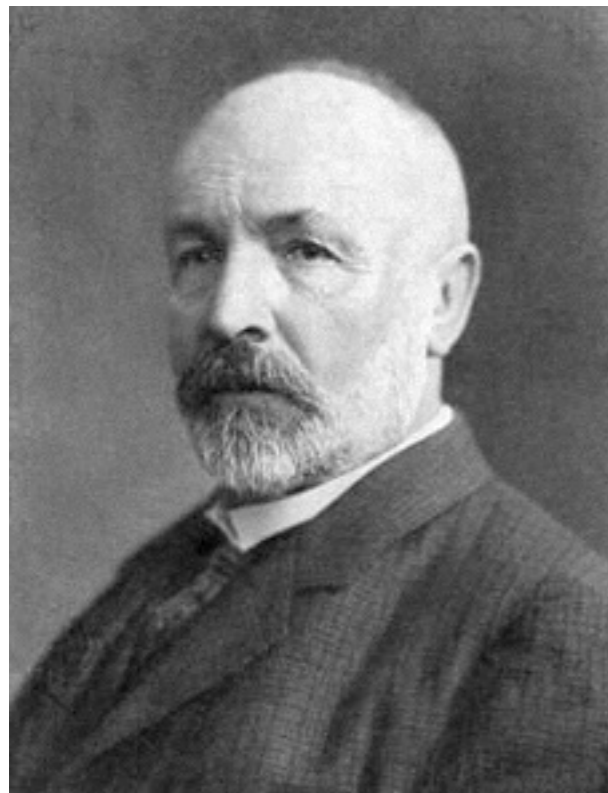
a démontré que ce n'était pas le cas.

$$\#(\mathbb{N}) < \#(\mathbb{R})$$

$$\#(\mathbb{N}) < \#([0, 1])$$

0	→	0, 1984659764983639...	$\neq x$
1	→	0, 5729506836596827...	$\neq x$
2	→	0, 5822710089572664...	$\neq x$
3	→	0, 4443827491047736...	$\neq x$
4	→	0, 2219554838466028...	$\neq x$
5	→	0, 5578439200433782...	
⋮	→	⋮	

Peut-on tous les avoir?  $x = 0, 283464...$



Georg Cantor (1845-1918)

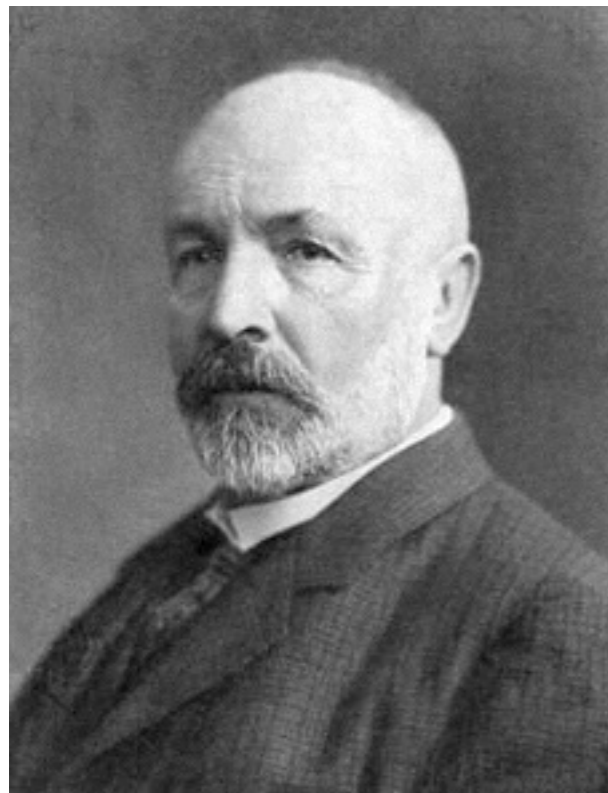
a démontré que ce n'était pas le cas.

$$\#(\mathbb{N}) < \#(\mathbb{R})$$

$$\#(\mathbb{N}) < \#[0, 1]$$

0	→	0, 1984659764983639...	$\neq x$
1	→	0, 5729506836596827...	$\neq x$
2	→	0, 5822710089572664...	$\neq x$
3	→	0, 4443827491047736...	$\neq x$
4	→	0, 2219554838466028...	$\neq x$
5	→	0, 5578439200433782...	$\neq x$
⋮	→	⋮	

Peut-on tous les avoir?  $x = 0, 283464...$



Georg Cantor (1845-1918)

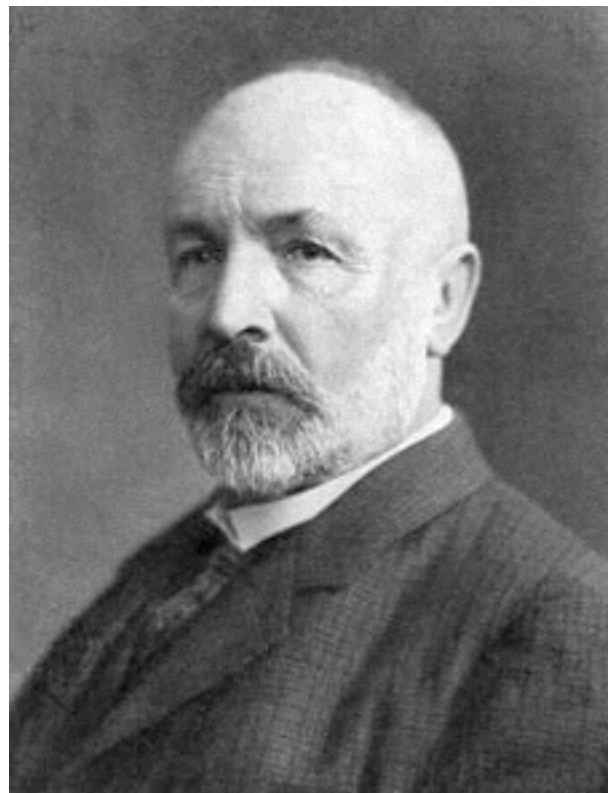
a démontré que ce n'était pas le cas.

$$\#(\mathbb{N}) < \#(\mathbb{R})$$

$$\#(\mathbb{N}) < \#[0, 1]$$

0	→	0, 1984659764983639...	$\neq x$
1	→	0, 5729506836596827...	$\neq x$
2	→	0, 5822710089572664...	$\neq x$
3	→	0, 4443827491047736...	$\neq x$
4	→	0, 2219554838466028...	$\neq x$
5	→	0, 5578439200433782...	$\neq x$
⋮	→	⋮	

Peut-on tous les avoir?  $x = 0, 283464\dots$  est oublié!



Georg Cantor (1845-1918)

a démontré que ce n'était pas le cas.

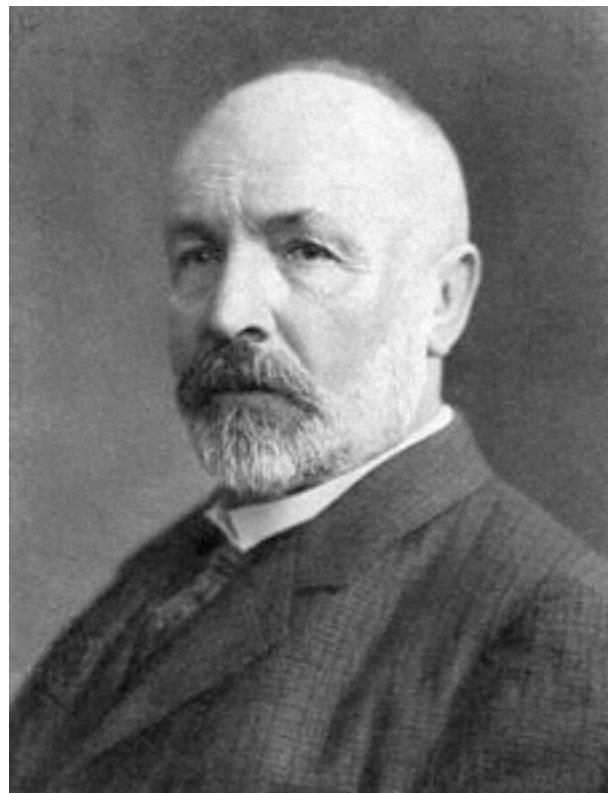
$$\#(\mathbb{N}) < \#(\mathbb{R})$$

$$\#(\mathbb{N}) < \#([0, 1])$$

0	→	0, 1984659764983639...	$\neq x$
1	→	0, 5729506836596827...	$\neq x$
2	→	0, 5822710089572664...	$\neq x$
3	→	0, 4443827491047736...	$\neq x$
4	→	0, 2219554838466028...	$\neq x$
5	→	0, 5578439200433782...	$\neq x$
⋮	→	⋮	

Peut-on tous les avoir?  $x = 0, 283464\dots$  est oublié!

$$\#(\mathbb{N}) = \aleph_0$$



Georg Cantor (1845-1918)

a démontré que ce n'était pas le cas.

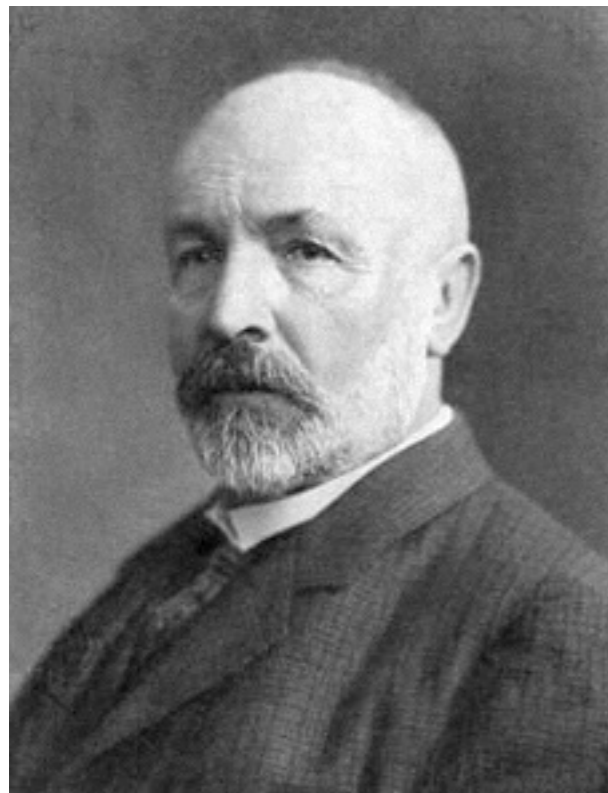
$$\#(\mathbb{N}) < \#(\mathbb{R})$$

$$\#(\mathbb{N}) < \#([0, 1])$$

0	→	0, 1984659764983639...	$\neq x$
1	→	0, 5729506836596827...	$\neq x$
2	→	0, 5822710089572664...	$\neq x$
3	→	0, 4443827491047736...	$\neq x$
4	→	0, 2219554838466028...	$\neq x$
5	→	0, 5578439200433782...	$\neq x$
⋮	→	⋮	

Peut-on tous les avoir?  $x = 0, 283464\dots$  est oublié!

$\#(\mathbb{N}) = \aleph_0$  Infini dénombrable



Georg Cantor (1845-1918)

a démontré que ce n'était pas le cas.

$$\#(\mathbb{N}) < \#(\mathbb{R})$$

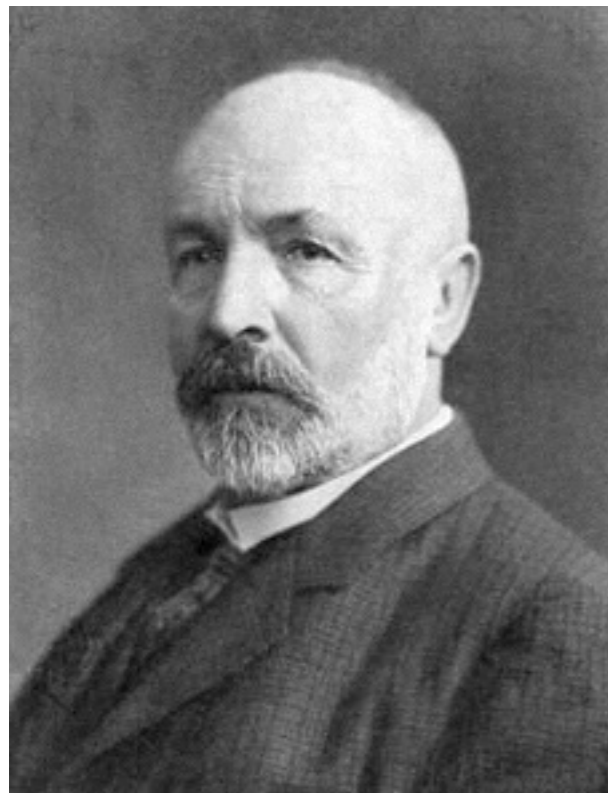
$$\#(\mathbb{N}) < \#([0, 1])$$

0	→	0, <b>1</b> 984659764983639...	$\neq x$
1	→	0, 5 <b>7</b> 29506836596827...	$\neq x$
2	→	0, 58 <b>2</b> 2710089572664...	$\neq x$
3	→	0, 444 <b>3</b> 827491047736...	$\neq x$
4	→	0, 2219 <b>5</b> 54838466028...	$\neq x$
5	→	0, 55784 <b>3</b> 9200433782...	$\neq x$
⋮	→	⋮	

Peut-on tous les avoir?  $x = 0, \mathbf{283464}... \quad \text{est oublié!}$

$\#(\mathbb{N}) = \aleph_0$  Infini dénombrable

$\#(\mathbb{R}) = \aleph_1$



Georg Cantor (1845-1918)

a démontré que ce n'était pas le cas.

$$\#(\mathbb{N}) < \#(\mathbb{R})$$

$$\#(\mathbb{N}) < \#([0, 1])$$

0	→	0, <b>1</b> 984659764983639...	$\neq x$
1	→	0, 5 <b>7</b> 29506836596827...	$\neq x$
2	→	0, 58 <b>2</b> 2710089572664...	$\neq x$
3	→	0, 444 <b>3</b> 827491047736...	$\neq x$
4	→	0, 2219 <b>5</b> 54838466028...	$\neq x$
5	→	0, 55784 <b>3</b> 9200433782...	$\neq x$
⋮	→	⋮	

Peut-on tous les avoir?  $x = 0, \mathbf{283464}... \quad \text{est oublié!}$

$\#(\mathbb{N}) = \aleph_0$  Infini dénombrable

$\#(\mathbb{R}) = \aleph_1$  Infini non dénombrable

La limite sert à comprendre le comportement d'une fonction près d'un point.



La limite sert à comprendre le comportement d'une fonction près d'un point.

Si le point fait partie du domaine, la limite en ce point correspond à l'évaluation de la fonction en ce point.

La limite sert à comprendre le comportement d'une fonction près d'un point.

Si le point fait partie du domaine, la limite en ce point correspond à l'évaluation de la fonction en ce point.

Explorons maintenant les cas où le point ne fait pas partie du domaine.

# Exemple

# Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2}$$

# Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2}$$

# Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2}$$

$x$					
$f(x)$					

# Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2}$$

$x$	2, 1				
$f(x)$					

# Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2}$$

$x$	2, 1	2, 01			
$f(x)$					



# Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2}$$

$x$	2, 1	2, 01	2, 001		
$f(x)$					

# Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2}$$

$x$	2, 1	2, 01	2, 001	$\longrightarrow$	
$f(x)$					

# Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2}$$

$x$	2, 1	2, 01	2, 001	$\longrightarrow$	$2^+$
$f(x)$					

# Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2}$$

$x$	2, 1	2, 01	2, 001	$\longrightarrow$	$2^+$
$f(x)$	$\frac{1}{0, 1}$				

# Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2}$$

$x$	2,1	2,01	2,001	$\longrightarrow$	$2^+$
$f(x)$	$\frac{1}{0,1}$ $= 10$				

# Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2}$$

$x$	2,1	2,01	2,001	$\longrightarrow$	$2^+$
$f(x)$	$\frac{1}{0,1}$ $= 10$	$\frac{1}{0,01}$			

# Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2}$$

$x$	2, 1	2, 01	2, 001	$\longrightarrow$	$2^+$
$f(x)$	$\frac{1}{0, 1}$ $= 10$	$\frac{1}{0, 01}$ $= 100$			

# Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2}$$

$x$	2,1	2,01	2,001	$\longrightarrow$	$2^+$
$f(x)$	$\frac{1}{0,1}$ $= 10$	$\frac{1}{0,01}$ $= 100$	$\frac{1}{0,001}$		



# Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2}$$

$x$	2, 1	2, 01	2, 001	$\longrightarrow$	$2^+$
$f(x)$	$\frac{1}{0, 1}$ = 10	$\frac{1}{0, 01}$ = 100	$\frac{1}{0, 001}$ = 1000		

# Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2}$$

$x$	2, 1	2, 01	2, 001	$\longrightarrow$	$2^+$
$f(x)$	$\frac{1}{0, 1}$ = 10	$\frac{1}{0, 01}$ = 100	$\frac{1}{0, 001}$ = 1000	$\longrightarrow$	

# Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2}$$

$x$	2, 1	2, 01	2, 001	$\longrightarrow$	$2^+$
$f(x)$	$\frac{1}{0, 1}$ = 10	$\frac{1}{0, 01}$ = 100	$\frac{1}{0, 001}$ = 1000	$\longrightarrow$	$\infty$

# Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2} = \infty$$

$x$	2,1	2,01	2,001	$\longrightarrow$	$2^+$
$f(x)$	$\frac{1}{0,1}$ $= 10$	$\frac{1}{0,01}$ $= 100$	$\frac{1}{0,001}$ $= 1000$	$\longrightarrow$	$\infty$

# Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x - 2}$$

$x$	2, 1	2, 01	2, 001	$\longrightarrow$	$2^+$
$f(x)$	$\frac{1}{0, 1}$ = 10	$\frac{1}{0, 01}$ = 100	$\frac{1}{0, 001}$ = 1000	$\longrightarrow$	$\infty$

# Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x - 2}$$

$x$	2, 1	2, 01	2, 001	→	$2^+$
$f(x)$	$\frac{1}{0, 1}$ = 10	$\frac{1}{0, 01}$ = 100	$\frac{1}{0, 001}$ = 1000	→	$\infty$
$x$					
$f(x)$					

# Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x - 2}$$

$x$	2, 1	2, 01	2, 001	→	$2^+$
$f(x)$	$\frac{1}{0, 1}$ = 10	$\frac{1}{0, 01}$ = 100	$\frac{1}{0, 001}$ = 1000	→	$\infty$
$x$	1, 9				
$f(x)$					

# Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x - 2}$$

$x$	2,1	2,01	2,001	$\longrightarrow$	$2^+$
$f(x)$	$\frac{1}{0,1}$ = 10	$\frac{1}{0,01}$ = 100	$\frac{1}{0,001}$ = 1000	$\longrightarrow$	$\infty$
$x$	1,9	1,99			
$f(x)$					



# Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x - 2}$$

$x$	2,1	2,01	2,001	→	$2^+$
$f(x)$	$\frac{1}{0,1}$ = 10	$\frac{1}{0,01}$ = 100	$\frac{1}{0,001}$ = 1000	→	$\infty$
$x$	1,9	1,99	1,999		
$f(x)$					

# Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x - 2}$$

$x$	2,1	2,01	2,001	$\longrightarrow$	$2^+$
$f(x)$	$\frac{1}{0,1}$ = 10	$\frac{1}{0,01}$ = 100	$\frac{1}{0,001}$ = 1000	$\longrightarrow$	$\infty$
$x$	1,9	1,99	1,999	$\longrightarrow$	
$f(x)$					

# Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x - 2}$$

$x$	2,1	2,01	2,001	$\longrightarrow$	$2^+$
$f(x)$	$\frac{1}{0,1}$ = 10	$\frac{1}{0,01}$ = 100	$\frac{1}{0,001}$ = 1000	$\longrightarrow$	$\infty$
$x$	1,9	1,99	1,999	$\longrightarrow$	$2^-$
$f(x)$					

# Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x - 2}$$

$x$	2, 1	2, 01	2, 001	$\longrightarrow$	$2^+$
$f(x)$	$\frac{1}{0, 1}$ = 10	$\frac{1}{0, 01}$ = 100	$\frac{1}{0, 001}$ = 1000	$\longrightarrow$	$\infty$
$x$	1, 9	1, 99	1, 999	$\longrightarrow$	$2^-$
$f(x)$	$-\frac{1}{0, 1}$				

# Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x - 2}$$

$x$	2, 1	2, 01	2, 001	$\longrightarrow$	$2^+$
$f(x)$	$\frac{1}{0, 1}$ $= 10$	$\frac{1}{0, 01}$ $= 100$	$\frac{1}{0, 001}$ $= 1000$	$\longrightarrow$	$\infty$
$x$	1, 9	1, 99	1, 999	$\longrightarrow$	$2^-$
$f(x)$	$-\frac{1}{0, 1}$ $= -10$				

# Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x - 2}$$

$x$	2,1	2,01	2,001	$\longrightarrow$	$2^+$
$f(x)$	$\frac{1}{0,1}$ = 10	$\frac{1}{0,01}$ = 100	$\frac{1}{0,001}$ = 1000	$\longrightarrow$	$\infty$
$x$	1,9	1,99	1,999	$\longrightarrow$	$2^-$
$f(x)$	$-\frac{1}{0,1}$ = -10	$-\frac{1}{0,01}$			

# Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x - 2}$$

$x$	2, 1	2, 01	2, 001	$\longrightarrow$	$2^+$
$f(x)$	$\frac{1}{0, 1}$ $= 10$	$\frac{1}{0, 01}$ $= 100$	$\frac{1}{0, 001}$ $= 1000$	$\longrightarrow$	$\infty$
$x$	1, 9	1, 99	1, 999	$\longrightarrow$	$2^-$
$f(x)$	$-\frac{1}{0, 1}$ $= -10$	$-\frac{1}{0, 01}$ $= -100$			

# Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x - 2}$$

$x$	2, 1	2, 01	2, 001	$\longrightarrow$	$2^+$
$f(x)$	$\frac{1}{0, 1}$ = 10	$\frac{1}{0, 01}$ = 100	$\frac{1}{0, 001}$ = 1000	$\longrightarrow$	$\infty$
$x$	1, 9	1, 99	1, 999	$\longrightarrow$	$2^-$
$f(x)$	$-\frac{1}{0, 1}$ = -10	$-\frac{1}{0, 01}$ = -100	$-\frac{1}{0, 001}$		



# Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x - 2}$$

$x$	2, 1	2, 01	2, 001	$\longrightarrow$	$2^+$
$f(x)$	$\frac{1}{0, 1}$ = 10	$\frac{1}{0, 01}$ = 100	$\frac{1}{0, 001}$ = 1000	$\longrightarrow$	$\infty$
$x$	1, 9	1, 99	1, 999	$\longrightarrow$	$2^-$
$f(x)$	$-\frac{1}{0, 1}$ = -10	$-\frac{1}{0, 01}$ = -100	$-\frac{1}{0, 001}$ = -1000		

# Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x - 2}$$

$x$	2, 1	2, 01	2, 001	$\longrightarrow$	$2^+$
$f(x)$	$\frac{1}{0, 1}$ $= 10$	$\frac{1}{0, 01}$ $= 100$	$\frac{1}{0, 001}$ $= 1000$	$\longrightarrow$	$\infty$
$x$	1, 9	1, 99	1, 999	$\longrightarrow$	$2^-$
$f(x)$	$-\frac{1}{0, 1}$ $= -10$	$-\frac{1}{0, 01}$ $= -100$	$-\frac{1}{0, 001}$ $= -1000$	$\longrightarrow$	

# Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x - 2}$$

$x$	2, 1	2, 01	2, 001	$\longrightarrow$	$2^+$
$f(x)$	$\frac{1}{0, 1}$ = 10	$\frac{1}{0, 01}$ = 100	$\frac{1}{0, 001}$ = 1000	$\longrightarrow$	$\infty$
$x$	1, 9	1, 99	1, 999	$\longrightarrow$	$2^-$
$f(x)$	$-\frac{1}{0, 1}$ = -10	$-\frac{1}{0, 01}$ = -100	$-\frac{1}{0, 001}$ = -1000	$\longrightarrow$	$-\infty$

# Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x - 2} = -\infty$$

$x$	2, 1	2, 01	2, 001	$\longrightarrow$	$2^+$
$f(x)$	$\frac{1}{0, 1}$ = 10	$\frac{1}{0, 01}$ = 100	$\frac{1}{0, 001}$ = 1000	$\longrightarrow$	$\infty$
$x$	1, 9	1, 99	1, 999	$\longrightarrow$	$2^-$
$f(x)$	$-\frac{1}{0, 1}$ = -10	$-\frac{1}{0, 01}$ = -100	$-\frac{1}{0, 001}$ = -1000	$\longrightarrow$	$-\infty$

# Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2} = \infty$$

 $\neq$ 

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x - 2} = -\infty$$

$x$	2, 1	2, 01	2, 001	$\longrightarrow$	$2^+$
$f(x)$	$\frac{1}{0, 1}$ = 10	$\frac{1}{0, 01}$ = 100	$\frac{1}{0, 001}$ = 1000	$\longrightarrow$	$\infty$
$x$	1, 9	1, 99	1, 999	$\longrightarrow$	$2^-$
$f(x)$	$-\frac{1}{0, 1}$ = -10	$-\frac{1}{0, 01}$ = -100	$-\frac{1}{0, 001}$ = -1000	$\longrightarrow$	$-\infty$

# Exemple

Donc  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2}$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x-2} = \infty \quad \neq \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x-2} = -\infty$$

$x$	2,1	2,01	2,001	$\longrightarrow$	$2^+$
$f(x)$	$\frac{1}{0,1}$ = 10	$\frac{1}{0,01}$ = 100	$\frac{1}{0,001}$ = 1000	$\longrightarrow$	$\infty$
$x$	1,9	1,99	1,999	$\longrightarrow$	$2^-$
$f(x)$	$-\frac{1}{0,1}$ = -10	$-\frac{1}{0,01}$ = -100	$-\frac{1}{0,001}$ = -1000	$\longrightarrow$	$-\infty$

# Exemple

Donc  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} = \nexists$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x-2} = \infty$$

$\neq$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x-2} = -\infty$$

$x$	2,1	2,01	2,001	$\longrightarrow$	$2^+$
$f(x)$	$\frac{1}{0,1}$ = 10	$\frac{1}{0,01}$ = 100	$\frac{1}{0,001}$ = 1000	$\longrightarrow$	$\infty$
$x$	1,9	1,99	1,999	$\longrightarrow$	$2^-$
$f(x)$	$-\frac{1}{0,1}$ = -10	$-\frac{1}{0,01}$ = -100	$-\frac{1}{0,001}$ = -1000	$\longrightarrow$	$-\infty$

Du dernier exemple, on peut tirer que si



Du dernier exemple, on peut tirer que si

$$k \in \mathbb{R}$$

Du dernier exemple, on peut tirer que si

$$k \in \mathbb{R} \quad \text{et}$$

Du dernier exemple, on peut tirer que si

$$k \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad 0 < k$$

Du dernier exemple, on peut tirer que si

$$k \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad 0 < k$$

Forme

Du dernier exemple, on peut tirer que si

$$k \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad 0 < k$$

Forme

$$\frac{k}{0^+}$$

Du dernier exemple, on peut tirer que si

$$k \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad 0 < k$$

Forme

Limite

$$\frac{k}{0^+}$$

Du dernier exemple, on peut tirer que si

$$k \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad 0 < k$$

Forme

Limite

$$\frac{k}{0^+}$$

$$\infty$$

Du dernier exemple, on peut tirer que si

$$k \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad 0 < k$$

Forme

Limite

$$\frac{k}{0^+}$$

$$\infty$$

---



Du dernier exemple, on peut tirer que si

$$k \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad 0 < k$$

Forme

Limite

$$\frac{k}{0^+}$$

$\infty$

---

$$\frac{k}{0^-}$$

Du dernier exemple, on peut tirer que si

$$k \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad 0 < k$$

Forme

Limite

$$\frac{k}{0^+}$$

$\infty$

---

$$\frac{k}{0^-}$$

$-\infty$

Du dernier exemple, on peut tirer que si

$$k \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad 0 < k$$

Forme	Limite
$\frac{k}{0^+}$	$\infty$
<hr/>	
$\frac{k}{0^-}$	$-\infty$
<hr/>	

Du dernier exemple, on peut tirer que si

$$k \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad 0 < k$$

Forme	Limite
-------	--------

$\frac{k}{0^+}$	$\infty$
-----------------	----------

---

$\frac{k}{0^-}$	$-\infty$
-----------------	-----------

---

$$\frac{k}{0}$$

Du dernier exemple, on peut tirer que si

$$k \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad 0 < k$$

Forme	Limite
$\frac{k}{0^+}$	$\infty$
<hr/>	
$\frac{k}{0^-}$	$-\infty$
<hr/>	
$\frac{k}{0}$	$\nexists$

Ça NE veut PAS dire que si on a une fonction  $f(x)$   
telle que  $f(a) = 0$ ,

Ça NE veut PAS dire que si on a une fonction  $f(x)$  telle que  $f(a) = 0$ ,

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{k}{f(x)} = \nexists$$

Ça NE veut PAS dire que si on a une fonction  $f(x)$  telle que  $f(a) = 0$ ,

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{k}{f(x)} = \nexists$$

Exemple



Ça NE veut PAS dire que si on a une fonction  $f(x)$  telle que  $f(a) = 0$ ,

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{k}{f(x)} = \nexists$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x - 1)^2}$$

Ça NE veut PAS dire que si on a une fonction  $f(x)$  telle que  $f(a) = 0$ ,

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{k}{f(x)} = \nexists$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x - 1)^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{(x - 1)^2}$$

Ça NE veut PAS dire que si on a une fonction  $f(x)$  telle que  $f(a) = 0$ ,

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{k}{f(x)} = \nexists$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x - 1)^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{(x - 1)^2} = \frac{1}{0^+}$$

Ça NE veut PAS dire que si on a une fonction  $f(x)$  telle que  $f(a) = 0$ ,

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{k}{f(x)} = \nexists$$

## Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{(x-1)^2} = \frac{1}{0^+} = \infty$$

Ça NE veut PAS dire que si on a une fonction  $f(x)$  telle que  $f(a) = 0$ ,

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{k}{f(x)} = \nexists$$

## Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x - 1)^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{(x - 1)^2} = \frac{1}{0^+} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{(x - 1)^2}$$

Ça NE veut PAS dire que si on a une fonction  $f(x)$  telle que  $f(a) = 0$ ,

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{k}{f(x)} = \nexists$$

## Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{(x-1)^2} = \frac{1}{0^+} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{(x-1)^2} = \frac{1}{0^+}$$

Ça NE veut PAS dire que si on a une fonction  $f(x)$  telle que  $f(a) = 0$ ,

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{k}{f(x)} = \nexists$$

## Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{(x-1)^2} = \frac{1}{0^+} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{(x-1)^2} = \frac{1}{0^+} = \infty$$

Ça NE veut PAS dire que si on a une fonction  $f(x)$  telle que  $f(a) = 0$ ,

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{k}{f(x)} = \nexists$$

## Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{(x-1)^2} = \frac{1}{0^+} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{(x-1)^2} = \frac{1}{0^+} = \infty$$



Regardons ce qui se passe si on divise par l'infini.

Regardons ce qui se passe si on divise par l'infini.

Exemple

Regardons ce qui se passe si on divise par l'infini.

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{x}$$

Regardons ce qui se passe si on divise par l'infini.

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{x}$$



Regardons ce qui se passe si on divise par l'infini.

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{x}$$

$x$	10
$f(x)$	

Regardons ce qui se passe si on divise par l'infini.

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{x}$$

$x$	10	100
$f(x)$		

Regardons ce qui se passe si on divise par l'infini.

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{x}$$

$x$	10	100	1000
$f(x)$			

Regardons ce qui se passe si on divise par l'infini.

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{x}$$

$x$	10	100	1000	→
$f(x)$				



Regardons ce qui se passe si on divise par l'infini.

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{x}$$

$x$	10	100	1000	$\longrightarrow$	$\infty$
$f(x)$					

Regardons ce qui se passe si on divise par l'infini.

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{x}$$

$x$	10	100	1000	$\longrightarrow$	$\infty$
$f(x)$	$\frac{5}{10}$				

Regardons ce qui se passe si on divise par l'infini.

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{x}$$

$x$	10	100	1000	$\longrightarrow$	$\infty$
$f(x)$	$\frac{5}{10}$	$\frac{5}{100}$			

Regardons ce qui se passe si on divise par l'infini.

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{x}$$

$x$	10	100	1000	$\longrightarrow$	$\infty$
$f(x)$	$\frac{5}{10}$	$\frac{5}{100}$	$\frac{5}{1000}$		

Regardons ce qui se passe si on divise par l'infini.

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{x}$$

$x$	10	100	1000	$\longrightarrow$	$\infty$
$f(x)$	$\frac{5}{10}$	$\frac{5}{100}$	$\frac{5}{1000}$	$\longrightarrow$	

Regardons ce qui se passe si on divise par l'infini.

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{x}$$

$x$	10	100	1000	$\longrightarrow$	$\infty$
$f(x)$	$\frac{5}{10}$	$\frac{5}{100}$	$\frac{5}{1000}$	$\longrightarrow$	$0^+$

Regardons ce qui se passe si on divise par l'infini.

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{x}$$

$x$	10	100	1000	$\longrightarrow$	$\infty$
$f(x)$	$\frac{5}{10}$	$\frac{5}{100}$	$\frac{5}{1000}$	$\longrightarrow$	$0^+$

Remarque:

Regardons ce qui se passe si on divise par l'infini.

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{x}$$

$x$	10	100	1000	$\longrightarrow$	$\infty$
$f(x)$	$\frac{5}{10}$	$\frac{5}{100}$	$\frac{5}{1000}$	$\longrightarrow$	$0^+$

Remarque:

$$\lim_{x \rightarrow \infty^+} f(x)$$



Regardons ce qui se passe si on divise par l'infini.

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{x}$$

$x$	10	100	1000	$\longrightarrow$	$\infty$
$f(x)$	$\frac{5}{10}$	$\frac{5}{100}$	$\frac{5}{1000}$	$\longrightarrow$	$0^+$

Remarque:

$\lim_{x \rightarrow \infty^+} f(x)$  n'a pas de sens.

Regardons ce qui se passe si on divise par l'infini.

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{x}$$

$x$	10	100	1000	$\longrightarrow$	$\infty$
$f(x)$	$\frac{5}{10}$	$\frac{5}{100}$	$\frac{5}{1000}$	$\longrightarrow$	$0^+$

Remarque:

$\lim_{x \rightarrow \infty^+} f(x)$  n'a pas de sens.

$$\lim_{x \rightarrow \infty^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$$

Regardons ce qui se passe si on divise par l'infini.

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{x} = 0$$

$x$	10	100	1000	$\longrightarrow$	$\infty$
$f(x)$	$\frac{5}{10}$	$\frac{5}{100}$	$\frac{5}{1000}$	$\longrightarrow$	$0^+$

Remarque:

$\lim_{x \rightarrow \infty^+} f(x)$  n'a pas de sens.

$$\lim_{x \rightarrow \infty^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$$

# Example

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x}$$

# Example

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x}$$



# Example

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x}$$



# Example

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x}$$

$x$	$-10$	$-100$
$f(x)$		

# Example

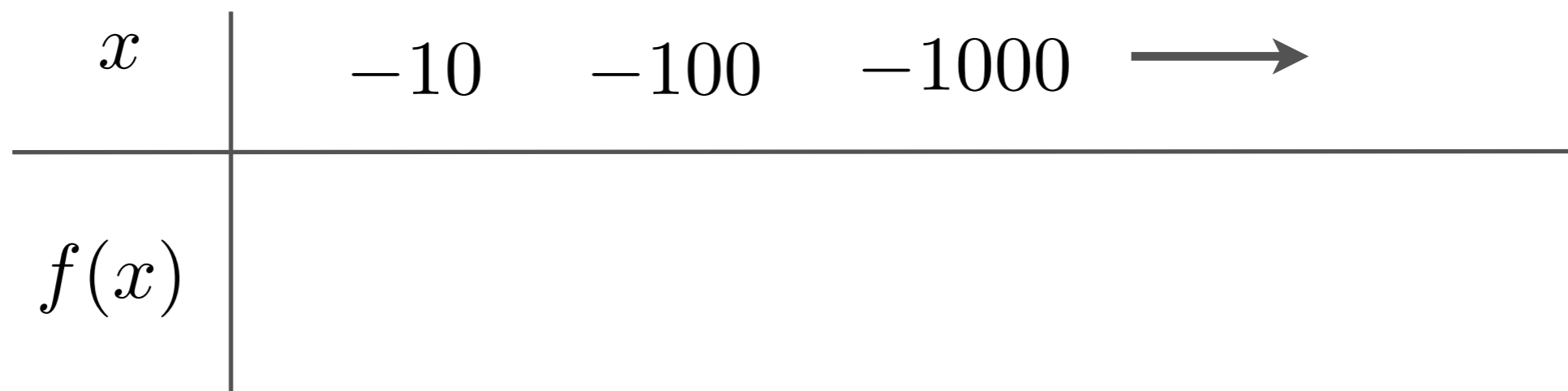
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x}$$

$x$	$-10$	$-100$	$-1000$
$f(x)$			



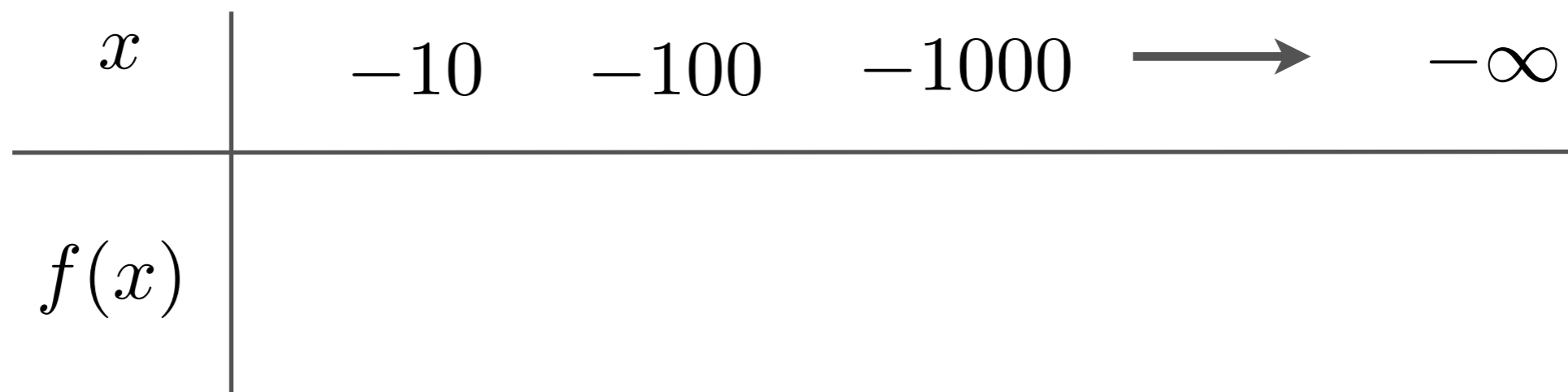
# Example

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x}$$



# Example

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x}$$



# Example

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x}$$

$x$	$-10$	$-100$	$-1000$	$\longrightarrow$	$-\infty$
$f(x)$	$-\frac{5}{10}$				

# Example

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x}$$

$x$	$-10$	$-100$	$-1000$	$\longrightarrow$	$-\infty$
$f(x)$	$-\frac{5}{10}$	$-\frac{5}{100}$			

# Example

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x}$$

$x$	$-10$	$-100$	$-1000$	$\longrightarrow$	$-\infty$
$f(x)$	$-\frac{5}{10}$	$-\frac{5}{100}$	$-\frac{5}{1000}$		

# Example

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x}$$

$x$	$-10$	$-100$	$-1000$	$\longrightarrow$	$-\infty$
$f(x)$	$-\frac{5}{10}$	$-\frac{5}{100}$	$-\frac{5}{1000}$	$\longrightarrow$	

# Example

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x}$$

$x$	$-10$	$-100$	$-1000$	$\longrightarrow$	$-\infty$
$f(x)$	$-\frac{5}{10}$	$-\frac{5}{100}$	$-\frac{5}{1000}$	$\longrightarrow$	$0^-$

# Example

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x} = 0$$

$x$	$-10$	$-100$	$-1000$	$\longrightarrow$	$-\infty$
$f(x)$	$-\frac{5}{10}$	$-\frac{5}{100}$	$-\frac{5}{1000}$	$\longrightarrow$	$0^-$



Si  $k \in \mathbb{R}$  et  $0 < k$

Si  $k \in \mathbb{R}$  et  $0 < k$

Forme

Si  $k \in \mathbb{R}$  et  $0 < k$

Forme

$$\frac{k}{\infty}$$

Si  $k \in \mathbb{R}$  et  $0 < k$

Forme

Limite

$$\frac{k}{\infty}$$

Si  $k \in \mathbb{R}$  et  $0 < k$

Forme

Limite

$$\frac{k}{\infty}$$

$$0^+$$

Si  $k \in \mathbb{R}$  et  $0 < k$

Forme

Limite

$$\frac{k}{\infty}$$

$$0^+$$

---

Si  $k \in \mathbb{R}$  et  $0 < k$

Forme

Limite

$$\frac{k}{\infty}$$

$$0^+$$

$$\frac{k}{-\infty}$$

Si  $k \in \mathbb{R}$  et  $0 < k$

Forme

Limite

$$\frac{k}{\infty}$$

$$0^+$$

---

$$\frac{k}{-\infty}$$

$$0^-$$



Faites les exercices suivants

Section 1.4 # 20 et 21

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x}$$

## Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x}$$

Lorsqu'on évalue une limite, on doit être conscient du domaine de la fonction

## Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x}$$

Lorsqu'on évalue une limite, on doit être conscient du domaine de la fonction

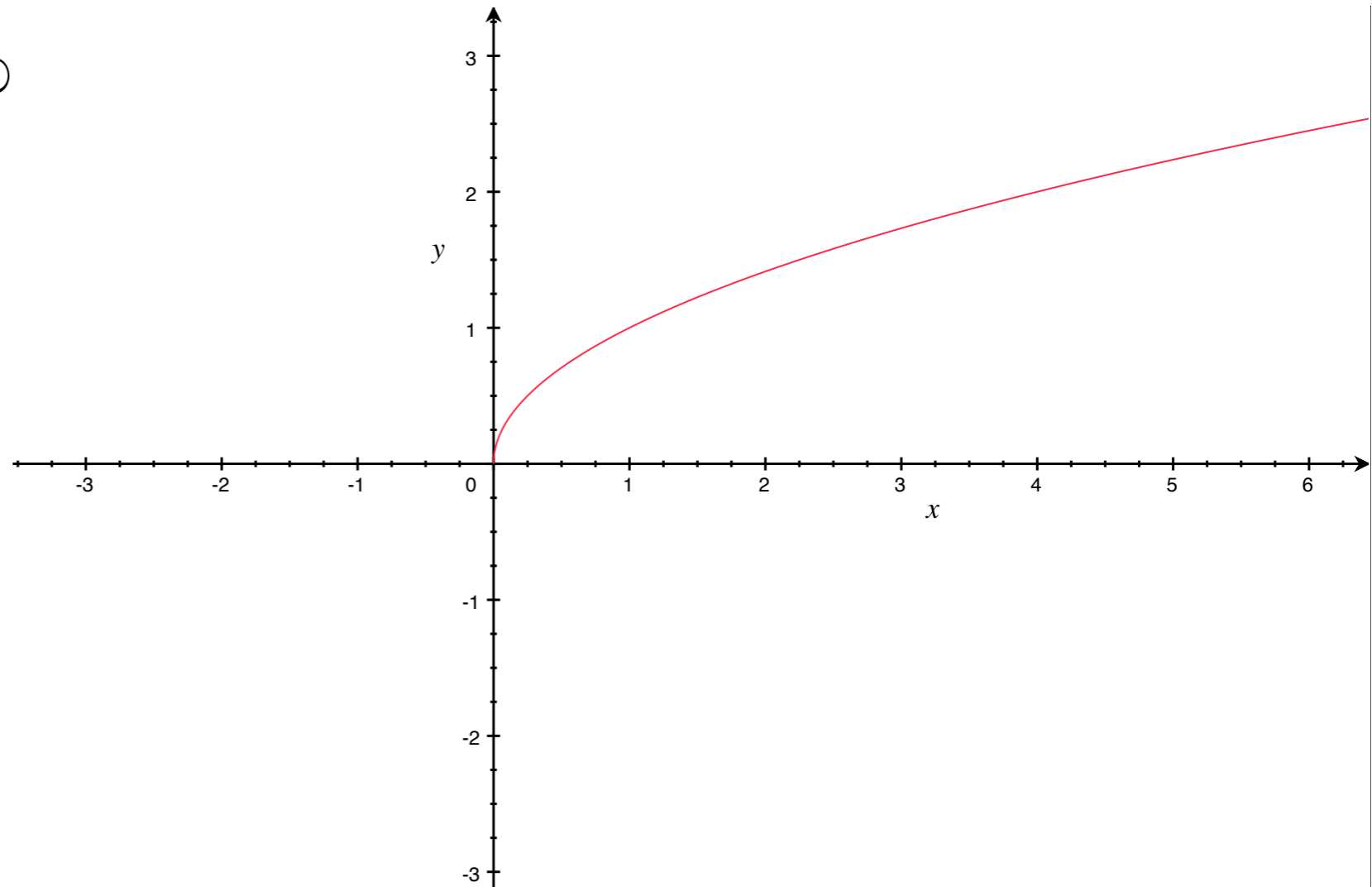
$$\text{Ici } \text{dom} \sqrt{x} = [0, \infty$$

## Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x}$$

Lorsqu'on évalue une limite, on doit être conscient du domaine de la fonction

Ici  $\text{dom} \sqrt{x} = [0, \infty$



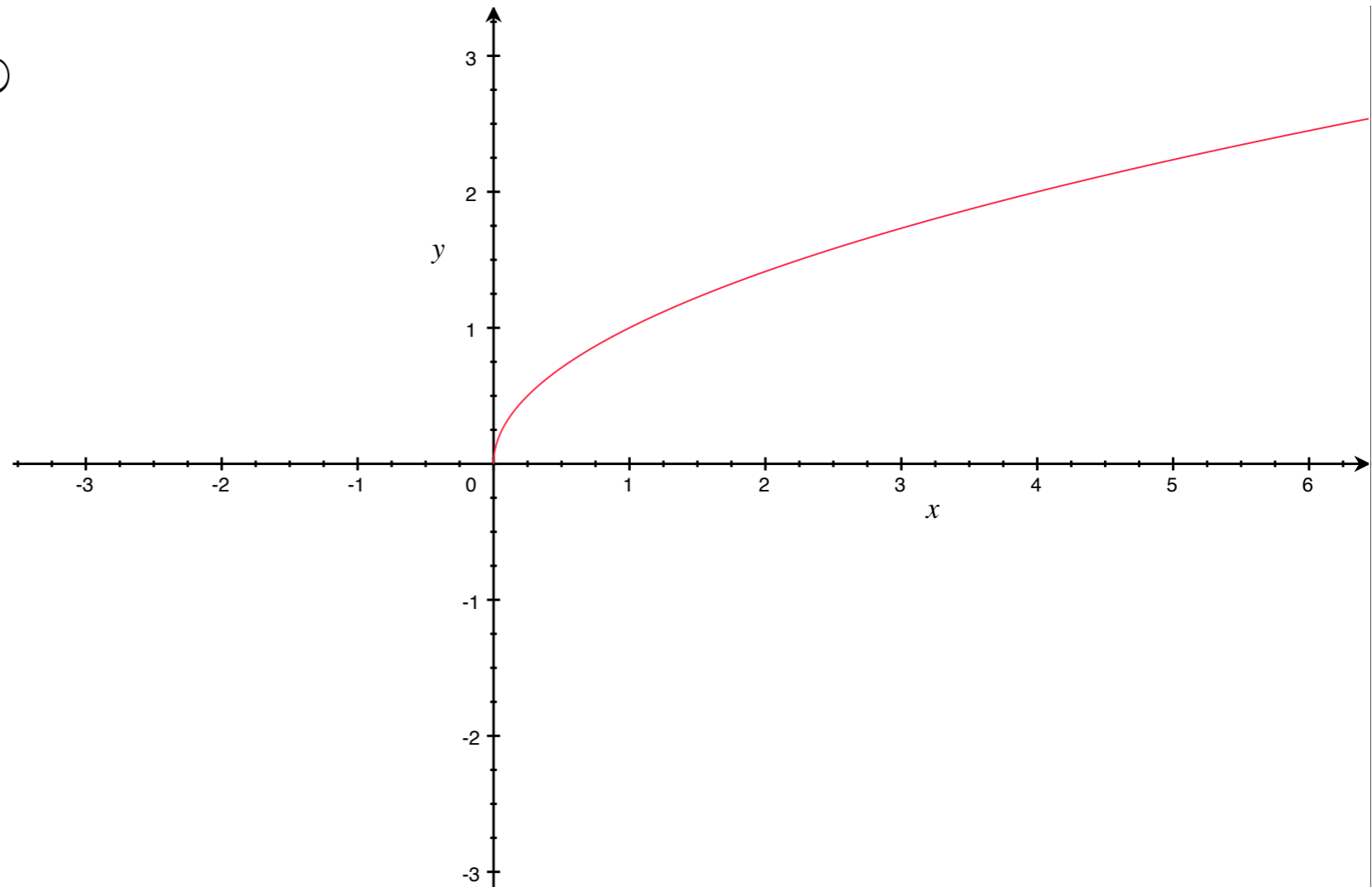
## Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x}$$

Lorsqu'on évalue une limite, on doit être conscient du domaine de la fonction

Ici  $\text{dom} \sqrt{x} = [0, \infty$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x}$$



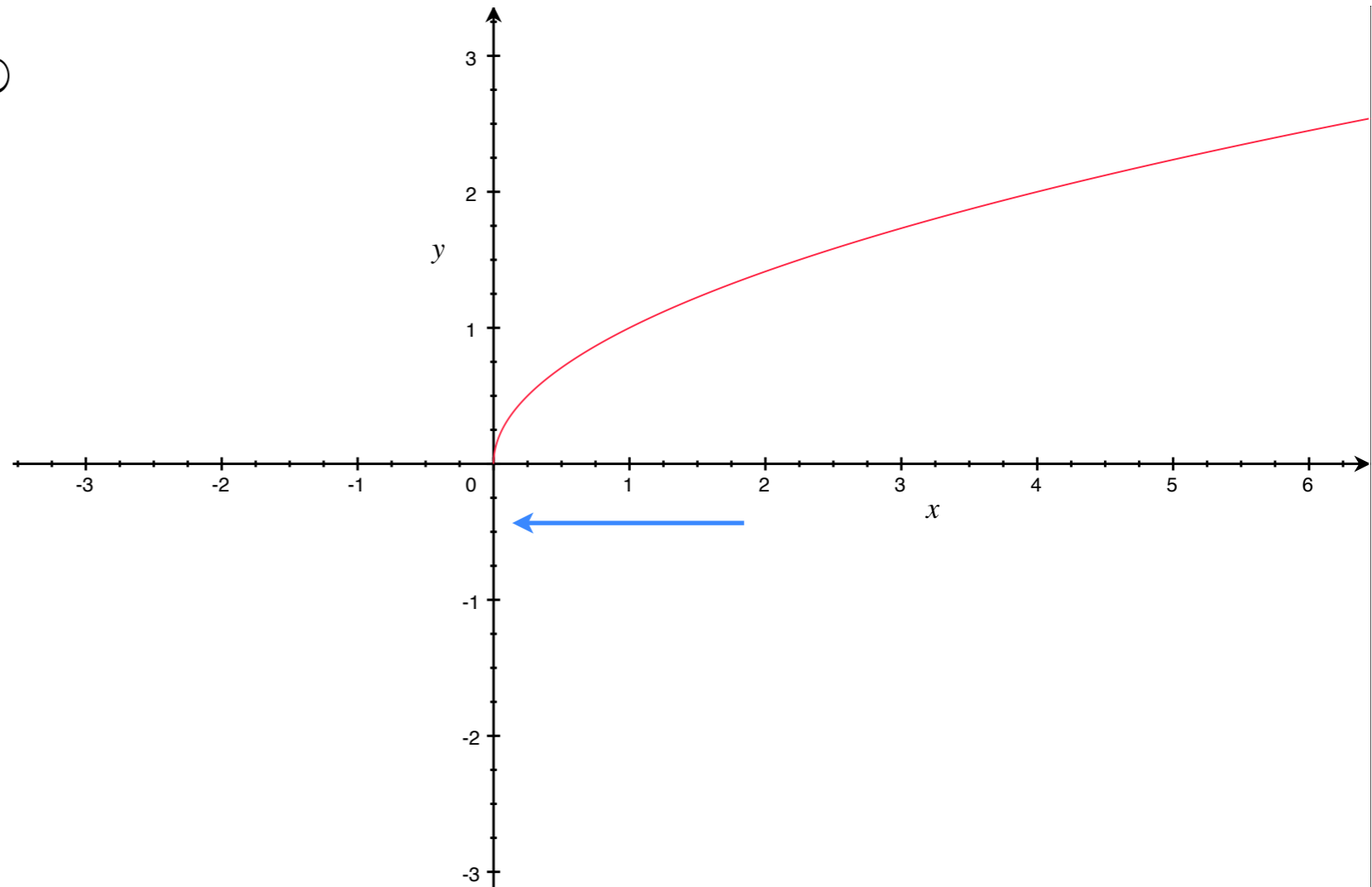
## Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x}$$

Lorsqu'on évalue une limite, on doit être conscient du domaine de la fonction

Ici  $\text{dom} \sqrt{x} = [0, \infty$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x}$$



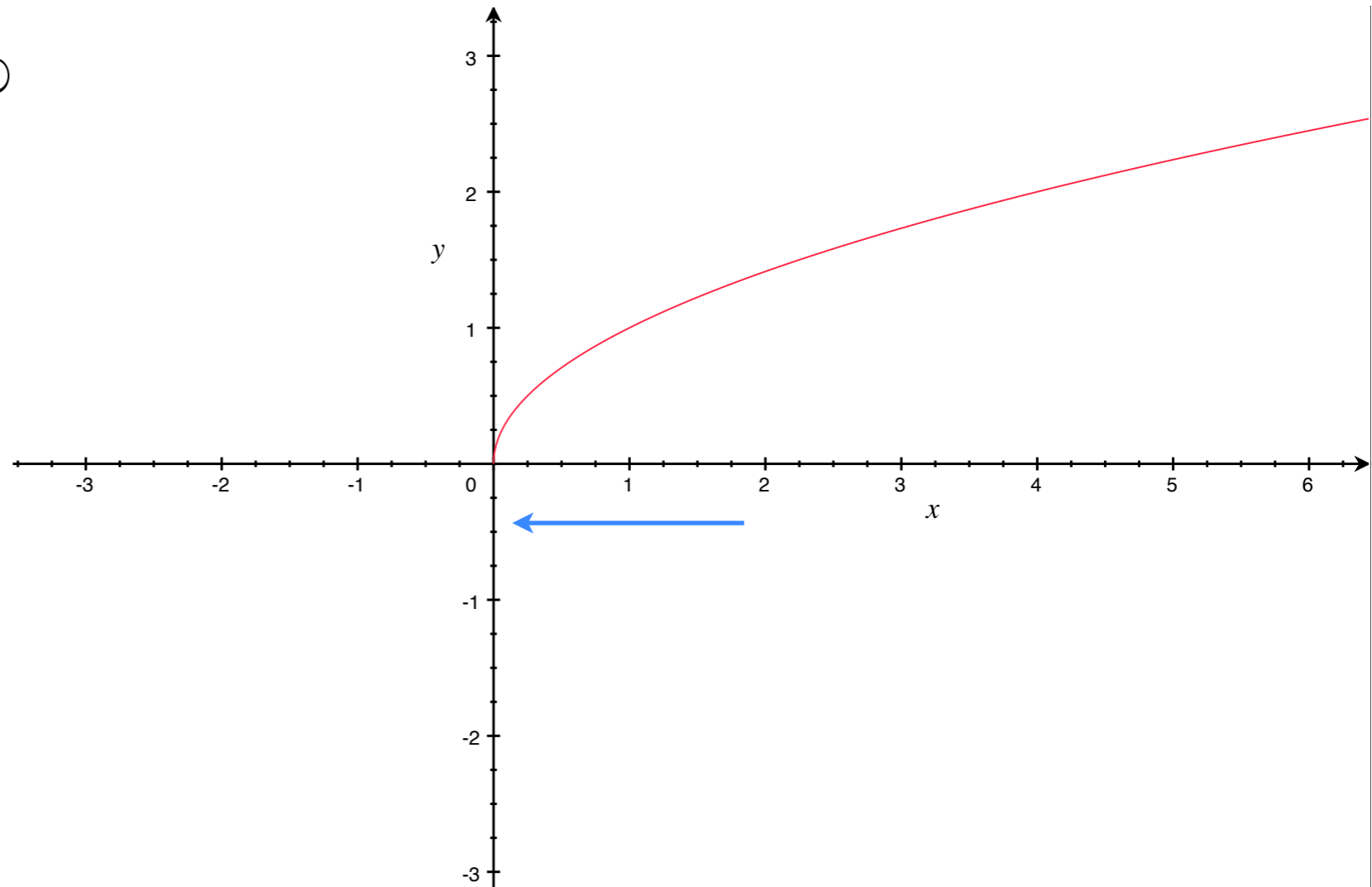
## Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x}$$

Lorsqu'on évalue une limite, on doit être conscient du domaine de la fonction

$$\text{Ici } \text{dom} \sqrt{x} = [0, \infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} = 0$$





## Exemple

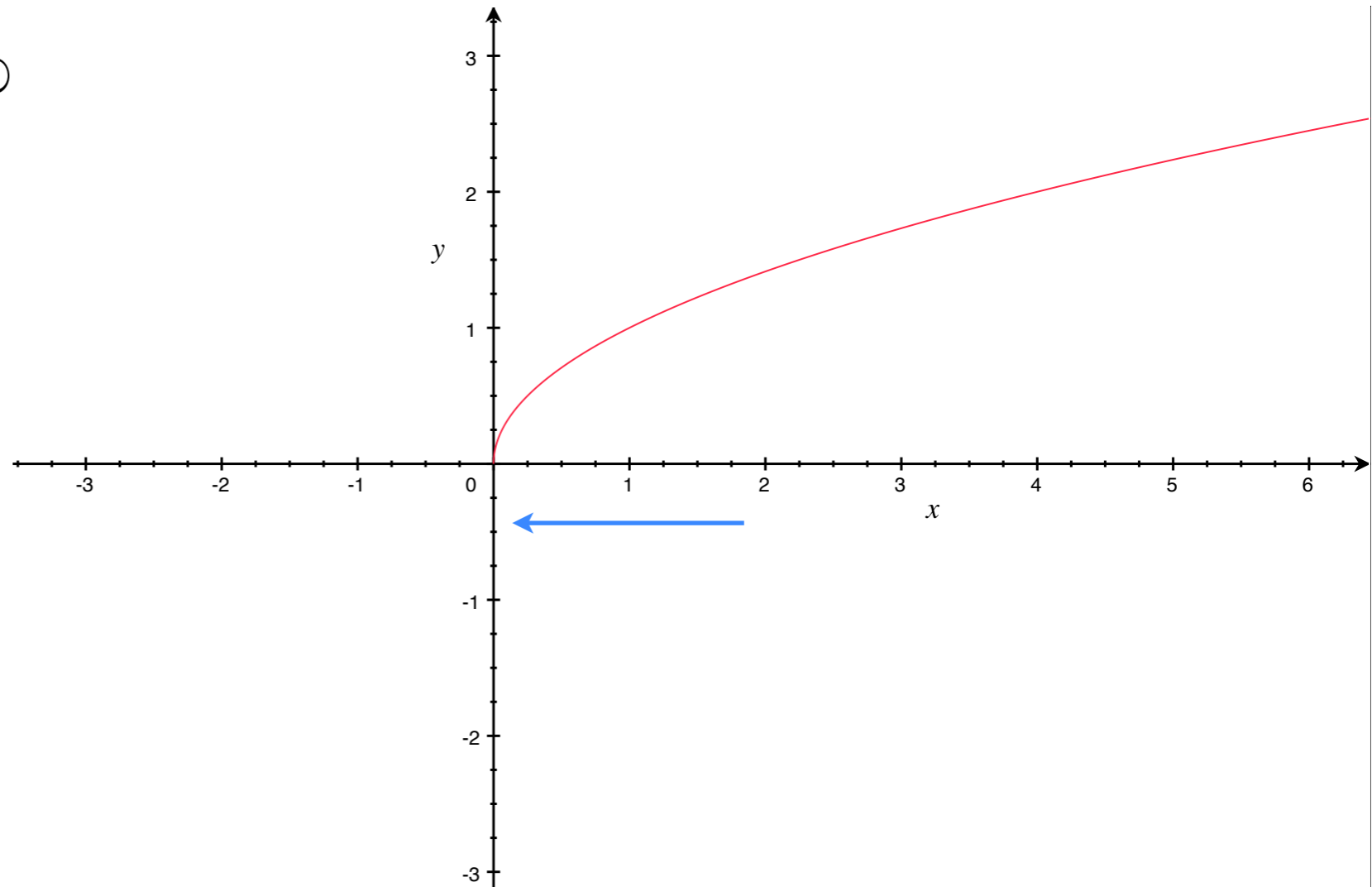
$$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x}$$

Lorsqu'on évalue une limite, on doit être conscient du domaine de la fonction

$$\text{Ici } \text{dom} \sqrt{x} = [0, \infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{x}$$



# Exemple

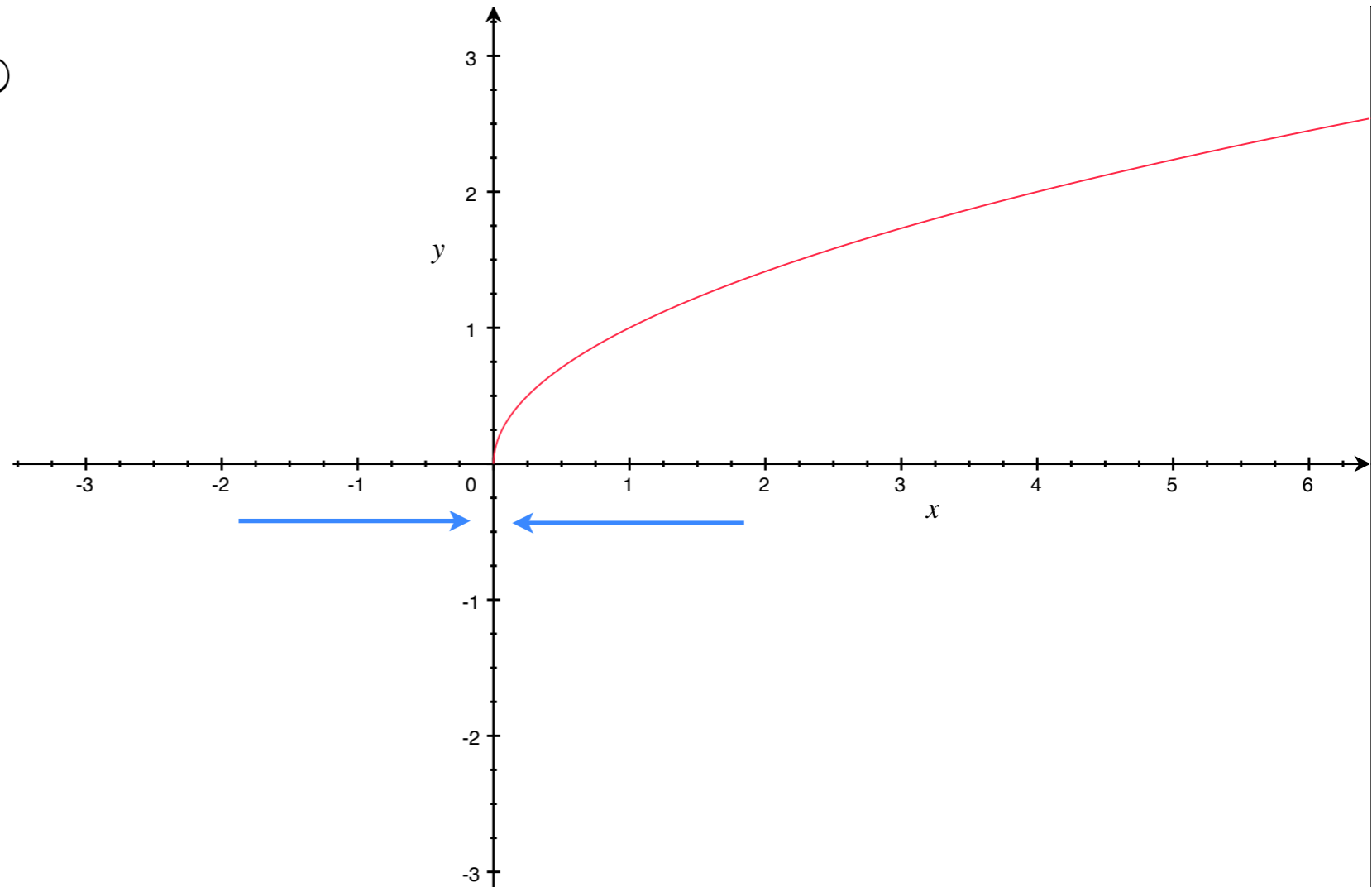
$$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x}$$

Lorsqu'on évalue une limite, on doit être conscient du domaine de la fonction

Ici  $\text{dom} \sqrt{x} = [0, \infty$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{x}$$



## Exemple

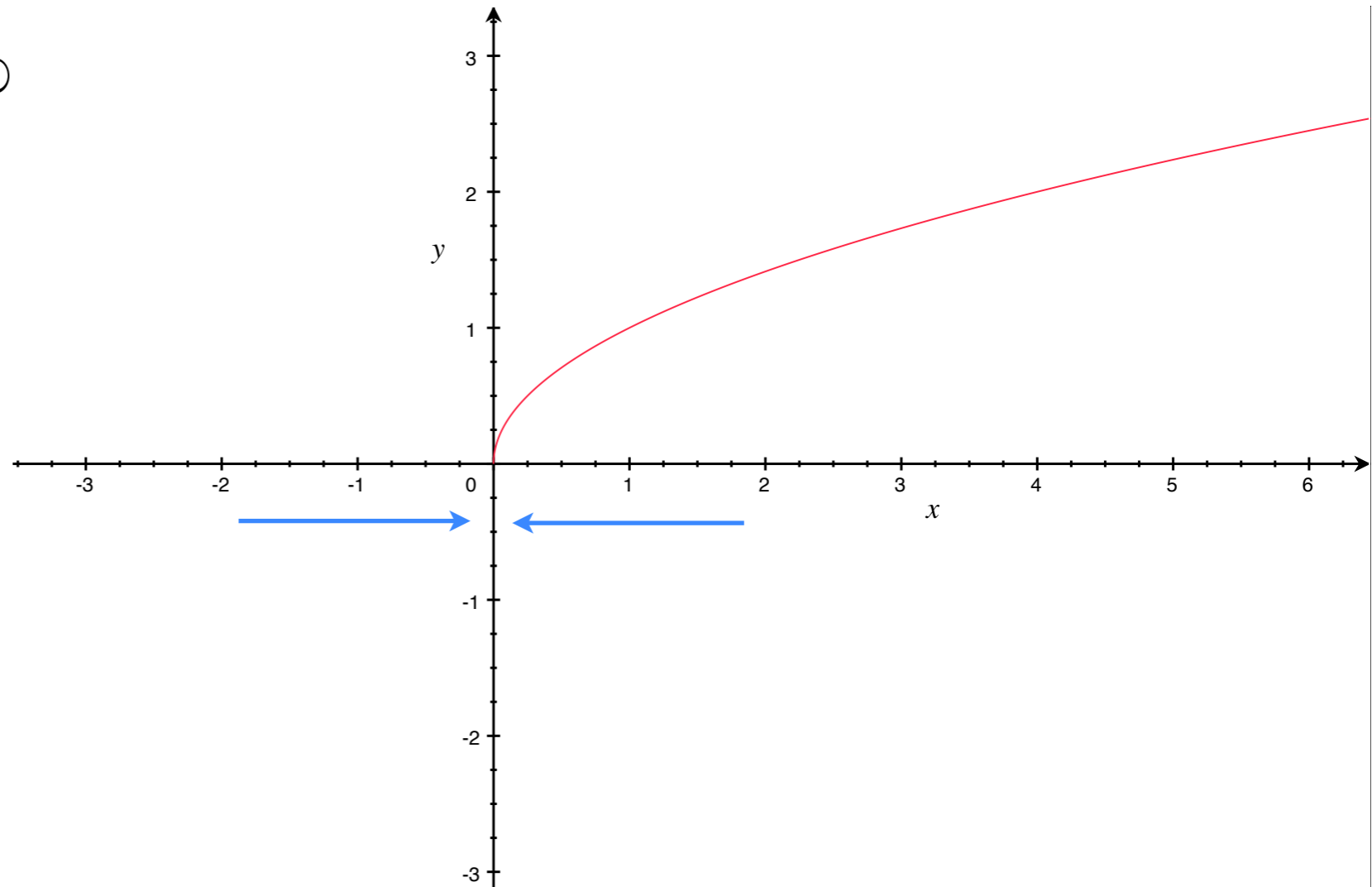
$$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x}$$

Lorsqu'on évalue une limite, on doit être conscient du domaine de la fonction

$$\text{Ici } \text{dom} \sqrt{x} = [0, \infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{x} = \nexists$$



## Exemple

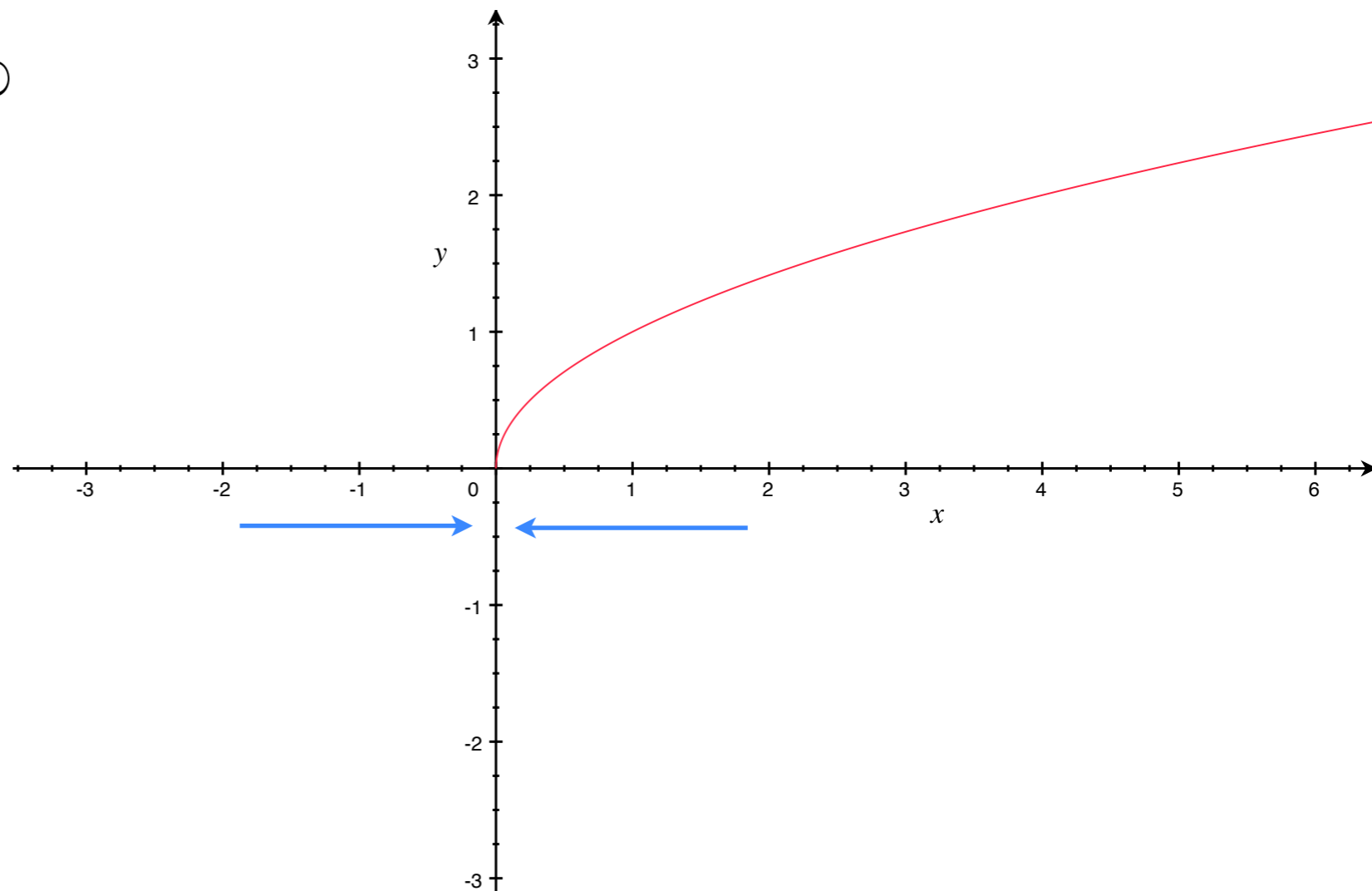
$$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} = \nexists$$

Lorsqu'on évalue une limite, on doit être conscient du domaine de la fonction

Ici  $\text{dom} \sqrt{x} = [0, \infty$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{x} = \nexists$$



## Exemple

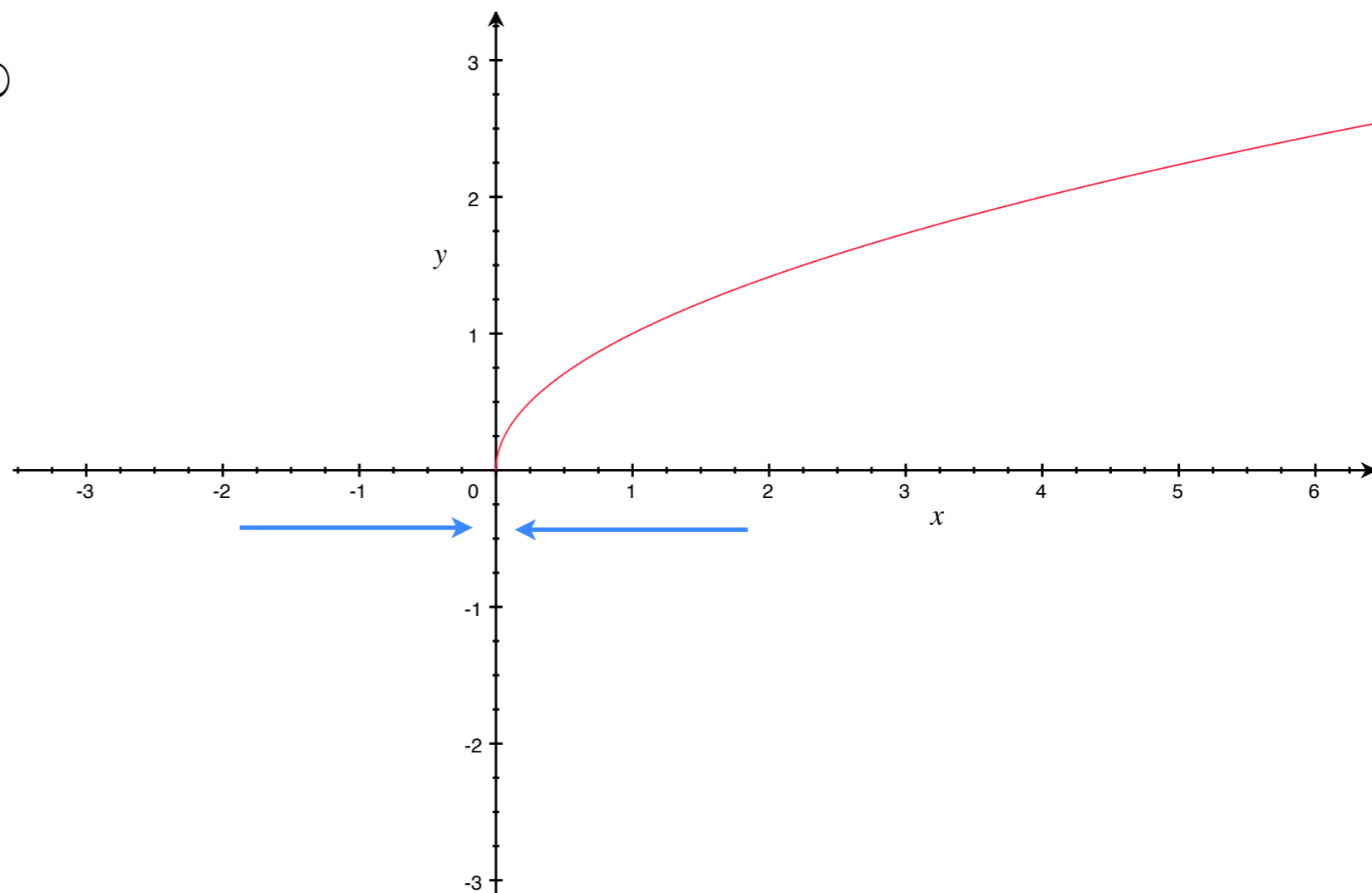
$$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} = \nexists \quad \text{Ouin...}$$

Lorsqu'on évalue une limite, on doit être conscient du domaine de la fonction

$$\text{Ici } \text{dom} \sqrt{x} = [0, \infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{x} = \nexists$$



## Exemple

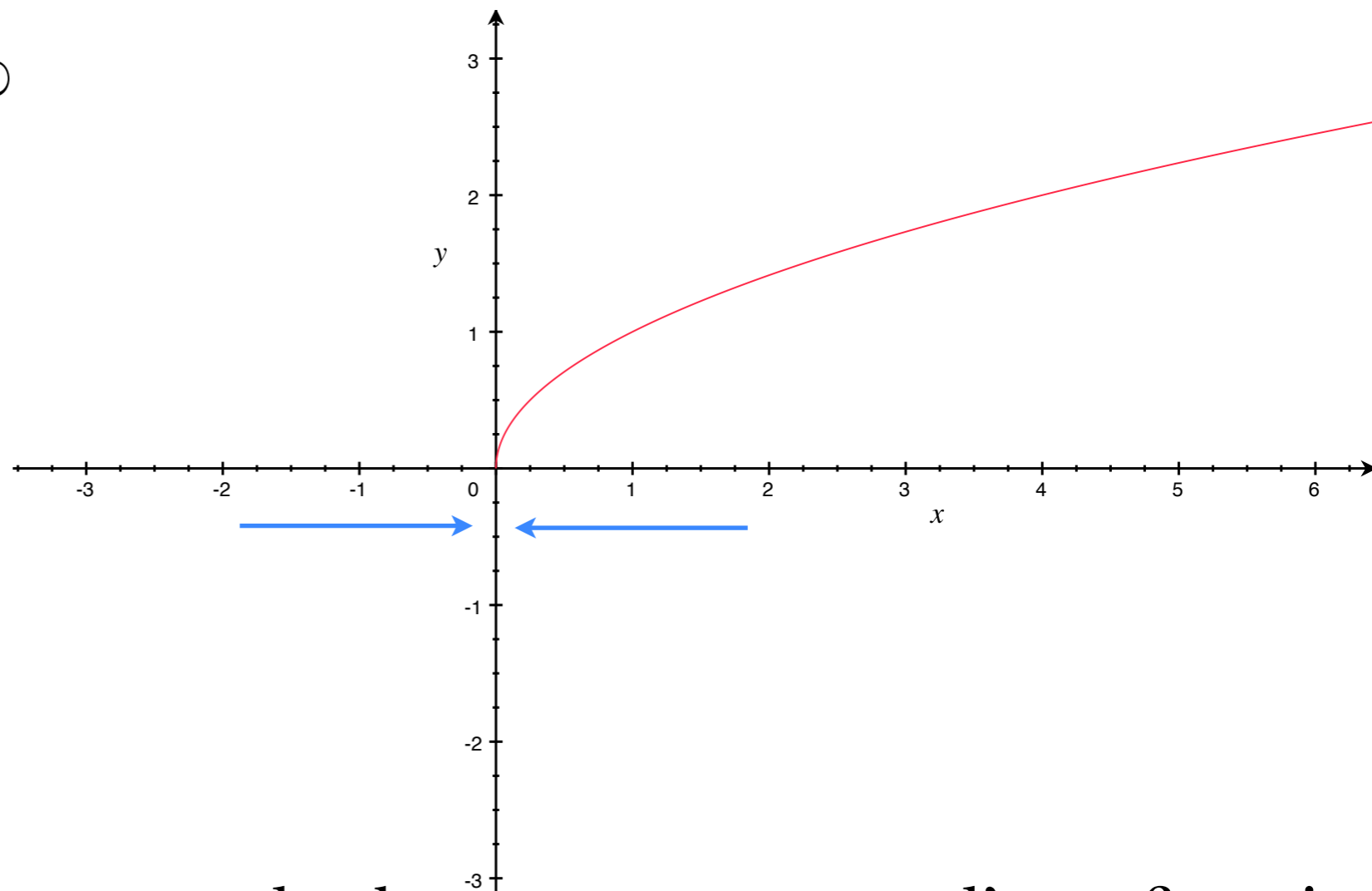
$$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} = \nexists \quad \text{Ouin...}$$

Lorsqu'on évalue une limite, on doit être conscient du domaine de la fonction

$$\text{Ici } \text{dom} \sqrt{x} = [0, \infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{x} = \nexists$$



Le but de la limite est de comprendre le comportement d'une fonction près d'un point.

## Exemple

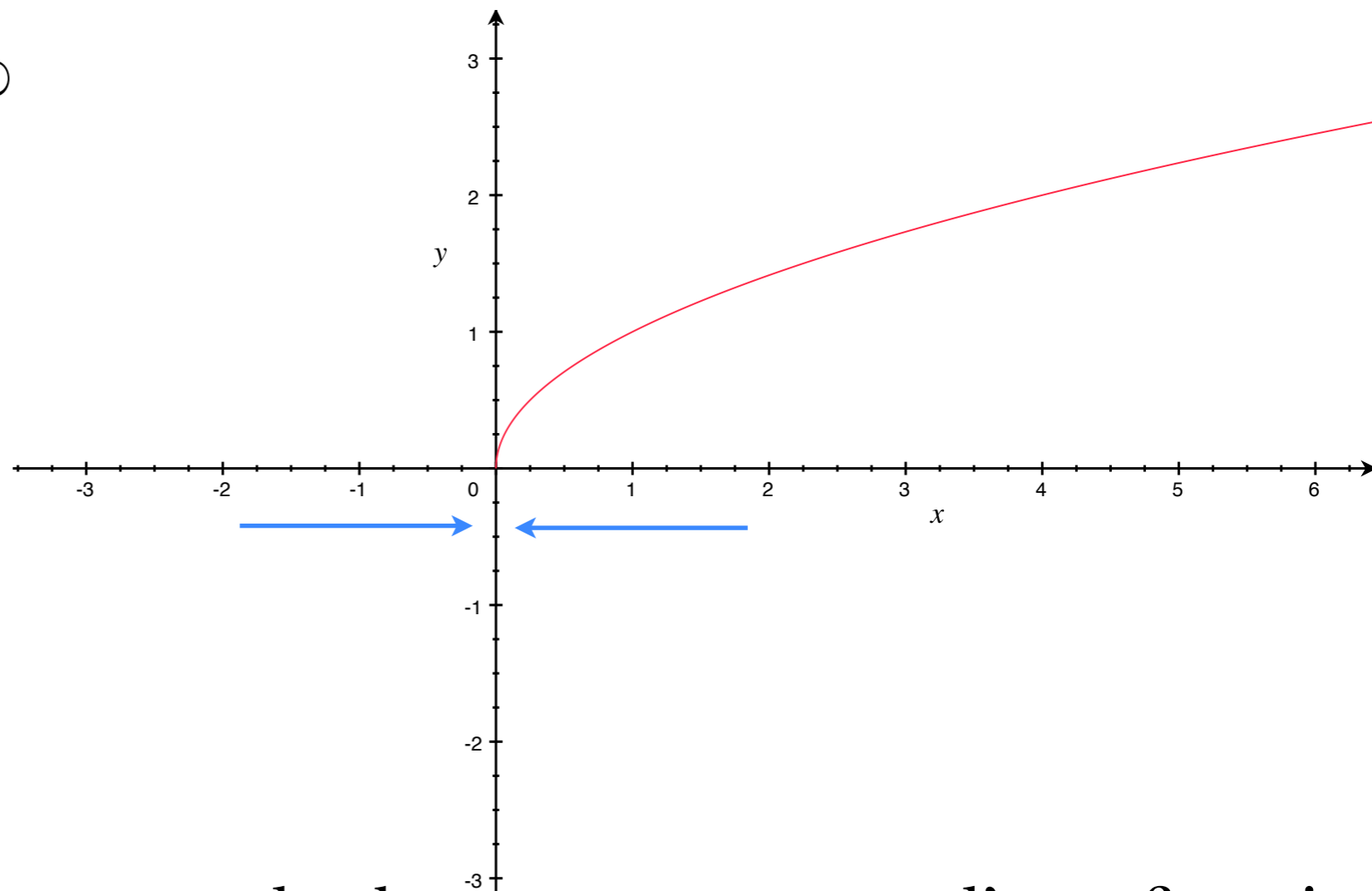
$$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} = \nexists \quad \text{Ouin...}$$

Lorsqu'on évalue une limite, on doit être conscient du domaine de la fonction

$$\text{Ici } \text{dom} \sqrt{x} = [0, \infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{x} = \nexists$$



Le but de la limite est de comprendre le comportement d'une fonction près d'un point.

Ici le comportement de la fonction près de 0 est clair!

## Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} = \nexists \quad \text{Ouin...}$$

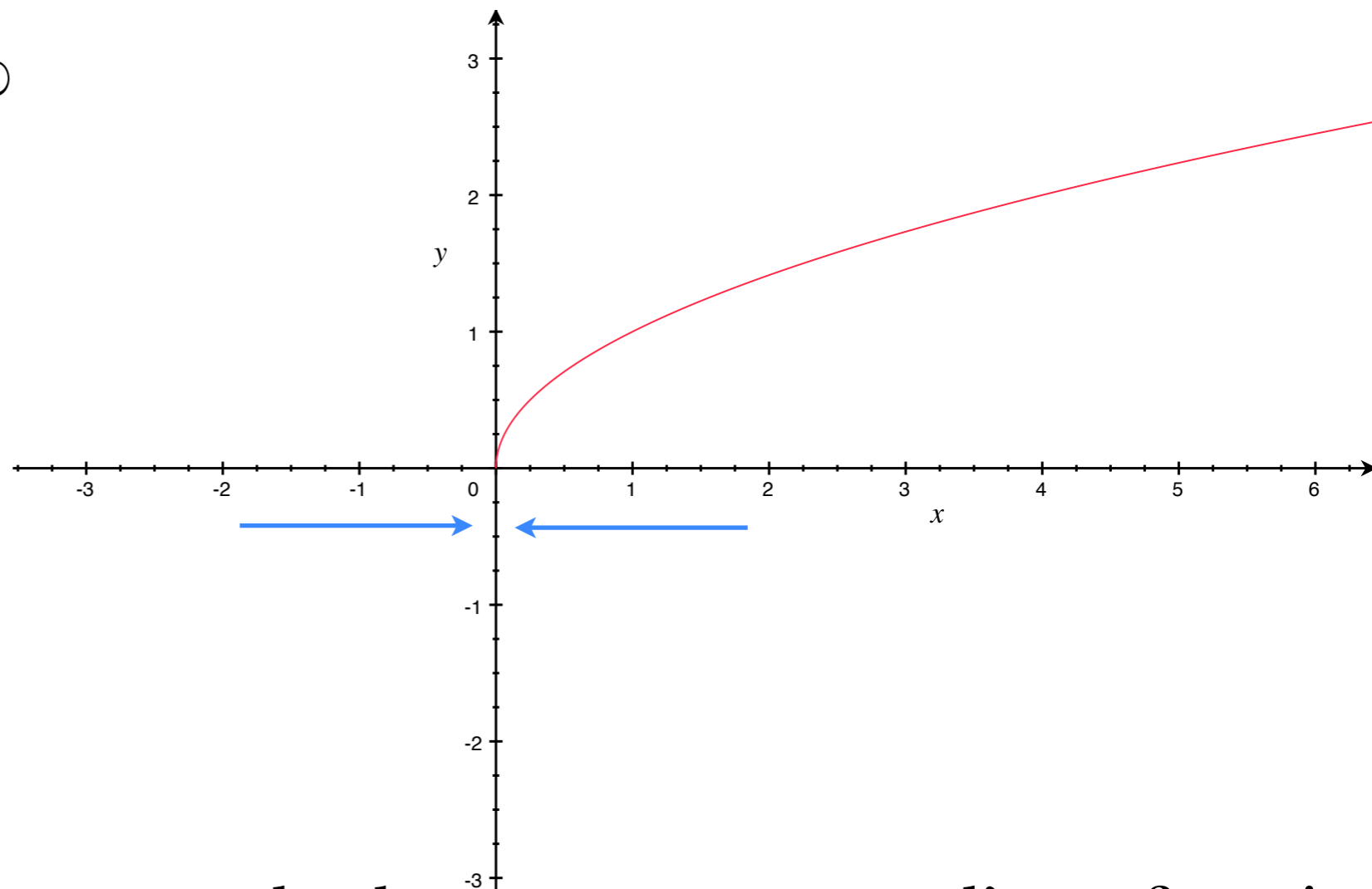
Lorsqu'on évalue une limite, on doit être conscient du domaine de la fonction

$$\text{Ici } \text{dom} \sqrt{x} = [0, \infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{x} = \nexists$$

pas vraiment de sens



Le but de la limite est de comprendre le comportement d'une fonction près d'un point.

Ici le comportement de la fonction près de 0 est clair!



## Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x}$$

Ouin...

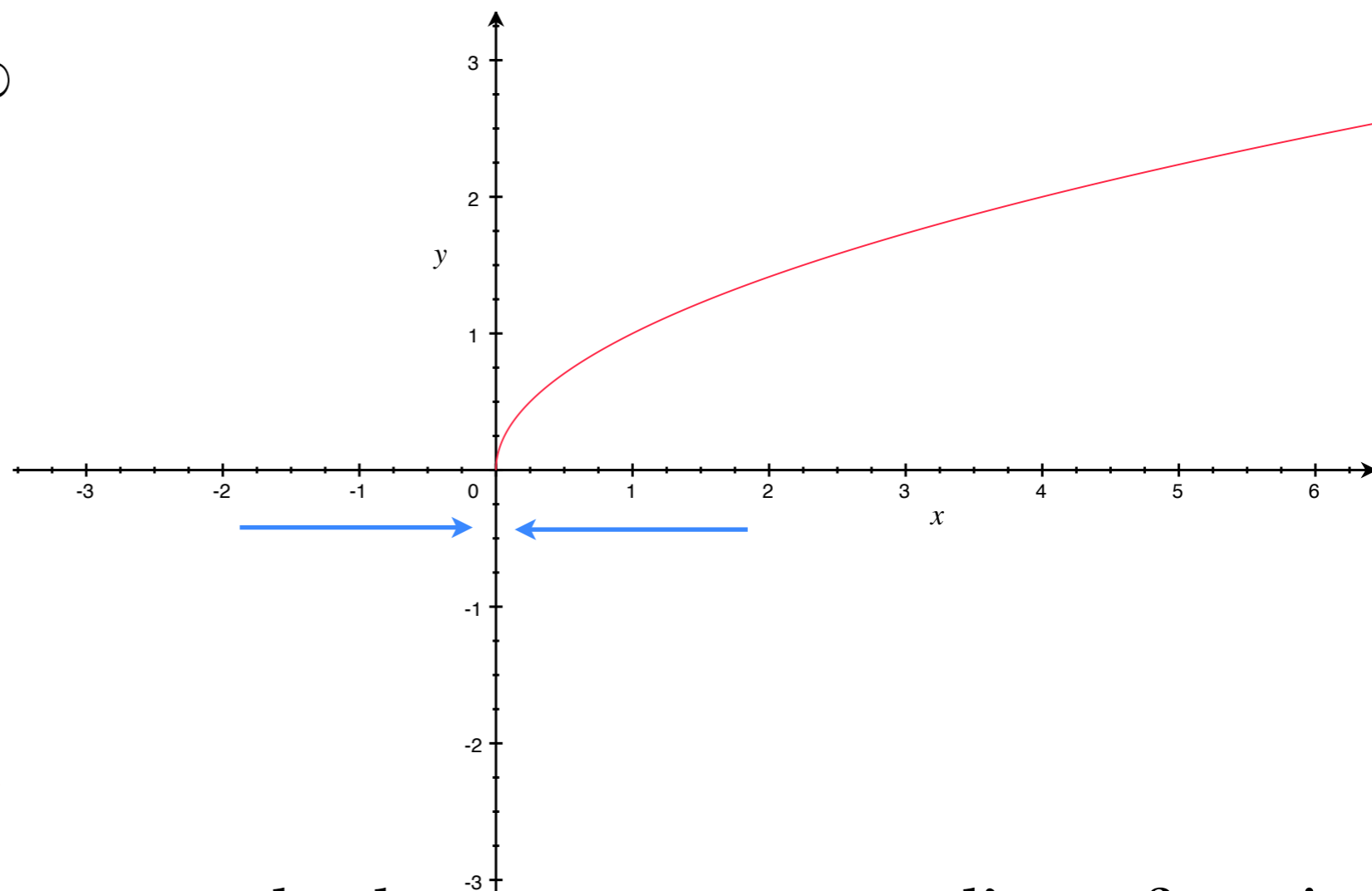
Lorsqu'on évalue une limite, on doit être conscient du domaine de la fonction

$$\text{Ici } \text{dom} \sqrt{x} = [0, \infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{x} = \nexists$$

pas vraiment de sens



Le but de la limite est de comprendre le comportement d'une fonction près d'un point.

Ici le comportement de la fonction près de 0 est clair!

## Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} = 0 \quad \text{Ouin...}$$

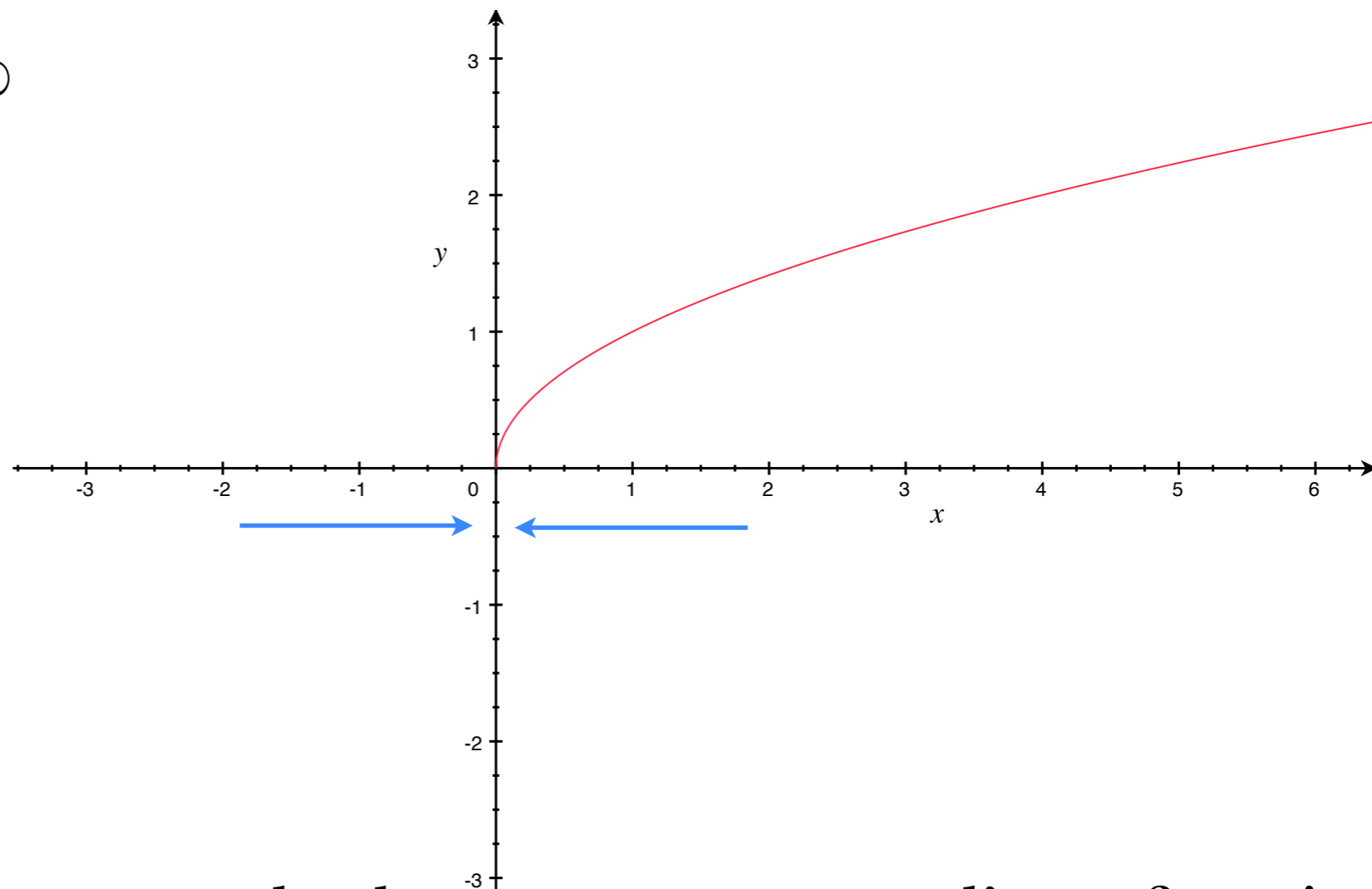
Lorsqu'on évalue une limite, on doit être conscient du domaine de la fonction

$$\text{Ici } \text{dom} \sqrt{x} = [0, \infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{x} = \nexists$$

pas vraiment de sens



Le but de la limite est de comprendre le comportement d'une fonction près d'un point.

Ici le comportement de la fonction près de 0 est clair!

## Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} = 0 \quad \text{Ouin...}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^\pm} \sqrt{x} = \nexists$$

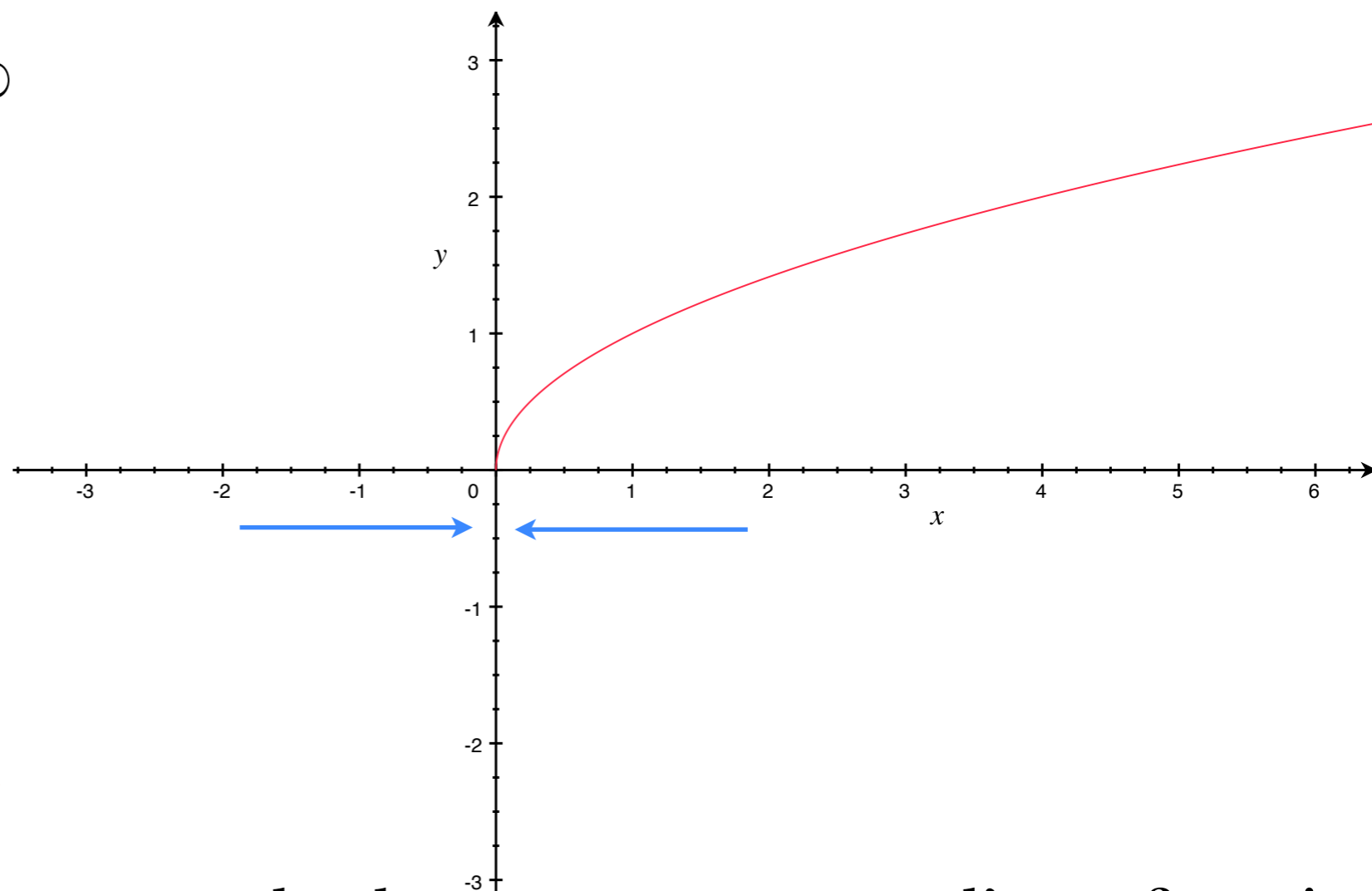
Lorsqu'on évalue une limite, on doit être conscient du domaine de la fonction

$$\text{Ici } \text{dom} \sqrt{x} = [0, \infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{x} = \nexists$$

pas vraiment de sens



Le but de la limite est de comprendre le comportement d'une fonction près d'un point.

Ici le comportement de la fonction près de 0 est clair!

Faites les exercices suivants

Section 1.4 # 22 et 23

$k \in \mathbb{R}$

Forme

Limite

et  $0 < k$

$k \in \mathbb{R}$

Forme

Limite

et  $0 < k$

$\pm k + \infty$

$k \in \mathbb{R}$

Forme

Limite

et  $0 < k$

$\pm k + \infty$

$\infty$

$k \in \mathbb{R}$

Forme

Limite

et  $0 < k$

$\pm k + \infty$

$\infty$

---



$k \in \mathbb{R}$

Forme

Limite

et  $0 < k$

$\pm k + \infty$

$\infty$

---

$\pm k - \infty$

$k \in \mathbb{R}$

Forme

Limite

et  $0 < k$

$\pm k + \infty$

$\infty$

---

$\pm k - \infty$

$-\infty$

$k \in \mathbb{R}$

Forme

Limite

et  $0 < k$

$\pm k + \infty$

---

$\infty$

$\pm k - \infty$

---

$-\infty$

$k \in \mathbb{R}$

Forme

Limite

et  $0 < k$

$\pm k + \infty$

$\infty$

---

$\pm k - \infty$

$-\infty$

---

$k \cdot \infty$

$k \in \mathbb{R}$

et  $0 < k$

Forme

Limite

$\pm k + \infty$

$\infty$

---

$\pm k - \infty$

$-\infty$

---

$k \cdot \infty$

$\infty$

$k \in \mathbb{R}$

et  $0 < k$

Forme

Limite

$\pm k + \infty$

---

$\infty$

$\pm k - \infty$

---

$-\infty$

$k \cdot \infty$

---

$\infty$

---

$k \in \mathbb{R}$

et  $0 < k$

Forme

Limite

$\pm k + \infty$

$\infty$

---

$\pm k - \infty$

$-\infty$

---

$k \cdot \infty$

$\infty$

---

$k(-\infty)$

$k \in \mathbb{R}$

et  $0 < k$

Forme

Limite

$\pm k + \infty$

$\infty$

---

$\pm k - \infty$

$-\infty$

---

$k \cdot \infty$

$\infty$

---

$k(-\infty)$

$-\infty$



$k \in \mathbb{R}$

et  $0 < k$

Forme

Limite

$\pm k + \infty$

$\infty$

---

$\pm k - \infty$

$-\infty$

---

$k \cdot \infty$

$\infty$

---

$k(-\infty)$

$-\infty$

---

$k \in \mathbb{R}$

et  $0 < k$

Forme

Limite

$\pm k + \infty$

$\infty$

---

$\pm k - \infty$

$-\infty$

---

$k \cdot \infty$

$\infty$

---

$k(-\infty)$

$-\infty$

---

$\infty^k$

$k \in \mathbb{R}$

et  $0 < k$

Forme

Limite

$$\pm k + \infty$$

$$\infty$$

$$\pm k - \infty$$

$$-\infty$$

$$k \cdot \infty$$

$$\infty$$

$$k(-\infty)$$

$$-\infty$$

$$\infty^k$$

$$\infty$$

$k \in \mathbb{R}$

et  $0 < k$

Forme

Limite

$$\pm k + \infty$$

---

$$\infty$$

$$\pm k - \infty$$

---

$$-\infty$$

$$k \cdot \infty$$

---

$$\infty$$

$$k(-\infty)$$

---

$$-\infty$$

$$\infty^k$$

---

$$\infty$$

---

$k \in \mathbb{R}$

et  $0 < k$

Forme

Limite

$$\pm k + \infty$$

---

$$\infty$$

$$\pm k - \infty$$

---

$$-\infty$$

$$k \cdot \infty$$

---

$$\infty$$

$$k(-\infty)$$

---

$$-\infty$$

$$\infty^k$$

---

$$\infty$$

$$k^\infty$$

$k \in \mathbb{R}$

Forme

Limite

et  $0 < k$

$$\pm k + \infty$$

---

$$\infty$$

$$\pm k - \infty$$

---

$$-\infty$$

$$k \cdot \infty$$

---

$$\infty$$

$$k(-\infty)$$

---

$$-\infty$$

Ici il y a deux cas

$$\infty^k$$

---

$$\infty$$

$$k^\infty$$

---

$$k^\infty$$



$k \in \mathbb{R}$

Forme

Limite

et  $0 < k$

$$\pm k + \infty$$

---

$$\infty$$

$$\pm k - \infty$$

---

$$-\infty$$

$$k \cdot \infty$$

---

$$\infty$$

$$k(-\infty)$$

---

$$-\infty$$

Ici il y a deux cas

$1 < k$

$$\infty^k$$

---

$$\infty$$

$$k^\infty$$

---

$$k^\infty$$

$k \in \mathbb{R}$

Forme

Limite

et  $0 < k$

$\pm k + \infty$

$\infty$

$\pm k - \infty$

$-\infty$

$k \cdot \infty$

$\infty$

$k(-\infty)$

$-\infty$

Ici il y a deux cas

$1 < k$

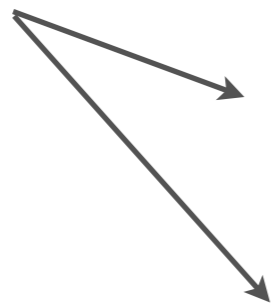
$\infty^k$

$\infty$

$k^\infty$

$\infty$

$k^\infty$





$k \in \mathbb{R}$

Forme

Limite

et  $0 < k$

$\pm k + \infty$

$\infty$

$\pm k - \infty$

$-\infty$

$k \cdot \infty$

$\infty$

$k(-\infty)$

$-\infty$

Ici il y a deux cas

$\infty^k$

$\infty$

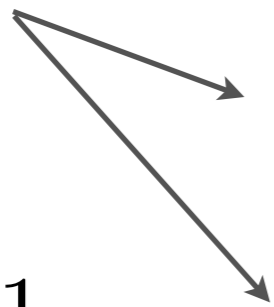
$1 < k$

$k^\infty$

$\infty$

$0 < k < 1$

$k^\infty$



$k \in \mathbb{R}$

Forme

Limite

et  $0 < k$

$$\pm k + \infty$$

---

$$\infty$$

$$\pm k - \infty$$

---

$$-\infty$$

$$k \cdot \infty$$

---

$$\infty$$

$$k(-\infty)$$

---

$$-\infty$$

Ici il y a deux cas

$$\infty^k$$

---

$$\infty$$

$1 < k$

$$k^\infty$$

---

$$\infty$$

$0 < k < 1$

$$k^\infty$$

$$0$$

$k \in \mathbb{R}$

Forme

Limite

et  $0 < k$

$\pm k + \infty$

$\infty$

---

$\pm k - \infty$

$-\infty$

---

$k \cdot \infty$

$\infty$

---

$k(-\infty)$

$-\infty$

Ici il y a deux cas

---

$\infty^k$

$\infty$

$1 < k$

---

$k^\infty$

$\infty$

$0 < k < 1$

---

$k^\infty$

$0$

---

$k \in \mathbb{R}$

Forme

Limite

et  $0 < k$

$\pm k + \infty$

$\infty$

---

$\pm k - \infty$

$-\infty$

---

$k \cdot \infty$

$\infty$

---

$k(-\infty)$

$-\infty$

---

Ici il y a deux cas

$\infty^k$

$\infty$

---

$1 < k$

$k^\infty$

$\infty$

---

$0 < k < 1$

$k^\infty$

$0$

---

$(\infty)(\infty)$

$k \in \mathbb{R}$

Forme

Limite

et  $0 < k$

$$\pm k + \infty$$

---

$$\infty$$

$$\pm k - \infty$$

---

$$-\infty$$

$$k \cdot \infty$$

---

$$\infty$$

$$k(-\infty)$$

---

$$-\infty$$

Ici il y a deux cas

$$\infty^k$$

---

$$\infty$$

$1 < k$

$$k^\infty$$

---

$$\infty$$

$0 < k < 1$

$$k^\infty$$

---

$$0$$

$$(\infty)(\infty)$$

---

$$\infty$$

$k \in \mathbb{R}$

Forme

Limite

et  $0 < k$

$$\pm k + \infty$$

---

$$\infty$$

$$\pm k - \infty$$

---

$$-\infty$$

$$k \cdot \infty$$

---

$$\infty$$

$$k(-\infty)$$

---

$$-\infty$$

Ici il y a deux cas

$$\infty^k$$

---

$$\infty$$

$1 < k$

$$k^\infty$$

---

$$\infty$$

$0 < k < 1$

$$k^\infty$$

---

$$0$$

$$(\infty)(\infty)$$

---

$$\infty$$

$k \in \mathbb{R}$

Forme

Limite

et  $0 < k$

$$\pm k + \infty$$

---

$$\infty$$

$$\pm k - \infty$$

---

$$-\infty$$

$$k \cdot \infty$$

---

$$\infty$$

$$k(-\infty)$$

---

$$-\infty$$

Ici il y a deux cas

$$\infty^k$$

---

$$\infty$$

$1 < k$

$$k^\infty$$

---

$$\infty$$

$0 < k < 1$

$$k^\infty$$

---

$$0$$

$$(\infty)(\infty)$$

---

$$\infty$$

$$\infty^\infty$$

$k \in \mathbb{R}$

Forme

Limite

et  $0 < k$

$$\pm k + \infty$$

---

$$\infty$$

$$\pm k - \infty$$

---

$$-\infty$$

$$k \cdot \infty$$

---

$$\infty$$

$$k(-\infty)$$

---

$$-\infty$$

Ici il y a deux cas

$1 < k$

$$\infty^k$$

---

$$\infty$$

$$k^\infty$$

---

$$\infty$$

$0 < k < 1$

$$k^\infty$$

---

$$0$$

$$(\infty)(\infty)$$

---

$$\infty$$

$$\infty^\infty$$

$$\infty$$



Exemple

# Example

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x - 10^{100}$$

# Example

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x - 10^{100} = \infty$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x - 10^{100} = \infty$$

Exemple

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x - 10^{100} = \infty$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{100000000000000000000}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x - 10^{100} = \infty$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{100000000000000000000} = -\infty$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x - 10^{100} = \infty$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{10000000000000000000000} = -\infty$$

Exemple

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x - 10^{100} = \infty$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{100000000000000000000} = -\infty$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 3^x$$



Exemple

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x - 10^{100} = \infty$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{1000000000000000000} = -\infty$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 3^x = \infty$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x - 10^{100} = \infty$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{100000000000000000000} = -\infty$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 3^x = \infty$$

Exemple

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x - 10^{100} = \infty$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{100000000000000000000} = -\infty$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 3^x = \infty$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{3}\right)^x$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x - 10^{100} = \infty$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{100000000000000000000} = -\infty$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 3^x = \infty$$

Exemple

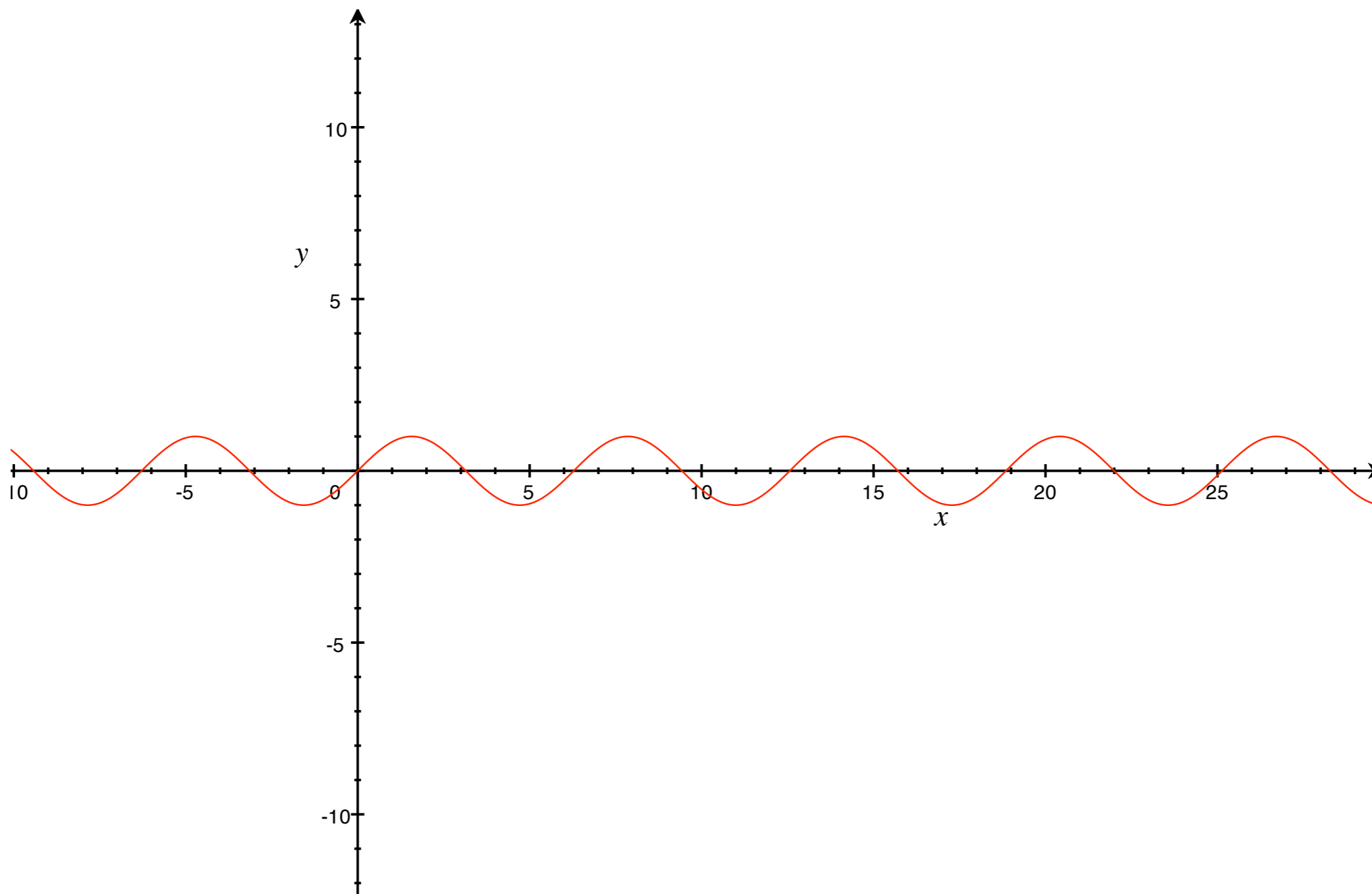
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{3}\right)^x = 0$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sin x$$

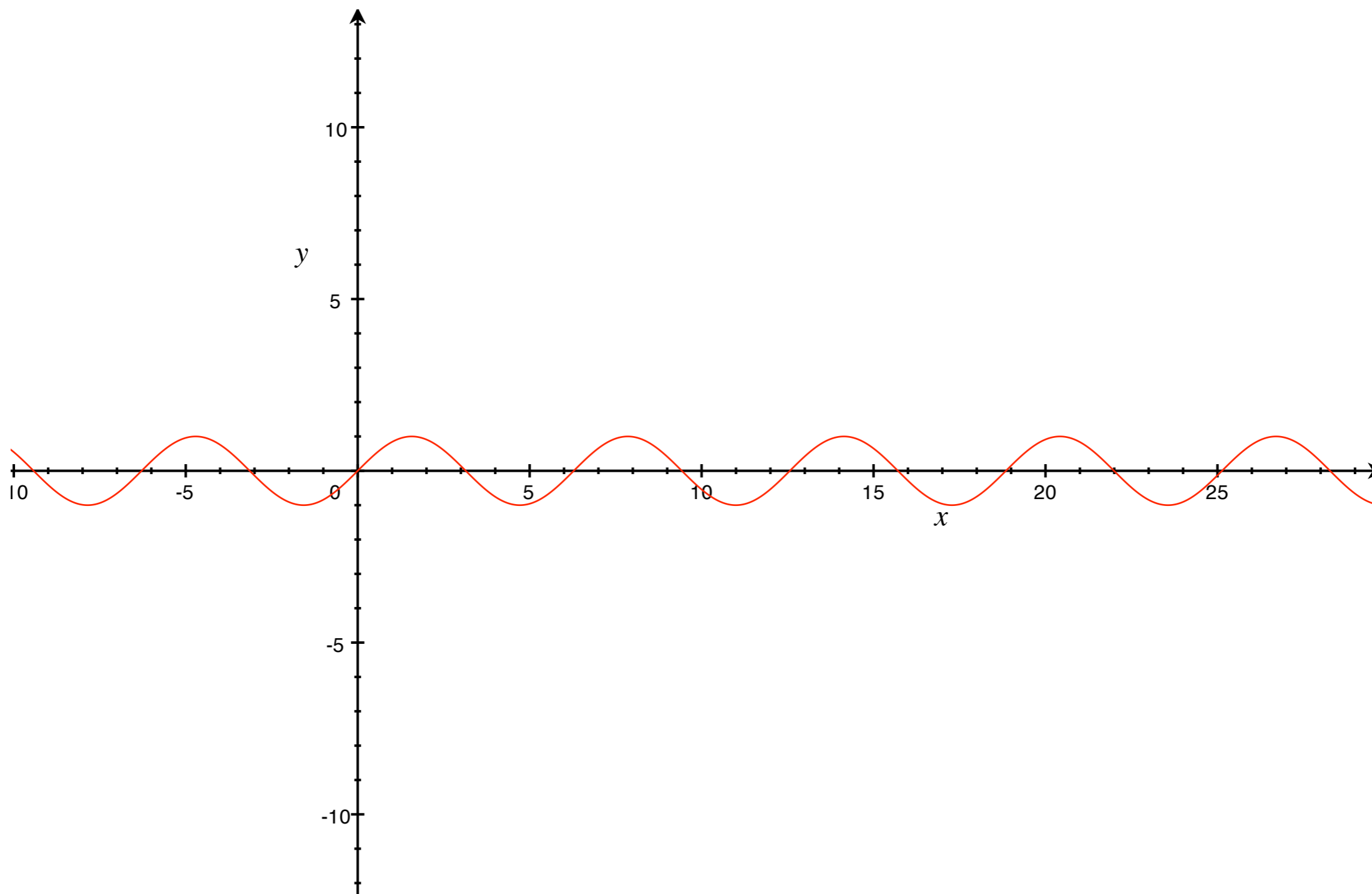
# Example

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sin x$$



# Example

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sin x = \nexists$$



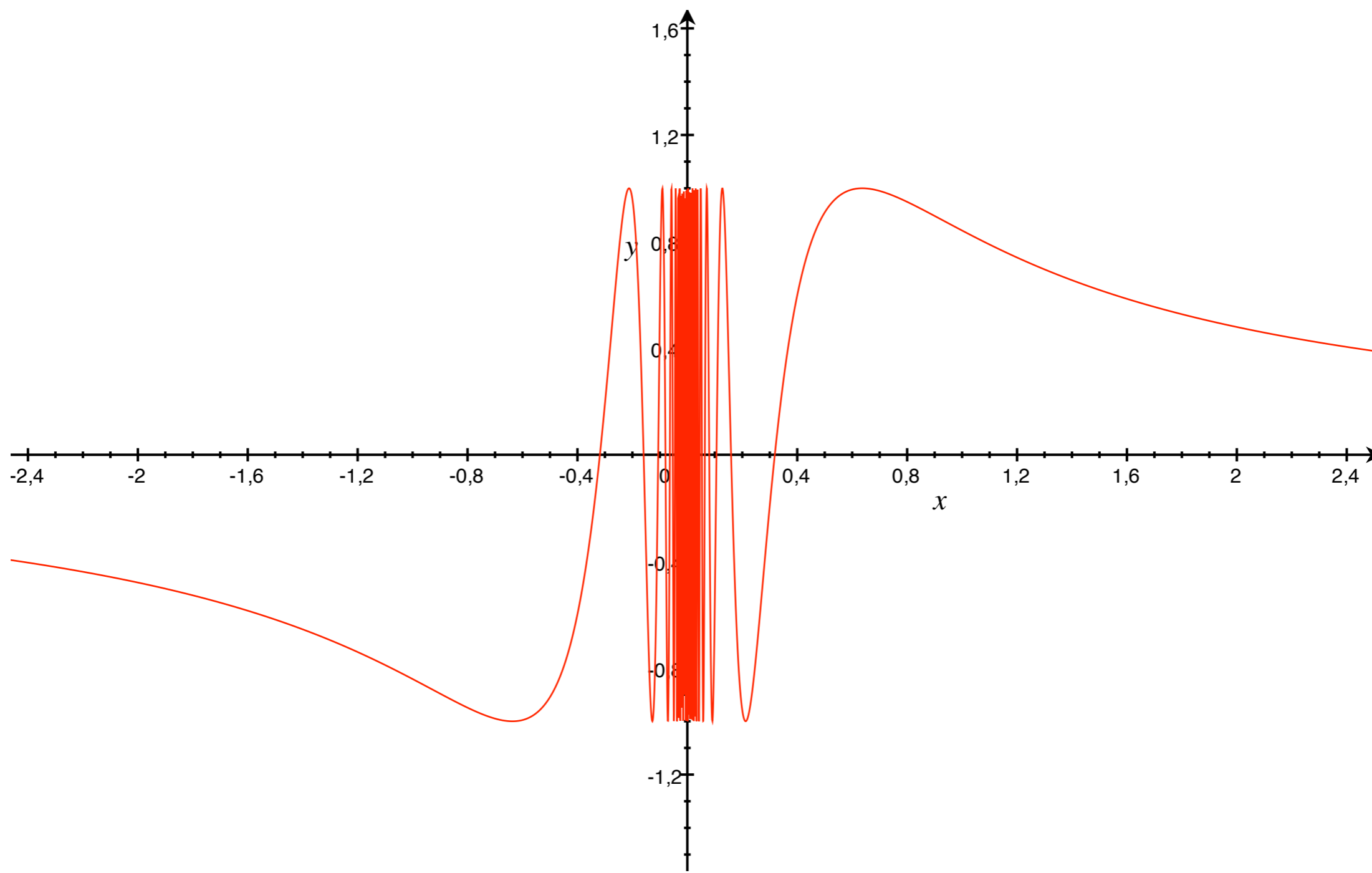
# Example

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin \left( \frac{1}{x} \right)$$



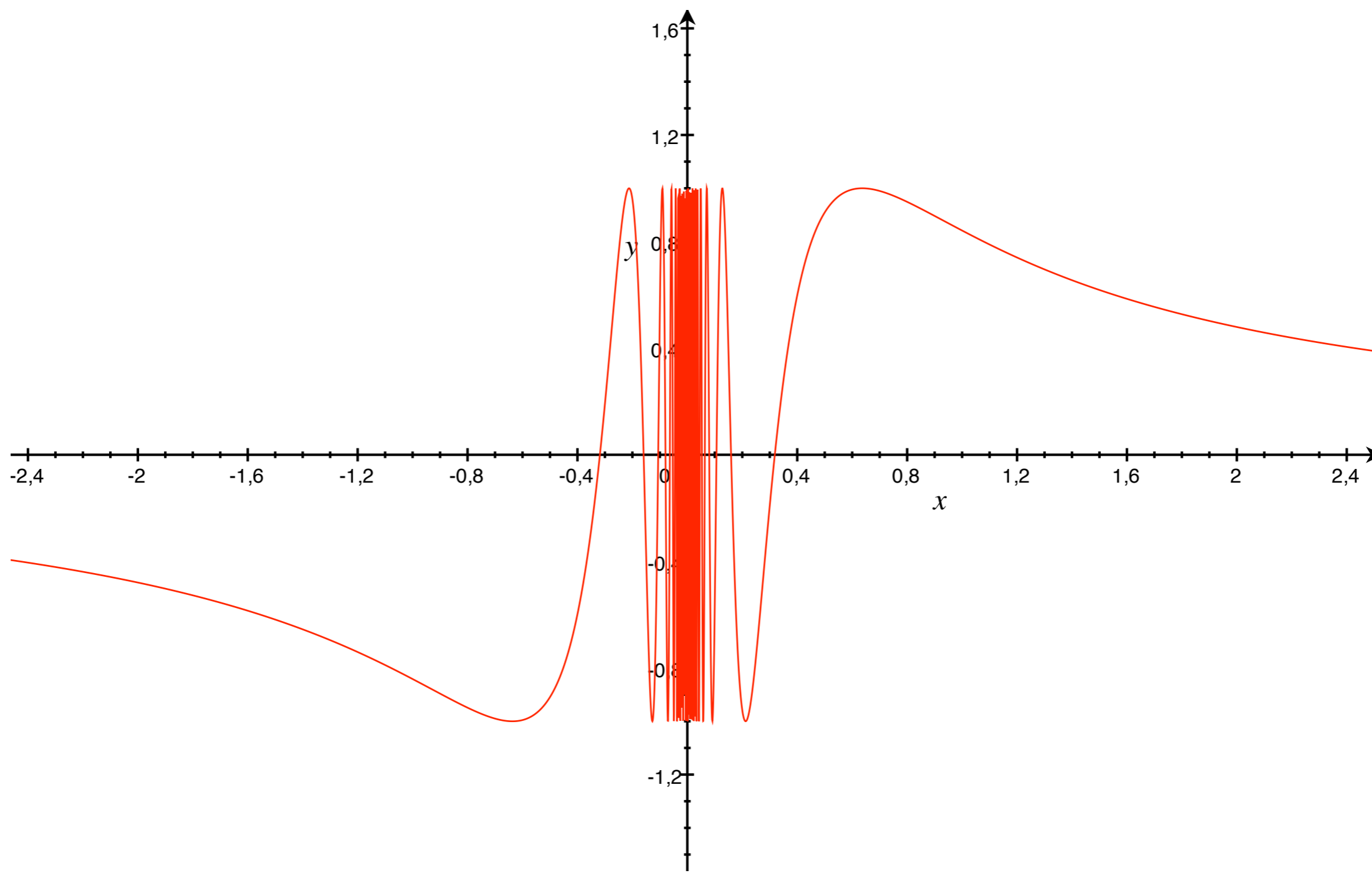
# Example

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$



# Example

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin\left(\frac{1}{x}\right) = \nexists$$

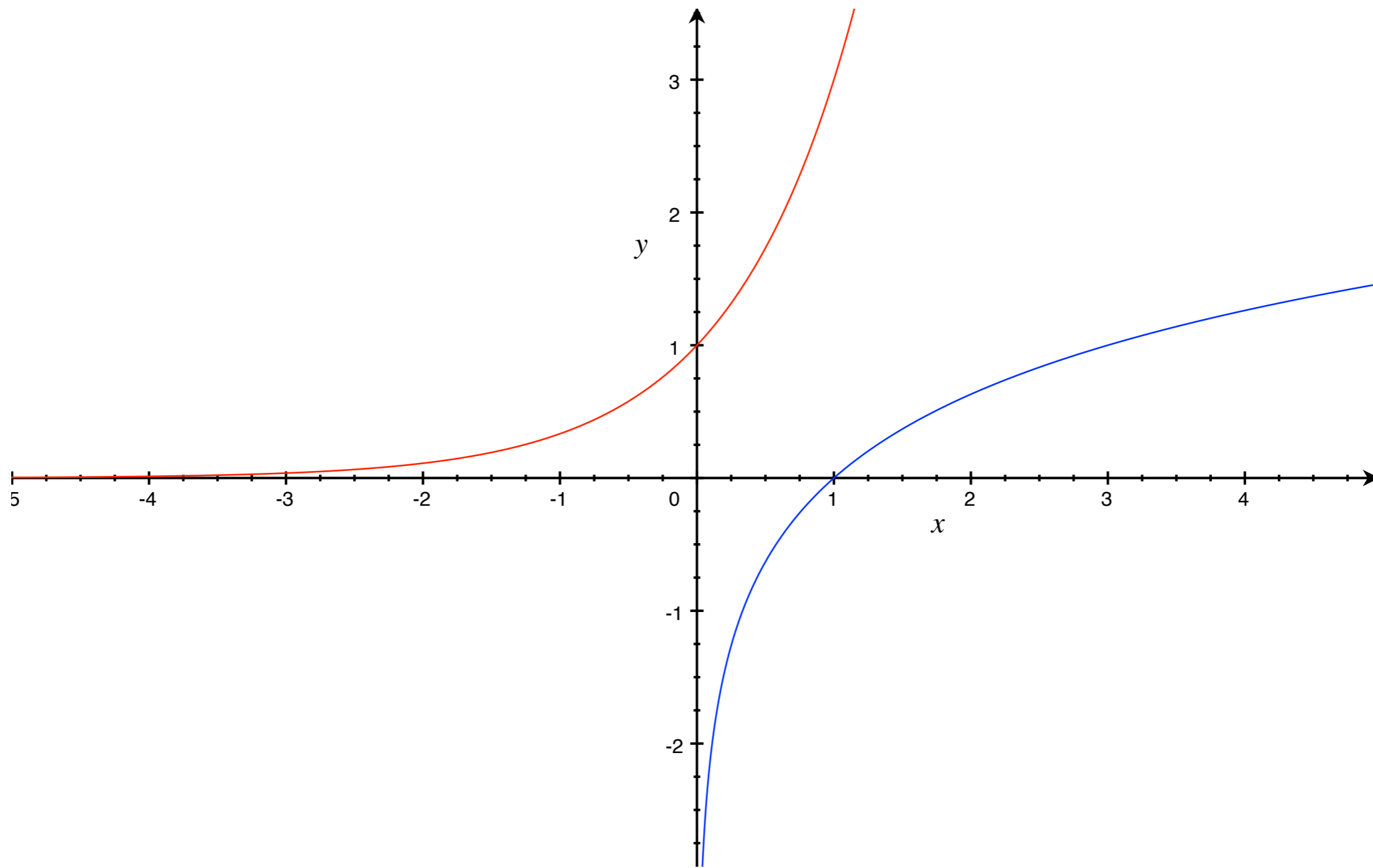


Example

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \log_3 x$$

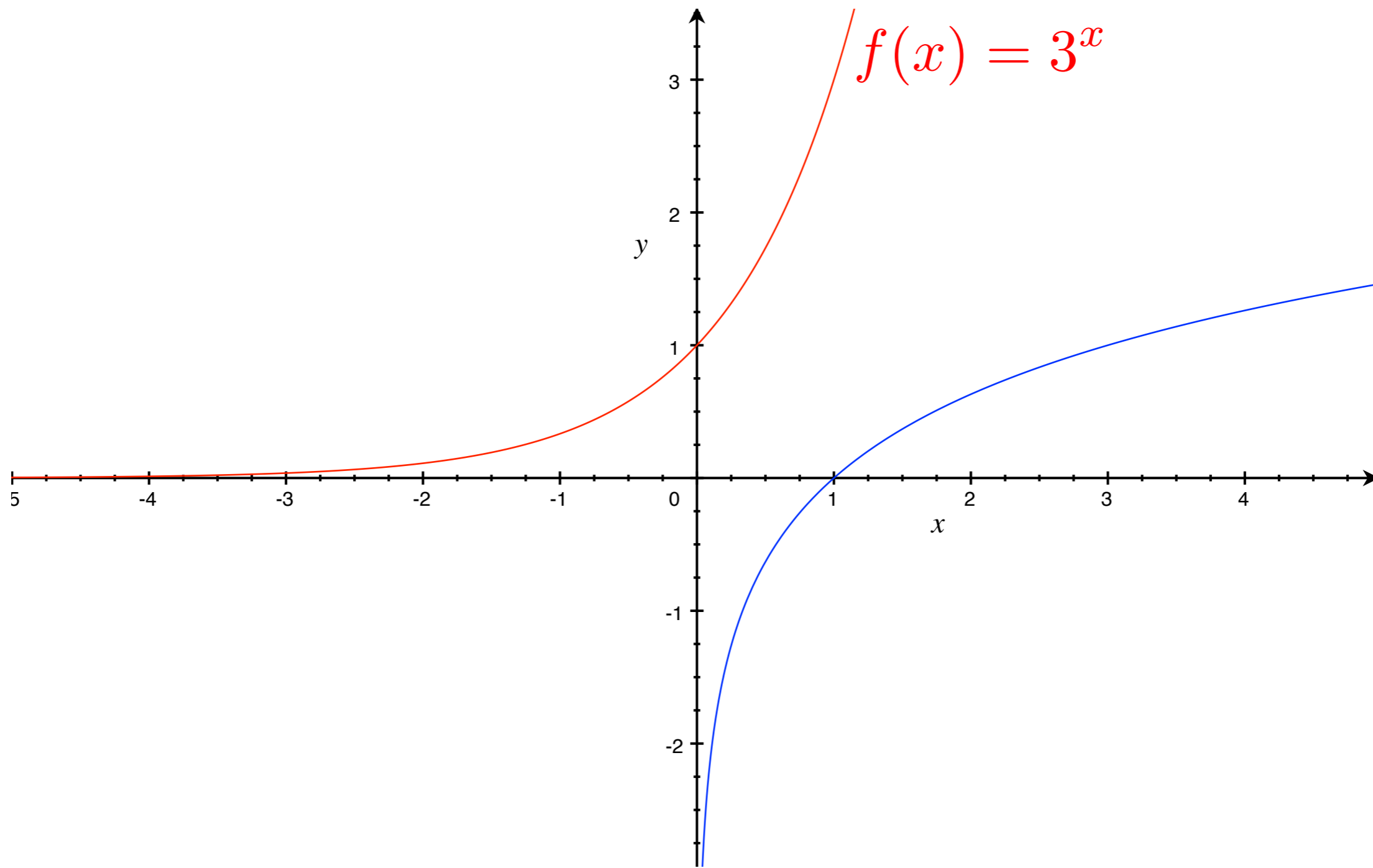
Example

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \log_3 x$$



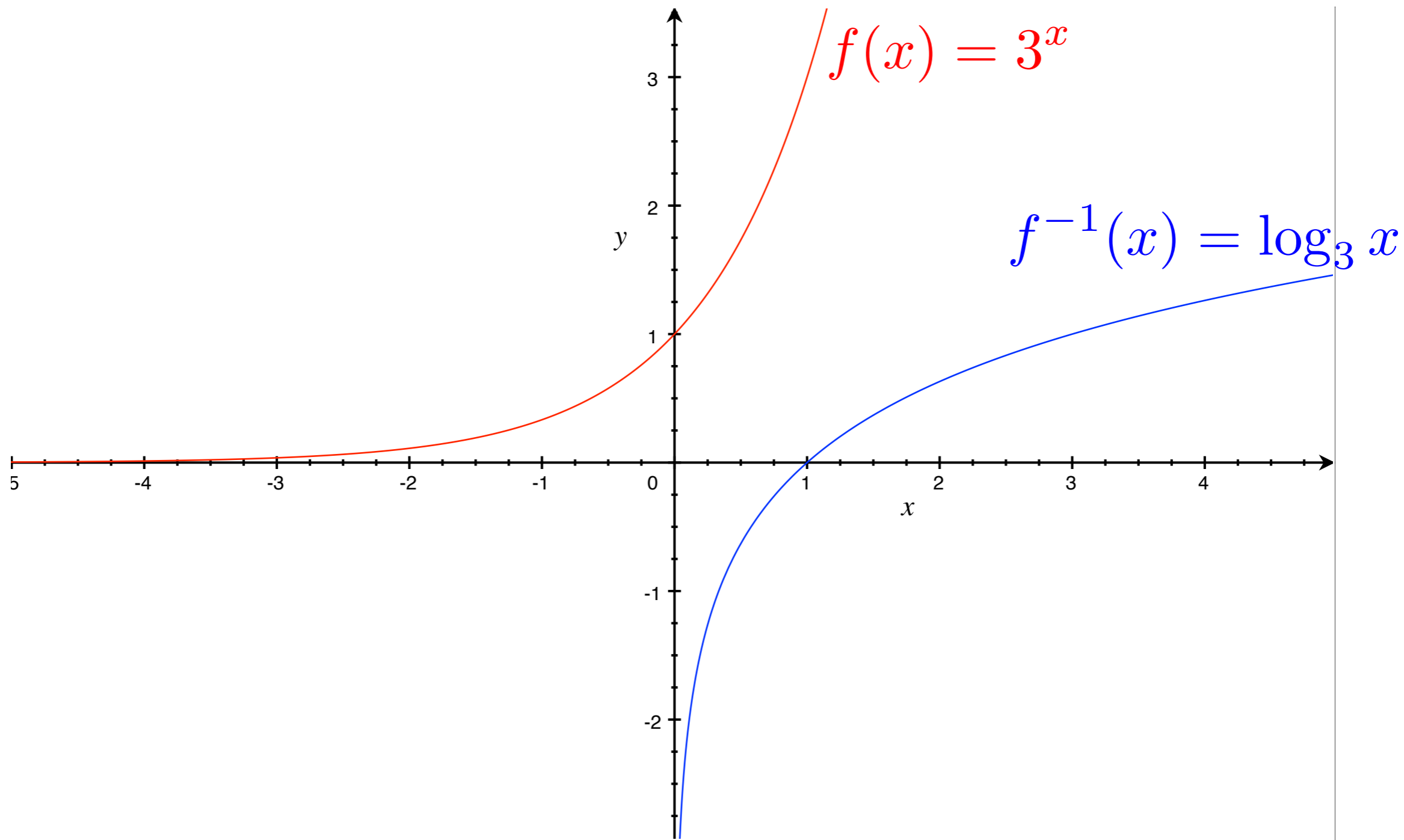
# Example

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \log_3 x$$



# Example

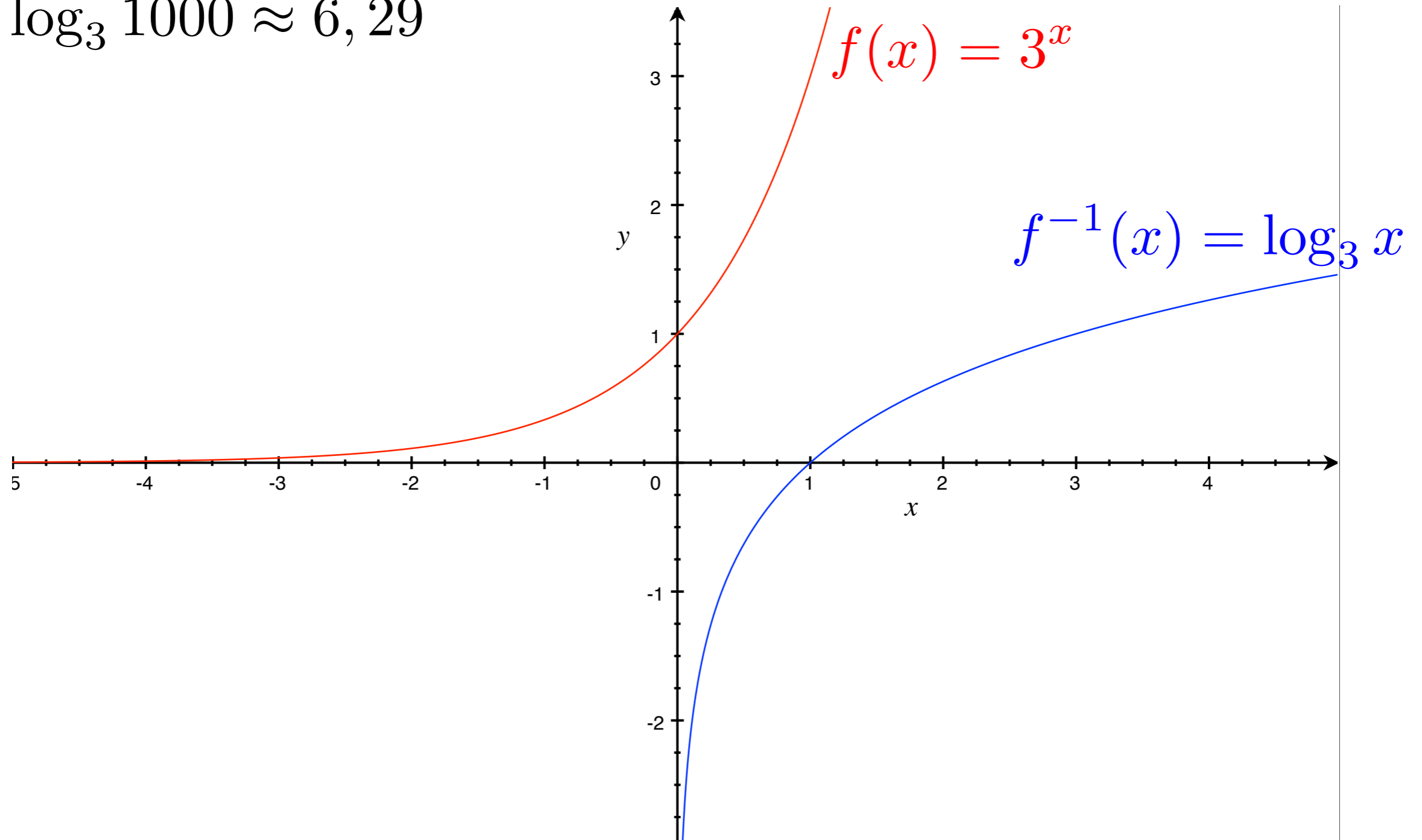
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \log_3 x$$



# Exemple

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \log_3 x$$

$$\log_3 1000 \approx 6,29$$

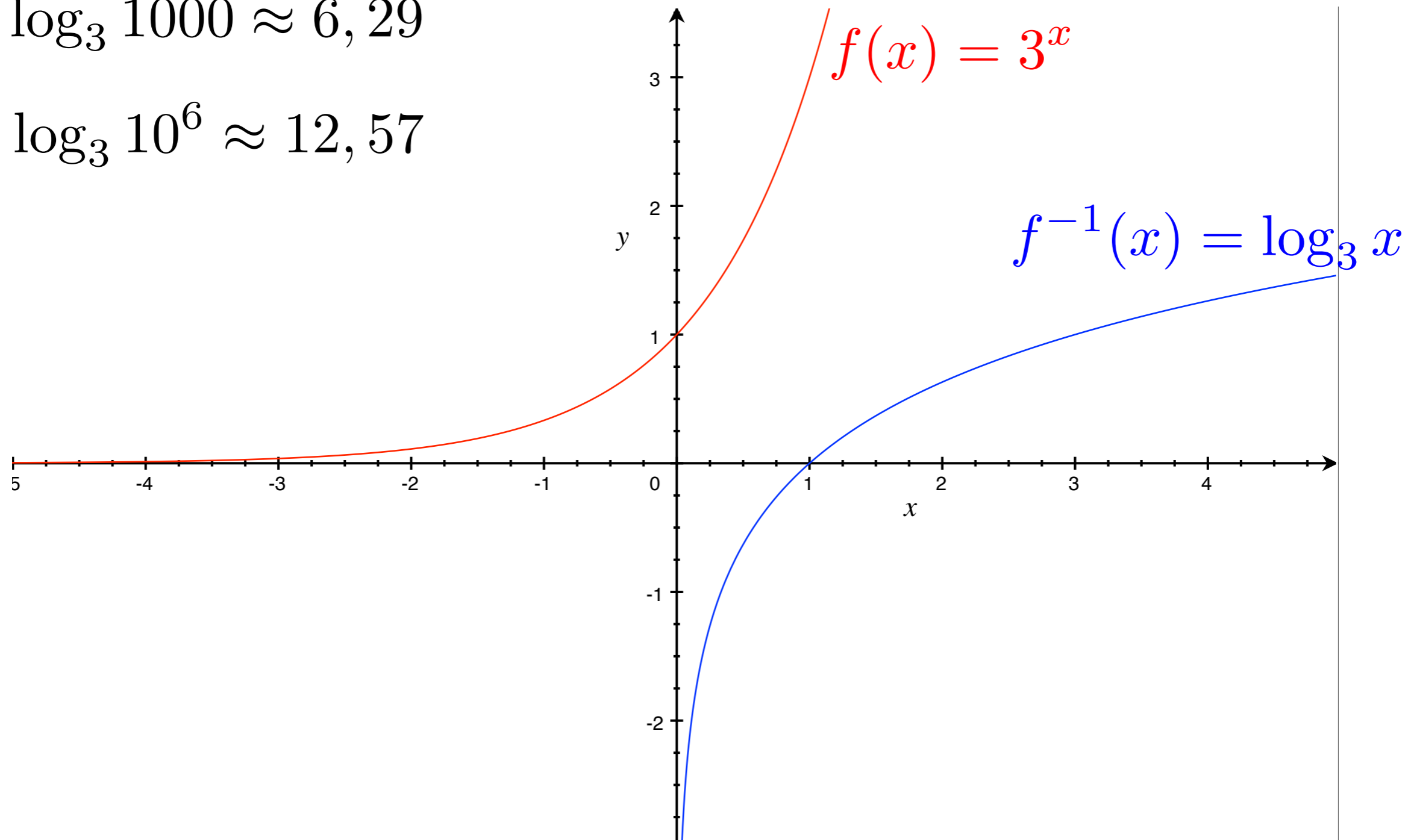


# Exemple

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \log_3 x$$

$$\log_3 1000 \approx 6,29$$

$$\log_3 10^6 \approx 12,57$$





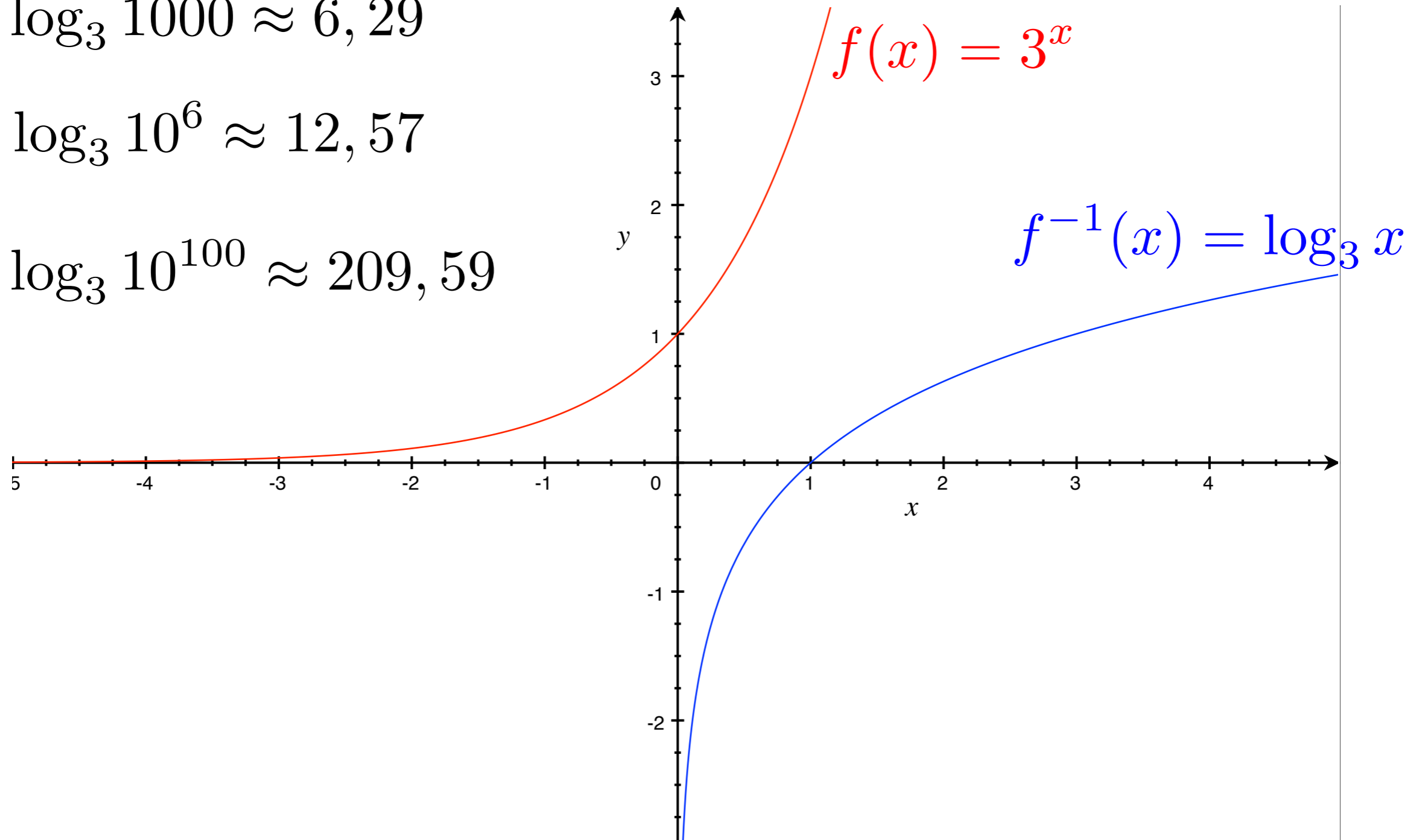
# Example

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \log_3 x$$

$$\log_3 1000 \approx 6,29$$

$$\log_3 10^6 \approx 12,57$$

$$\log_3 10^{100} \approx 209,59$$



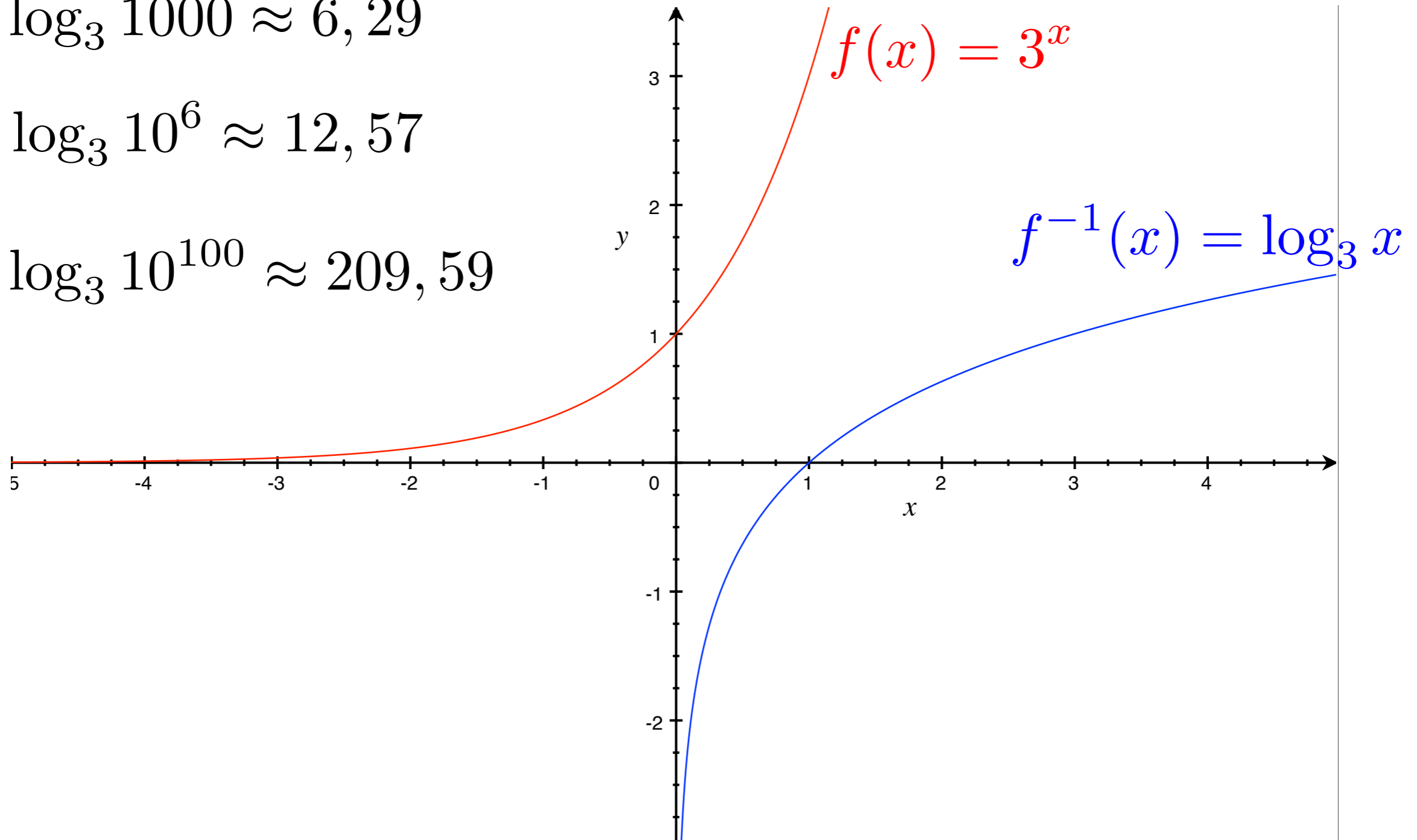
# Example

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \log_3 x = \infty$$

$$\log_3 1000 \approx 6,29$$

$$\log_3 10^6 \approx 12,57$$

$$\log_3 10^{100} \approx 209,59$$



Faites les exercices suivants

Section 1.4 # 25

Aujourd'hui, nous avons vu

un projet de loi sur la sécurité des données

# Aujourd'hui, nous avons vu

Forme

Limite

$$\frac{k}{\infty}$$

$$0^+$$

---

# Aujourd'hui, nous avons vu

Forme	Limite
-------	--------

$$\frac{k}{\infty}$$

---

$$0^+$$

$$\frac{k}{-\infty}$$

---

$$0^-$$

# Aujourd'hui, nous avons vu

Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	$0^+$
$\frac{k}{-\infty}$	$0^-$
$\frac{k}{0^+}$	$\infty$

# Aujourd'hui, nous avons vu

Forme                      Limite

$$\frac{k}{\infty}$$

---

$$0^+$$

$$\frac{k}{-\infty}$$

---

$$0^-$$

$$\frac{k}{0^+}$$

---

$$\infty$$

$$\frac{k}{0^-}$$

---

$$-\infty$$



# Aujourd'hui, nous avons vu

Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	$0^+$
$\frac{k}{-\infty}$	$0^-$
$\frac{k}{0^+}$	$\infty$
$\frac{k}{0^-}$	$-\infty$
$\frac{k}{0}$	$\nexists$

# Aujourd'hui, nous avons vu

Forme	Limite	Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	$0^+$	$\pm k + \infty$	$\infty$
$\frac{k}{-\infty}$	$0^-$		
$\frac{k}{0^+}$	$\infty$		
$\frac{k}{0^-}$	$-\infty$		
$\frac{k}{0}$	$\nexists$		

# Aujourd'hui, nous avons vu

Forme                      Limite

$$\frac{k}{\infty}$$

---

$$0^+$$

$$\frac{k}{-\infty}$$

---

$$0^-$$

$$\frac{k}{0^+}$$

---

$$\infty$$

$$\frac{k}{0^-}$$

---

$$-\infty$$

$$\frac{k}{0}$$

$$\nexists$$

Forme

Limite

$$\pm k + \infty$$

---

$$\infty$$

$$\pm k - \infty$$

---

$$-\infty$$

# Aujourd'hui, nous avons vu

Forme	Limite	Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	$0^+$	$\pm k + \infty$	$\infty$
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{-\infty}$	$0^-$	$\pm k - \infty$	$-\infty$
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{0^+}$	$\infty$	$k \cdot \infty$	$\infty$
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{0^-}$	$-\infty$		
<hr/>			
$\frac{k}{0}$	$\nexists$		

# Aujourd'hui, nous avons vu

Forme	Limite	Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	$0^+$	$\pm k + \infty$	$\infty$
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{-\infty}$	$0^-$	$\pm k - \infty$	$-\infty$
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{0^+}$	$\infty$	$k \cdot \infty$	$\infty$
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{0^-}$	$-\infty$	$k(-\infty)$	$-\infty$
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{0}$	$\nexists$		

# Aujourd'hui, nous avons vu

Forme	Limite	Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	$0^+$	$\pm k + \infty$	$\infty$
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{-\infty}$	$0^-$	$\pm k - \infty$	$-\infty$
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{0^+}$	$\infty$	$k \cdot \infty$	$\infty$
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{0^-}$	$-\infty$	$k(-\infty)$	$-\infty$
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{0}$	$\nexists$	$\infty^k$	$\infty$
		<hr/>	

# Aujourd'hui, nous avons vu

Forme	Limite		Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	$0^+$		$\pm k + \infty$	$\infty$
<hr/>			<hr/>	
$\frac{k}{-\infty}$	$0^-$		$\pm k - \infty$	$-\infty$
<hr/>			<hr/>	
$\frac{k}{0^+}$	$\infty$		$k \cdot \infty$	$\infty$
<hr/>			<hr/>	
$\frac{k}{0^-}$	$-\infty$		$k(-\infty)$	$-\infty$
<hr/>			<hr/>	
$\frac{k}{0}$	$\nexists$	$1 < k$	$\infty^k$	$\infty$
			<hr/>	
			$k^\infty$	$\infty$
			<hr/>	

# Aujourd'hui, nous avons vu

Forme	Limite		Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	$0^+$		$\pm k + \infty$	$\infty$
<hr/>			<hr/>	
$\frac{k}{-\infty}$	$0^-$		$\pm k - \infty$	$-\infty$
<hr/>			<hr/>	
$\frac{k}{0^+}$	$\infty$		$k \cdot \infty$	$\infty$
<hr/>			<hr/>	
$\frac{k}{0^-}$	$-\infty$	$1 < k$	$k(-\infty)$	$-\infty$
<hr/>		$0 < k < 1$	<hr/>	
$\frac{k}{0}$	$\nexists$		$\infty^k$	$\infty$
			<hr/>	
			$k^\infty$	$\infty$
			<hr/>	
			$k^\infty$	$0$
			<hr/>	



# Aujourd'hui, nous avons vu

Forme	Limite		Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	$0^+$		$\pm k + \infty$	$\infty$
<hr/>			<hr/>	
$\frac{k}{-\infty}$	$0^-$		$\pm k - \infty$	$-\infty$
<hr/>			<hr/>	
$\frac{k}{0^+}$	$\infty$		$k \cdot \infty$	$\infty$
<hr/>			<hr/>	
$\frac{k}{0^-}$	$-\infty$	$1 < k$	$k(-\infty)$	$-\infty$
<hr/>			<hr/>	
$\frac{k}{0}$	$\nexists$	$0 < k < 1$	$\infty^k$	$\infty$
			<hr/>	
			$k^\infty$	$\infty$
			<hr/>	
			$k^\infty$	$0$
			<hr/>	
			$(\infty)(\infty)$	$\infty$
			<hr/>	

# Aujourd'hui, nous avons vu

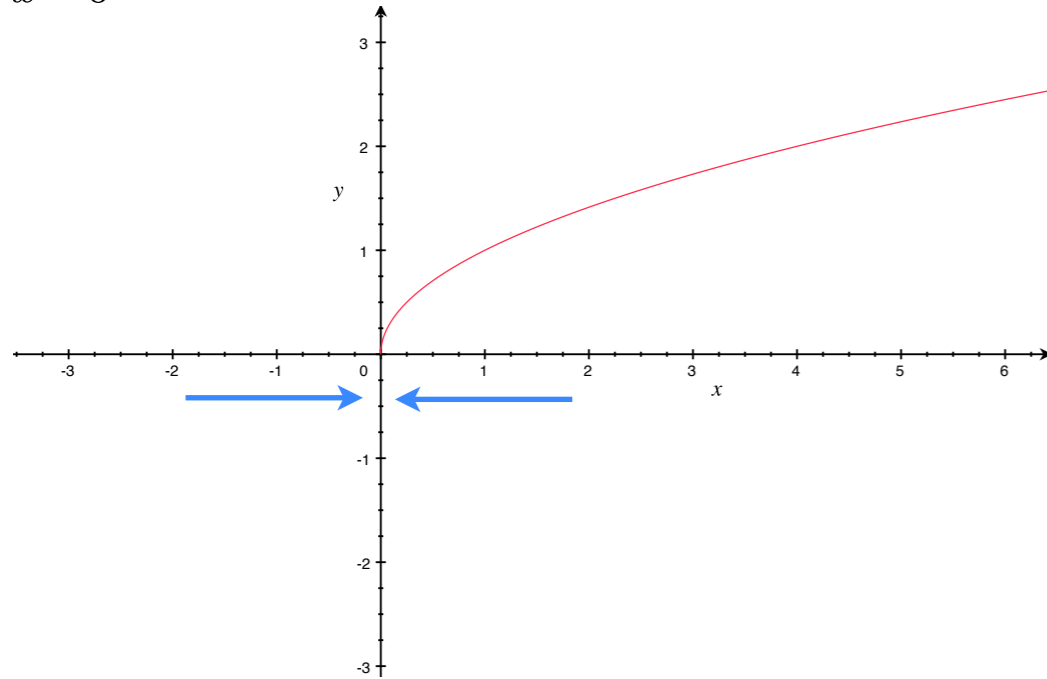
Forme	Limite		Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	$0^+$		$\pm k + \infty$	$\infty$
$\frac{k}{-\infty}$	$0^-$		$\pm k - \infty$	$-\infty$
$\frac{k}{0^+}$	$\infty$		$k \cdot \infty$	$\infty$
$\frac{k}{0^-}$	$-\infty$	$1 < k$	$k(-\infty)$	$-\infty$
$\frac{k}{0}$	$\nexists$	$0 < k < 1$	$\infty^k$	$\infty$
			$k^\infty$	$\infty$
			$k^\infty$	$0$
			$(\infty)(\infty)$	$\infty$
			$\infty^\infty$	$\infty$

Aujourd'hui, nous avons vu

1. Les différents types de...

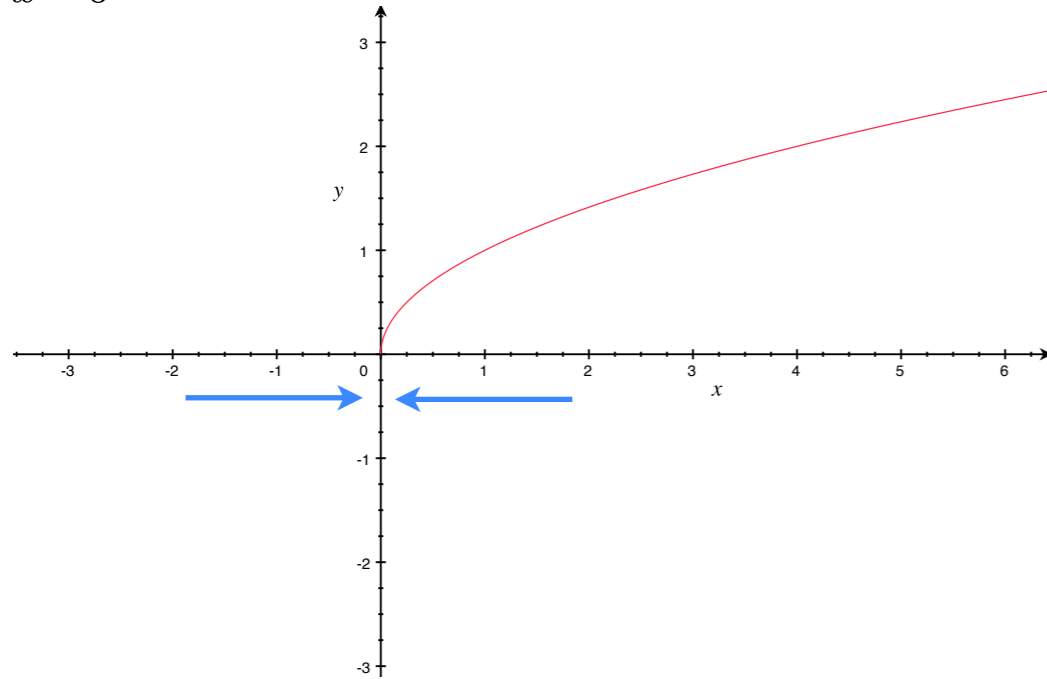
# Aujourd'hui, nous avons vu

$$\lim_{x \rightarrow 0^\pm} \sqrt{x} = \nexists$$

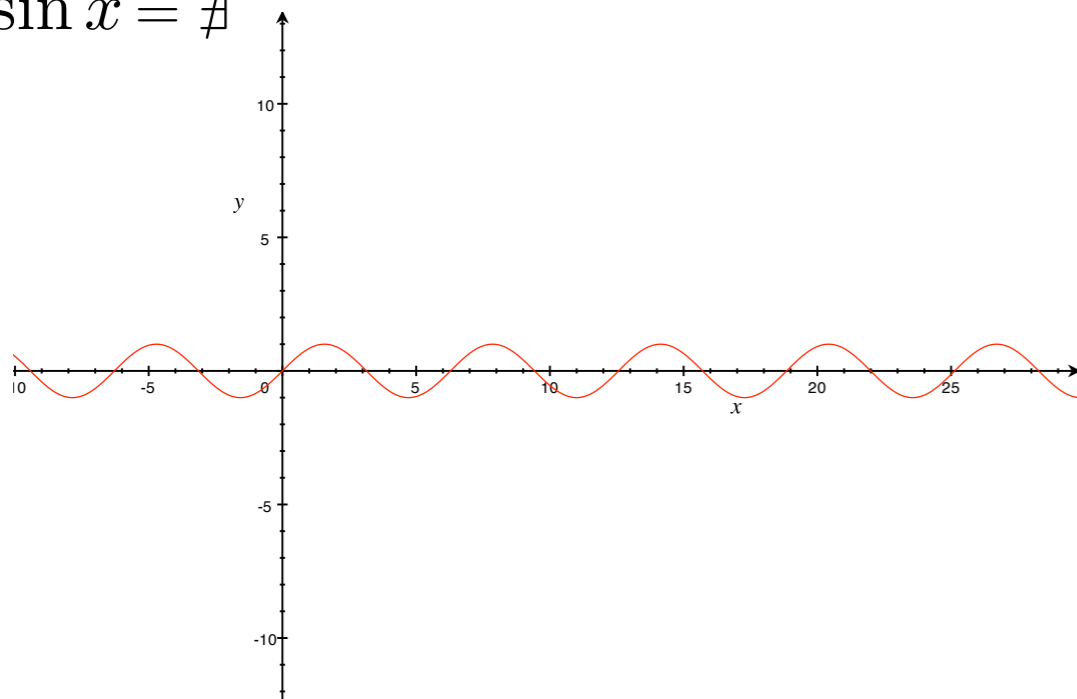


# Aujourd'hui, nous avons vu

$$\lim_{x \rightarrow 0^\pm} \sqrt{x} = \nexists$$

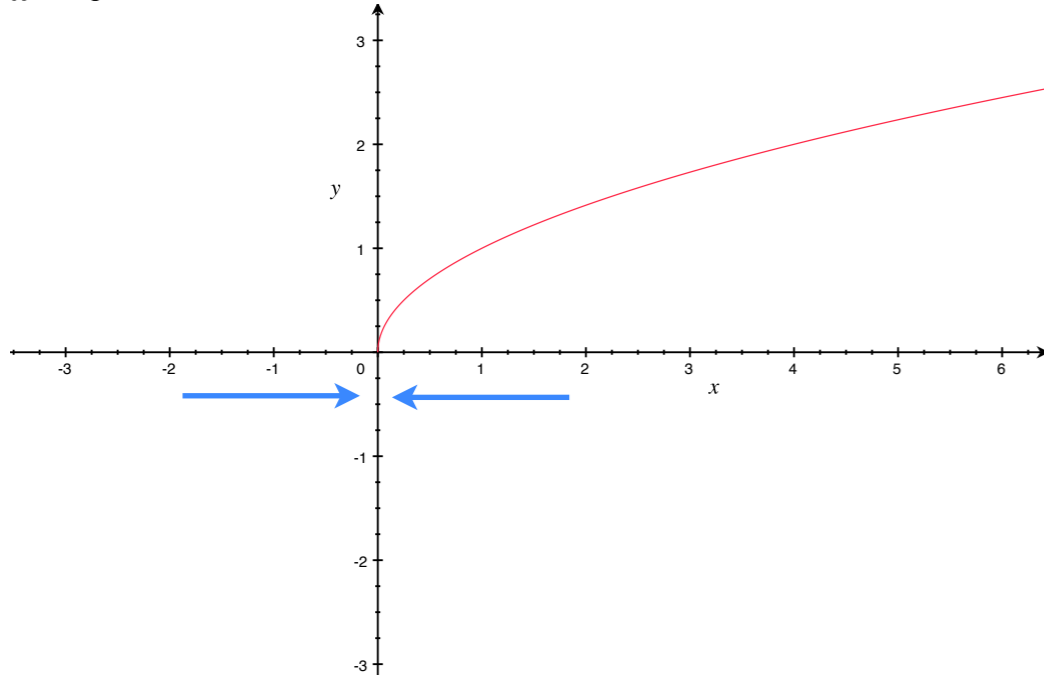


$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sin x = \nexists$$

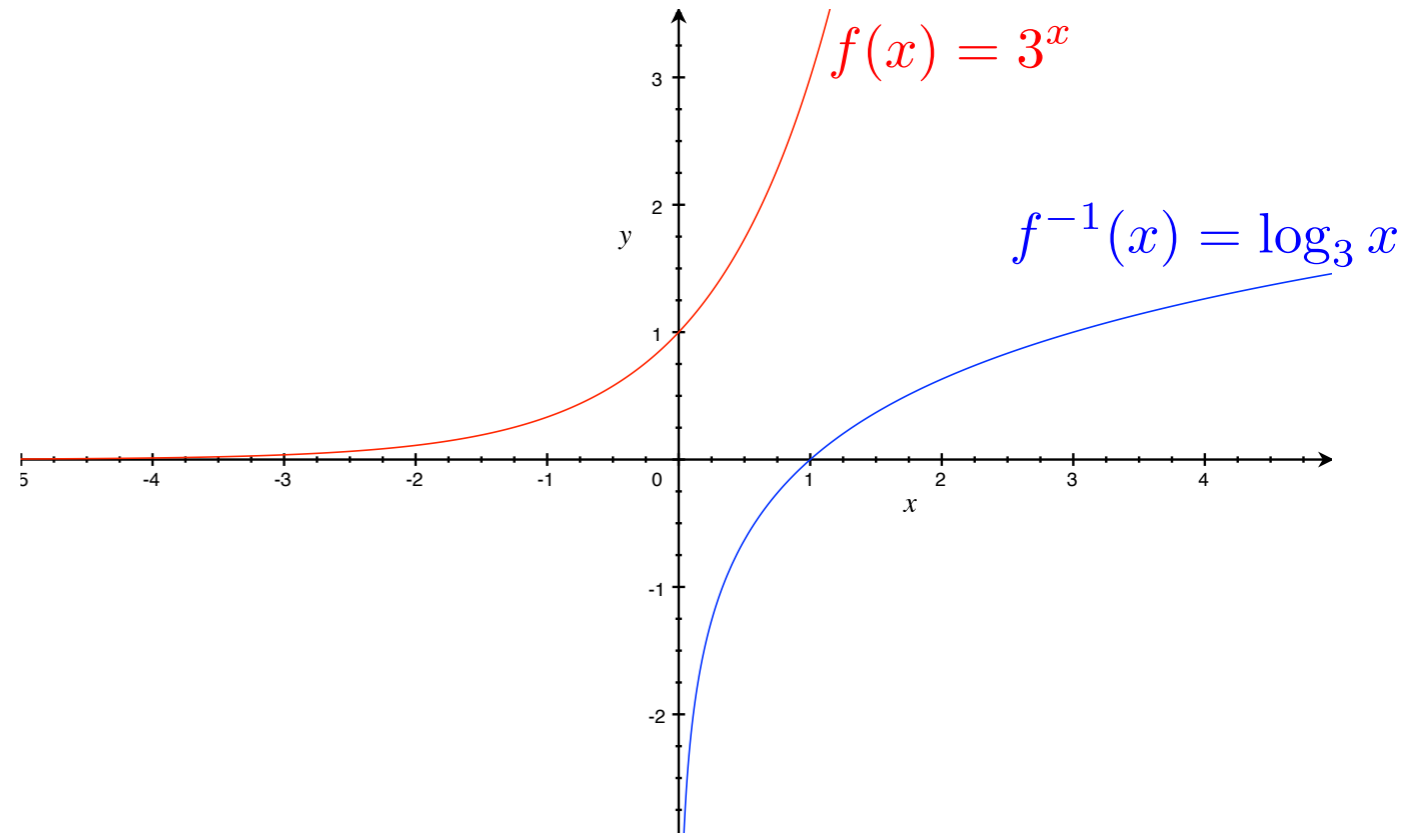


# Aujourd'hui, nous avons vu

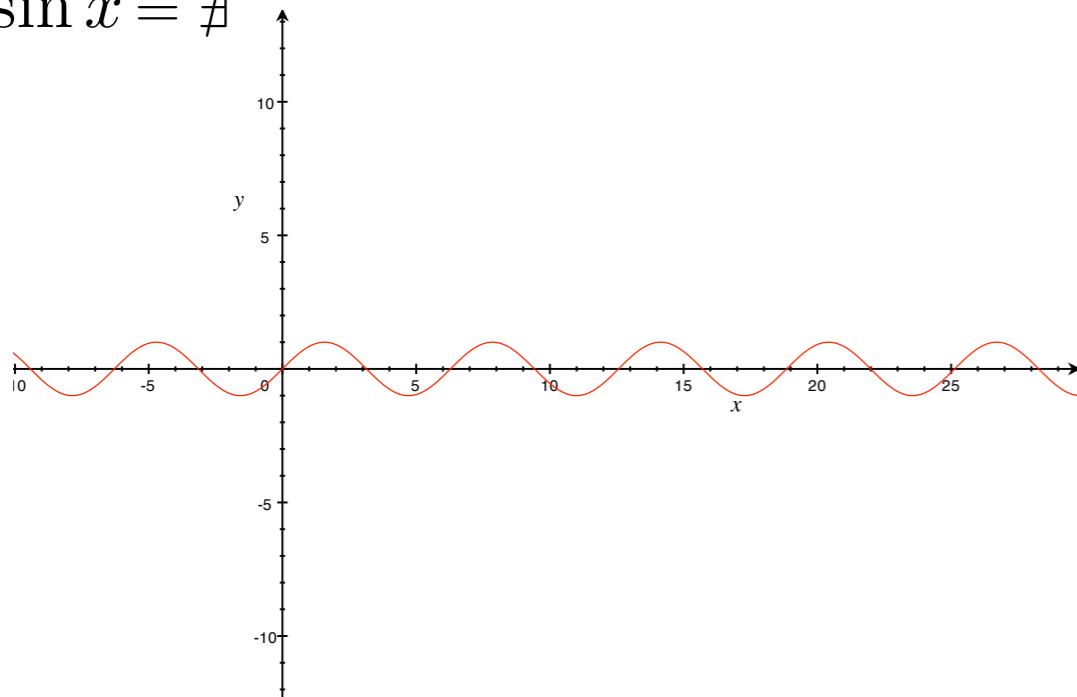
$$\lim_{x \rightarrow 0^\pm} \sqrt{x} = \nexists$$



$$\lim_{x \rightarrow \infty} \log_3 x = \infty$$



$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sin x = \nexists$$



Devoir:

Section 1.4