2.4 DÉRIVÉE D'UNE COMPOSITION

cours 12

Au dernier cours, nous avons vu

Au dernier cours, nous avons vu

$$(kf(x))' = kf'(x)$$

Au dernier cours, nous avons vu

$$(kf(x))' = kf'(x)$$

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

Au dernier cours, nous avons vu

$$(kf(x))' = kf'(x)$$

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

$$(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

Au dernier cours, nous avons vu

$$(kf(x))' = kf'(x)$$

$$(f(x)+g(x))' = f'(x)+g'(x)$$

$$(f(x)g(x))' = f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$$

Aujourd’hui, nous allons voir

Aujourd'hui, nous allons voir

- ✓ Lien entre dérivable et continue

Aujourd'hui, nous allons voir

- ✓ Lien entre dérivable et continue
- ✓ Dérivée d'une composition de fonction

Définition

Une fonction est dite dérivable en un point a si

Définition

Une fonction est dite dérivable en un point *a* si

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \quad \text{existe.}$$

Définition

Une fonction est dite dérivable en un point a si

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \quad \text{existe.}$$

C'est-à-dire

Définition

Une fonction est dite dérivable en un point *a* si

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \quad \text{existe.}$$

C'est-à-dire

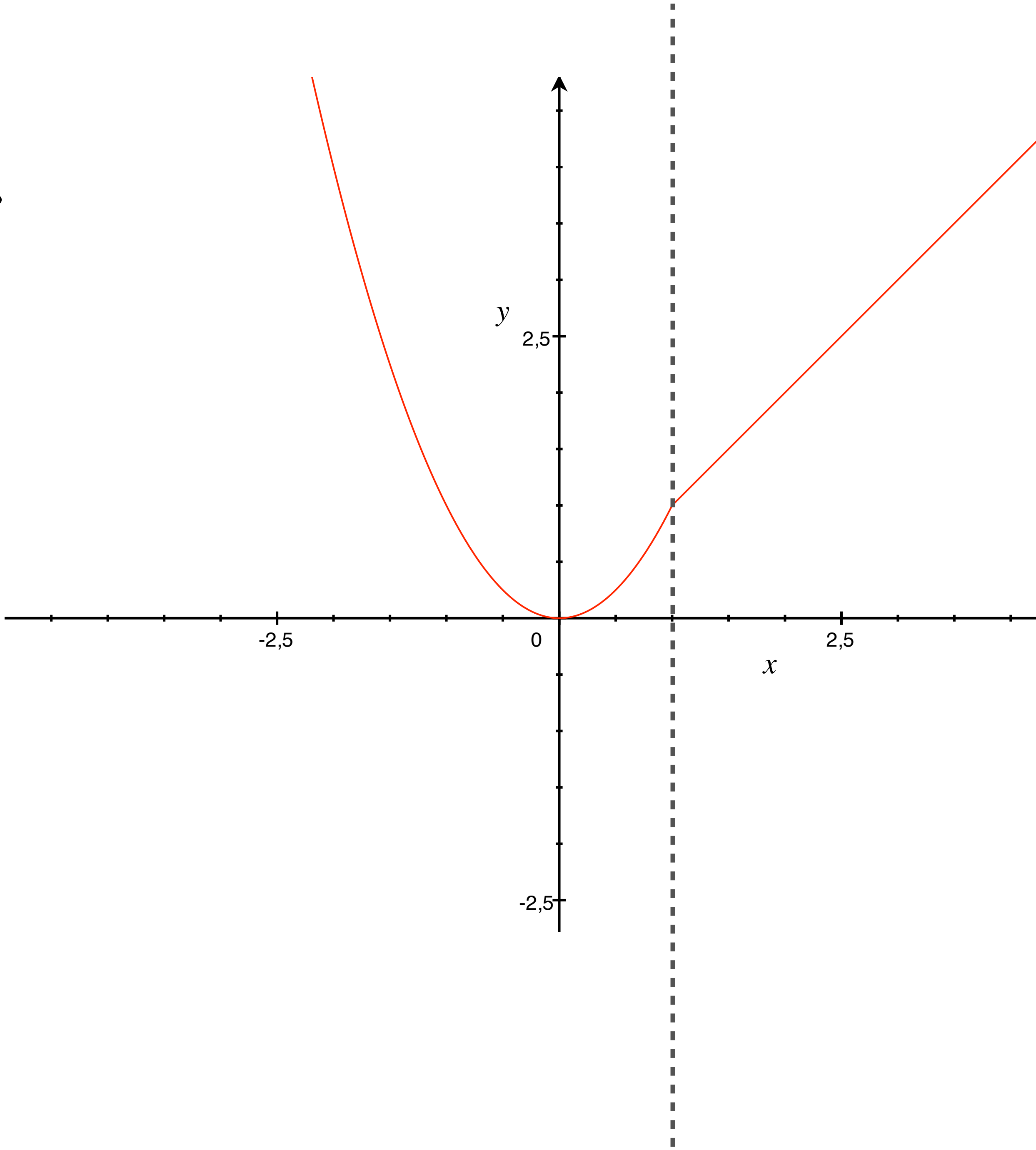
$$\lim_{h \to 0^-} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \lim_{h \to 0^+} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Exemple

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 1 \\ x & 1 < x \end{cases}$$

Exemple

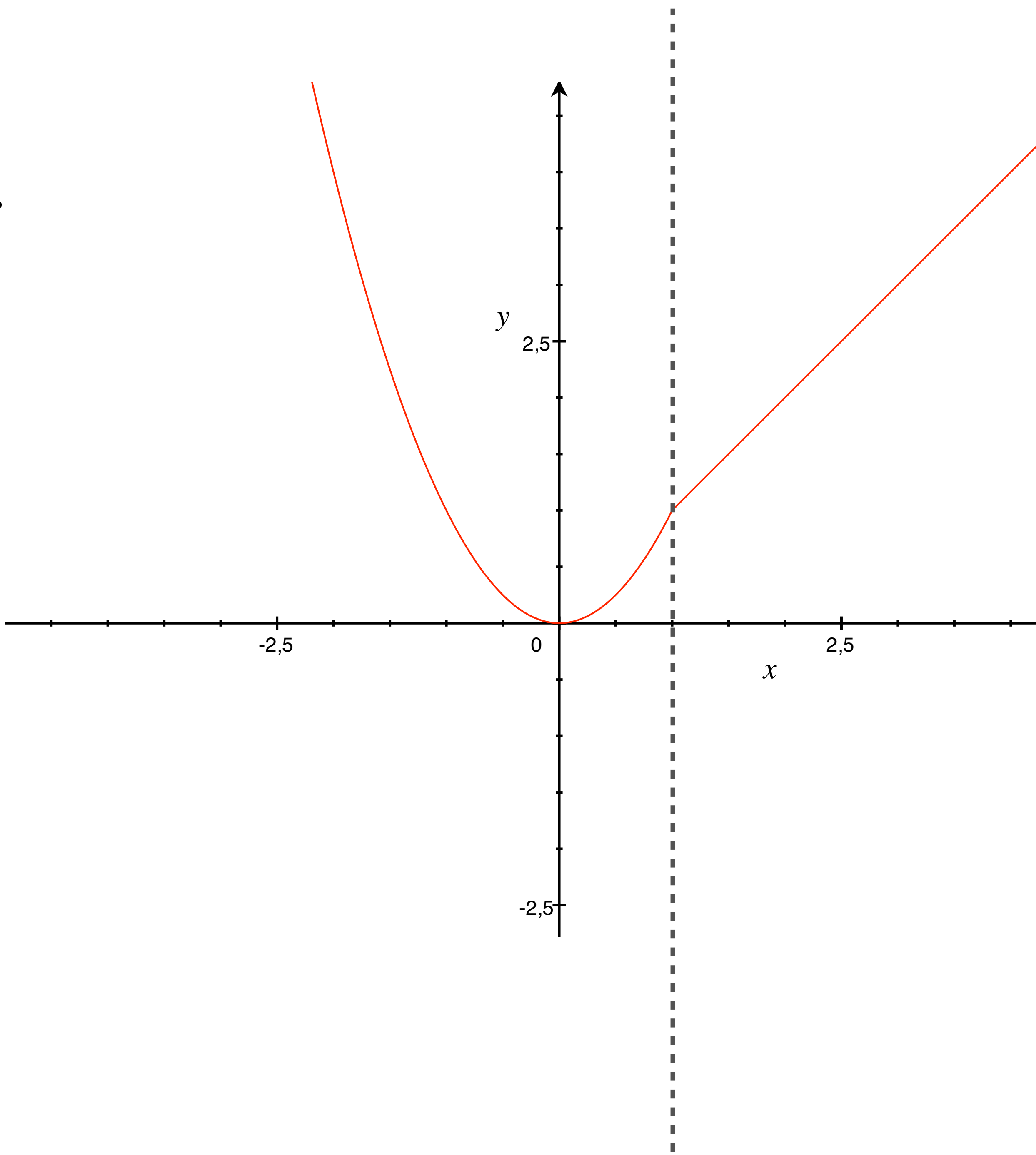
$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 1 \\ x & 1 < x \end{cases}$$



Exemple

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 1 \\ x & 1 < x \end{cases}$$

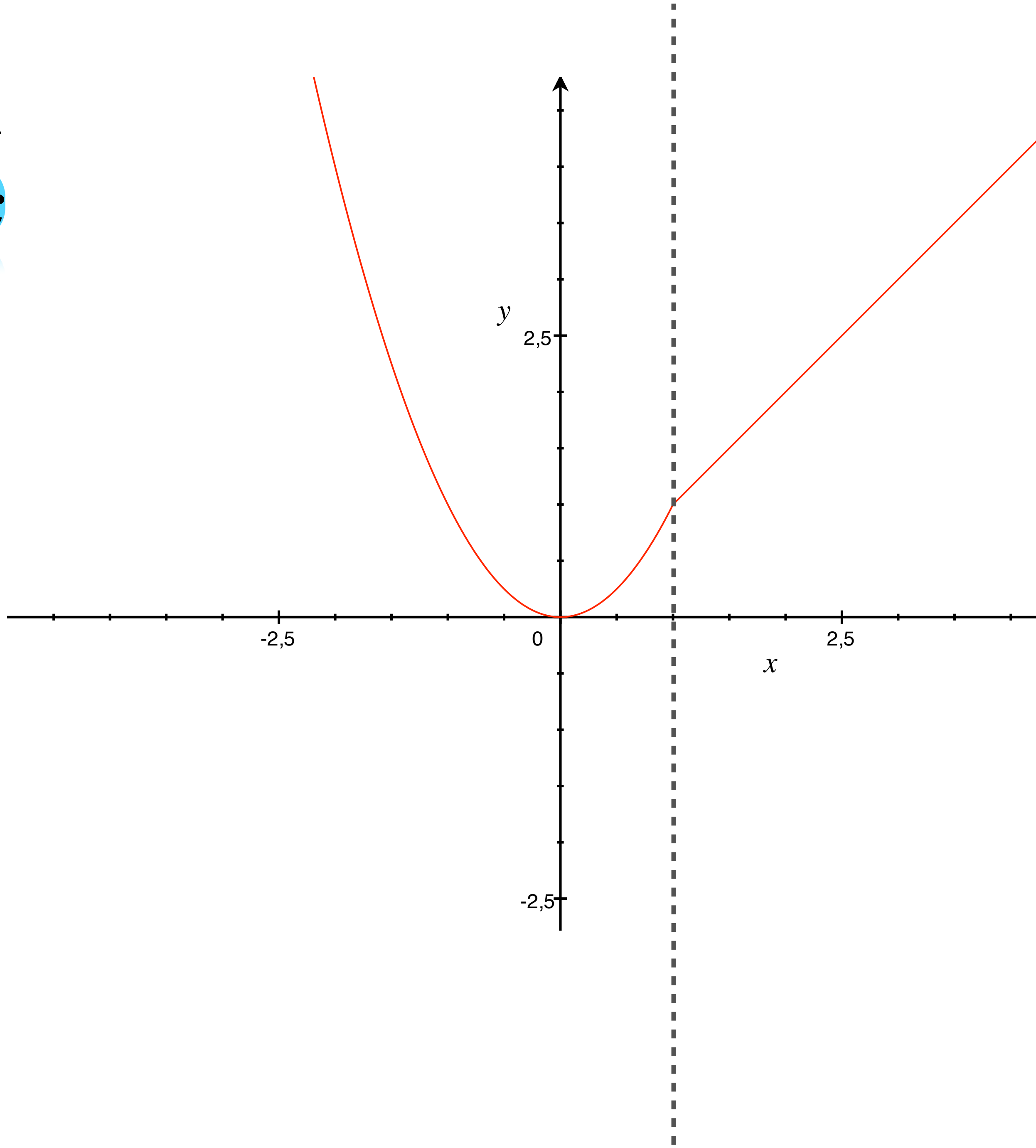
$$\lim_{h \to 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$



Exemple

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 1 \\ x & 1 < x \end{cases}$$

$$\lim_{h \to 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

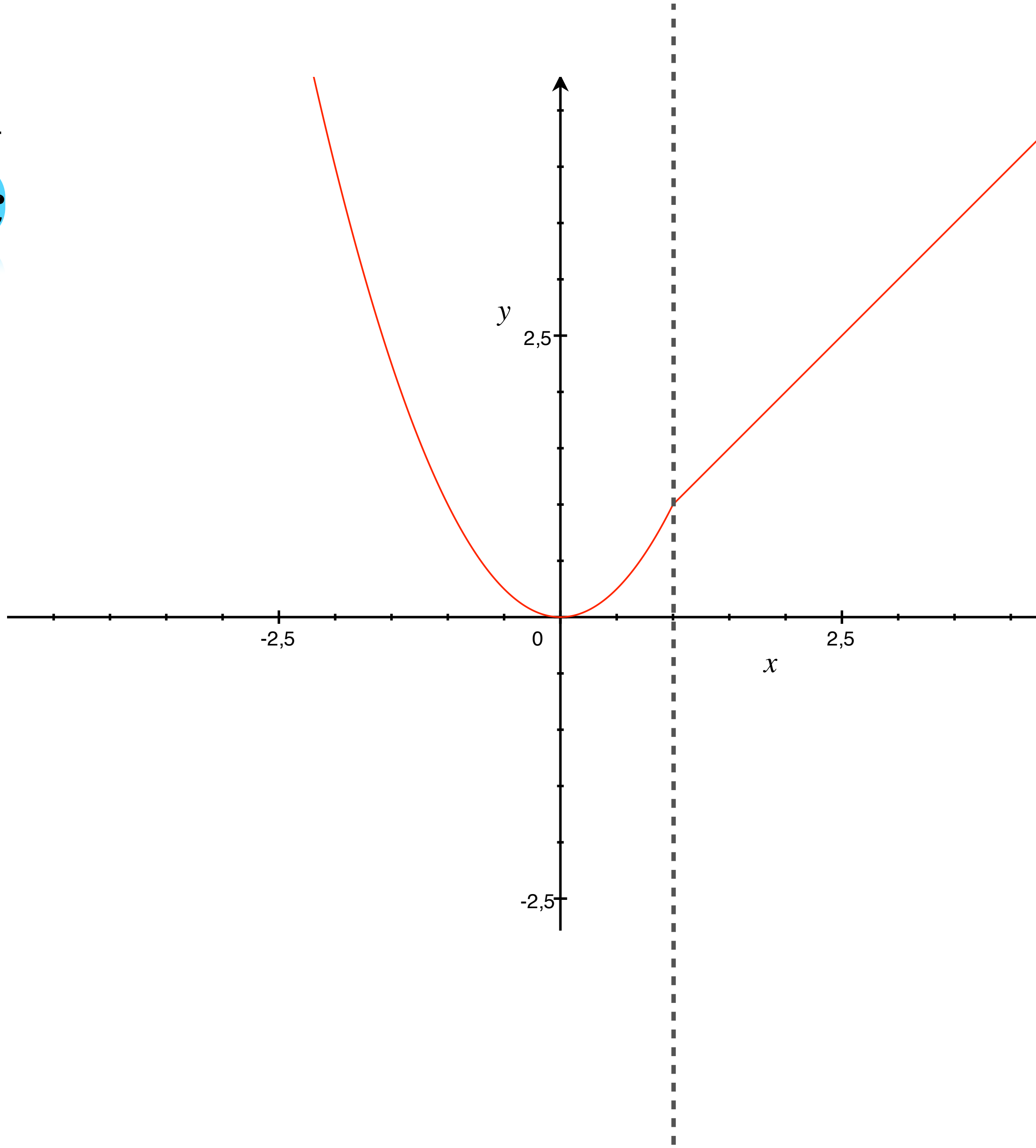


Exemple

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 1 \\ x & 1 < x \end{cases}$$

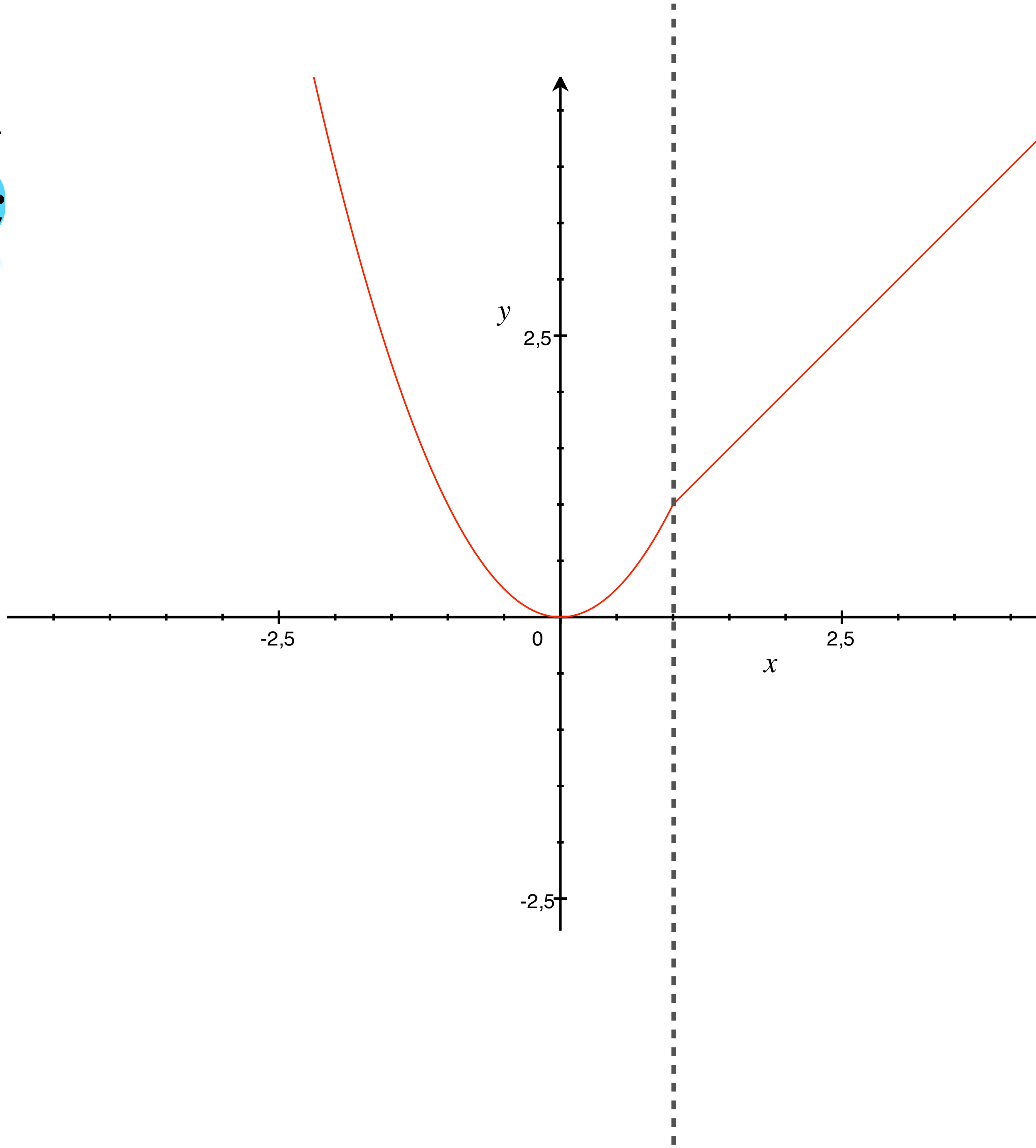
$$\lim_{h \to 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0^+} \frac{1 + h - 1}{h}$$



Exemple

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 1 \\ x & 1 < x \end{cases}$$



$$\lim_{h \to 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

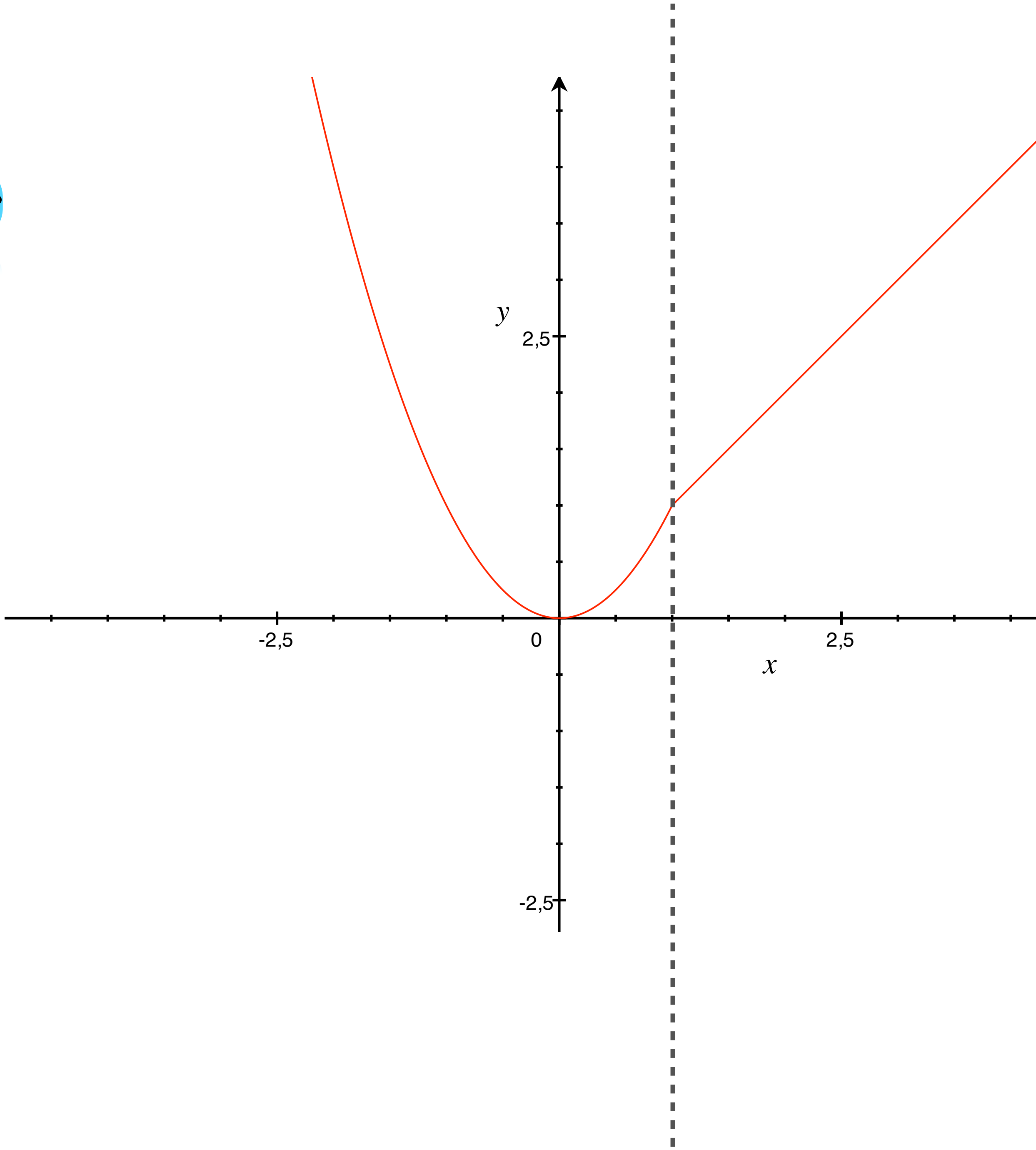
$$= \lim_{h \to 0^+} \frac{1 + h - 1}{h}$$

Exemple

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 1 \\ x & 1 < x \end{cases}$$

$$\lim_{h \to 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0^+} \frac{1 + h - 1}{h} = \lim_{h \to 0^+} \frac{h}{h}$$

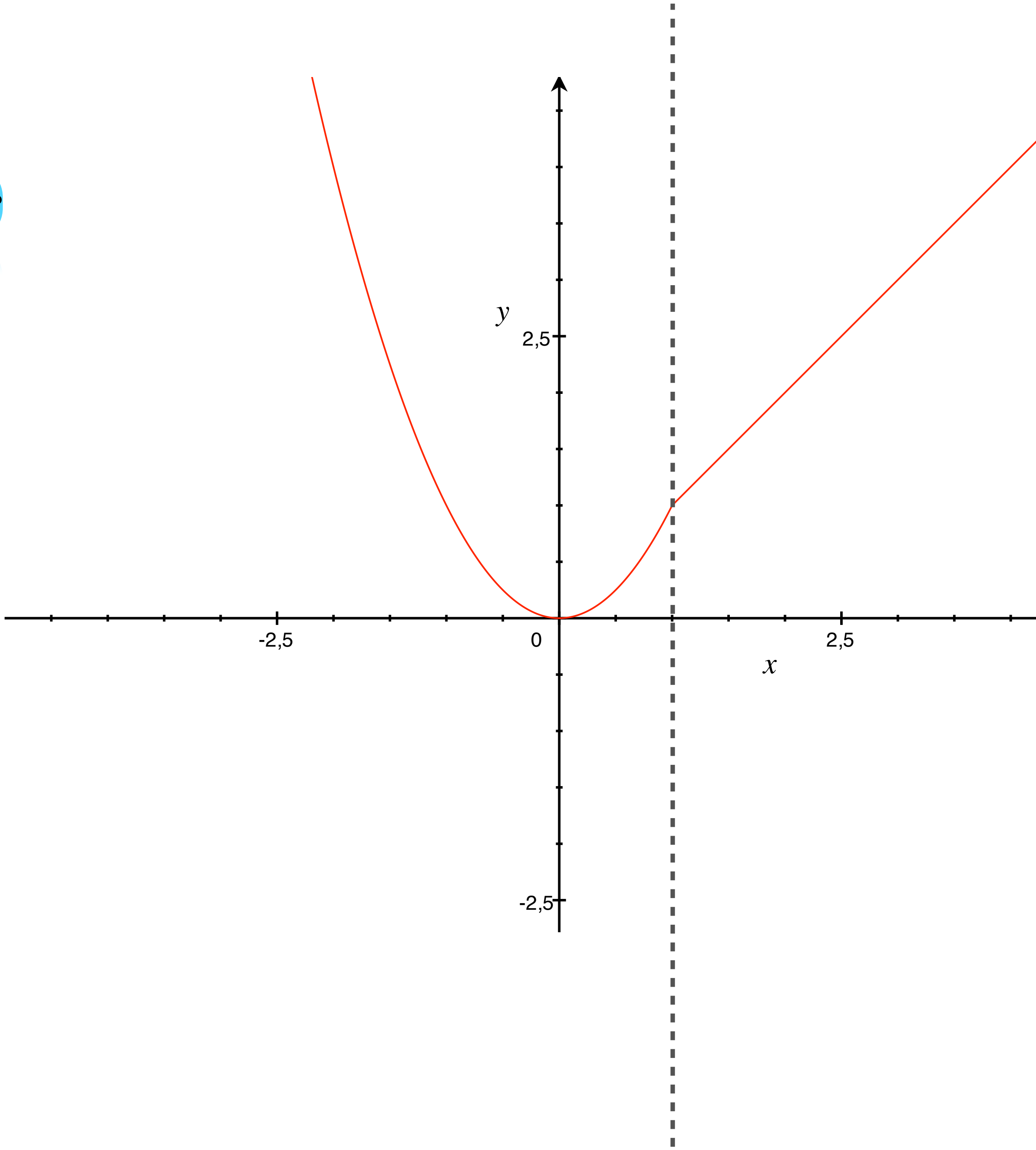


Exemple

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 1 \\ x & 1 < x \end{cases}$$

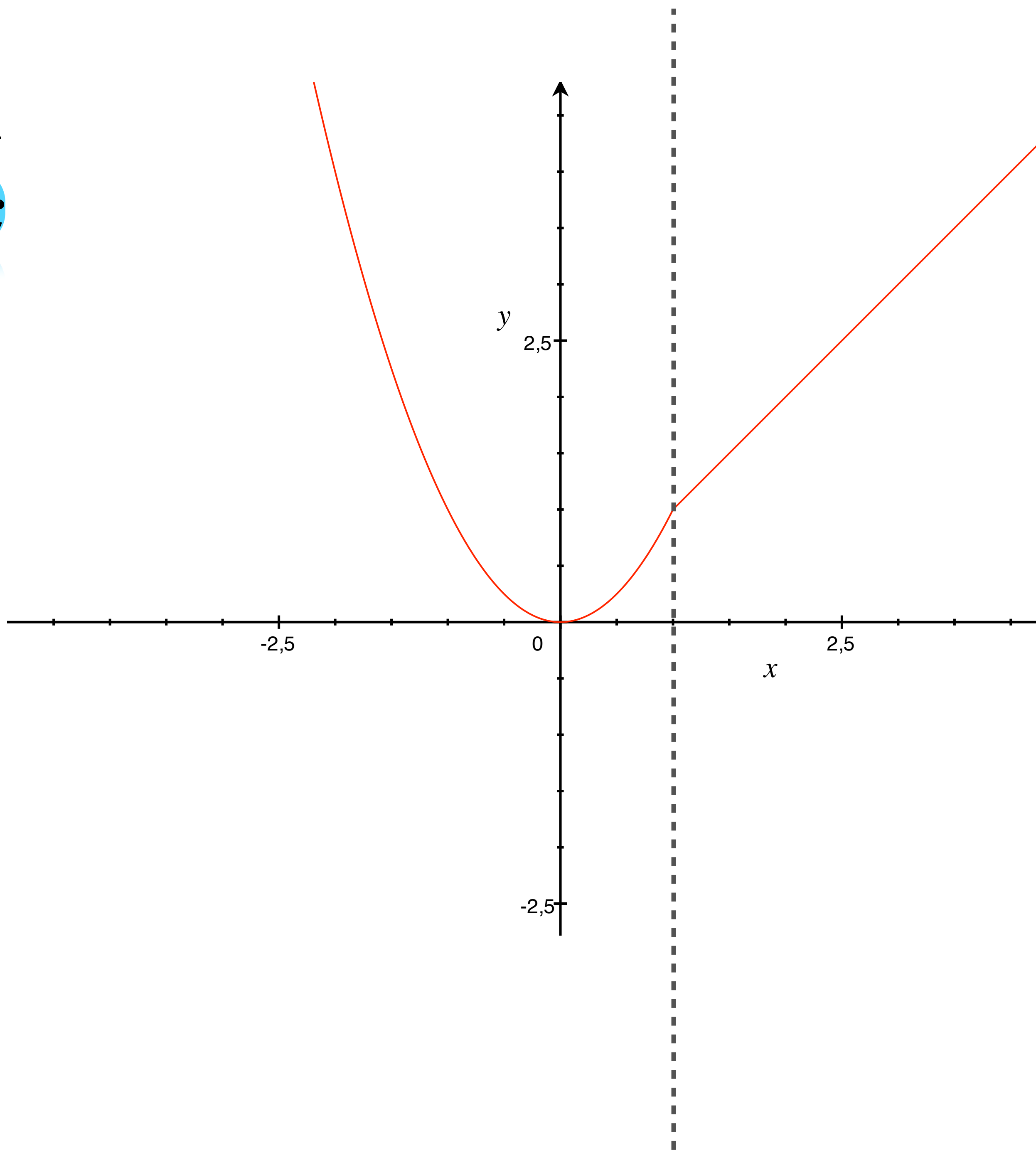
$$\lim_{h \to 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0^+} \frac{1 + h - 1}{h} = \lim_{h \to 0^+} \frac{h}{h} = 1$$



Exemple

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 1 \\ x & 1 < x \end{cases}$$



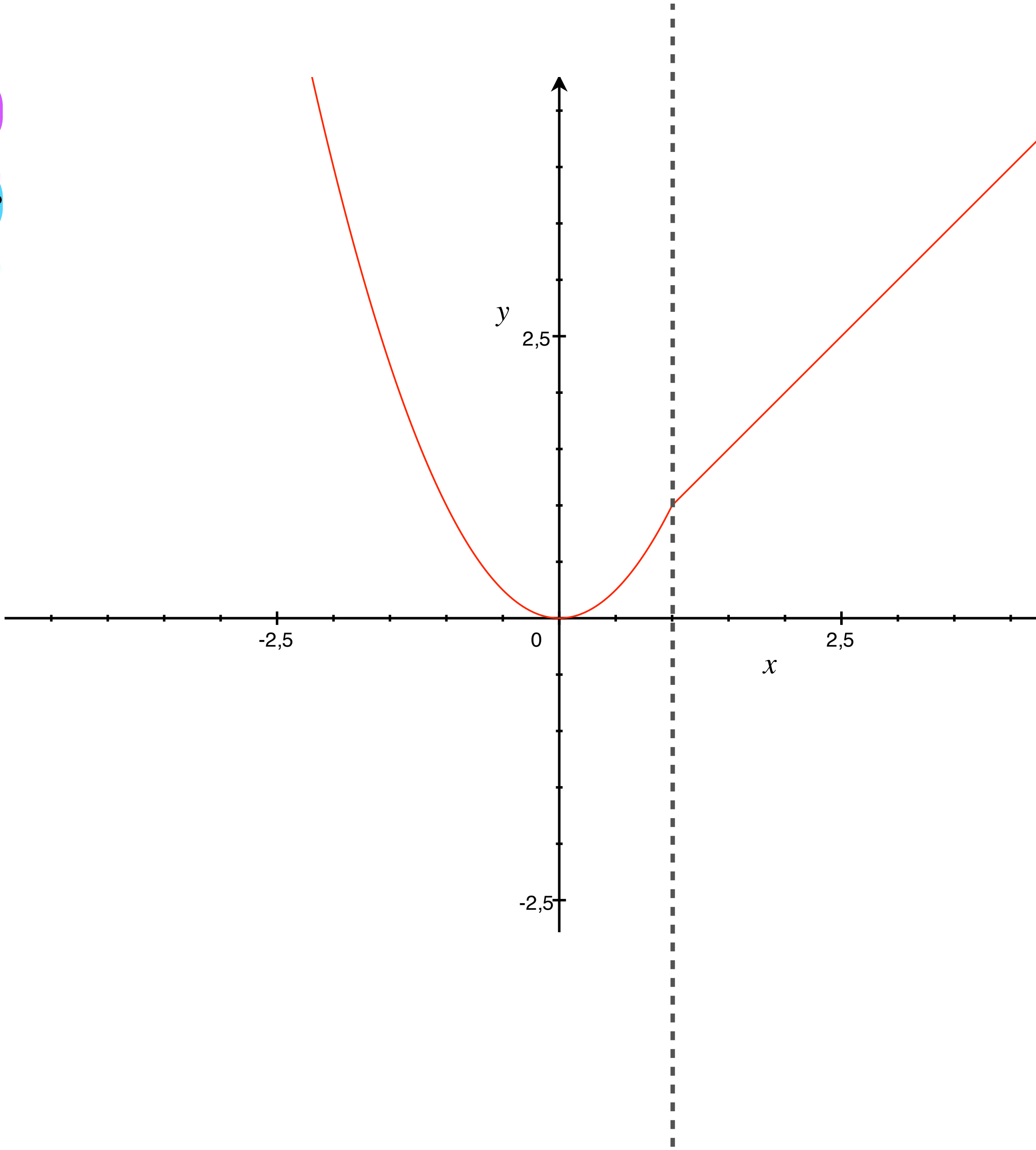
$$\lim_{h \to 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0^+} \frac{1 + h - 1}{h} = \lim_{h \to 0^+} \frac{h}{h} = 1$$

$$\lim_{h \to 0^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

Exemple

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 1 \\ x & 1 < x \end{cases}$$



$$\lim_{h \to 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0^+} \frac{1 + h - 1}{h} = \lim_{h \to 0^+} \frac{h}{h} = 1$$

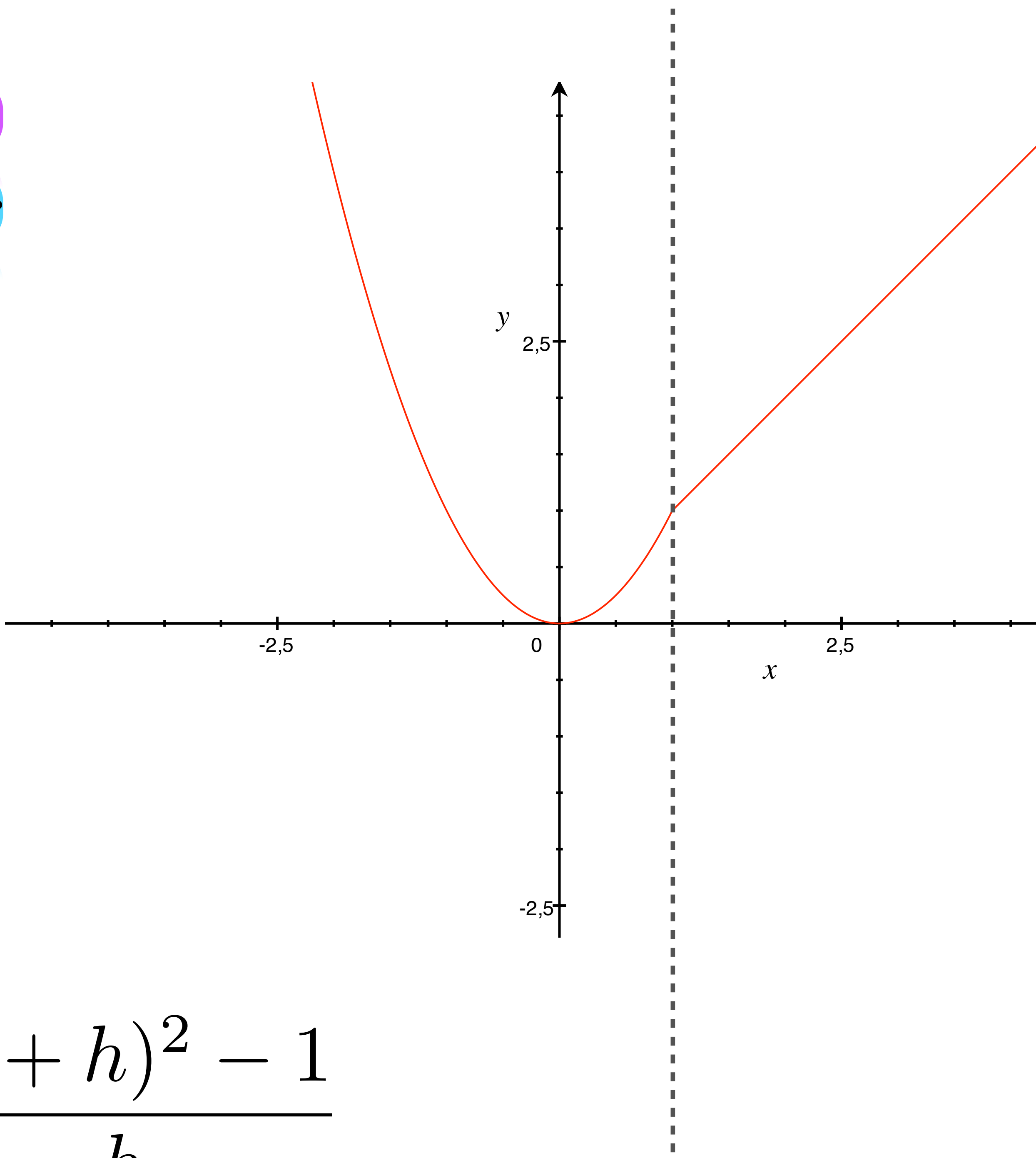
$$\lim_{h \to 0^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

Exemple

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 1 \\ x & 1 < x \end{cases}$$

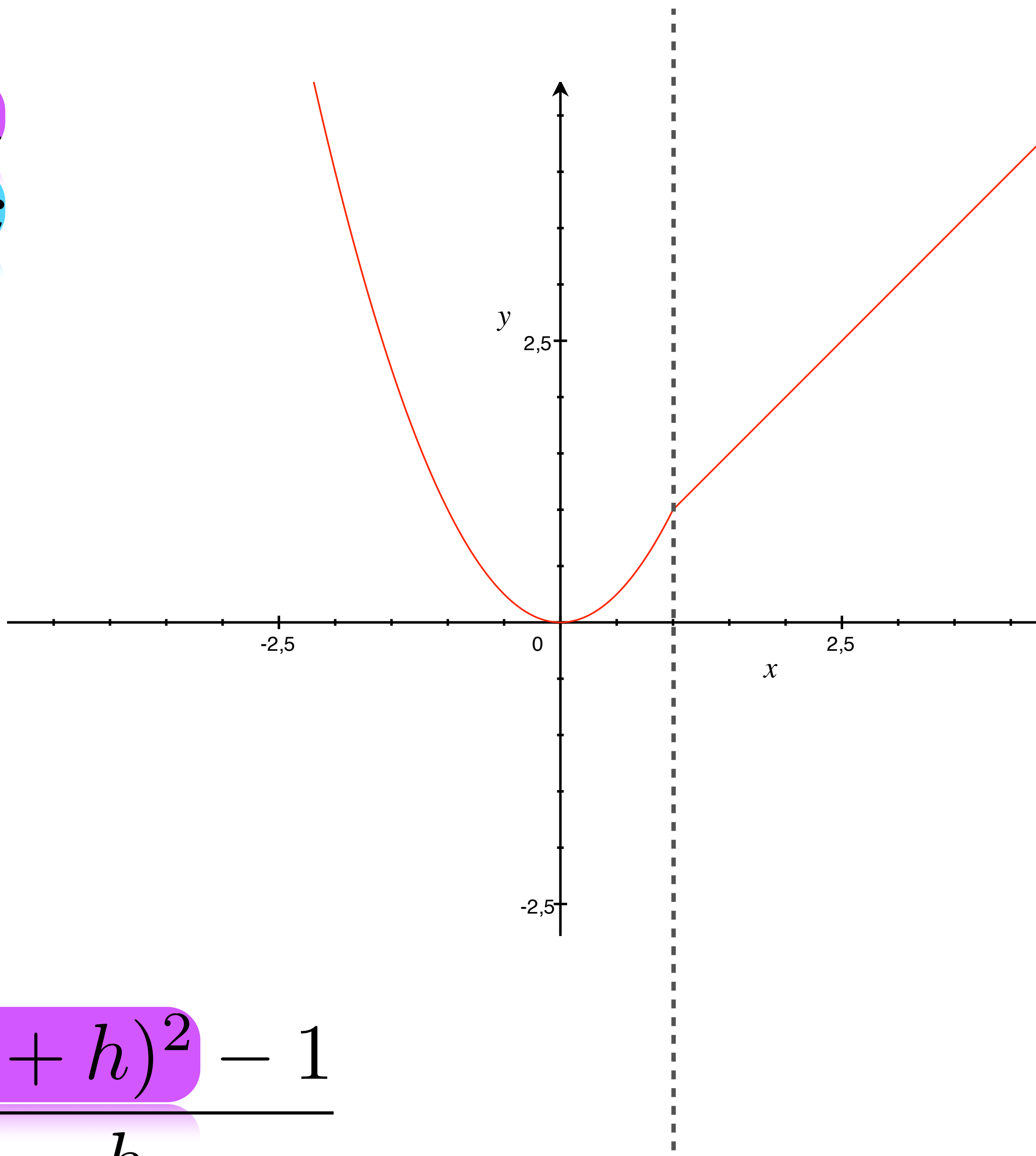
$$\lim_{h \to 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0^+} \frac{1 + h - 1}{h} = \lim_{h \to 0^+} \frac{h}{h} = 1$$



$$\lim_{h \to 0^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \to 0^-} \frac{(1+h)^2 - 1}{h}$$

Exemple $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 1 \\ x & 1 < x \end{cases}$



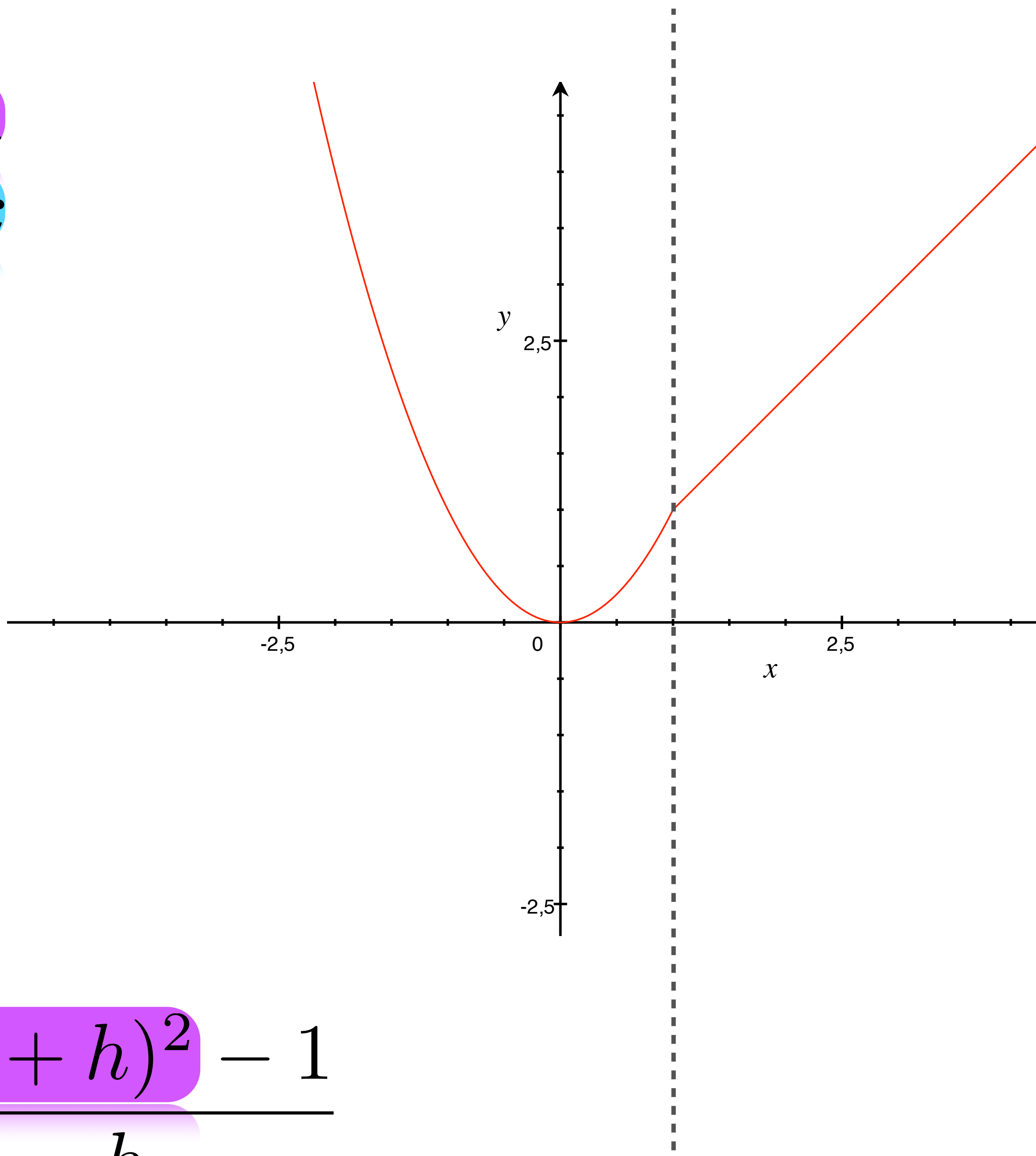
$$\lim_{h \to 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0^+} \frac{1 + h - 1}{h} = \lim_{h \to 0^+} \frac{h}{h} = 1$$

$$\lim_{h \to 0^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \to 0^-} \frac{(1+h)^2 - 1}{h}$$

Exemple

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 1 \\ x & 1 < x \end{cases}$$



$$\lim_{h \to 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

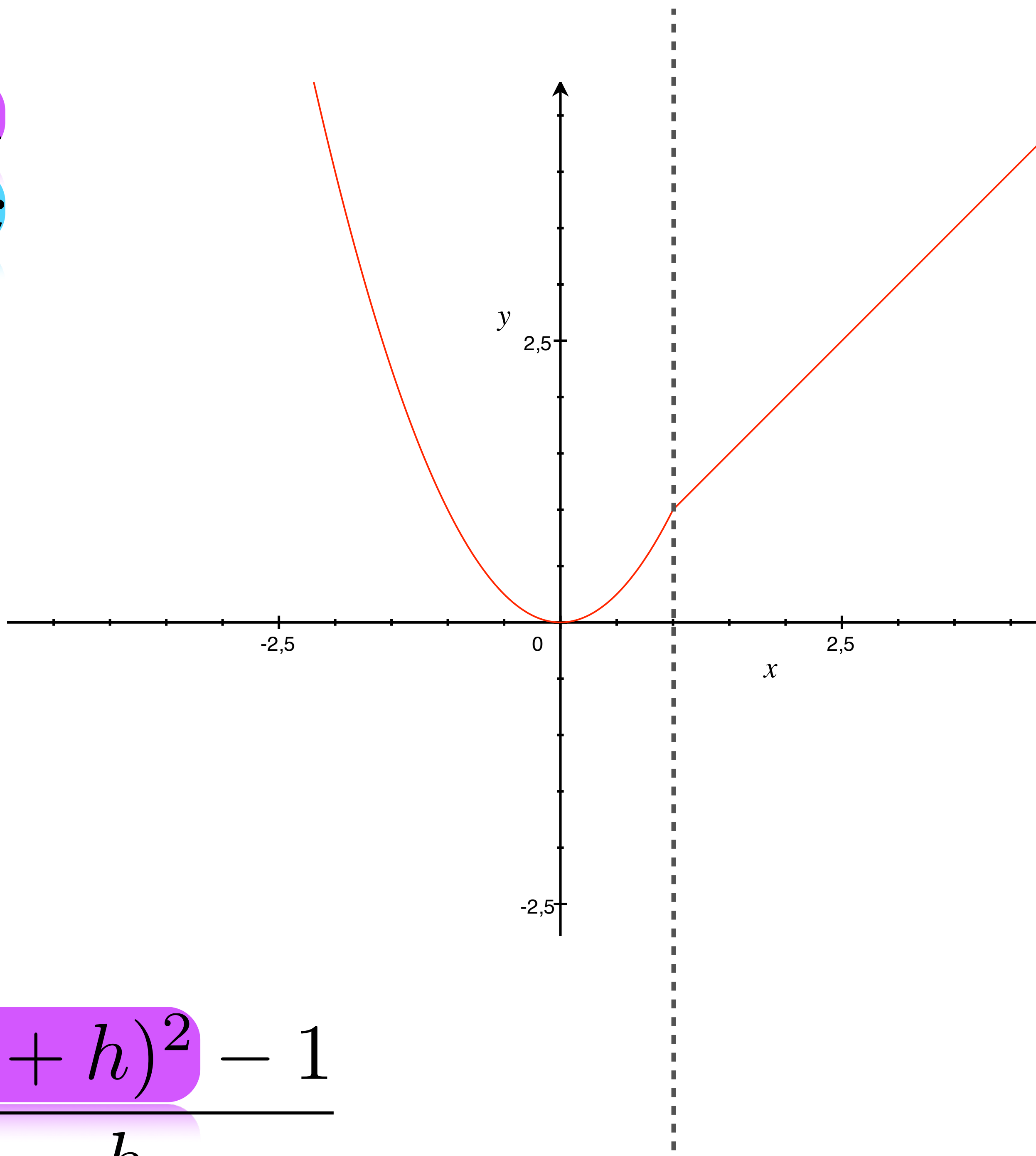
$$= \lim_{h \to 0^+} \frac{1+h-1}{h} = \lim_{h \to 0^+} \frac{h}{h} = 1$$

$$\lim_{h \to 0^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \to 0^-} \frac{(1+h)^2 - 1}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0^-} \frac{1 + 2h + h^2 - 1}{h}$$

Exemple

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \le 1 \\ x & 1 < x \end{cases}$$



$$\lim_{h \to 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

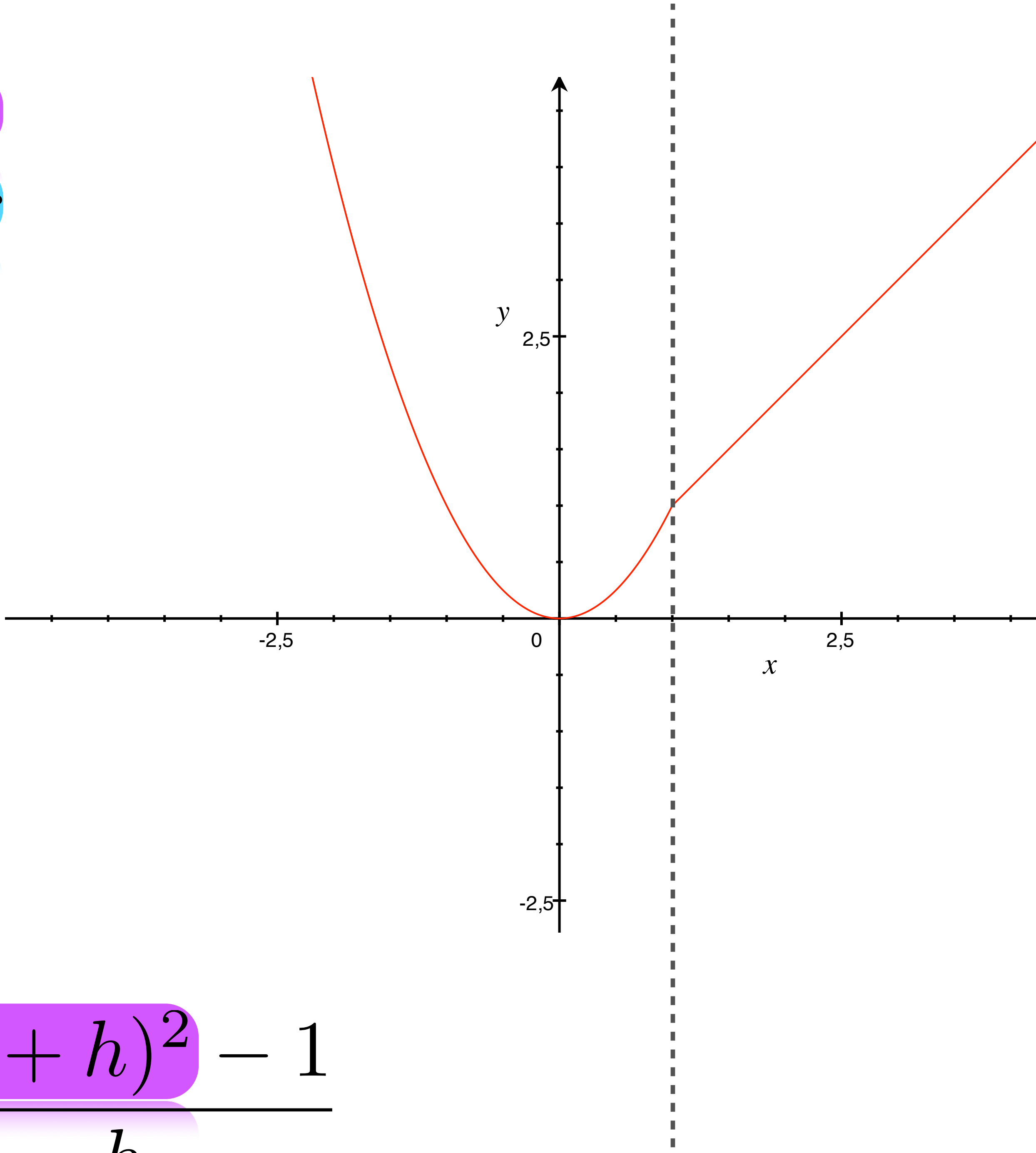
$$= \lim_{h \to 0^+} \frac{1 + h - 1}{h} = \lim_{h \to 0^+} \frac{h}{h} = 1$$

$$\lim_{h \to 0^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \to 0^-} \frac{(1+h)^2 - 1}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0^-} \frac{1 + 2h + h^2 - 1}{h} = \lim_{h \to 0^-} \frac{h(2+h)}{h}$$

Exemple

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 1 \\ x & 1 < x \end{cases}$$



$$\lim_{h \to 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

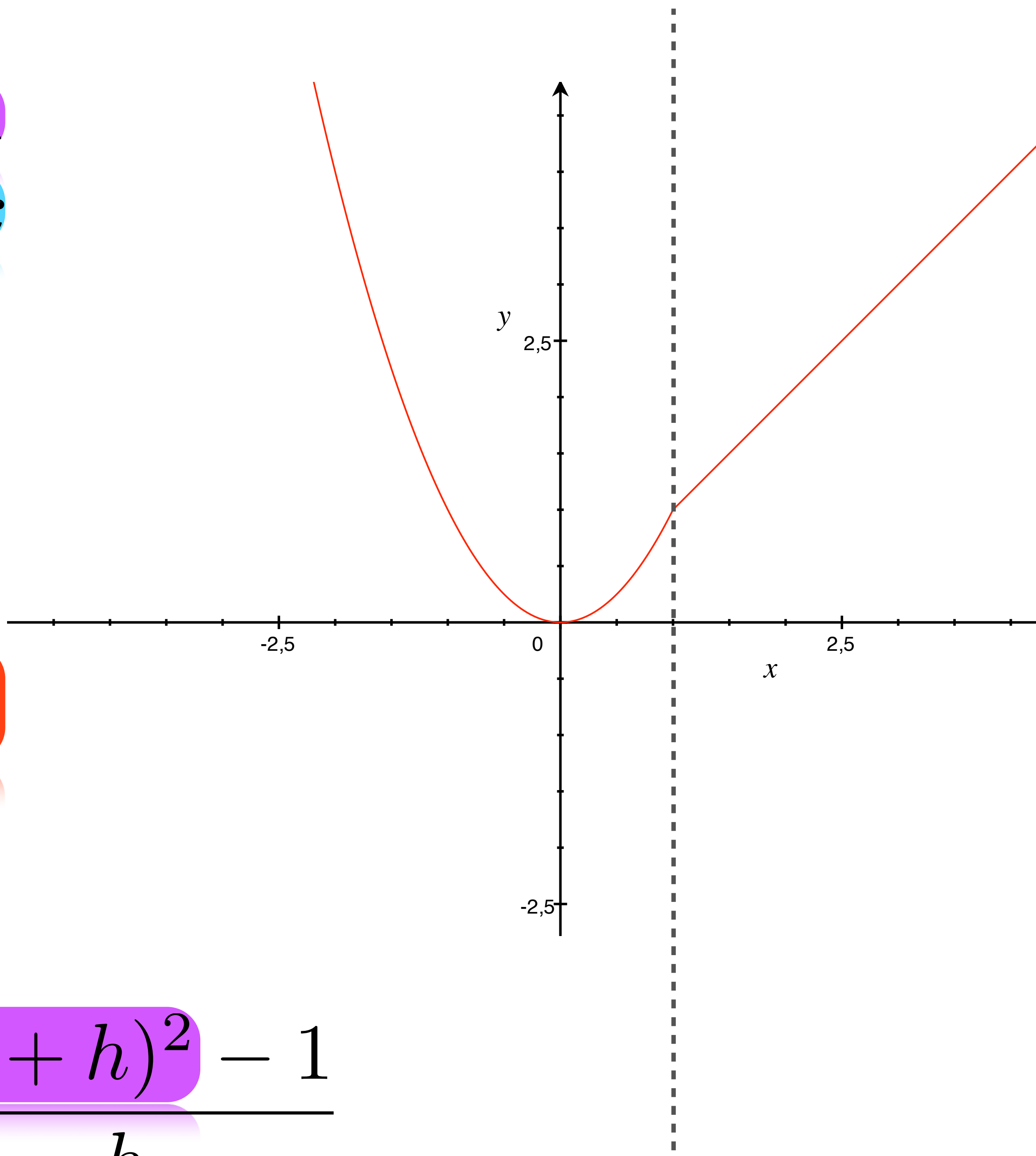
$$= \lim_{h \to 0^+} \frac{1 + h - 1}{h} = \lim_{h \to 0^+} \frac{h}{h} = 1$$

$$\lim_{h \to 0^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \to 0^-} \frac{(1+h)^2 - 1}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0^-} \frac{1 + 2h + h^2 - 1}{h} = \lim_{h \to 0^-} \frac{h(2+h)}{h} = 2$$

Exemple

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 1 \\ x & 1 < x \end{cases}$$



$$\lim_{h \to 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

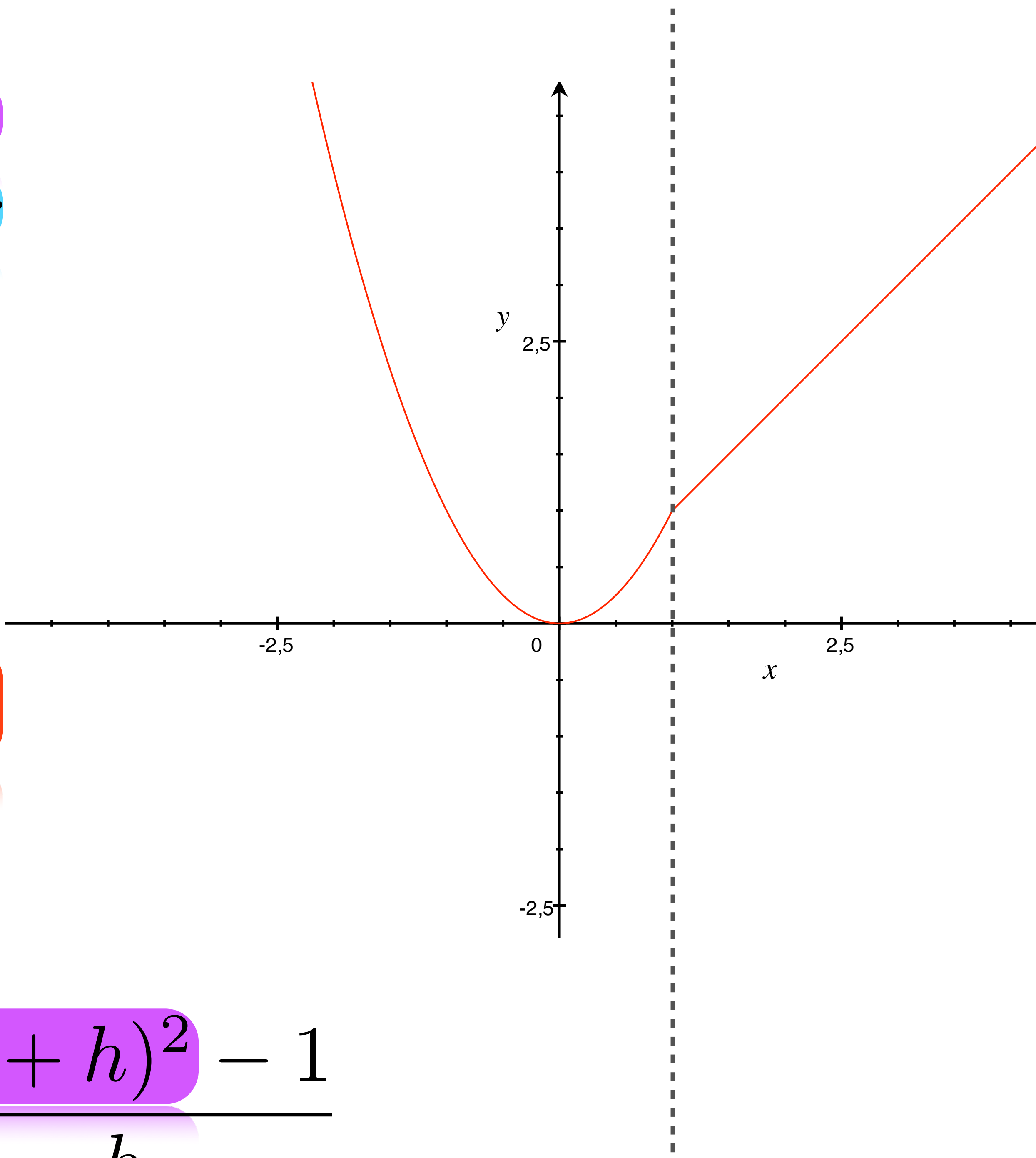
$$= \lim_{h \to 0^+} \frac{1 + h - 1}{h} = \lim_{h \to 0^+} \frac{h}{h} = 1$$

$$\lim_{h \to 0^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \to 0^-} \frac{(1+h)^2 - 1}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0^-} \frac{1 + 2h + h^2 - 1}{h} = \lim_{h \to 0^-} \frac{h(2+h)}{h} = 2$$

Exemple

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 1 \\ x & 1 < x \end{cases}$$



$$\lim_{h \to 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0^+} \frac{1+h-1}{h} = \lim_{h \to 0^+} \frac{h}{h} = 1$$

$$\lim_{h \to 0^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \to 0^-} \frac{(1+h)^2 - 1}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0^-} \frac{1+2h+h^2-1}{h} = \lim_{h \to 0^-} \frac{h(2+h)}{h} = 2$$

Donc la fonction n'est pas dérivable en 1.

Théorème f est dérivable en $a \implies f$ est continue en a.

Théorème f est dérivable en $a \implies f$ est continue en a.

Preuve:

Théorème f est dérivable en $a \implies f$ est continue en a.

Preuve: Pour montrer que f est continue, il faut montrer que

Théorème f est dérivable en $a \implies f$ est continue en a.

Preuve: Pour montrer que f est continue, il faut montrer que

$$\lim_{x \longrightarrow a} f(x) = f(a)$$

Théorème f est dérivable en a $\Longrightarrow$ f est continue en a.

Preuve: Pour montrer que f est continue, il faut montrer que

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$$

$$\iff \left(\lim_{x \to a} f(x)\right) - f(a) = 0$$

Théorème f est dérivable en a $\Longrightarrow$ f est continue en a.

Preuve: Pour montrer que f est continue, il faut montrer que

$$\lim_{x \longrightarrow a} f(x) = f(a)$$

$$\Longleftrightarrow \quad \left(\lim_{x \longrightarrow a} f(x)\right) - f(a) = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \lim_{x \longrightarrow a} (f(x) - f(a)) = 0$$

Théorème f est dérivable en a $\Longrightarrow$ f est continue en a.

Preuve: Pour montrer que f est continue, il faut montrer que

$$\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$$

$$\Longleftrightarrow \quad \left(\lim_{x\to a} f(x)\right) - f(a) = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \lim_{x\to a}(f(x) - f(a)) = 0$$

$$\lim_{x\to a}(f(x) - f(a))$$

Théorème f est dérivable en $a \Longrightarrow$ f est continue en a.

Preuve: Pour montrer que f est continue, il faut montrer que

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$$

$$\Longleftrightarrow \left(\lim_{x \to a} f(x)\right) - f(a) = 0 \Longleftrightarrow \lim_{x \to a} (f(x) - f(a)) = 0$$

$$\lim_{x \to a} (f(x) - f(a)) = \lim_{x \to a} (f(x) - f(a)) \left(\frac{x-a}{x-a}\right)$$

Théorème f est dérivable en a $\Longrightarrow$ f est continue en a.

Preuve: Pour montrer que f est continue, il faut montrer que

$$\lim_{x\longrightarrow a} f(x) = f(a)$$

$$\Longleftrightarrow \quad \left(\lim_{x\longrightarrow a} f(x)\right) - f(a) = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \lim_{x\longrightarrow a} \left(f(x) - f(a)\right) = 0$$

$$\lim_{x\longrightarrow a}\left(f(x) - f(a)\right) = \lim_{x\longrightarrow a}\left(f(x) - f(a)\right)\left(\frac{x-a}{x-a}\right)$$

$$= \lim_{x\longrightarrow a}\left(\frac{f(x) - f(a)}{x-a}\right)(x-a)$$

Théorème f est dérivable en $a \implies f$ est continue en a.

Preuve: Pour montrer que f est continue, il faut montrer que

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$$

$$\iff \left(\lim_{x \to a} f(x)\right) - f(a) = 0 \iff \lim_{x \to a} (f(x) - f(a)) = 0$$

$$\begin{aligned}
\lim_{x \to a} (f(x) - f(a)) &= \lim_{x \to a} (f(x) - f(a)) \left(\frac{x-a}{x-a}\right) \\
&= \lim_{x \to a} \left(\frac{f(x) - f(a)}{x-a}\right)(x-a) \\
&= \lim_{x \to a} \left(\frac{f(x) - f(a)}{x-a}\right) \lim_{x \to a} (x-a)
\end{aligned}$$

Théorème f est dérivable en a $\Longrightarrow$ f est continue en a.

Preuve: Pour montrer que f est continue, il faut montrer que

$$\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$$

$$\Longleftrightarrow \quad \left(\lim_{x\to a} f(x)\right) - f(a) = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \lim_{x\to a}\left(f(x) - f(a)\right) = 0$$

$$\lim_{x\to a}\left(f(x)-f(a)\right) = \lim_{x\to a}\left(f(x)-f(a)\right)\left(\frac{x-a}{x-a}\right)$$

$$= \lim_{x\to a}\left(\frac{f(x)-f(a)}{x-a}\right)(x-a)$$

Si cette limite existe

$$= \boxed{\lim_{x\to a}\left(\frac{f(x)-f(a)}{x-a}\right)} \lim_{x\to a}(x-a)$$

Théorème f est dérivable en a $\Longrightarrow$ f est continue en a.

Preuve: Pour montrer que f est continue, il faut montrer que

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$$

$$\Longleftrightarrow \quad \left(\lim_{x \to a} f(x)\right) - f(a) = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \lim_{x \to a} \left(f(x) - f(a)\right) = 0$$

$$\lim_{x \to a} \left(f(x) - f(a)\right) = \lim_{x \to a} \left(f(x) - f(a)\right) \left(\frac{x-a}{x-a}\right)$$

$$= \lim_{x \to a} \left(\frac{f(x) - f(a)}{x-a}\right)(x-a)$$

Si cette limite existe

$$= \boxed{\lim_{x \to a} \left(\frac{f(x) - f(a)}{x-a}\right)} \lim_{x \to a} (x-a)$$

Mais

Théorème f est dérivable en a $\Longrightarrow$ f est continue en a.

Preuve: Pour montrer que f est continue, il faut montrer que

$$\lim_{x \longrightarrow a} f(x) = f(a)$$

$$\iff \left(\lim_{x \longrightarrow a} f(x)\right) - f(a) = 0 \iff \lim_{x \longrightarrow a} (f(x) - f(a)) = 0$$

$$\lim_{x \longrightarrow a} (f(x) - f(a)) = \lim_{x \longrightarrow a} (f(x) - f(a)) \left(\frac{x-a}{x-a}\right)$$

$$= \lim_{x \longrightarrow a} \left(\frac{f(x) - f(a)}{x-a}\right)(x-a)$$

Si cette limite existe

$$= \boxed{\lim_{x \longrightarrow a} \left(\frac{f(x) - f(a)}{x-a}\right)} \lim_{x \longrightarrow a} (x-a)$$

Mais

$$= f'(a)(0)$$

Théorème f est dérivable en a $\Longrightarrow$ f est continue en a.

Preuve: Pour montrer que f est continue, il faut montrer que

$$\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$$

$$\Longleftrightarrow \quad \left(\lim_{x\to a} f(x)\right) - f(a) = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \lim_{x\to a} (f(x) - f(a)) = 0$$

$$\lim_{x\to a} (f(x) - f(a)) = \lim_{x\to a} (f(x) - f(a)) \left(\frac{x-a}{x-a}\right)$$

$$= \lim_{x\to a} \left(\frac{f(x) - f(a)}{x-a}\right)(x-a)$$

Si cette limite existe

$$= \boxed{\lim_{x\to a} \left(\frac{f(x) - f(a)}{x-a}\right)} \lim_{x\to a} (x-a)$$

Mais

$$= f'(a)(0) \quad = 0$$

Théorème f est dérivable en a $\Longrightarrow$ f est continue en a.

Preuve: Pour montrer que f est continue, il faut montrer que

$$\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$$

$$\Longleftrightarrow \quad \left(\lim_{x\to a} f(x)\right) - f(a) = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \lim_{x\to a} (f(x) - f(a)) = 0$$

$$\lim_{x\to a} (f(x) - f(a)) = \lim_{x\to a} (f(x) - f(a)) \left(\frac{x-a}{x-a}\right)$$

$$= \lim_{x\to a} \left(\frac{f(x) - f(a)}{x-a}\right)(x-a)$$

Si cette limite existe

$$= \lim_{x\to a} \left(\frac{f(x) - f(a)}{x-a}\right) \lim_{x\to a} (x-a)$$

Mais

$$= f'(a)(0) \quad = 0$$

Théorème f est dérivable en a $\Longrightarrow$ f est continue en a.

Preuve: Pour montrer que f est continue, il faut montrer que

$$\lim_{x \longrightarrow a} f(x) = f(a)$$

$$\Longleftrightarrow \quad \left(\lim_{x \longrightarrow a} f(x)\right) - f(a) = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \lim_{x \longrightarrow a} \left(f(x) - f(a)\right) = 0$$

$$\lim_{x \longrightarrow a} \left(f(x) - f(a)\right) = \lim_{x \longrightarrow a} \left(f(x) - f(a)\right) \left(\frac{x-a}{x-a}\right)$$

$$= \lim_{x \longrightarrow a} \left(\frac{f(x) - f(a)}{x-a}\right)(x-a)$$

Si cette limite existe

$$= \lim_{x \longrightarrow a} \left(\frac{f(x) - f(a)}{x-a}\right) \lim_{x \longrightarrow a} (x-a)$$

Mais

$$= f'(a)(0) = 0$$

Le dernier théorème n’est pas très pratique, car il est plus simple de savoir si une fonction est continue que dérivable.

Le dernier théorème n’est pas très pratique, car il est plus simple de savoir si une fonction est continue que dérivable.

Par contre, la contraposé de l’affirmation nous aide.

Le dernier théorème n'est pas très pratique, car il est plus simple de savoir si une fonction est continue que dérivable.

Par contre, la contraposé de l'affirmation nous aide.

$$A \Longrightarrow B$$

Le dernier théorème n'est pas très pratique, car il est plus simple de savoir si une fonction est continue que dérivable.

Par contre, la contraposé de l'affirmation nous aide.

$A \implies B$

$\neg B \implies \neg A$

Le dernier théorème n'est pas très pratique, car il est plus simple de savoir si une fonction est continue que dérivable.

Par contre, la contraposé de l'affirmation nous aide.

$A \Longrightarrow B$ $\qquad\qquad$ $\neg B \Longrightarrow \neg A$

Si j'ai mangé des betteraves

Le dernier théorème n'est pas très pratique, car il est plus simple de savoir si une fonction est continue que dérivable.

Par contre, la contraposé de l'affirmation nous aide.

$$A \Longrightarrow B \qquad\qquad \neg B \Longrightarrow \neg A$$

Si j'ai mangé des betteraves

alors j'ai la langue rouge

Le dernier théorème n'est pas très pratique, car il est plus simple de savoir si une fonction est continue que dérivable.

Par contre, la contraposé de l'affirmation nous aide.

$A \implies B$ $\qquad\qquad$ $\neg B \implies \neg A$

Si j'ai mangé des betteraves

alors j'ai la langue rouge

Le dernier théorème n'est pas très pratique, car il est plus simple de savoir si une fonction est continue que dérivable.

Par contre, la contraposé de l'affirmation nous aide.

$$A \Longrightarrow B \qquad \neg B \Longrightarrow \neg A$$

Si j'ai mangé des betteraves

alors j'ai la langue rouge

Le dernier théorème n'est pas très pratique, car il est plus simple de savoir si une fonction est continue que dérivable.

Par contre, la contraposé de l'affirmation nous aide.

$$A \Longrightarrow B \qquad\qquad \neg B \Longrightarrow \neg A$$

Si j'ai mangé des betteraves

alors j'ai la langue rouge

Si je n'ai pas la langue rouge

Le dernier théorème n'est pas très pratique, car il est plus simple de savoir si une fonction est continue que dérivable.

Par contre, la contraposé de l'affirmation nous aide.

$$A \implies B \qquad\qquad \neg B \implies \neg A$$

Si j'ai mangé des betteraves — Si je n'ai pas la langue rouge

alors j'ai la langue rouge — alors je n'ai pas mangé de betteraves

Le dernier théorème n'est pas très pratique, car il est plus simple de savoir si une fonction est continue que dérivable.

Par contre, la contraposé de l'affirmation nous aide.

$$A \implies B \qquad\qquad \neg B \implies \neg A$$

Si j'ai mangé des betteraves alors j'ai la langue rouge

Si je n'ai pas la langue rouge alors je n'ai pas mangé de betteraves

Le dernier théorème n'est pas très pratique, car il est plus simple de savoir si une fonction est continue que dérivable.

Par contre, la contraposé de l'affirmation nous aide.

$$A \Longrightarrow B$$

Si j'ai mangé des betteraves

alors j'ai la langue rouge

$$\neg B \Longrightarrow \neg A$$

Si je n'ai pas la langue rouge

alors je n'ai pas mangé de betteraves

Le dernier théorème n'est pas très pratique, car il est plus simple de savoir si une fonction est continue que dérivable.

Par contre, la contraposé de l'affirmation nous aide.

$A \Longrightarrow B$

Si j'ai mangé des betteraves

alors j'ai la langue rouge

$\neg B \Longrightarrow \neg A$

Si je n'ai pas la langue rouge

alors je n'ai pas mangé de betteraves

Le dernier théorème n’est pas très pratique, car il est plus simple de savoir si une fonction est continue que dérivable.

Par contre, la contraposé de l’affirmation nous aide.

$$A \implies B \qquad\qquad \neg B \implies \neg A$$

Si j’ai mangé des betteraves
alors j’ai la langue rouge

Si je n’ai pas la langue rouge
alors je n’ai pas mangé de betteraves

Le dernier théorème n'est pas très pratique, car il est plus simple de savoir si une fonction est continue que dérivable.

Par contre, la contraposé de l'affirmation nous aide.

$A \Longrightarrow B$

Si j'ai mangé des betteraves

alors j'ai la langue rouge

$\neg B \Longrightarrow \neg A$

Si je n'ai pas la langue rouge

alors je n'ai pas mangé de betteraves

Corollaire:

Le dernier théorème n'est pas très pratique, car il est plus simple de savoir si une fonction est continue que dérivable.

Par contre, la contraposé de l'affirmation nous aide.

$A \Longrightarrow B$

Si j'ai mangé des betteraves

alors j'ai la langue rouge

$\neg B \Longrightarrow \neg A$

Si je n'ai pas la langue rouge

alors je n'ai pas mangé de betteraves

Corollaire:

f n'est pas continue en a

Le dernier théorème n'est pas très pratique, car il est plus simple de savoir si une fonction est continue que dérivable.

Par contre, la contraposé de l'affirmation nous aide.

$A \Longrightarrow B$

$\neg B \Longrightarrow \neg A$

Si j'ai mangé des betteraves

alors j'ai la langue rouge

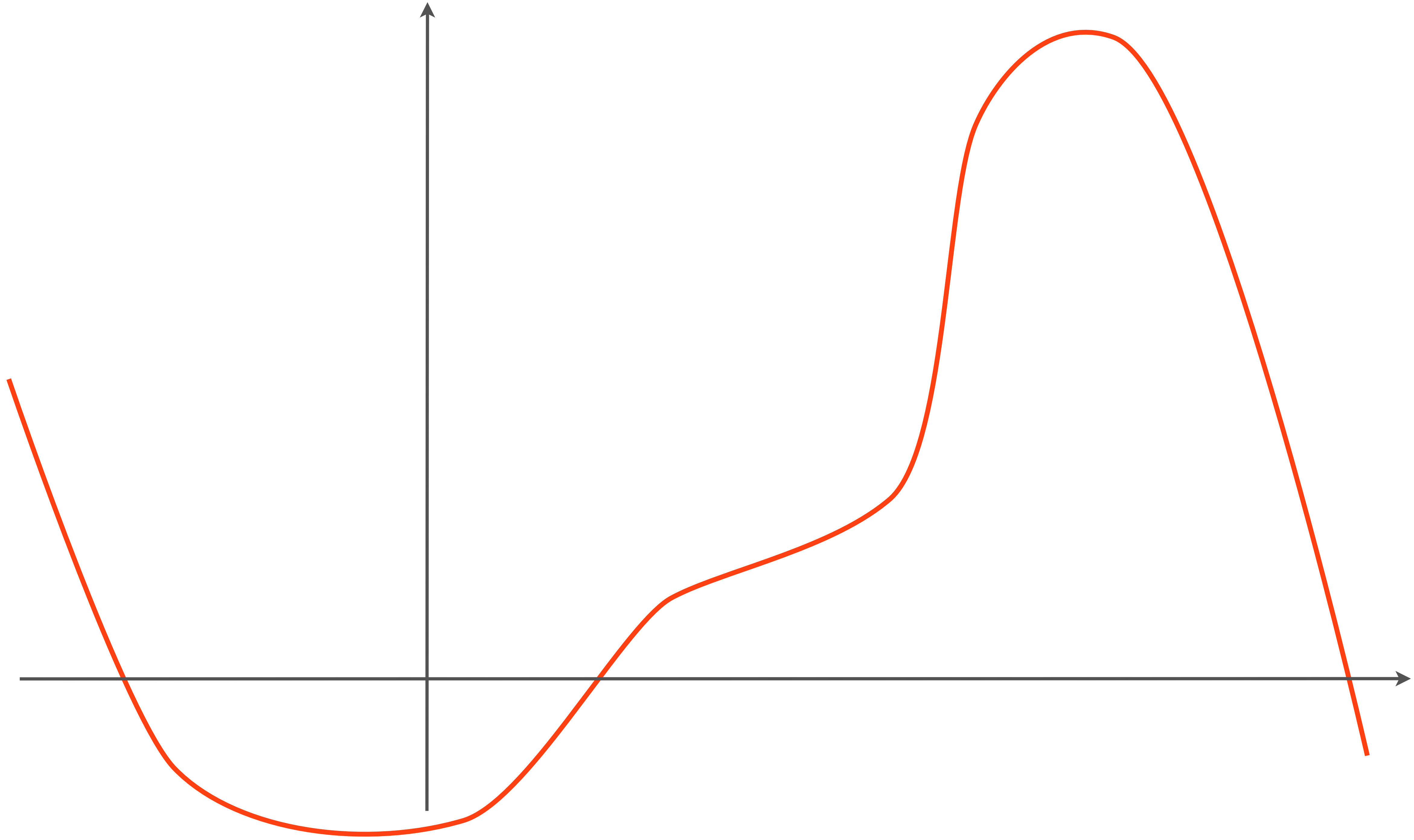
Si je n'ai pas la langue rouge

alors je n'ai pas mangé de betteraves

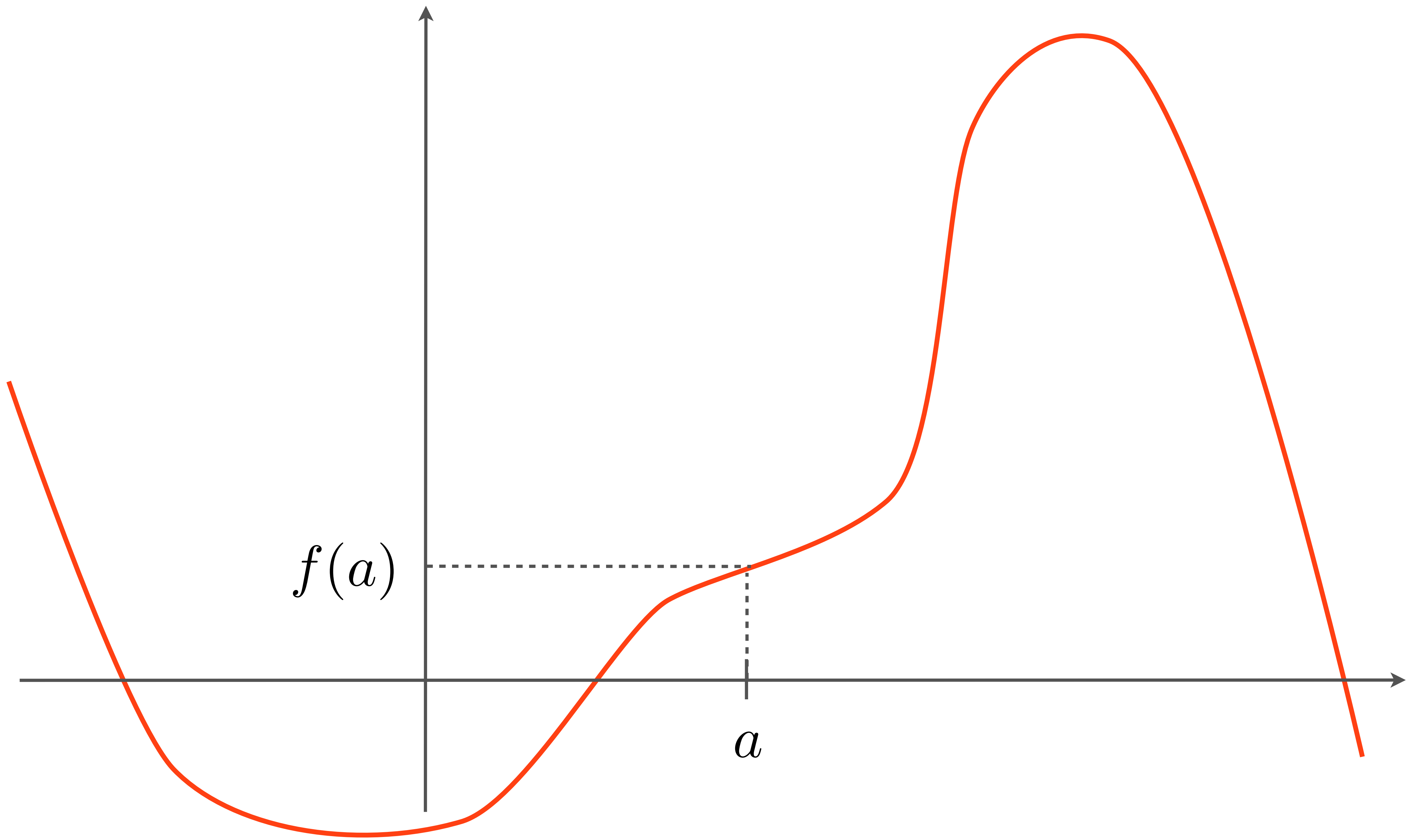
Corollaire:

f n'est pas continue en a $\Longrightarrow$ f n'est pas dérivable en a.

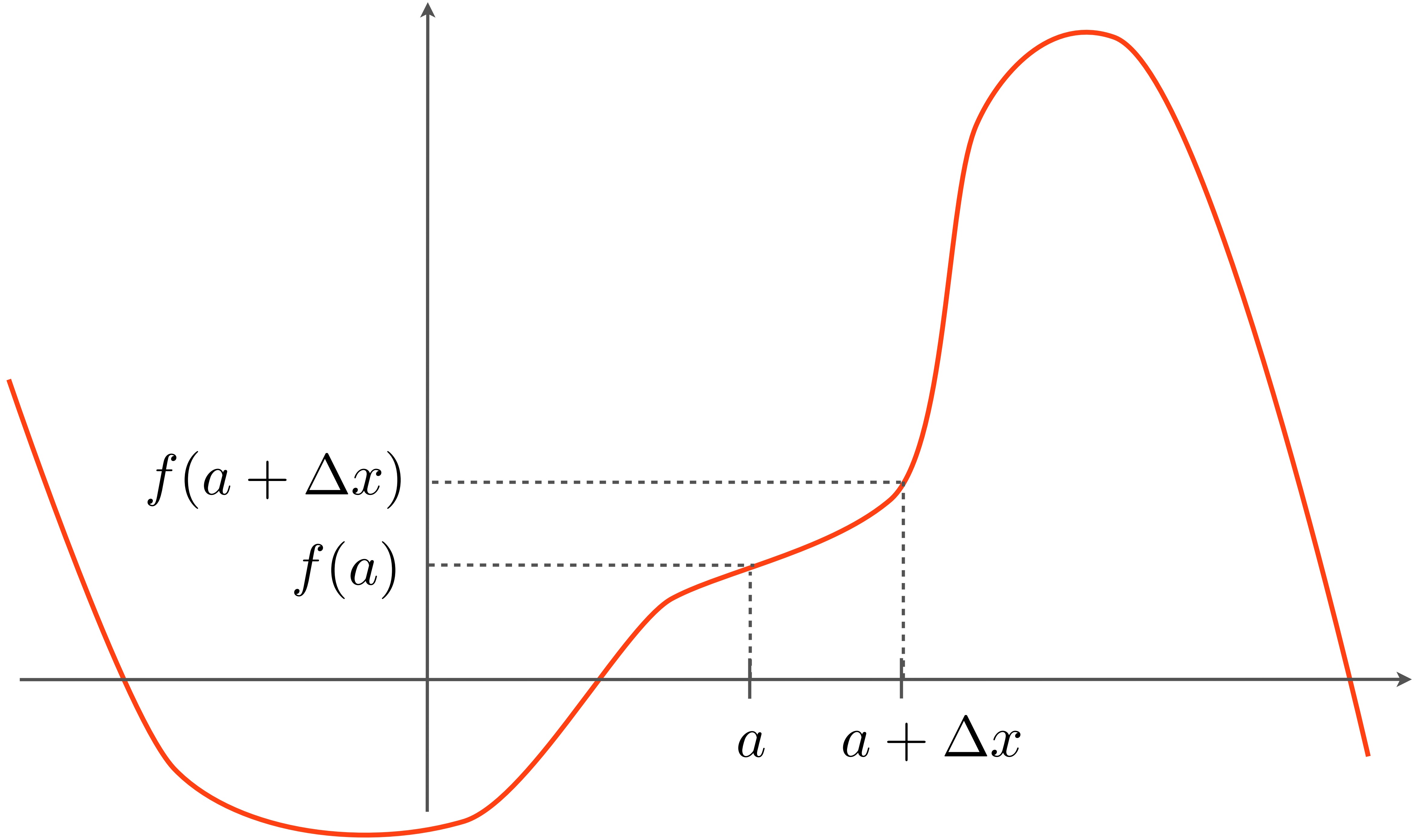
Soit $f(x)$ une fonction continue



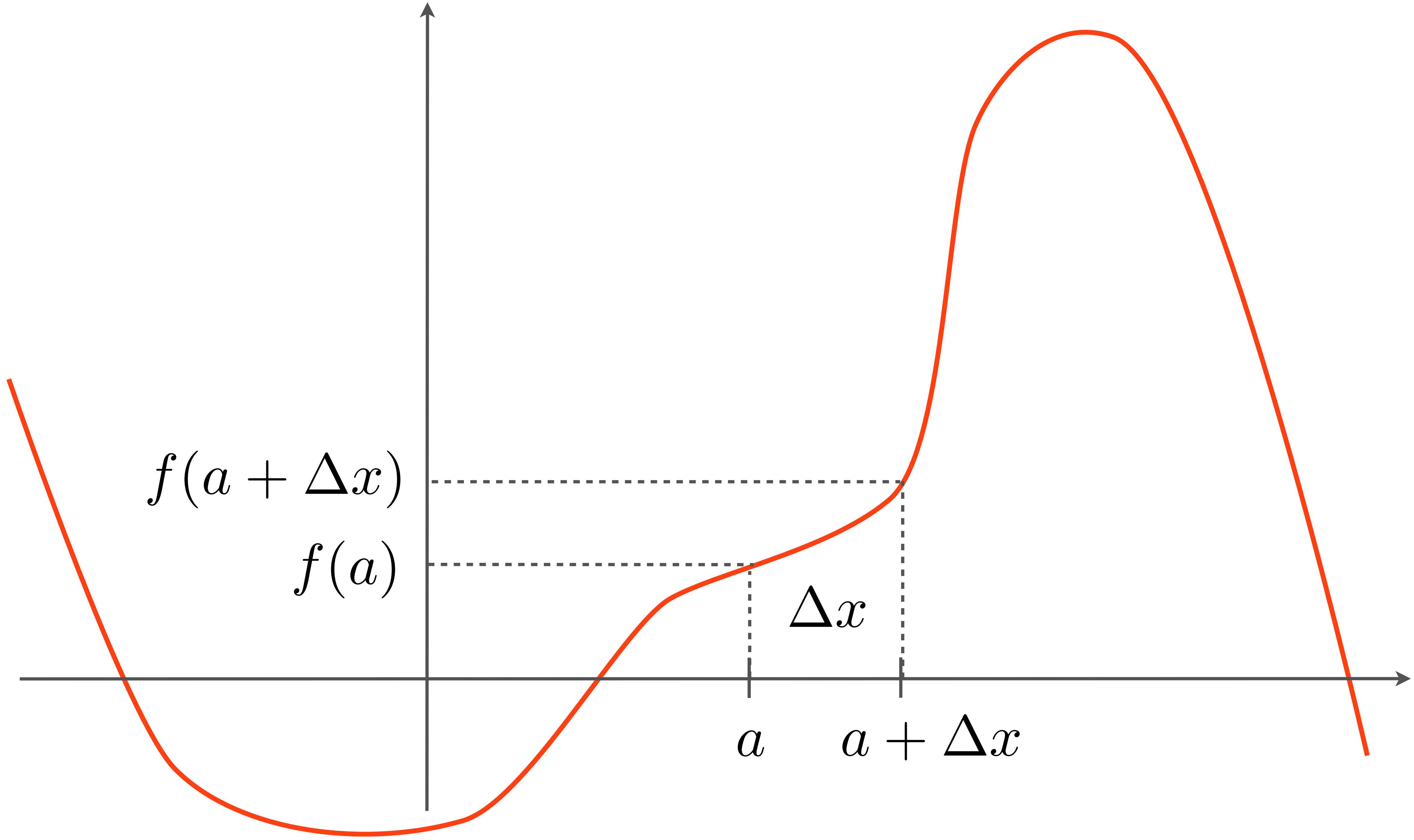
Soit $f(x)$ une fonction continue



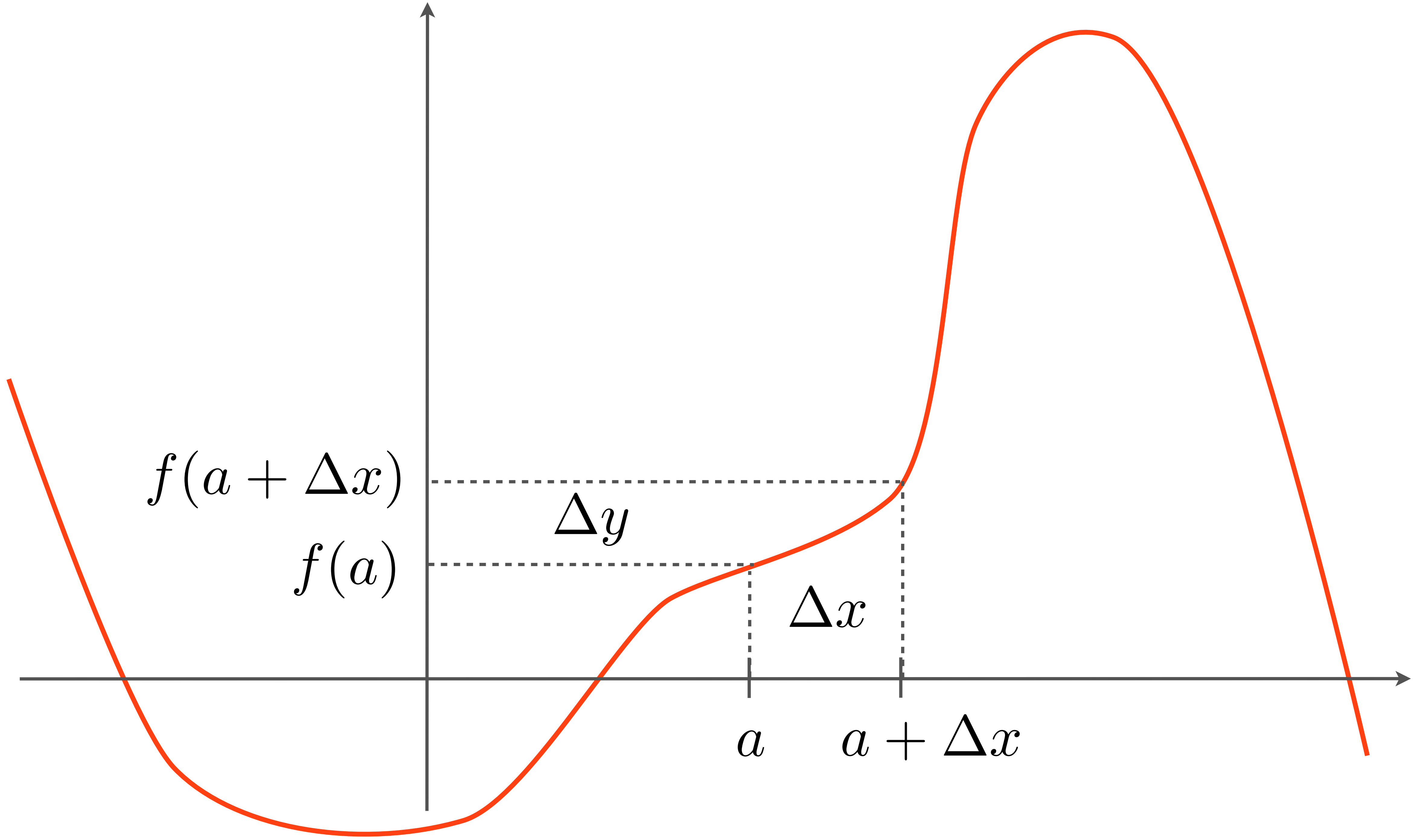
Soit $f(x)$ une fonction continue



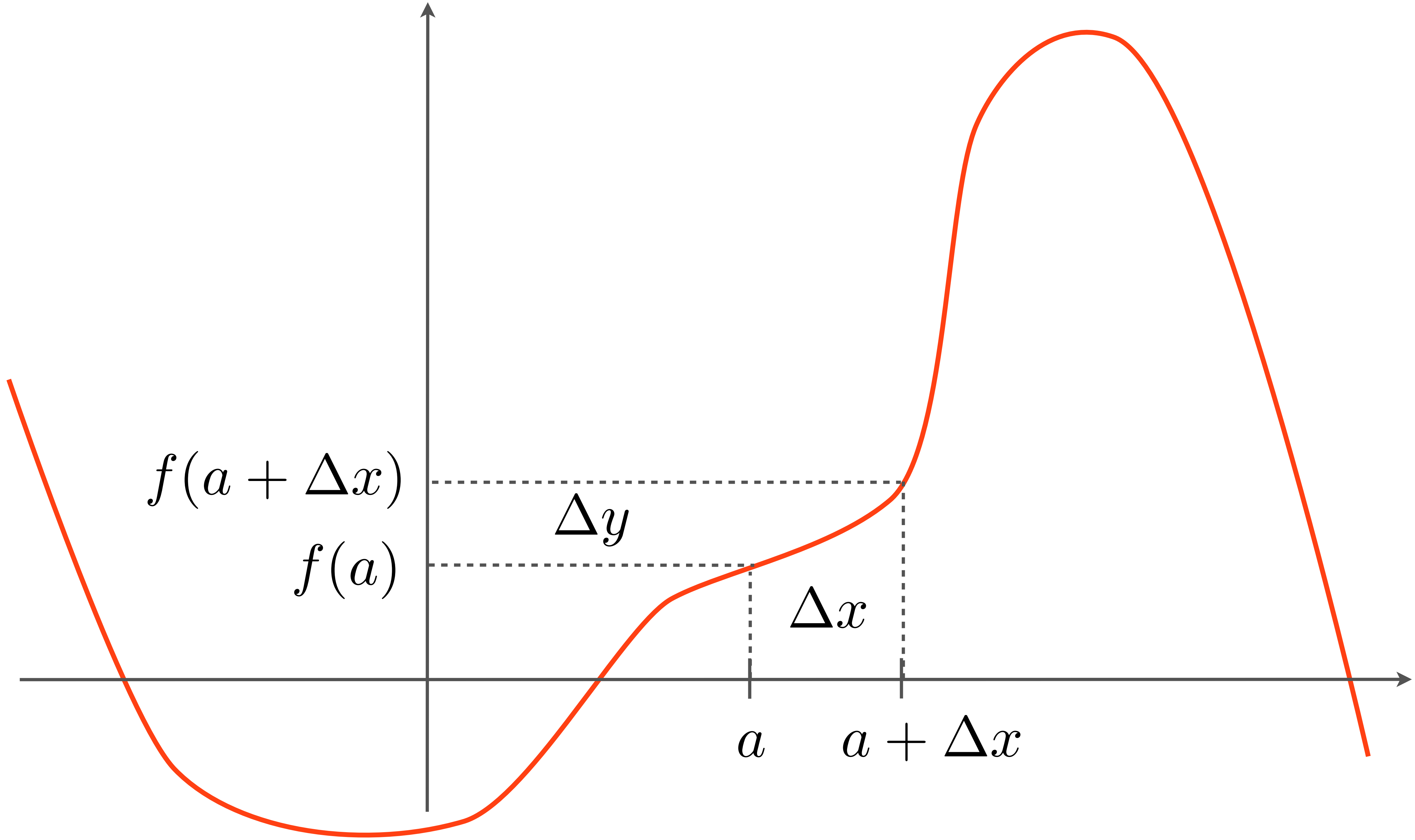
Soit $f(x)$ une fonction continue



Soit $f(x)$ une fonction continue

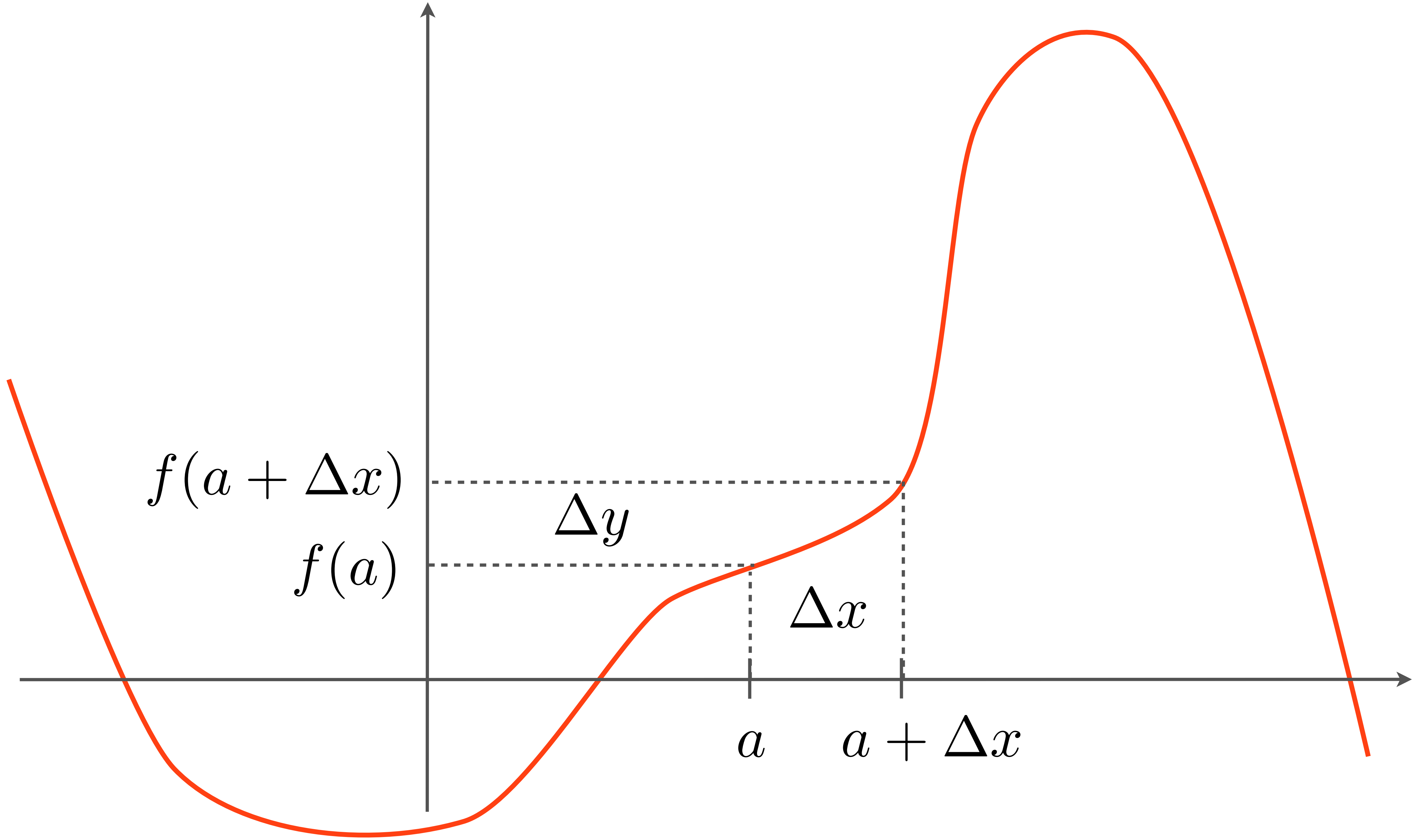


Soit $f(x)$ une fonction continue



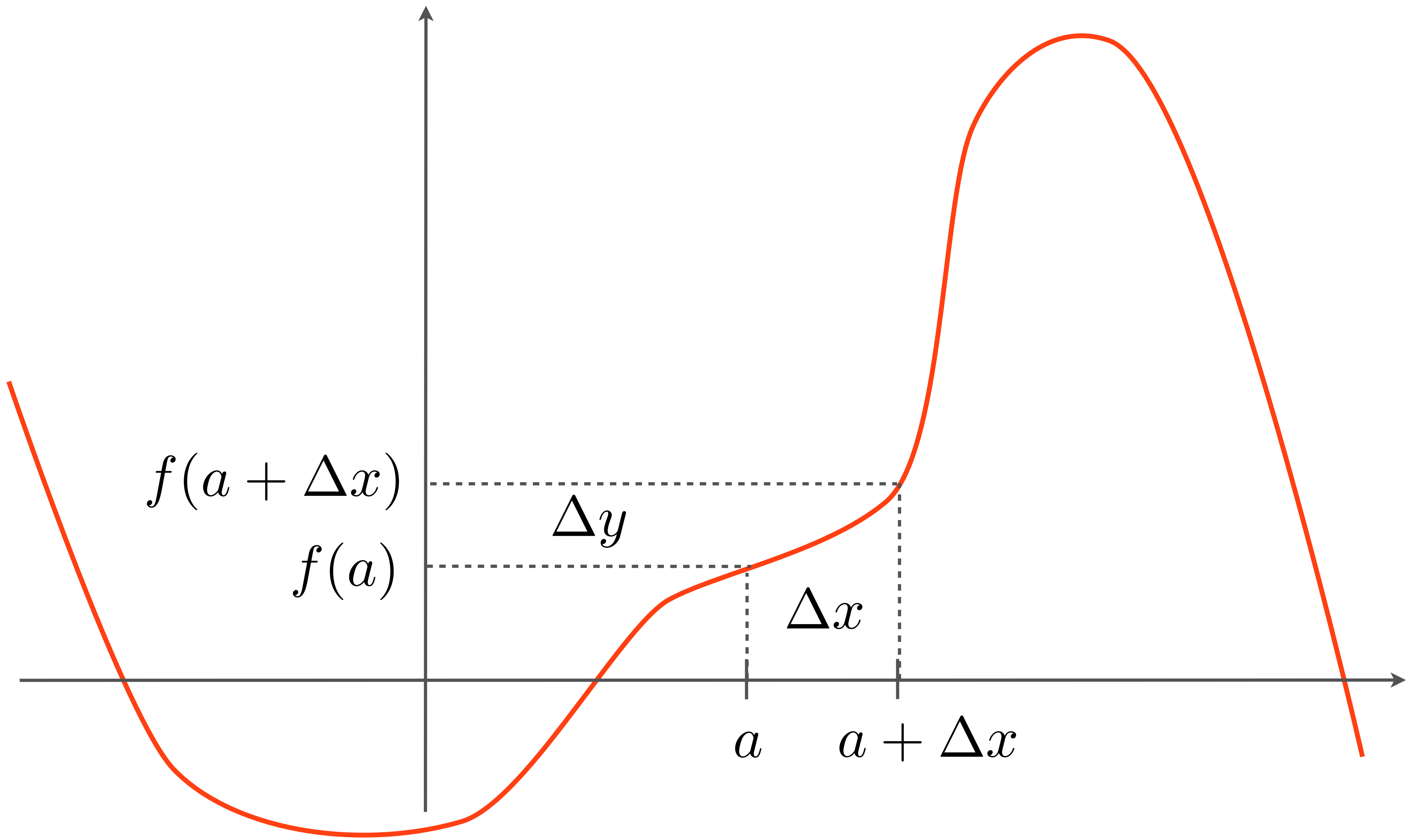
Si $\Delta x \to 0$

Soit $f(x)$ une fonction continue



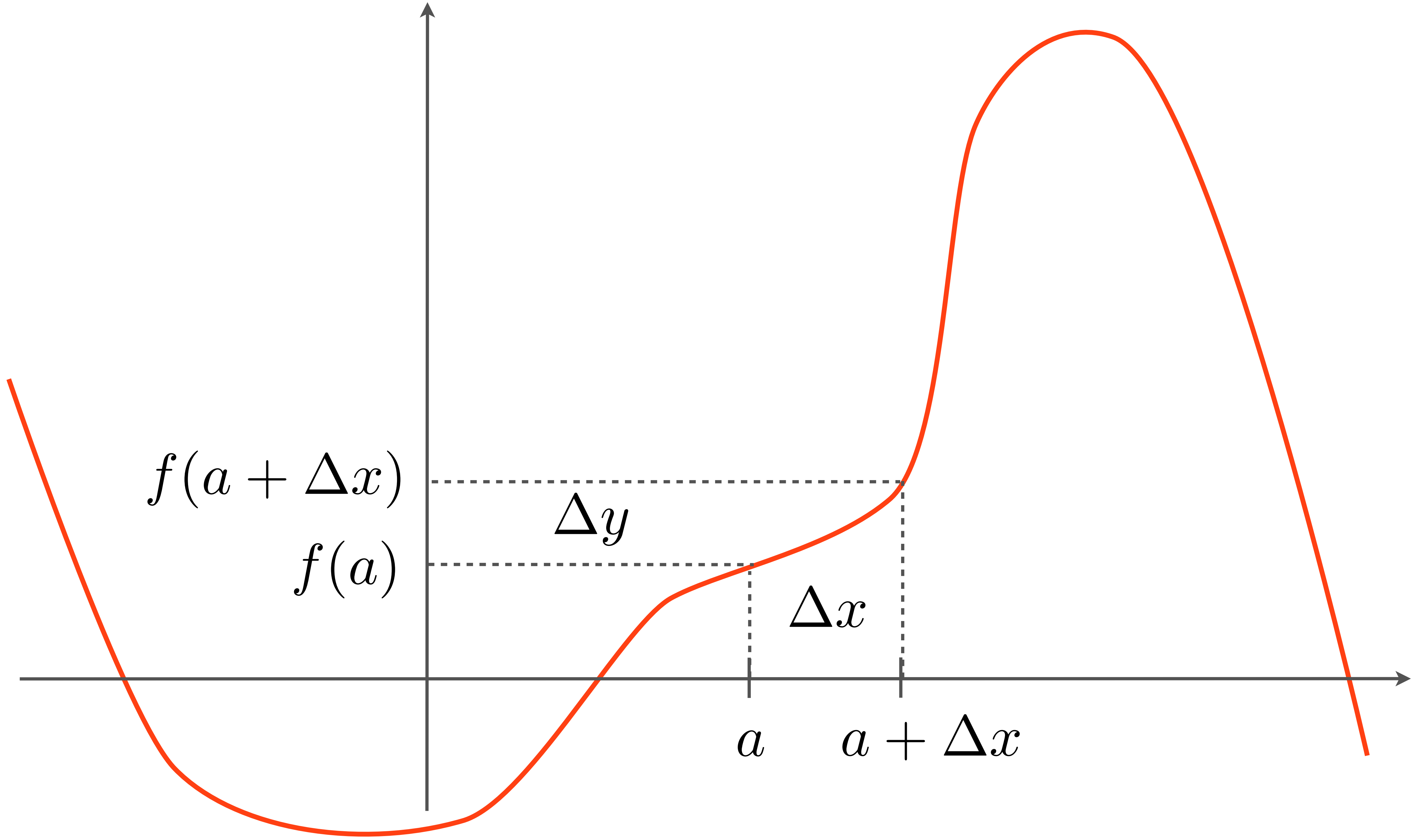
Si $\Delta x \to 0$ alors

Soit $f(x)$ une fonction continue



Si $\Delta x \to 0$ alors $f(a+\Delta x) - f(a) \to 0$

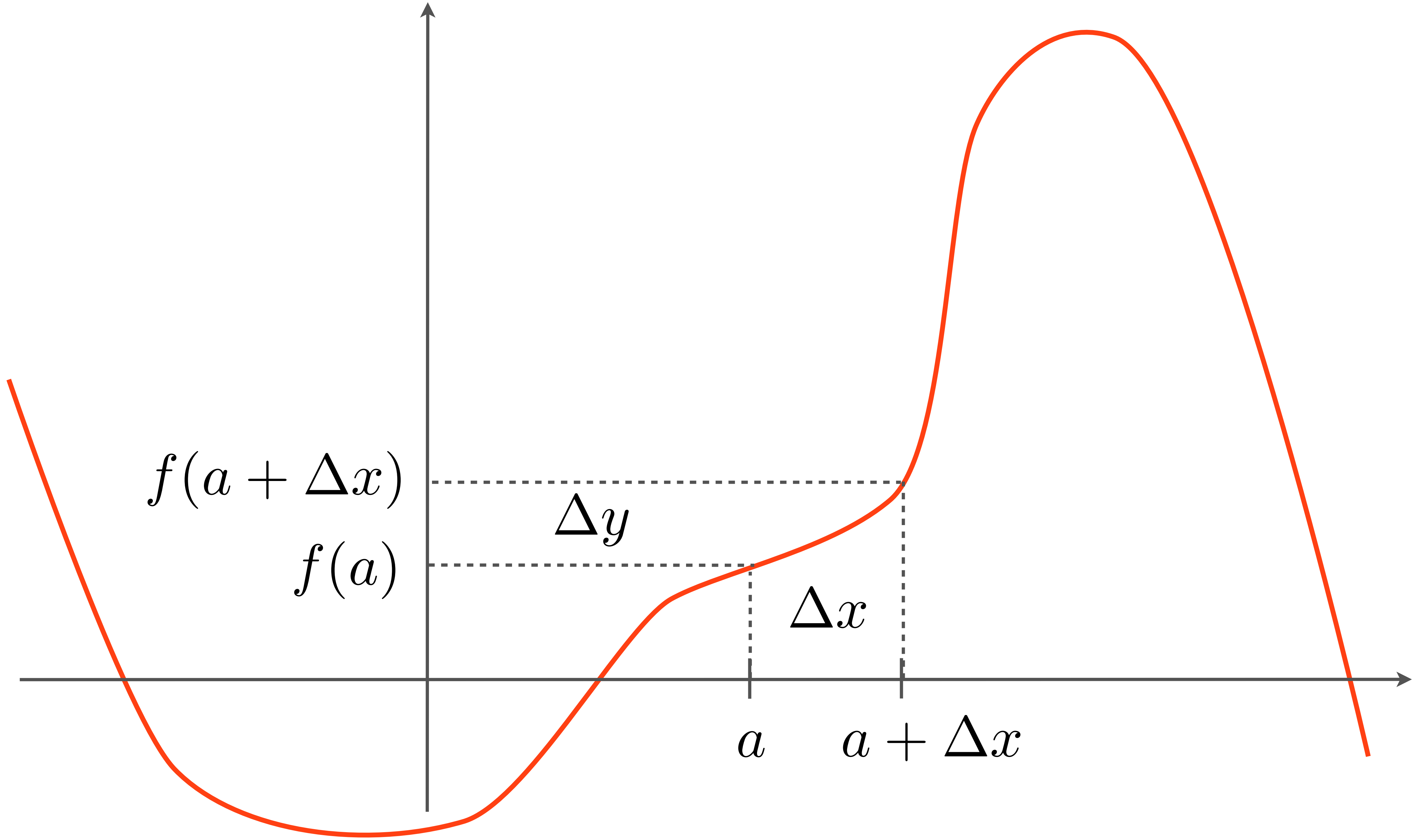
Soit $f(x)$ une fonction continue



Si $\quad \Delta x \to 0 \quad$ alors $\quad f(a+\Delta x) - f(a) \to 0$

$$\Delta y \to 0$$

Soit $f(x)$ une fonction continue



Si $\quad \Delta x \to 0 \quad$ alors $\quad f(a+\Delta x) - f(a) \to 0$

$\Delta y \to 0$

Théorème

$$f(g(x))'$$

Théorème $f(g(x))'$

Cherchons:

Théorème $f(g(x))'$

Cherchons: $f(g(x))' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{\Delta x}$

Théorème $f(g(x))'$

Cherchons: $f(g(x))' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{\Delta x}$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{\Delta x} \right) \left(\frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right)$$

Théorème $f(g(x))'$

Cherchons: $f(g(x))' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{\Delta x}$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{\Delta x} \right) \left(\frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right)$$

Théorème $f(g(x))'$

Cherchons: $$f(g(x))' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{\Delta x} \right) \left(\frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right)$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right) \left(\frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x} \right)$$

Théorème $f(g(x))'$

Cherchons: $$f(g(x))' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{\Delta x} \right) \left(\frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right)$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right) \left(\frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x} \right)$$

Théorème $f(g(x))'$

Cherchons: $f(g(x))' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{\Delta x}$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{\Delta x} \right) \left(\frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right)$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right) \left(\frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x} \right)$$

Théorème $f(g(x))'$

Cherchons: $f(g(x))' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{\Delta x}$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{\Delta x} \right) \left(\frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right)$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right) \left(\frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x} \right)$$

Théorème $f(g(x))'$

Cherchons: $f(g(x))' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{\Delta x}$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{\Delta x} \right) \left(\frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right)$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right) \left(\frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x} \right)$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right) \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x} \right)$$

Théorème $f(g(x))'$

Cherchons: $$f(g(x))' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{\Delta x} \right) \left(\frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right)$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right) \left(\frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x} \right)$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right) \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x} \right)$$

$$= \left(\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right) g(x)'$$

Théorème $f(g(x))'$

Cherchons: $$f(g(x))' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{\Delta x} \right) \left(\frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right)$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right) \left(\frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x} \right)$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right) \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x} \right)$$

$$= \left(\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right) g(x)'$$

Théorème

Cherchons:

$$f(g(x))'$$

$$= \left(\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right) g(x)'$$

Théorème

Cherchons:

$$f(g(x))'$$

$$= \left(\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)}\right) g(x)'$$

Théorème

$$f(g(x))'$$

Cherchons:

$$= \left(\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right) g(x)'$$

$$u = g(x)$$

Théorème $f(g(x))'$

Cherchons: $= \left(\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)}\right) g(x)'$

$$u = g(x)$$

$$\Delta u = g(x+\Delta x) - g(x)$$

Théorème $f(g(x))'$

Cherchons: $$= \left(\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right) g(x)'$$

$$u = g(x)$$

$$\Delta u = g(x+\Delta x) - g(x)$$

$$\Delta x \to 0 \Longrightarrow \Delta u \to 0$$

Théorème $f(g(x))'$

Cherchons: $$= \left(\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right) g(x)'$$

$$u = g(x)$$

$$\Delta u = g(x+\Delta x) - g(x)$$

$$\Delta x \to 0 \Longrightarrow \Delta u \to 0$$ Continuité

Théorème $f(g(x))'$

Cherchons: $$= \left(\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right) g(x)'$$

$$u = g(x)$$

$$\Delta u = g(x+\Delta x) - g(x)$$

$$\Delta x \to 0 \implies \Delta u \to 0$$ Continuité

$$f(u+\Delta u) = f\left(g(x) + (g(x+\Delta x) - g(x))\right)$$

Théorème $f(g(x))'$

Cherchons: $$= \left(\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right) g(x)'$$

$$u = g(x)$$

$$\Delta u = g(x+\Delta x) - g(x)$$

$$\Delta x \to 0 \Longrightarrow \Delta u \to 0$$ Continuité

$$f(u + \Delta u) = f\left(g(x) + (g(x+\Delta x) - g(x))\right)$$

Théorème

Cherchons:

$$f(g(x))' = \left(\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right) g(x)'$$

$$u = g(x)$$

$$\Delta u = g(x + \Delta x) - g(x)$$

$$\Delta x \to 0 \Longrightarrow \Delta u \to 0$$ Continuité

$$f(u + \Delta u) = f\left(g(x) + (g(x+\Delta x) - g(x))\right)$$

Théorème $f(g(x))'$

Cherchons: $= \left(\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right) g(x)'$

$$u = g(x)$$

$$\Delta u = g(x+\Delta x) - g(x)$$

$$\Delta x \to 0 \implies \Delta u \to 0$$

Continuité

$$f(u + \Delta u) = f\left(g(x) + (g(x+\Delta x) - g(x))\right)$$

Théorème $f(g(x))'$

Cherchons:

$$= \left(\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right) g(x)'$$

$$u = g(x)$$

$$\Delta u = g(x+\Delta x) - g(x)$$

$$\Delta x \to 0 \implies \Delta u \to 0$$

Continuité

$$f(u + \Delta u) = f\left(g(x) + (g(x+\Delta x) - g(x))\right)$$

Théorème $f(g(x))'$

Cherchons: $$= \left(\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right) g(x)'$$

$$u = g(x)$$

$$\Delta u = g(x+\Delta x) - g(x)$$

$$\Delta x \to 0 \implies \Delta u \to 0$$

Continuité

$$f(u + \Delta u) = f\left(\cancel{g(x)} + \left(g(x+\Delta x) - \cancel{g(x)}\right)\right)$$

Théorème

Cherchons:

$$f(g(x))'$$

$$= \left(\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)}\right) g(x)'$$

$$u = g(x)$$

$$\Delta u = g(x+\Delta x) - g(x)$$

$$\Delta x \to 0 \Longrightarrow \Delta u \to 0$$

Continuité

$$f(u + \Delta u) = f\left(\cancel{g(x)} + (g(x+\Delta x) - \cancel{g(x)})\right)$$

$$= f\left(g(x+\Delta x)\right)$$

Théorème $f(g(x))'$

Cherchons:

$$= \left(\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right) g(x)'$$

$$= \left(\lim_{\Delta u \to 0} \frac{f(u+\Delta u) - f(u)}{\Delta u} \right) g(x)'$$

$$u = g(x)$$

$$\Delta u = g(x+\Delta x) - g(x)$$

$$\Delta x \to 0 \Longrightarrow \Delta u \to 0$$

Continuité

$$f(u + \Delta u) = f\left(\cancel{g(x)} + \left(g(x+\Delta x) - \cancel{g(x)}\right)\right)$$

$$= f\left(g(x+\Delta x)\right)$$

Théorème $f(g(x))'$

Cherchons: $$= \left(\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)}\right) g(x)'$$

$$= \left(\lim_{\Delta u \to 0} \frac{f(u+\Delta u) - f(u)}{\Delta u}\right) g(x)'$$

$$u = g(x)$$

$$\Delta u = g(x+\Delta x) - g(x)$$

$$\Delta x \to 0 \implies \Delta u \to 0$$ Continuité

$$f(u + \Delta u) = f\left(\cancel{g(x)} + \left(g(x+\Delta x) - \cancel{g(x)}\right)\right)$$

$$= f\left(g(x+\Delta x)\right)$$

Théorème $f(g(x))'$

Cherchons: $= \left(\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)}\right) g(x)'$

$$= \left(\lim_{\Delta u \to 0} \frac{f(u+\Delta u) - f(u)}{\Delta u}\right) g(x)'$$

$$u = g(x)$$

$$\Delta u = g(x+\Delta x) - g(x)$$

$$\Delta x \to 0 \Longrightarrow \Delta u \to 0$$

Continuité

$$f(u+\Delta u) = f\left(\cancel{g(x)} + \left(g(x+\Delta x) - \cancel{g(x)}\right)\right)$$

$$= f\left(g(x+\Delta x)\right)$$

Théorème $f(g(x))'$

Cherchons:

$$= \left(\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right) g(x)'$$

$$= \left(\lim_{\Delta u \to 0} \frac{f(u+\Delta u) - f(u)}{\Delta u} \right) g(x)'$$

$$u = g(x)$$

$$\Delta u = g(x+\Delta x) - g(x)$$

$$\Delta x \to 0 \implies \Delta u \to 0$$

Continuité

$$f(u+\Delta u) = f\left(\cancel{g(x)} + (g(x+\Delta x) - \cancel{g(x)})\right)$$

$$= f\left(g(x+\Delta x)\right)$$

Théorème

$$f(g(x))'$$

Cherchons:

$$= \left(\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right) g(x)'$$

$$= \left(\lim_{\Delta u \to 0} \frac{f(u+\Delta u) - f(u)}{\Delta u} \right) g(x)'$$

$$u = g(x)$$

$$\Delta u = g(x+\Delta x) - g(x)$$

$$\Delta x \to 0 \Longrightarrow \Delta u \to 0$$

Continuité

$$f(u+\Delta u) = f\left(\cancel{g(x)} + \left(g(x+\Delta x) - \cancel{g(x)}\right)\right)$$

$$= f\left(g(x+\Delta x)\right)$$

Théorème

Cherchons: $f(g(x))'$

$$= \left(\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right) g(x)'$$

$$= \left(\lim_{\Delta u \to 0} \frac{f(u+\Delta u) - f(u)}{\Delta u} \right) g(x)'$$

$$u = g(x)$$

$$\Delta u = g(x+\Delta x) - g(x)$$

$$\Delta x \to 0 \implies \Delta u \to 0$$

Continuité

$$f(u+\Delta u) = f\left(\cancel{g(x)} + \left(g(x+\Delta x) - \cancel{g(x)}\right)\right)$$

$$= f\left(g(x+\Delta x)\right)$$

Théorème $f(g(x))'$

Cherchons: $= \left(\lim_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right) g(x)'$

$$= \left(\lim_{\Delta u \to 0} \frac{f(u+\Delta u) - f(u)}{\Delta u} \right) g(x)' \quad = f(u)' g(x)'$$

$$u = g(x)$$

$$\Delta u = g(x+\Delta x) - g(x)$$

$$\Delta x \to 0 \implies \Delta u \to 0$$

Continuité

$$f(u+\Delta u) = f\left(\cancel{g(x)} + \left(g(x+\Delta x) - \cancel{g(x)}\right)\right)$$

$$= f\left(g(x+\Delta x)\right)$$

Théorème $f(g(x))'$

Cherchons: $$= \left(\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)}\right) g(x)'$$

$$= \left(\lim_{\Delta u \to 0} \frac{f(u+\Delta u) - f(u)}{\Delta u}\right) g(x)' \quad = f(u)'g(x)'$$

$$= f(g(x))'g(x)'$$

$$u = g(x)$$

$$\Delta u = g(x+\Delta x) - g(x)$$

$$\Delta x \to 0 \implies \Delta u \to 0$$ Continuité

$$f(u+\Delta u) = f\left(\cancel{g(x)} + (g(x+\Delta x) - \cancel{g(x)})\right)$$

$$= f(g(x+\Delta x))$$

Théorème $$f(g(x))' = f(g(x))'g(x)'$$

Cherchons: $$= \left(\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)}\right) g(x)'$$

$$= \left(\lim_{\Delta u \to 0} \frac{f(u+\Delta u) - f(u)}{\Delta u}\right) g(x)' \qquad = f(u)'g(x)'$$

$$= f(g(x))'g(x)'$$

$$u = g(x)$$

$$\Delta u = g(x+\Delta x) - g(x)$$

$$\Delta x \to 0 \implies \Delta u \to 0$$ Continuité

$$f(u+\Delta u) = f\left(\cancel{g(x)} + \left(g(x+\Delta x) - \cancel{g(x)}\right)\right)$$

$$= f\left(g(x+\Delta x)\right)$$

$$f(g(x))' = f(g(x))' g(x)'$$

fonction extérieur

$$f(g(x))' = f(g(x))'g(x)'$$

fonction extérieur

$$f(g(x))' = f(g(x))'g(x)'$$

fonction intérieur

fonction extérieur

$$f(g(x))' = f(g(x))'g(x)'$$

fonction intérieur

La dérivée d'une composition est

fonction extérieur

$$f(g(x))' = f'(g(x))\,g(x)'$$

fonction intérieur

La dérivée d'une composition est

la dérivée de la fonction extérieur

fonction extérieur

$$f(g(x))' = f'(g(x))\,g(x)'$$

fonction intérieur

La dérivée d'une composition est

la dérivée de la fonction extérieur

évaluée en la fonction intérieur

fonction extérieur

$$f(g(x))' = f'(g(x))\,g'(x)$$

fonction intérieur

La dérivée d'une composition est

la dérivée de la fonction extérieur

évaluée en la fonction intérieur

multipliée par la dérivée de la fonction intérieur.

Exemple

$$h(x) = \sqrt{3x^2 - 5x}$$

Exemple

$$h(x) = \sqrt{3x^2 - 5x}$$

Exemple

$$h(x) = \sqrt{3x^2 - 5x}$$

Exemple

$$h(x) = \sqrt{3x^2 - 5x}$$

fonction extérieur

$$f(x) = \sqrt{x}$$

Exemple

$$h(x) = \sqrt{3x^2 - 5x}$$

fonction extérieur

$$f(x) = \sqrt{x}$$

fonction intérieur

$$g(x) = 3x^2 - 5x$$

Exemple

$$h(x) = \sqrt{3x^2 - 5x}$$

fonction extérieur

$$f(x) = \sqrt{x}$$

fonction intérieur

$$g(x) = 3x^2 - 5x$$

$$f(g(x))$$

Exemple

$$h(x) = \sqrt{3x^2 - 5x}$$

fonction extérieur

$$f(x) = \sqrt{x}$$

fonction intérieur

$$g(x) = 3x^2 - 5x$$

$$f(g(x))$$

Exemple

$$h(x) = \sqrt{3x^2 - 5x}$$

fonction extérieur

$$f(x) = \sqrt{x}$$

fonction intérieur

$$g(x) = 3x^2 - 5x$$

$$f(g(x)) = f(3x^2 - 5x)$$

Exemple

$$h(x) = \sqrt{3x^2 - 5x}$$

fonction extérieur

$$f(x) = \sqrt{x}$$

fonction intérieur

$$g(x) = 3x^2 - 5x$$

$$f(g(x)) = f(3x^2 - 5x)$$

Exemple

$$h(x) = \sqrt{3x^2 - 5x}$$

fonction extérieur

$$f(x) = \sqrt{x}$$

fonction intérieur

$$g(x) = 3x^2 - 5x$$

$$f(g(x)) = f(3x^2 - 5x) = \sqrt{3x^2 - 5x}$$

Exemple

$$h(x) = \sqrt{3x^2 - 5x}$$

fonction extérieur

$$f(x) = \sqrt{x}$$

fonction intérieur

$$g(x) = 3x^2 - 5x$$

$$f(g(x)) = f(3x^2 - 5x) = \sqrt{3x^2 - 5x} = h(x)$$

Exemple $h(x) = \sqrt{3x^2 - 5x}$

fonction extérieur

$f(x) = \sqrt{x}$

fonction intérieur

$g(x) = 3x^2 - 5x$

$$f(g(x)) = f(3x^2 - 5x) = \sqrt{3x^2 - 5x} = h(x)$$

$$h'(x) = (f(g(x)))'$$

Exemple

$$h(x) = \sqrt{3x^2 - 5x}$$

fonction extérieur

$$f(x) = \sqrt{x}$$

fonction intérieur

$$g(x) = 3x^2 - 5x$$

$$f(g(x)) = f(3x^2 - 5x) = \sqrt{3x^2 - 5x} = h(x)$$

$$h'(x) = (f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$$

Exemple

$$h(x) = \sqrt{3x^2 - 5x}$$

fonction extérieur

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$$

fonction intérieur

$$g(x) = 3x^2 - 5x$$

$$f(g(x)) = f(3x^2 - 5x) = \sqrt{3x^2 - 5x} = h(x)$$

$$h'(x) = (f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$$

Exemple

$$h(x) = \sqrt{3x^2 - 5x}$$

fonction extérieur

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

fonction intérieur

$$g(x) = 3x^2 - 5x$$

$$f(g(x)) = f(3x^2 - 5x) = \sqrt{3x^2 - 5x} = h(x)$$

$$h'(x) = (f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$$

Exemple

$$h(x) = \sqrt{3x^2 - 5x}$$

fonction extérieur

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

fonction intérieur

$$g(x) = 3x^2 - 5x$$

$$g'(x) = 6x - 5$$

$$f(g(x)) = f(3x^2 - 5x) = \sqrt{3x^2 - 5x} = h(x)$$

$$h'(x) = (f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$$

Exemple

$$h(x) = \sqrt{3x^2 - 5x}$$

fonction extérieur

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

fonction intérieur

$$g(x) = 3x^2 - 5x$$

$$g'(x) = 6x - 5$$

$$f'(g(x))$$

$$f(g(x)) \quad = f(3x^2 - 5x) = \sqrt{3x^2 - 5x} \quad = h(x)$$

$$h'(x) = (f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$$

Exemple

$$h(x) = \sqrt{3x^2 - 5x}$$

fonction extérieur

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

fonction intérieur

$$g(x) = 3x^2 - 5x$$

$$g'(x) = 6x - 5$$

$$f'(g(x)) = \frac{1}{2\sqrt{3x^2 - 5x}}$$

$$f(g(x)) = f(3x^2 - 5x) = \sqrt{3x^2 - 5x} = h(x)$$

$$h'(x) = (f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$$

Exemple

$$h(x) = \sqrt{3x^2 - 5x}$$

fonction extérieur

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(g(x)) = \frac{1}{2\sqrt{3x^2 - 5x}}$$

fonction intérieur

$$g(x) = 3x^2 - 5x$$

$$g'(x) = 6x - 5$$

$$f(g(x)) = f(3x^2 - 5x) = \sqrt{3x^2 - 5x} = h(x)$$

$$h'(x) = (f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$$

Exemple

$$h(x) = \sqrt{3x^2 - 5x}$$

fonction extérieur

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(g(x)) = \frac{1}{2\sqrt{3x^2 - 5x}}$$

fonction intérieur

$$g(x) = 3x^2 - 5x$$

$$g'(x) = 6x - 5$$

$$f(g(x)) = f(3x^2 - 5x) = \sqrt{3x^2 - 5x} = h(x)$$

$$h'(x) = (f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$$

Exemple

$$h(x) = \sqrt{3x^2 - 5x}$$

fonction extérieur

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

fonction intérieur

$$g(x) = 3x^2 - 5x$$

$$g'(x) = 6x - 5$$

$$f'(g(x)) = \frac{1}{2\sqrt{3x^2 - 5x}}$$

$$f(g(x)) = f(3x^2 - 5x) = \sqrt{3x^2 - 5x} = h(x)$$

$$h'(x) = (f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$$

Exemple

$$h(x) = \sqrt{3x^2 - 5x}$$

fonction extérieur

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

fonction intérieur

$$g(x) = 3x^2 - 5x$$

$$g'(x) = 6x - 5$$

$$f'(g(x)) = \frac{1}{2\sqrt{3x^2 - 5x}}$$

$$f(g(x)) = f(3x^2 - 5x) = \sqrt{3x^2 - 5x} = h(x)$$

$$h'(x) = (f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{3x^2 - 5x}}(6x - 5)$$

Exemple

$$h(x) = \sqrt{3x^2 - 5x}$$

fonction extérieur

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(g(x)) = \frac{1}{2\sqrt{3x^2 - 5x}}$$

fonction intérieur

$$g(x) = 3x^2 - 5x$$

$$g'(x) = 6x - 5$$

$$f(g(x)) = f(3x^2 - 5x) = \sqrt{3x^2 - 5x} = h(x)$$

$$h'(x) = (f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{3x^2 - 5x}}(6x - 5)$$

Exemple

$$h(x) = \sqrt{3x^2 - 5x}$$

fonction extérieur

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(g(x)) = \frac{1}{2\sqrt{3x^2 - 5x}}$$

fonction intérieur

$$g(x) = 3x^2 - 5x$$

$$g'(x) = 6x - 5$$

$$f(g(x)) = f(3x^2 - 5x) = \sqrt{3x^2 - 5x} = h(x)$$

$$h'(x) = (f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{3x^2 - 5x}}(6x - 5)$$

$$= \frac{(6x - 5)}{2\sqrt{3x^2 - 5x}}$$

Exemple

$$h(x) = \sqrt{3x^2 - 5x}$$

fonction extérieur

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(g(x)) = \frac{1}{2\sqrt{3x^2 - 5x}}$$

fonction intérieur

$$g(x) = 3x^2 - 5x$$

$$g'(x) = 6x - 5$$

$$f(g(x)) = f(3x^2 - 5x) = \sqrt{3x^2 - 5x} = h(x)$$

$$h'(x) = (f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{3x^2 - 5x}}(6x - 5)$$

$$= \frac{(6x - 5)}{2\sqrt{3x^2 - 5x}} = \frac{6x - 5}{2\sqrt{x(3x - 5)}}$$

Exemple

$$f(x) = \left(\frac{x^3}{2x-1}\right)^5$$

Exemple

$$f(x) = \left(\frac{x^3}{2x-1}\right)^5$$

fonction extérieur

$$g(x) = x^5$$

Exemple

$$f(x) = \left(\frac{x^3}{2x-1}\right)^5$$

fonction extérieur

$$g(x) = x^5$$

fonction intérieur

$$h(x) = \frac{x^3}{2x-1}$$

Exemple

$$f(x) = \left(\frac{x^3}{2x-1}\right)^5$$

fonction extérieur

$$g(x) = x^5$$

$$g'(x) = 5x^4$$

fonction intérieur

$$h(x) = \frac{x^3}{2x-1}$$

Exemple

$$f(x) = \left(\frac{x^3}{2x-1}\right)^5$$

fonction intérieur

fonction extérieur

$$g(x) = x^5$$

$$h(x) = \frac{x^3}{2x-1}$$

$$g'(x) = 5x^4$$

$$h'(x) = \frac{(x^3)'(2x-1) - x^3(2x-1)'}{(2x-1)^2}$$

Exemple

$$f(x) = \left(\frac{x^3}{2x-1}\right)^5$$

fonction extérieur

fonction intérieur

$$g(x) = x^5$$

$$h(x) = \frac{x^3}{2x-1}$$

$$g'(x) = 5x^4$$

$$h'(x) = \frac{(x^3)'(2x-1) - x^3(2x-1)'}{(2x-1)^2}$$

$$= \frac{3x^2(2x-1) - x^3(2)}{(2x-1)^2}$$

Exemple

$$f(x) = \left(\frac{x^3}{2x-1}\right)^5$$

fonction extérieur

fonction intérieur

$$g(x) = x^5$$

$$h(x) = \frac{x^3}{2x-1}$$

$$g'(x) = 5x^4$$

$$h'(x) = \frac{(x^3)'(2x-1) - x^3(2x-1)'}{(2x-1)^2}$$

$$= \frac{3x^2(2x-1) - x^3(2)}{(2x-1)^2} = \frac{4x^3 - 3x^2}{(2x-1)^2}$$

Exemple

$$f(x) = \left(\frac{x^3}{2x-1}\right)^5$$

fonction intérieur

fonction extérieur

$$g(x) = x^5$$

$$h(x) = \frac{x^3}{2x-1}$$

$$g'(x) = 5x^4$$

$$h'(x) = \frac{(x^3)'(2x-1) - x^3(2x-1)'}{(2x-1)^2}$$

$$= \frac{3x^2(2x-1) - x^3(2)}{(2x-1)^2} = \frac{4x^3 - 3x^2}{(2x-1)^2}$$

$$f'(x) = g(h(x))'$$

Exemple

$$f(x) = \left(\frac{x^3}{2x-1}\right)^5$$

fonction intérieur

fonction extérieur

$$g(x) = x^5$$

$$h(x) = \frac{x^3}{2x-1}$$

$$g'(x) = 5x^4$$

$$h'(x) = \frac{(x^3)'(2x-1) - x^3(2x-1)'}{(2x-1)^2}$$

$$= \frac{3x^2(2x-1) - x^3(2)}{(2x-1)^2} = \frac{4x^3 - 3x^2}{(2x-1)^2}$$

$$f'(x) = g(h(x))' = g'(h(x))h'(x)$$

Exemple

$$f(x) = \left(\frac{x^3}{2x-1}\right)^5$$

fonction intérieur

fonction extérieur

$$g(x) = x^5$$

$$h(x) = \frac{x^3}{2x-1}$$

$$g'(x) = 5x^4$$

$$h'(x) = \frac{(x^3)'(2x-1) - x^3(2x-1)'}{(2x-1)^2}$$

$$= \frac{3x^2(2x-1) - x^3(2)}{(2x-1)^2} = \frac{4x^3 - 3x^2}{(2x-1)^2}$$

$$f'(x) = g(h(x))' = g'(h(x))h'(x)$$

Exemple

$$f(x) = \left(\frac{x^3}{2x-1}\right)^5$$

fonction extérieur

fonction intérieur

$$g(x) = x^5$$

$$h(x) = \frac{x^3}{2x-1}$$

$$g'(x) = 5x^4$$

$$h'(x) = \frac{(x^3)'(2x-1) - x^3(2x-1)'}{(2x-1)^2}$$

$$= \frac{3x^2(2x-1) - x^3(2)}{(2x-1)^2} = \frac{4x^3 - 3x^2}{(2x-1)^2}$$

$$f'(x) = g(h(x))' = g'(h(x))h'(x)$$

Exemple

$$f(x) = \left(\frac{x^3}{2x-1}\right)^5$$

fonction extérieur

fonction intérieur

$$g(x) = x^5$$

$$h(x) = \frac{x^3}{2x-1}$$

$$g'(x) = 5x^4$$

$$h'(x) = \frac{(x^3)'(2x-1) - x^3(2x-1)'}{(2x-1)^2}$$

$$= \frac{3x^2(2x-1) - x^3(2)}{(2x-1)^2} = \frac{4x^3 - 3x^2}{(2x-1)^2}$$

$$f'(x) = g(h(x))' = g'(h(x))h'(x)$$

Exemple

$$f(x) = \left(\frac{x^3}{2x-1}\right)^5$$

fonction intérieur

fonction extérieur

$$g(x) = x^5 \qquad h(x) = \frac{x^3}{2x-1}$$

$$g'(x) = 5x^4 \qquad h'(x) = \frac{(x^3)'(2x-1) - x^3(2x-1)'}{(2x-1)^2}$$

$$= \frac{3x^2(2x-1) - x^3(2)}{(2x-1)^2} = \frac{4x^3 - 3x^2}{(2x-1)^2}$$

$$f'(x) = g(h(x))' = g'(h(x))h'(x) = 5\left(\frac{x^3}{2x-1}\right)^4\left(\frac{4x^3-3x^2}{(2x-1)^2}\right)$$

Exemple

$$f(x) = \left(\frac{x^3}{2x-1}\right)^5$$

fonction extérieur

fonction intérieur

$$g(x) = x^5$$

$$h(x) = \frac{x^3}{2x-1}$$

$$g'(x) = 5x^4$$

$$h'(x) = \frac{(x^3)'(2x-1) - x^3(2x-1)'}{(2x-1)^2}$$

$$= \frac{3x^2(2x-1) - x^3(2)}{(2x-1)^2} = \frac{4x^3 - 3x^2}{(2x-1)^2}$$

$$f'(x) = g(h(x))' = g'(h(x))h'(x) = 5\left(\frac{x^3}{2x-1}\right)^4 \left(\frac{4x^3-3x^2}{(2x-1)^2}\right)$$

Exemple

$$f(x)=\left(\frac{x^3}{2x-1}\right)^5$$

fonction intérieur

fonction extérieur

$$g(x)=x^5 \qquad h(x)=\frac{x^3}{2x-1}$$

$$g'(x)=5x^4 \qquad h'(x)=\frac{(x^3)'(2x-1)-x^3(2x-1)'}{(2x-1)^2}$$

$$=\frac{3x^2(2x-1)-x^3(2)}{(2x-1)^2}=\frac{4x^3-3x^2}{(2x-1)^2}$$

$$f'(x)=g(h(x))'=g'(h(x))h'(x)=5\left(\frac{x^3}{2x-1}\right)^4\left(\frac{4x^3-3x^2}{(2x-1)^2}\right)$$

Exemple

$$f(x) = \left(\frac{x^3}{2x-1}\right)^5$$

fonction intérieur

fonction extérieur

$$g(x) = x^5 \qquad h(x) = \frac{x^3}{2x-1}$$

$$g'(x) = 5x^4 \qquad h'(x) = \frac{(x^3)'(2x-1) - x^3(2x-1)'}{(2x-1)^2}$$

$$= \frac{3x^2(2x-1) - x^3(2)}{(2x-1)^2} = \frac{4x^3 - 3x^2}{(2x-1)^2}$$

$$f'(x) = g(h(x))' = g'(h(x))h'(x) = 5\left(\frac{x^3}{2x-1}\right)^4\left(\frac{4x^3-3x^2}{(2x-1)^2}\right)$$

Exemple

$$f(x) = \left(\frac{x^3}{2x-1}\right)^5$$

fonction extérieur

fonction intérieur

$$g(x) = x^5 \qquad h(x) = \frac{x^3}{2x-1}$$

$$g'(x) = 5x^4 \qquad h'(x) = \frac{(x^3)'(2x-1) - x^3(2x-1)'}{(2x-1)^2}$$

$$= \frac{3x^2(2x-1) - x^3(2)}{(2x-1)^2} = \frac{4x^3-3x^2}{(2x-1)^2}$$

$$f'(x) = g(h(x))' = g'(h(x))h'(x) = 5\left(\frac{x^3}{2x-1}\right)^4\left(\frac{4x^3-3x^2}{(2x-1)^2}\right)$$

$$= \frac{5x^{12}(4x^3-3x^2)}{(2x-1)^6}$$

Exemple

$$f(x)=\left(\frac{x^3}{2x-1}\right)^5$$

fonction extérieur

fonction intérieur

$$g(x)=x^5 \qquad h(x)=\frac{x^3}{2x-1}$$

$$g'(x)=5x^4 \qquad h'(x)=\frac{(x^3)'(2x-1)-x^3(2x-1)'}{(2x-1)^2}$$

$$=\frac{3x^2(2x-1)-x^3(2)}{(2x-1)^2}=\frac{4x^3-3x^2}{(2x-1)^2}$$

$$f'(x)=g(h(x))'=g'(h(x))h'(x)=5\left(\frac{x^3}{2x-1}\right)^4\left(\frac{4x^3-3x^2}{(2x-1)^2}\right)$$

$$=\frac{5x^{12}(4x^3-3x^2)}{(2x-1)^6}=\frac{5x^{14}(4x-3)}{(2x-1)^6}$$

Faites les exercices suivants

Section 2.4 # 29 et 30

$$y = f(x) \qquad\qquad u = g(y)$$

$$y = f(x) \qquad\qquad u = g(y)$$

$$f'(x) = \frac{dy}{dx}$$

$$y = f(x) \qquad u = g(y)$$

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} \qquad g'(y) = \frac{du}{dy}$$

$$y = f(x) \qquad\qquad u = g(y)$$

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} \qquad\qquad g'(y) = \frac{du}{dy}$$

$u = g(y)$ dépend de y

$$y = f(x) \qquad\qquad u = g(y)$$

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} \qquad\qquad g'(y) = \frac{du}{dy}$$

$u = g(y)$ dépend de y mais $y = f(x)$ dépend de x

$$y = f(x) \qquad\qquad u = g(y)$$

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} \qquad\qquad g'(y) = \frac{du}{dy}$$

$u = g(y)$ dépend de y mais $y = f(x)$ dépend de x

Donc u dépend indirectement de x

$$y = f(x) \qquad\qquad u = g(y)$$

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} \qquad\qquad g'(y) = \frac{du}{dy}$$

$u = g(y)$ dépend de y mais $y = f(x)$ dépend de x

Donc u dépend indirectement de x

$$\frac{du}{dx}$$

$$y = f(x) \qquad\qquad u = g(y)$$

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} \qquad\qquad g'(y) = \frac{du}{dy}$$

$u = g(y)$ dépend de y mais $y = f(x)$ dépend de x

Donc u dépend indirectement de x

$$\frac{du}{dx}$$

$$y = f(x) \qquad\qquad u = g(y)$$

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} \qquad\qquad g'(y) = \frac{du}{dy}$$

$u = g(y)$ dépend de y mais $y = f(x)$ dépend de x

Donc u dépend indirectement de x

$$\frac{du}{dx} = \frac{d}{dx} g(y)$$

$$y = f(x) \qquad\qquad u = g(y)$$

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} \qquad\qquad g'(y) = \frac{du}{dy}$$

$u = g(y)$ dépend de y mais $y = f(x)$ dépend de x

Donc u dépend indirectement de x

$$\frac{du}{dx} = \frac{d}{dx} g(y)$$

$$y = f(x) \qquad\qquad u = g(y)$$

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} \qquad\qquad g'(y) = \frac{du}{dy}$$

$u = g(y)$ dépend de y mais $y = f(x)$ dépend de x

Donc u dépend indirectement de x

$$\frac{du}{dx} = \frac{d}{dx} g(y)$$

$$y = f(x) \qquad\qquad u = g(y)$$

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} \qquad\qquad g'(y) = \frac{du}{dy}$$

$u = g(y)$ dépend de y mais $y = f(x)$ dépend de x

Donc u dépend indirectement de x

$$\frac{du}{dx} = \frac{d}{dx} g(y) = \frac{d}{dx} g(f(x))$$

$y = f(x)$ $\qquad\qquad$ $u = g(y)$

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} \qquad\qquad g'(y) = \frac{du}{dy}$$

$u = g(y)$ dépend de y mais $y = f(x)$ dépend de x

Donc u dépend indirectement de x

$$\frac{du}{dx} = \frac{d}{dx} g(y) = \frac{d}{dx} g(f(x))$$

$$y = f(x) \qquad\qquad u = g(y)$$

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} \qquad\qquad g'(y) = \frac{du}{dy}$$

$u = g(y)$ dépend de y mais $y = f(x)$ dépend de x

Donc u dépend indirectement de x

$$\frac{du}{dx} = \frac{d}{dx} g(y) = \frac{d}{dx} g(f(x)) = g'(f(x))f'(x)$$

$$y = f(x) \qquad u = g(y)$$

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} \qquad g'(y) = \frac{du}{dy}$$

$u = g(y)$ dépend de y mais $y = f(x)$ dépend de x

Donc u dépend indirectement de x

$$\frac{du}{dx} = \frac{d}{dx} g(y) = \frac{d}{dx} g(f(x)) = g'(f(x)) f'(x)$$

$$y = f(x) \qquad\qquad u = g(y)$$

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} \qquad\qquad g'(y) = \frac{du}{dy}$$

$u = g(y)$ dépend de y mais $y = f(x)$ dépend de x

Donc u dépend indirectement de x

$$\frac{du}{dx} = \frac{d}{dx} g(y) = \frac{d}{dx} g(f(x)) = g'(f(x))f'(x)$$

$$= g'(y)f'(x)$$

$$y = f(x) \qquad\qquad u = g(y)$$

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} \qquad\qquad g'(y) = \frac{du}{dy}$$

$u = g(y)$ dépend de y mais $y = f(x)$ dépend de x

Donc u dépend indirectement de x

$$\frac{du}{dx} = \frac{d}{dx} g(y) = \frac{d}{dx} g(f(x)) = g'(f(x))f'(x)$$

$$= g'(y)f'(x)$$

$$y = f(x) \qquad u = g(y)$$

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} \qquad g'(y) = \frac{du}{dy}$$

$u = g(y)$ dépend de y mais $y = f(x)$ dépend de x

Donc u dépend indirectement de x

$$\frac{du}{dx} = \frac{d}{dx}g(y) = \frac{d}{dx}g(f(x)) = g'(f(x))f'(x)$$

$$= g'(y)f'(x)$$

$$y = f(x) \qquad u = g(y)$$

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} \qquad g'(y) = \frac{du}{dy}$$

$u = g(y)$ dépend de y mais $y = f(x)$ dépend de x

Donc u dépend indirectement de x

$$\frac{du}{dx} = \frac{d}{dx} g(y) = \frac{d}{dx} g(f(x)) = g'(f(x)) f'(x)$$

$$= g'(y) f'(x)$$

$$y = f(x) \qquad u = g(y)$$

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} \qquad g'(y) = \frac{du}{dy}$$

$u = g(y)$ dépend de y mais $y = f(x)$ dépend de x

Donc u dépend indirectement de x

$$\frac{du}{dx} = \frac{d}{dx}g(y) = \frac{d}{dx}g(f(x)) = g'(f(x))f'(x)$$

$$= g'(y)f'(x)$$

$$= \frac{du}{dy}\frac{dy}{dx}$$

$$y = f(x) \qquad u = g(y)$$

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} \qquad g'(y) = \frac{du}{dy}$$

$u = g(y)$ dépend de y mais $y = f(x)$ dépend de x

Donc u dépend indirectement de x

$$\begin{aligned}\frac{du}{dx} = \frac{d}{dx}g(y) = \frac{d}{dx}g(f(x)) &= g'(f(x))f'(x)\\ &= g'(y)f'(x)\\ &= \frac{du}{dy}\frac{dy}{dx}\end{aligned}$$

$$y = f(x) \qquad u = g(y)$$

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} \qquad g'(y) = \frac{du}{dy}$$

$u = g(y)$ dépend de y mais $y = f(x)$ dépend de x

Donc u dépend indirectement de x

$$\frac{du}{dx} = \frac{d}{dx} g(y) = \frac{d}{dx} g(f(x)) = g'(f(x)) f'(x)$$

$$= g'(y) f'(x)$$

$$= \frac{du}{dy} \frac{dy}{dx}$$

Règle de dérivation en chaîne.

$$\frac{du}{dx} = \frac{du}{dy}\frac{dy}{dx}$$

Règle de dérivation en chaîne.

$$\frac{du}{dx} = \frac{du}{dy}\frac{dy}{dx}$$

Si l'on considère cette notation comme de simple fraction, cette règle semble provenir de manipulation élémentaire.

Règle de dérivation en chaîne.

$$\frac{du}{dx} = \frac{du}{dy}\frac{dy}{dx}$$

Si l'on considère cette notation comme de simple fraction, cette règle semble provenir de manipulation élémentaire.

$$\frac{du}{dx} = \frac{du}{dx}(1)$$

Règle de dérivation en chaîne.

$$\frac{du}{dx} = \frac{du}{dy}\frac{dy}{dx}$$

Si l'on considère cette notation comme de simple fraction, cette règle semble provenir de manipulation élémentaire.

$$\frac{du}{dx} = \frac{du}{dx}(1) \quad = \frac{du}{dx}\frac{dy}{dy}$$

Règle de dérivation en chaîne.

$$\frac{du}{dx} = \frac{du}{dy}\frac{dy}{dx}$$

Si l'on considère cette notation comme de simple fraction, cette règle semble provenir de manipulation élémentaire.

$$\frac{du}{dx} = \frac{du}{dx}(1) \quad = \frac{du}{dx}\frac{dy}{dy}$$

Règle de dérivation en chaîne.

$$\frac{du}{dx} = \frac{du}{dy}\frac{dy}{dx}$$

Si l'on considère cette notation comme de simple fraction, cette règle semble provenir de manipulation élémentaire.

$$\frac{du}{dx} = \frac{du}{dx}(1) \quad = \frac{du}{dx}\frac{dy}{dy} \quad = \frac{du}{dy}\frac{dy}{dx}$$

Règle de dérivation en chaîne.

$$\frac{du}{dx} = \frac{du}{dy}\frac{dy}{dx}$$

Si l'on considère cette notation comme de simple fraction, cette règle semble provenir de manipulation élémentaire.

$$\frac{du}{dx} = \frac{du}{dx}(1) \quad = \frac{du}{dx}\frac{dy}{dy} \quad = \frac{du}{dy}\frac{dy}{dx}$$

Règle de dérivation en chaîne.

$$\frac{du}{dx} = \frac{du}{dy}\frac{dy}{dx}$$

Si l'on considère cette notation comme de simple fraction, cette règle semble provenir de manipulation élémentaire.

$$\frac{du}{dx} = \frac{du}{dx}(1) \quad = \frac{du}{dx}\frac{dy}{dy} \quad = \frac{du}{dy}\frac{dy}{dx}$$

en fait, c'est essentiellement ce qu'on a fait plus tôt.

Théorème $f(g(x))'$

Cherchons: $f(g(x))' = \lim_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{\Delta x}$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{\Delta x} \right) \left(\frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right)$$

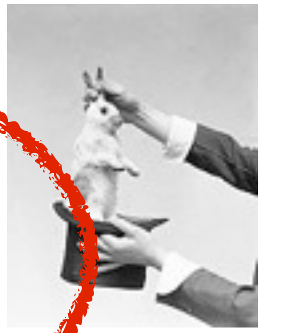
$$= \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right) \left(\frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x} \right)$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right) \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x} \right)$$

$$= \left(\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right) g(x)'$$

Théorème $\qquad f(g(x))'$

Cherchons: $\qquad f(g(x))' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{\Delta x}$



$$= \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{\Delta x} \right) \left(\frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right)$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right) \left(\frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x} \right)$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right) \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x} \right)$$

$$= \left(\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right) g(x)'$$

Théorème $f(g(x))'$

Cherchons: $$f(g(x))' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{\Delta x} \right) \left(\frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right)$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right) \left(\frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x} \right)$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right) \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x} \right)$$

$$= \left(\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(g(x+\Delta x)) - f(g(x))}{g(x+\Delta x) - g(x)} \right) g(x)'$$

Exemple

Exemple

$$y = 4x^3 + 2x$$

Exemple

$$y = 4x^3 + 2x$$

$$u = \sqrt{y} + \frac{3}{y+1}$$

Exemple

$$y = 4x^3 + 2x$$

$$u = \sqrt{y} + \frac{3}{y+1}$$

$$\frac{du}{dx}$$

Exemple

$$y = 4x^3 + 2x$$

$$u = \sqrt{y} + \frac{3}{y+1}$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{du}{dy}\frac{dy}{dx}$$

Exemple

$$y = 4x^3 + 2x$$

$$u = \sqrt{y} + \frac{3}{y+1}$$

$$\frac{du}{dx} = \boxed{\frac{du}{dy}}\frac{dy}{dx}$$

Exemple

$$y = 4x^3 + 2x$$

$$u = \sqrt{y} + \frac{3}{y+1}$$

$$\frac{du}{dy} = \frac{1}{2\sqrt{y}} + \frac{3'(y+1) - 3(y+1)'}{(y+1)^2}$$

$$\frac{du}{dx} = \boxed{\frac{du}{dy}}\frac{dy}{dx}$$

Exemple

$$y = 4x^3 + 2x$$

$$u = \sqrt{y} + \frac{3}{y+1}$$

$$\frac{du}{dy} = \frac{1}{2\sqrt{y}} + \frac{3'(y+1) - 3(y+1)'}{(y+1)^2}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{y}} + \frac{-3}{(y+1)^2}$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{du}{dy}\frac{dy}{dx}$$

Exemple

$$y = 4x^3 + 2x \qquad u = \sqrt{y} + \frac{3}{y+1}$$

$$\frac{du}{dy} = \frac{1}{2\sqrt{y}} + \frac{3'(y+1) - 3(y+1)'}{(y+1)^2}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{y}} + \frac{-3}{(y+1)^2}$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{du}{dy}\frac{dy}{dx}$$

Exemple

$$y = 4x^3 + 2x \qquad u = \sqrt{y} + \frac{3}{y+1}$$

$$\boxed{\frac{du}{dy}} = \frac{1}{2\sqrt{y}} + \frac{3'(y+1) - 3(y+1)'}{(y+1)^2}$$

$$= \boxed{\frac{1}{2\sqrt{y}} + \frac{-3}{(y+1)^2}}$$

$$\frac{du}{dx} = \boxed{\frac{du}{dy}}\boxed{\frac{dy}{dx}}$$

Exemple

$$y = 4x^3 + 2x \qquad u = \sqrt{y} + \frac{3}{y+1}$$

$$\frac{dy}{dx} = 12x^2 + 2$$

$$\boxed{\frac{du}{dy}} = \frac{1}{2\sqrt{y}} + \frac{3'(y+1) - 3(y+1)'}{(y+1)^2}$$

$$= \boxed{\frac{1}{2\sqrt{y}} + \frac{-3}{(y+1)^2}}$$

$$\frac{du}{dx} = \boxed{\frac{du}{dy}}\,\boxed{\frac{dy}{dx}}$$

Exemple

$$y = 4x^3 + 2x \qquad u = \sqrt{y} + \frac{3}{y+1}$$

$$\frac{dy}{dx} = 12x^2 + 2$$

$$\frac{du}{dy} = \frac{1}{2\sqrt{y}} + \frac{3'(y+1) - 3(y+1)'}{(y+1)^2}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{y}} + \frac{-3}{(y+1)^2}$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{du}{dy}\frac{dy}{dx}$$

Exemple

$$y = 4x^3 + 2x \qquad u = \sqrt{y} + \frac{3}{y+1}$$

$$\boxed{\frac{dy}{dx}} = \boxed{12x^2 + 2}$$

$$\boxed{\frac{du}{dy}} = \frac{1}{2\sqrt{y}} + \frac{3'(y+1) - 3(y+1)'}{(y+1)^2}$$

$$= \boxed{\frac{1}{2\sqrt{y}} + \frac{-3}{(y+1)^2}}$$

$$\frac{du}{dx} = \boxed{\frac{du}{dy}}\boxed{\frac{dy}{dx}} = \left(\frac{1}{2\sqrt{y}} + \frac{-3}{(y+1)^2}\right)(12x^2 + 2)$$

Exemple

$$y = 4x^3 + 2x \qquad u = \sqrt{y} + \frac{3}{y+1}$$

$$\frac{dy}{dx} = 12x^2 + 2$$

$$\frac{du}{dy} = \frac{1}{2\sqrt{y}} + \frac{3'(y+1) - 3(y+1)'}{(y+1)^2}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{y}} + \frac{-3}{(y+1)^2}$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{du}{dy}\frac{dy}{dx} = \left(\frac{1}{2\sqrt{y}} + \frac{-3}{(y+1)^2}\right)(12x^2 + 2)$$

Exemple

$$y = 4x^3 + 2x \qquad u = \sqrt{y} + \frac{3}{y+1}$$

$$\frac{dy}{dx} = 12x^2 + 2 \qquad \frac{du}{dy} = \frac{1}{2\sqrt{y}} + \frac{3'(y+1) - 3(y+1)'}{(y+1)^2}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{y}} + \frac{-3}{(y+1)^2}$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{du}{dy}\frac{dy}{dx} = \left(\frac{1}{2\sqrt{y}} + \frac{-3}{(y+1)^2}\right)(12x^2 + 2)$$

Exemple

$$y = 4x^3 + 2x \qquad u = \sqrt{y} + \frac{3}{y+1}$$

$$\frac{dy}{dx} = 12x^2 + 2$$

$$\frac{du}{dy} = \frac{1}{2\sqrt{y}} + \frac{3'(y+1) - 3(y+1)'}{(y+1)^2}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{y}} + \frac{-3}{(y+1)^2}$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{du}{dy}\frac{dy}{dx} = \left(\frac{1}{2\sqrt{y}} + \frac{-3}{(y+1)^2}\right)(12x^2 + 2)$$

$$= \left(\frac{1}{2\sqrt{4x^3+2x}} + \frac{-3}{(4x^3+2x+1)^2}\right)(12x^2 + 2)$$

Exemple

$$y = 4x^3 + 2x \qquad u = \sqrt{y} + \frac{3}{y+1}$$

$$\frac{dy}{dx} = 12x^2 + 2 \qquad \frac{du}{dy} = \frac{1}{2\sqrt{y}} + \frac{3'(y+1) - 3(y+1)'}{(y+1)^2}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{y}} + \frac{-3}{(y+1)^2}$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{du}{dy}\frac{dy}{dx} = \left(\frac{1}{2\sqrt{y}} + \frac{-3}{(y+1)^2}\right)(12x^2 + 2)$$

$$= \left(\frac{1}{2\sqrt{4x^3 + 2x}} + \frac{-3}{(4x^3 + 2x + 1)^2}\right)(12x^2 + 2)$$

Faites les exercices suivants

Section 2.4. # 31 et 32.

Aujourd’hui, nous avons vu

Aujourd'hui, nous avons vu

f n'est pas continue en a

Aujourd’hui, nous avons vu

f n’est pas continue en a $\implies$ f n’est pas dérivable en a.

Aujourd'hui, nous avons vu

f n'est pas continue en a $\implies$ f n'est pas dérivable en a.

$$f(g(x))' = f'(g(x))g'(x)$$

Aujourd'hui, nous avons vu

f n'est pas continue en a $\Longrightarrow$ f n'est pas dérivable en a.

$$f(g(x))' = f'(g(x))g'(x)$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{du}{dy}\frac{dy}{dx}$$

Devoir: Section 2.4