3.1 CROISSANCE D'UNE FONCTION

DOME LONGITON

cours 15

Aujourd'hui, nous allons voir

Aujourd'hui, nous allons voir

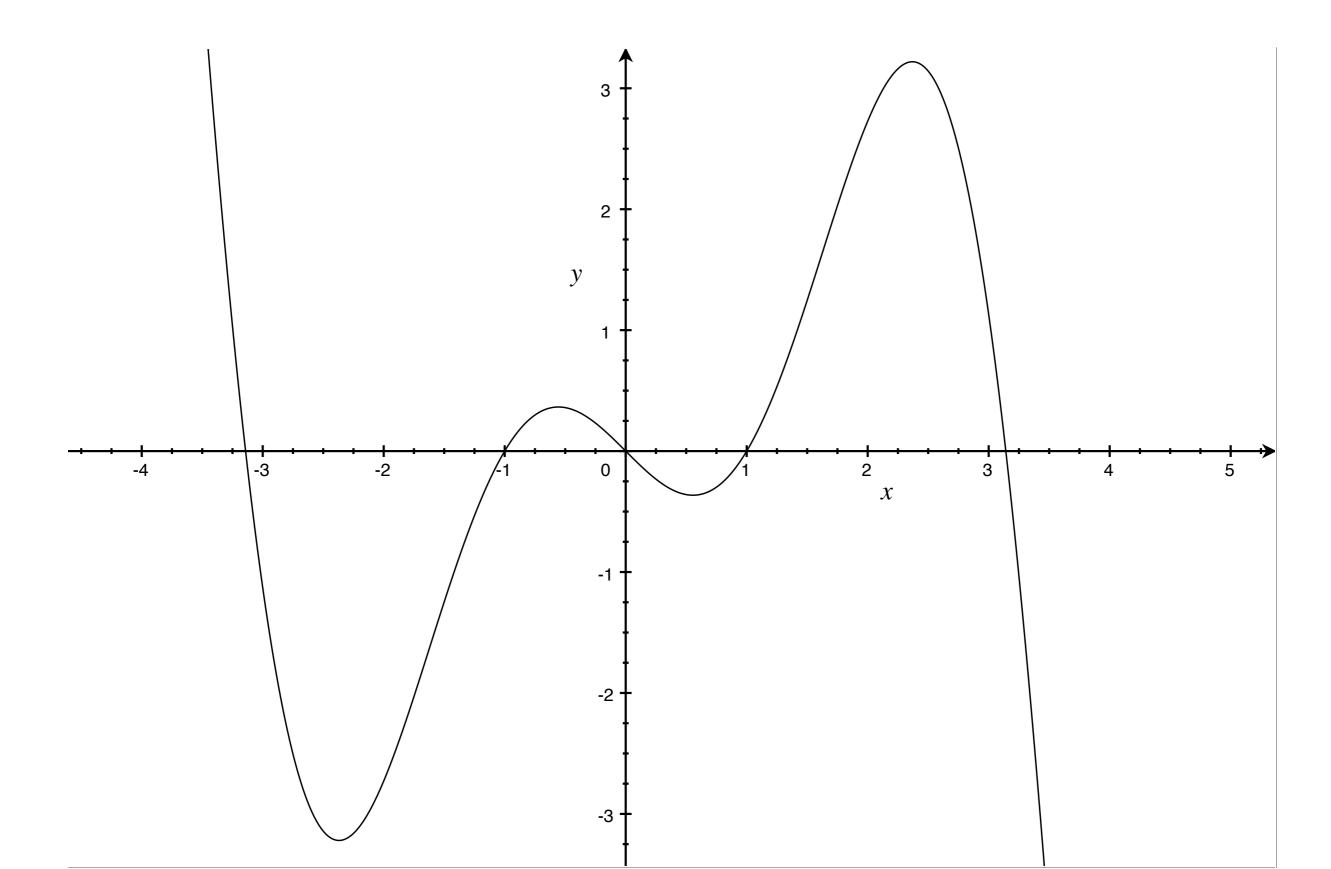
√ Croissance et décroissance

Aujourd'hui, nous allons voir

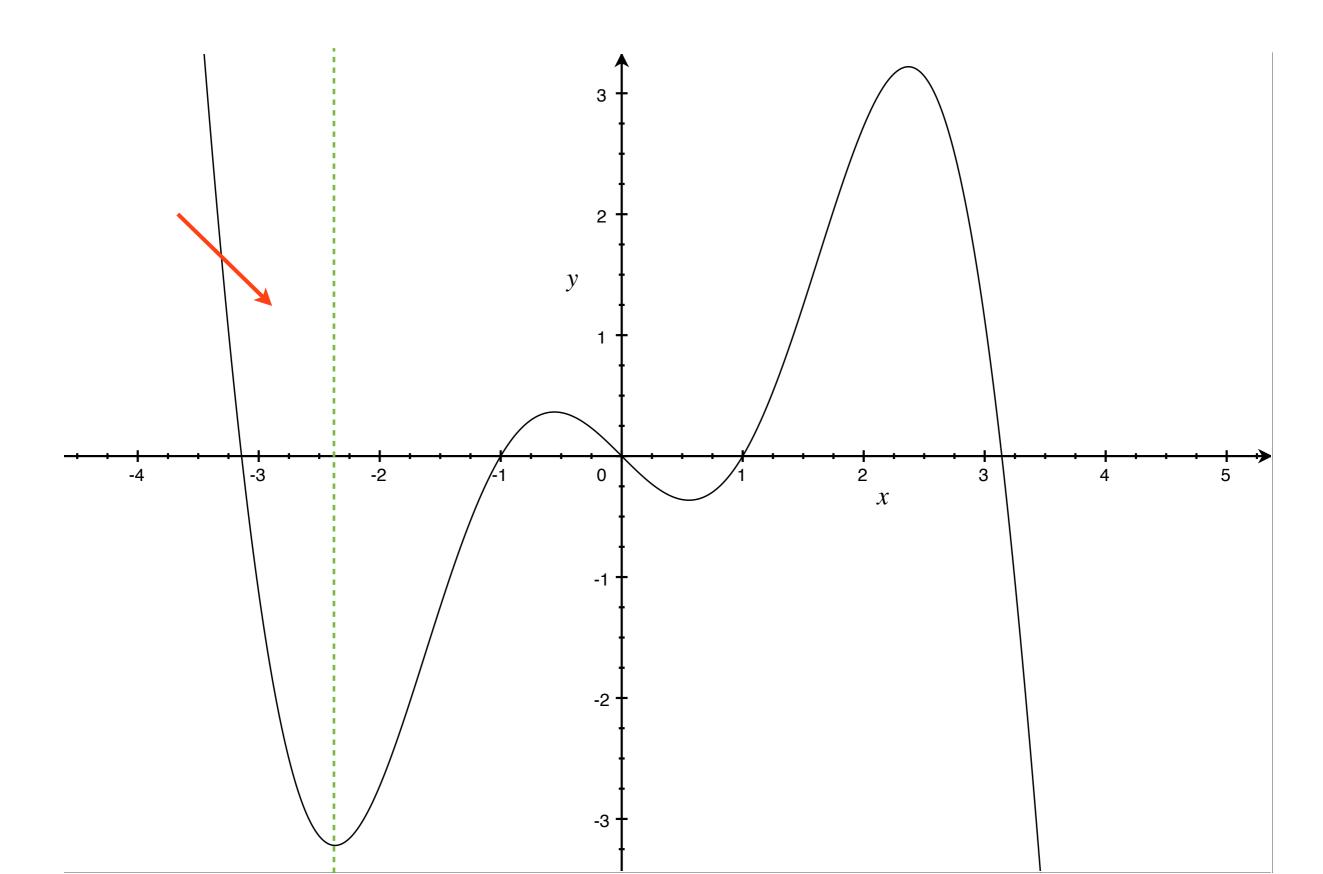
- √ Croissance et décroissance
- ✓ Maximum et minimum relatif

Étant donné le graphique d'une fonction, il est assez simple de dire si elle croit ou décroit.

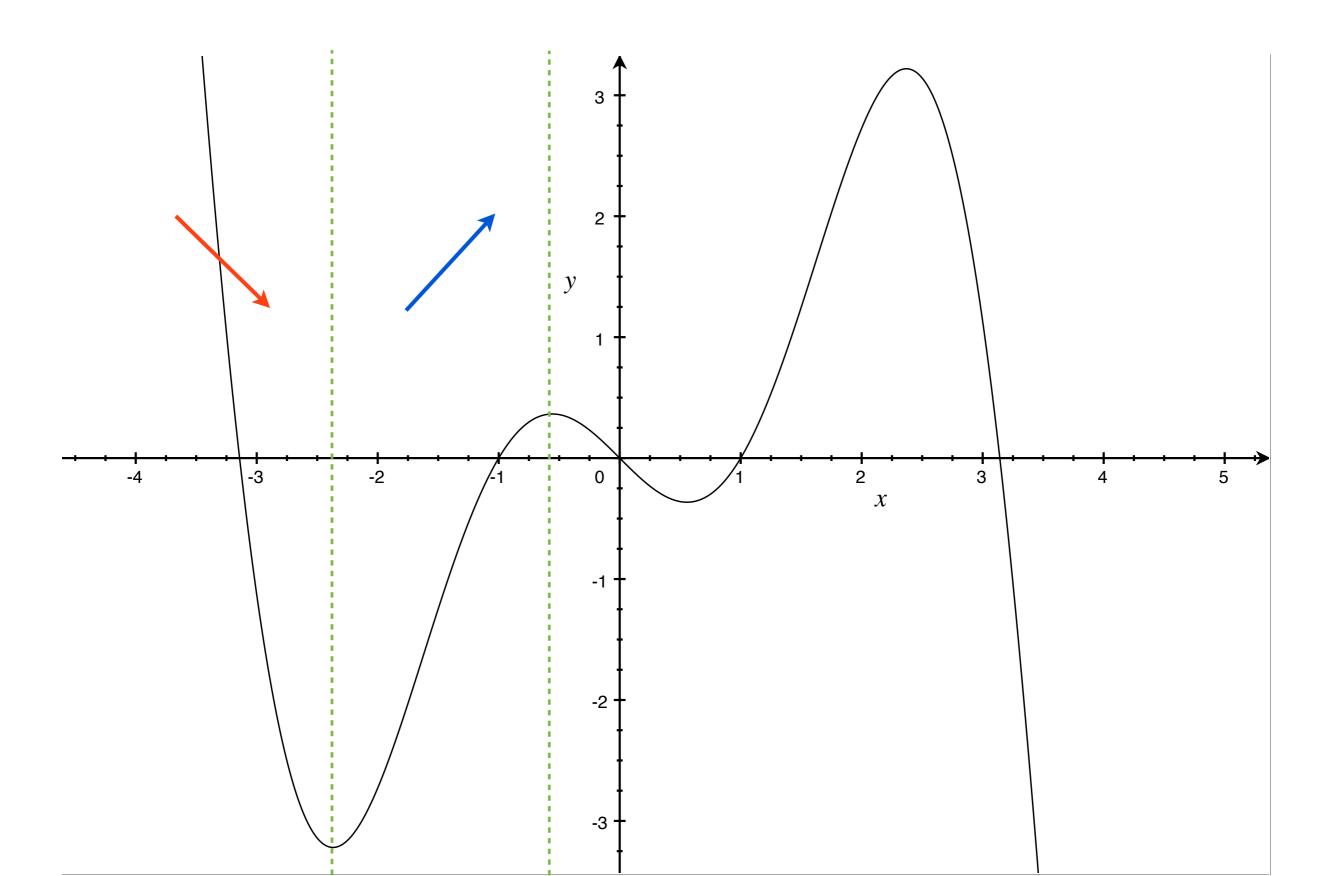
Étant donné le graphique d'une fonction, il est assez simple de dire si elle croit ou décroit.



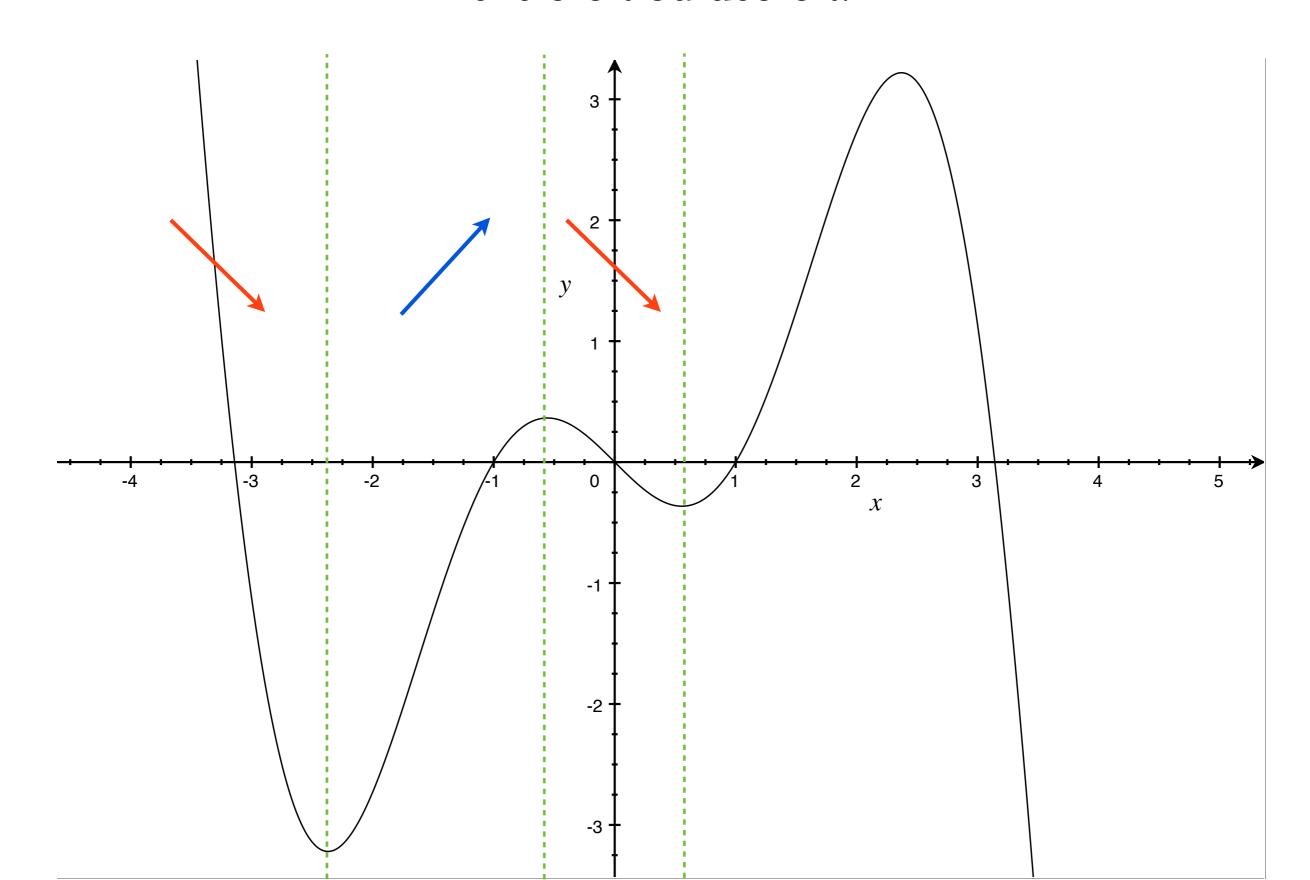
Étant donné le graphique d'une fonction, il est assez simple de dire si elle croit ou décroit.



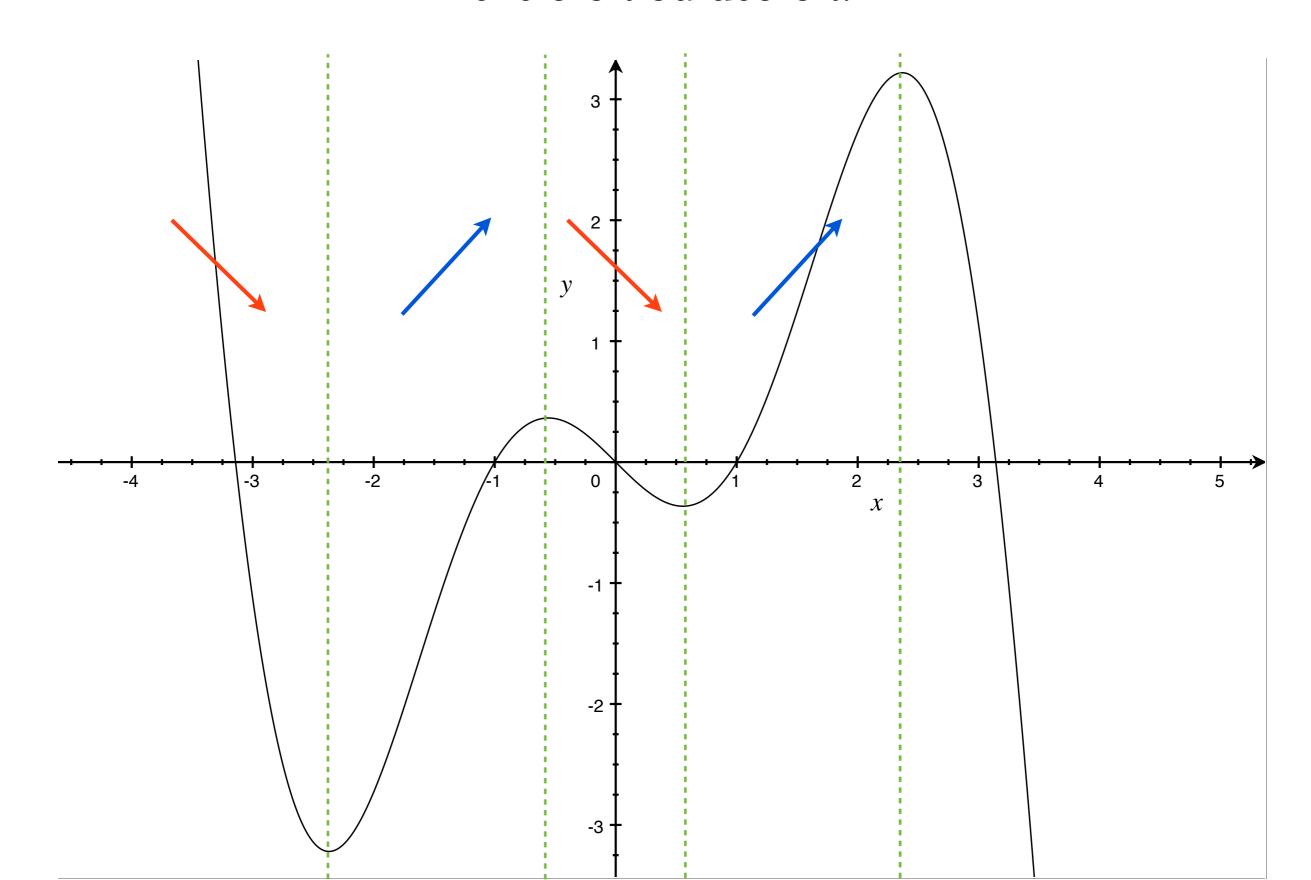
Étant donné le graphique d'une fonction, il est assez simple de dire si elle croit ou décroit.



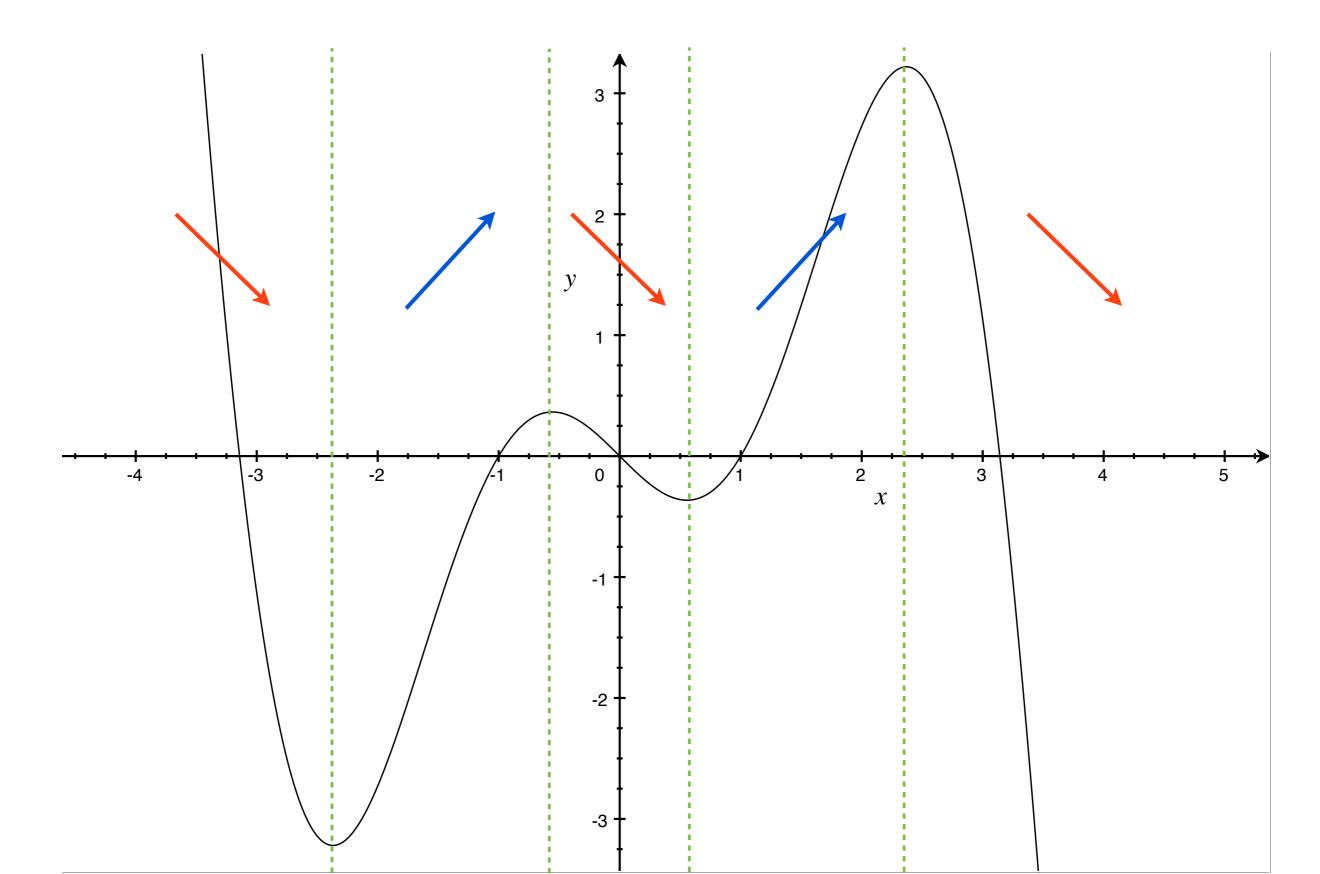
Étant donné le graphique d'une fonction, il est assez simple de dire si elle croit ou décroit.



Étant donné le graphique d'une fonction, il est assez simple de dire si elle croit ou décroit.



Étant donné le graphique d'une fonction, il est assez simple de dire si elle croit ou décroit.



Il est souvent pratique, pour formaliser les choses en mathématiques, de bien les définir.

Il est souvent pratique, pour formaliser les choses en mathématiques, de bien les définir.

Définition

Il est souvent pratique, pour formaliser les choses en mathématiques, de bien les définir.

Définition

Il est souvent pratique, pour formaliser les choses en mathématiques, de bien les définir.

Définition

$$\forall x_1, x_2 \in]a,b[$$

Il est souvent pratique, pour formaliser les choses en mathématiques, de bien les définir.

Définition

$$\forall x_1, x_2 \in]a,b[$$

$$x_1 \le x_2 \Longrightarrow f(x_1) \le f(x_2)$$

Il est souvent pratique, pour formaliser les choses en mathématiques, de bien les définir.

Définition

Une fonction f(x) est croissante sur un intervalle]a,b[, si

$$\forall x_1, x_2 \in]a,b[$$

$$x_1 \le x_2 \Longrightarrow f(x_1) \le f(x_2)$$

Il est souvent pratique, pour formaliser les choses en mathématiques, de bien les définir.

Définition

Une fonction f(x) est croissante sur un intervalle a,b, si

$$\forall x_1, x_2 \in]a,b[$$

$$x_1 \le x_2 \Longrightarrow f(x_1) \le f(x_2)$$

$$\forall x_1, x_2 \in]a,b[$$

Il est souvent pratique, pour formaliser les choses en mathématiques, de bien les définir.

Définition

Une fonction f(x) est croissante sur un intervalle a,b, si

$$\forall x_1, x_2 \in]a,b[$$

$$x_1 \le x_2 \Longrightarrow f(x_1) \le f(x_2)$$

$$\forall x_1, x_2 \in]a,b[$$

$$x_1 \le x_2 \Longrightarrow f(x_1) \ge f(x_2)$$

Il est souvent pratique, pour formaliser les choses en mathématiques, de bien les définir.

Définition

Une fonction f(x) est croissante sur un intervalle a,b, si

$$\forall x_1, x_2 \in]a,b[$$

$$x_1 \le x_2 \Longrightarrow f(x_1) \le f(x_2)$$

$$\forall x_1, x_2 \in]a,b[$$

$$x_1 \le x_2 \Longrightarrow f(x_1) \ge f(x_2)$$



...mais pas trop facile à utiliser!

...mais pas trop facile à utiliser!

Comment peut-on être sûr pour chaque paire de points dans l'intervalle?

...mais pas trop facile à utiliser!

Comment peut-on être sûr pour chaque paire de points dans l'intervalle?

Regardons les taux de variation moyens d'une fonction dans un intervalle ou elle est croissante.

...mais pas trop facile à utiliser!

Comment peut-on être sûr pour chaque paire de points dans l'intervalle?

Regardons les taux de variation moyens d'une fonction dans un intervalle ou elle est croissante.



$$x_1 \leq x_2$$

$$x_1 \le x_2 \qquad \Longrightarrow 0 \le x_2 - x_1$$

$$x_1 \le x_2 \qquad \Longrightarrow 0 \le x_2 - x_1 \\ \Longrightarrow x_1 - x_2 \le 0$$

$$x_1 \le x_2 \qquad \Longrightarrow 0 \le x_2 - x_1 \\ \Longrightarrow x_1 - x_2 \le 0$$

$$f(x_1) \le f(x_2)$$

$$x_1 \le x_2 \qquad \Longrightarrow 0 \le x_2 - x_1 \\ \Longrightarrow x_1 - x_2 \le 0$$

$$f(x_1) \le f(x_2) \qquad \Longrightarrow 0 \le f(x_2) - f(x_1)$$

$$x_1 \le x_2 \qquad \Longrightarrow 0 \le x_2 - x_1 \\ \Longrightarrow x_1 - x_2 \le 0$$

$$f(x_1) \le f(x_2) \qquad \Longrightarrow 0 \le f(x_2) - f(x_1)$$
$$\Longrightarrow f(x_1) - f(x_2) \le 0$$

$$x_1 \le x_2 \qquad \Longrightarrow 0 \le x_2 - x_1 \\ \Longrightarrow x_1 - x_2 \le 0$$

$$f(x_1) \le f(x_2) \qquad \Longrightarrow 0 \le f(x_2) - f(x_1)$$
$$\Longrightarrow f(x_1) - f(x_2) \le 0$$

$$TVM_{[x_1,x_2]} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

$$x_1 \le x_2 \qquad \Longrightarrow 0 \le x_2 - x_1 \\ \Longrightarrow x_1 - x_2 \le 0$$

$$f(x_1) \le f(x_2) \qquad \Longrightarrow 0 \le f(x_2) - f(x_1)$$
$$\Longrightarrow f(x_1) - f(x_2) \le 0$$

$$TVM_{[x_1,x_2]} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \ge 0$$

$$x_1 \le x_2 \qquad \Longrightarrow 0 \le x_2 - x_1 \\ \Longrightarrow x_1 - x_2 \le 0$$

$$f(x_1) \le f(x_2) \qquad \Longrightarrow 0 \le f(x_2) - f(x_1)$$
$$\Longrightarrow f(x_1) - f(x_2) \le 0$$

$$TVM_{[x_1,x_2]} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \ge 0$$

$$\lim_{h \to 0^+} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \ge 0$$

$$x_1 \le x_2 \qquad \Longrightarrow 0 \le x_2 - x_1 \\ \Longrightarrow x_1 - x_2 \le 0$$

$$f(x_1) \le f(x_2) \qquad \Longrightarrow 0 \le f(x_2) - f(x_1)$$
$$\Longrightarrow f(x_1) - f(x_2) \le 0$$

$$TVM_{[x_1,x_2]} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \ge 0$$

$$\lim_{h \to 0^+} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \ge 0$$

$$x_1 \leq x_2 \qquad \Longrightarrow 0 \leq x_2 - x_1 \\ \Longrightarrow x_1 - x_2 \leq 0$$

$$f(x_1) \le f(x_2) \qquad \Longrightarrow 0 \le f(x_2) - f(x_1)$$
$$\Longrightarrow f(x_1) - f(x_2) \le 0$$

$$TVM_{[x_1,x_2]} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \ge 0$$

$$\lim_{h \to 0^+} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \ge 0$$

$$\begin{array}{c} \longrightarrow 0 \le x_2 - x_1 \\ \longrightarrow x_1 \le x_2 \\ \longrightarrow x_1 - x_2 \le 0 \end{array}$$

$$f(x_1) \le f(x_2) \qquad \Longrightarrow 0 \le f(x_2) - f(x_1)$$
$$\Longrightarrow f(x_1) - f(x_2) \le 0$$

$$TVM_{[x_1,x_2]} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \ge 0$$

$$\lim_{h \to 0^+} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \ge 0$$

$$\begin{array}{c} \longrightarrow 0 \le x_2 - x_1 \\ \longrightarrow x_1 \le x_2 \\ \longrightarrow x_1 - x_2 \le 0 \end{array}$$

$$f(x_1) \le f(x_2) \qquad \Longrightarrow 0 \le f(x_2) - f(x_1)$$
$$\Longrightarrow f(x_1) - f(x_2) \le 0$$

$$TVM_{[x_1,x_2]} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \ge 0$$

$$\lim_{h \to 0^+} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \ge 0$$

$$\begin{array}{c} \longrightarrow 0 \le x_2 - x_1 \\ \longrightarrow x_1 \le x_2 \\ \longrightarrow x_1 - x_2 \le 0 \end{array}$$

$$f(x_1) \le f(x_2) \qquad \Longrightarrow 0 \le f(x_2) - f(x_1)$$
$$\Longrightarrow f(x_1) - f(x_2) \le 0$$

$$TVM_{[x_1,x_2]} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \ge 0$$

$$\lim_{h \to 0^+} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \ge 0 \qquad \qquad \lim_{h \to 0^-} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \ge 0$$

$$\begin{array}{c} x_1 \leq x_2 \\ \hline x_1 \leq x_2 \\ \hline \Rightarrow x_1 - x_2 \leq 0 \end{array}$$

$$f(x_1) \le f(x_2) \qquad \Longrightarrow 0 \le f(x_2) - f(x_1)$$
$$\Longrightarrow f(x_1) - f(x_2) \le 0$$

$$TVM_{[x_1,x_2]} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \ge 0$$

$$\lim_{h \to 0^+} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \ge 0 \qquad \lim_{h \to 0^-} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \ge 0$$

$$\begin{array}{c} x_1 \leq x_2 \\ \hline x_1 \leq x_2 \\ \hline \Rightarrow x_1 - x_2 \leq 0 \end{array}$$

$$f(x_1) \le f(x_2) \qquad \Longrightarrow 0 \le f(x_2) - f(x_1)$$
$$\Longrightarrow f(x_1) - f(x_2) \le 0$$

$$TVM_{[x_1,x_2]} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \ge 0$$

$$\lim_{h \to 0^+} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \ge 0 \qquad \lim_{h \to 0^-} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \ge 0$$

$$\begin{array}{c} x_1 \leq x_2 \\ \hline x_1 \leq x_2 \\ \hline \Rightarrow x_1 - x_2 \leq 0 \end{array}$$

$$f(x_1) \le f(x_2) \qquad \Longrightarrow 0 \le f(x_2) - f(x_1)$$
$$\Longrightarrow f(x_1) - f(x_2) \le 0$$

$$TVM_{[x_1,x_2]} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \ge 0$$

$$\lim_{h \to 0^+} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \ge 0 \qquad \lim_{h \to 0^-} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \ge 0$$

$$\begin{array}{c} x_1 \leq x_2 \\ \hline x_1 \leq x_2 \\ \hline \Rightarrow x_1 - x_2 \leq 0 \end{array}$$

$$f(x_1) \le f(x_2) \qquad \Longrightarrow 0 \le f(x_2) - f(x_1)$$
$$\Longrightarrow f(x_1) - f(x_2) \le 0$$

$$TVM_{[x_1,x_2]} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \ge 0$$

$$\lim_{h \to 0^+} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \ge 0 \qquad \lim_{h \to 0^-} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \ge 0$$

Théorème

Soit f(x) une fonction dérivable sur un intervalle]a,b[

Si $\forall c \in]a,b[$

Théorème

Soit f(x) une fonction dérivable sur un intervalle]a,b[

Si
$$\forall c \in]a,b[$$

$$f'(c) \ge 0$$

Si
$$\forall c \in]a,b[$$

 $f'(c) \ge 0$ alors f(x) est croissante sur]a,b[

Si
$$\forall c \in]a,b[$$

$$f'(c) \ge 0$$
 alors $f(x)$ est croissante sur $]a,b[$

Si
$$\forall c \in]a,b[$$

Si
$$\forall c \in]a,b[$$

$$f'(c) \ge 0$$
 alors $f(x)$ est croissante sur $]a,b[$

Si
$$\forall c \in]a,b[$$

$$f'(c) \le 0$$

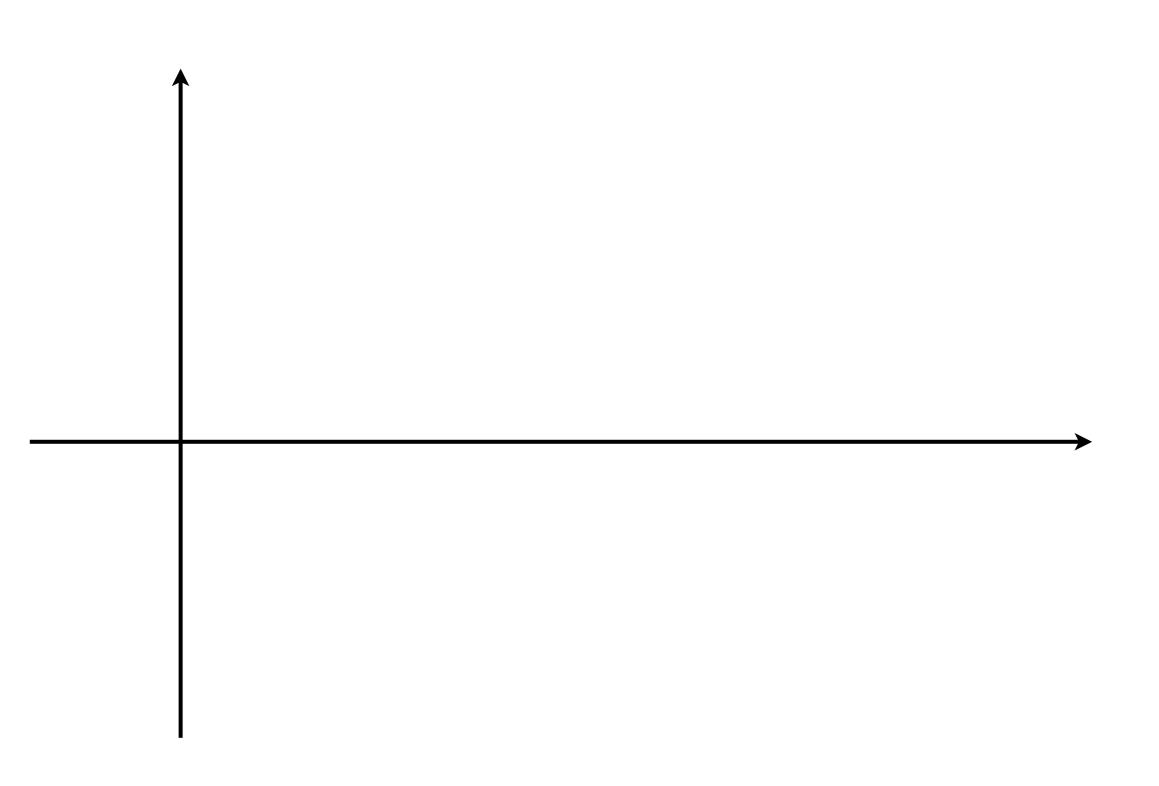
Si
$$\forall c \in]a,b[$$

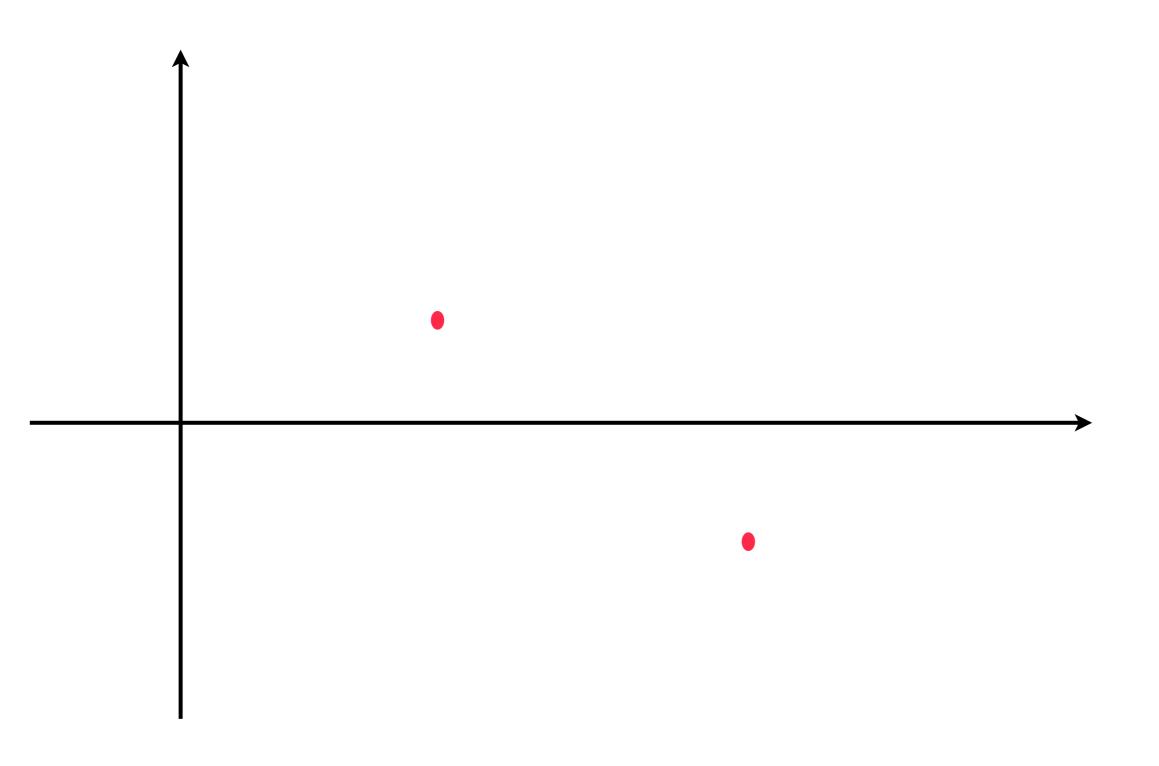
$$f'(c) \ge 0$$
 alors $f(x)$ est croissante sur $]a,b[$

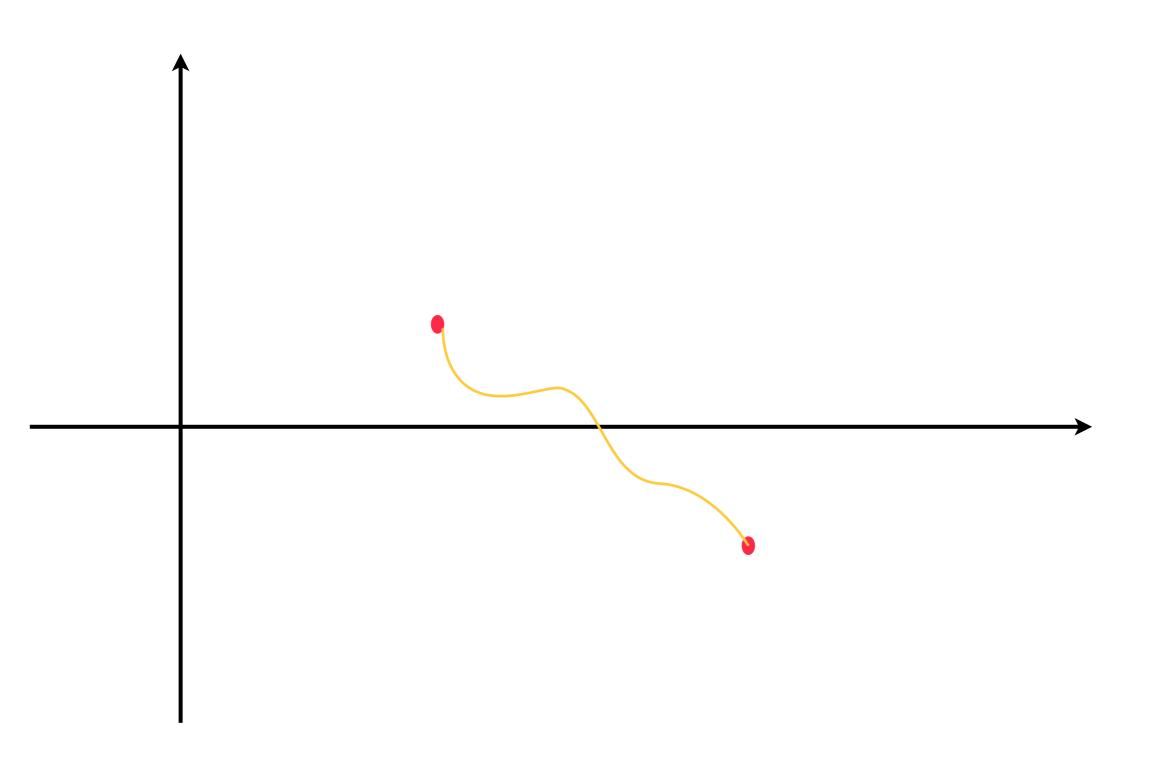
Si
$$\forall c \in]a,b[$$

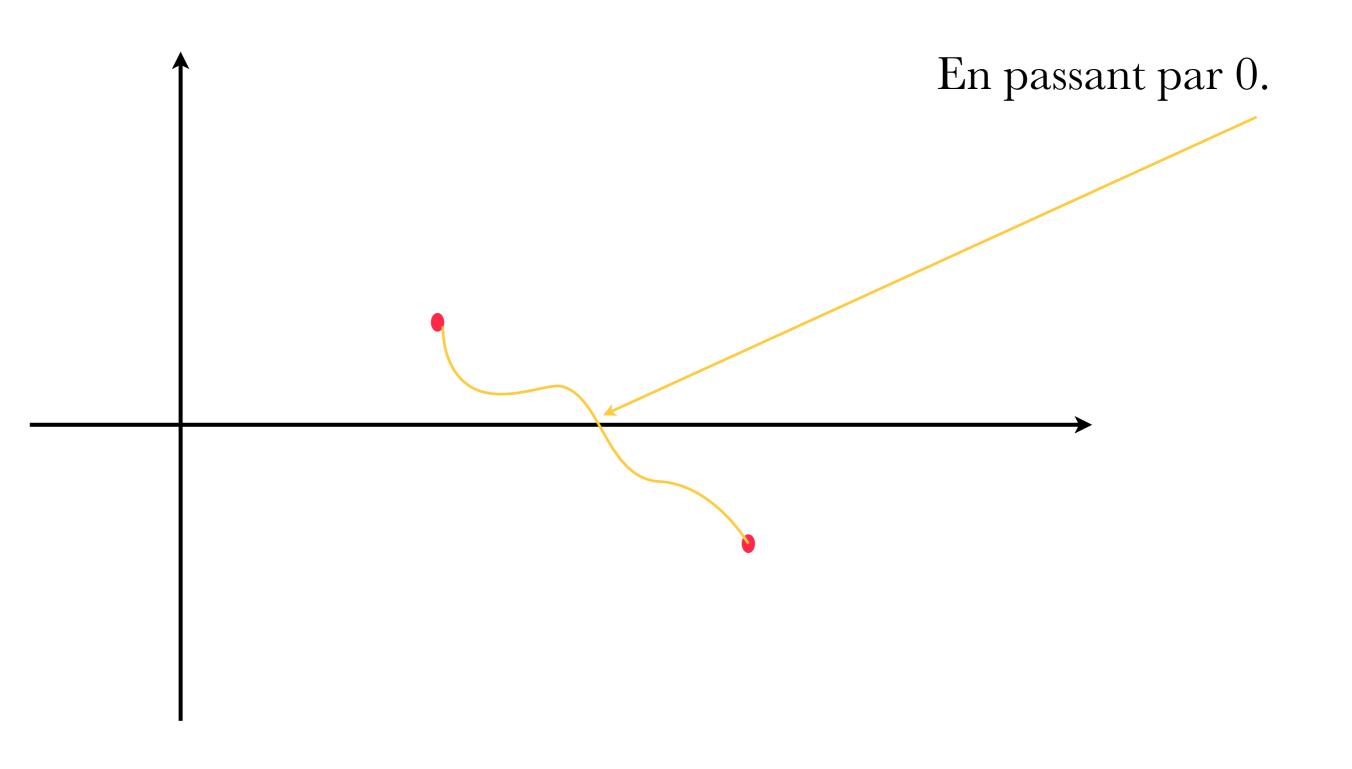
$$f'(c) \le 0$$
 alors $f(x)$ est décroissante sur a,b

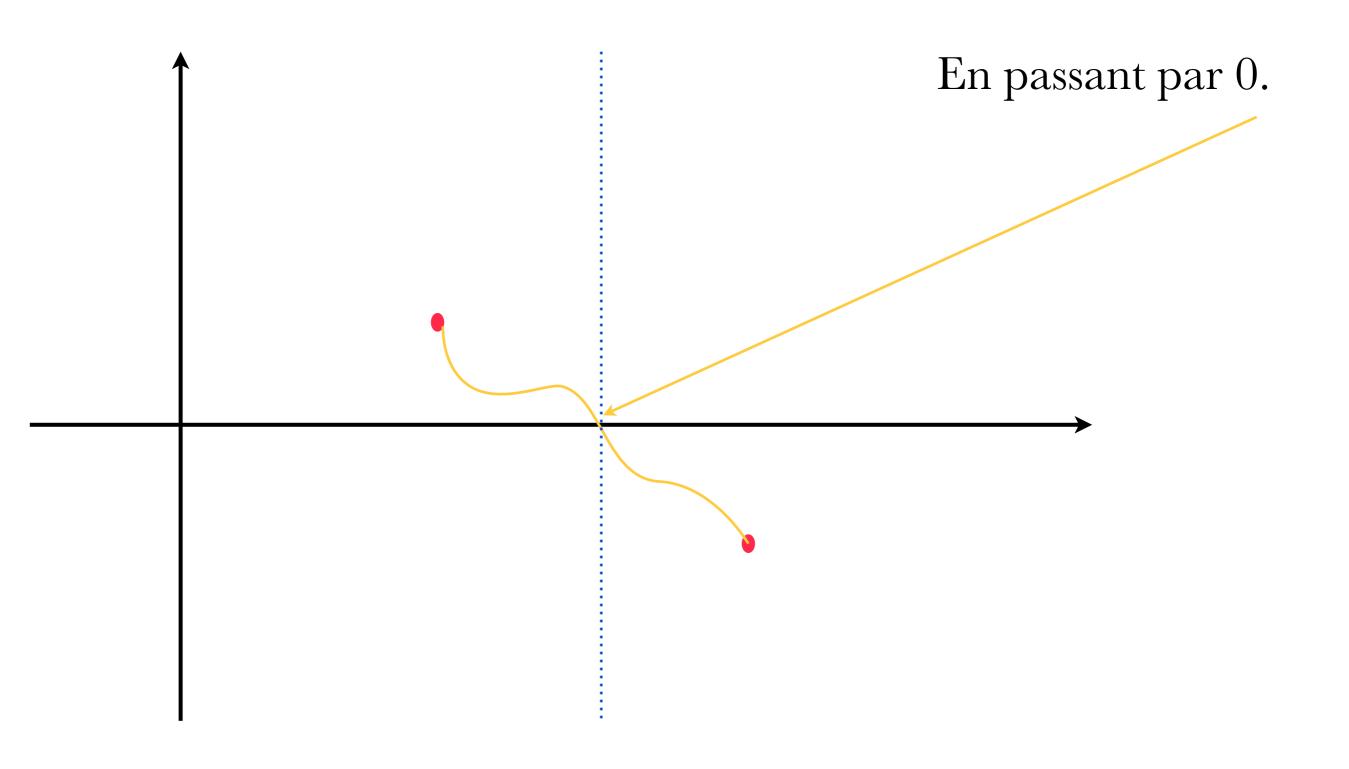
Pour déterminer les intervalles où une fonction est croissante et où elle est décroissante, il suffit de déterminer les intervalles où sa dérivée est positive et où elle est négative.

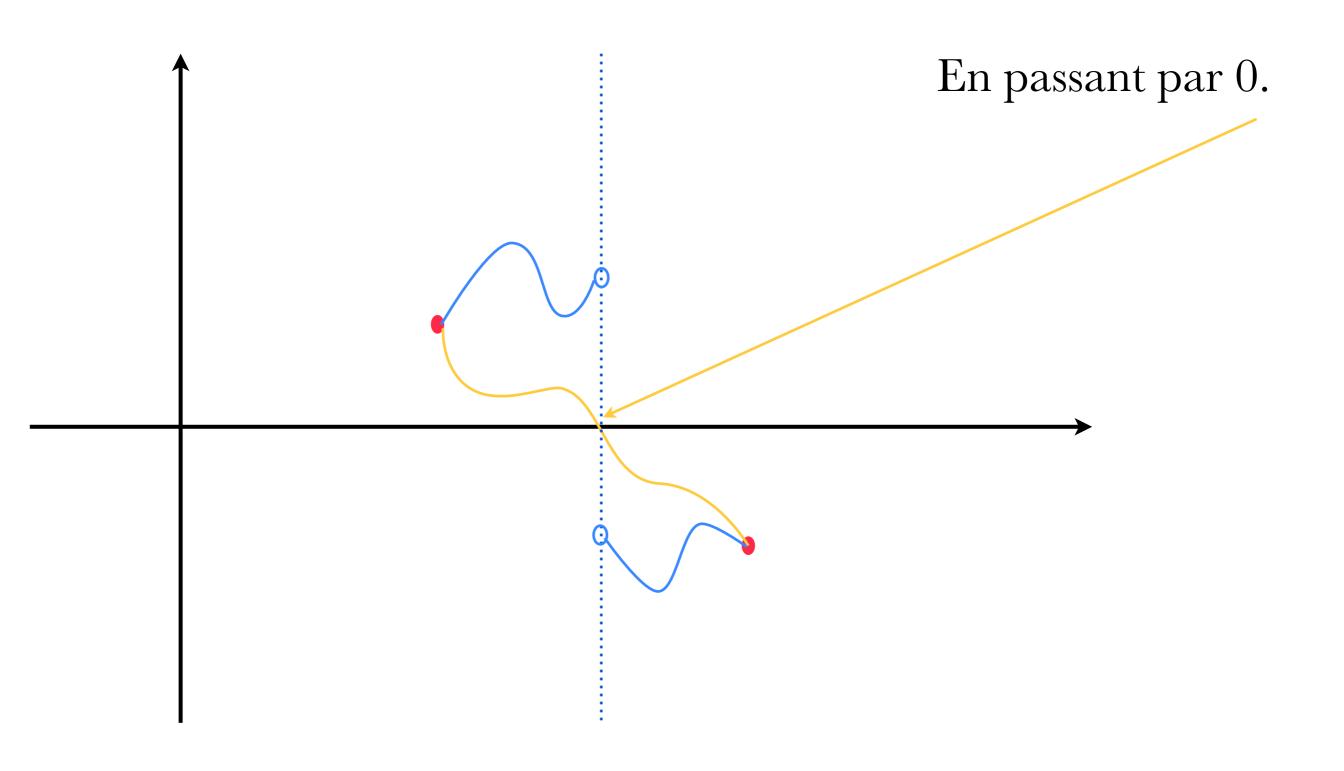


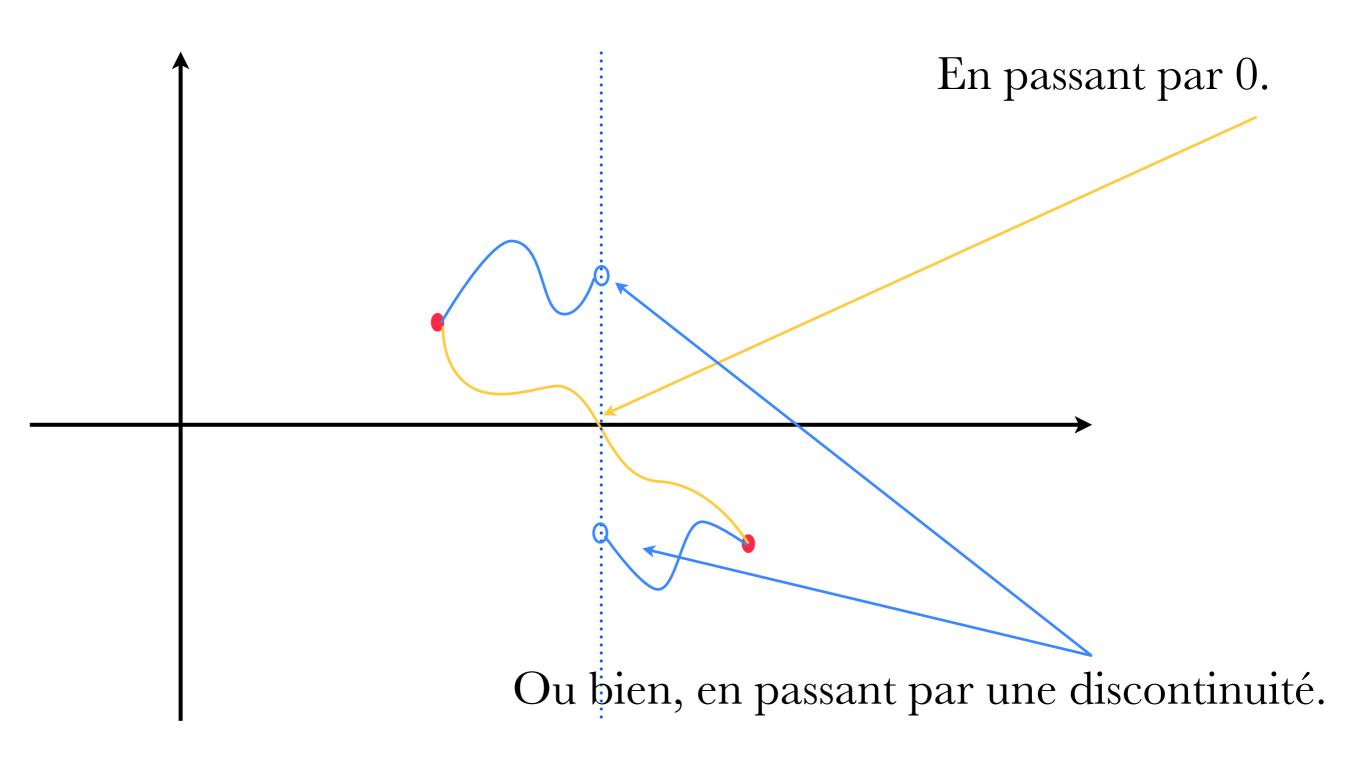






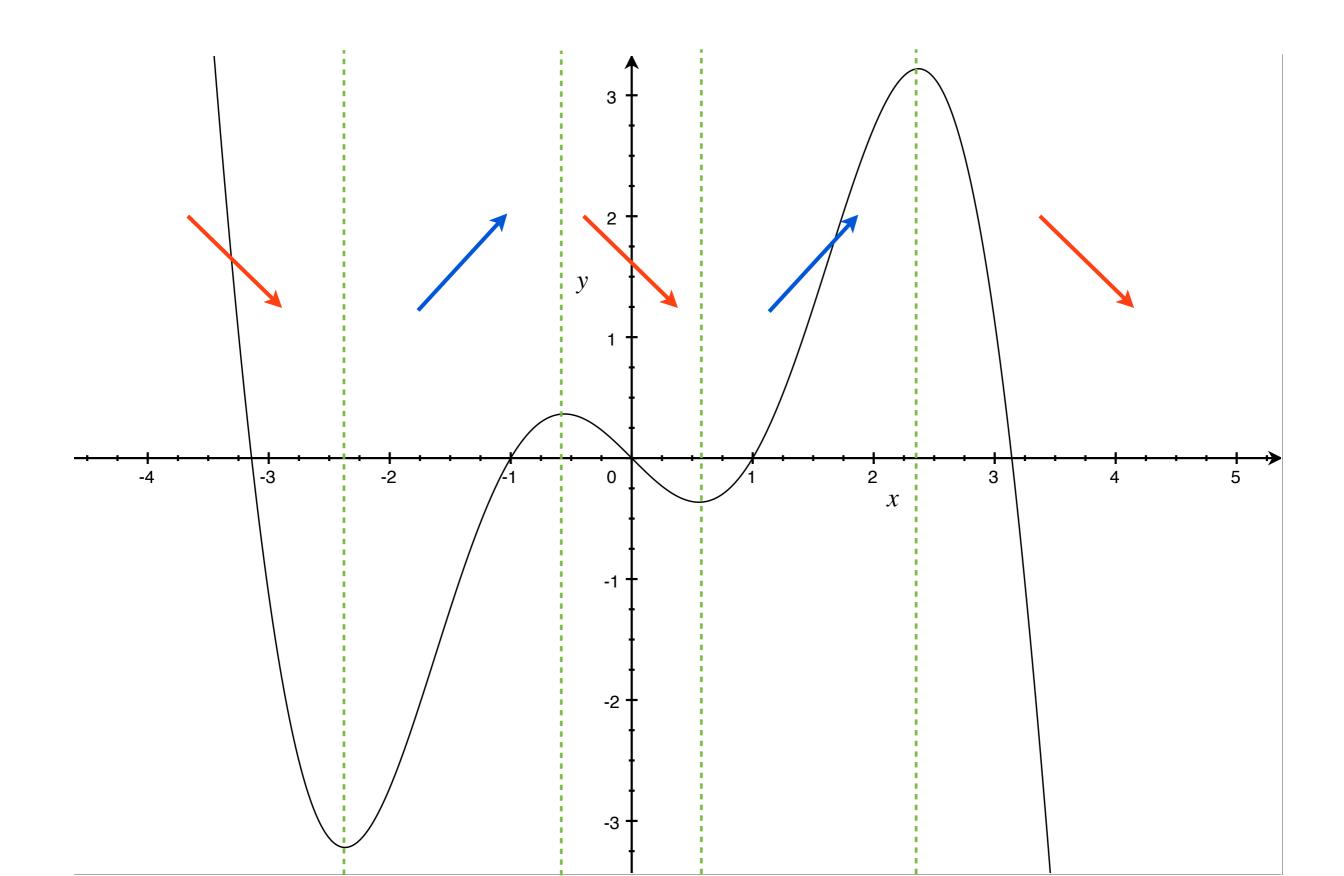


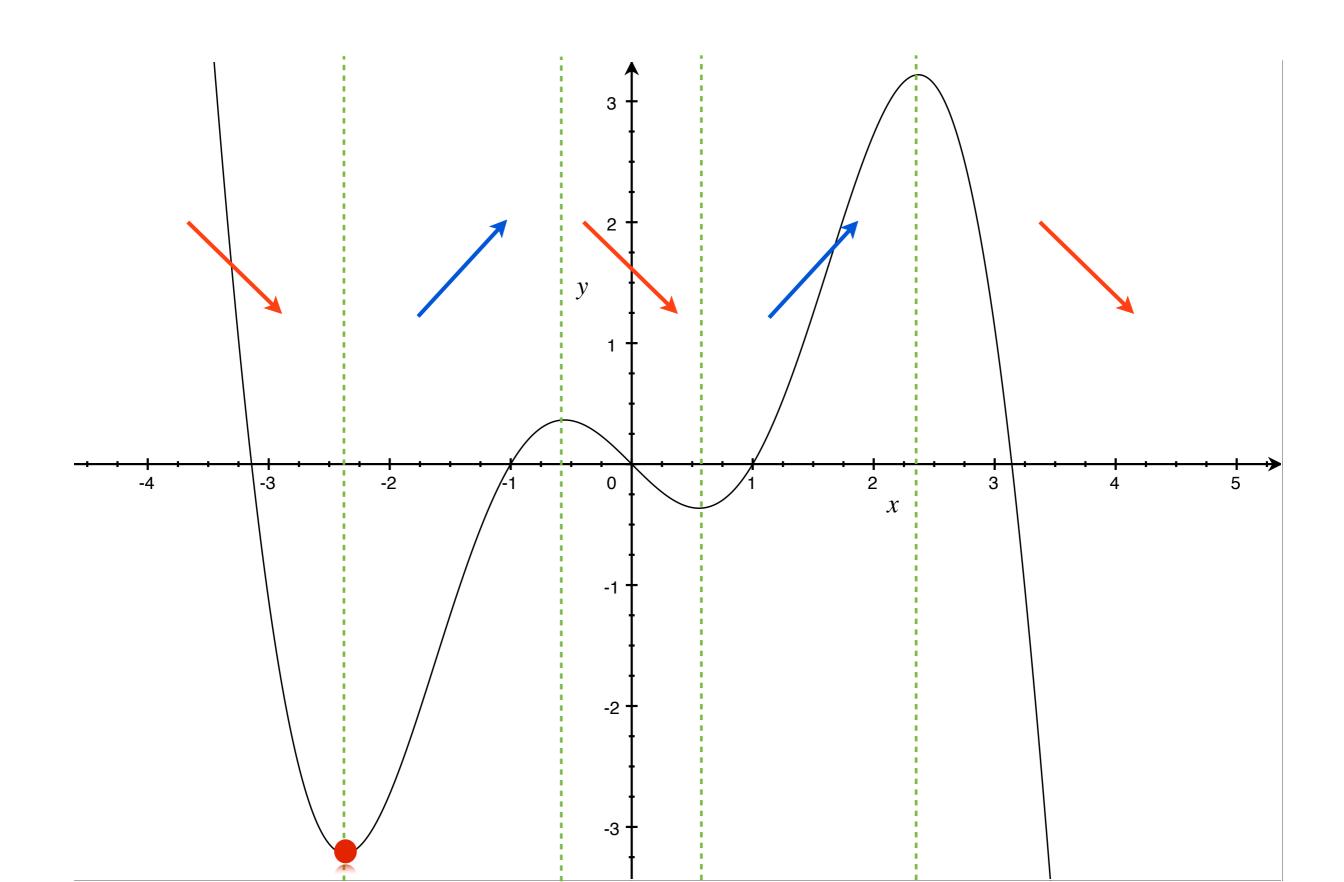


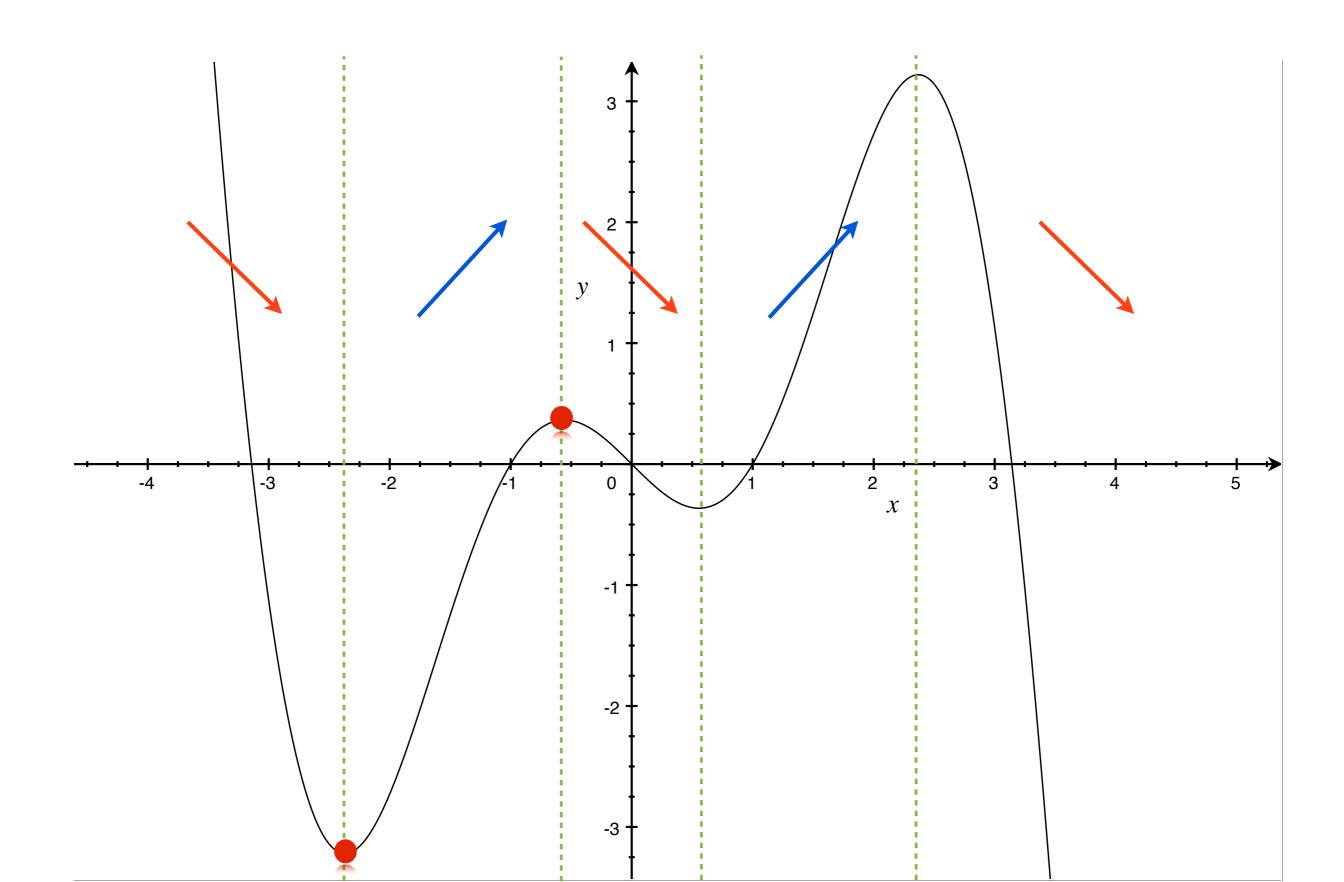


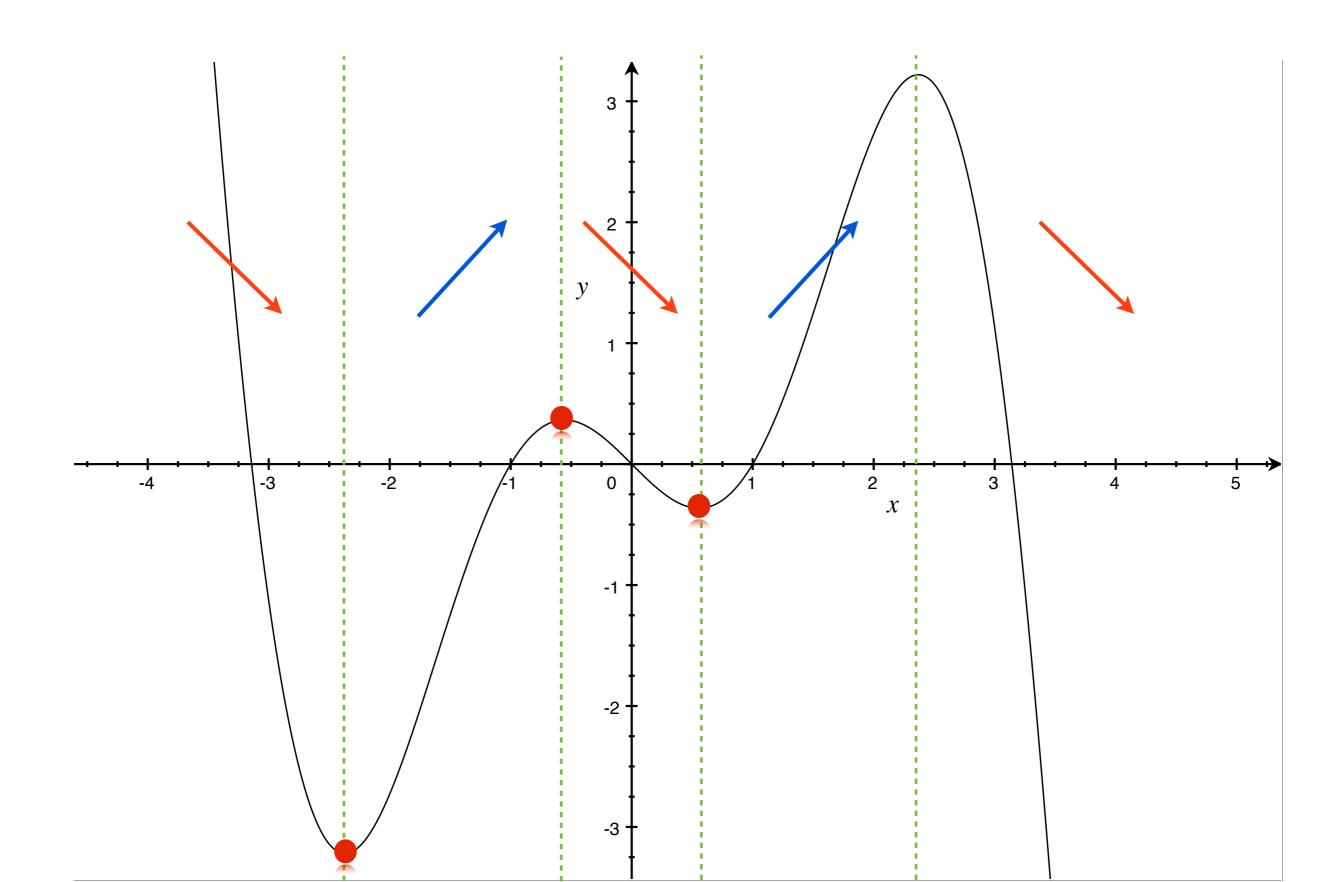
Faites les exercices suivants

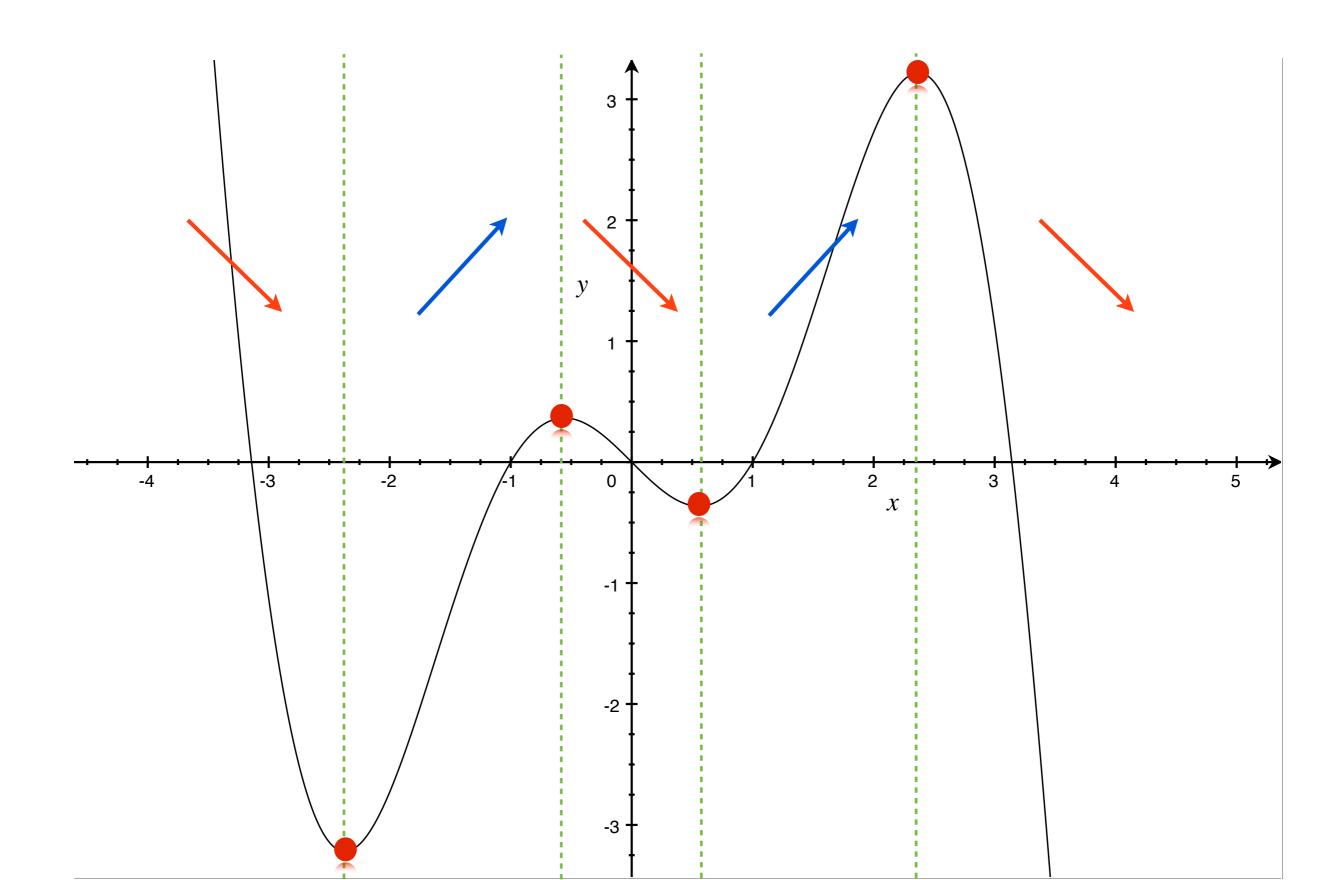
Section 3.1. # 1 à 4











$$x = x_m$$

$$x = x_m$$

s'il existe un voisinage ouvert]a,b[

$$x = x_m$$

s'il existe un voisinage ouvert]a,b[

tel que pour toute valeur c, de x prise dans l'intervalle

$$x = x_m$$

s'il existe un voisinage ouvert]a,b[

tel que pour toute valeur c, de x prise dans l'intervalle

$$f(c) \le f(x_m)$$

Définition On dit qu'une fonction a un maximum relatif en

$$x = x_m$$

s'il existe un voisinage ouvert]a,b[

tel que pour toute valeur c, de x prise dans l'intervalle

$$f(c) \le f(x_m)$$

On définit similairement un **minimum relatif**.

Définition On dit qu'une fonction a un maximum relatif en

$$x = x_m$$

s'il existe un voisinage ouvert]a,b[

tel que pour toute valeur c, de x prise dans l'intervalle

$$f(c) \le f(x_m)$$

On définit similairement un **minimum relatif**.

Remarque:

Définition On dit qu'une fonction a un maximum relatif en

$$x = x_m$$

s'il existe un voisinage ouvert]a,b[

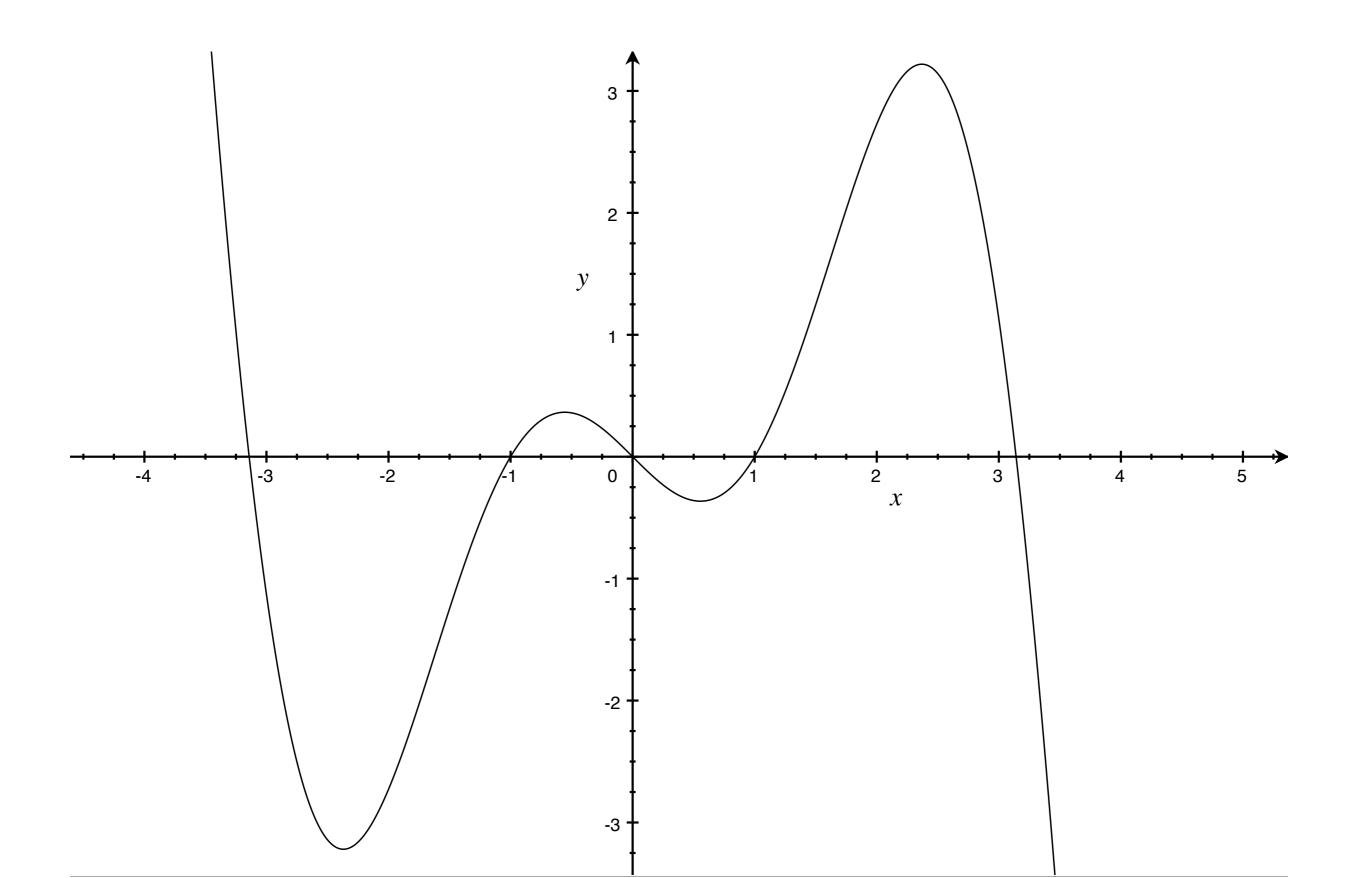
tel que pour toute valeur c, de x prise dans l'intervalle

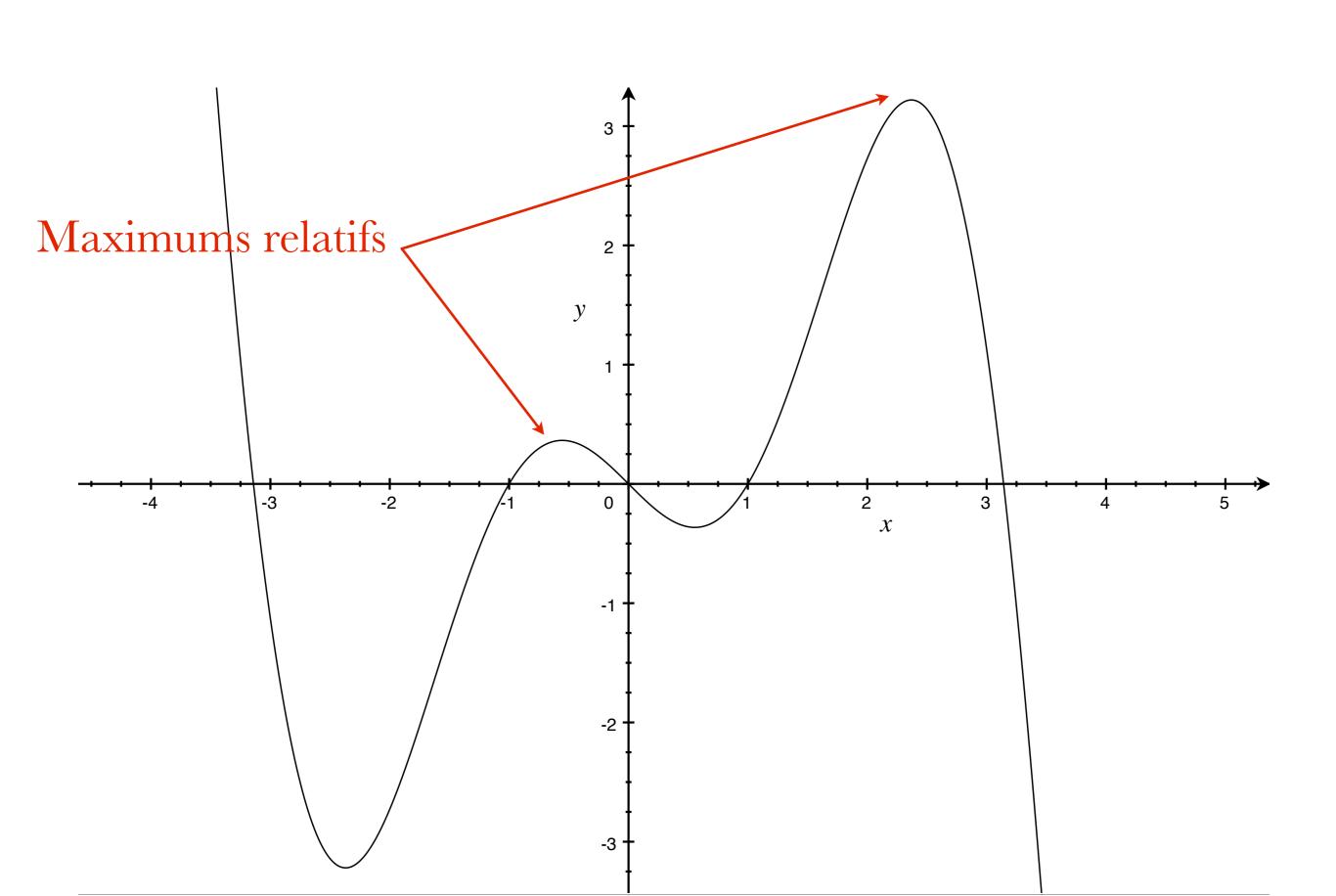
$$f(c) \le f(x_m)$$

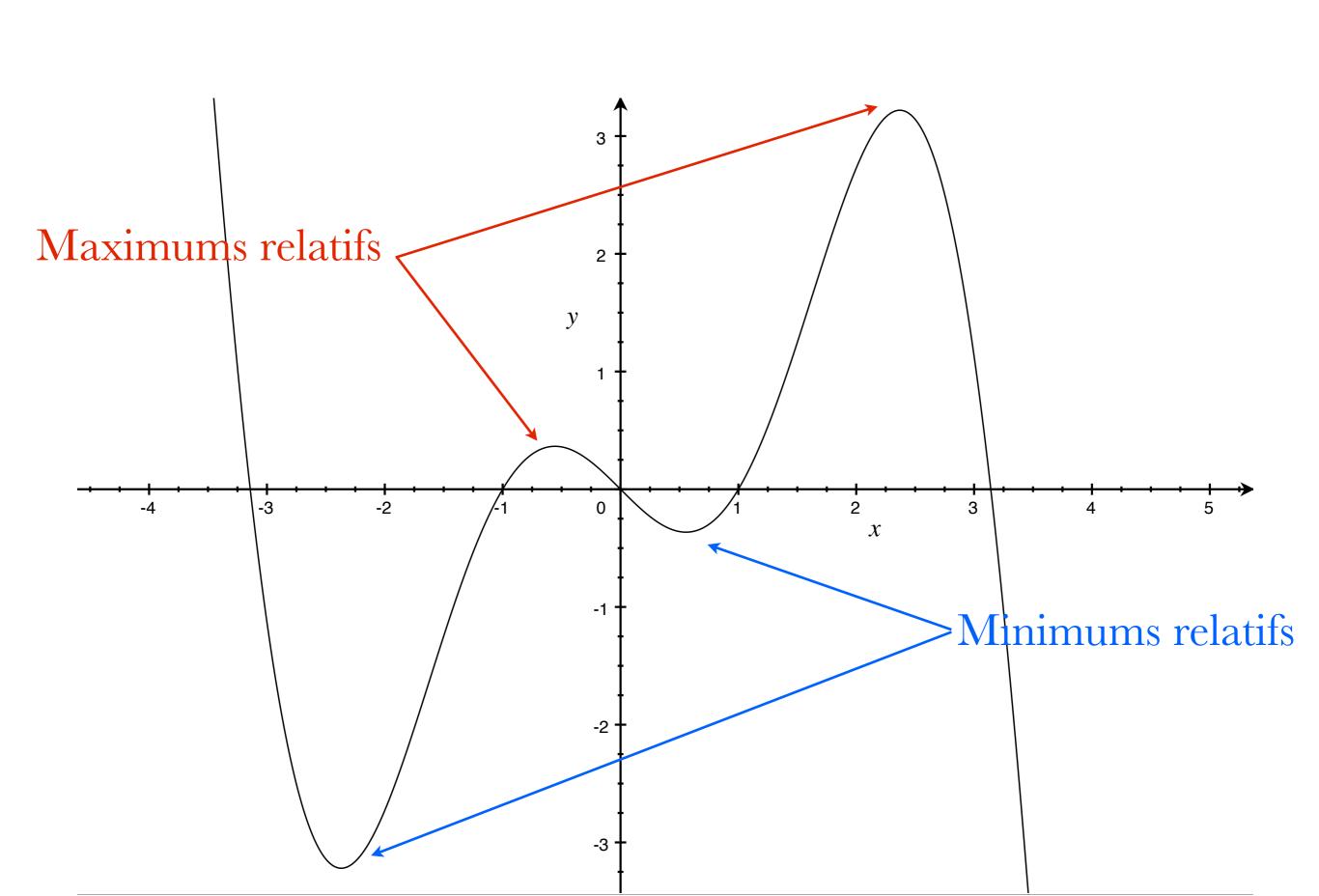
On définit similairement un minimum relatif.

Remarque:

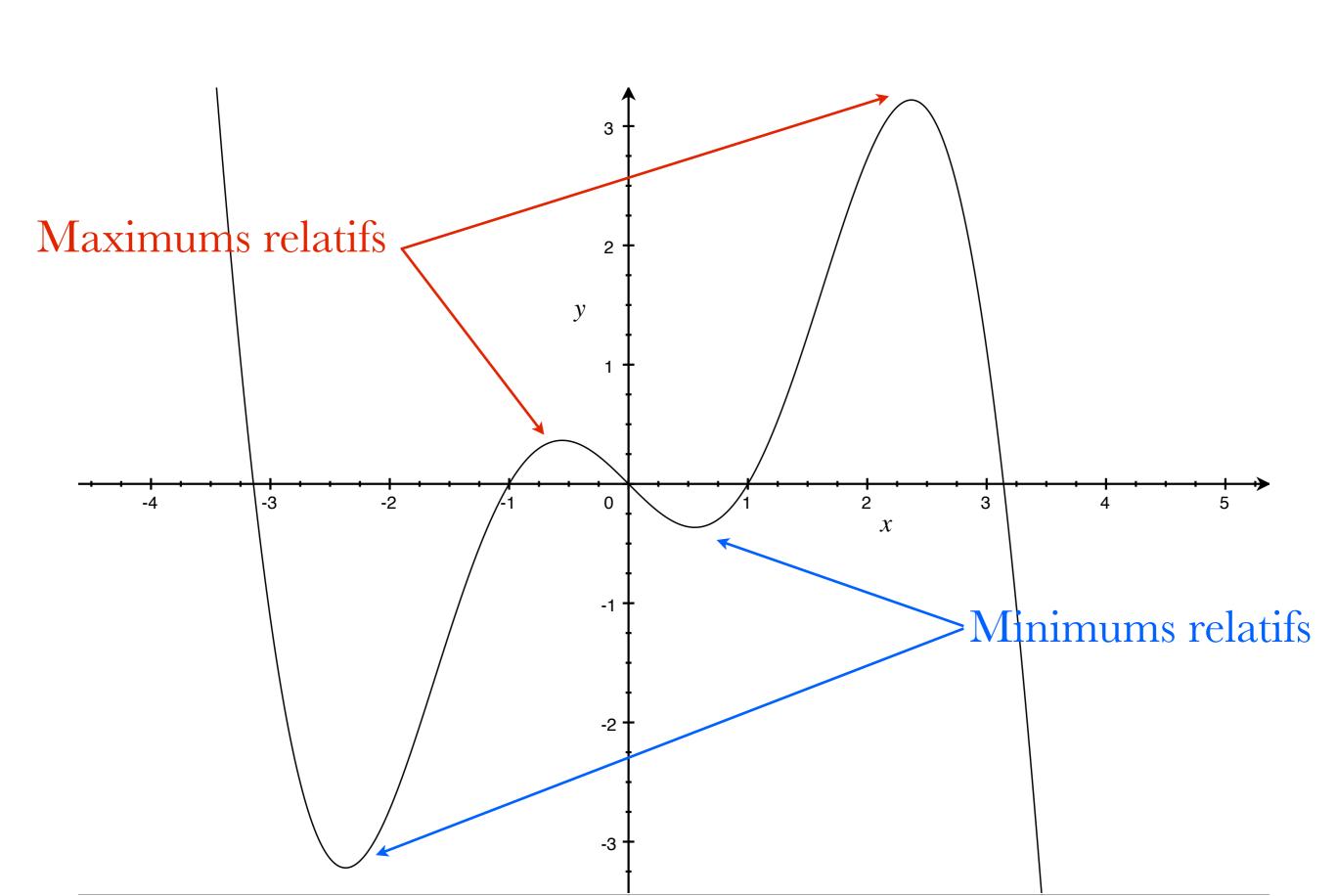
On parle plutôt de maximum absolu ou minimum absolu si l'on peut prendre \mathbb{R} comme intervalle.



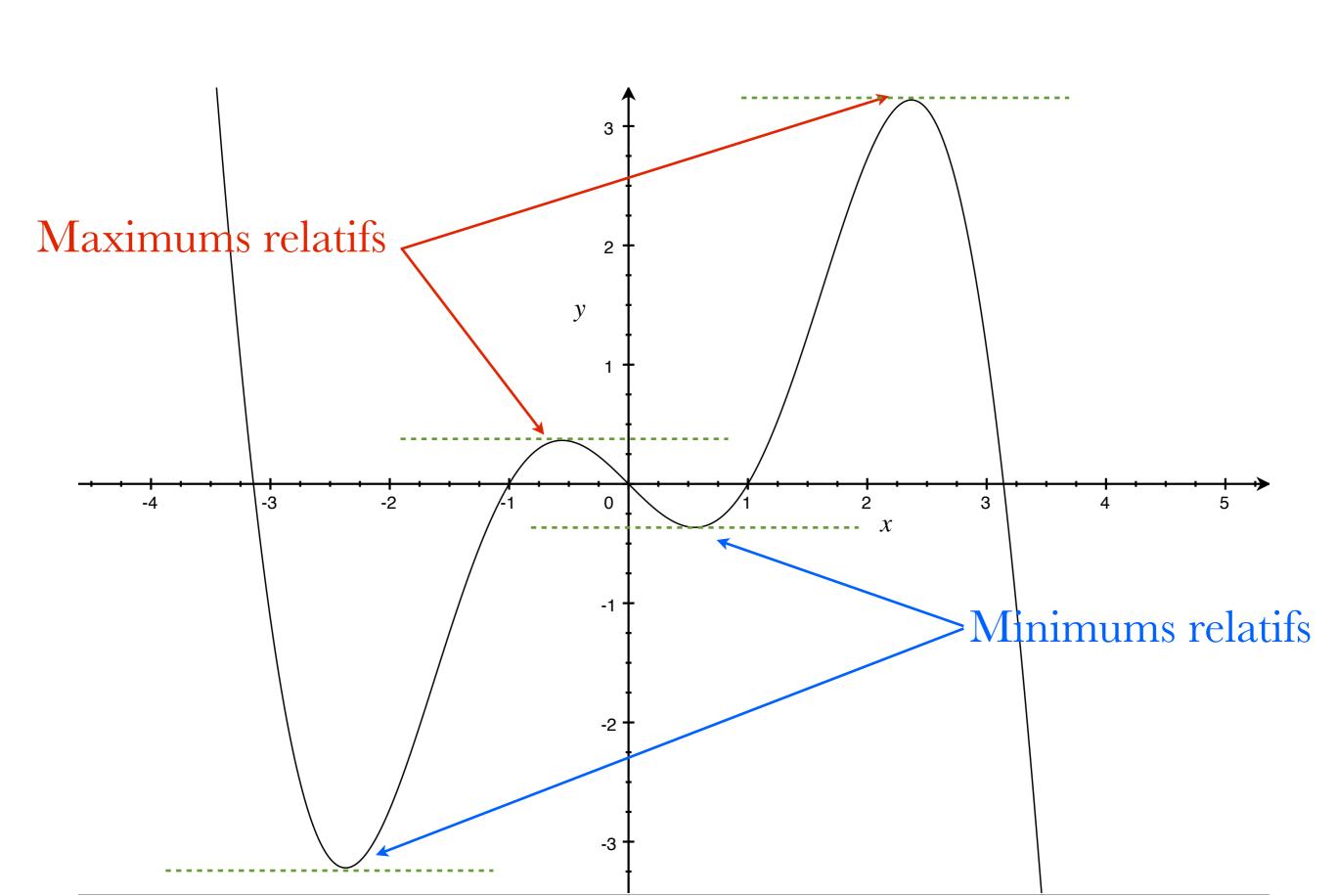




Qu'a de spécial la dérivée en un extrémum relatif?

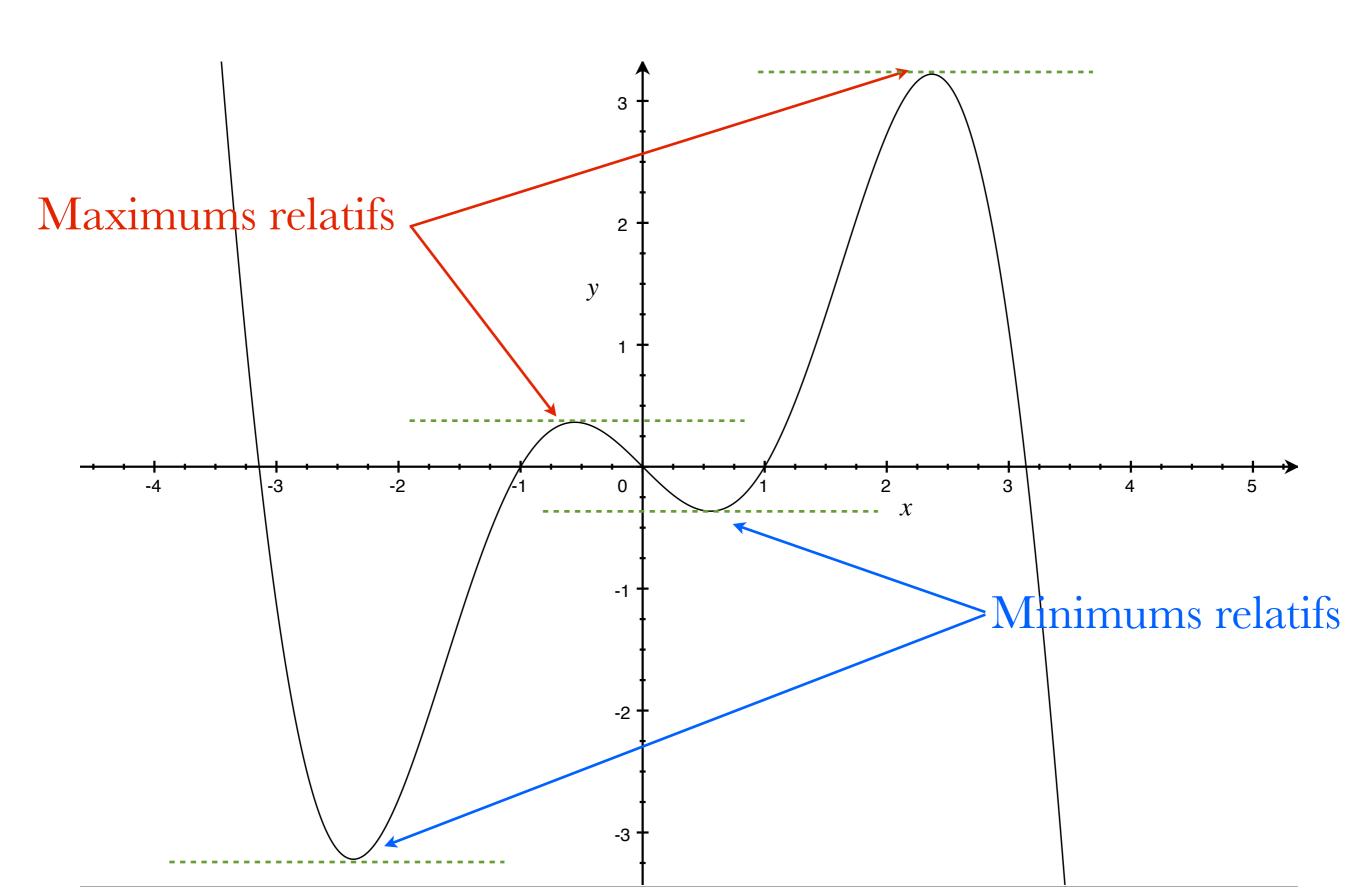


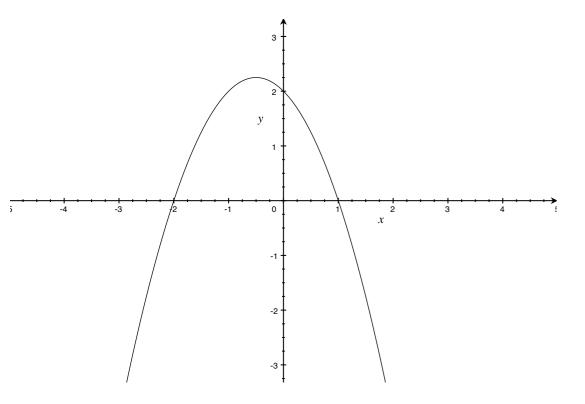
Qu'a de spécial la dérivée en un extrémum relatif?

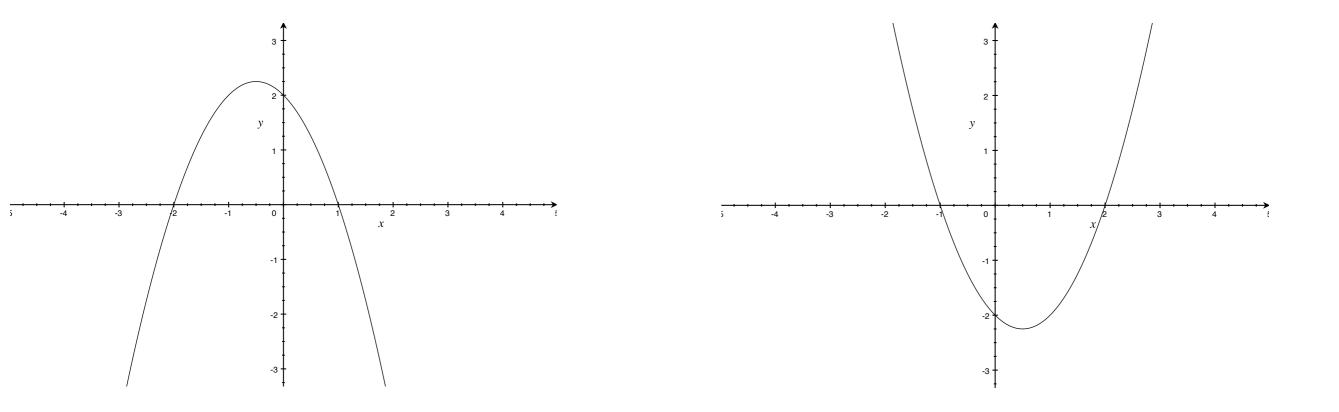


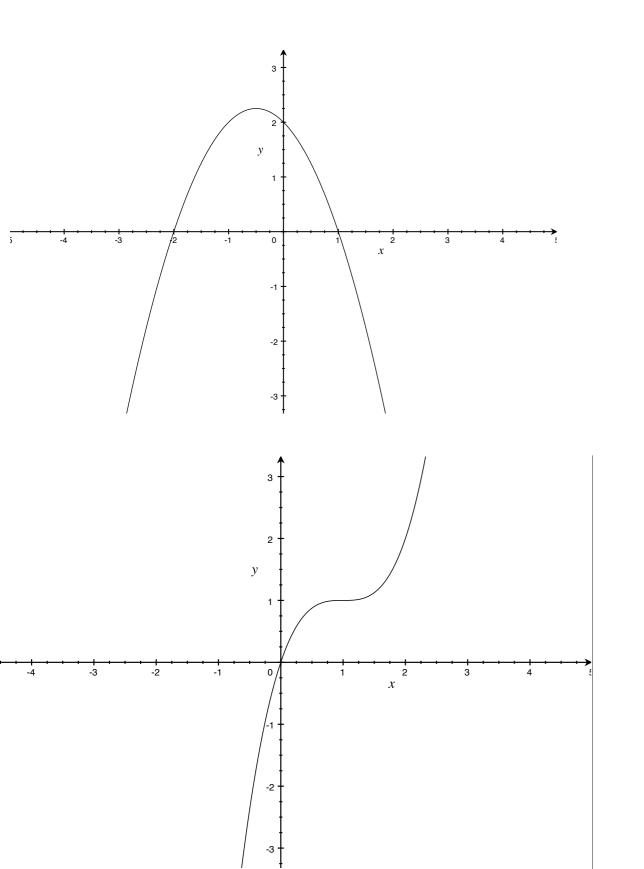
Qu'a de spécial la dérivée en un extrémum relatif?

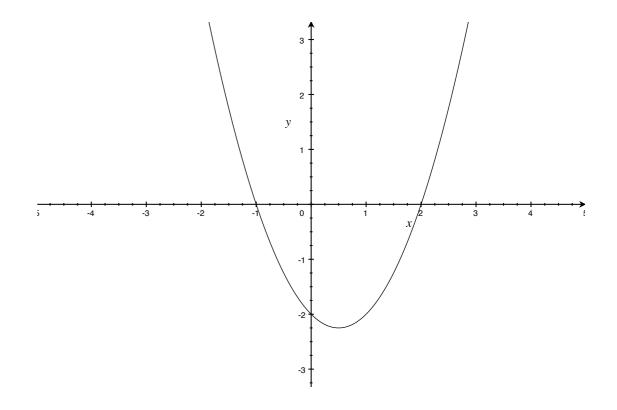
Elle est nulle!

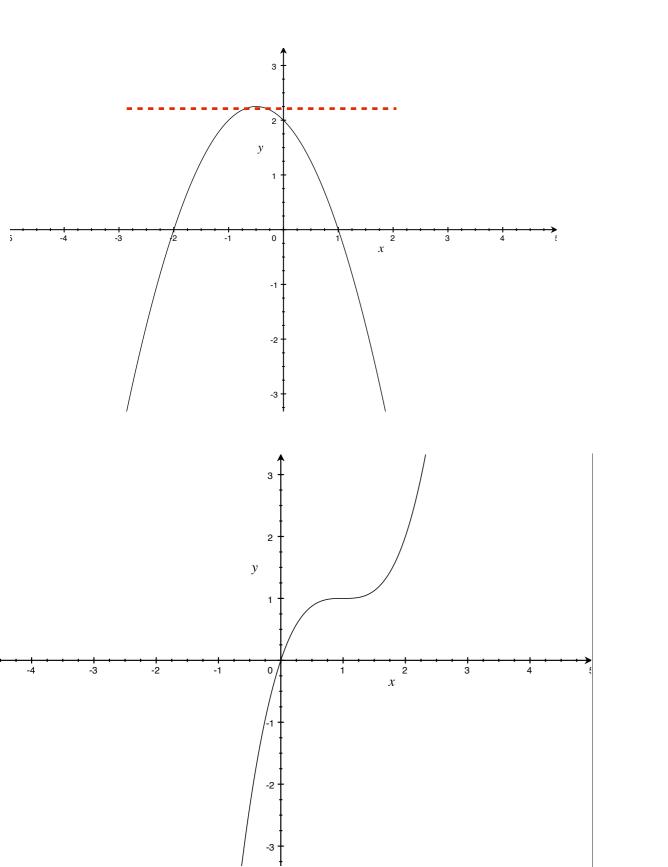


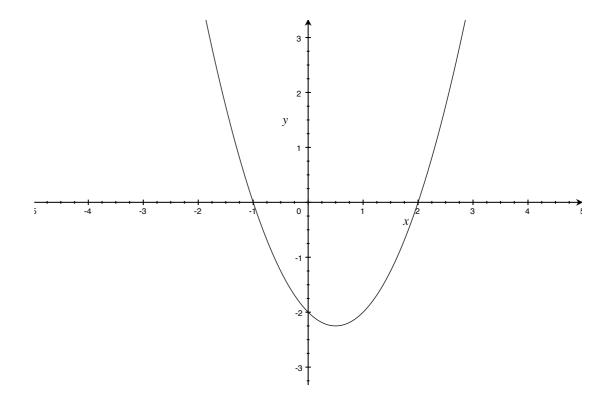


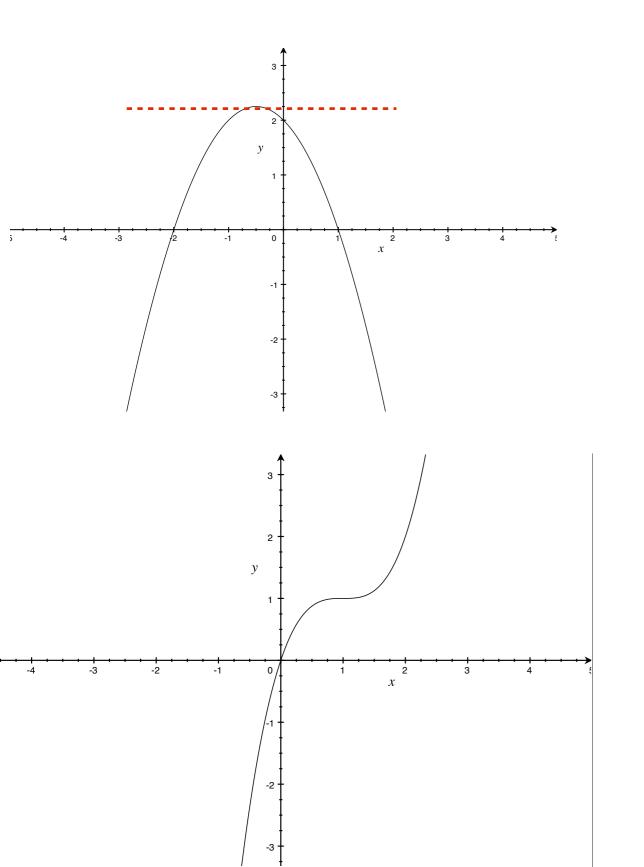


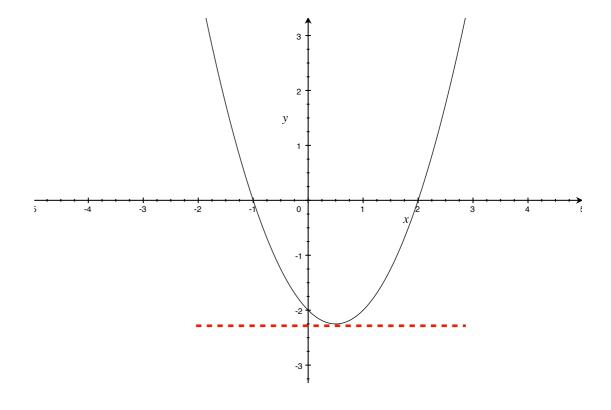


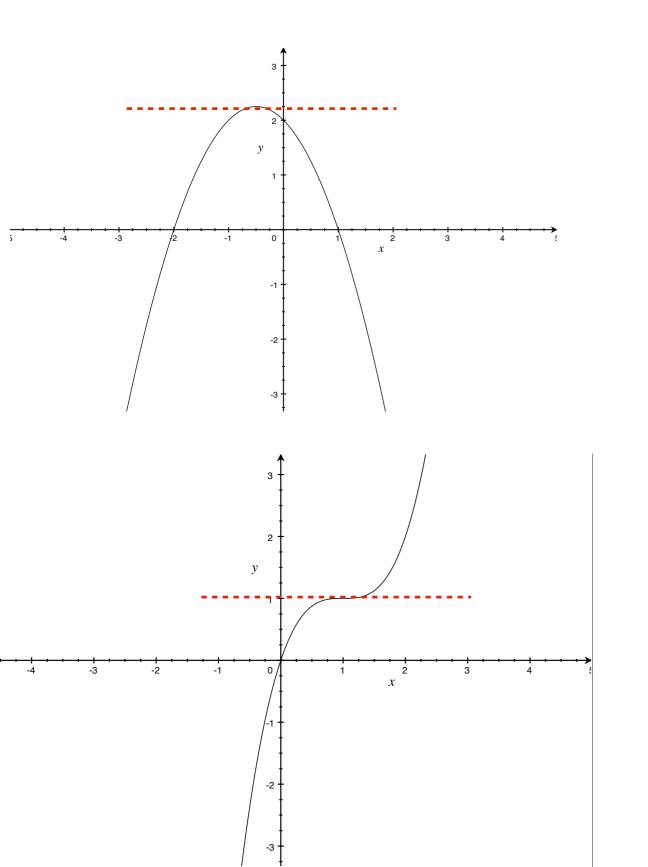


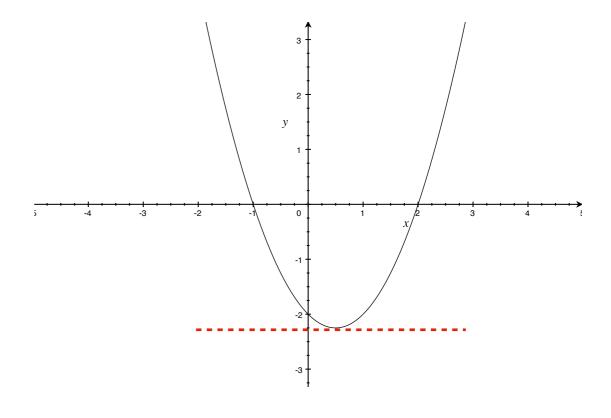


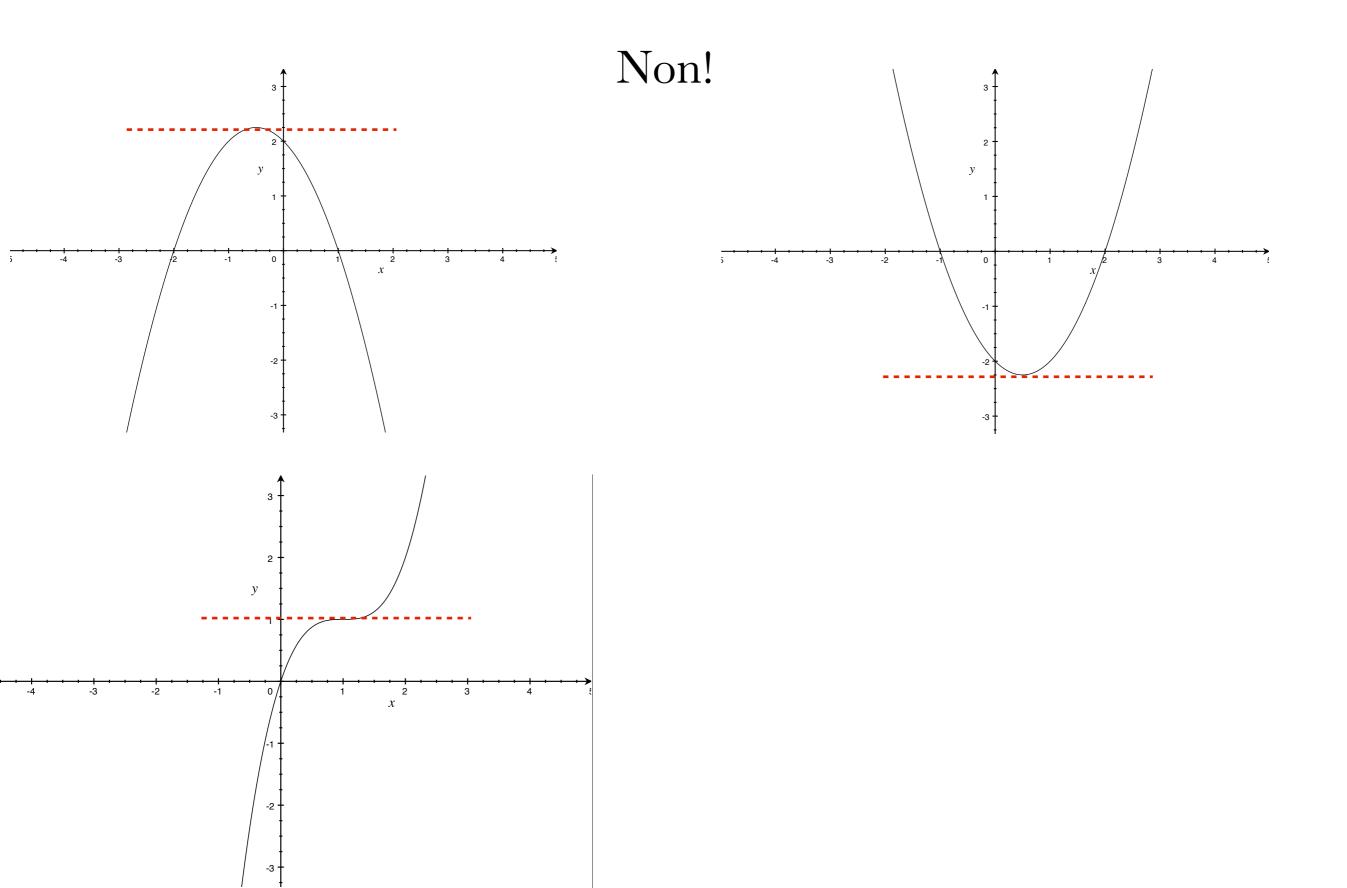


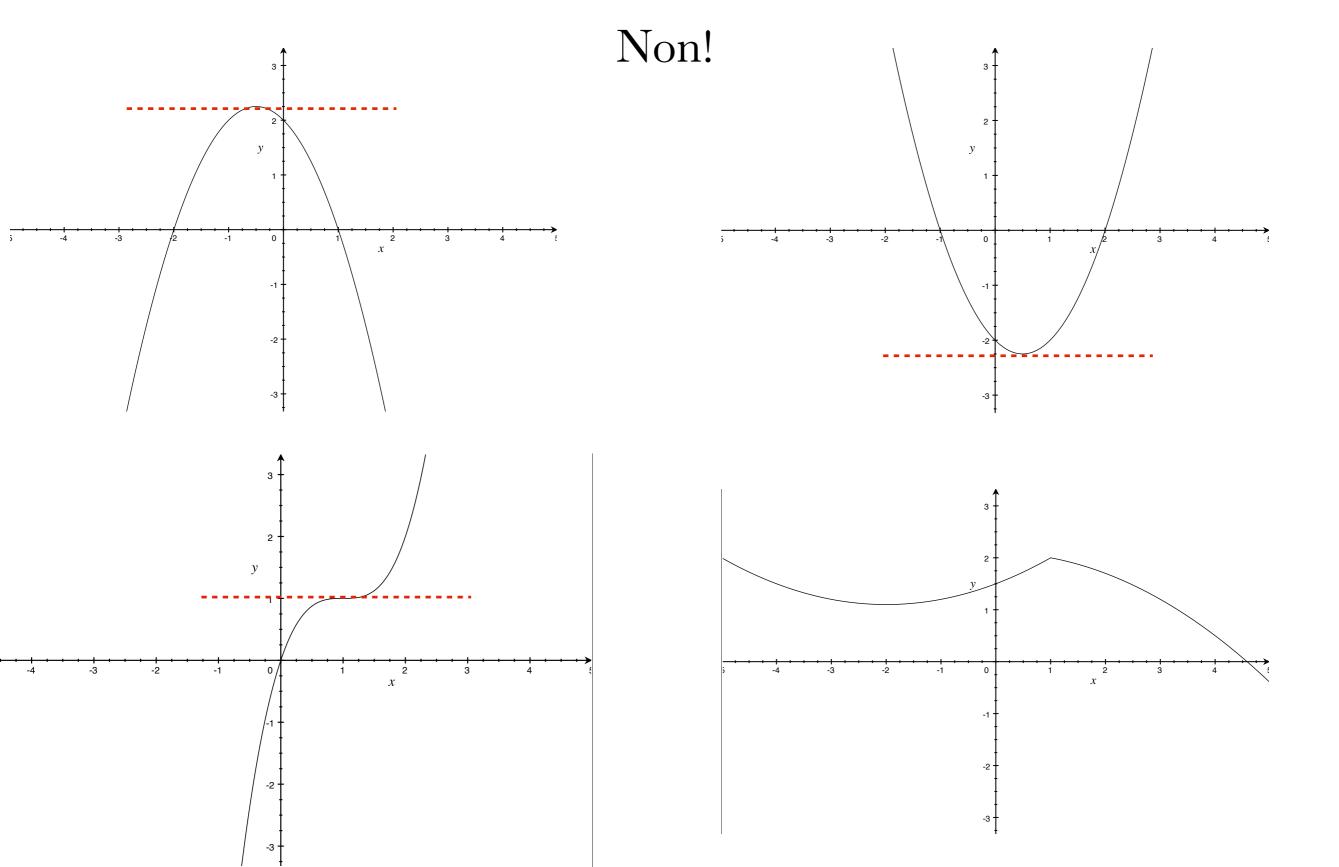


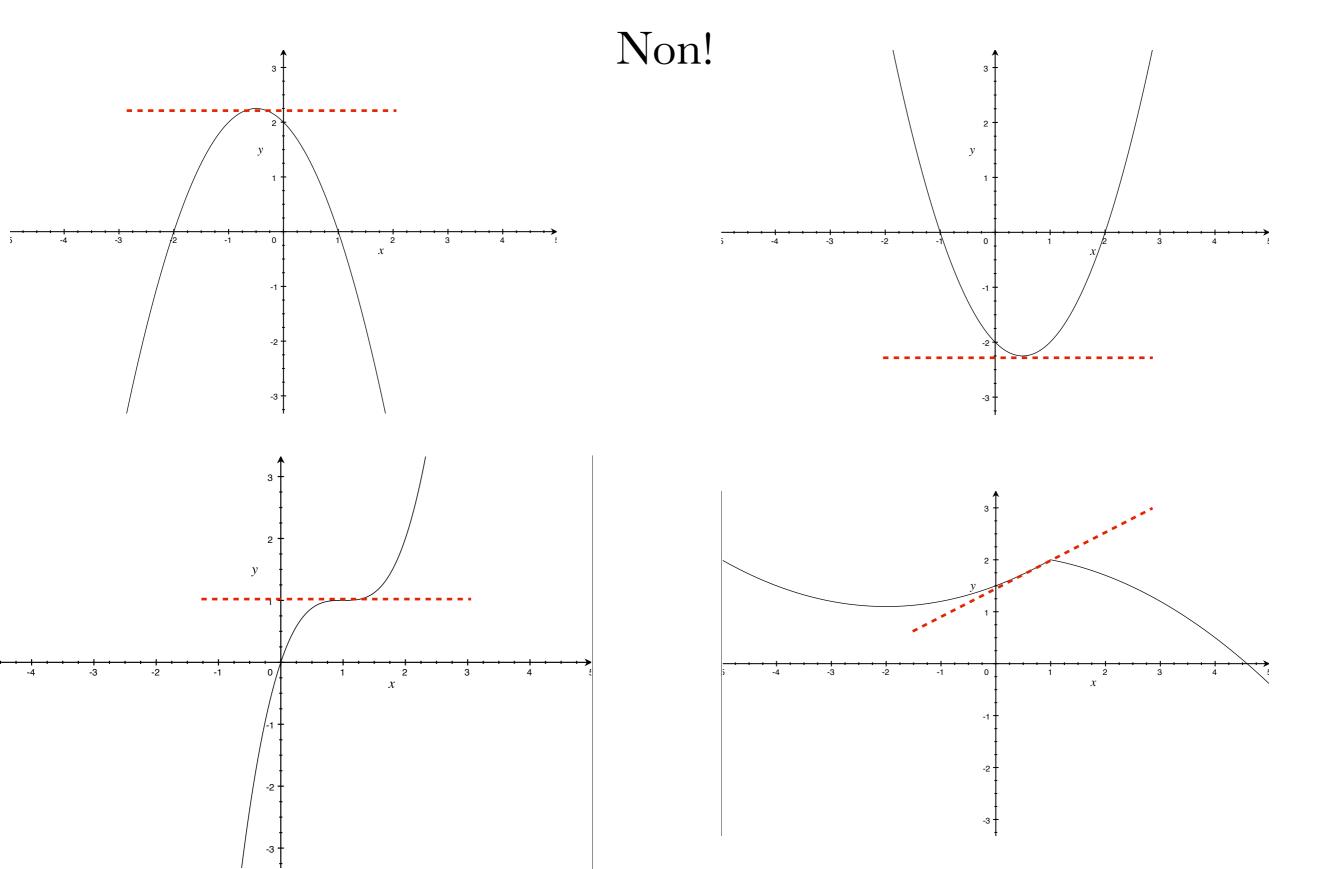


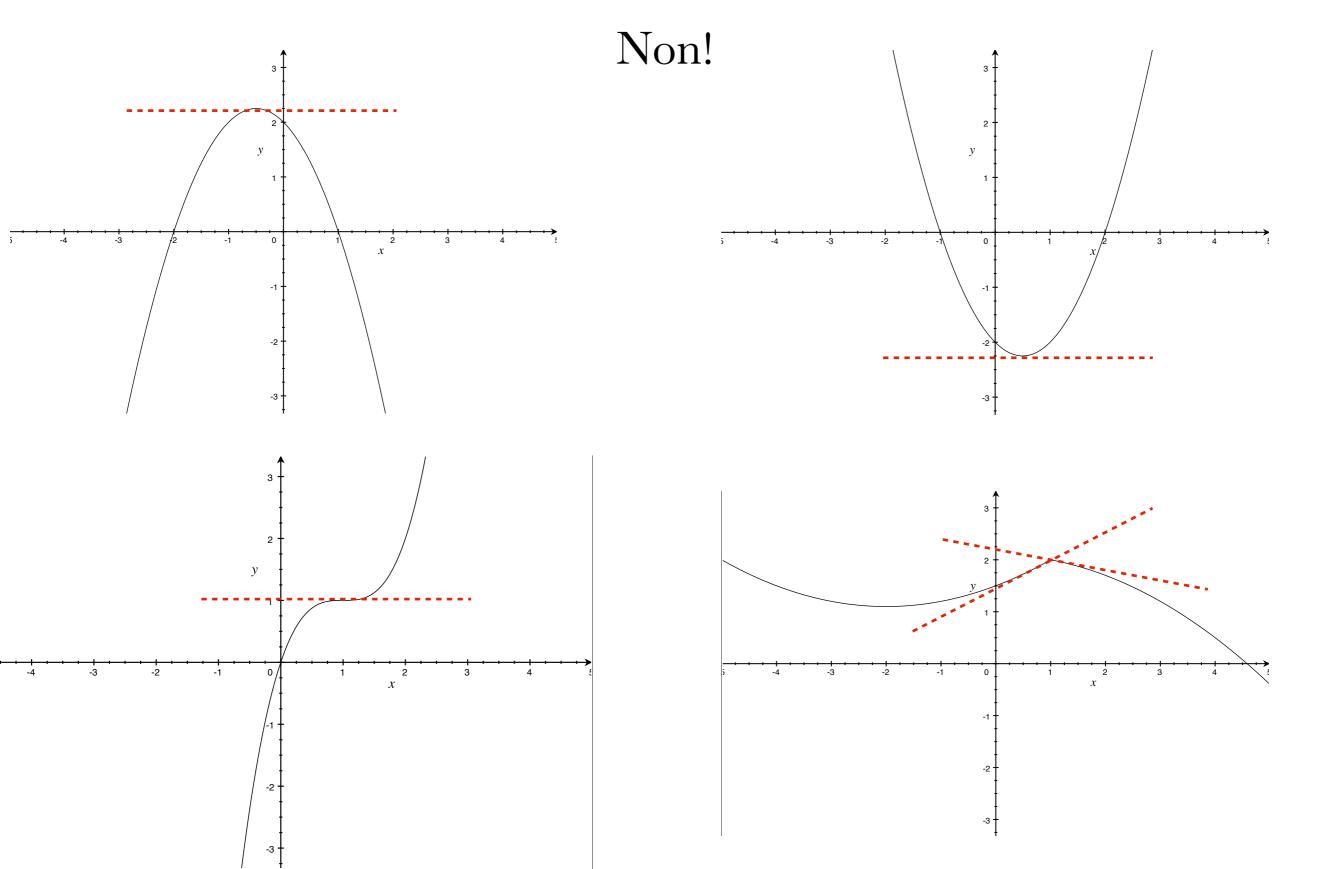












Définition

Définition

Les **points critiques** d'une fonction f(x) sont les valeurs de x tel que

Définition

Les **points critiques** d'une fonction f(x) sont les valeurs de x tel que

$$f'(a) = 0$$

Définition

Les **points critiques** d'une fonction f(x) sont les valeurs de x tel que

$$f'(a) = 0$$

ou

Définition

Les **points critiques** d'une fonction f(x) sont les valeurs de x tel que

$$f'(a) = 0$$

OU

$$a \notin \text{dom}(f'(x))$$

Trouver les intervalles de croissance, de décroissance et les extrémums de la fonction

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 4$$

Trouver les intervalles de croissance, de décroissance et les extrémums de la fonction

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 4$$

Trouver les intervalles de croissance, de décroissance et les extrémums de la fonction

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 4$$

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 36$$

Trouver les intervalles de croissance, de décroissance et les extrémums de la fonction

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 4$$

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 36$$
$$= 6(x^2 + x - 6)$$

Trouver les intervalles de croissance, de décroissance et les extrémums de la fonction

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 4$$

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 36$$
$$= 6(x^2 + x - 6) = 6(x + 3)(x - 2)$$

Trouver les intervalles de croissance, de décroissance et les extrémums de la fonction

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 4$$

Dans un premier temps, on dérive pour trouver les points critiques.

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 36$$
$$= 6(x^2 + x - 6) = 6(x + 3)(x - 2)$$

Les points critiques sont

Trouver les intervalles de croissance, de décroissance et les extrémums de la fonction

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 4$$

Dans un premier temps, on dérive pour trouver les points critiques.

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 36$$
$$= 6(x^2 + x - 6) = 6(x + 3)(x - 2)$$

Les points critiques sont x = -3

Trouver les intervalles de croissance, de décroissance et les extrémums de la fonction

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 4$$

Dans un premier temps, on dérive pour trouver les points critiques.

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 36$$
$$= 6(x^2 + x - 6) = 6(x + 3)(x - 2)$$

Les points critiques sont x = -3 et x = 2

Trouver les intervalles de croissance, de décroissance et les extrémums de la fonction

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 4$$

Dans un premier temps, on dérive pour trouver les points critiques.

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 36$$
$$= 6(x^2 + x - 6) = 6(x + 3)(x - 2)$$

Les points critiques sont x = -3 et x = 2

Ensuite, on fait un tableau de variation

Trouver les intervalles de croissance, de décroissance et les extrémums de la fonction

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 4$$

Dans un premier temps, on dérive pour trouver les points critiques.

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 36$$
$$= 6(x^2 + x - 6) = 6(x + 3)(x - 2)$$

Les points critiques sont x = -3 et x = 2

Ensuite, on fait un tableau de variation

f(x)	
f'(x)	

Trouver les intervalles de croissance, de décroissance et les extrémums de la fonction

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 4$$

Dans un premier temps, on dérive pour trouver les points critiques.

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 36$$
$$= 6(x^2 + x - 6) = 6(x + 3)(x - 2)$$

Les points critiques sont x = -3 et x = 2

	-3	
f(x)		
f'(x)		

Trouver les intervalles de croissance, de décroissance et les extrémums de la fonction

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 4$$

Dans un premier temps, on dérive pour trouver les points critiques.

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 36$$
$$= 6(x^2 + x - 6) = 6(x + 3)(x - 2)$$

Les points critiques sont x = -3 et x = 2

	- 3	2	
f(x)			
f'(x)			

Trouver les intervalles de croissance, de décroissance et les extrémums de la fonction

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 4$$

Dans un premier temps, on dérive pour trouver les points critiques.

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 36$$
$$= 6(x^2 + x - 6) = 6(x + 3)(x - 2)$$

Les points critiques sont x = -3 et x = 2

	- 3	2	
f(x)			
f'(x)	0	0	

Trouver les intervalles de croissance, de décroissance et les extrémums de la fonction

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 4$$

Dans un premier temps, on dérive pour trouver les points critiques.

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 36$$
$$= 6(x^2 + x - 6) = 6(x + 3)(x - 2)$$

Les points critiques sont x = -3 et x = 2

		-3	2	
f(x)				
f'(x)	+	0	0	

Trouver les intervalles de croissance, de décroissance et les extrémums de la fonction

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 4$$

Dans un premier temps, on dérive pour trouver les points critiques.

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 36$$
$$= 6(x^2 + x - 6) = 6(x + 3)(x - 2)$$

Les points critiques sont x = -3 et x = 2

		- 3		2	
f(x)					
f'(x)	+	0	_	0	

Trouver les intervalles de croissance, de décroissance et les extrémums de la fonction

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 4$$

Dans un premier temps, on dérive pour trouver les points critiques.

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 36$$
$$= 6(x^2 + x - 6) = 6(x + 3)(x - 2)$$

Les points critiques sont x = -3 et x = 2

		- 3		2	
f(x)					
f'(x)	+	0	_	0	+

Trouver les intervalles de croissance, de décroissance et les extrémums de la fonction

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 4$$

Dans un premier temps, on dérive pour trouver les points critiques.

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 36$$
$$= 6(x^2 + x - 6) = 6(x + 3)(x - 2)$$

Les points critiques sont x = -3 et x = 2

		-3		2	
f(x)	7				
f'(x)	+	0	_	0	+

Trouver les intervalles de croissance, de décroissance et les extrémums de la fonction

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 4$$

Dans un premier temps, on dérive pour trouver les points critiques.

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 36$$
$$= 6(x^2 + x - 6) = 6(x + 3)(x - 2)$$

Les points critiques sont x = -3 et x = 2

		- 3		2	
f(x)	7				
f'(x)	+	0	_	0	+

Trouver les intervalles de croissance, de décroissance et les extrémums de la fonction

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 4$$

Dans un premier temps, on dérive pour trouver les points critiques.

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 36$$
$$= 6(x^2 + x - 6) = 6(x + 3)(x - 2)$$

Les points critiques sont x = -3 et x = 2

		- 3		2	
f(x)	7				
f'(x)	+	0	-	0	+

Trouver les intervalles de croissance, de décroissance et les extrémums de la fonction

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 4$$

Dans un premier temps, on dérive pour trouver les points critiques.

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 36$$
$$= 6(x^2 + x - 6) = 6(x + 3)(x - 2)$$

Les points critiques sont x = -3 et x = 2

		- 3		2	
f(x)		max			
f'(x)	+	0	_	0	+

Trouver les intervalles de croissance, de décroissance et les extrémums de la fonction

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 4$$

Dans un premier temps, on dérive pour trouver les points critiques.

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 36$$
$$= 6(x^2 + x - 6) = 6(x + 3)(x - 2)$$

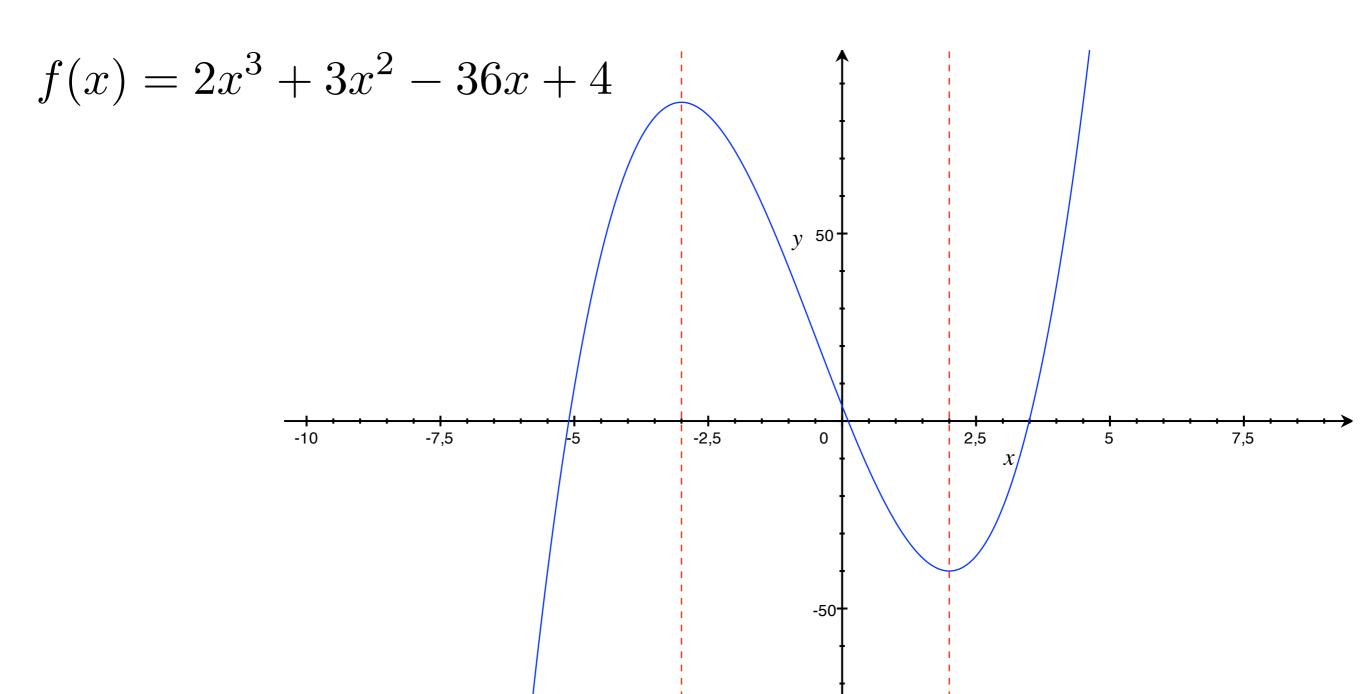
Les points critiques sont x = -3 et x = 2

		- 3		2	
f(x)		max		min	
f'(x)	+	0	-	0	+

		- 3		2	
f(x)		max		min	7
f'(x)	+	0	_	0	+

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 4$$

		- 3		2	
f(x)	7	max		min	
f'(x)	+	0	_	0	+





$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4}$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4}$$

$$f'(x) = \frac{(x^2 + 2x + 1)'(x + 4) - (x^2 + 2x + 1)(x + 4)'}{(x + 4)^2}$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4}$$

$$f'(x) = \frac{(x^2 + 2x + 1)'(x + 4) - (x^2 + 2x + 1)(x + 4)'}{(x + 4)^2}$$
$$= \frac{(2x + 2)(x + 4) - (x^2 + 2x + 1)}{(x + 4)^2}$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4}$$

$$f'(x) = \frac{(x^2 + 2x + 1)'(x + 4) - (x^2 + 2x + 1)(x + 4)'}{(x + 4)^2}$$
$$= \frac{(2x + 2)(x + 4) - (x^2 + 2x + 1)}{(x + 4)^2}$$
$$= \frac{(2x^2 + 10x + 8) - (x^2 + 2x + 1)}{(x + 4)^2}$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4}$$

$$f'(x) = \frac{(x^2 + 2x + 1)'(x + 4) - (x^2 + 2x + 1)(x + 4)'}{(x + 4)^2}$$
$$= \frac{(2x + 2)(x + 4) - (x^2 + 2x + 1)}{(x + 4)^2}$$
$$= \frac{(2x^2 + 10x + 8) - (x^2 + 2x + 1)}{(x + 4)^2}$$

$$=\frac{x^2 + 8x + 7}{(x+4)^2}$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4} \qquad f'(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{(x + 4)^2}$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4} \qquad f'(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{(x + 4)^2}$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4} \qquad f'(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{(x + 4)^2} = 0$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4}$$

$$f'(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{(x + 4)^2}$$
 ou

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4} \qquad f'(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{(x + 4)^2}$$
 ou
$$= 0$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4} \qquad f'(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{(x + 4)^2}$$
 ou
$$= 0$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 7}}{2}$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4} \qquad f'(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{(x + 4)^2} \quad \text{ou}$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 7}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{36}}{2}$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4} \qquad f'(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{(x + 4)^2} \quad \text{ou}$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 7}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-8 \pm 6}{2}$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4} \qquad f'(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{(x + 4)^2}$$
ou

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 7}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-8 \pm 6}{2} = -4 \pm 3$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4} \qquad f'(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{(x + 4)^2}$$
 ou
$$= 0$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 7}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-8 \pm 6}{2} = -4 \pm 3$$

Les points critiques sont

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4} \qquad f'(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{(x + 4)^2} \quad \text{ou}$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 7}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-8 \pm 6}{2} = -4 \pm 3$$

Les points critiques sont x = -7,

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4} \qquad f'(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{(x + 4)^2}$$
 ou
$$= 0$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 7}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-8 \pm 6}{2} = -4 \pm 3$$

Les points critiques sont x = -7, x = -1

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4} \qquad f'(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{(x + 4)^2} \quad \text{ou}$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 7}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-8 \pm 6}{2} = -4 \pm 3$$

Les points critiques sont x = -7, x = -1

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4} \qquad f'(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{(x + 4)^2}$$
 ou
$$= 0$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 7}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-8 \pm 6}{2} = -4 \pm 3$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4} \qquad f'(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{(x + 4)^2} \quad \text{ou}$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 7}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-8 \pm 6}{2} = -4 \pm 3$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4} \qquad f'(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{(x + 4)^2}$$
 ou
$$= 0$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 7}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-8 \pm 6}{2} = -4 \pm 3$$

$$f'(x) = \frac{(x+7)(x+1)}{(x+4)^2}$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4} \qquad f'(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{(x + 4)^2} \quad \text{ou}$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 7}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-8 \pm 6}{2} = -4 \pm 3$$

$$f'(x) = \frac{(x+7)(x+1)}{(x+4)^2}$$

f(x)	
f'(x)	

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4} \qquad f'(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{(x + 4)^2}$$
 ou

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 7}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-8 \pm 6}{2} = -4 \pm 3$$

$$f'(x) = \frac{(x+7)(x+1)}{(x+4)^2}$$

	- 7	
f(x)		
f'(x)		

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4} \qquad f'(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{(x + 4)^2}$$
 ou

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 7}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-8 \pm 6}{2} = -4 \pm 3$$

$$f'(x) = \frac{(x+7)(x+1)}{(x+4)^2}$$

	- 7	- 4	
f(x)			
f'(x)			

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4} \qquad f'(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{(x + 4)^2}$$
 ou ou

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 7}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-8 \pm 6}{2} = -4 \pm 3$$

$$f'(x) = \frac{(x+7)(x+1)}{(x+4)^2}$$

	- 7	- 4	-1	
f(x)				
f'(x)				

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4} \qquad f'(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{(x + 4)^2} \quad \text{ou}$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 7}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-8 \pm 6}{2} = -4 \pm 3$$

$$f'(x) = \frac{(x+7)(x+1)}{(x+4)^2}$$

	- 7	- 4	-1	
f(x)				
f'(x)	0		0	

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4} \qquad f'(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{(x + 4)^2} \quad \text{ou}$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 7}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-8 \pm 6}{2} = -4 \pm 3$$

$$f'(x) = \frac{(x+7)(x+1)}{(x+4)^2}$$

	- 7	- 4	-1	
f(x)				
f'(x)	0		0	

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4} \qquad f'(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{(x + 4)^2} \quad \text{ou}$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 7}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-8 \pm 6}{2} = -4 \pm 3$$

$$f'(x) = \frac{(x+7)(x+1)}{(x+4)^2}$$

	- 7	- 4	-1	
f(x)				
f'(x)	0	#	0	

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4} \qquad f'(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{(x + 4)^2}$$
 ou

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 7}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-8 \pm 6}{2} = -4 \pm 3$$

$$f'(x) = \frac{(x+7)(x+1)}{(x+4)^2}$$

	- 7	- 4	-1	
f(x)				
f'(x)	0	#	0	

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4} \qquad f'(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{(x + 4)^2}$$
 ou

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 7}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-8 \pm 6}{2} = -4 \pm 3$$

$$f'(x) = \frac{(x+7)(x+1)}{(x+4)^2}$$

		- 7	- 4	-1	
f(x)					
f'(x)	+	0	#	0	

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4} \qquad f'(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{(x + 4)^2} \quad \text{ou}$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 7}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-8 \pm 6}{2} = -4 \pm 3$$

$$f'(x) = \frac{(x+7)(x+1)}{(x+4)^2}$$

		- 7		- 4	-1	
f(x)						
f'(x)	+	0	_	#	0	

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4} \qquad f'(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{(x + 4)^2}$$
 ou

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 7}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-8 \pm 6}{2} = -4 \pm 3$$

$$f'(x) = \frac{(x+7)(x+1)}{(x+4)^2}$$

		-7		- 4		-1	
f(x)							
f'(x)	+	0	-	#	_	0	

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4} \qquad f'(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{(x + 4)^2}$$
 ou ou

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 7}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-8 \pm 6}{2} = -4 \pm 3$$

$$f'(x) = \frac{(x+7)(x+1)}{(x+4)^2}$$

		- 7		- 4		-1	
f(x)							
f'(x)	+	0	_	#	_	0	+

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4} \qquad f'(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{(x + 4)^2} \quad \text{ou}$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 7}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-8 \pm 6}{2} = -4 \pm 3$$

$$f'(x) = \frac{(x+7)(x+1)}{(x+4)^2}$$

		- 7		_4		-1	
f(x)							
f'(x)	+	0	_	#	_	0	+

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4} \qquad f'(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{(x + 4)^2} \quad \text{ou}$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 7}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-8 \pm 6}{2} = -4 \pm 3$$

$$f'(x) = \frac{(x+7)(x+1)}{(x+4)^2}$$

		- 7		- 4		-1	
f(x)	7						
f'(x)	+	0	_	#	_	0	+

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4} \qquad f'(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{(x + 4)^2} \quad \text{ou}$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 7}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-8 \pm 6}{2} = -4 \pm 3$$

$$f'(x) = \frac{(x+7)(x+1)}{(x+4)^2}$$

		- 7		- 4		-1	
f(x)	7						
f'(x)	+	0	_	#	_	0	+

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4} \qquad f'(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{(x + 4)^2}$$
 ou

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 7}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-8 \pm 6}{2} = -4 \pm 3$$

$$f'(x) = \frac{(x+7)(x+1)}{(x+4)^2}$$

		- 7		_4		-1	
f(x)	7						
f'(x)	+	0	_	#	_	0	+

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4} \qquad f'(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{(x + 4)^2}$$
 ou

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 7}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-8 \pm 6}{2} = -4 \pm 3$$

$$f'(x) = \frac{(x+7)(x+1)}{(x+4)^2}$$

		- 7		- 4		-1	
f(x)		max					*
f'(x)	+	0	-	#	_	0	+

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4} \qquad f'(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{(x + 4)^2} \quad \text{ou}$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 7}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-8 \pm 6}{2} = -4 \pm 3$$

$$f'(x) = \frac{(x+7)(x+1)}{(x+4)^2}$$

		- 7		_4		-1	
f(x)	7	max				min	
f'(x)	+	0	_	#	-	0	+

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4} \qquad f'(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{(x + 4)^2}$$
 ou

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 7}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-8 \pm 6}{2} = -4 \pm 3$$

$$f'(x) = \frac{(x+7)(x+1)}{(x+4)^2}$$

		- 7		_4		-1	
f(x)	7	max		#		min	7
f'(x)	+	0	-	#	-	0	+

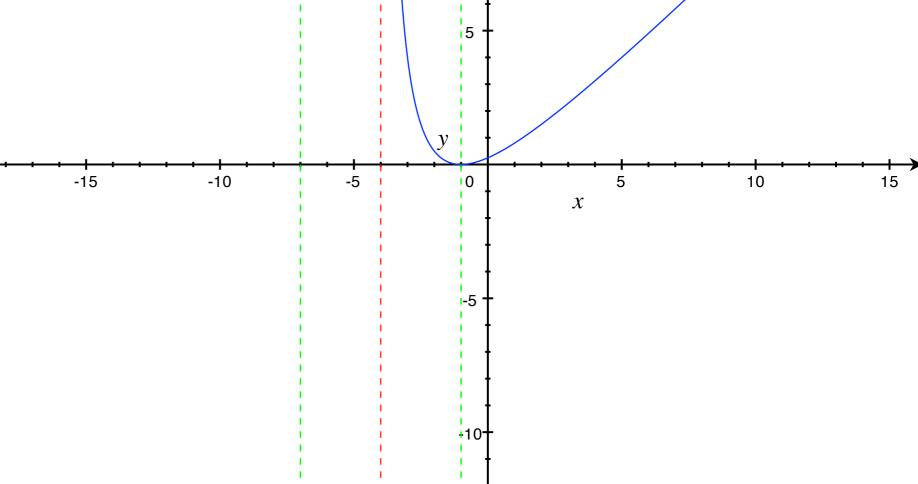
		- 7		- 4		-1	
f(x)	7	max				min	
f'(x)	+	0	_	#	_	0	+

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4}$$

		- 7		- 4		-1	
f(x)		max				min	
f'(x)	+	0	_	#	_	0	+

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4}$$

-20



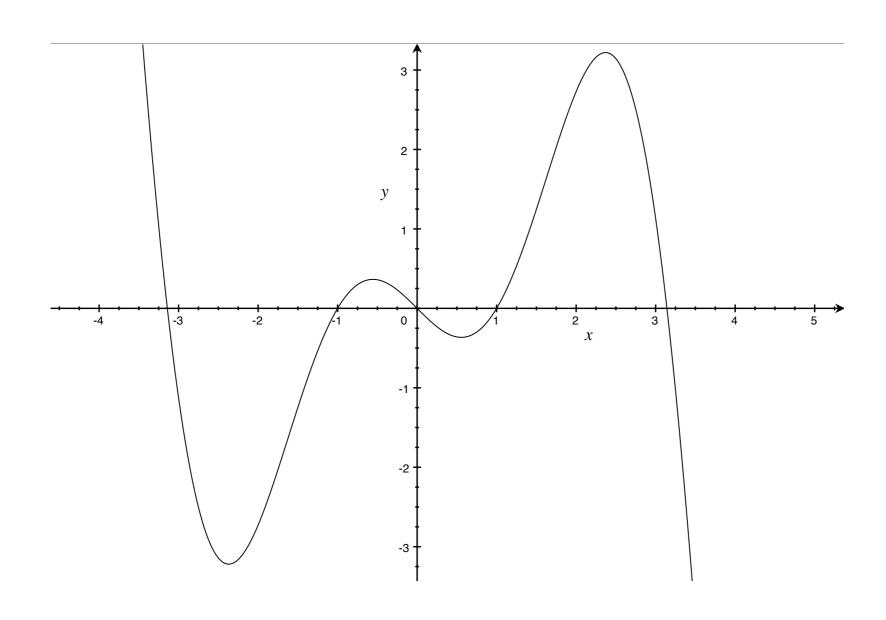
Faites les exercices suivants

Section 3.1. # 5



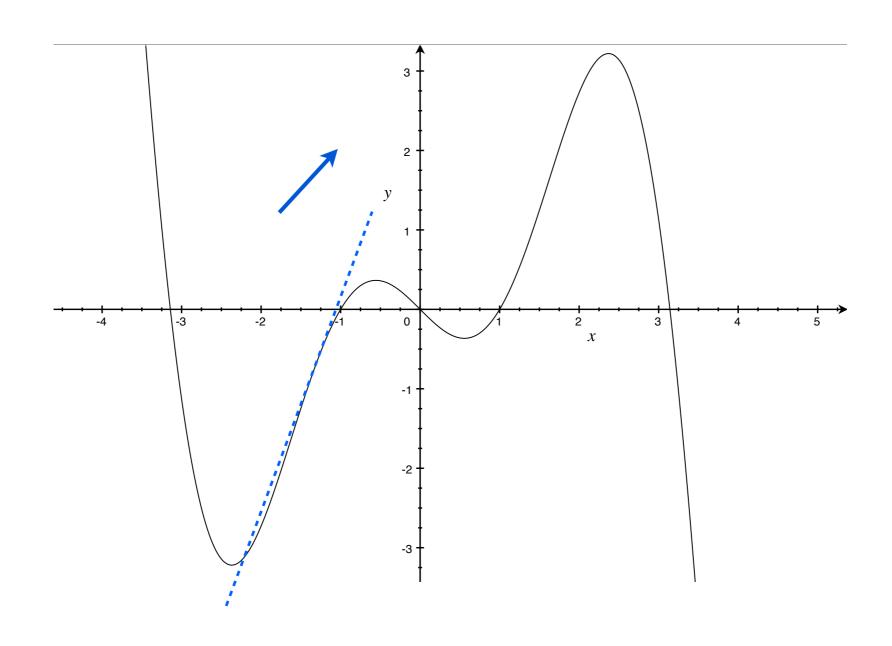


√ Croissance et décroissance



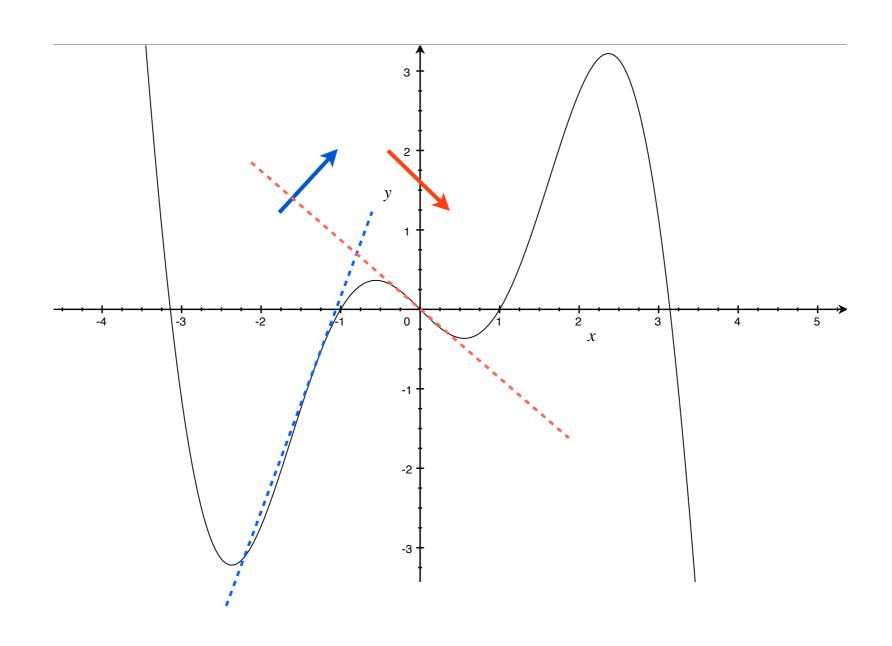


√ Croissance et décroissance

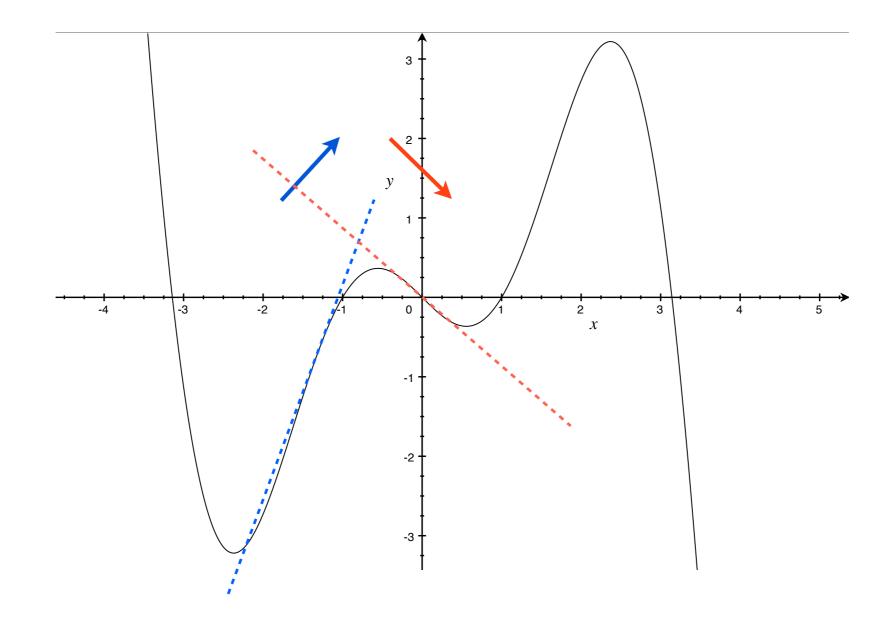




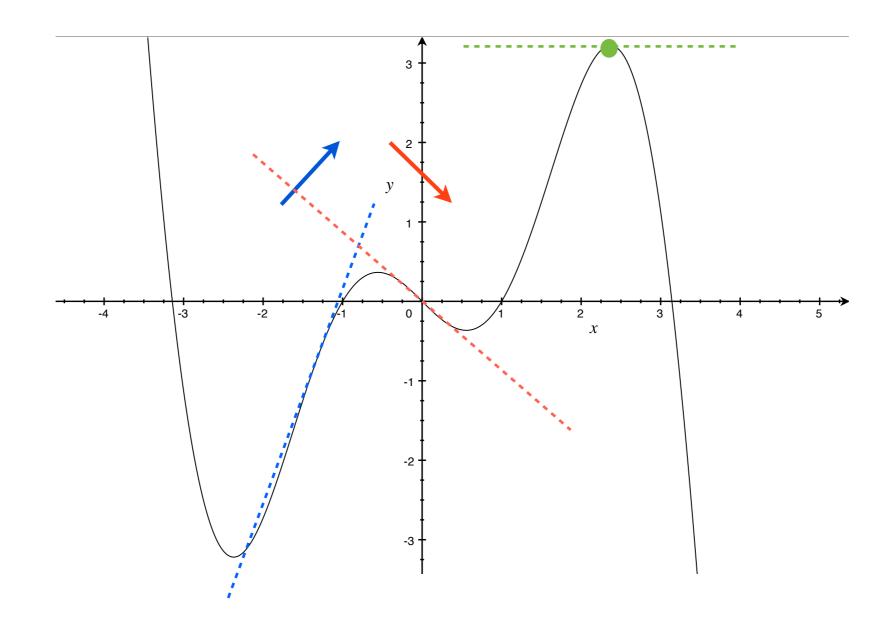
√ Croissance et décroissance



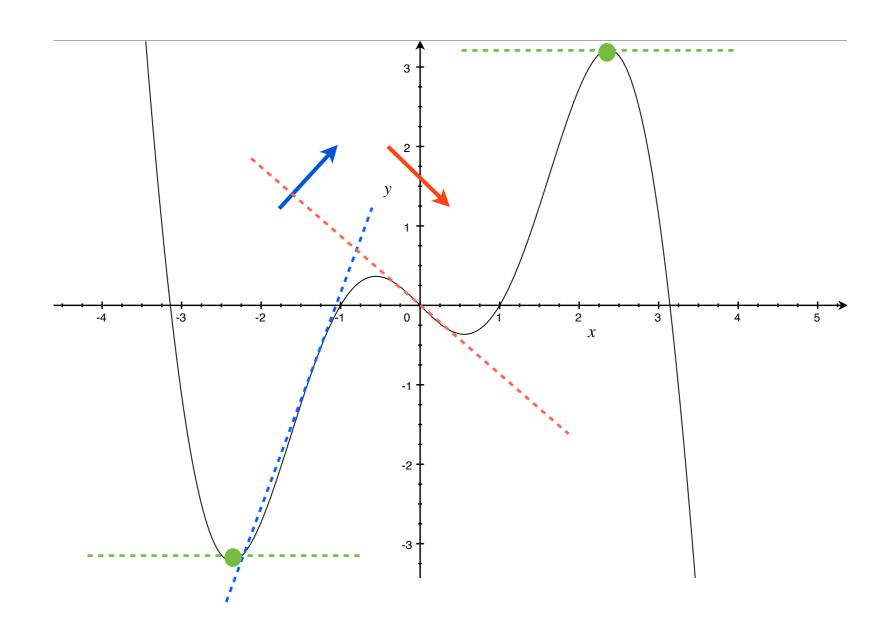
- √ Croissance et décroissance
- ✓ Maximum et minimum relatif



- √ Croissance et décroissance
- ✓ Maximum et minimum relatif



- √ Croissance et décroissance
- ✓ Maximum et minimum relatif



Devoir:

Section 3.1