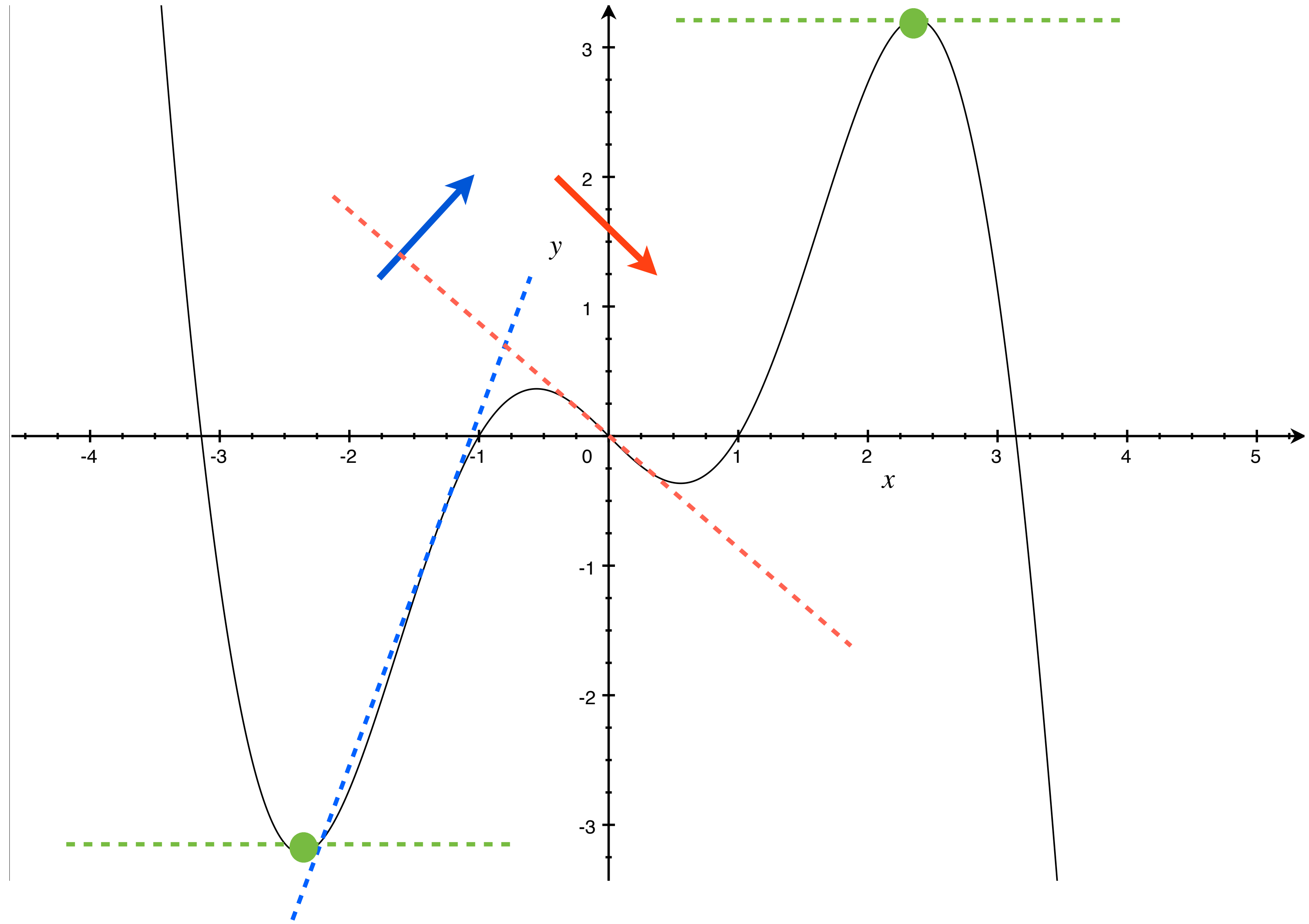
3.2 OPTIMISATION

cours 17

Au dernier cours, nous avons vu

- ✓ Croissance et décroissance
- ✓ Maximum et minimum relatif



Aujourd'hui, nous allons voir

- ✓ Optimisation

Maintenant qu’on sait comment trouver les extremums d’une fonction, on est en mesure de résoudre des problèmes d’optimisation.

Un problème d’optimisation est un problème ou l’on cherche à maximiser ou minimiser quelque chose.

Résoudre un problème écrit.

Bien qu'il n'existe pas de méthode générale pour résoudre un problème écrit, voici quelques idées pour vous aider à les résoudre:

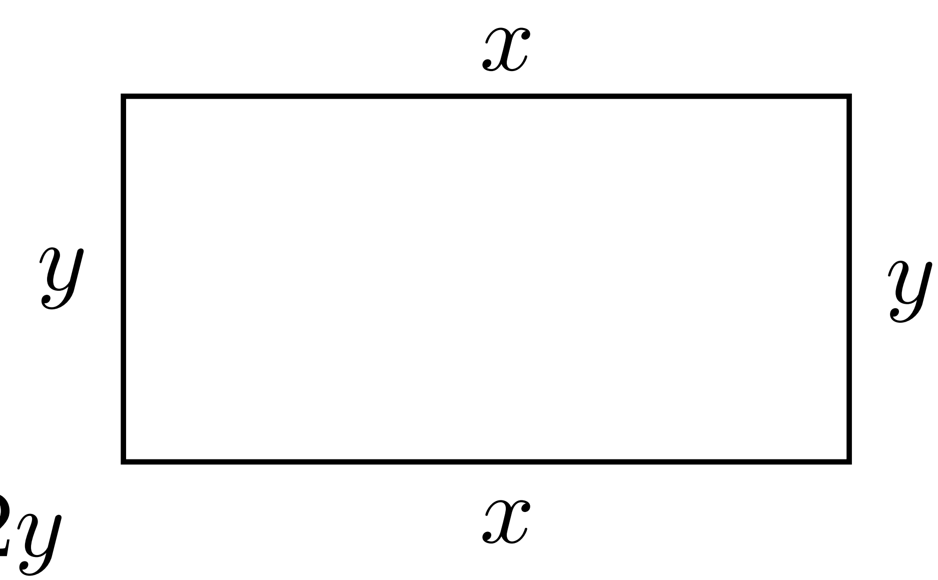
- Faire un dessin.
- Déterminer ce qui est constant et ce qui est variable.
- Poser des variables.
- Déterminer ce qui est à optimiser.
- Trouver une fonction qui donne la quantité à optimiser.
- Utiliser les contraintes pour que la fonction n'ait qu'une variable.
- Trouver les zéros de la dérivée.
- Déterminer si c'est un minimum, un maximum ou ni l'un ni l'autre.

Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?

Constant: le périmètre

Variable: les côtés

À optimiser: l'aire du rectangle



$A(x,y) = xy \qquad P(x,y) = 2x + 2y$

Contrainte: $P(x,y) = 100 \qquad 2x + 2y = 100 \implies 2y = 100 - 2x$

$$\implies y = 50 - x$$

$A(x) = x(50 - x) = 50x - x^2$

$A'(x) = 50 - 2x \qquad A'(x) = 0 \implies 50 - 2x = 0 \implies 2x = 50$

$$\implies x = 25$$

Max ou min?

		25	
$A'(x)$	$+$		$-$
$A(x)$	$\nearrow$	max	$\searrow$

Les dimensions sont

$x = 25 \qquad y = 50 - x = 50 - 25 = 25$

Un carré!

Faites les exercices suivants

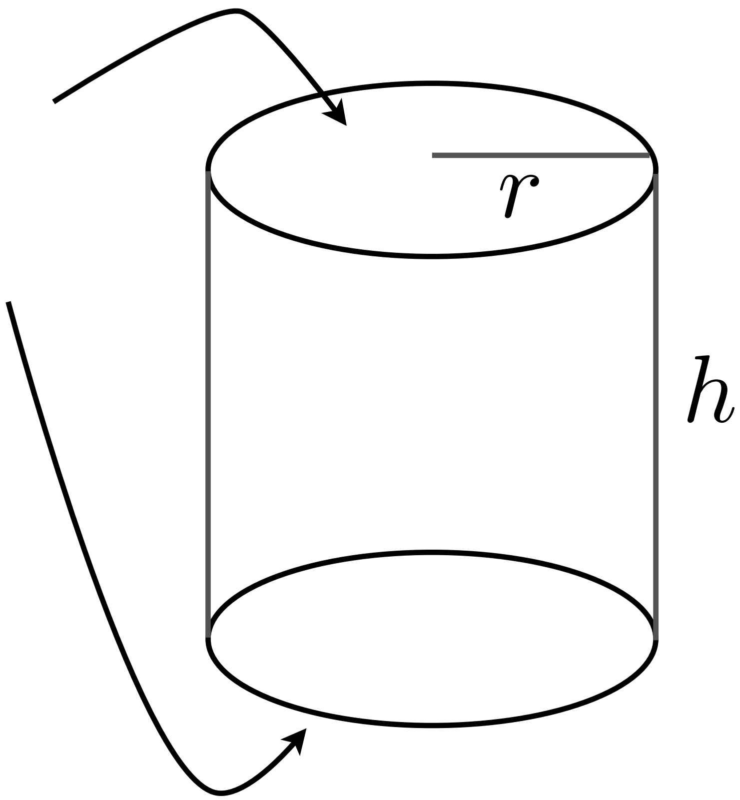
Section 3.2 # 8 à 11

Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

Que cherche-t-on?

Aire des disques



Les dimensions d'un cylindre

Qui optimise quoi?

L'aire latérale du cylindre

$$A = 2(\pi r^2) + 2\pi r h$$

Circonférence

Hum... 2 variables! Voyons voir si la contrainte peut nous aider

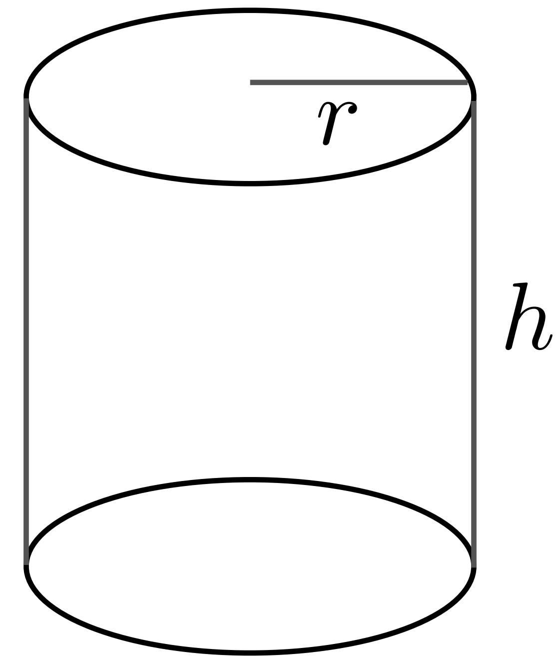
$$1L = 1dm^3$$

$$V = \pi r^2 h = 1 \implies h = \frac{1}{\pi r^2}$$

Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

$$A = 2(\pi r^2) + 2\pi r h \qquad 1L = 1dm^3$$



$$V = \pi r^2 h = 1 \implies h = \frac{1}{\pi r^2}$$

$$A(r) = 2\pi r^2 + \frac{2\pi r}{\pi r^2} = 2\pi r^2 + \frac{2}{r}$$

$$A'(r) = 4\pi r - \frac{2}{r^2} \qquad 4\pi r - \frac{2}{r^2} = 0 \implies 4\pi r = \frac{2}{r^2}$$

$$\implies r^3 = \frac{1}{2\pi} \implies r = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$$

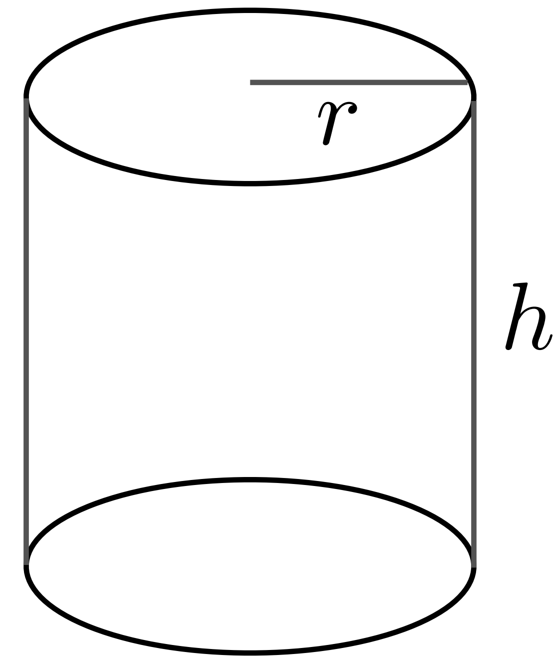
Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

$$A = 2(\pi r^2) + 2\pi r h \qquad 1L = 1dm^3$$

$$V = \pi r^2 h = 1 \implies h = \frac{1}{\pi r^2}$$

$$A'(r) = 4\pi r - \frac{2}{r^2} \qquad \implies r = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$$



r	0		$\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$	
$A'(r)$		$-$	0	$+$
$A(r)$		$\searrow$	min	$\nearrow$

$$\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}} \approx 0{,}54193$$

$$h = \frac{1}{\pi\left(\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}\right)^2} = \frac{\sqrt[3]{(2\pi)^2}}{\pi}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{4}{\pi}} \approx 1{,}08385$$

Faites les exercices suivants

Faites les exercices suivants

Section 3.2 # 12 à 16

Aujourd’hui, nous avons vu

- ✓ L’optimisation

Devoir: section 3.2 # 8 à 23