3.2 OPTIMISATION

cours 17

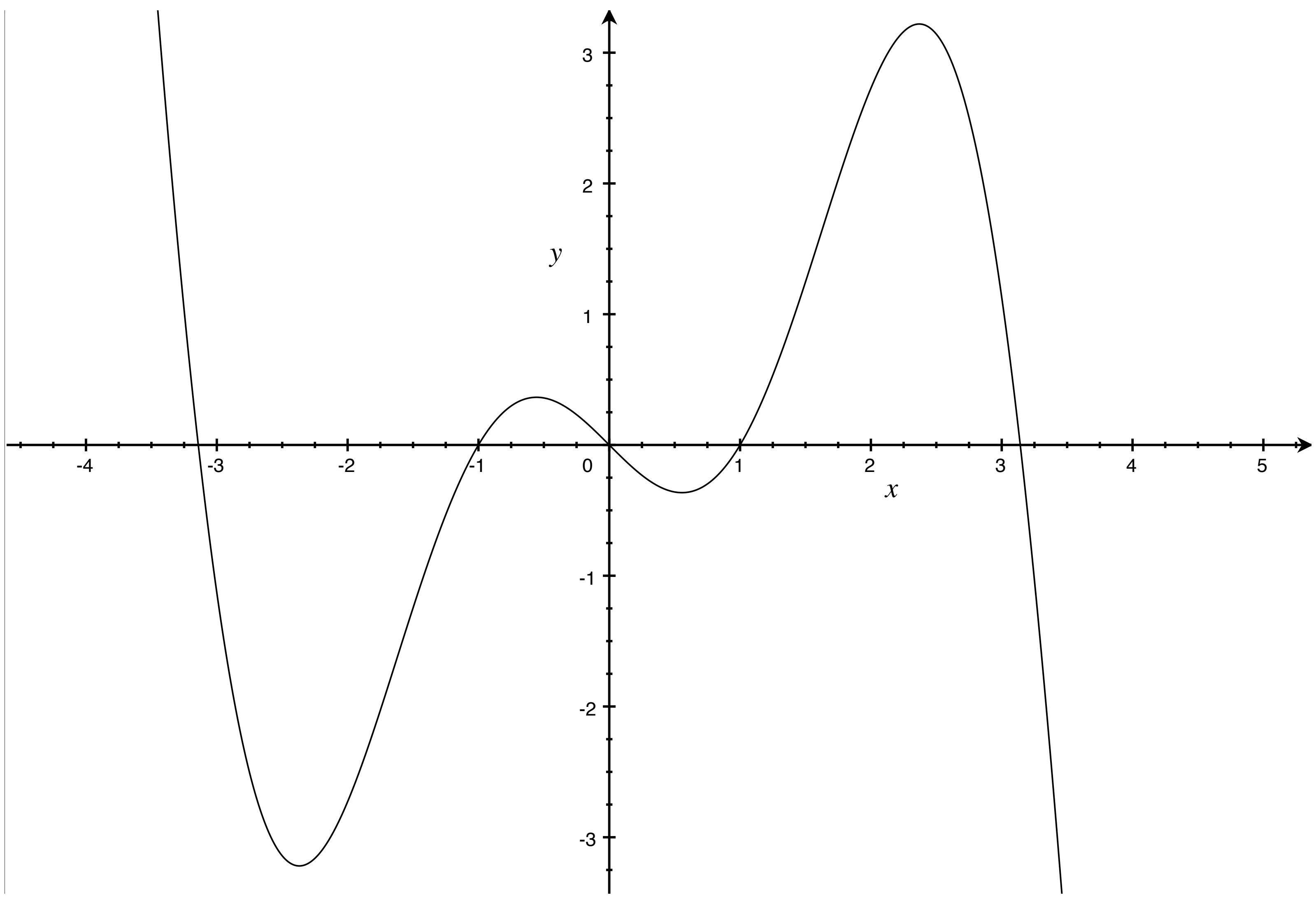
Au dernier cours, nous avons vu

Au dernier cours, nous avons vu

- ✓ Croissance et décroissance

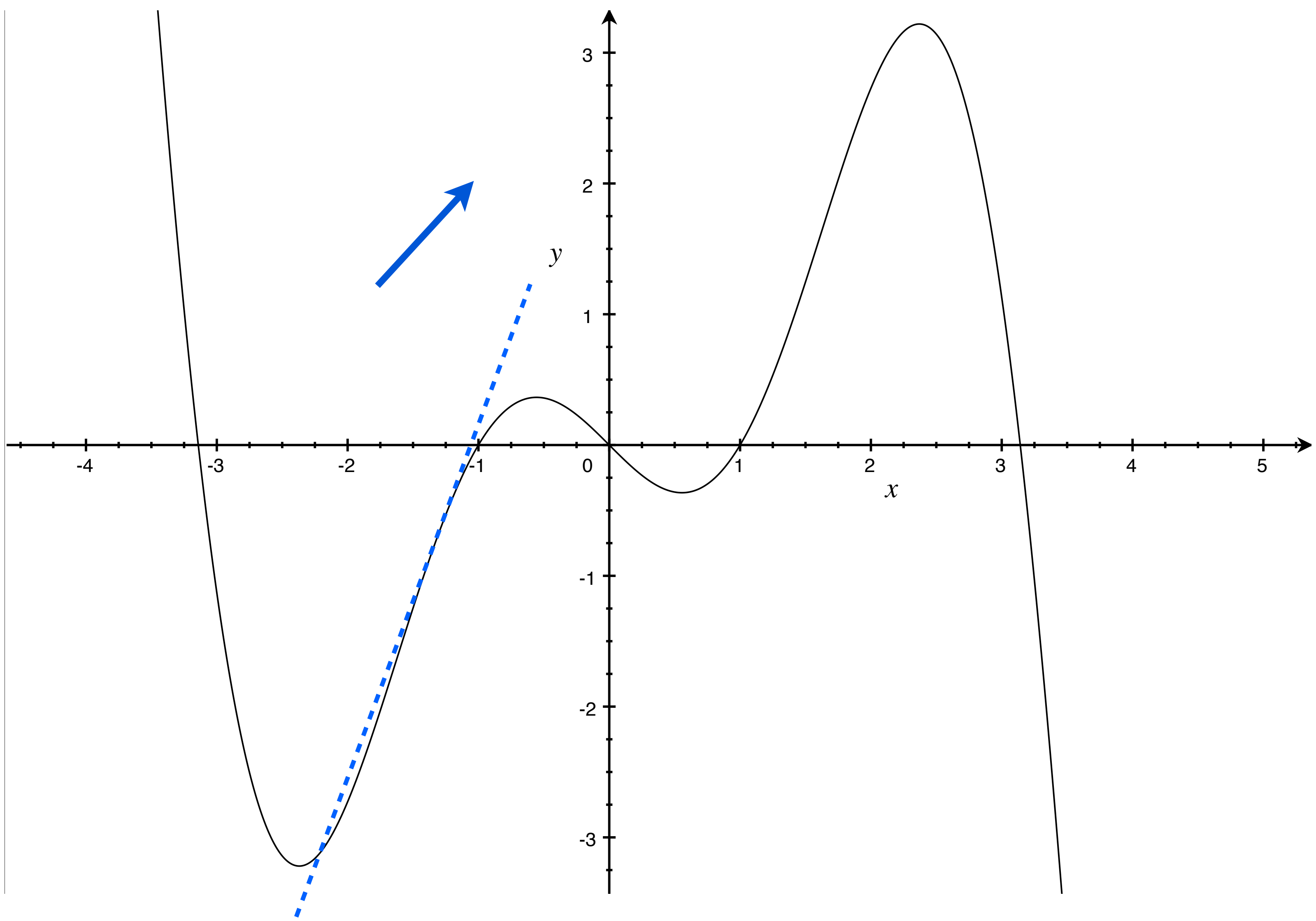
Au dernier cours, nous avons vu

✓ Croissance et décroissance



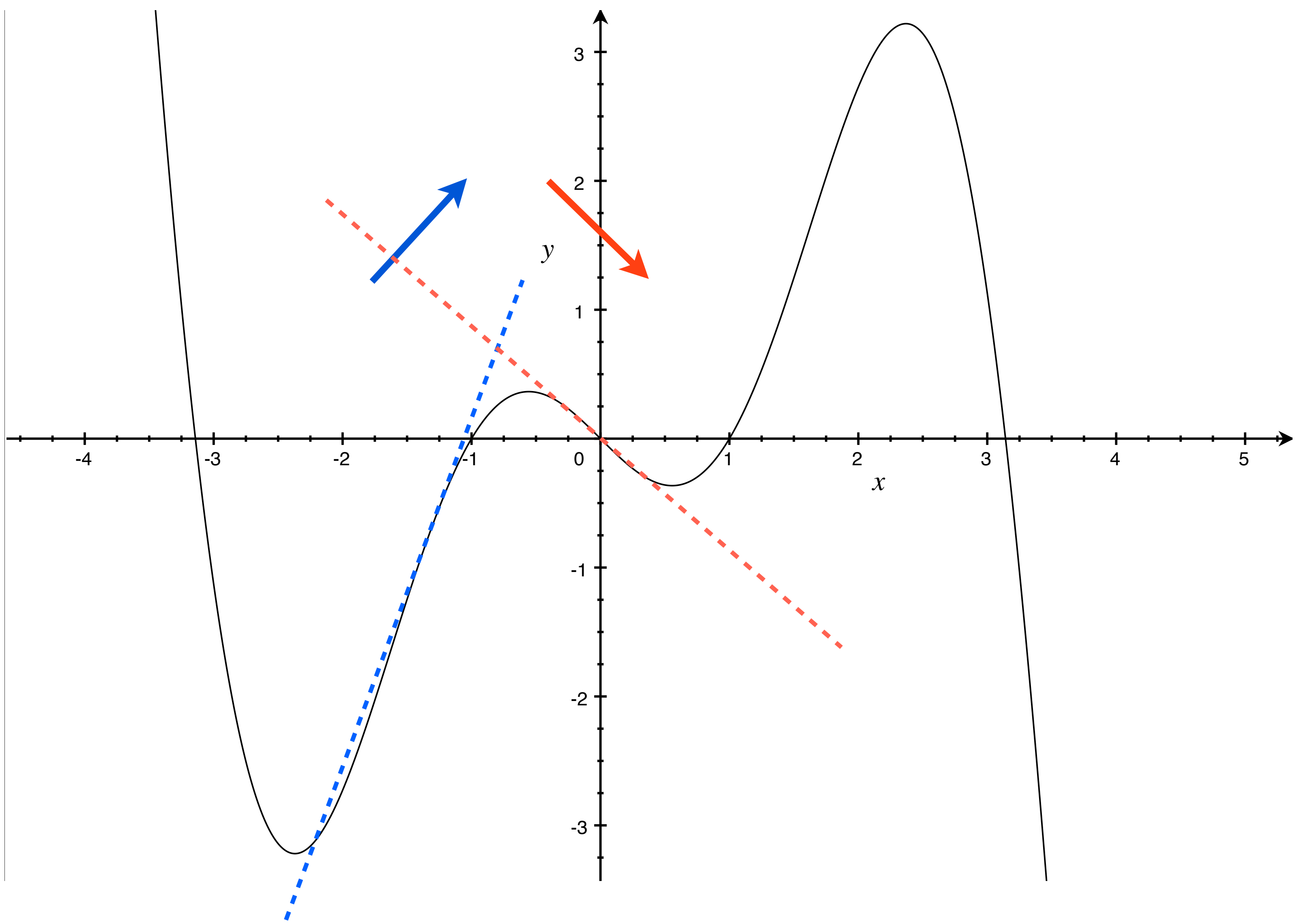
Au dernier cours, nous avons vu

✓ Croissance et décroissance



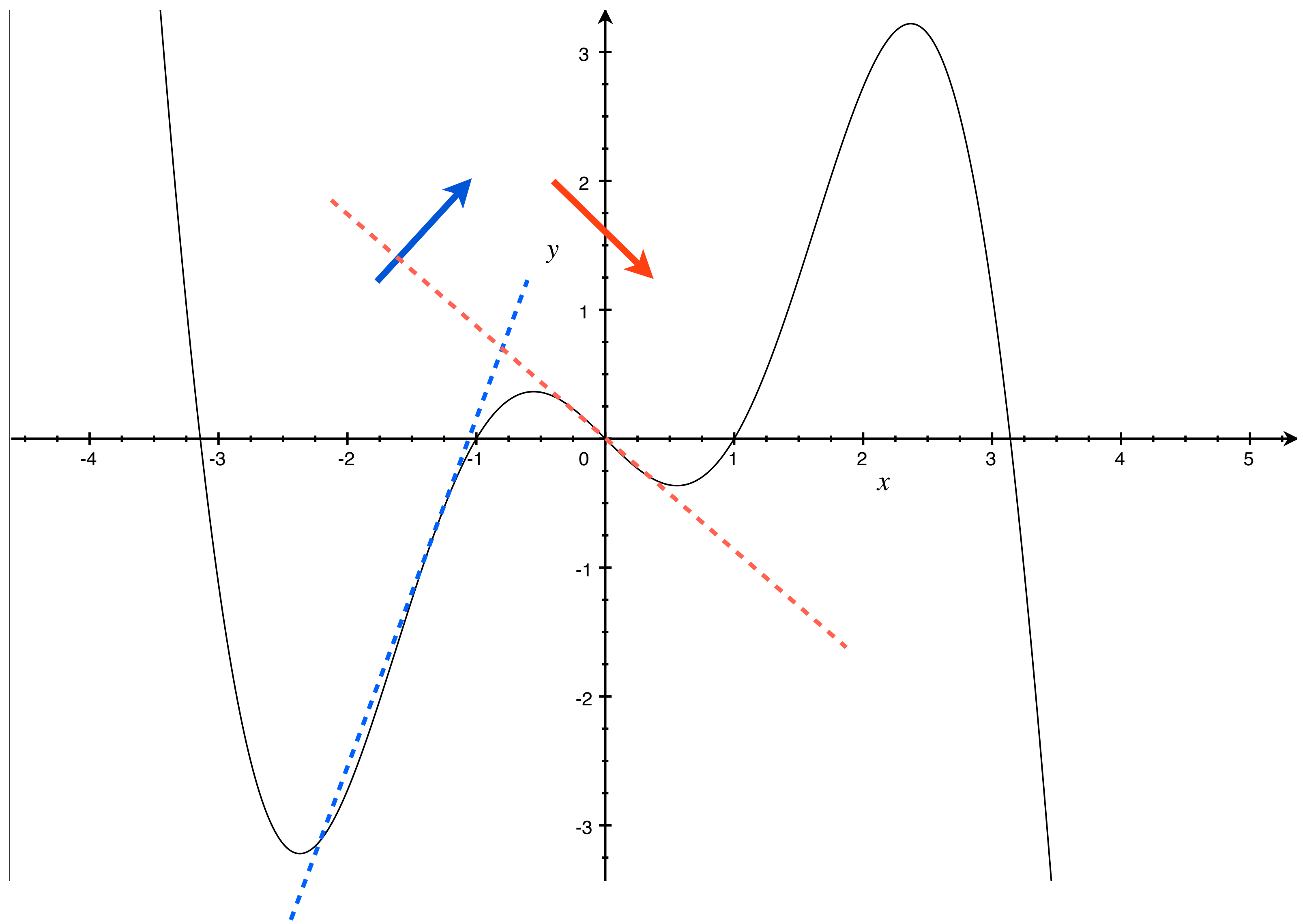
Au dernier cours, nous avons vu

✓ Croissance et décroissance



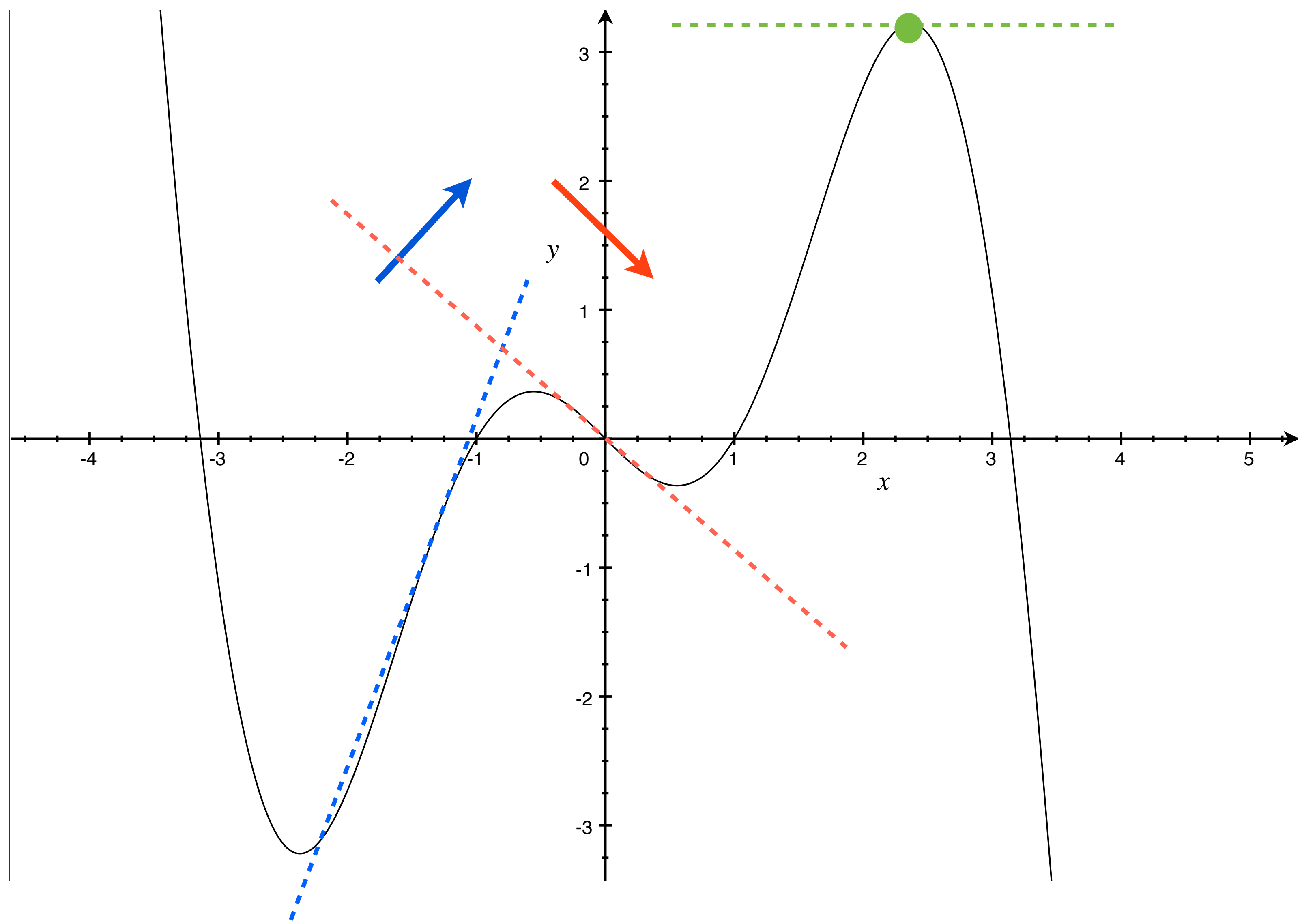
Au dernier cours, nous avons vu

- ✓ Croissance et décroissance
- ✓ Maximum et minimum relatif



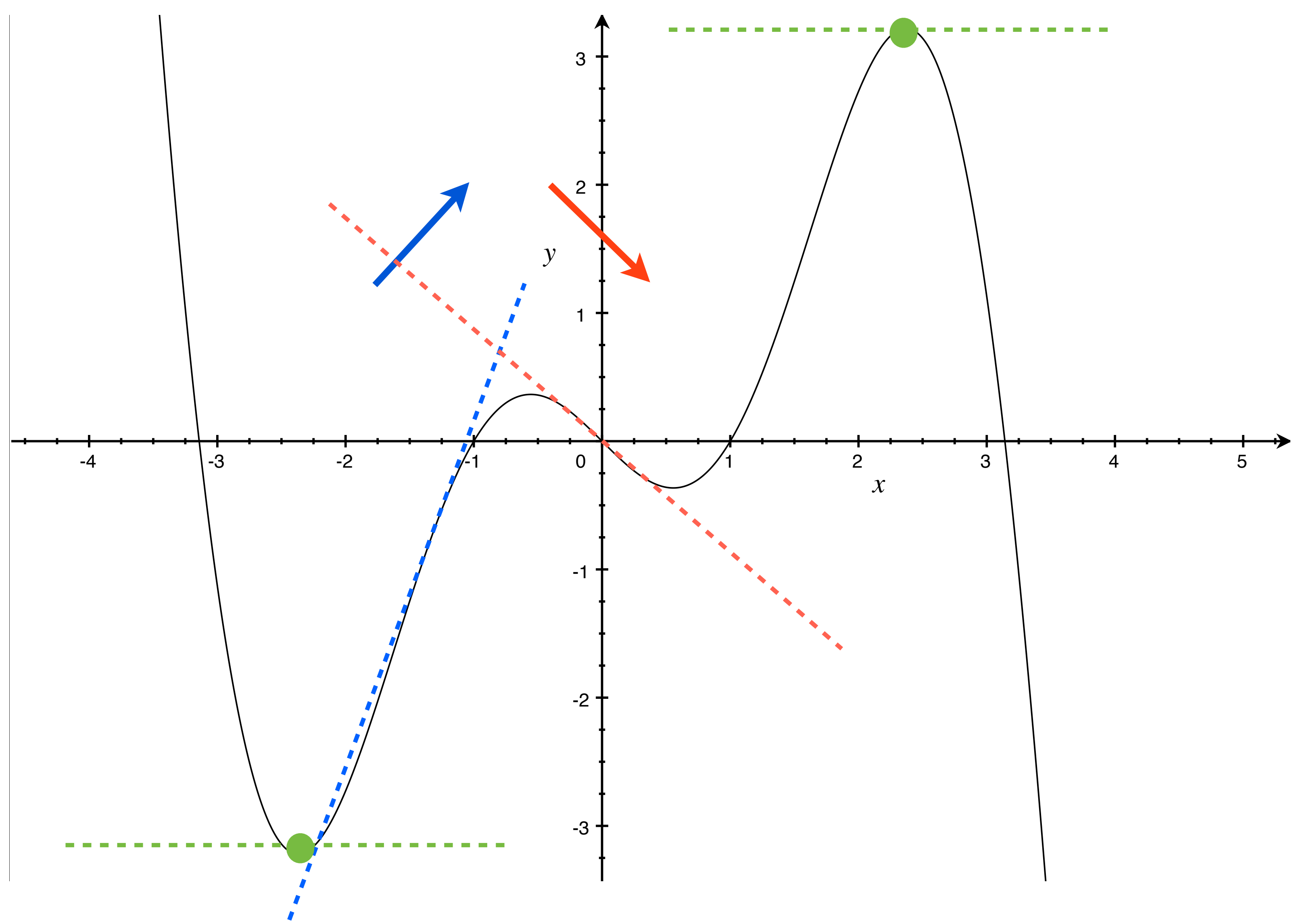
Au dernier cours, nous avons vu

- ✓ Croissance et décroissance
- ✓ Maximum et minimum relatif



Au dernier cours, nous avons vu

- ✓ Croissance et décroissance
- ✓ Maximum et minimum relatif



Aujourd’hui, nous allons voir

- ✓ Optimisation

Maintenant qu'on sait comment trouver les extremums d'une fonction, on est en mesure de résoudre des problèmes d'optimisation.

Maintenant qu'on sait comment trouver les extremums d'une fonction, on est en mesure de résoudre des problèmes d'optimisation.

Un problème d'optimisation est un problème ou l'on cherche à maximiser ou minimiser quelque chose.

Résoudre un problème écrit.

Résoudre un problème écrit.

Bien qu'il n'existe pas de méthode générale pour résoudre un problème écrit, voici quelques idées pour vous aider à les résoudre:

Résoudre un problème écrit.

Bien qu'il n'existe pas de méthode générale pour résoudre un problème écrit, voici quelques idées pour vous aider à les résoudre:

- Faire un dessin.

Résoudre un problème écrit.

Bien qu'il n'existe pas de méthode générale pour résoudre un problème écrit, voici quelques idées pour vous aider à les résoudre:

- Faire un dessin.
- Déterminer ce qui est constant et ce qui est variable.

Résoudre un problème écrit.

Bien qu'il n'existe pas de méthode générale pour résoudre un problème écrit, voici quelques idées pour vous aider à les résoudre:

- Faire un dessin.
- Déterminer ce qui est constant et ce qui est variable.
- Poser des variables.

Résoudre un problème écrit.

Bien qu'il n'existe pas de méthode générale pour résoudre un problème écrit, voici quelques idées pour vous aider à les résoudre:

- Faire un dessin.
- Déterminer ce qui est constant et ce qui est variable.
- Poser des variables.
- Déterminer ce qui est à optimiser.

Résoudre un problème écrit.

Bien qu'il n'existe pas de méthode générale pour résoudre un problème écrit, voici quelques idées pour vous aider à les résoudre:

- Faire un dessin.
- Déterminer ce qui est constant et ce qui est variable.
- Poser des variables.
- Déterminer ce qui est à optimiser.
- Trouver une fonction qui donne la quantité à optimiser.

Résoudre un problème écrit.

Bien qu'il n'existe pas de méthode générale pour résoudre un problème écrit, voici quelques idées pour vous aider à les résoudre:

- Faire un dessin.
- Déterminer ce qui est constant et ce qui est variable.
- Poser des variables.
- Déterminer ce qui est à optimiser.
- Trouver une fonction qui donne la quantité à optimiser.
- Utiliser les contraintes pour que la fonction n'ait qu'une variable.

Résoudre un problème écrit.

Bien qu'il n'existe pas de méthode générale pour résoudre un problème écrit, voici quelques idées pour vous aider à les résoudre:

- Faire un dessin.
- Déterminer ce qui est constant et ce qui est variable.
- Poser des variables.
- Déterminer ce qui est à optimiser.
- Trouver une fonction qui donne la quantité à optimiser.
- Utiliser les contraintes pour que la fonction n'ait qu'une variable.
- Trouver les zéros de la dérivée.

Résoudre un problème écrit.

Bien qu'il n'existe pas de méthode générale pour résoudre un problème écrit, voici quelques idées pour vous aider à les résoudre:

- Faire un dessin.
- Déterminer ce qui est constant et ce qui est variable.
- Poser des variables.
- Déterminer ce qui est à optimiser.
- Trouver une fonction qui donne la quantité à optimiser.
- Utiliser les contraintes pour que la fonction n'ait qu'une variable.
- Trouver les zéros de la dérivée.
- Déterminer si c'est un minimum, un maximum ou ni l'un ni l'autre.

Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?

Exemple

Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?

Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?

Constant:

Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?

Constant:

Variable:

Exemple Quelles sont les dimensions d’un enclos rectangulaire de surface maximal qu’on peut faire avec 100 m de clôture?

Constant: le périmètre

Variable:

Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?

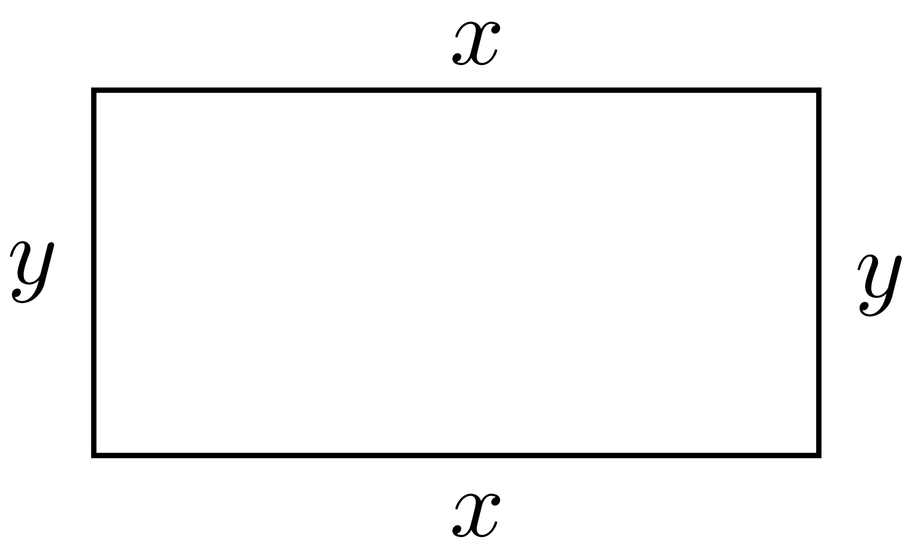
Constant: le périmètre

Variable: les côtés

Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?

Constant: le périmètre

Variable: les côtés

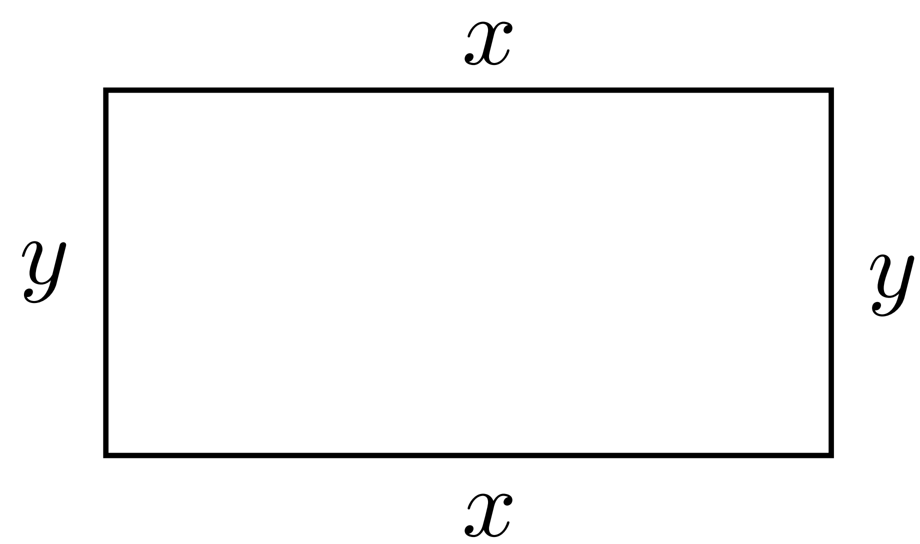


Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?

Constant: le périmètre

Variable: les côtés

À optimiser:

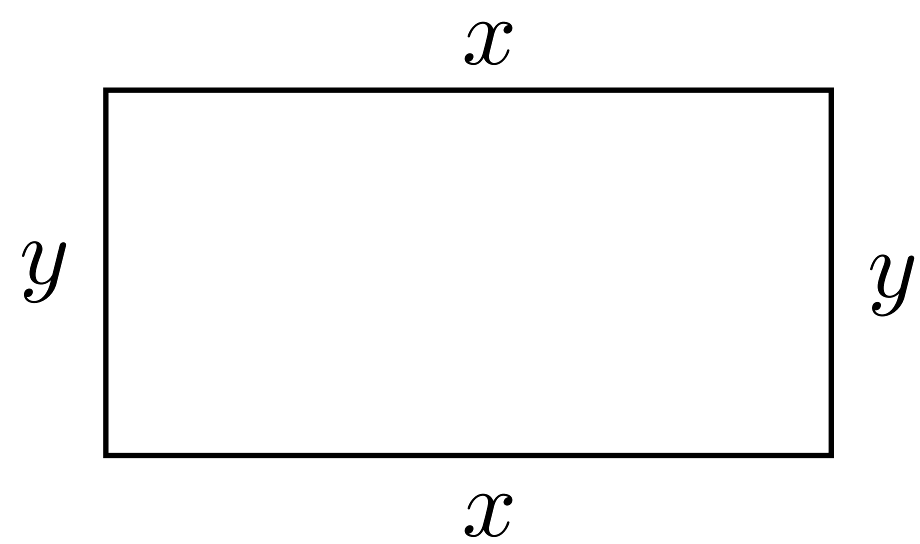


Exemple Quelles sont les dimensions d’un enclos rectangulaire de surface maximal qu’on peut faire avec 100 m de clôture?

Constant: le périmètre

Variable: les côtés

À optimiser: l’aire du rectangle



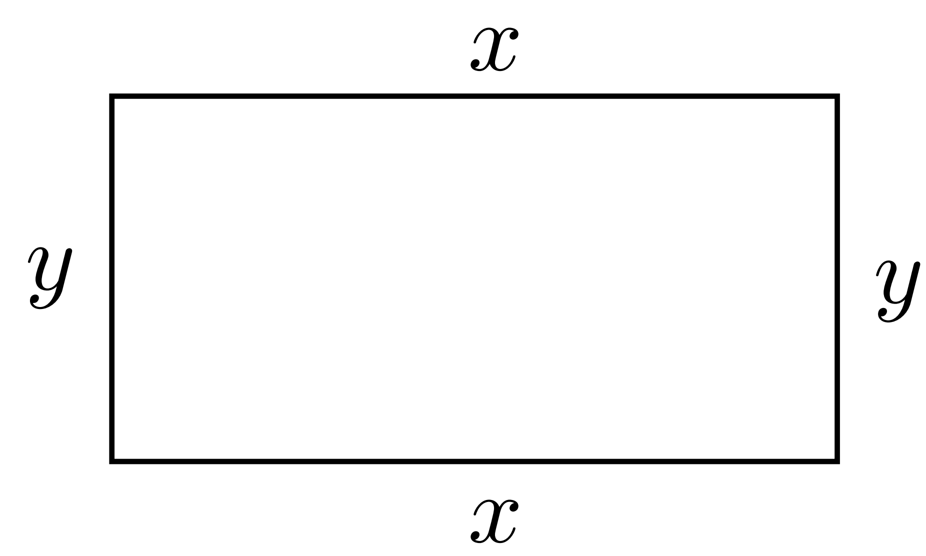
Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?

Constant: le périmètre

Variable: les côtés

À optimiser: l'aire du rectangle

$A(x,y) = xy$

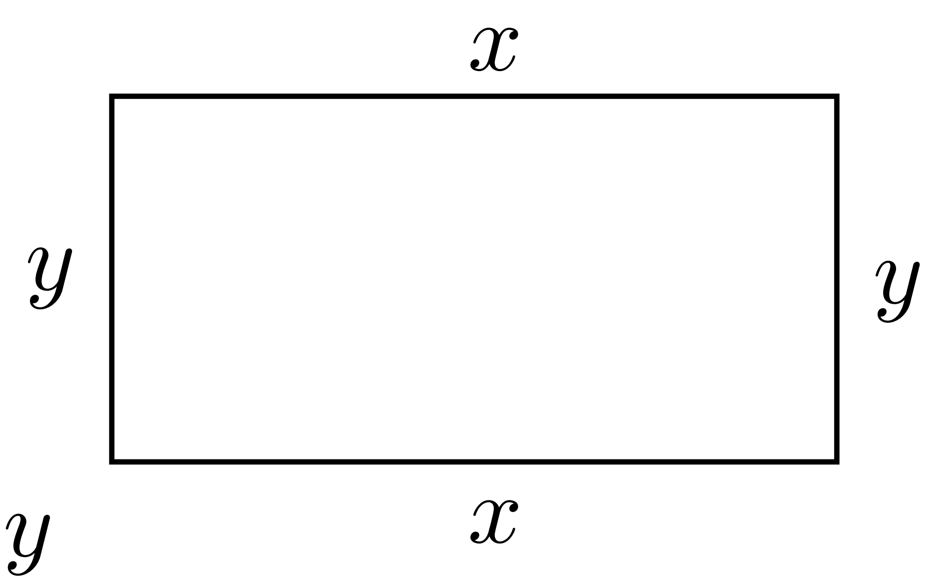


Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?

Constant: le périmètre

Variable: les côtés

À optimiser: l'aire du rectangle



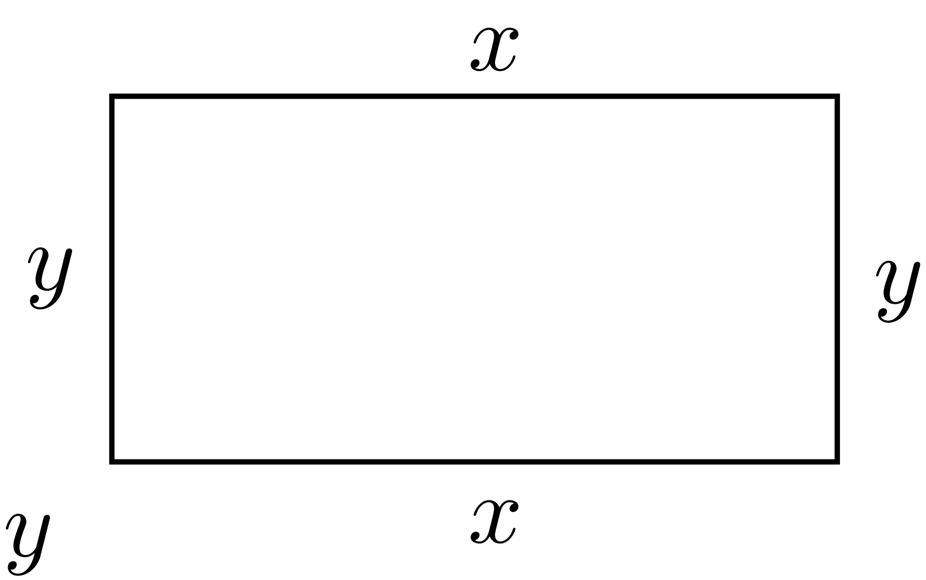
$A(x,y) = xy \qquad P(x,y) = 2x + 2y$

Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?

Constant: le périmètre

Variable: les côtés

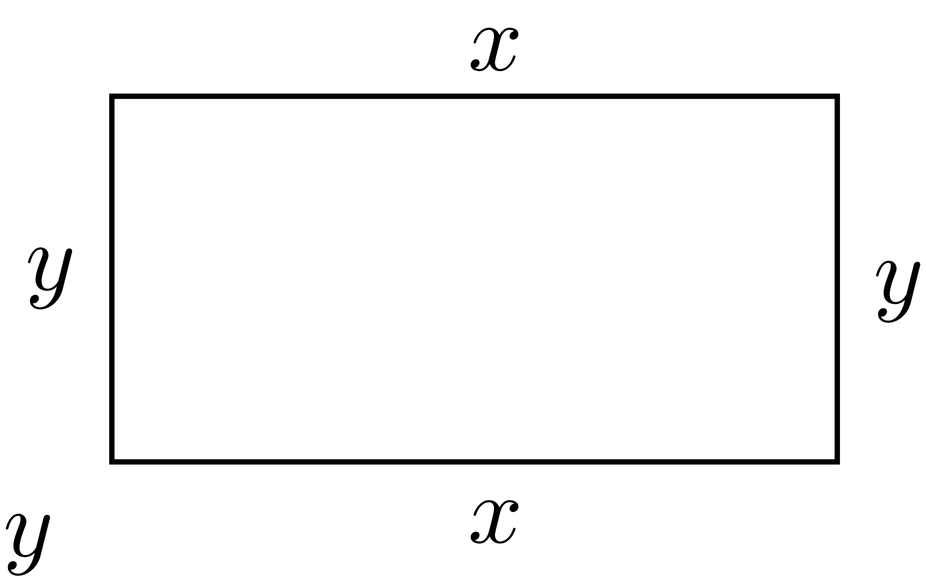
À optimiser: l'aire du rectangle



$A(x,y) = xy \qquad P(x,y) = 2x + 2y$

Contrainte:

Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?



Constant: le périmètre

Variable: les côtés

À optimiser: l'aire du rectangle

$A(x,y) = xy \qquad P(x,y) = 2x + 2y$

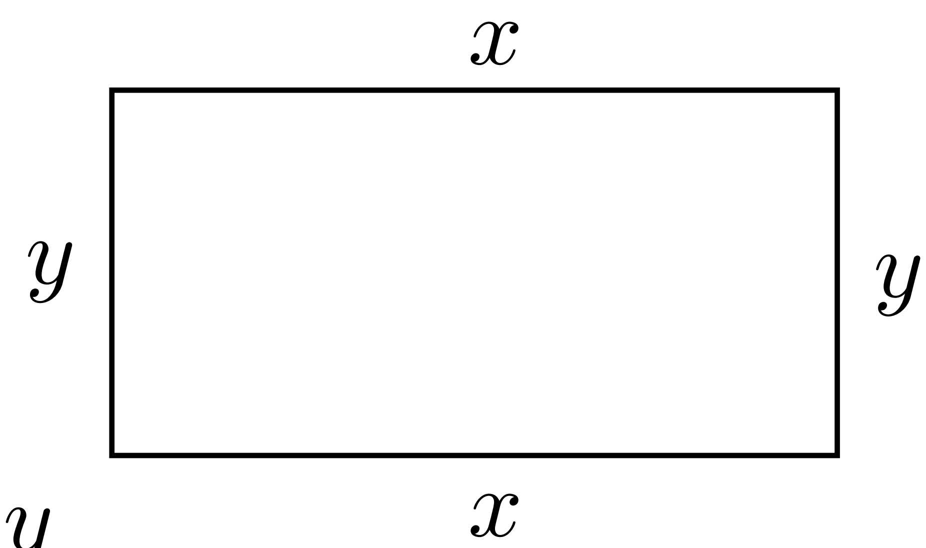
Contrainte: $P(x,y) = 100$

Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?

Constant: le périmètre

Variable: les côtés

À optimiser: l'aire du rectangle



$A(x,y) = xy \qquad P(x,y) = 2x + 2y$

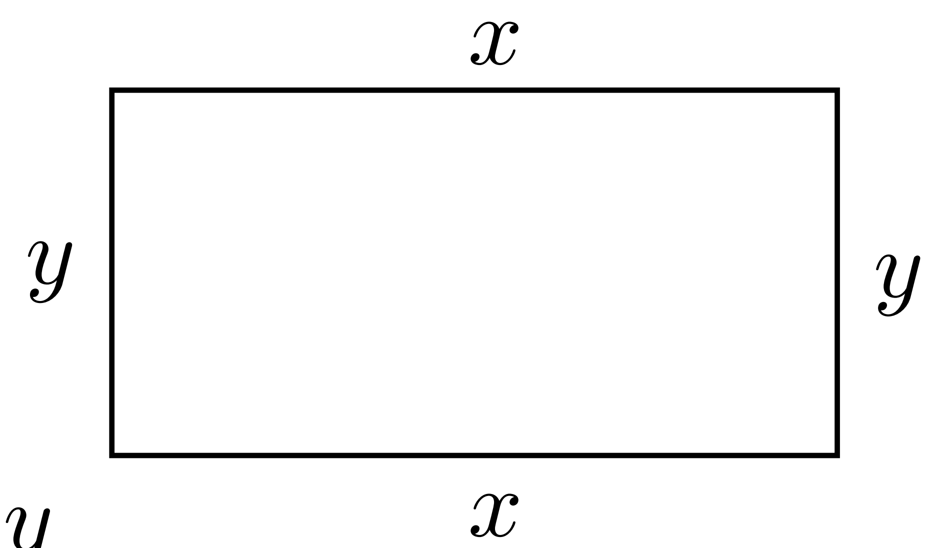
Contrainte: $P(x,y) = 100 \qquad 2x + 2y = 100$

Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?

Constant: le périmètre

Variable: les côtés

À optimiser: l'aire du rectangle



$A(x,y) = xy \qquad P(x,y) = 2x + 2y$

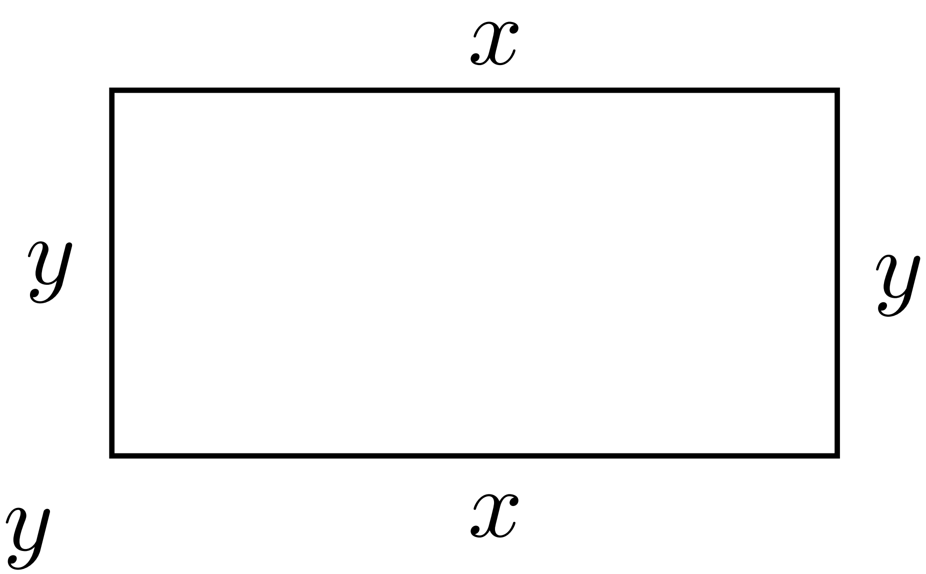
Contrainte: $P(x,y) = 100 \qquad 2x + 2y = 100 \implies 2y = 100 - 2x$

Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?

Constant: le périmètre

Variable: les côtés

À optimiser: l'aire du rectangle



$A(x,y) = xy \qquad P(x,y) = 2x + 2y$

Contrainte: $P(x,y) = 100 \qquad 2x + 2y = 100 \implies 2y = 100 - 2x$

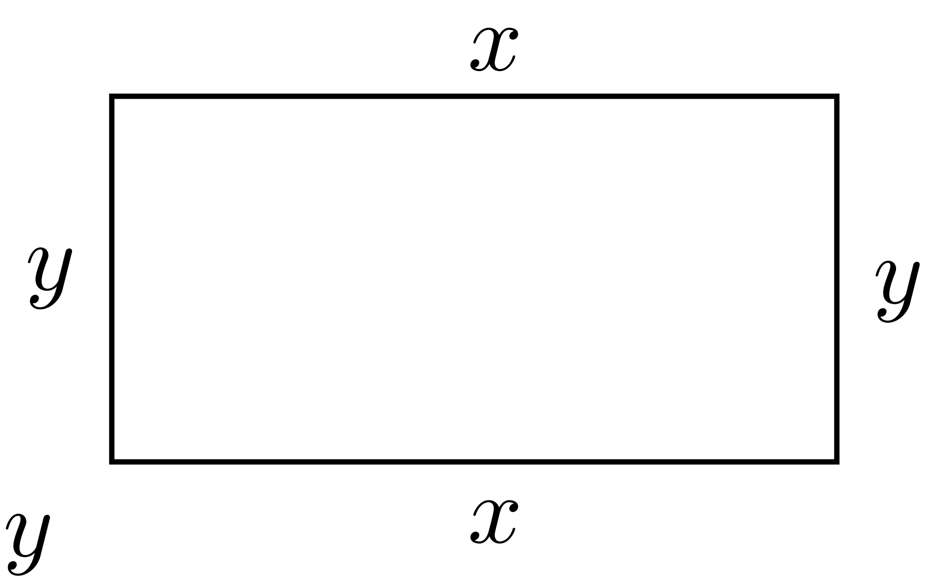
$$\implies y = 50 - x$$

Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?

Constant: le périmètre

Variable: les côtés

À optimiser: l'aire du rectangle



$A(x,y) = xy \qquad P(x,y) = 2x + 2y$

Contrainte: $P(x,y) = 100 \qquad 2x + 2y = 100 \implies 2y = 100 - 2x$

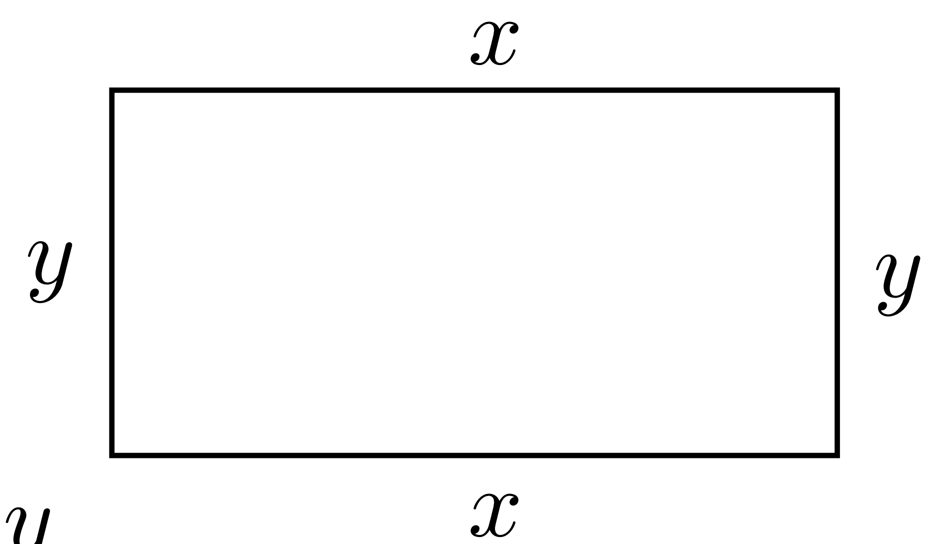
$$\implies y = 50 - x$$

Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?

Constant: le périmètre

Variable: les côtés

À optimiser: l'aire du rectangle



$A(x,y) = xy \qquad P(x,y) = 2x + 2y$

Contrainte: $P(x,y) = 100 \qquad 2x + 2y = 100 \implies 2y = 100 - 2x$

$$\implies y = 50 - x$$

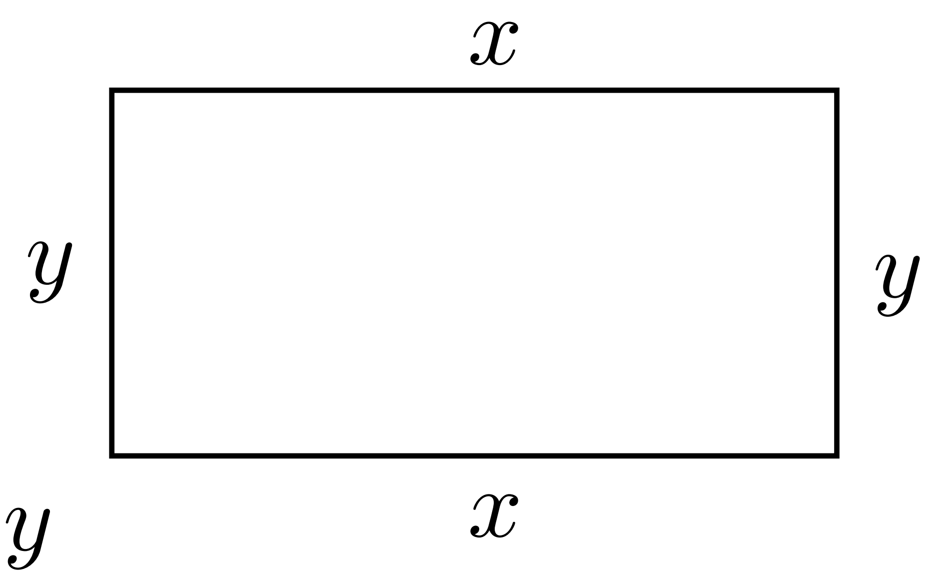
$A(x) = x(50 - x)$

Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?

Constant: le périmètre

Variable: les côtés

À optimiser: l'aire du rectangle



$A(x,y) = xy$ $\quad$ $P(x,y) = 2x + 2y$

Contrainte: $P(x,y) = 100$ $\quad$ $2x + 2y = 100 \implies 2y = 100 - 2x$

$\implies y = 50 - x$

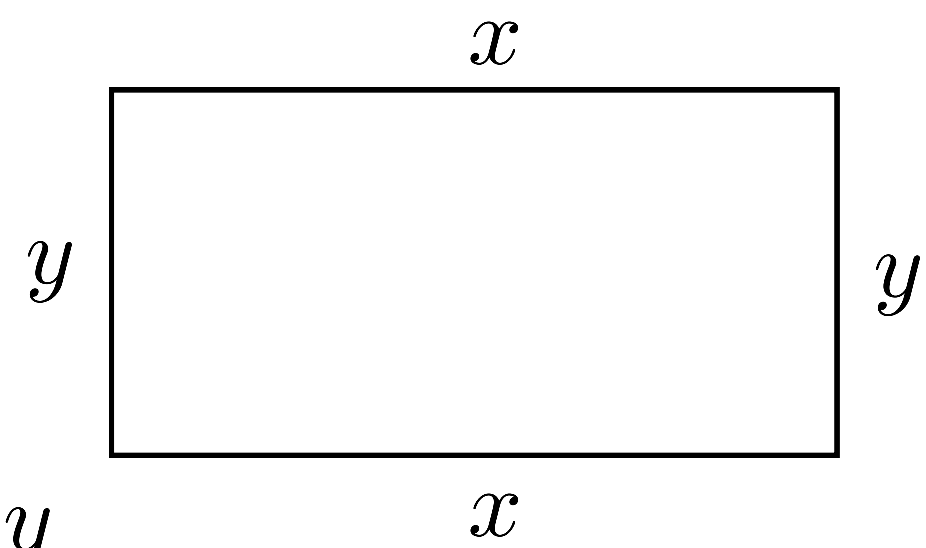
$A(x) = x(50 - x)$

Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?

Constant: le périmètre

Variable: les côtés

À optimiser: l'aire du rectangle



$A(x,y) = xy \qquad P(x,y) = 2x + 2y$

Contrainte: $P(x,y) = 100 \qquad 2x + 2y = 100 \implies 2y = 100 - 2x$

$$\implies y = 50 - x$$

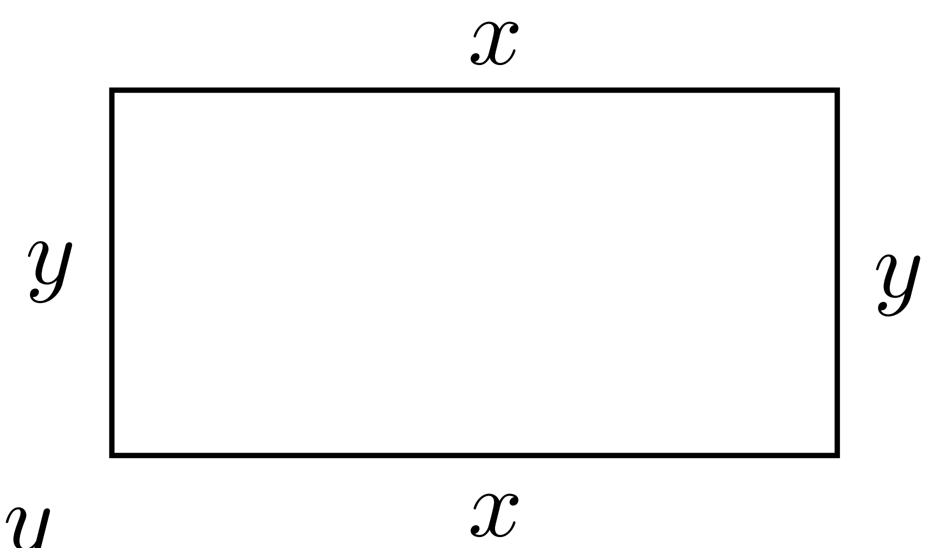
$$A(x) = x(50 - x) = 50x - x^2$$

Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?

Constant: le périmètre

Variable: les côtés

À optimiser: l'aire du rectangle



$A(x,y) = xy \qquad P(x,y) = 2x + 2y$

Contrainte: $P(x,y) = 100 \qquad 2x + 2y = 100 \implies 2y = 100 - 2x$

$$\implies y = 50 - x$$

$A(x) = x(50 - x) = 50x - x^2$

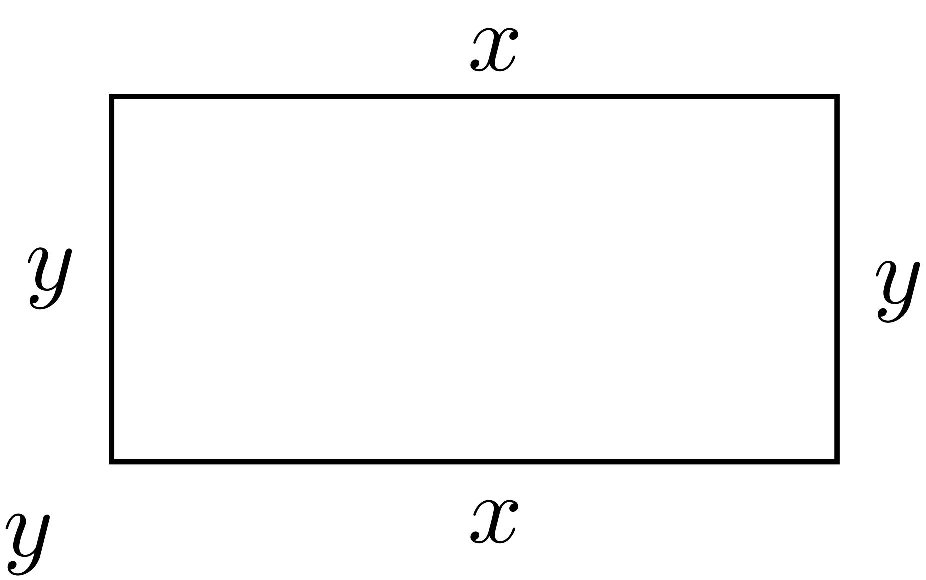
$A'(x)$

Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?

Constant: le périmètre

Variable: les côtés

À optimiser: l'aire du rectangle



$A(x,y) = xy \qquad P(x,y) = 2x + 2y$

Contrainte: $P(x,y) = 100 \qquad 2x + 2y = 100 \implies 2y = 100 - 2x$

$$\implies y = 50 - x$$

$$A(x) = x(50 - x) = 50x - x^2$$

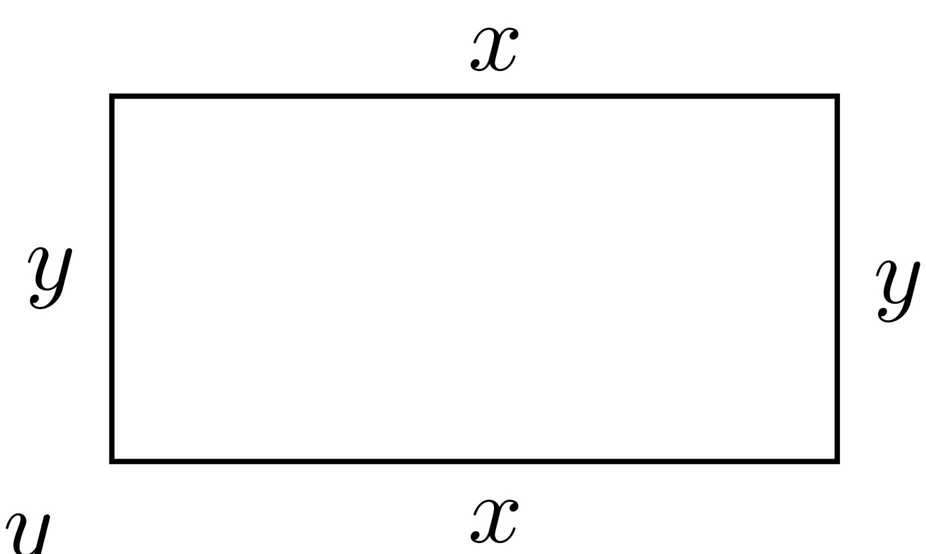
$$A'(x) = 50 - 2x$$

Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?

Constant: le périmètre

Variable: les côtés

À optimiser: l'aire du rectangle



$A(x,y) = xy \qquad P(x,y) = 2x + 2y$

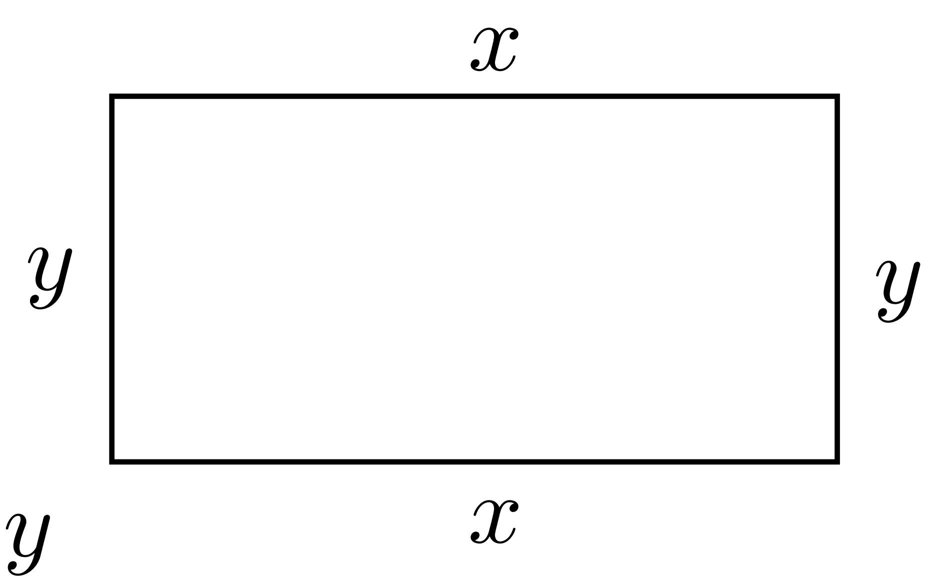
Contrainte: $P(x,y) = 100 \qquad 2x + 2y = 100 \implies 2y = 100 - 2x$

$$\implies y = 50 - x$$

$A(x) = x(50 - x) = 50x - x^2$

$A'(x) = 50 - 2x \qquad A'(x) = 0$

Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?



Constant: le périmètre

Variable: les côtés

À optimiser: l'aire du rectangle

$A(x,y) = xy \qquad P(x,y) = 2x + 2y$

Contrainte: $P(x,y) = 100 \qquad 2x + 2y = 100 \implies 2y = 100 - 2x$

$$\implies y = 50 - x$$

$$A(x) = x(50 - x) = 50x - x^2$$

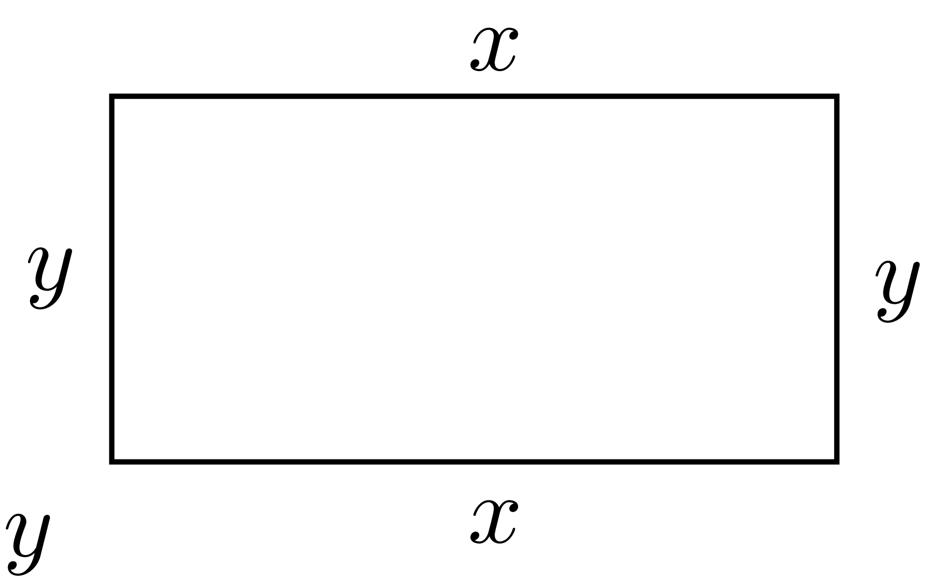
$A'(x) = 50 - 2x \qquad A'(x) = 0 \implies 50 - 2x = 0$

Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?

Constant: le périmètre

Variable: les côtés

À optimiser: l'aire du rectangle



$A(x,y) = xy$ $\qquad$ $P(x,y) = 2x + 2y$

Contrainte: $P(x,y) = 100$ $\qquad$ $2x + 2y = 100 \implies 2y = 100 - 2x$

$$\implies y = 50 - x$$

$$A(x) = x(50 - x) = 50x - x^2$$

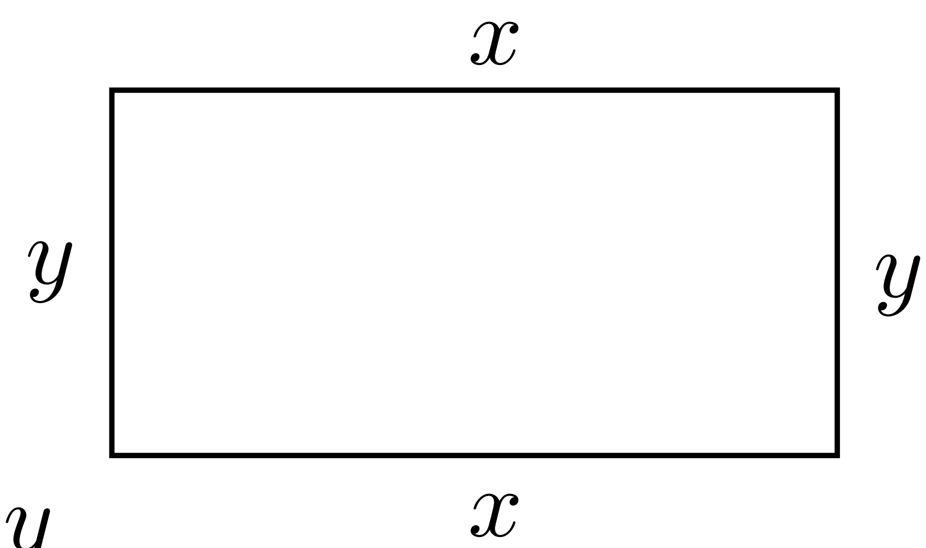
$A'(x) = 50 - 2x$ $\qquad$ $A'(x) = 0 \implies 50 - 2x = 0 \implies 2x = 50$

Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?

Constant: le périmètre

Variable: les côtés

À optimiser: l'aire du rectangle



$A(x,y) = xy \qquad P(x,y) = 2x + 2y$

Contrainte: $P(x,y) = 100 \qquad 2x + 2y = 100 \implies 2y = 100 - 2x$

$$\implies y = 50 - x$$

$$A(x) = x(50 - x) = 50x - x^2$$

$$A'(x) = 50 - 2x \qquad A'(x) = 0 \implies 50 - 2x = 0 \implies 2x = 50$$

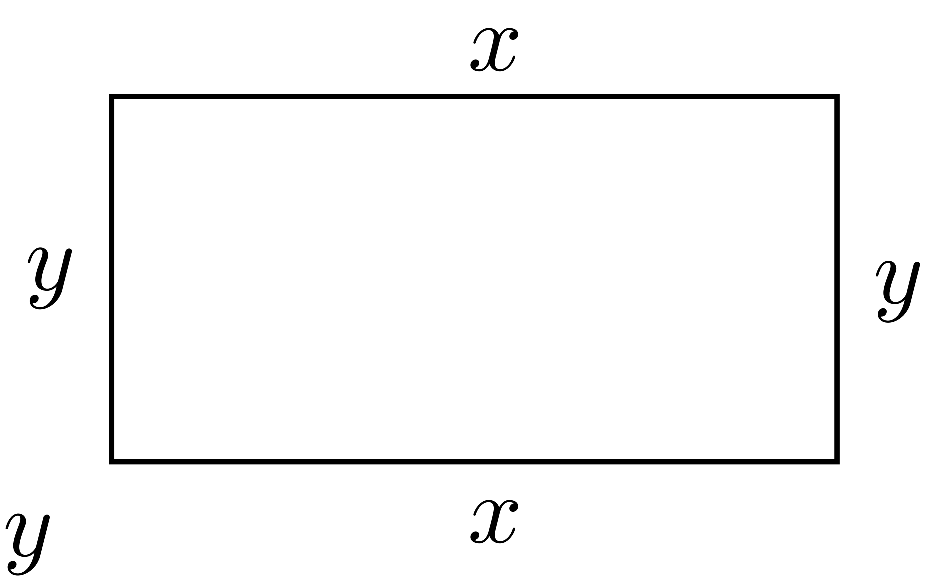
$$\implies x = 25$$

Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?

Constant: le périmètre

Variable: les côtés

À optimiser: l'aire du rectangle



$A(x,y) = xy \qquad P(x,y) = 2x + 2y$

Contrainte: $P(x,y) = 100 \qquad 2x + 2y = 100 \implies 2y = 100 - 2x$

$$\implies y = 50 - x$$

$$A(x) = x(50 - x) = 50x - x^2$$

$$A'(x) = 50 - 2x \qquad A'(x) = 0 \implies 50 - 2x = 0 \implies 2x = 50$$

$$\implies x = 25$$

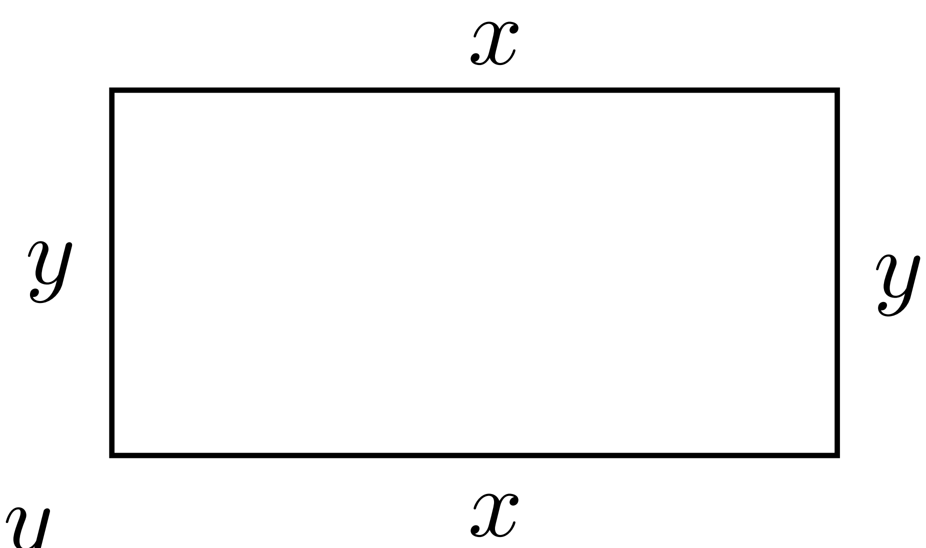
Max ou min?

Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?

Constant: le périmètre

Variable: les côtés

À optimiser: l'aire du rectangle



$A(x,y) = xy \qquad P(x,y) = 2x + 2y$

Contrainte: $P(x,y) = 100 \qquad 2x + 2y = 100 \implies 2y = 100 - 2x$

$$\implies y = 50 - x$$

$$A(x) = x(50 - x) = 50x - x^2$$

$A'(x) = 50 - 2x \qquad A'(x) = 0 \implies 50 - 2x = 0 \implies 2x = 50$

$$\implies x = 25$$

Max ou min?

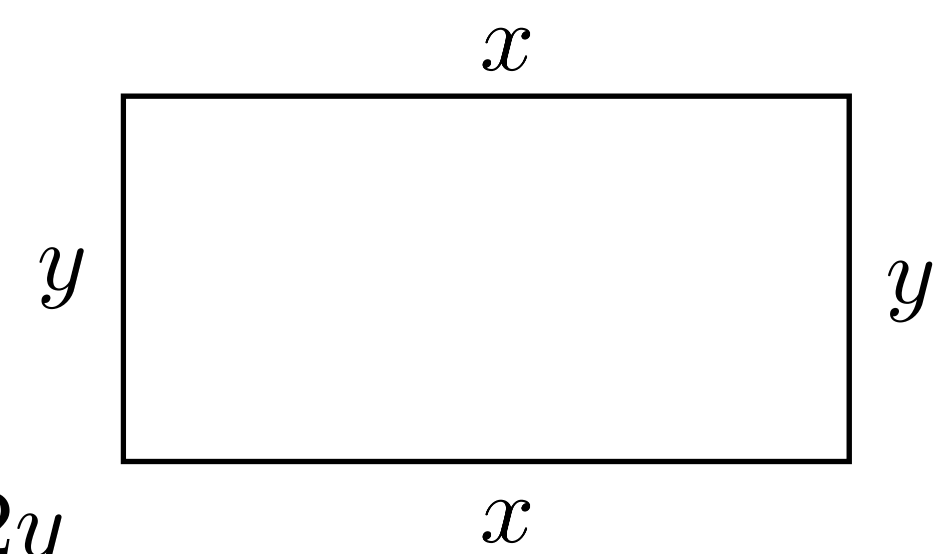
		25	
$A'(x)$			
$A(x)$			

Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?

Constant: le périmètre

Variable: les côtés

À optimiser: l'aire du rectangle



$$A(x,y) = xy \qquad P(x,y) = 2x + 2y$$

Contrainte: $P(x,y) = 100 \qquad 2x + 2y = 100 \implies 2y = 100 - 2x$

$$\implies y = 50 - x$$

$$A(x) = x(50 - x) = 50x - x^2$$

$$A'(x) = 50 - 2x \qquad A'(x) = 0 \implies 50 - 2x = 0 \implies 2x = 50$$

$$\implies x = 25$$

Max ou min?

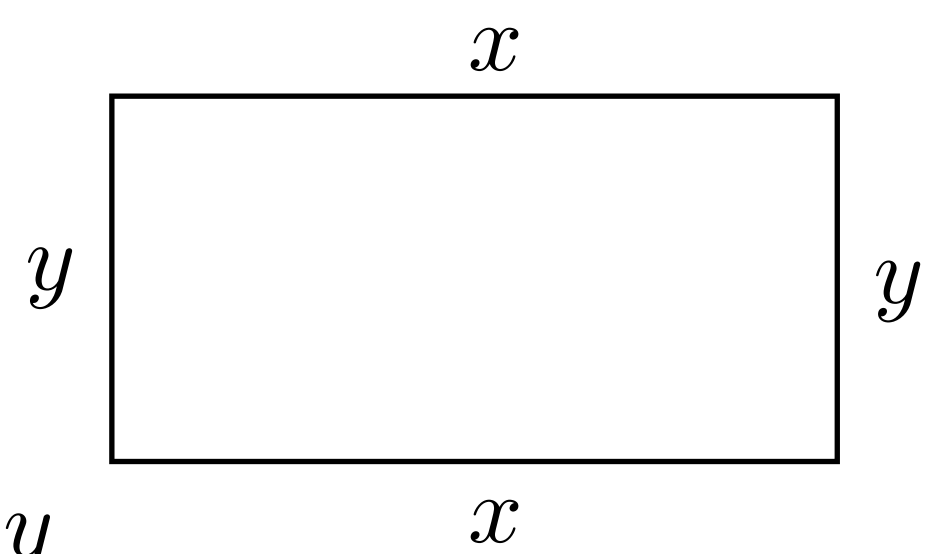
		25	
$A'(x)$	$+$		
$A(x)$			

Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?

Constant: le périmètre

Variable: les côtés

À optimiser: l'aire du rectangle



$A(x,y) = xy \qquad P(x,y) = 2x + 2y$

Contrainte: $P(x,y) = 100 \qquad 2x + 2y = 100 \implies 2y = 100 - 2x$

$$\implies y = 50 - x$$

$A(x) = x(50 - x) = 50x - x^2$

$A'(x) = 50 - 2x \qquad A'(x) = 0 \implies 50 - 2x = 0 \implies 2x = 50$

$$\implies x = 25$$

Max ou min?

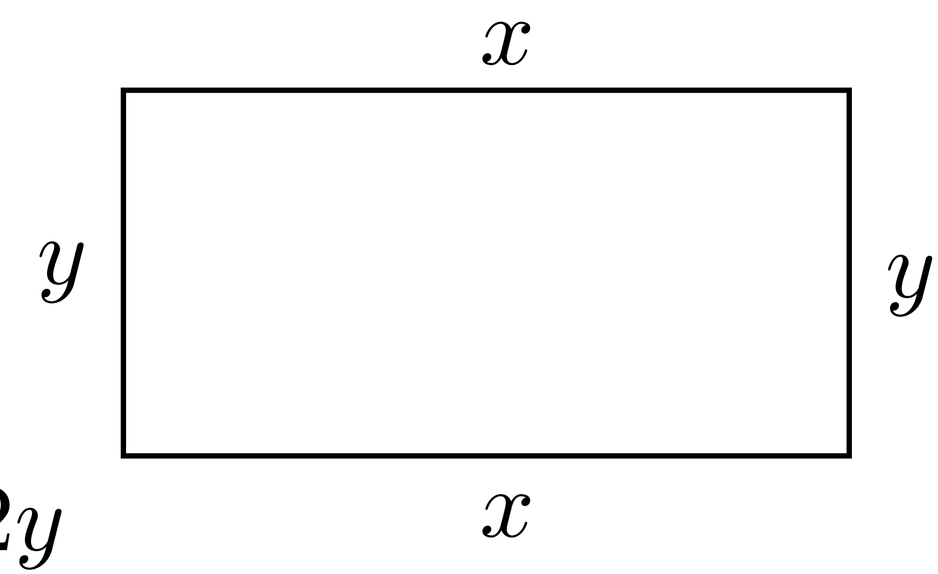
		25	
$A'(x)$	$+$		$-$
$A(x)$			

Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?

Constant: le périmètre

Variable: les côtés

À optimiser: l'aire du rectangle



$A(x,y) = xy \qquad P(x,y) = 2x + 2y$

Contrainte: $P(x,y) = 100 \qquad 2x + 2y = 100 \implies 2y = 100 - 2x$

$$\implies y = 50 - x$$

$$A(x) = x(50 - x) = 50x - x^2$$

$A'(x) = 50 - 2x \qquad A'(x) = 0 \implies 50 - 2x = 0 \implies 2x = 50$

$$\implies x = 25$$

Max ou min?

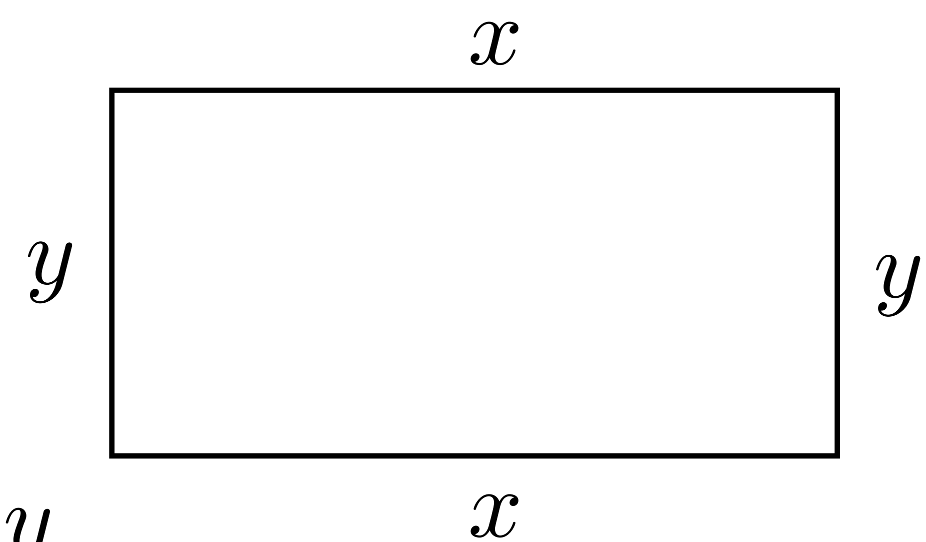
		25	
$A'(x)$	$+$		$-$
$A(x)$	$\nearrow$		

Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?

Constant: le périmètre

Variable: les côtés

À optimiser: l'aire du rectangle



$A(x,y) = xy \qquad P(x,y) = 2x + 2y$

Contrainte: $P(x,y) = 100 \qquad 2x + 2y = 100 \implies 2y = 100 - 2x$

$$\implies y = 50 - x$$

$A(x) = x(50 - x) = 50x - x^2$

$A'(x) = 50 - 2x \qquad A'(x) = 0 \implies 50 - 2x = 0 \implies 2x = 50$

$$\implies x = 25$$

Max ou min?

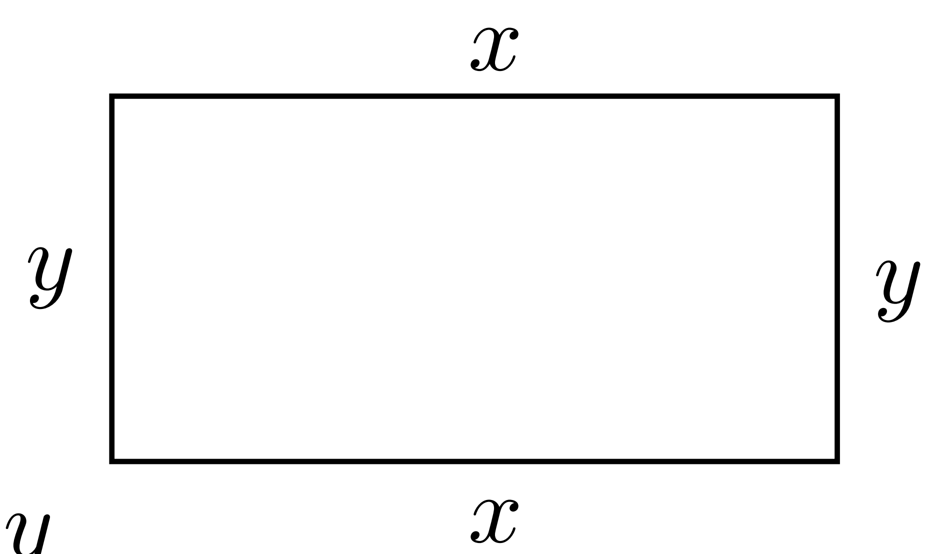
		25	
$A'(x)$	$+$		$-$
$A(x)$	$\nearrow$		$\searrow$

Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?

Constant: le périmètre

Variable: les côtés

À optimiser: l'aire du rectangle



$A(x,y) = xy \qquad P(x,y) = 2x + 2y$

Contrainte: $P(x,y) = 100 \qquad 2x + 2y = 100 \implies 2y = 100 - 2x$

$$\implies y = 50 - x$$

$$A(x) = x(50 - x) = 50x - x^2$$

$$A'(x) = 50 - 2x \qquad A'(x) = 0 \implies 50 - 2x = 0 \implies 2x = 50$$

$$\implies x = 25$$

Max ou min?

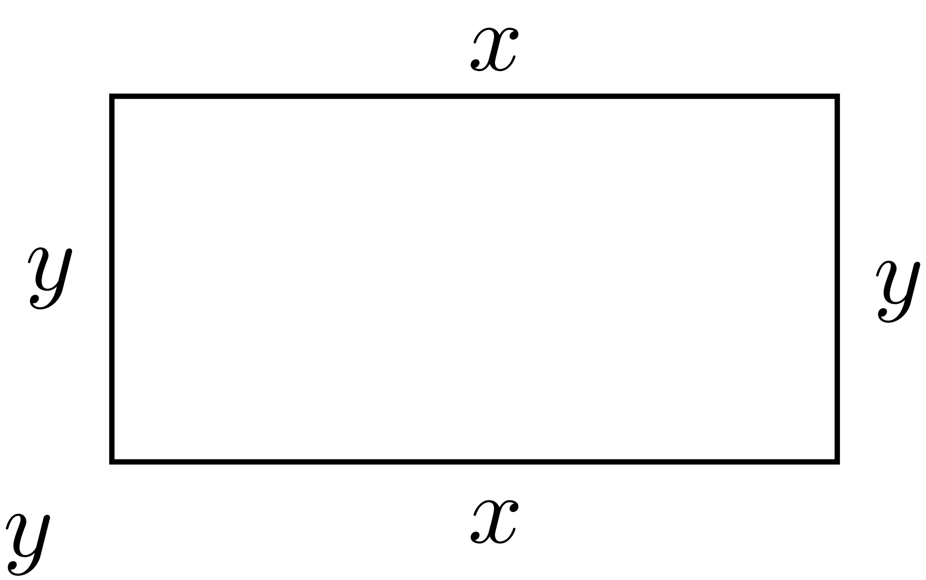
		25	
$A'(x)$	$+$		$-$
$A(x)$	$\nearrow$	max	$\searrow$

Exemple Quelles sont les dimensions d’un enclos rectangulaire de surface maximal qu’on peut faire avec 100 m de clôture?

Constant: le périmètre

Variable: les côtés

À optimiser: l’aire du rectangle



$A(x,y) = xy \qquad P(x,y) = 2x + 2y$

Contrainte: $P(x,y) = 100 \qquad 2x + 2y = 100 \implies 2y = 100 - 2x$

$$\implies y = 50 - x$$

$$A(x) = x(50 - x) = 50x - x^2$$

$A'(x) = 50 - 2x \qquad A'(x) = 0 \implies 50 - 2x = 0 \implies 2x = 50$

$$\implies x = 25$$

Max ou min?

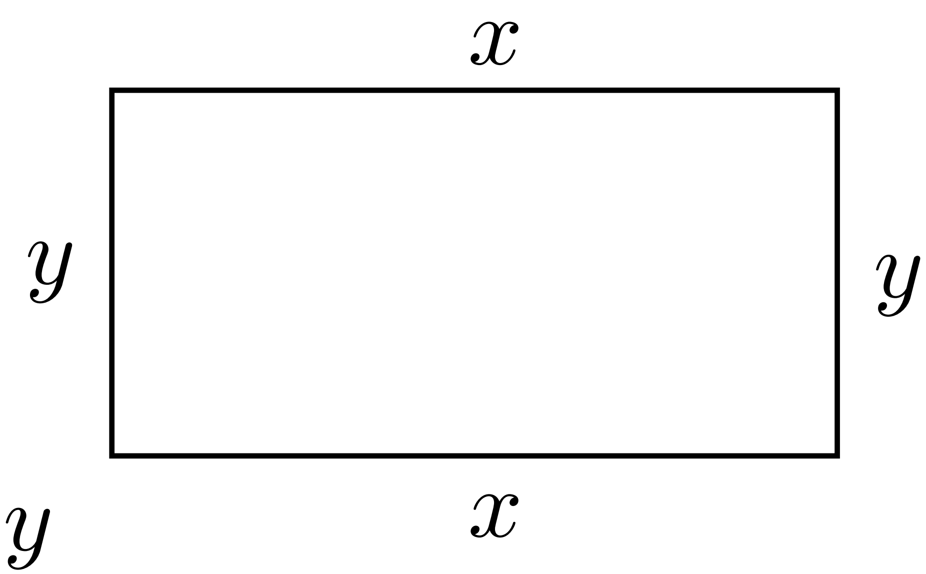
		25	
$A'(x)$	$+$		$-$
$A(x)$	$\nearrow$	max	$\searrow$

Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?

Constant: le périmètre

Variable: les côtés

À optimiser: l'aire du rectangle



$A(x,y) = xy \qquad P(x,y) = 2x + 2y$

Contrainte: $P(x,y) = 100 \qquad 2x + 2y = 100 \implies 2y = 100 - 2x$

$\implies y = 50 - x$

$A(x) = x(50 - x) = 50x - x^2$

$A'(x) = 50 - 2x \qquad A'(x) = 0 \implies 50 - 2x = 0 \implies 2x = 50$

$\implies x = 25$

Max ou min?

		25	
$A'(x)$	$+$		$-$
$A(x)$	$\nearrow$	max	$\searrow$

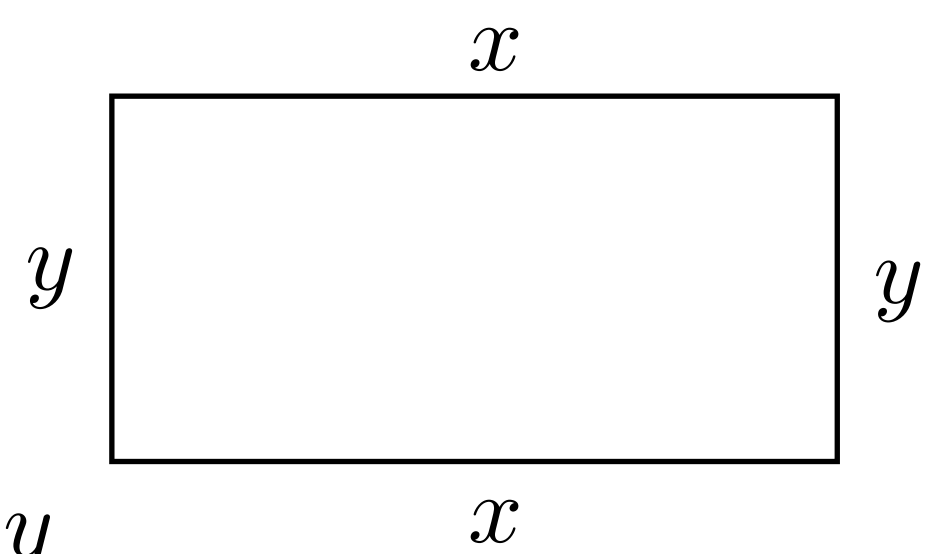
Les dimensions sont

Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?

Constant: le périmètre

Variable: les côtés

À optimiser: l'aire du rectangle



$A(x,y) = xy \qquad P(x,y) = 2x + 2y$

Contrainte: $P(x,y) = 100 \qquad 2x + 2y = 100 \implies 2y = 100 - 2x$

$$\implies y = 50 - x$$

$$A(x) = x(50 - x) = 50x - x^2$$

$A'(x) = 50 - 2x \qquad A'(x) = 0 \implies 50 - 2x = 0 \implies 2x = 50$

$$\implies x = 25$$

Max ou min?

		25	
$A'(x)$	$+$		$-$
$A(x)$	$\nearrow$	max	$\searrow$

Les dimensions sont

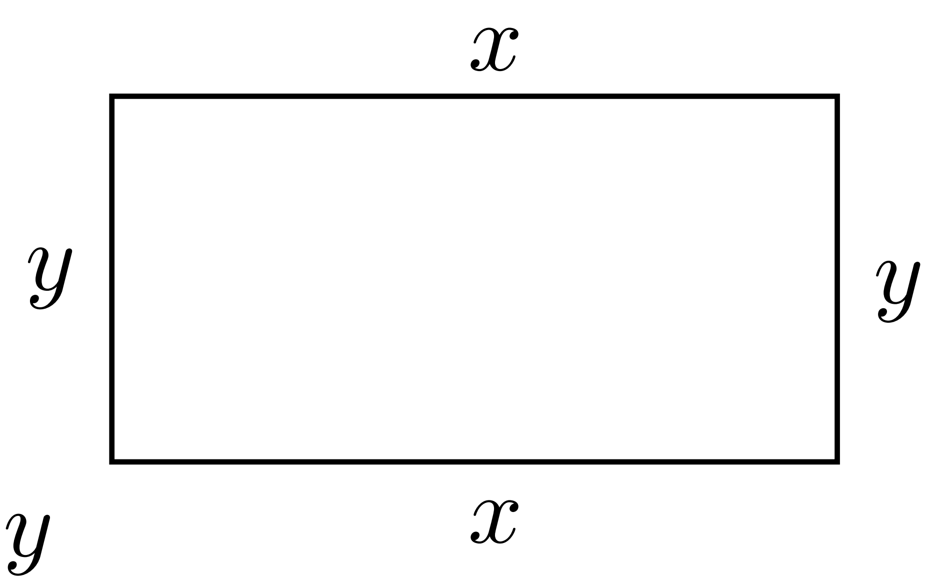
$x = 25$

Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?

Constant: le périmètre

Variable: les côtés

À optimiser: l'aire du rectangle



$A(x,y) = xy \qquad P(x,y) = 2x + 2y$

Contrainte: $P(x,y) = 100 \qquad 2x + 2y = 100 \implies 2y = 100 - 2x$

$$\implies y = 50 - x$$

$$A(x) = x(50 - x) = 50x - x^2$$

$A'(x) = 50 - 2x \qquad A'(x) = 0 \implies 50 - 2x = 0 \implies 2x = 50$

$$\implies x = 25$$

Max ou min?

		25	
$A'(x)$	$+$		$-$
$A(x)$	$\nearrow$	max	$\searrow$

Les dimensions sont

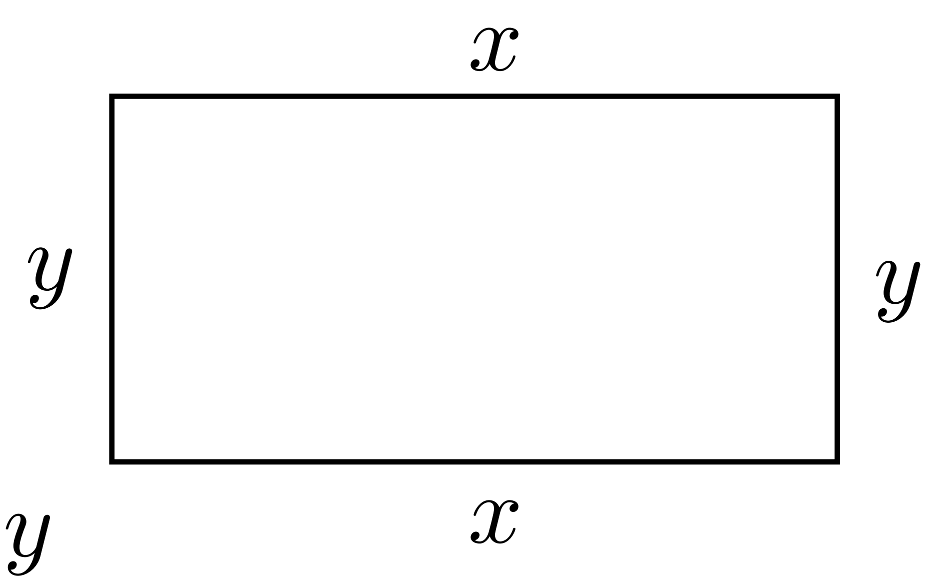
$x = 25 \qquad y = 50 - x$

Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?

Constant: le périmètre

Variable: les côtés

À optimiser: l'aire du rectangle



$$A(x,y) = xy \qquad P(x,y) = 2x + 2y$$

Contrainte: $P(x,y) = 100 \qquad 2x + 2y = 100 \implies 2y = 100 - 2x$

$$\implies y = 50 - x$$

$$A(x) = x(50 - x) = 50x - x^2$$

$$A'(x) = 50 - 2x \qquad A'(x) = 0 \implies 50 - 2x = 0 \implies 2x = 50$$

$$\implies x = 25$$

Max ou min?

		25	
$A'(x)$	$+$		$-$
$A(x)$	$\nearrow$	max	$\searrow$

Les dimensions sont

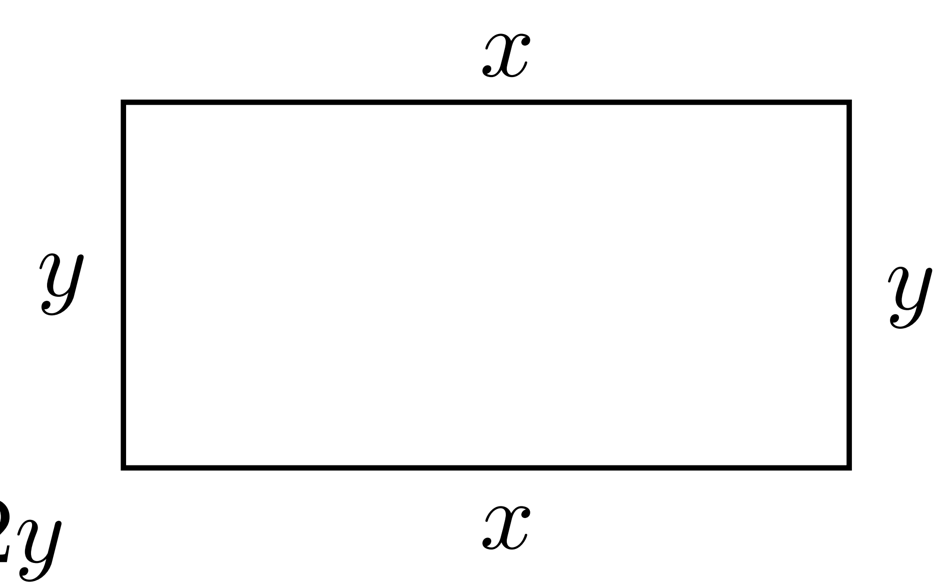
$$x = 25 \qquad y = 50 - x = 50 - 25$$

Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?

Constant: le périmètre

Variable: les côtés

À optimiser: l'aire du rectangle



$A(x,y) = xy \qquad P(x,y) = 2x + 2y$

Contrainte: $P(x,y) = 100 \qquad 2x + 2y = 100 \implies 2y = 100 - 2x$

$$\implies y = 50 - x$$

$$A(x) = x(50 - x) = 50x - x^2$$

$A'(x) = 50 - 2x \qquad A'(x) = 0 \implies 50 - 2x = 0 \implies 2x = 50$

$$\implies x = 25$$

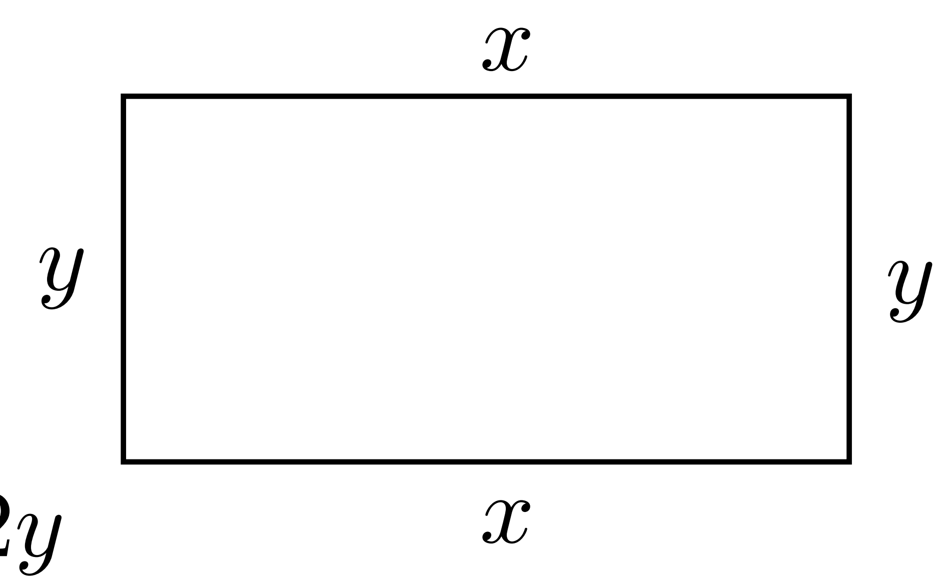
Max ou min?

		25	
$A'(x)$	$+$		$-$
$A(x)$	$\nearrow$	max	$\searrow$

Les dimensions sont

$x = 25 \qquad y = 50 - x = 50 - 25 = 25$

Exemple Quelles sont les dimensions d'un enclos rectangulaire de surface maximal qu'on peut faire avec 100 m de clôture?



Constant: le périmètre

Variable: les côtés

À optimiser: l'aire du rectangle

$A(x,y) = xy \qquad P(x,y) = 2x + 2y$

Contrainte: $P(x,y) = 100 \qquad 2x + 2y = 100 \implies 2y = 100 - 2x$

$$\implies y = 50 - x$$

$$A(x) = x(50 - x) = 50x - x^2$$

$$A'(x) = 50 - 2x \qquad A'(x) = 0 \implies 50 - 2x = 0 \implies 2x = 50$$

$$\implies x = 25$$

Max ou min?

		25	
$A'(x)$	$+$		$-$
$A(x)$	$\nearrow$	max	$\searrow$

Les dimensions sont

$x = 25 \qquad y = 50 - x = 50 - 25 = 25$

Un carré!

Faites les exercices suivants

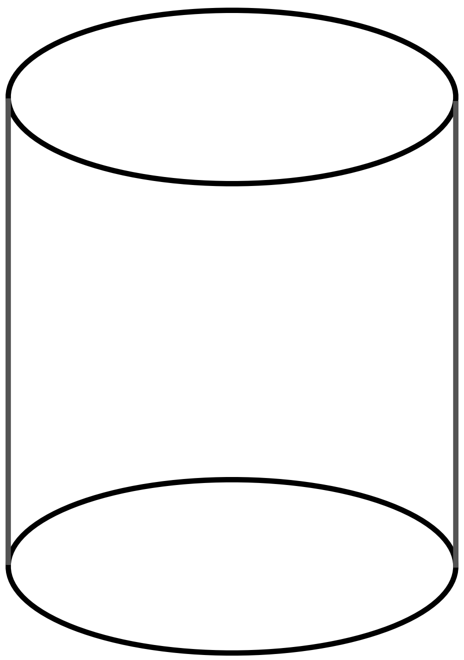
Section 3.2 # 8 à 11

Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

Exemple

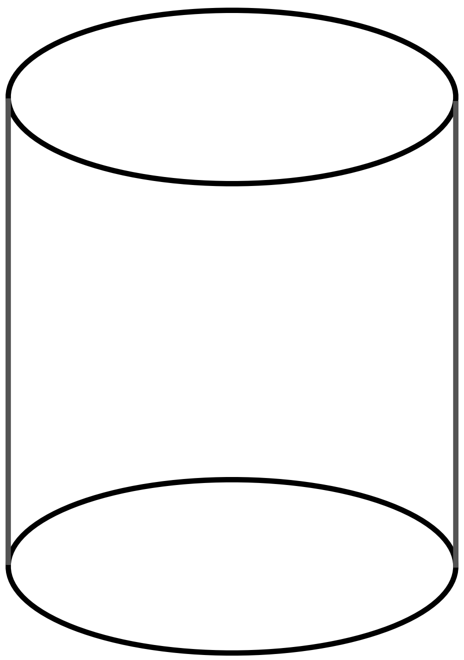
Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?



Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

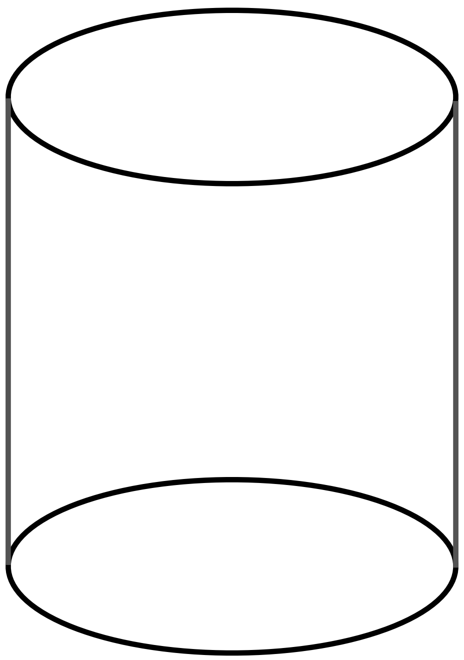
Que cherche-t-on?



Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

Que cherche-t-on?



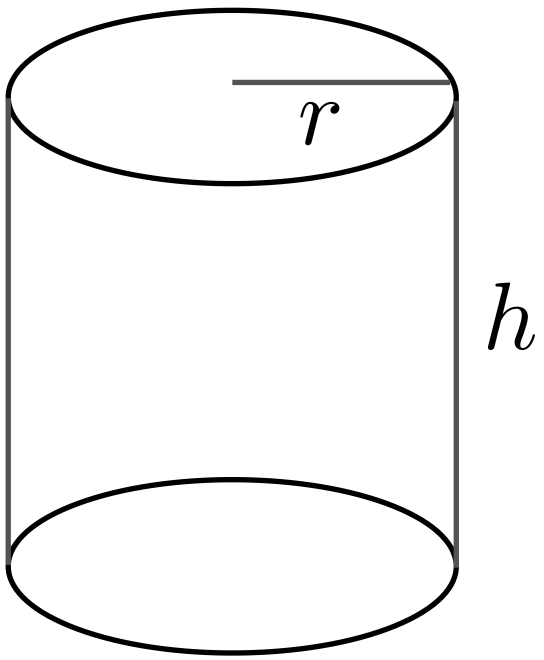
Les dimensions d'un cylindre

Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

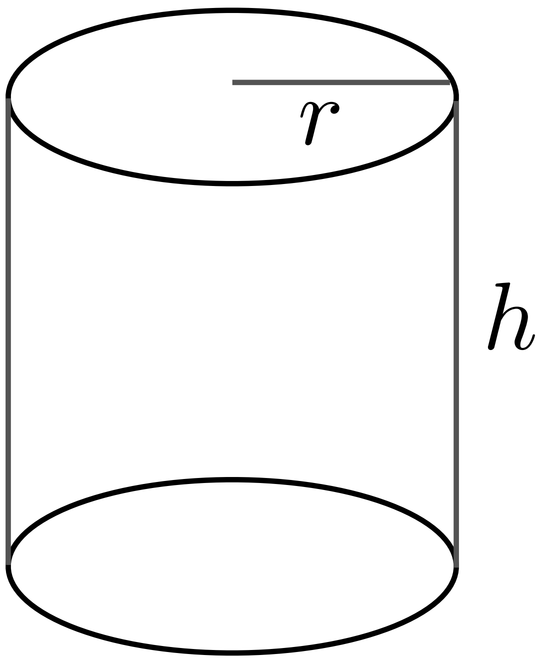
Que cherche-t-on?

Les dimensions d'un cylindre



Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?



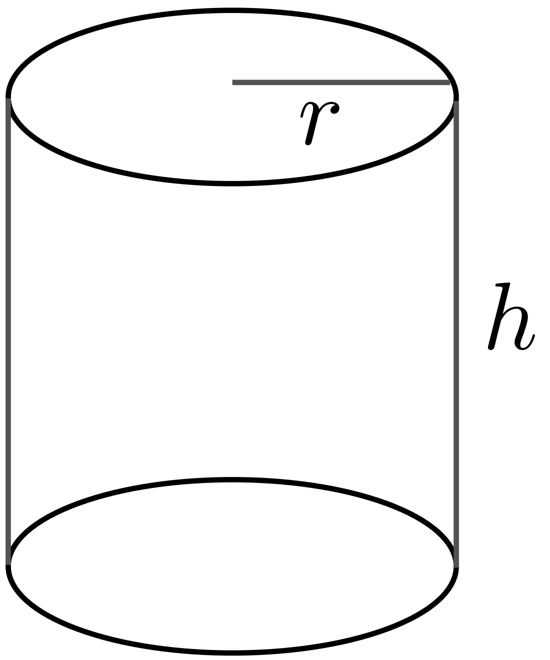
Que cherche-t-on?

Les dimensions d'un cylindre

Qui optimise quoi?

Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?



Que cherche-t-on?

Les dimensions d'un cylindre

Qui optimise quoi?

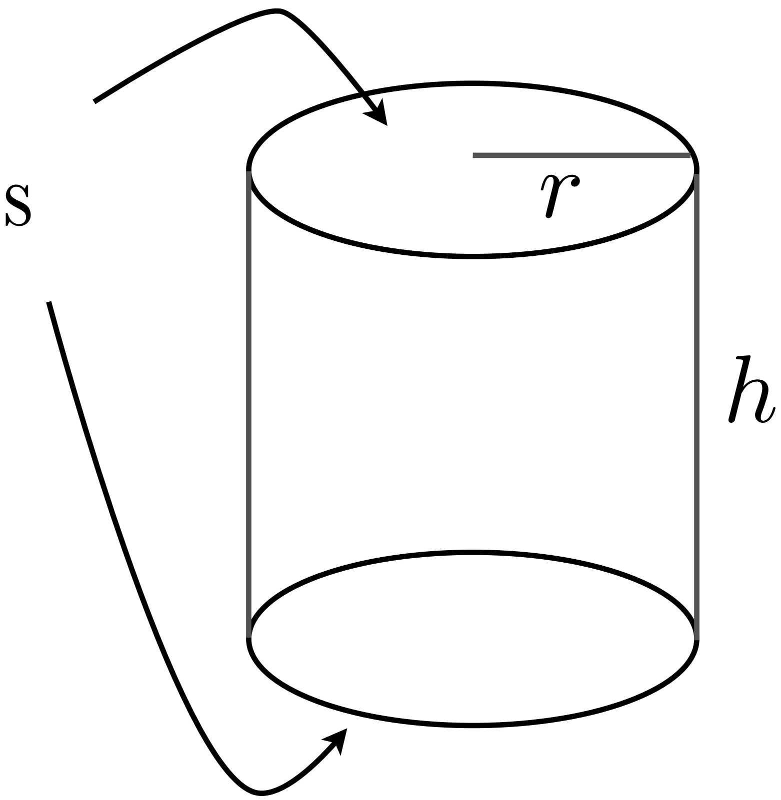
L'aire latérale du cylindre

Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

Que cherche-t-on?

Aire des disques



Les dimensions d'un cylindre

Qui optimise quoi?

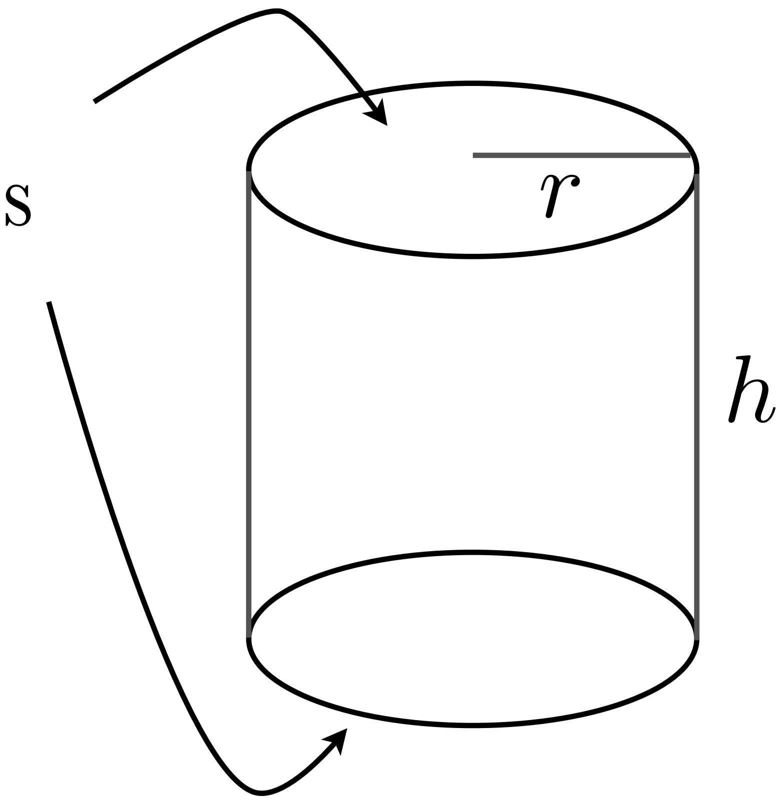
L'aire latérale du cylindre

Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

Que cherche-t-on?

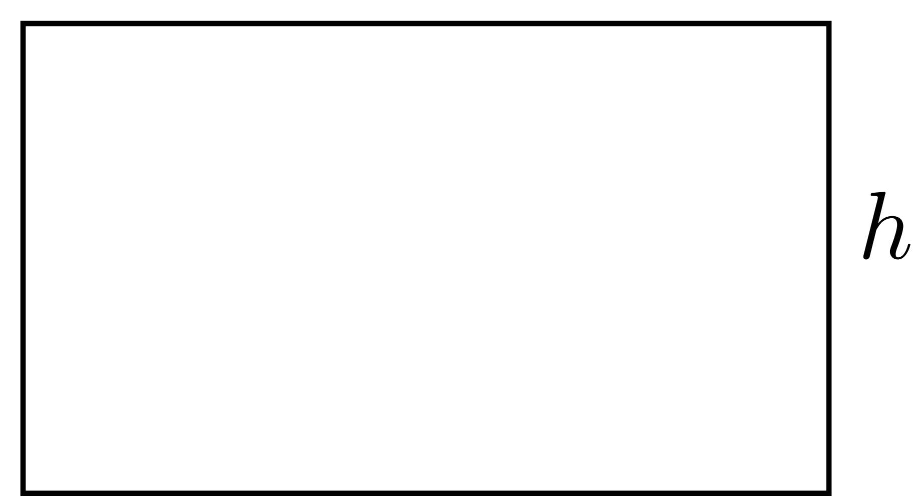
Aire des disques



Les dimensions d'un cylindre

Qui optimise quoi?

L'aire latérale du cylindre



Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

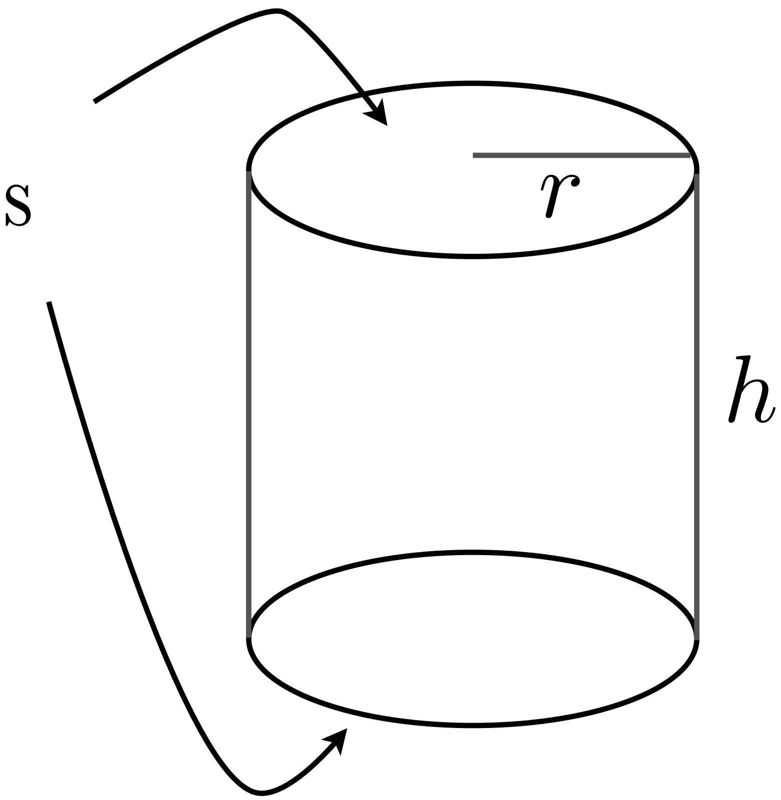
Que cherche-t-on?

Les dimensions d'un cylindre

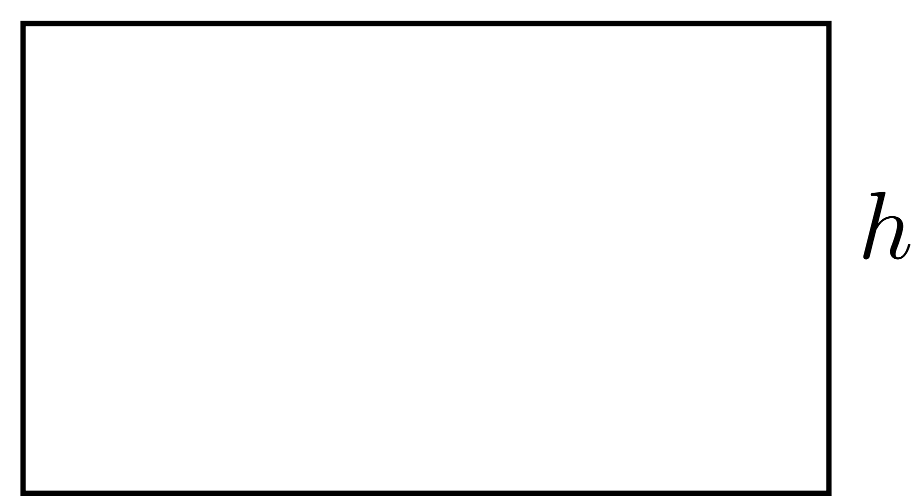
Qui optimise quoi?

L'aire latérale du cylindre

Aire des disques



Circonférence

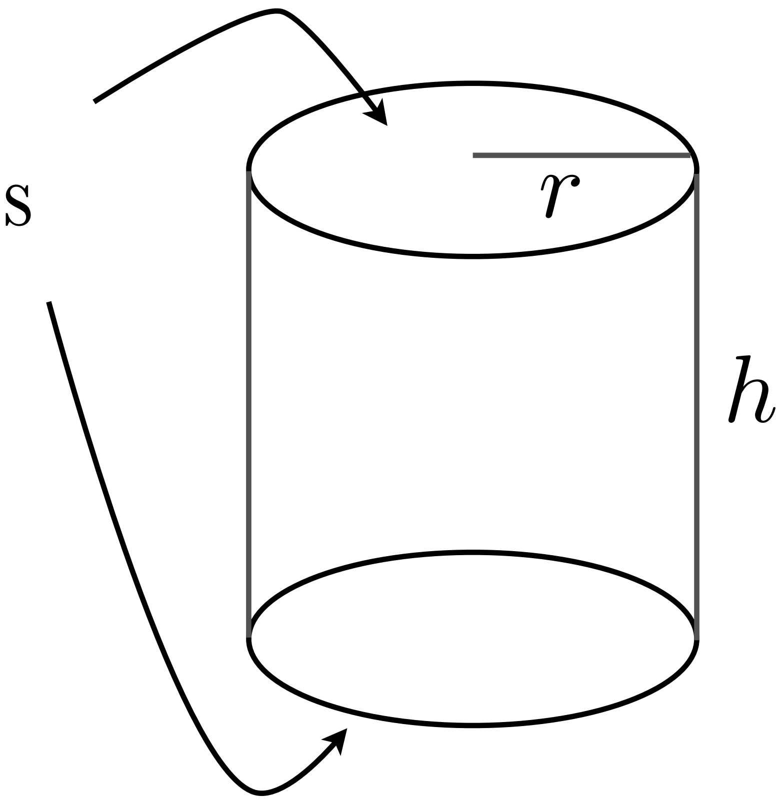


Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

Que cherche-t-on?

Aire des disques



Les dimensions d'un cylindre

Qui optimise quoi?

L'aire latérale du cylindre

$$A = 2(\pi r^2) + 2\pi r h$$

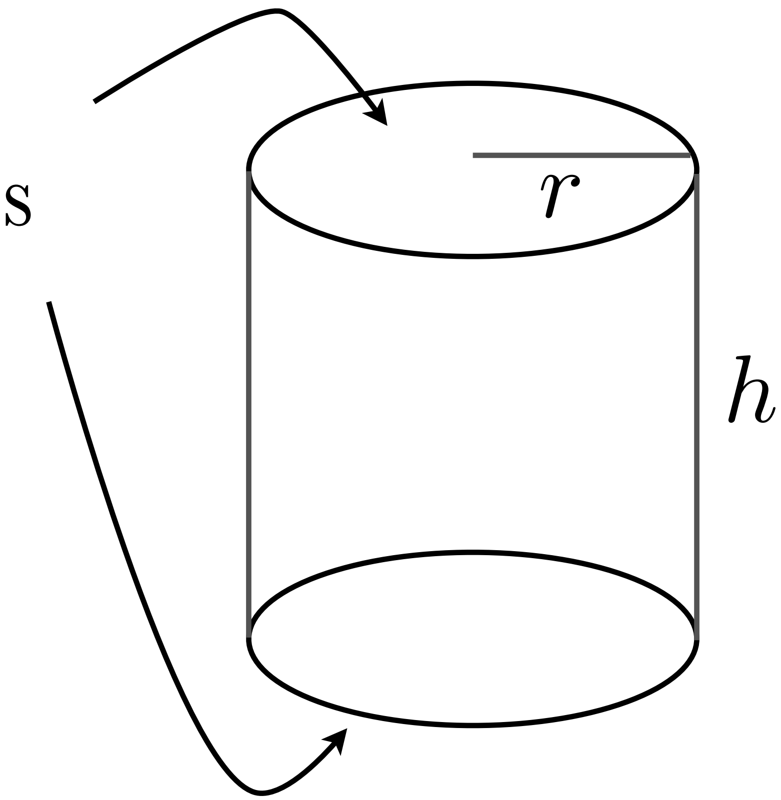
Circonférence

Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

Que cherche-t-on?

Aire des disques

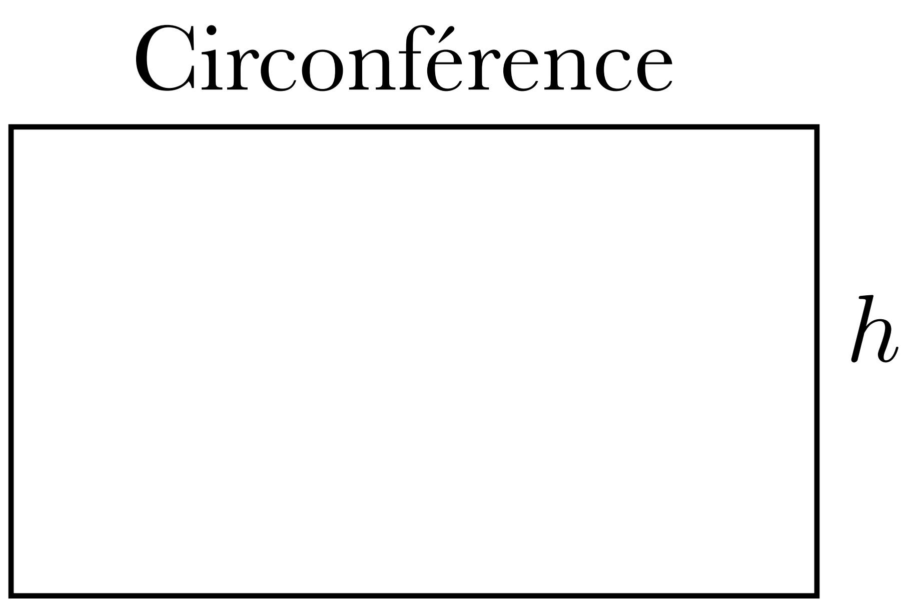


Les dimensions d'un cylindre

Qui optimise quoi?

L'aire latérale du cylindre

$$A = 2(\pi r^2) + 2\pi r h$$



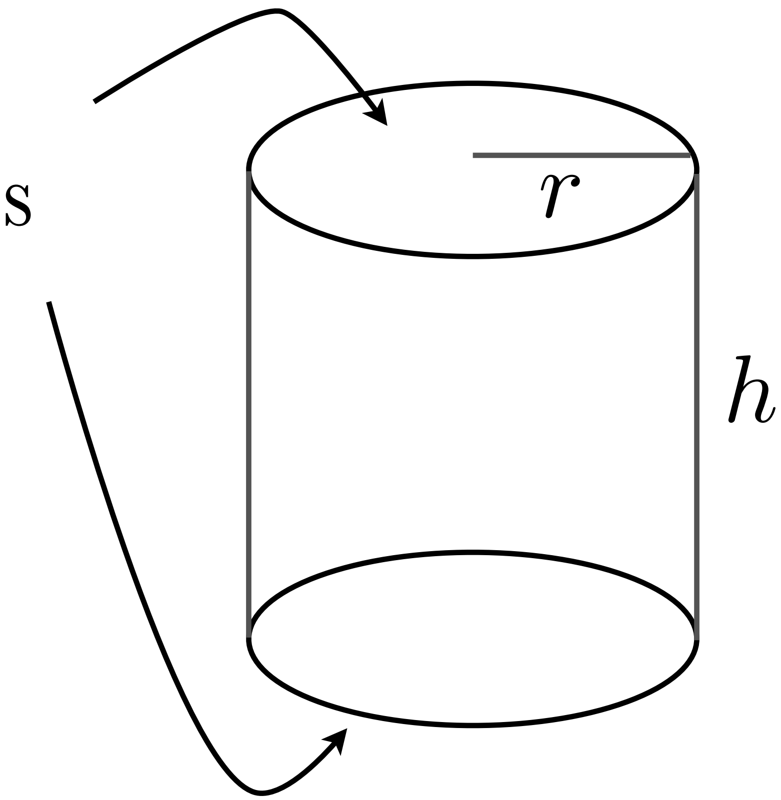
Hum... 2 variables! Voyons voir si la contrainte peut nous aider

Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

Que cherche-t-on?

Aire des disques



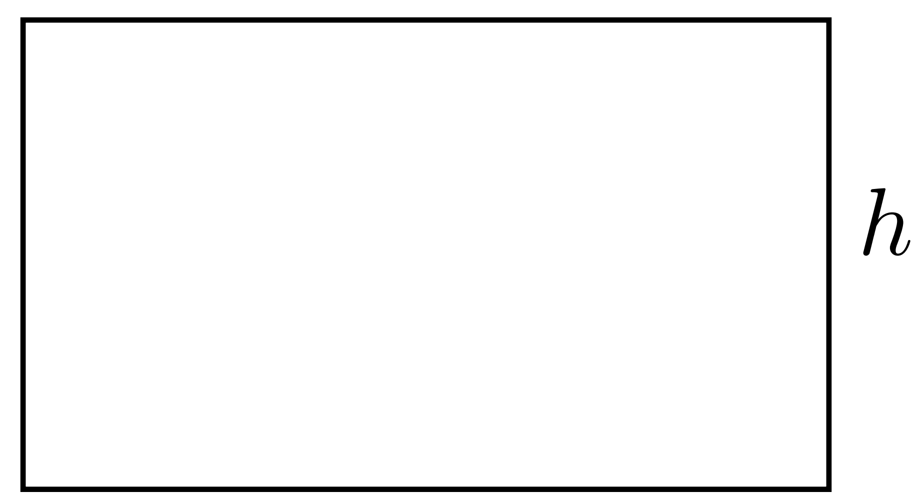
Les dimensions d'un cylindre

Qui optimise quoi?

L'aire latérale du cylindre

$$A = 2(\pi r^2) + 2\pi r h$$

Circonférence



Hum... 2 variables! Voyons voir si la contrainte peut nous aider

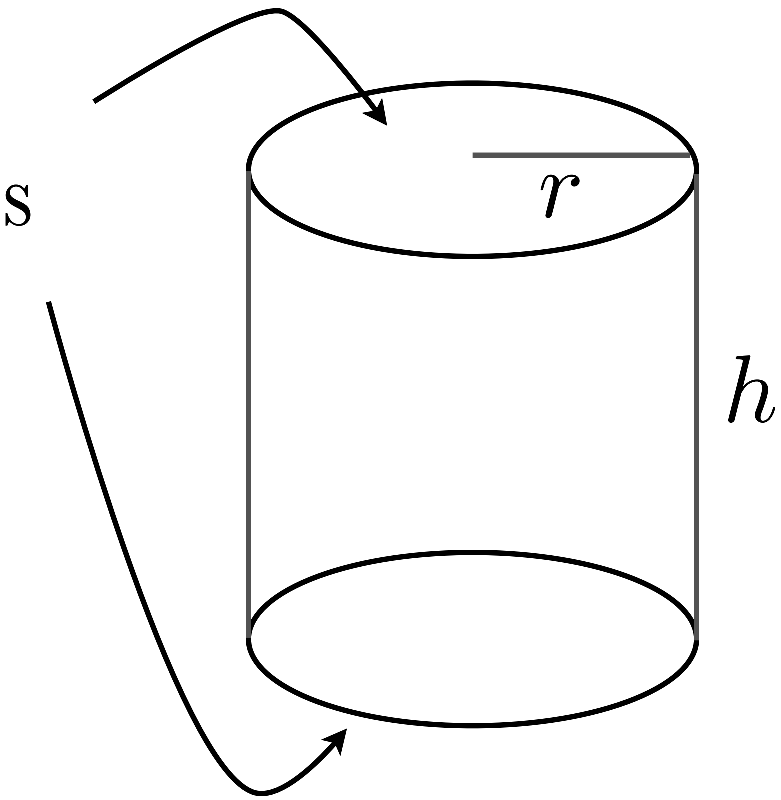
$$1L = 1dm^3$$

Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

Que cherche-t-on?

Aire des disques

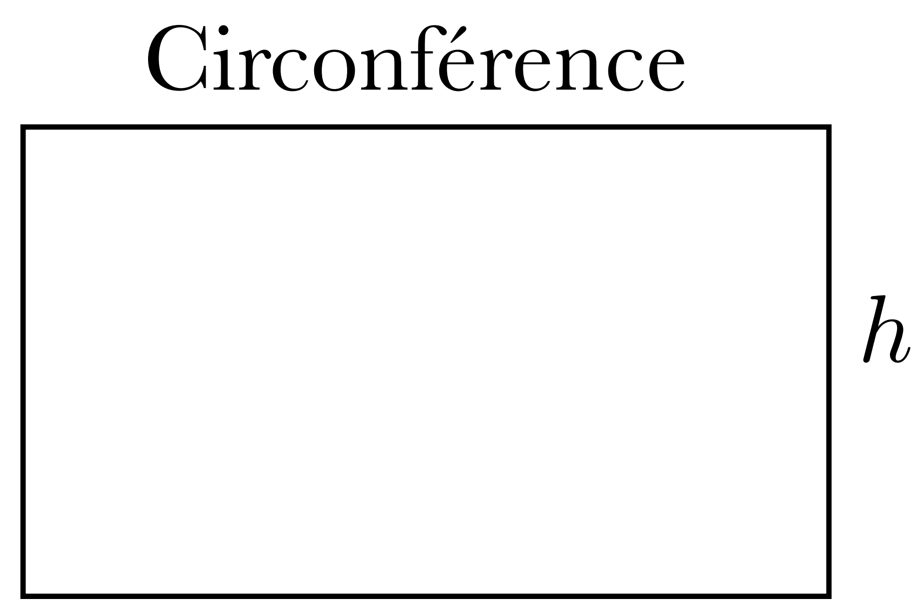


Les dimensions d'un cylindre

Qui optimise quoi?

L'aire latérale du cylindre

$$A = 2(\pi r^2) + 2\pi r h$$



Hum... 2 variables! Voyons voir si la contrainte peut nous aider

$$1L = 1dm^3$$

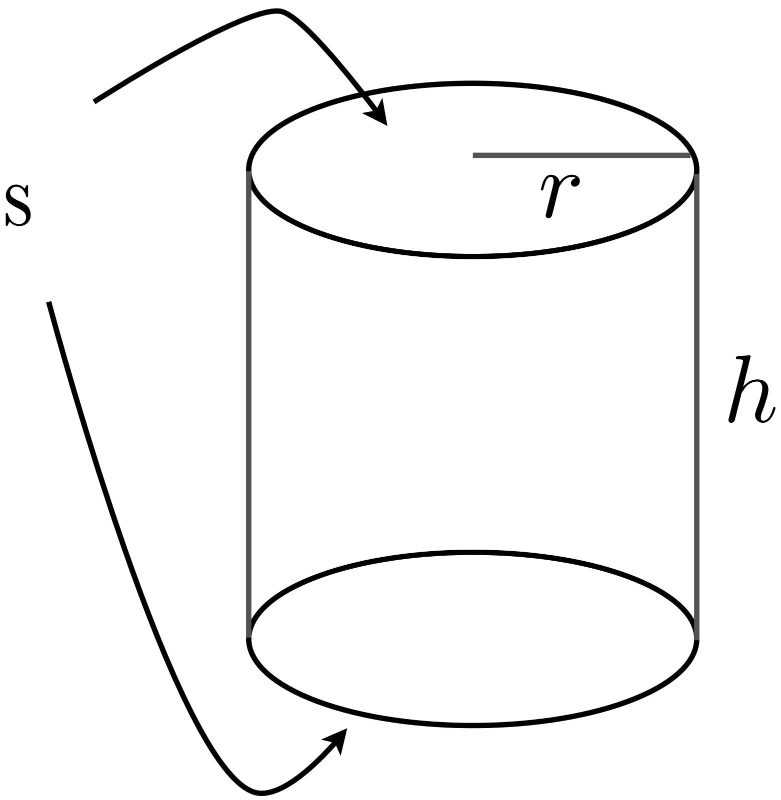
$$V = \pi r^2 h$$

Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

Que cherche-t-on?

Aire des disques



Les dimensions d'un cylindre

Qui optimise quoi?

L'aire latérale du cylindre

$$A = 2(\pi r^2) + 2\pi r h$$

Circonférence

h

Hum... 2 variables! Voyons voir si la contrainte peut nous aider

$$1L = 1dm^3$$

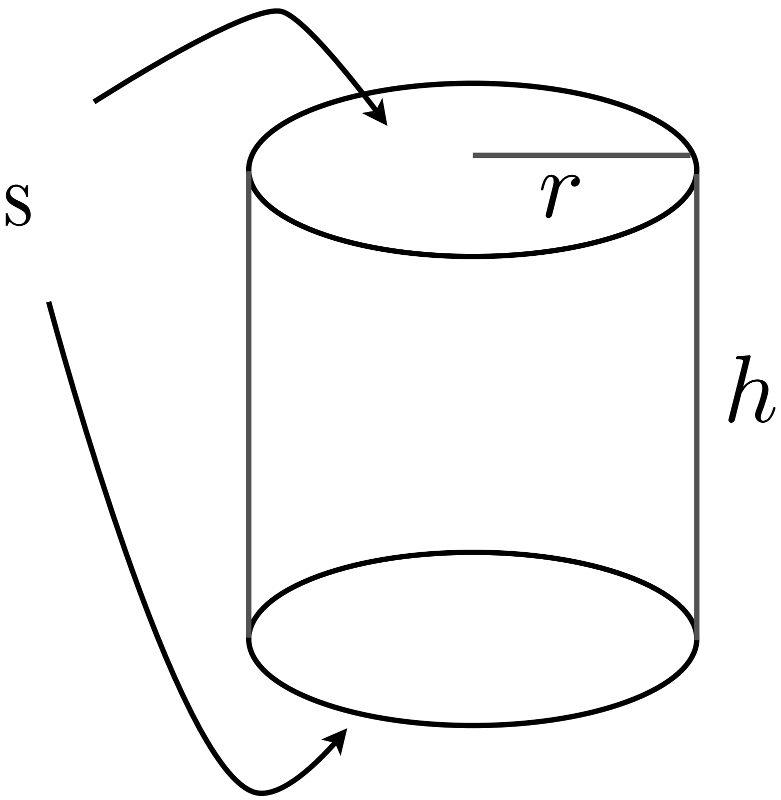
$$V = \pi r^2 h = 1$$

Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

Que cherche-t-on?

Aire des disques



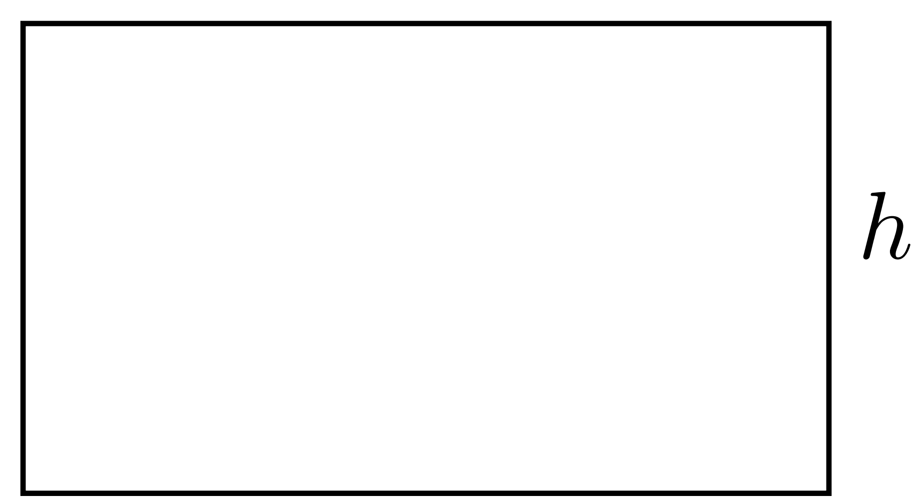
Les dimensions d'un cylindre

Qui optimise quoi?

L'aire latérale du cylindre

$$A = 2(\pi r^2) + 2\pi r h$$

Circonférence



Hum... 2 variables! Voyons voir si la contrainte peut nous aider

$$1L = 1dm^3$$

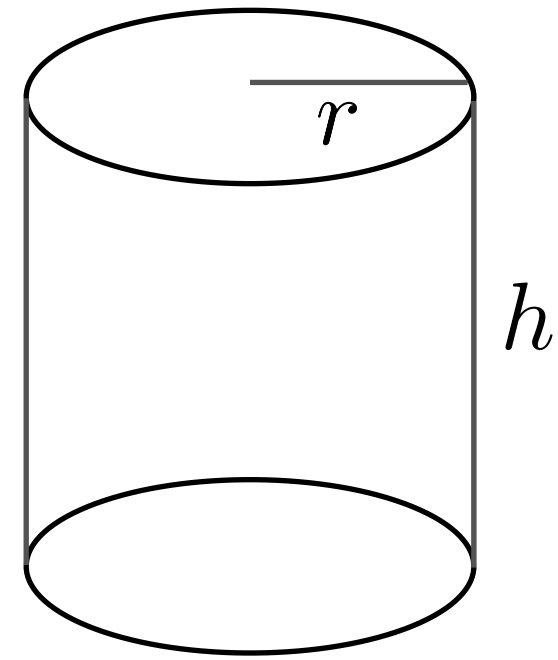
$$V = \pi r^2 h = 1 \implies h = \frac{1}{\pi r^2}$$

Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

$$A = 2(\pi r^2) + 2\pi r h \qquad 1L = 1dm^3$$

$$V = \pi r^2 h = 1 \implies h = \frac{1}{\pi r^2}$$

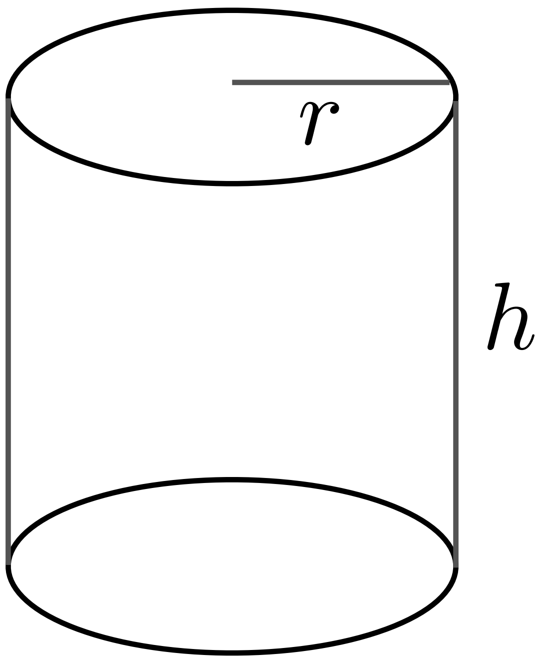


Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

$$A = 2(\pi r^2) + 2\pi r h \qquad 1L = 1dm^3$$

$$V = \pi r^2 h = 1 \implies h = \frac{1}{\pi r^2}$$



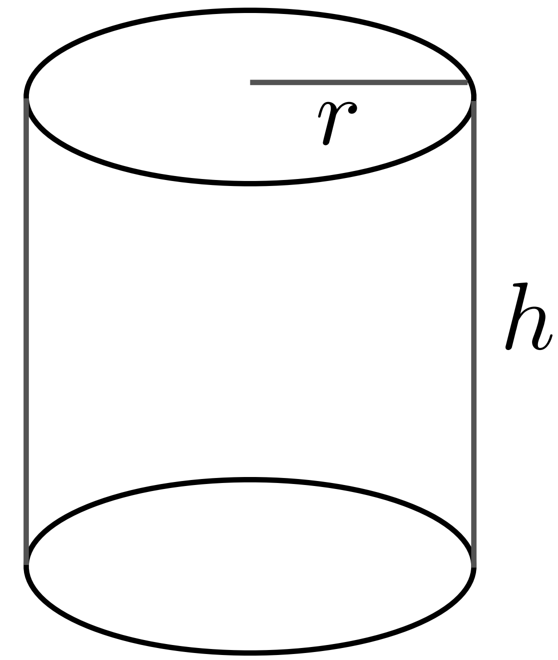
Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

$$A = 2(\pi r^2) + 2\pi r h \qquad 1L = 1dm^3$$

$$V = \pi r^2 h = 1 \implies h = \frac{1}{\pi r^2}$$

$$A(r) = 2\pi r^2 + \frac{2\pi r}{\pi r^2}$$



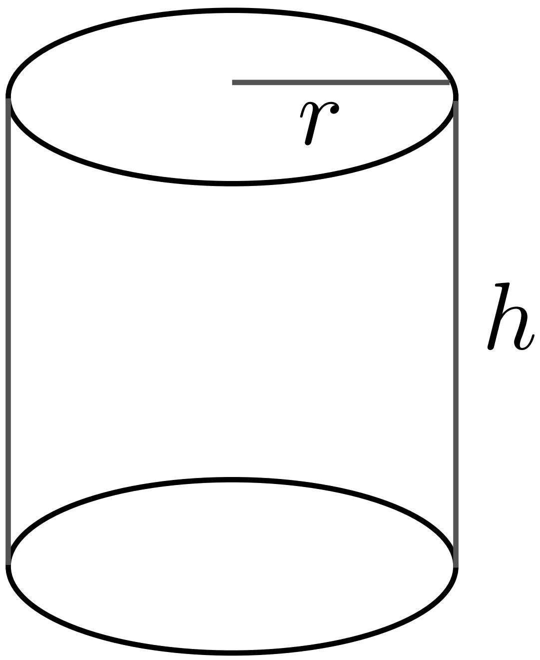
Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

$$A = 2(\pi r^2) + 2\pi r h \qquad 1L = 1dm^3$$

$$V = \pi r^2 h = 1 \implies h = \frac{1}{\pi r^2}$$

$$A(r) = 2\pi r^2 + \frac{2\pi r}{\pi r^2}$$

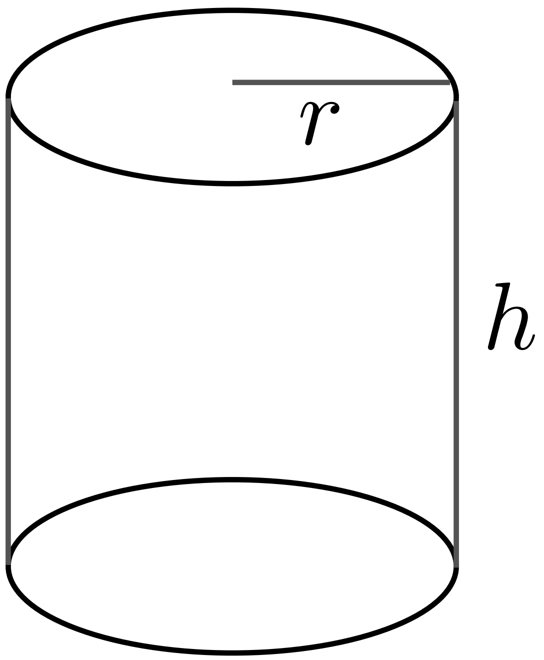


Exemple Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

$$A = 2(\pi r^2) + 2\pi r h \qquad 1L = 1dm^3$$

$$V = \pi r^2 h = 1 \implies h = \frac{1}{\pi r^2}$$

$$A(r) = 2\pi r^2 + \frac{2\pi r}{\pi r^2} = 2\pi r^2 + \frac{2}{r}$$



Exemple

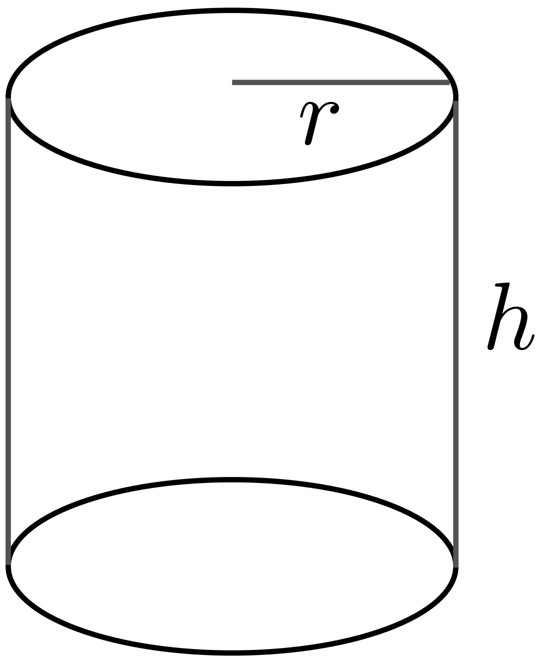
Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

$$A = 2(\pi r^2) + 2\pi r h \qquad 1L = 1dm^3$$

$$V = \pi r^2 h = 1 \implies h = \frac{1}{\pi r^2}$$

$$A(r) = 2\pi r^2 + \frac{2\pi r}{\pi r^2} = 2\pi r^2 + \frac{2}{r}$$

$$A'(r) = 4\pi r - \frac{2}{r^2}$$



Exemple

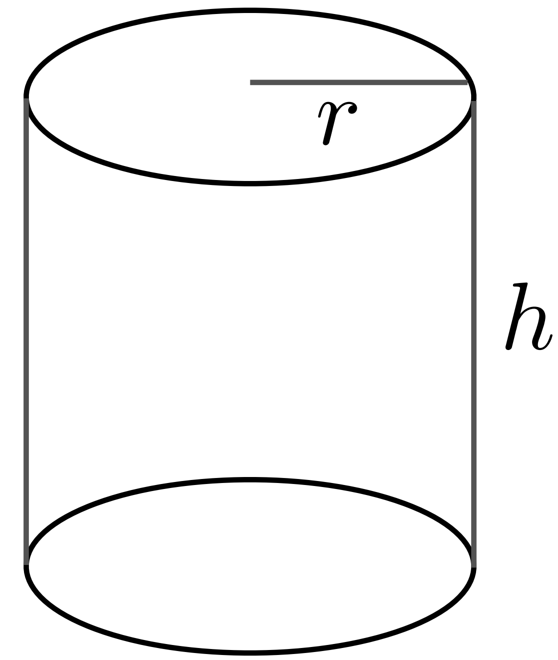
Quelles sont les dimension d’une canne pouvant contenir 1L de sirop d’érable et qui utilise le moins de métal possible?

$$A = 2(\pi r^2) + 2\pi r h \qquad 1L = 1dm^3$$

$$V = \pi r^2 h = 1 \implies h = \frac{1}{\pi r^2}$$

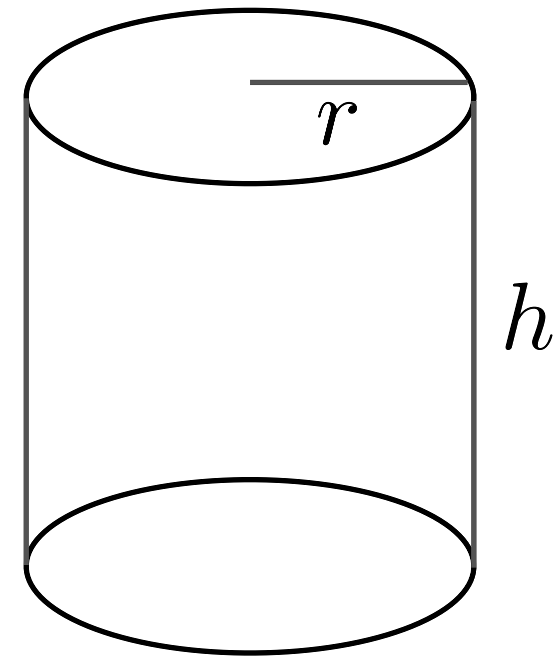
$$A(r) = 2\pi r^2 + \frac{2\pi r}{\pi r^2} = 2\pi r^2 + \frac{2}{r}$$

$$A'(r) = 4\pi r - \frac{2}{r^2} \qquad 4\pi r - \frac{2}{r^2} = 0$$



Exemple Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

$$A = 2(\pi r^2) + 2\pi r h \qquad 1L = 1dm^3$$



$$V = \pi r^2 h = 1 \implies h = \frac{1}{\pi r^2}$$

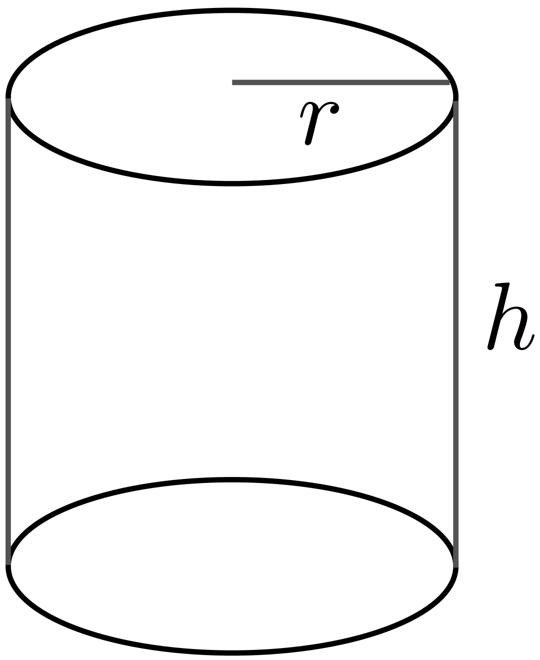
$$A(r) = 2\pi r^2 + \frac{2\pi r}{\pi r^2} = 2\pi r^2 + \frac{2}{r}$$

$$A'(r) = 4\pi r - \frac{2}{r^2} \qquad 4\pi r - \frac{2}{r^2} = 0 \implies 4\pi r = \frac{2}{r^2}$$

Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

$$A = 2(\pi r^2) + 2\pi r h \qquad 1L = 1dm^3$$



$$V = \pi r^2 h = 1 \implies h = \frac{1}{\pi r^2}$$

$$A(r) = 2\pi r^2 + \frac{2\pi r}{\pi r^2} = 2\pi r^2 + \frac{2}{r}$$

$$A'(r) = 4\pi r - \frac{2}{r^2} \qquad 4\pi r - \frac{2}{r^2} = 0 \implies 4\pi r = \frac{2}{r^2}$$

$$\implies r^3 = \frac{1}{2\pi}$$

Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

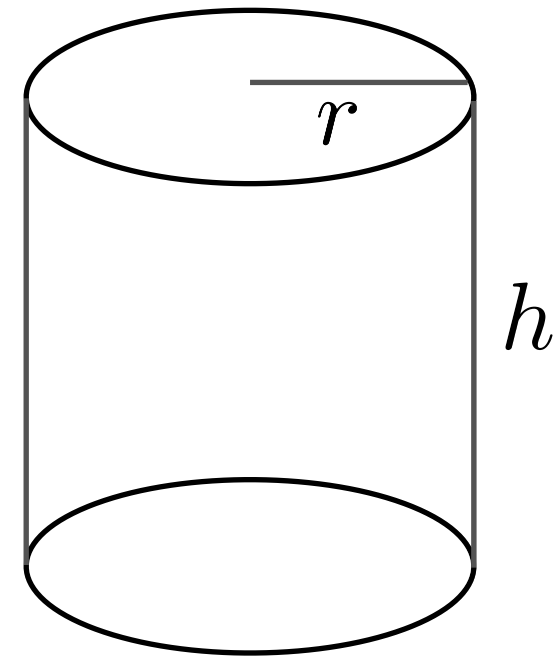
$$A = 2(\pi r^2) + 2\pi r h \qquad 1L = 1dm^3$$

$$V = \pi r^2 h = 1 \implies h = \frac{1}{\pi r^2}$$

$$A(r) = 2\pi r^2 + \frac{2\pi r}{\pi r^2} = 2\pi r^2 + \frac{2}{r}$$

$$A'(r) = 4\pi r - \frac{2}{r^2} \qquad 4\pi r - \frac{2}{r^2} = 0 \implies 4\pi r = \frac{2}{r^2}$$

$$\implies r^3 = \frac{1}{2\pi} \implies r = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$$



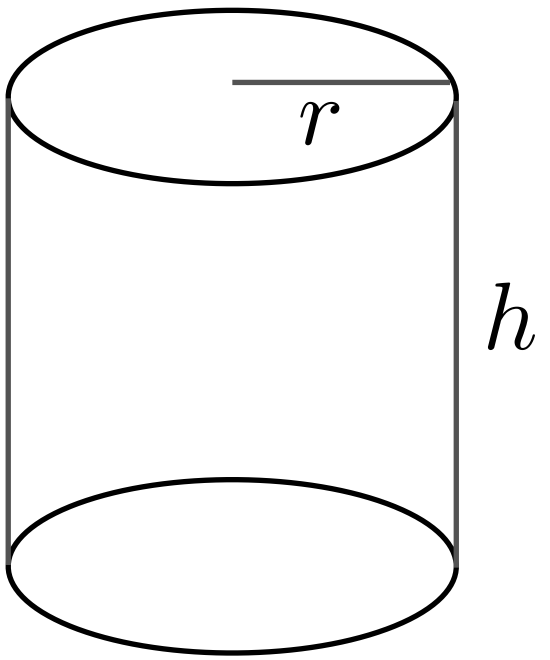
Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

$$A = 2(\pi r^2) + 2\pi r h \qquad 1L = 1dm^3$$

$$V = \pi r^2 h = 1 \implies h = \frac{1}{\pi r^2}$$

$$A'(r) = 4\pi r - \frac{2}{r^2} \qquad \implies r = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$$



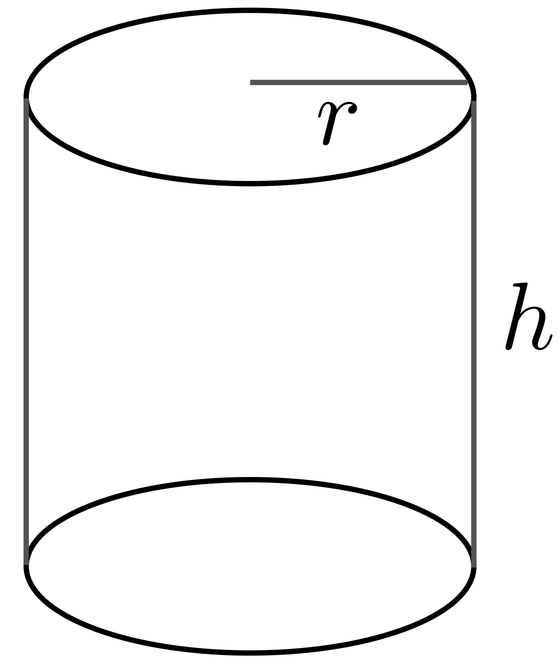
Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

$$A = 2(\pi r^2) + 2\pi r h \qquad 1L = 1dm^3$$

$$V = \pi r^2 h = 1 \implies h = \frac{1}{\pi r^2}$$

$$A'(r) = 4\pi r - \frac{2}{r^2} \qquad \implies r = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$$



r	0		$\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$	
$A'(r)$				
$A(r)$				

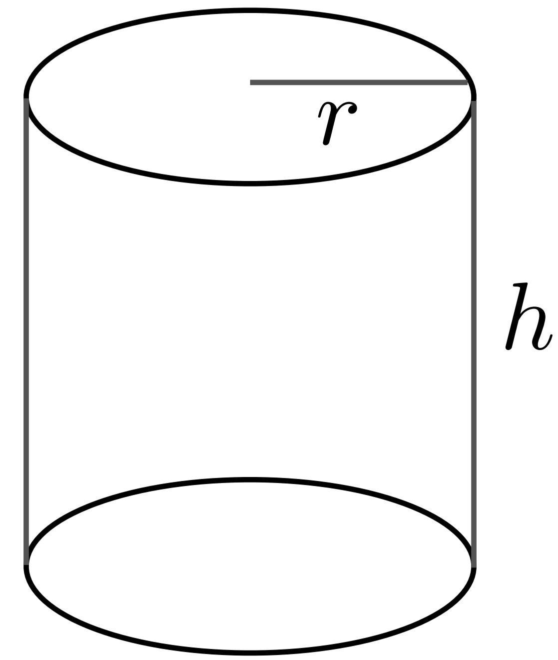
Exemple

Quelles sont les dimension d’une canne pouvant contenir 1L de sirop d’érable et qui utilise le moins de métal possible?

$$A = 2(\pi r^2) + 2\pi r h \qquad 1L = 1dm^3$$

$$V = \pi r^2 h = 1 \implies h = \frac{1}{\pi r^2}$$

$$A'(r) = 4\pi r - \frac{2}{r^2} \qquad \implies r = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$$



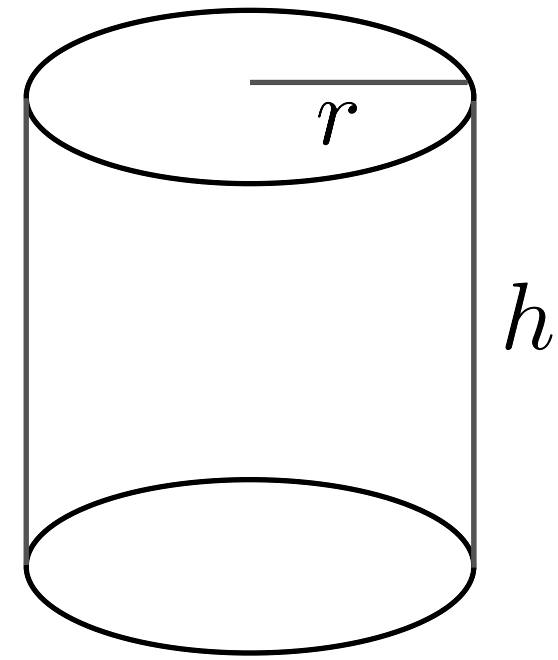
r	0		$\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$	
$A'(r)$			0	
$A(r)$				

Exemple

Quelles sont les dimension d’une canne pouvant contenir 1L de sirop d’érable et qui utilise le moins de métal possible?

$$A = 2(\pi r^2) + 2\pi r h \qquad 1L = 1dm^3$$

$$V = \pi r^2 h = 1 \implies h = \frac{1}{\pi r^2}$$



$$A'(r) = 4\pi r - \frac{2}{r^2} \qquad \implies r = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$$

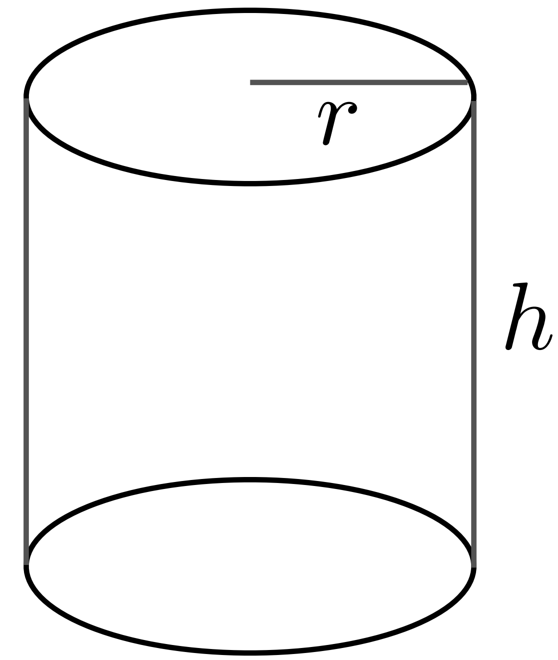
r	0		$\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$	
$A'(r)$		$-$	0	
$A(r)$				

Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

$$A = 2(\pi r^2) + 2\pi r h \qquad 1L = 1dm^3$$

$$V = \pi r^2 h = 1 \implies h = \frac{1}{\pi r^2}$$



$$A'(r) = 4\pi r - \frac{2}{r^2} \qquad \implies r = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$$

r	0		$\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$	
$A'(r)$		$-$	0	$+$
$A(r)$				

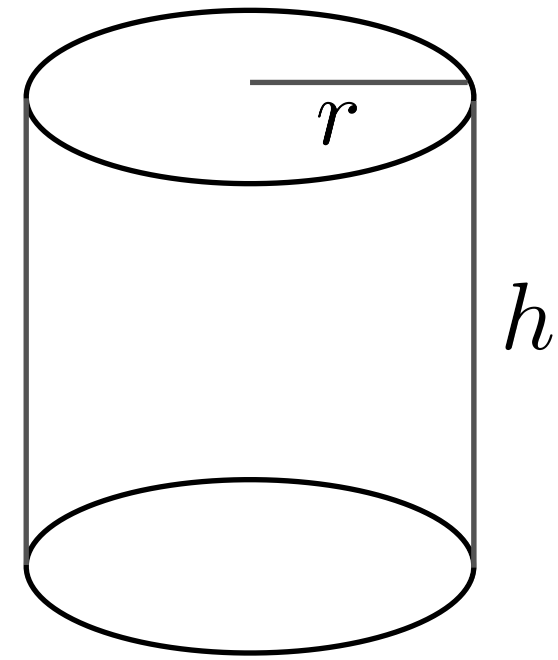
Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

$$A = 2(\pi r^2) + 2\pi r h \qquad 1L = 1dm^3$$

$$V = \pi r^2 h = 1 \implies h = \frac{1}{\pi r^2}$$

$$A'(r) = 4\pi r - \frac{2}{r^2} \qquad \implies r = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$$



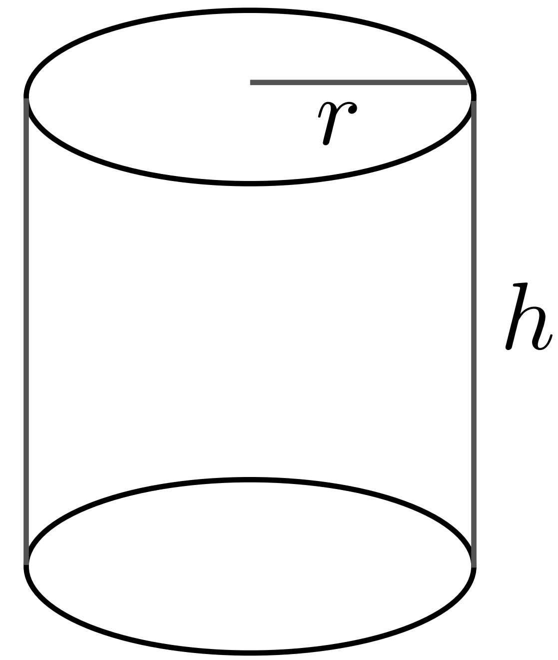
r	0		$\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$	
$A'(r)$		$-$	0	$+$
$A(r)$		$\searrow$		

Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

$$A = 2(\pi r^2) + 2\pi r h \qquad 1L = 1dm^3$$

$$V = \pi r^2 h = 1 \implies h = \frac{1}{\pi r^2}$$



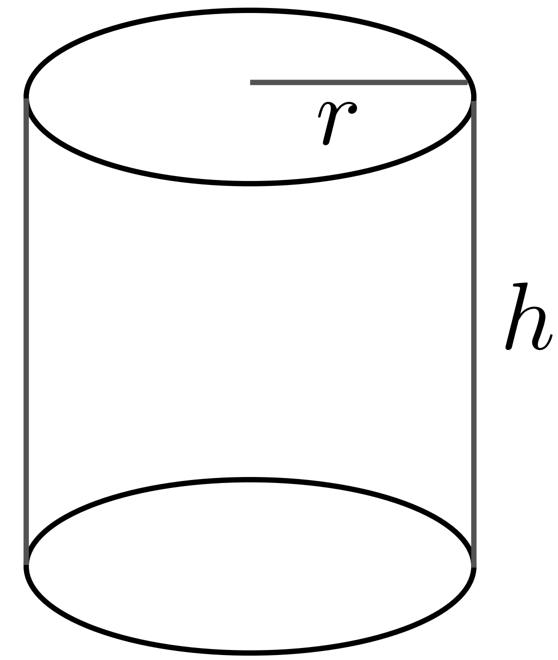
$$A'(r) = 4\pi r - \frac{2}{r^2} \qquad \implies r = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$$

r	0		$\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$	
$A'(r)$		$-$	0	$+$
$A(r)$		↘		↗

Exemple

Quelles sont les dimension d’une canne pouvant contenir 1L de sirop d’érable et qui utilise le moins de métal possible?

$$A = 2(\pi r^2) + 2\pi r h \qquad 1L = 1dm^3$$



$$V = \pi r^2 h = 1 \implies h = \frac{1}{\pi r^2}$$

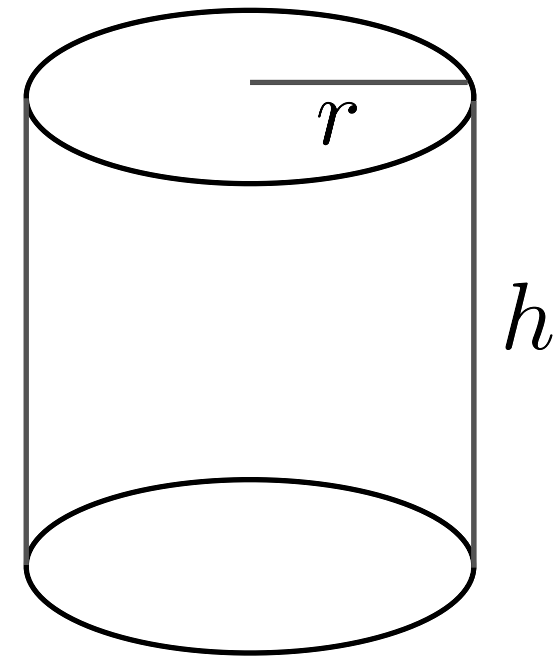
$$A'(r) = 4\pi r - \frac{2}{r^2} \qquad \implies r = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$$

r	0		$\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$	
$A'(r)$		$-$	0	$+$
$A(r)$		$\searrow$	min	$\nearrow$

Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

$$A = 2(\pi r^2) + 2\pi r h \qquad 1L = 1dm^3$$



$$V = \pi r^2 h = 1 \implies h = \frac{1}{\pi r^2}$$

$$A'(r) = 4\pi r - \frac{2}{r^2} \qquad \implies r = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$$

$$\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}} \approx 0{,}54193$$

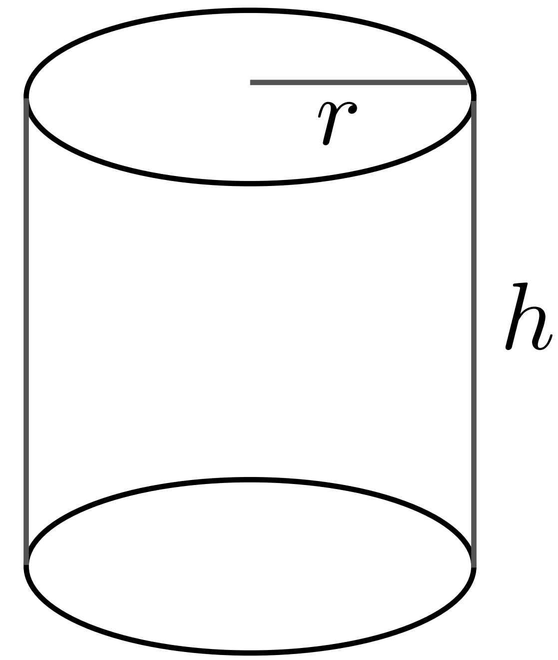
r	0		$\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$	
$A'(r)$		$-$	0	$+$
$A(r)$		$\searrow$	min	$\nearrow$

Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

$$A = 2(\pi r^2) + 2\pi r h \qquad 1L = 1dm^3$$

$$V = \pi r^2 h = 1 \implies h = \frac{1}{\pi r^2}$$



$$A'(r) = 4\pi r - \frac{2}{r^2} \qquad \implies r = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$$

r	0		$\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$	
$A'(r)$		$-$	0	$+$
$A(r)$		$\searrow$	min	$\nearrow$

$$\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}} \approx 0{,}54193$$

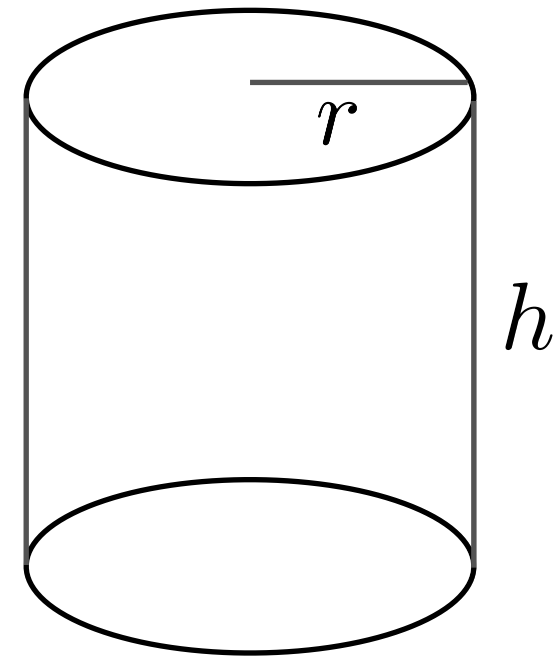
Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

$$A = 2(\pi r^2) + 2\pi r h \qquad 1L = 1dm^3$$

$$V = \pi r^2 h = 1 \implies h = \frac{1}{\pi r^2}$$

$$A'(r) = 4\pi r - \frac{2}{r^2} \qquad \implies r = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$$



r	0		$\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$	
$A'(r)$		$-$	0	$+$
$A(r)$		$\searrow$	min	$\nearrow$

$$\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}} \approx 0{,}54193$$

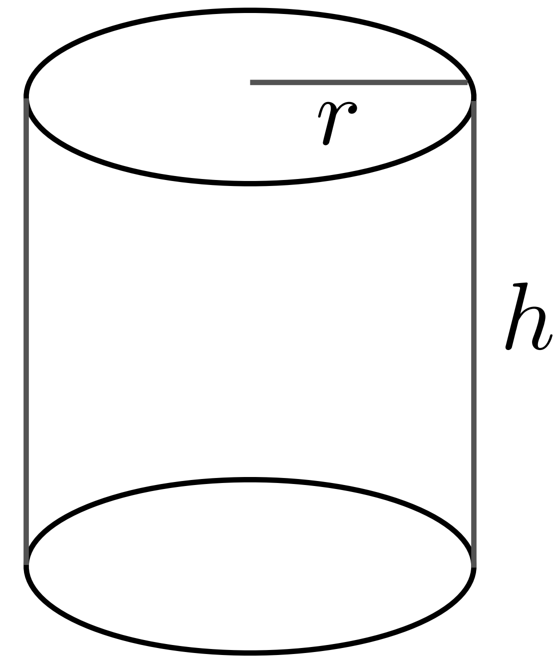
Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

$$A = 2(\pi r^2) + 2\pi r h \qquad 1L = 1dm^3$$

$$V = \pi r^2 h = 1 \implies h = \frac{1}{\pi r^2}$$

$$A'(r) = 4\pi r - \frac{2}{r^2} \qquad \implies r = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$$



r	0		$\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$	
$A'(r)$		$-$	0	$+$
$A(r)$		$\searrow$	min	$\nearrow$

$$\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}} \approx 0{,}54193$$

$$h = \frac{1}{\pi \left(\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}\right)^2}$$

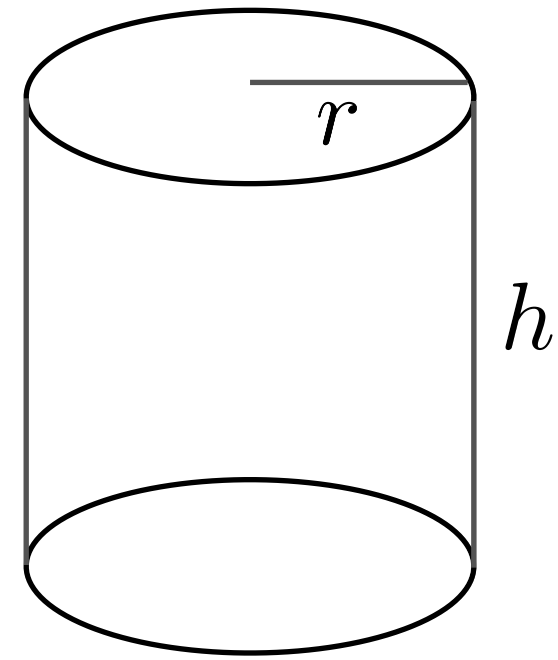
Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

$$A = 2(\pi r^2) + 2\pi r h \qquad 1L = 1dm^3$$

$$V = \pi r^2 h = 1 \implies h = \frac{1}{\pi r^2}$$

$$A'(r) = 4\pi r - \frac{2}{r^2} \qquad \implies r = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$$



r	0		$\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$	
$A'(r)$		$-$	0	$+$
$A(r)$		$\searrow$	min	$\nearrow$

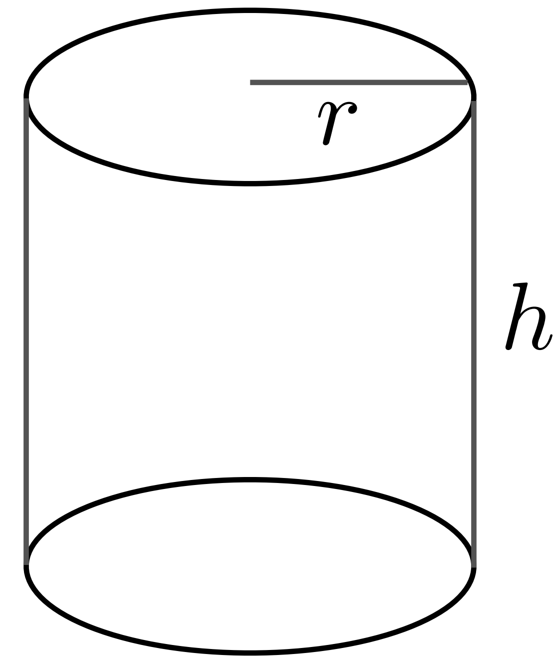
$$\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}} \approx 0{,}54193$$

$$h = \frac{1}{\pi\left(\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}\right)^2}$$

Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

$$A = 2(\pi r^2) + 2\pi r h \qquad 1L = 1dm^3$$



$$V = \pi r^2 h = 1 \implies h = \frac{1}{\pi r^2}$$

$$A'(r) = 4\pi r - \frac{2}{r^2} \qquad \implies r = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$$

r	0		$\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$	
$A'(r)$		$-$	0	$+$
$A(r)$		$\searrow$	min	$\nearrow$

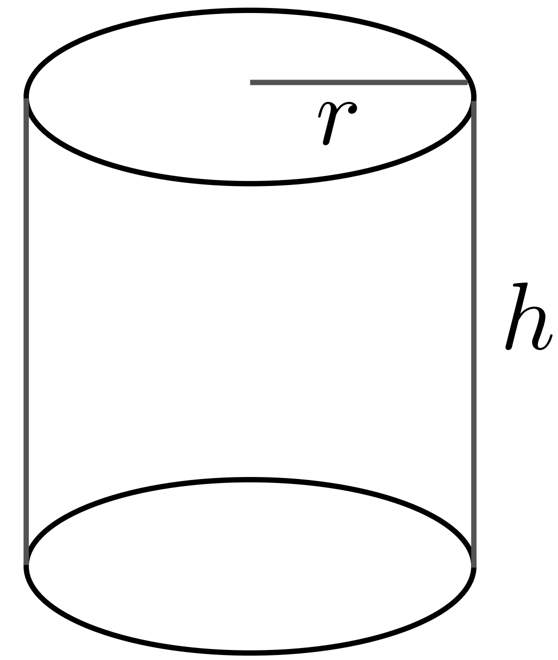
$$\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}} \approx 0{,}54193$$

$$h = \frac{1}{\pi\left(\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}\right)^2} = \frac{\sqrt[3]{(2\pi)^2}}{\pi}$$

Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

$$A = 2(\pi r^2) + 2\pi r h \qquad 1L = 1dm^3$$



$$V = \pi r^2 h = 1 \implies h = \frac{1}{\pi r^2}$$

$$A'(r) = 4\pi r - \frac{2}{r^2} \qquad \implies r = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$$

r	0		$\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$	
$A'(r)$		$-$	0	$+$
$A(r)$		$\searrow$	min	$\nearrow$

$$\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}} \approx 0{,}54193$$

$$h = \frac{1}{\pi\left(\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}\right)^2} = \frac{\sqrt[3]{(2\pi)^2}}{\pi} = \sqrt[3]{\frac{4}{\pi}}$$

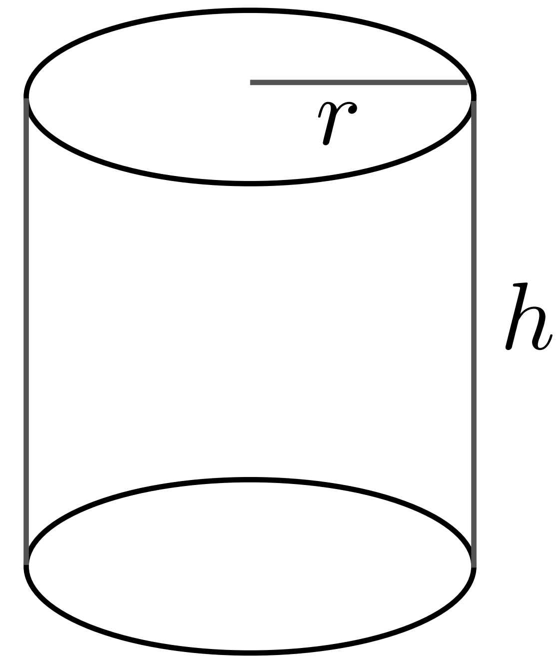
Exemple

Quelles sont les dimension d'une canne pouvant contenir 1L de sirop d'érable et qui utilise le moins de métal possible?

$$A = 2(\pi r^2) + 2\pi r h \qquad 1L = 1dm^3$$

$$V = \pi r^2 h = 1 \implies h = \frac{1}{\pi r^2}$$

$$A'(r) = 4\pi r - \frac{2}{r^2} \qquad \implies r = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$$



r	0		$\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$	
$A'(r)$		$-$	0	$+$
$A(r)$		$\searrow$	min	$\nearrow$

$$\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}} \approx 0{,}54193$$

$$h = \frac{1}{\pi\left(\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}\right)^2} = \frac{\sqrt[3]{(2\pi)^2}}{\pi}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{4}{\pi}} \approx 1{,}08385$$

Faites les exercices suivants

Section 3.2 # 12 à 16

Aujourd'hui, nous avons vu

- ✓ L'optimisation

Devoir: section 3.2 # 8 à 23