3.3 CONCAVITÉ

Cours 16

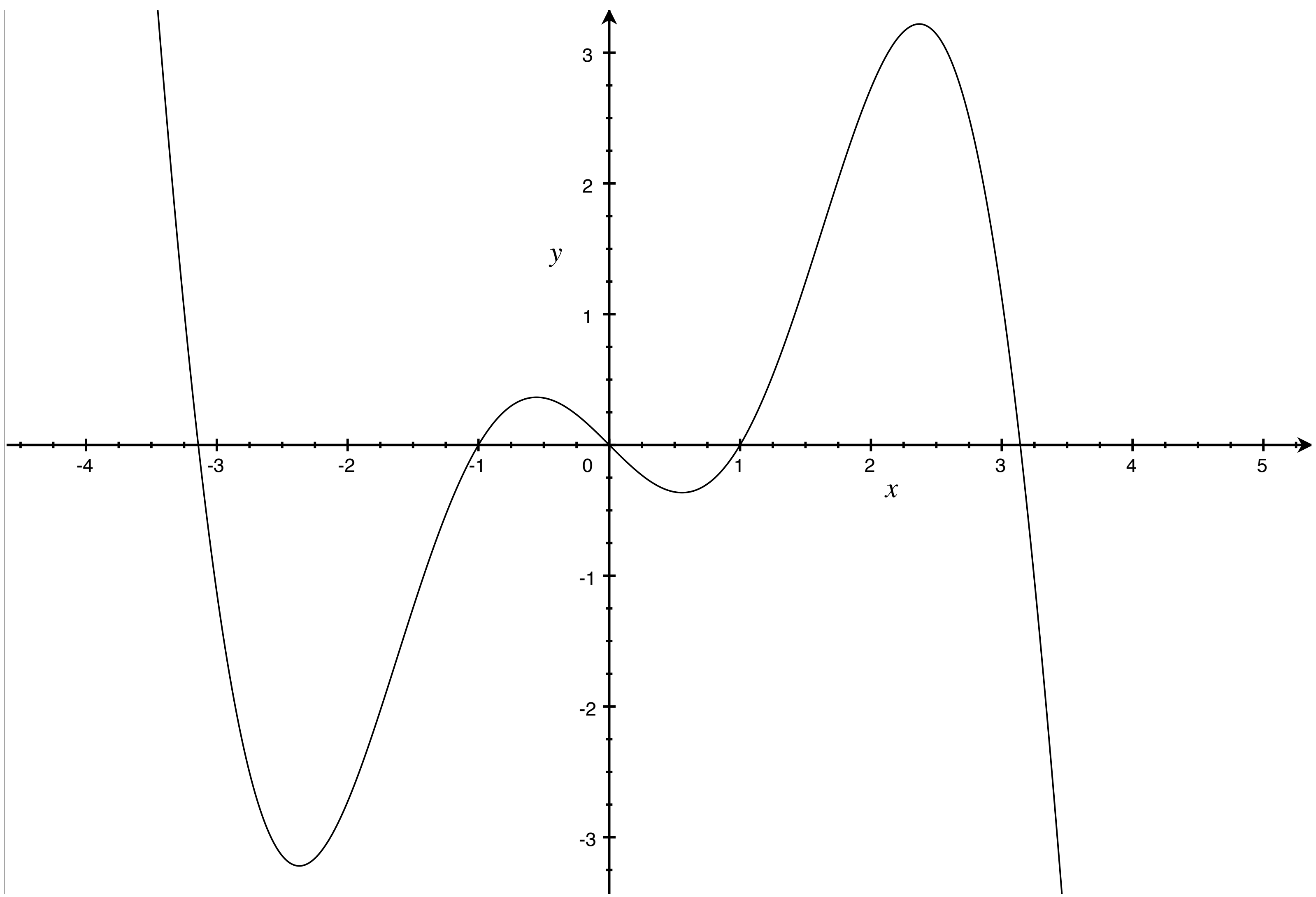
Au dernier cours, nous avons vu

Au dernier cours, nous avons vu

- ✓ Croissance et décroissance

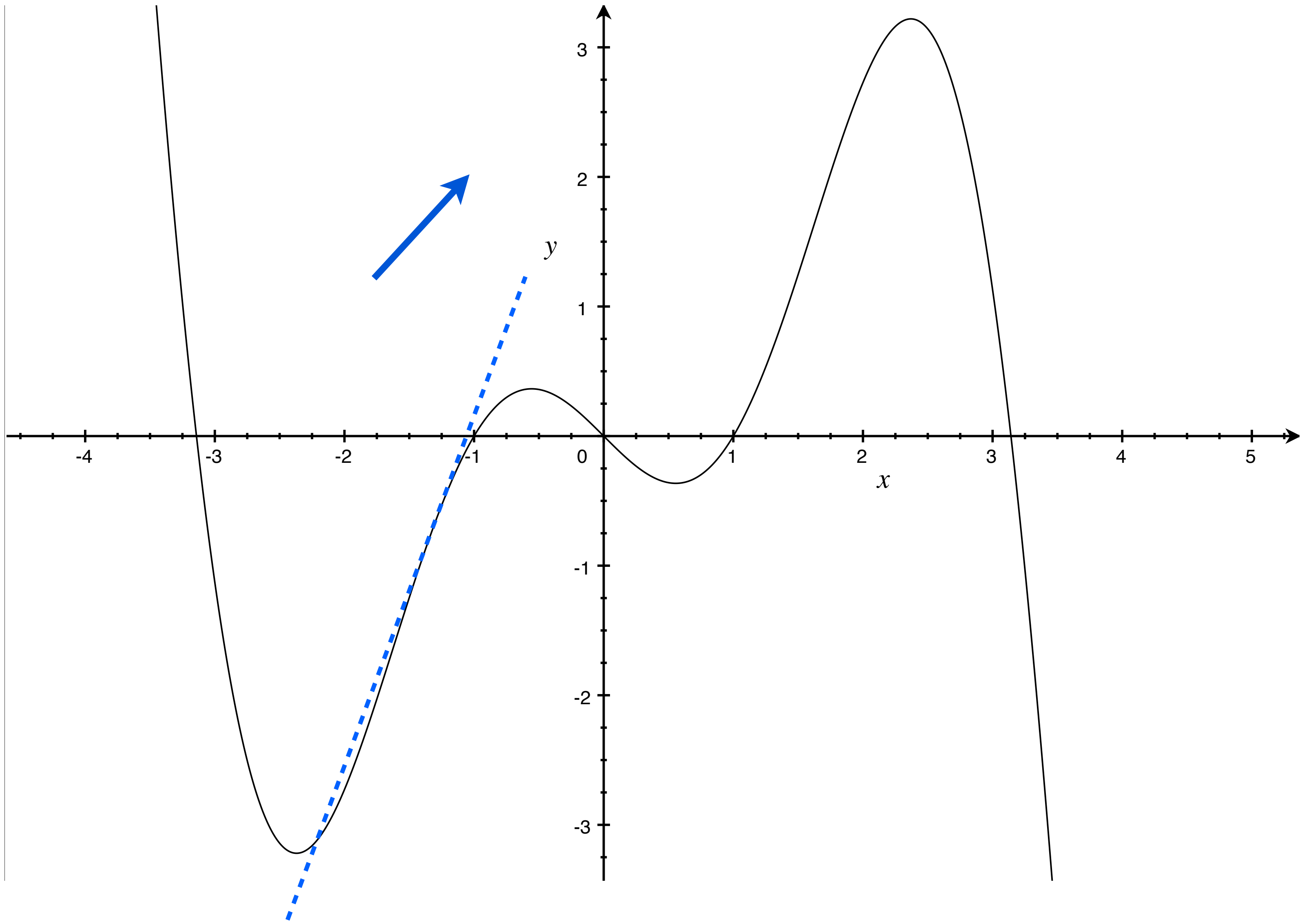
Au dernier cours, nous avons vu

- ✓ Croissance et décroissance



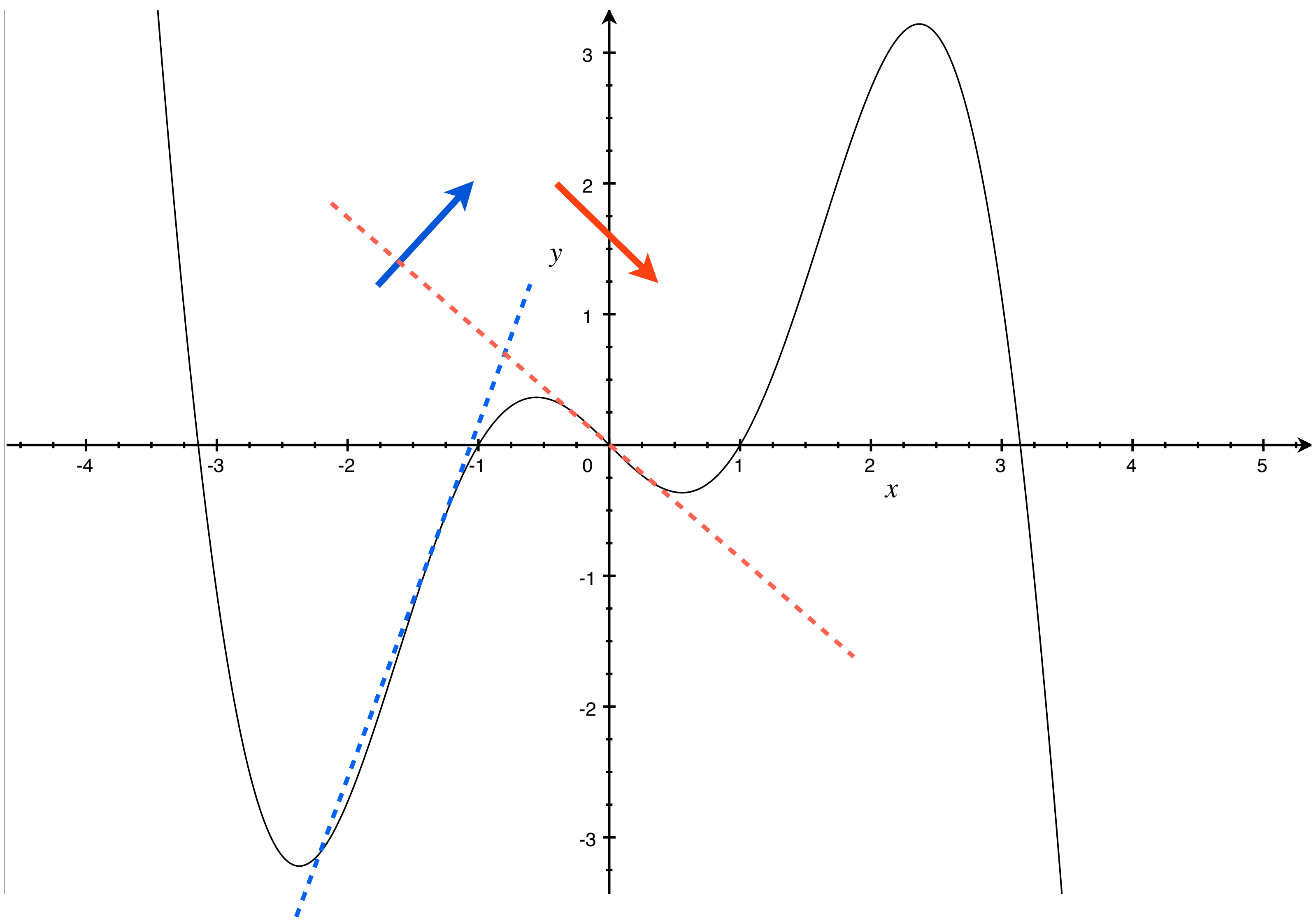
Au dernier cours, nous avons vu

✓ Croissance et décroissance



Au dernier cours, nous avons vu

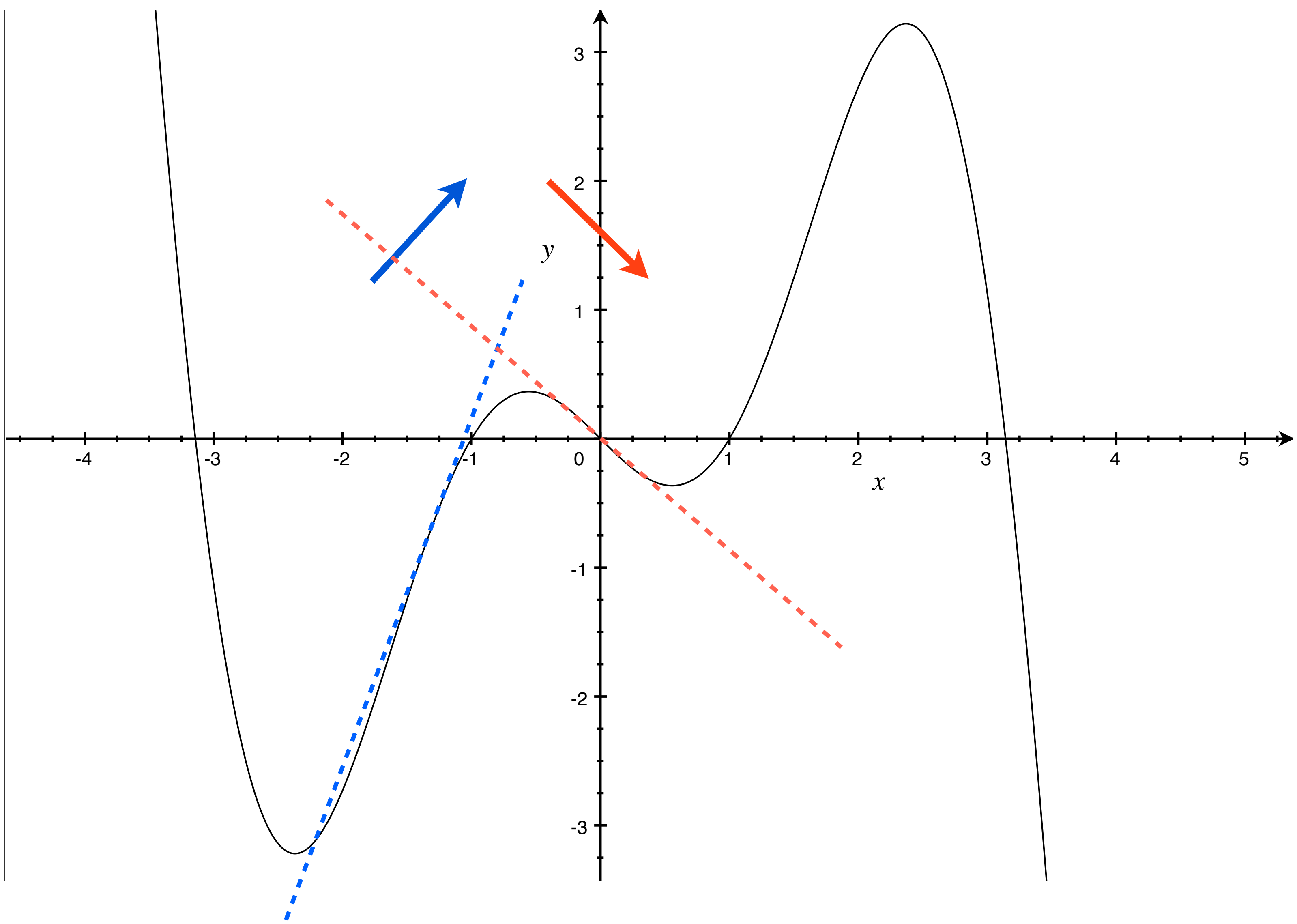
✓ Croissance et décroissance



Au dernier cours, nous avons vu

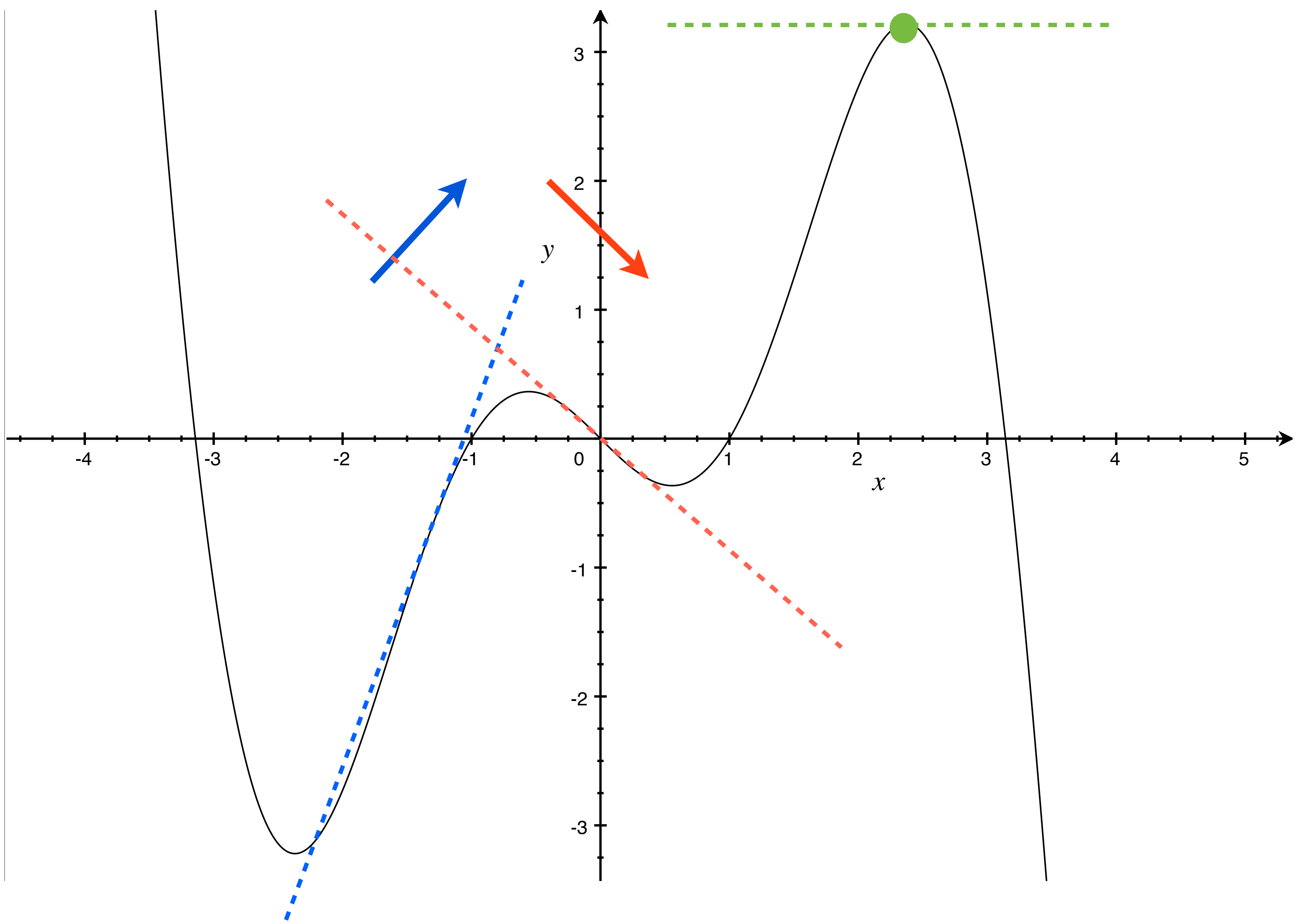
✓ Croissance et décroissance

✓ Maximum et minimum relatif



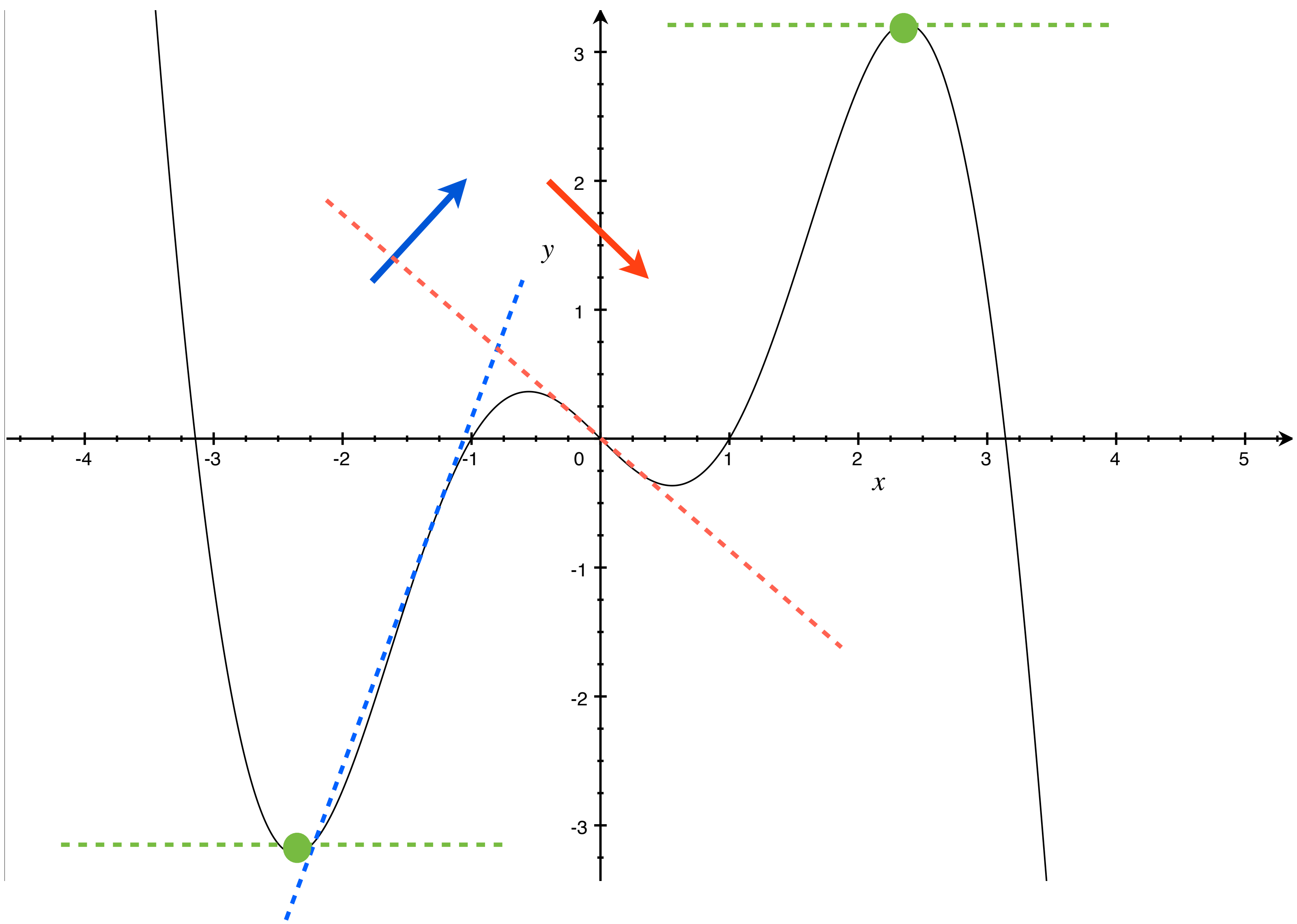
Au dernier cours, nous avons vu

- ✓ Croissance et décroissance
- ✓ Maximum et minimum relatif



Au dernier cours, nous avons vu

- ✓ Croissance et décroissance
- ✓ Maximum et minimum relatif



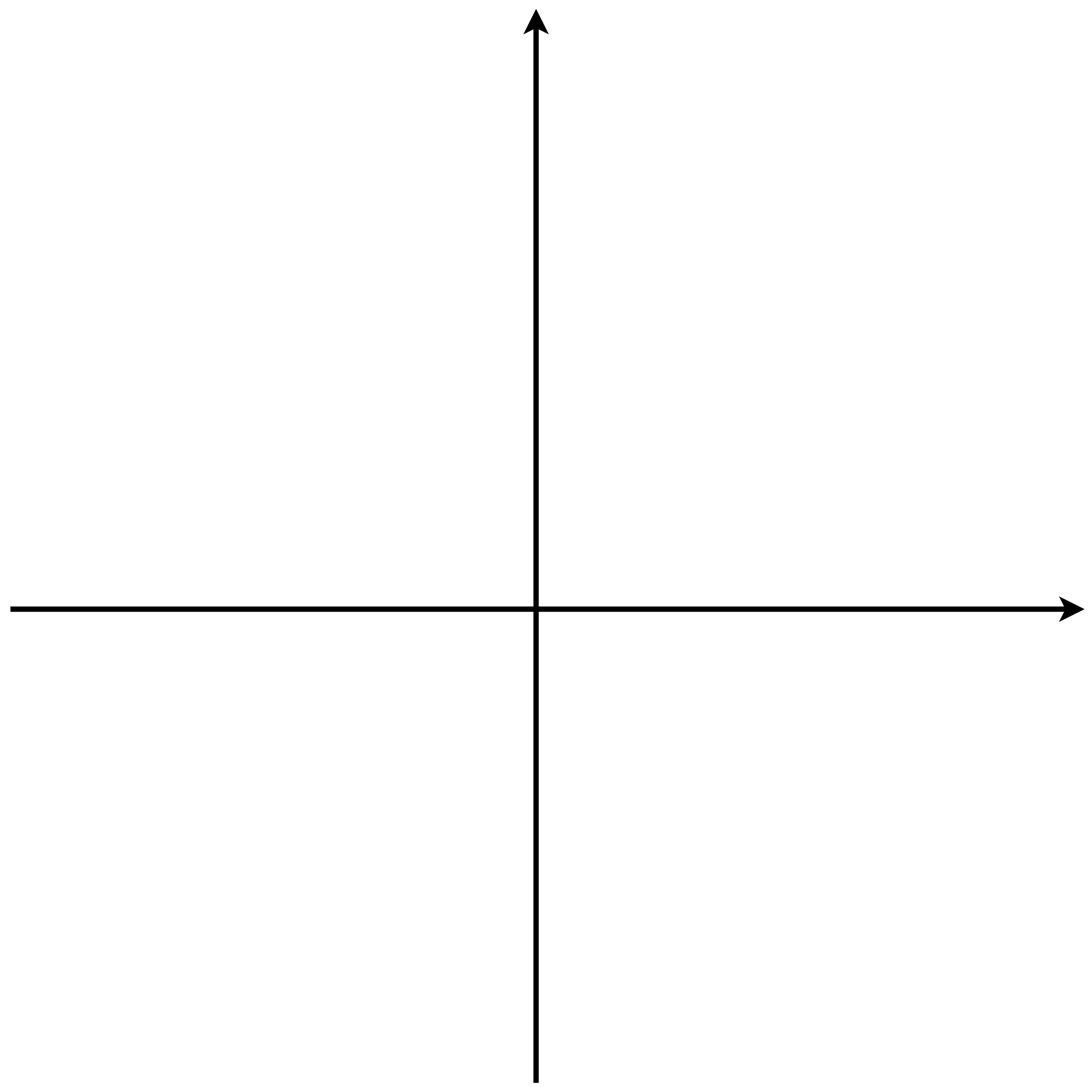
Aujourd’hui, nous allons voir

Aujourd’hui, nous allons voir

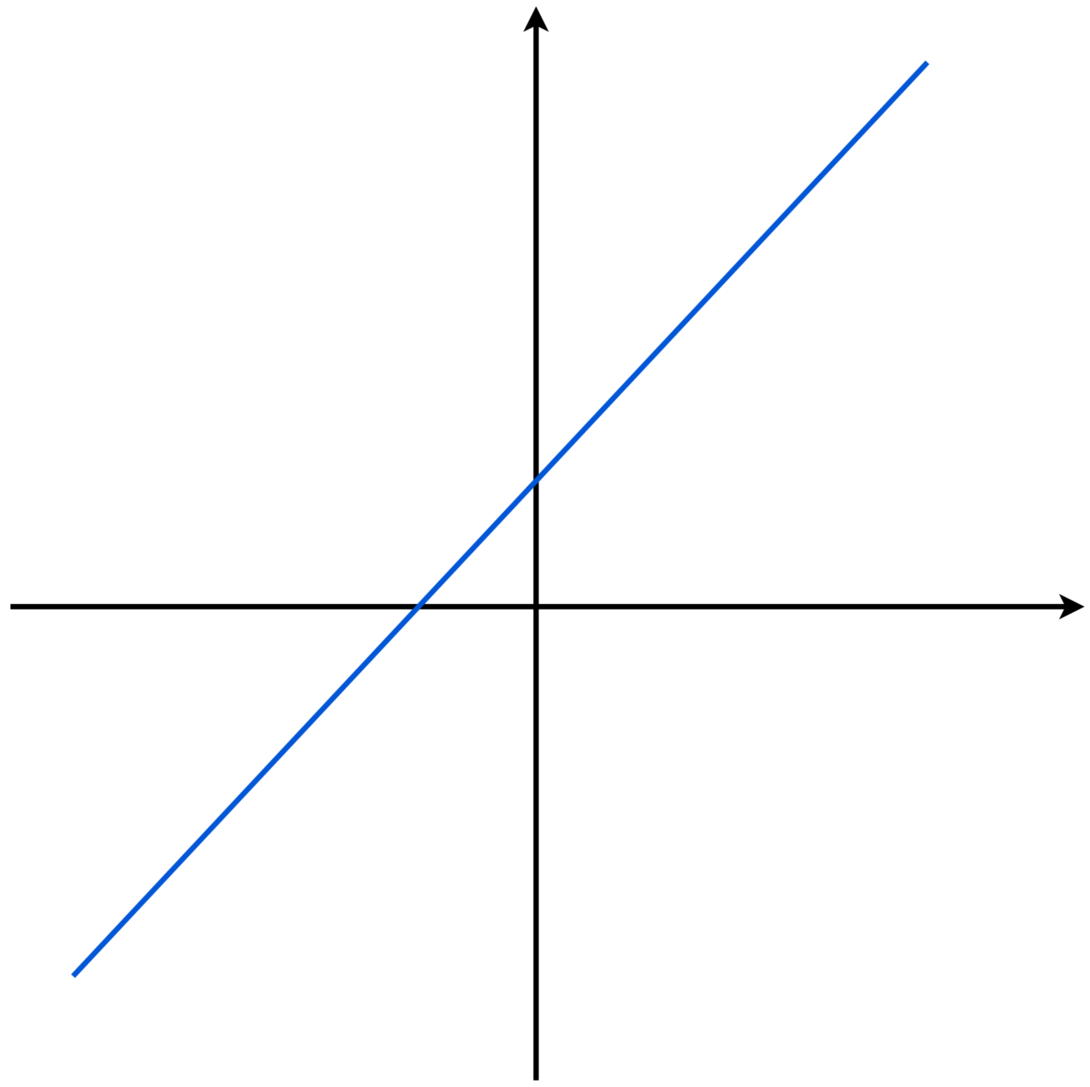
- ✓ Concavité

Au dernier cours, on a vu comment déterminer si une fonction était croissante ou décroissante sur un intervalle donné.

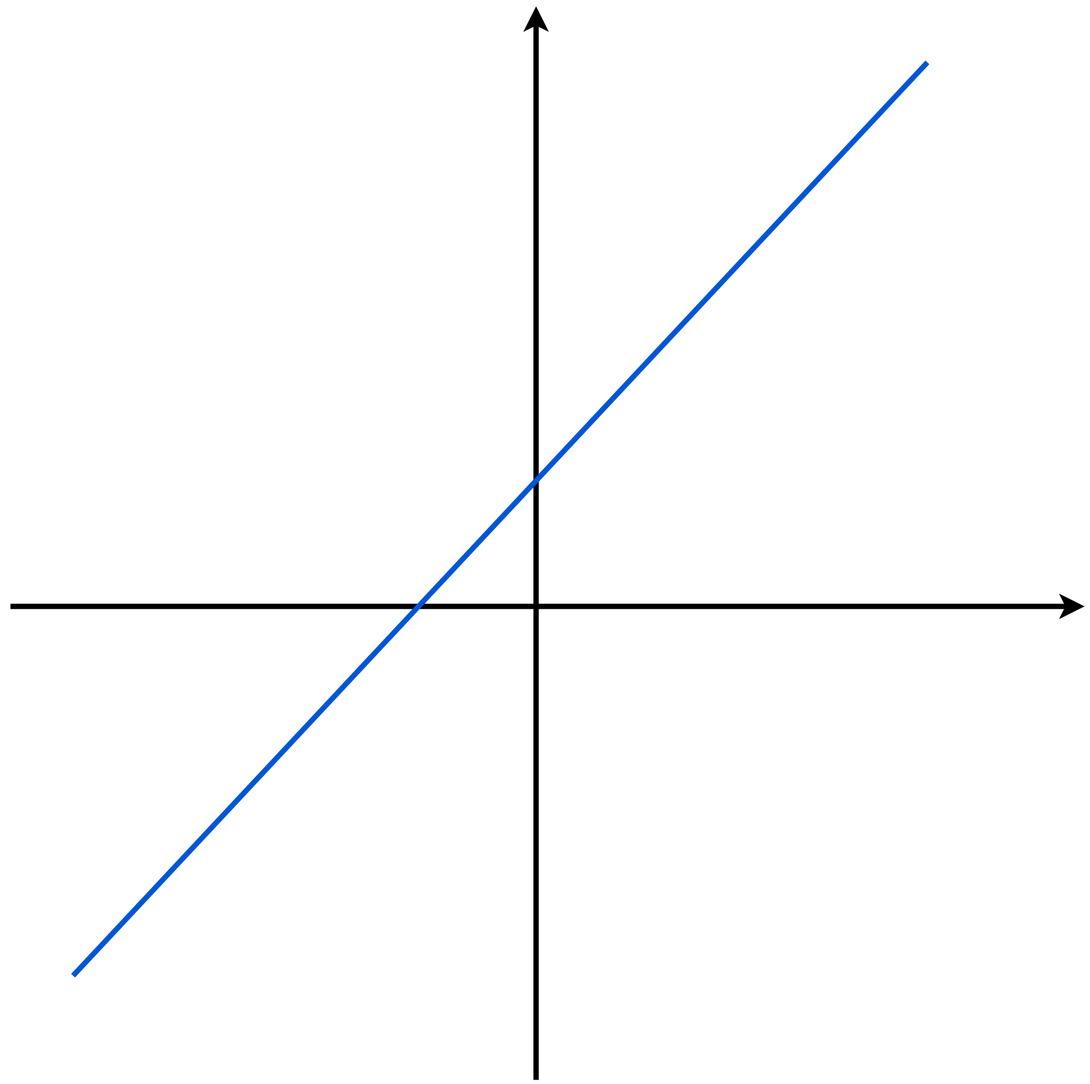
Au dernier cours, on a vu comment déterminer si une fonction était croissante ou décroissante sur un intervalle donné.

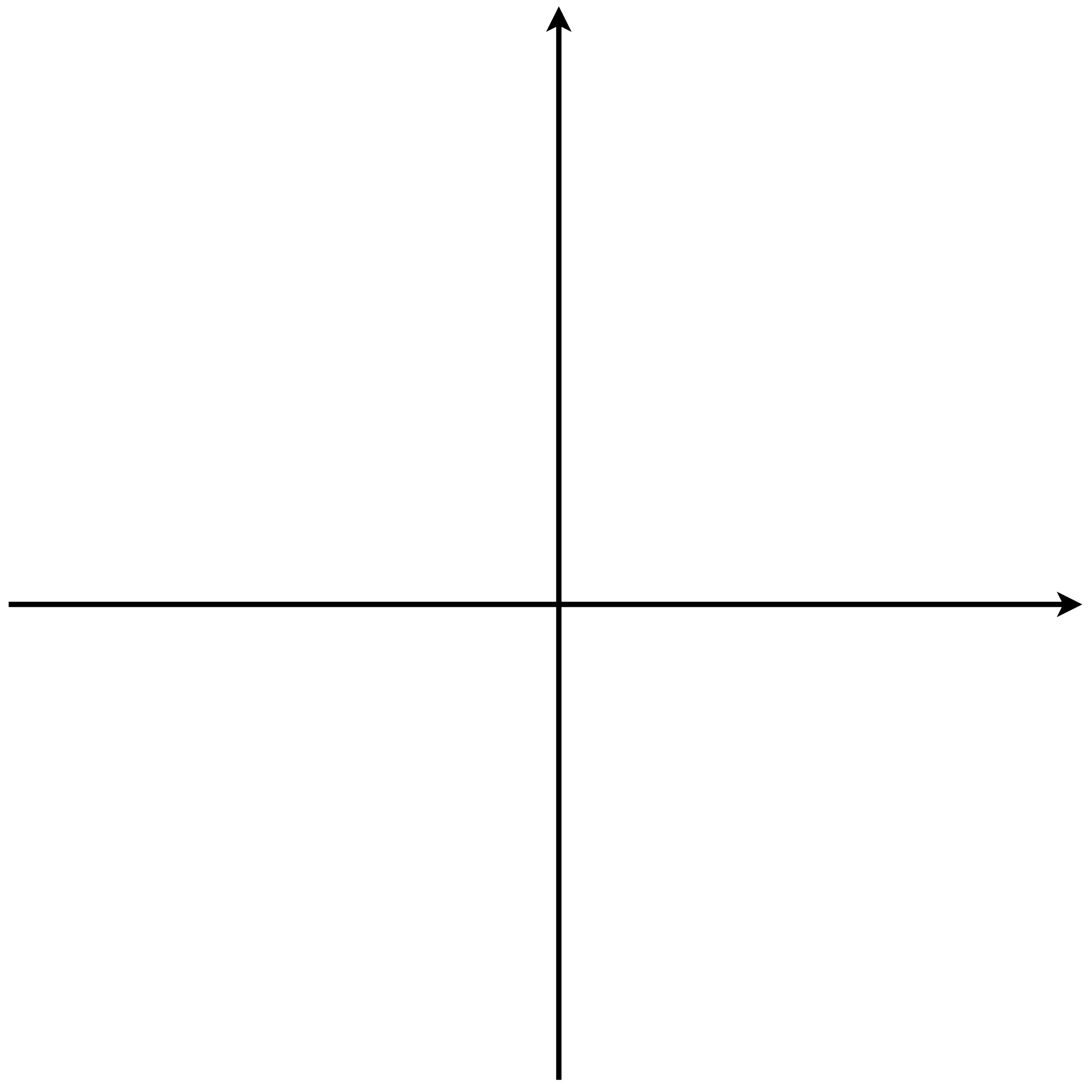


Au dernier cours, on a vu comment déterminer si une fonction était croissante ou décroissante sur un intervalle donné.

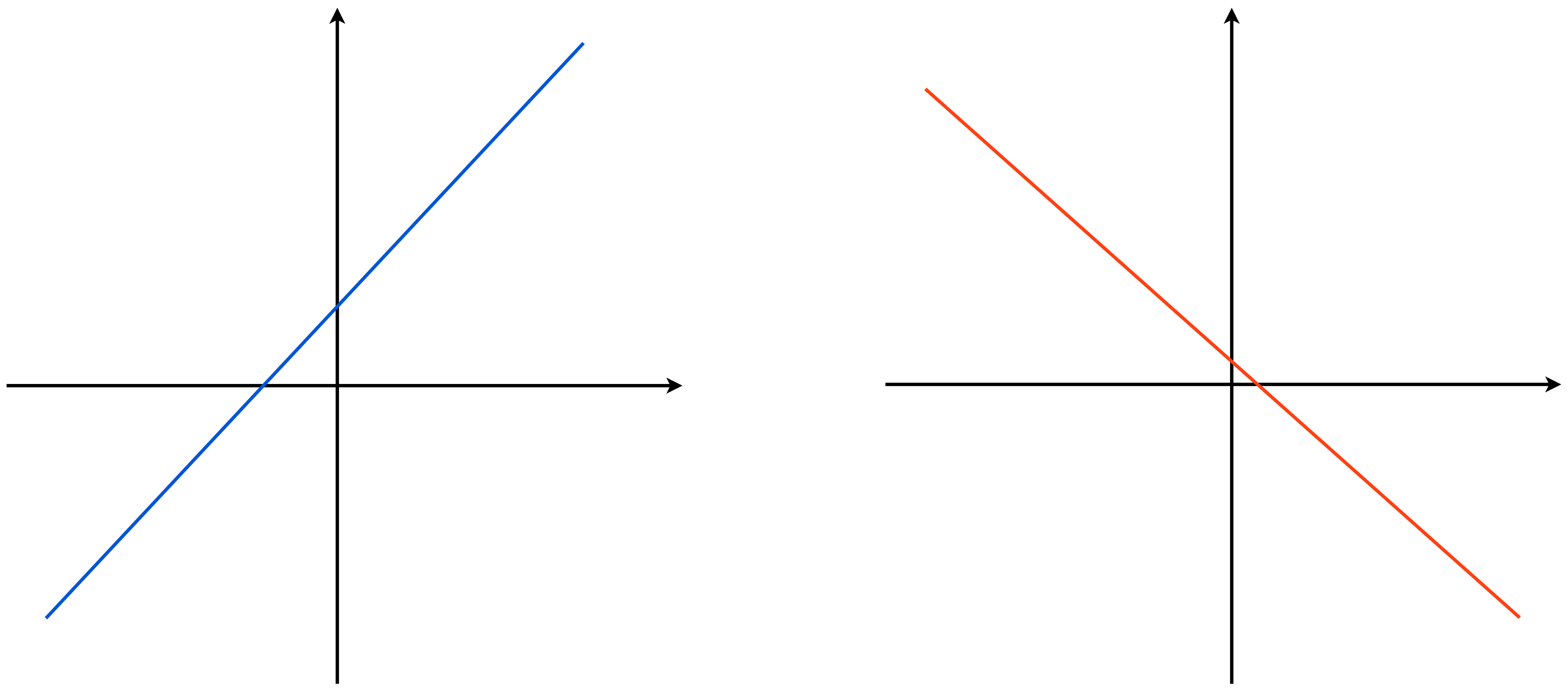


Au dernier cours, on a vu comment déterminer si une fonction était croissante ou décroissante sur un intervalle donné.

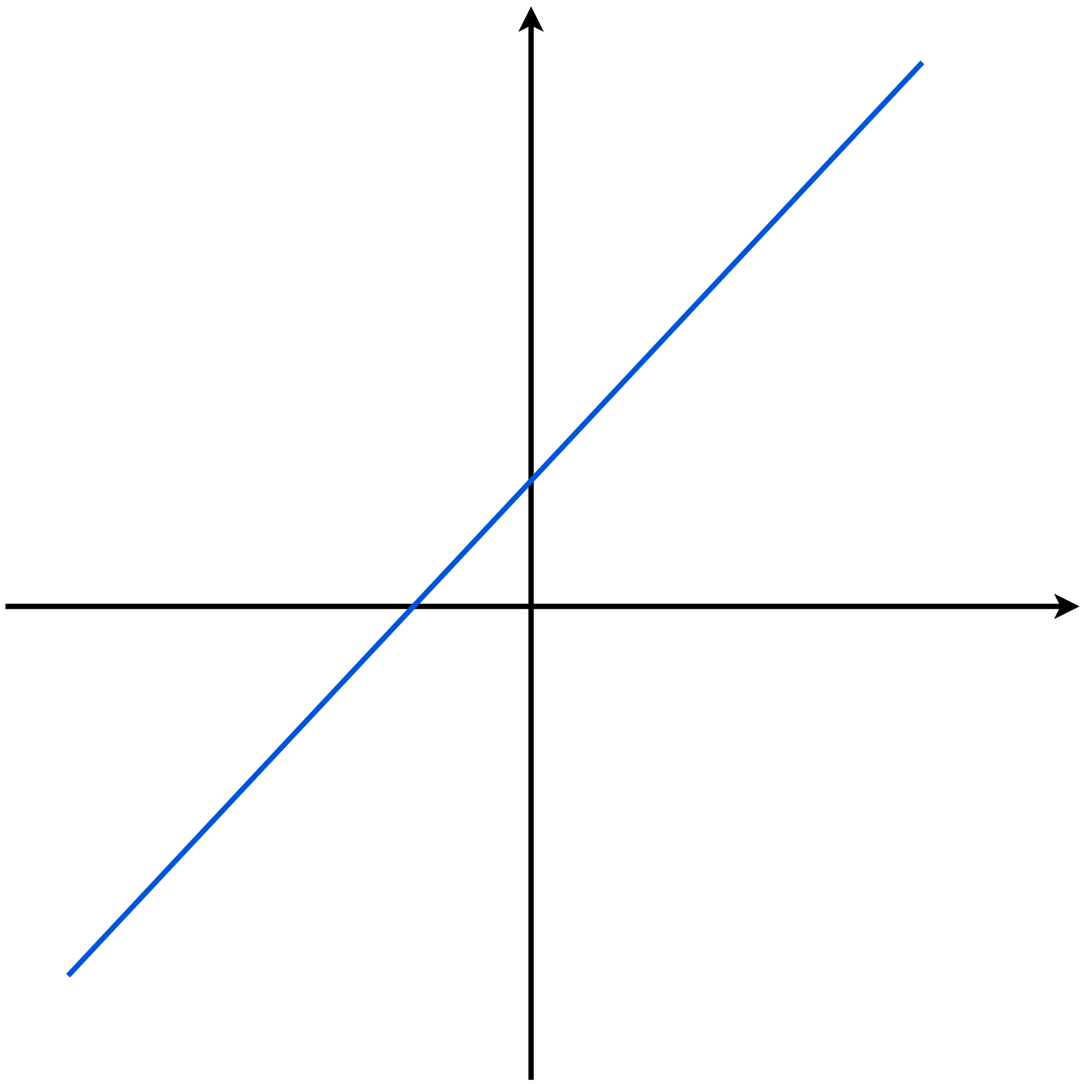


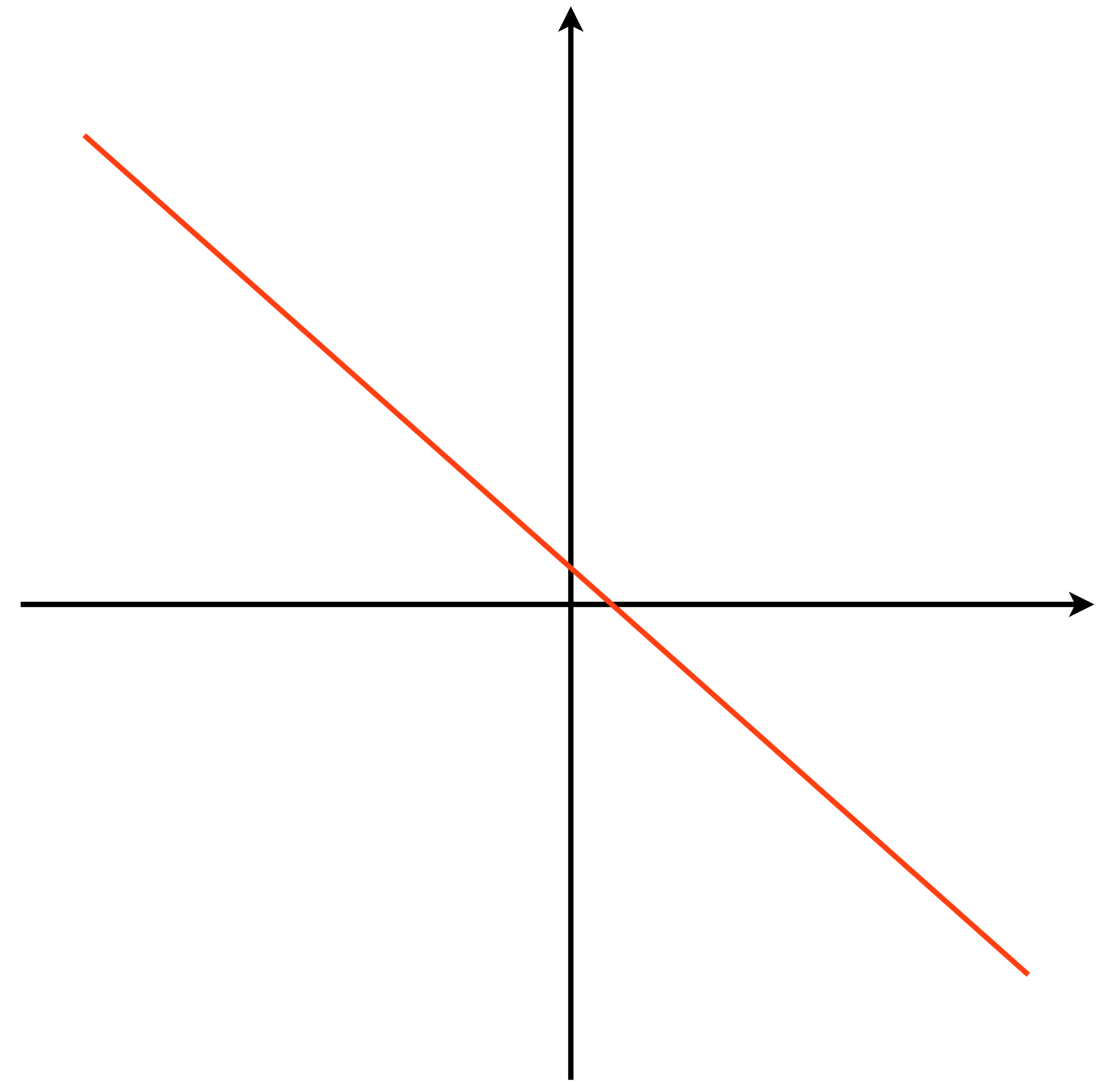


Au dernier cours, on a vu comment déterminer si une fonction était croissante ou décroissante sur un intervalle donné.



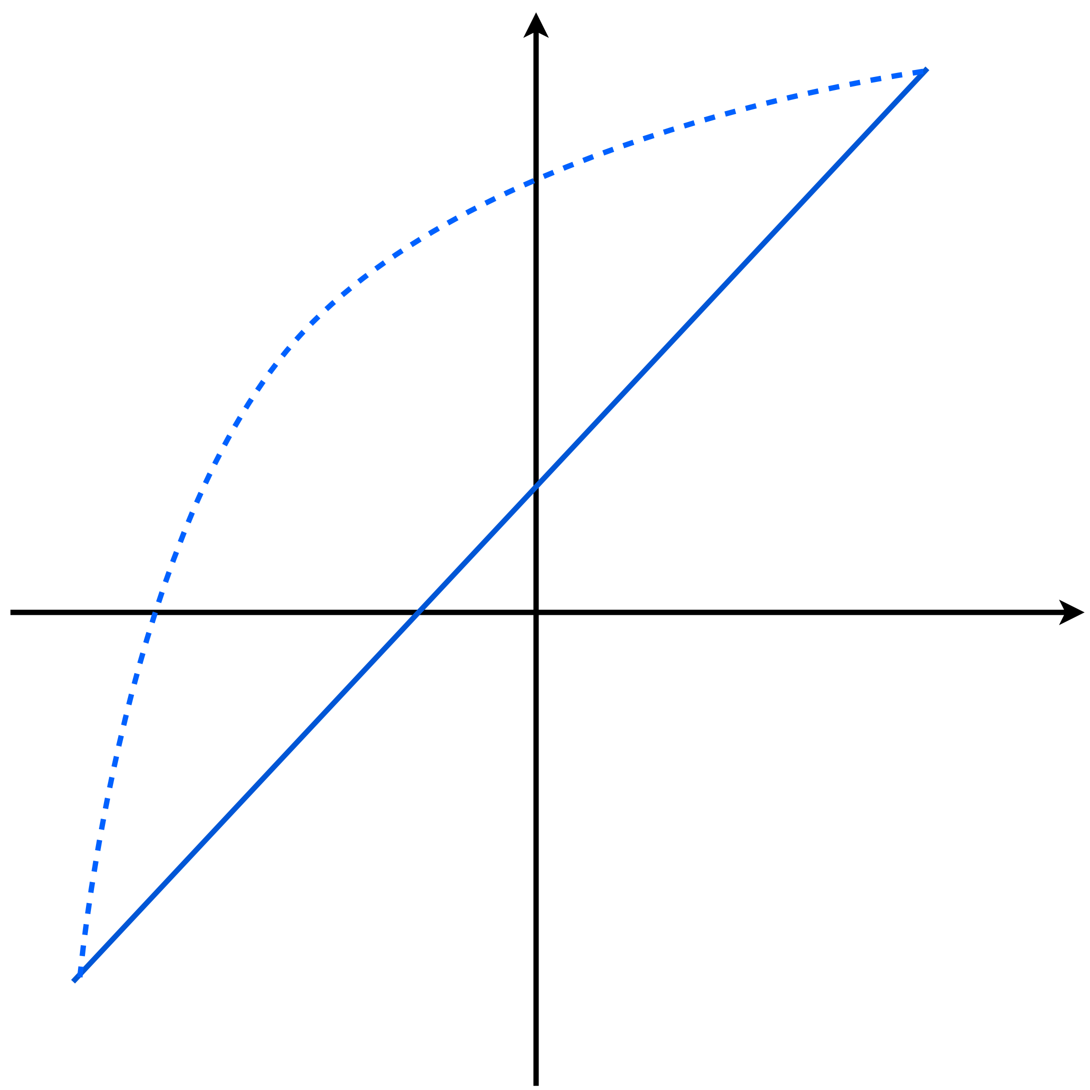
Au dernier cours, on a vu comment déterminer si une fonction était croissante ou décroissante sur un intervalle donné.

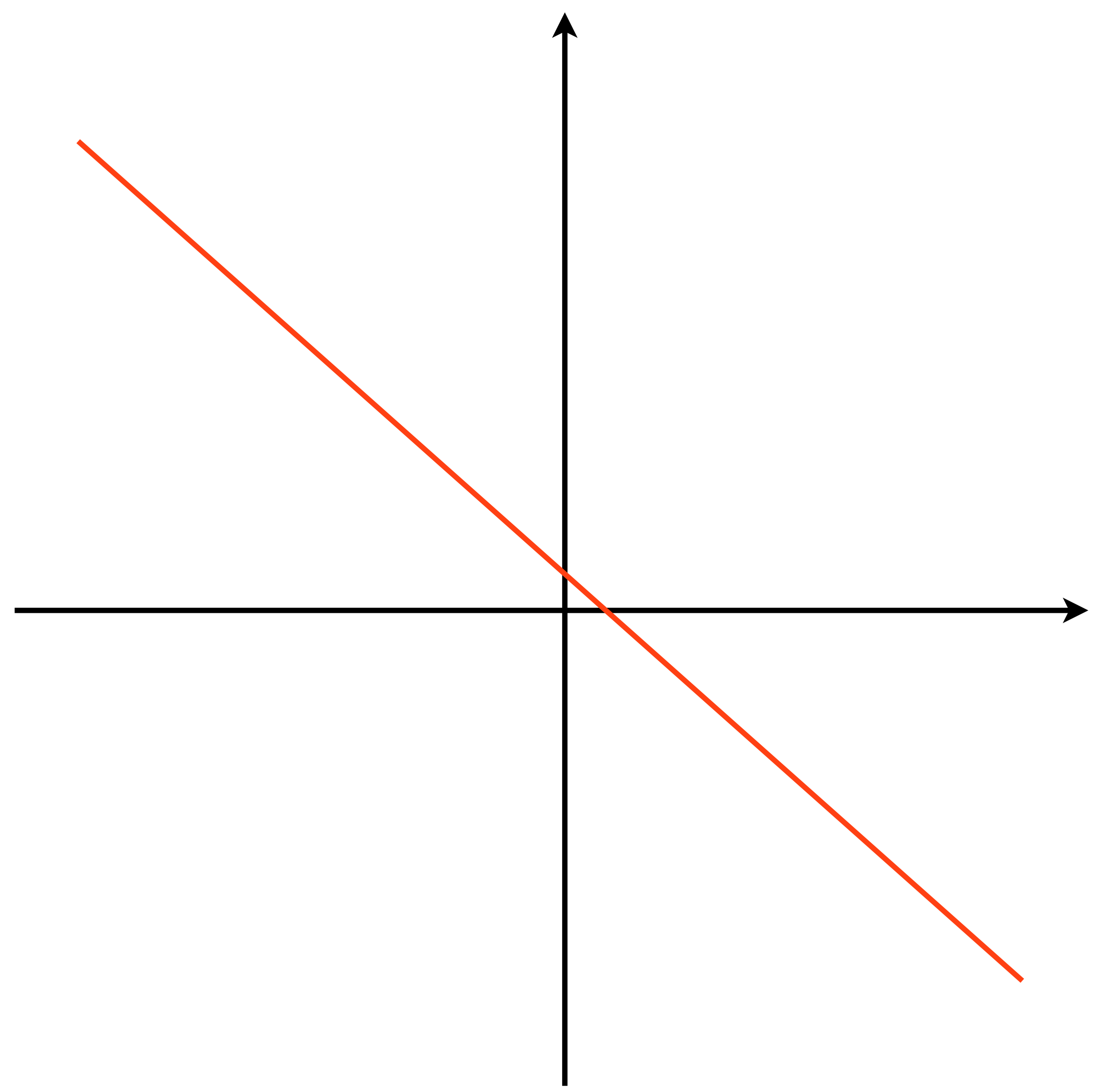




Est-il possible d'être plus précis sur l'allure de la fonction ?

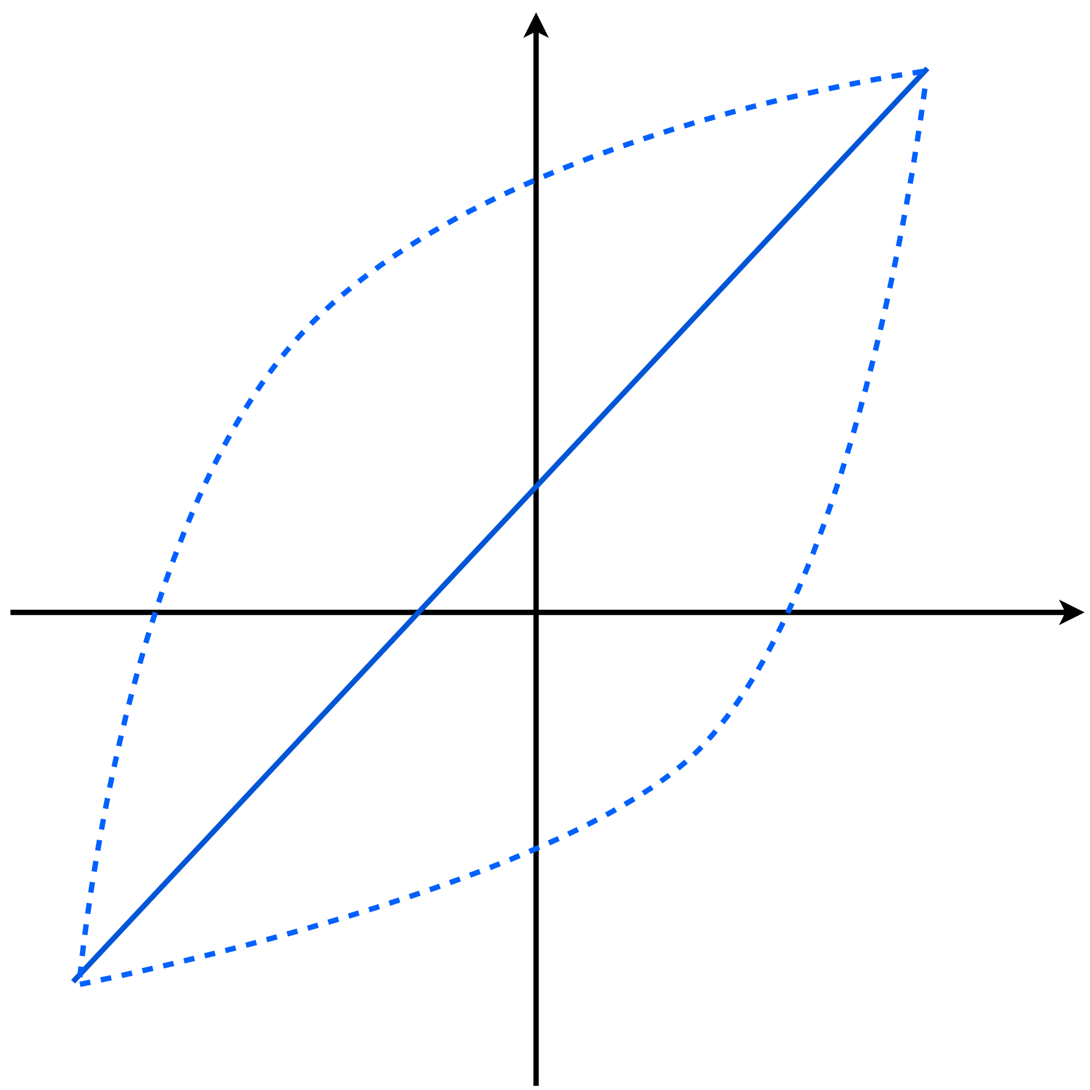
Au dernier cours, on a vu comment déterminer si une fonction était croissante ou décroissante sur un intervalle donné.

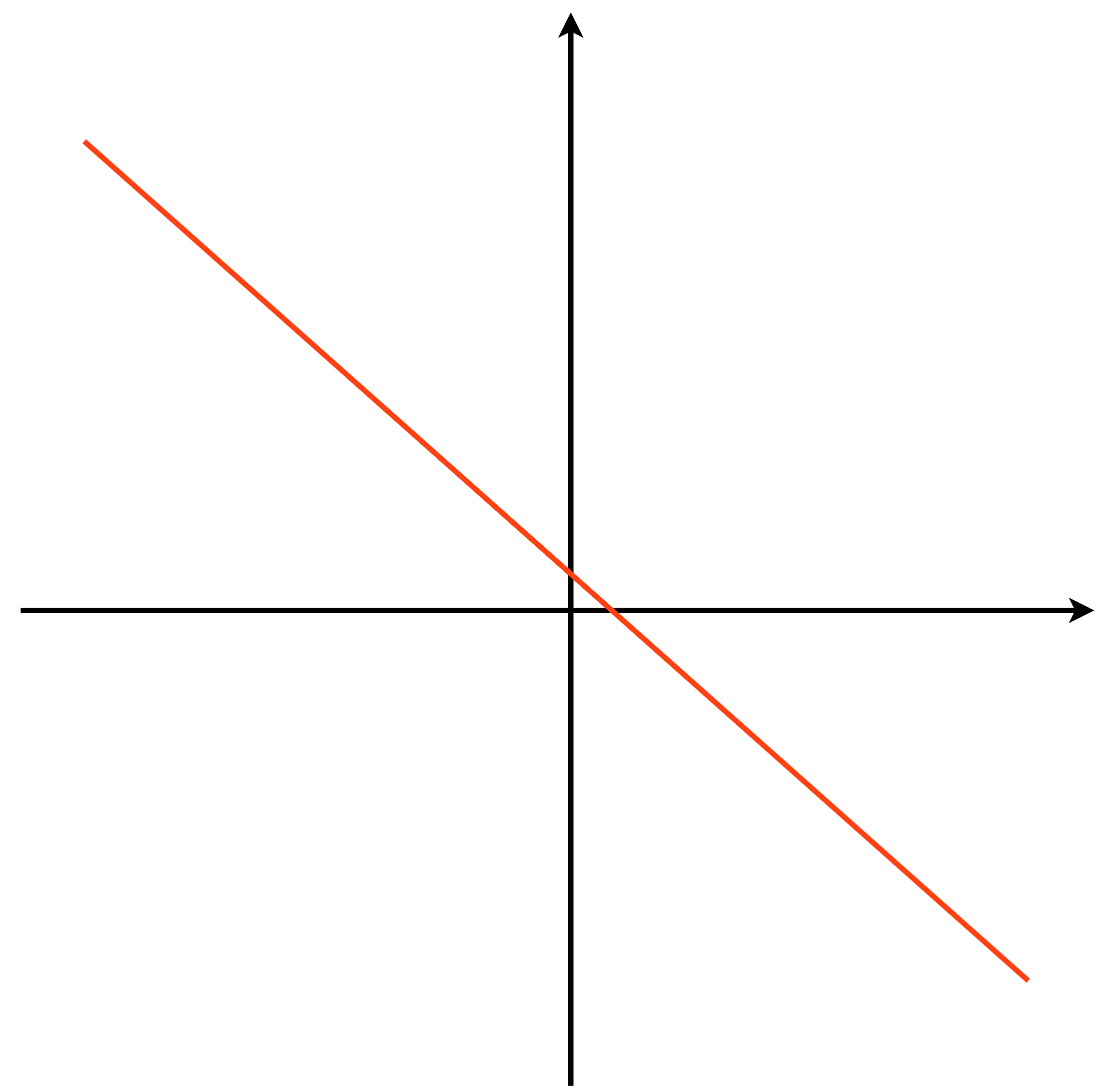




Est-il possible d'être plus précis sur l'allure de la fonction ?

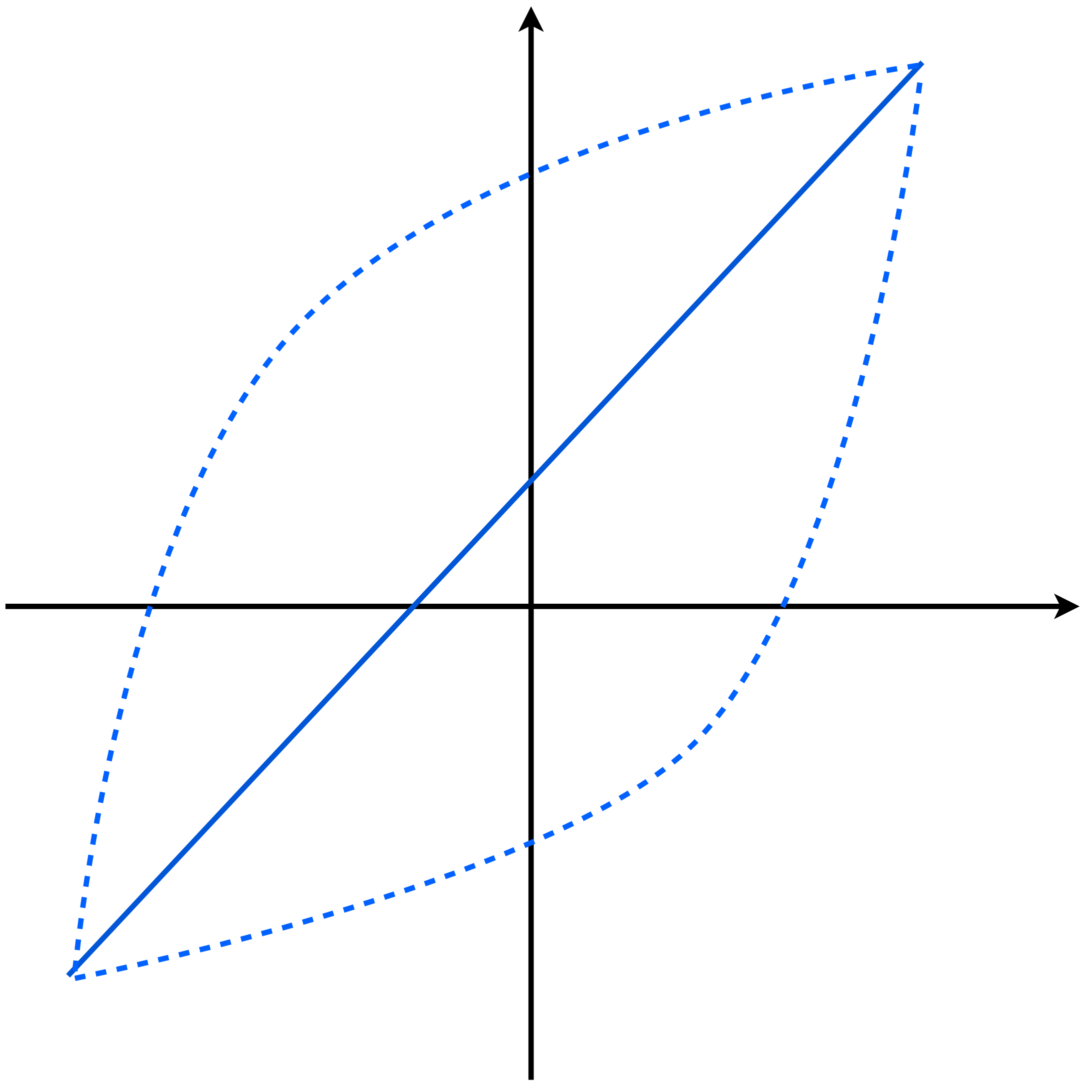
Au dernier cours, on a vu comment déterminer si une fonction était croissante ou décroissante sur un intervalle donné.

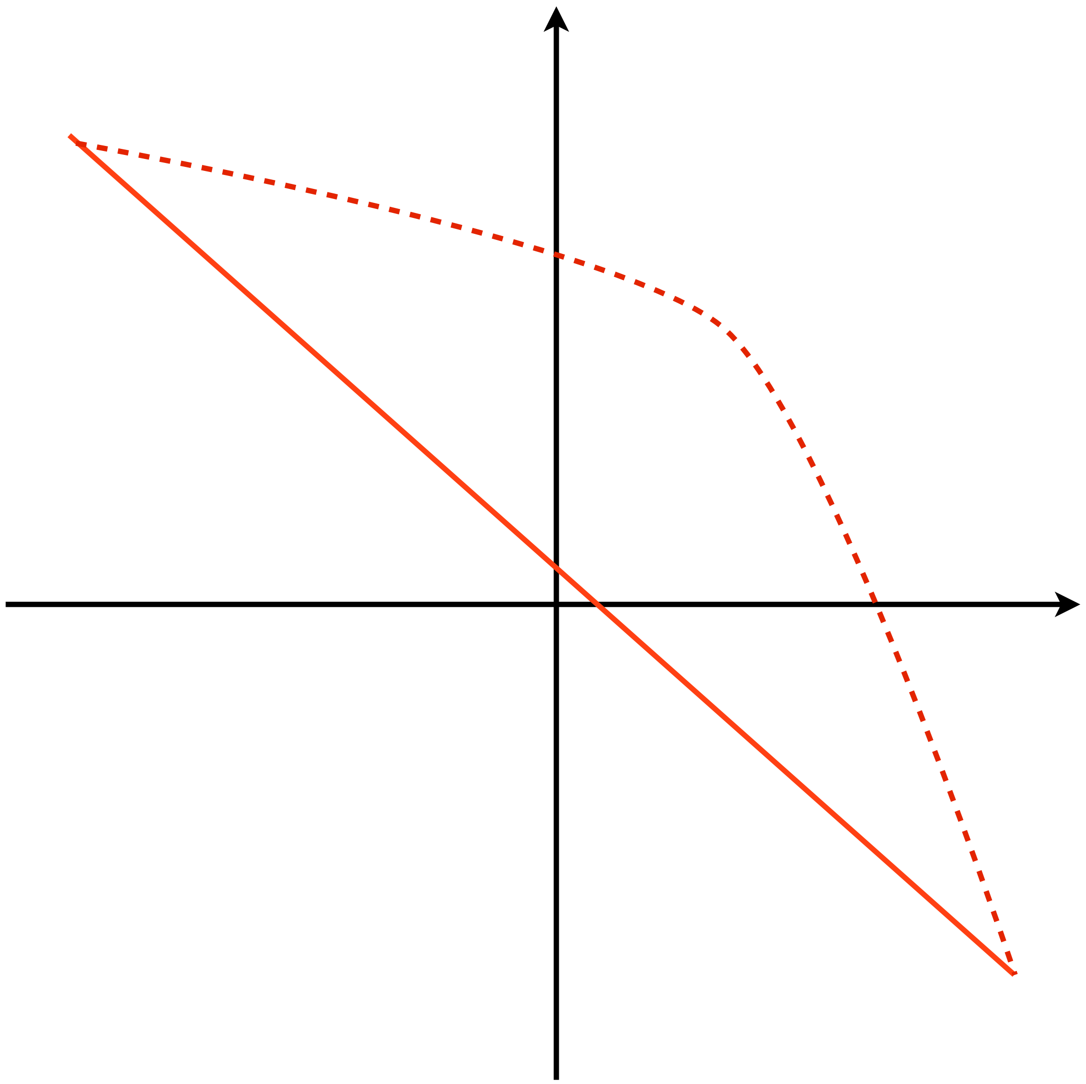




Est-il possible d'être plus précis sur l'allure de la fonction ?

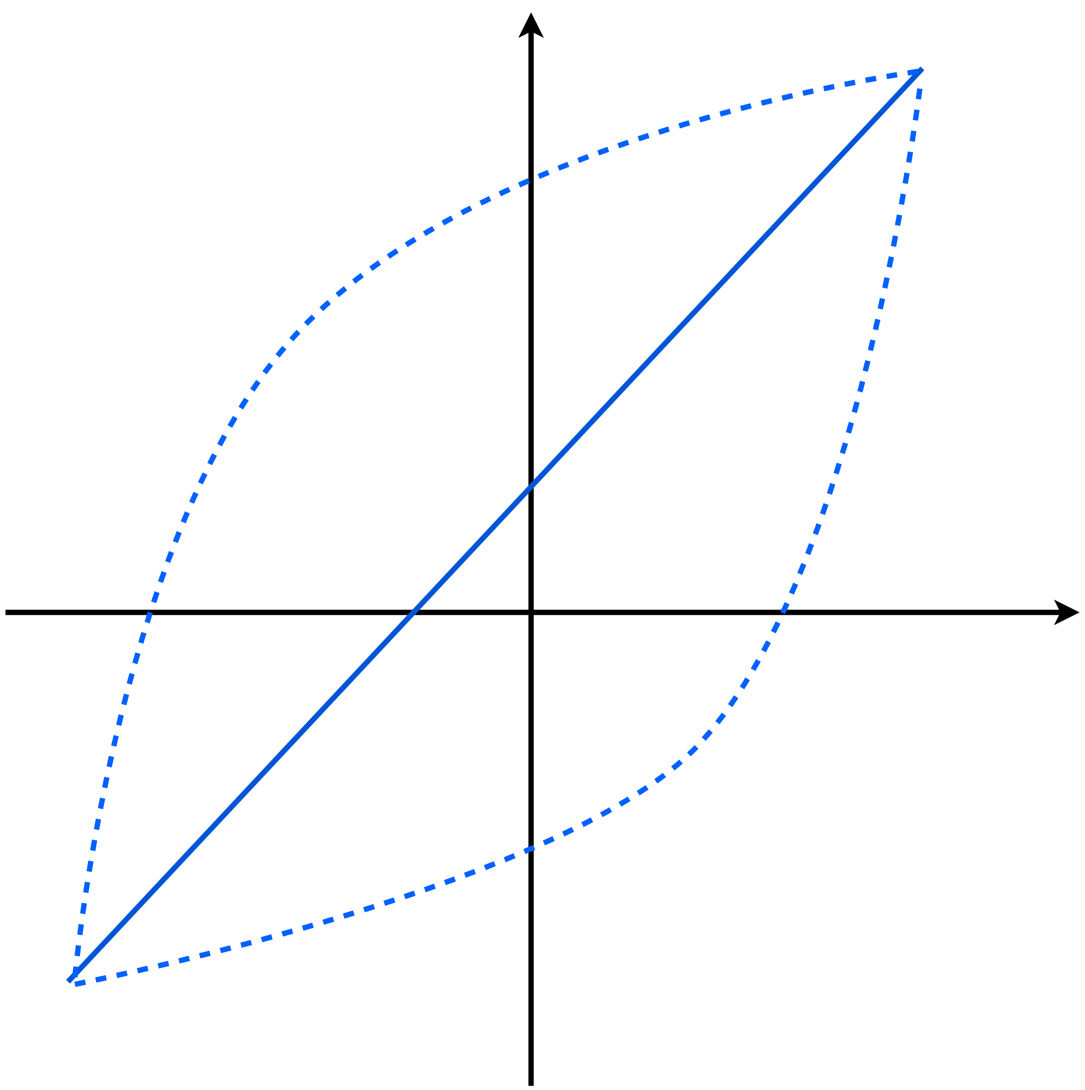
Au dernier cours, on a vu comment déterminer si une fonction était croissante ou décroissante sur un intervalle donné.

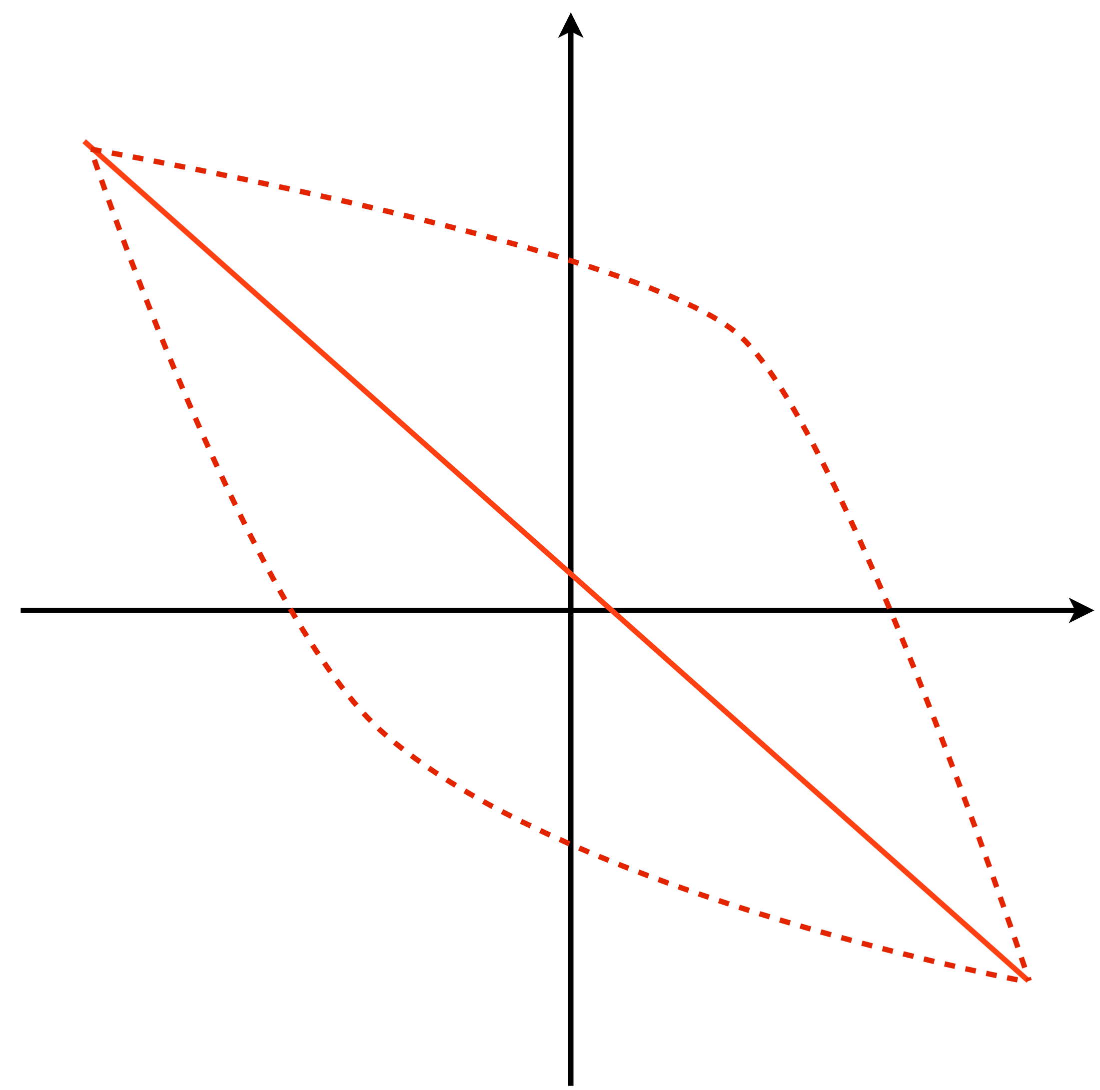




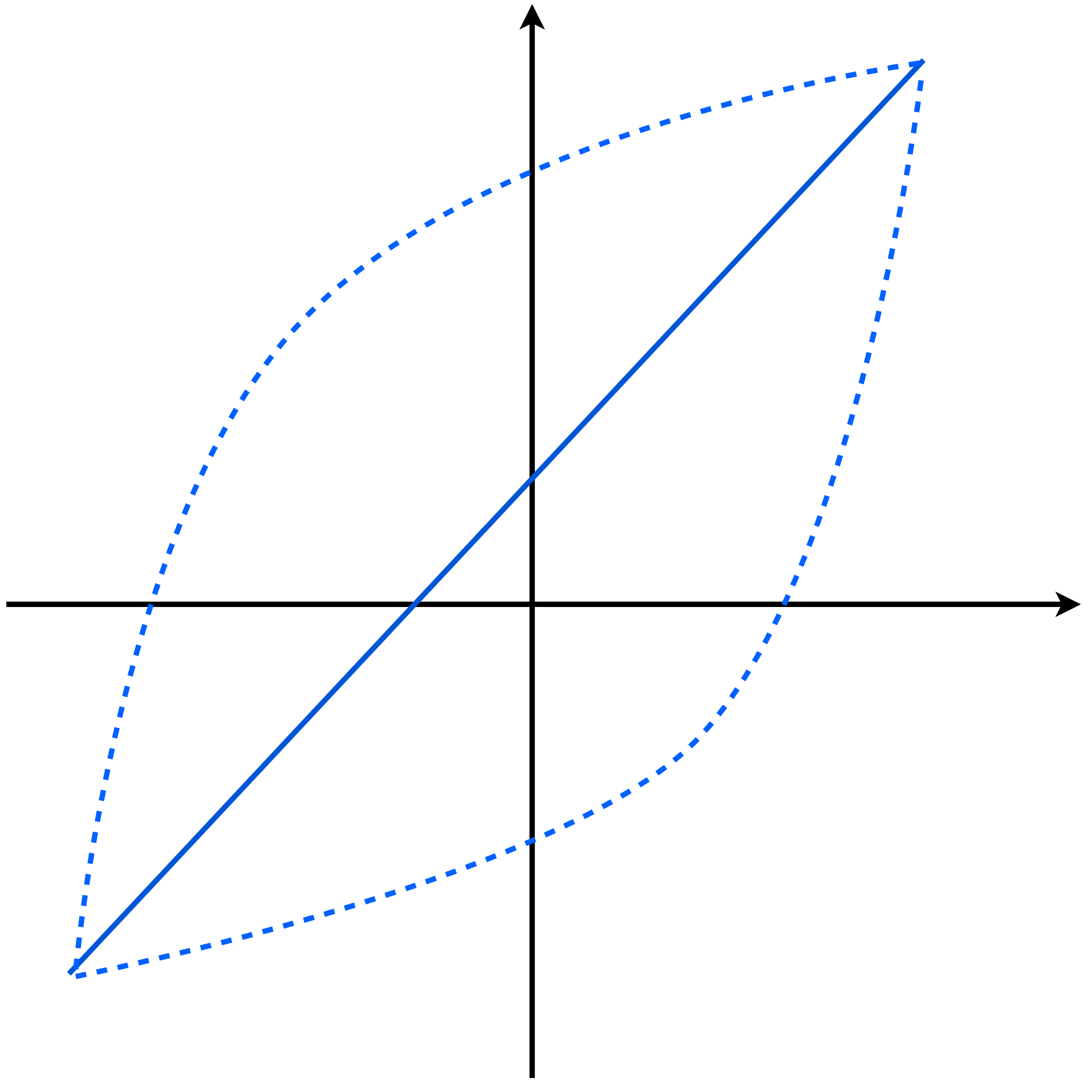
Est-il possible d'être plus précis sur l'allure de la fonction ?

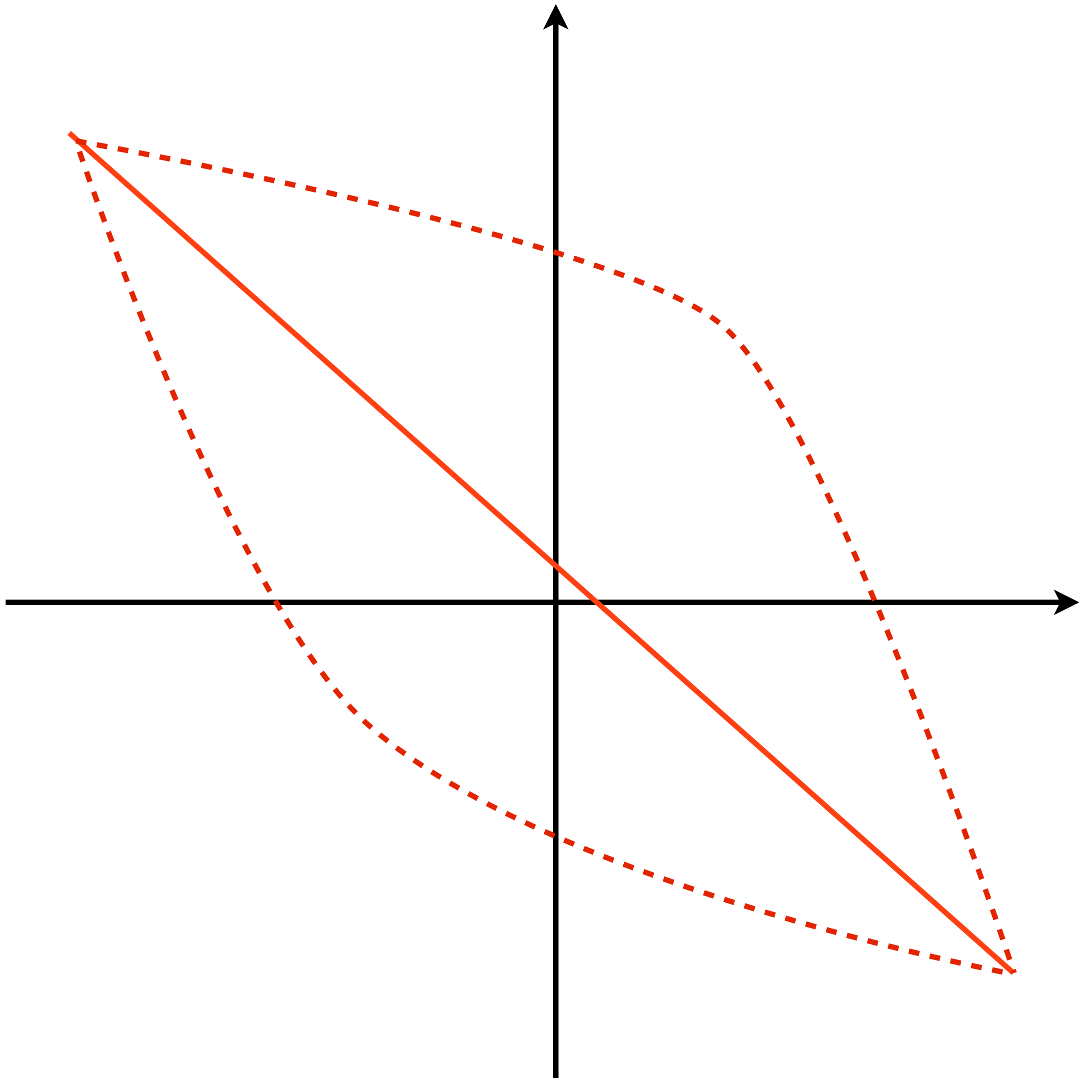
Au dernier cours, on a vu comment déterminer si une fonction était croissante ou décroissante sur un intervalle donné.

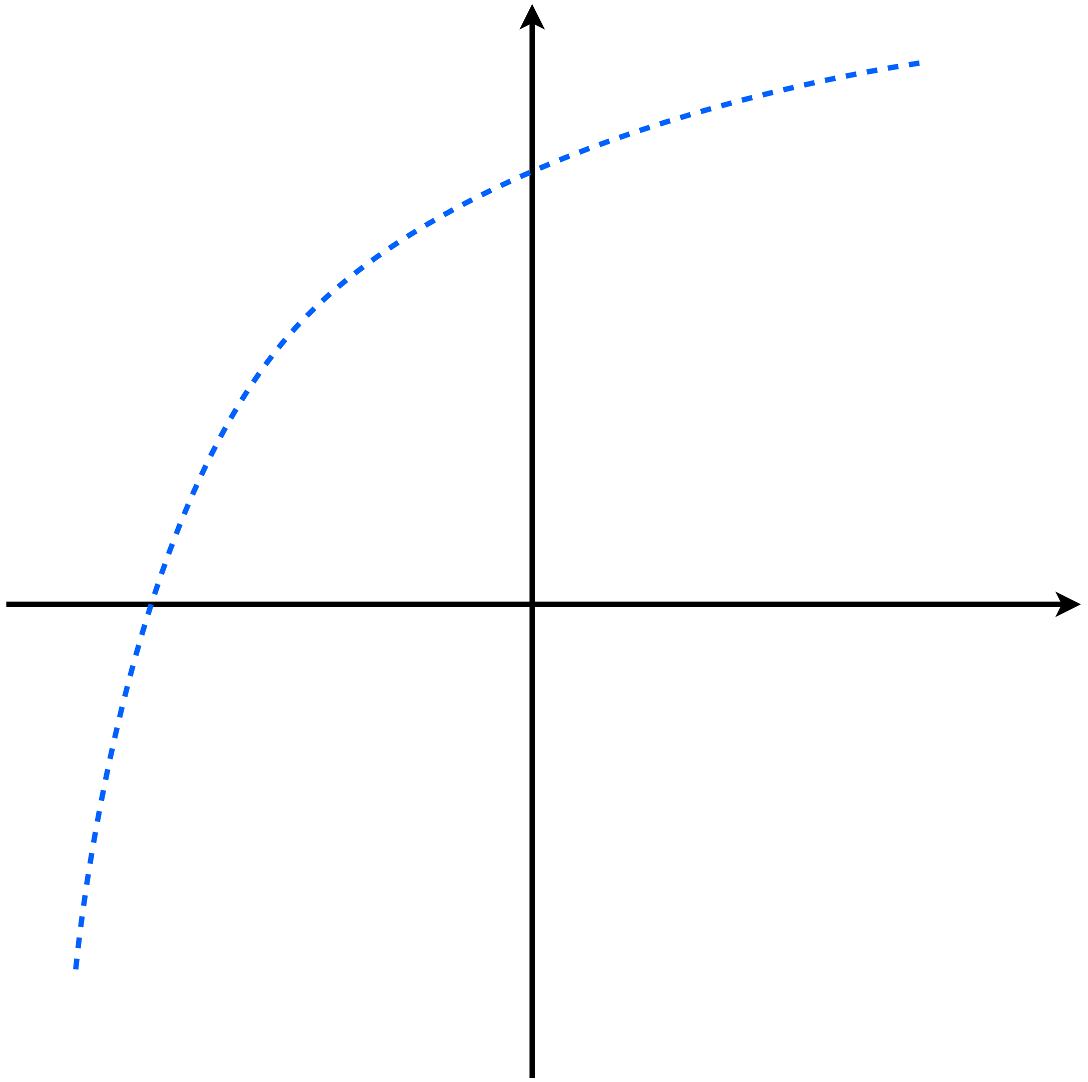


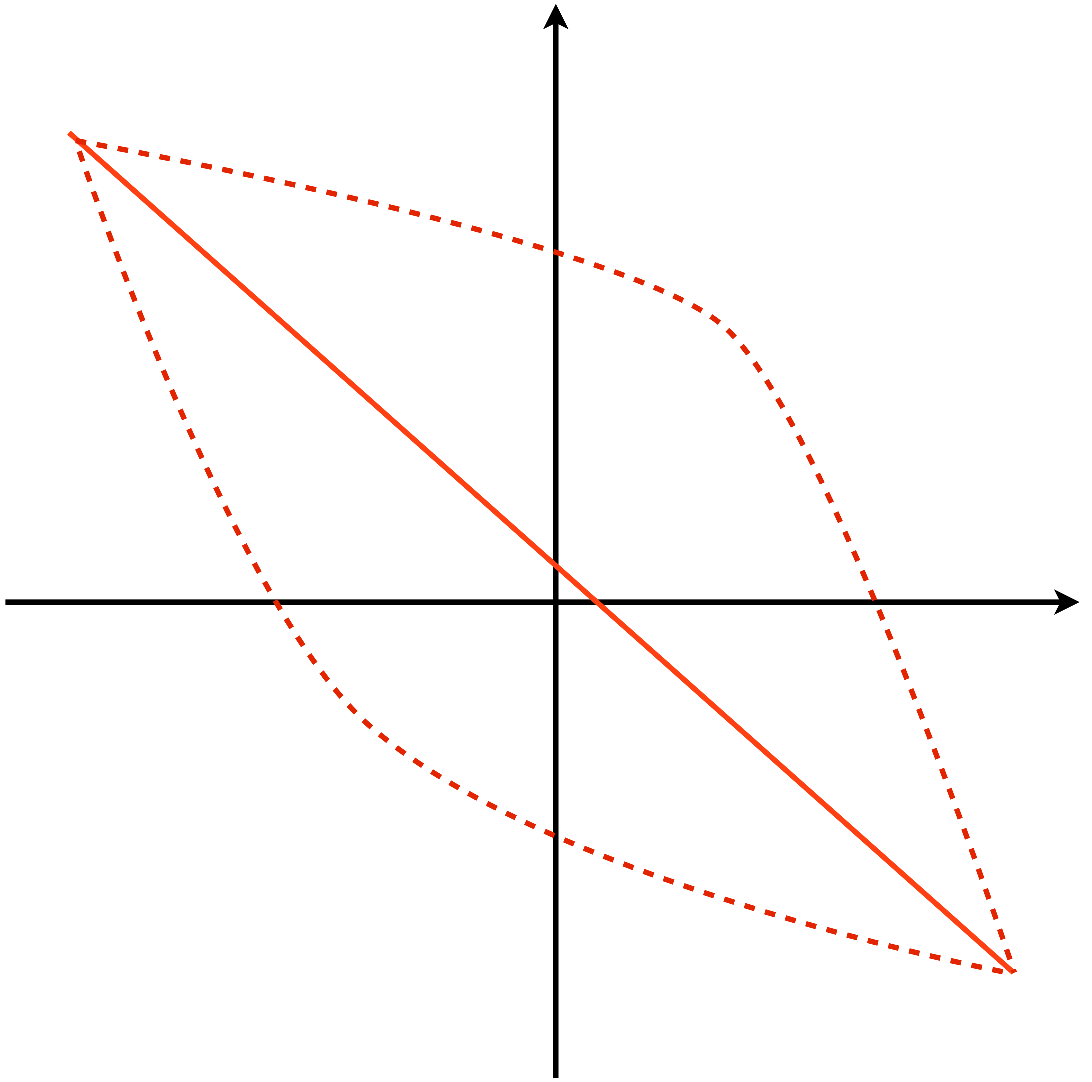


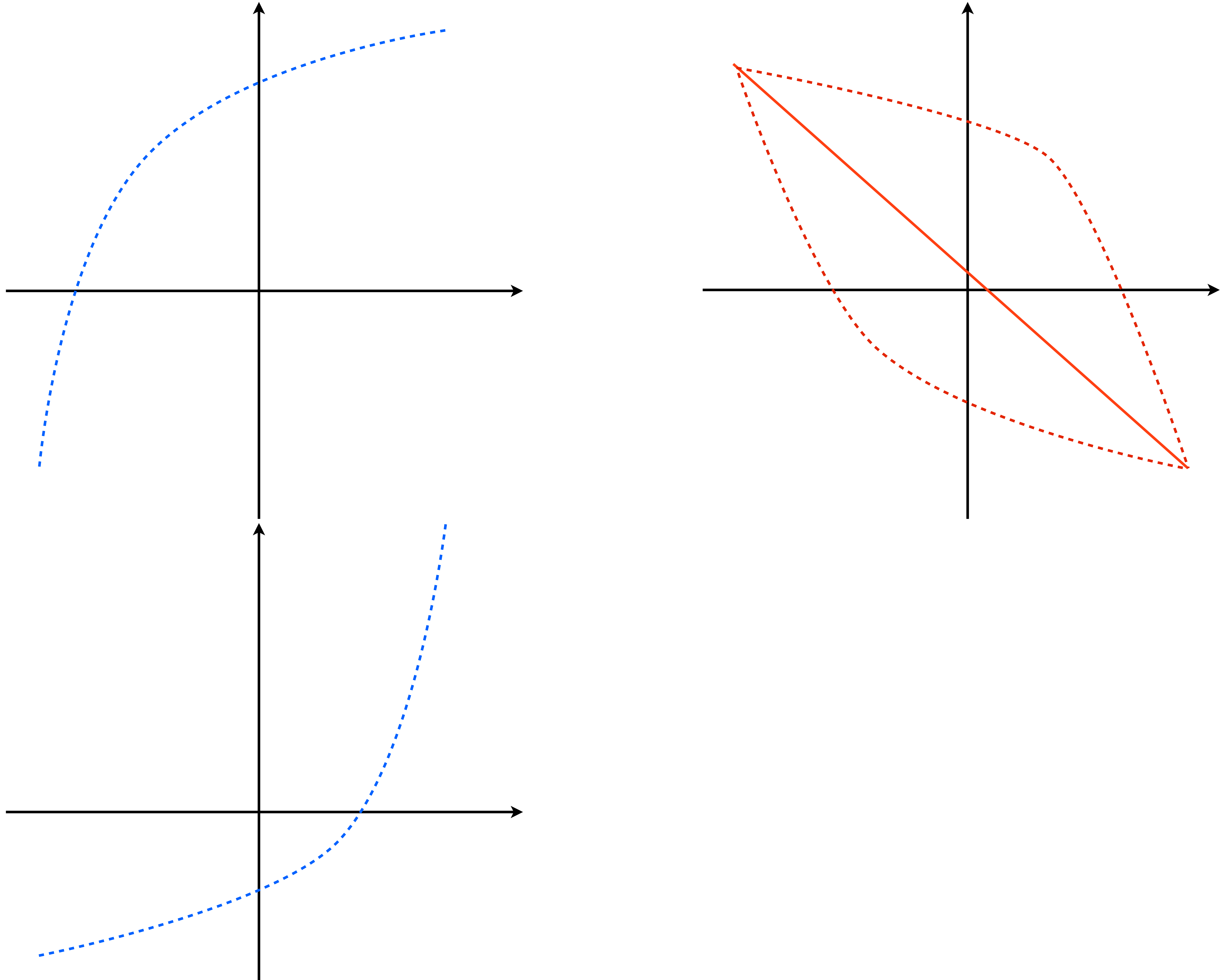
Est-il possible d'être plus précis sur l'allure de la fonction ?

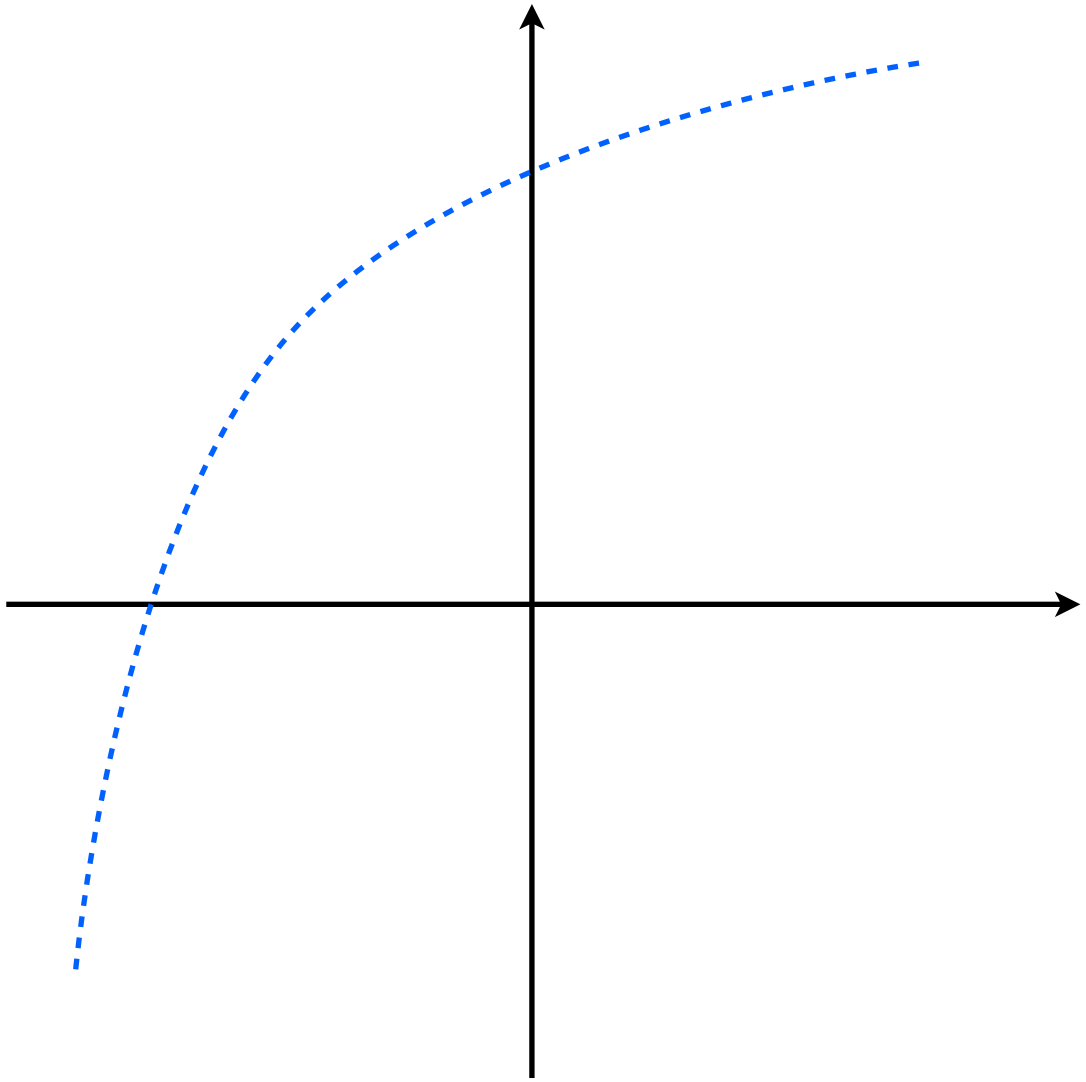


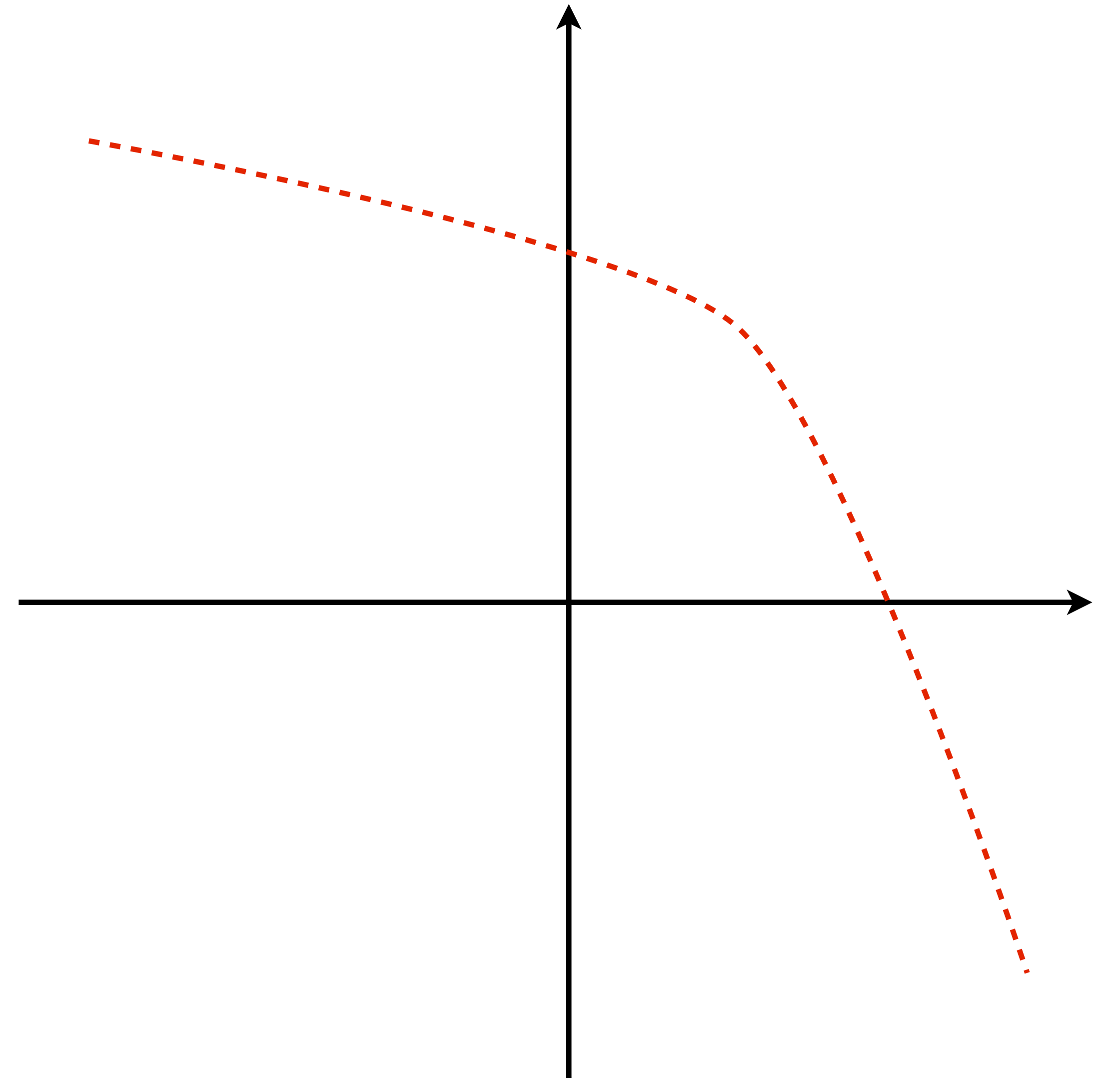


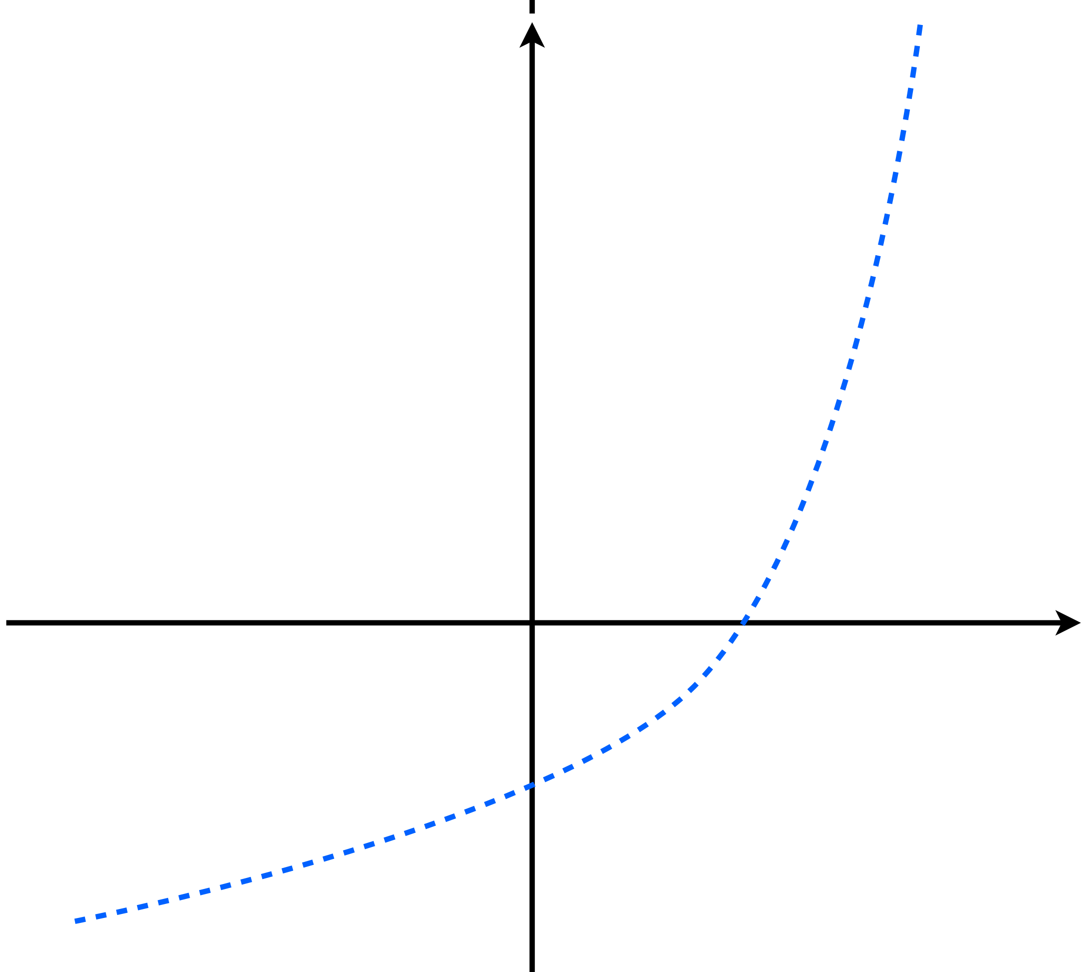


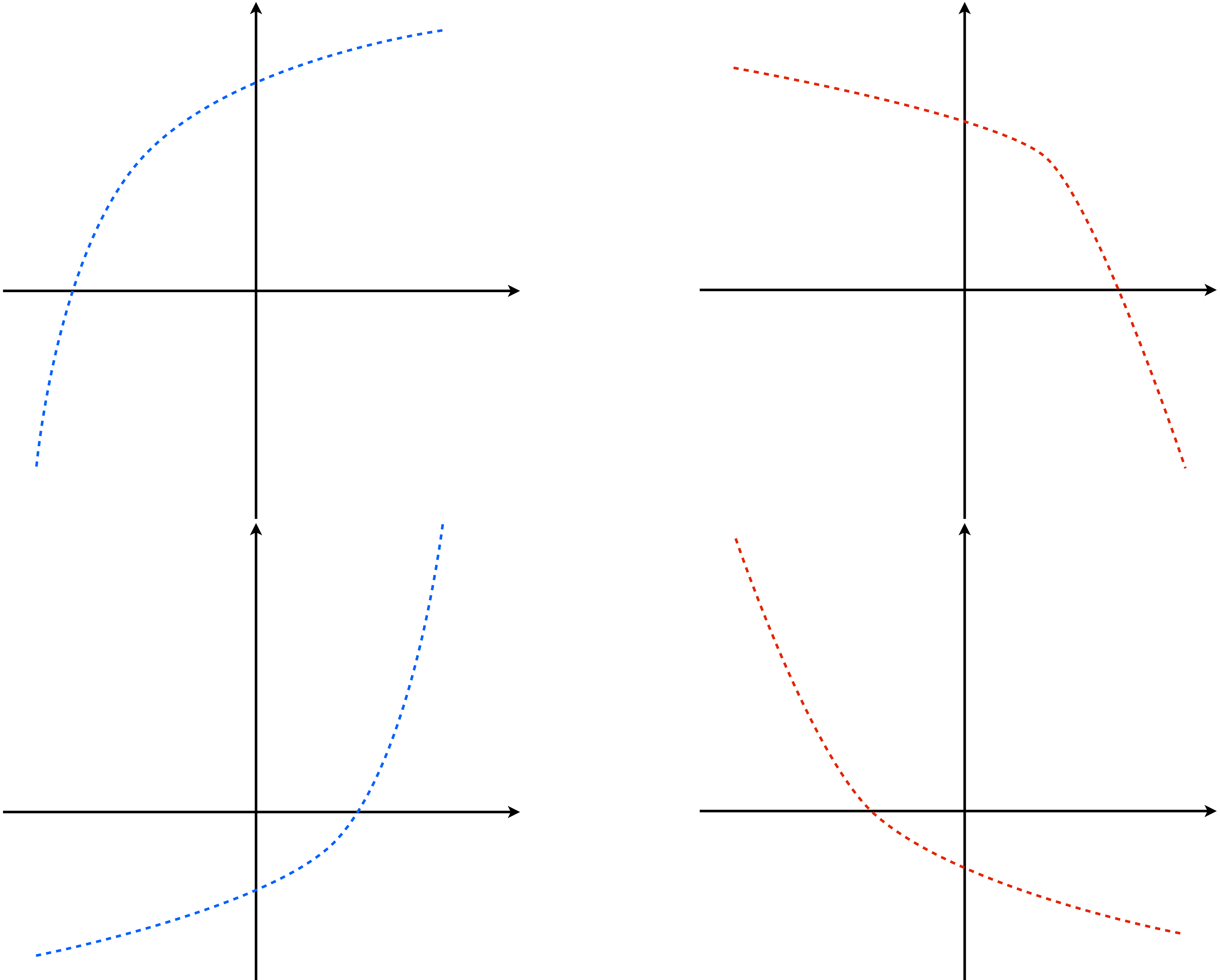




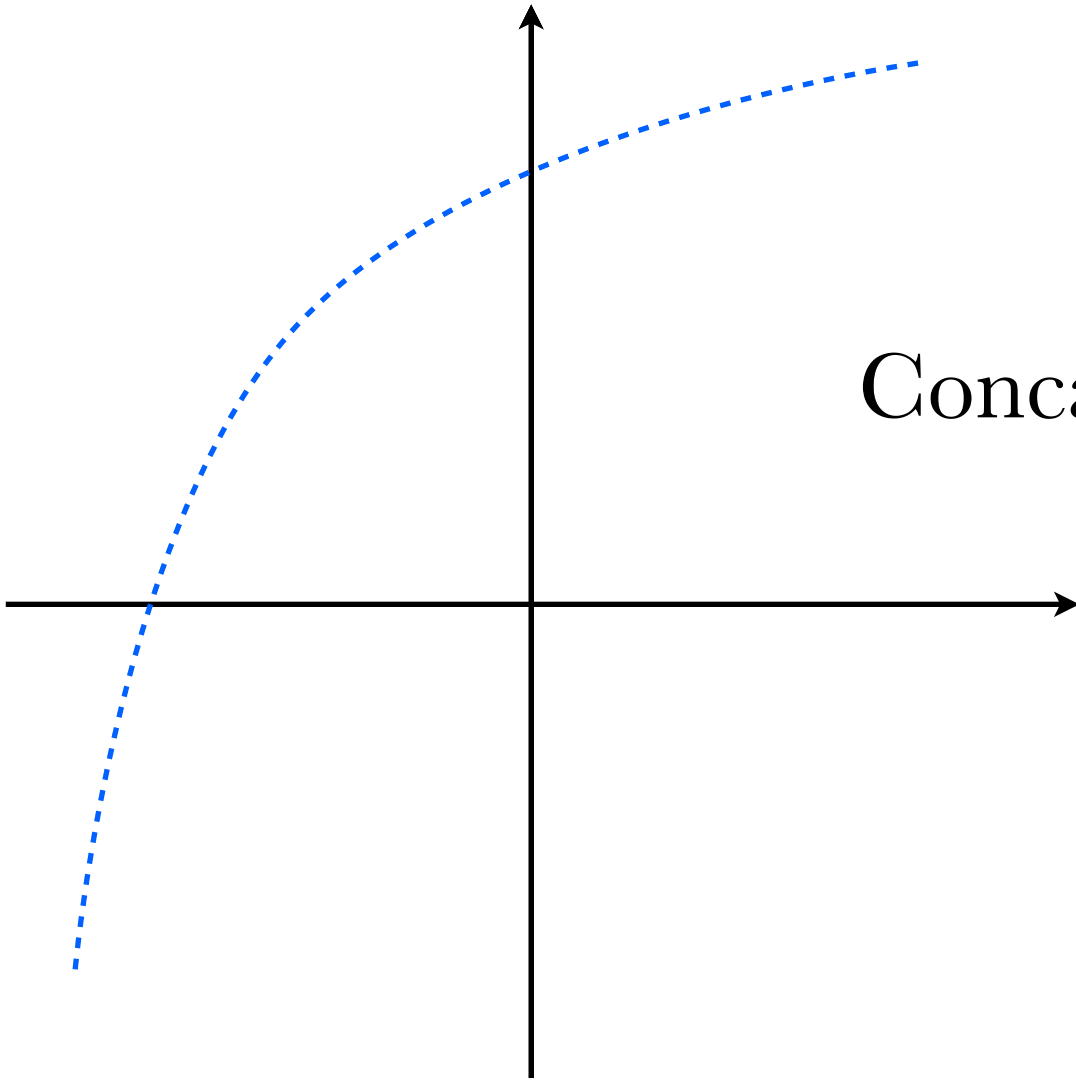


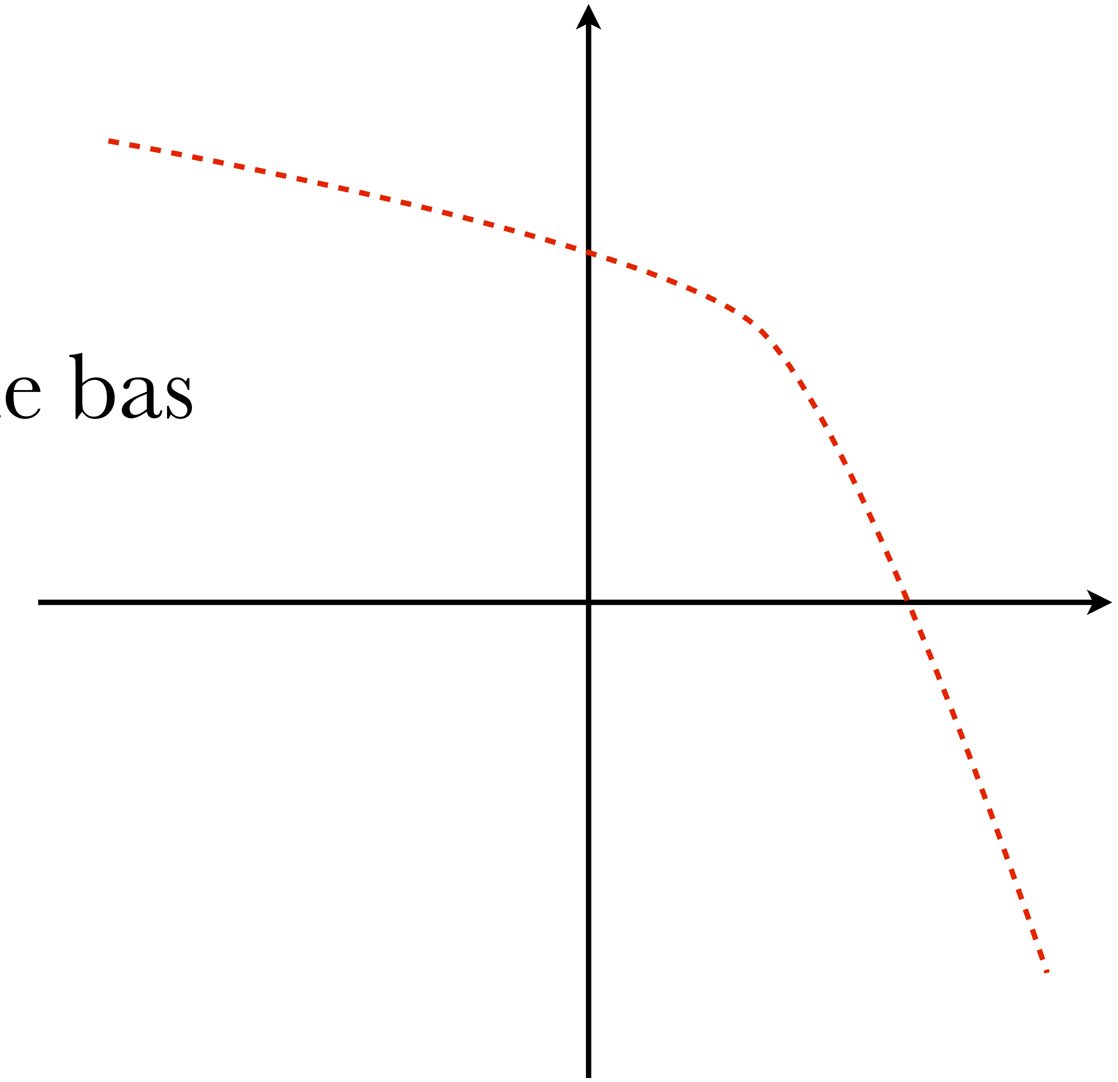


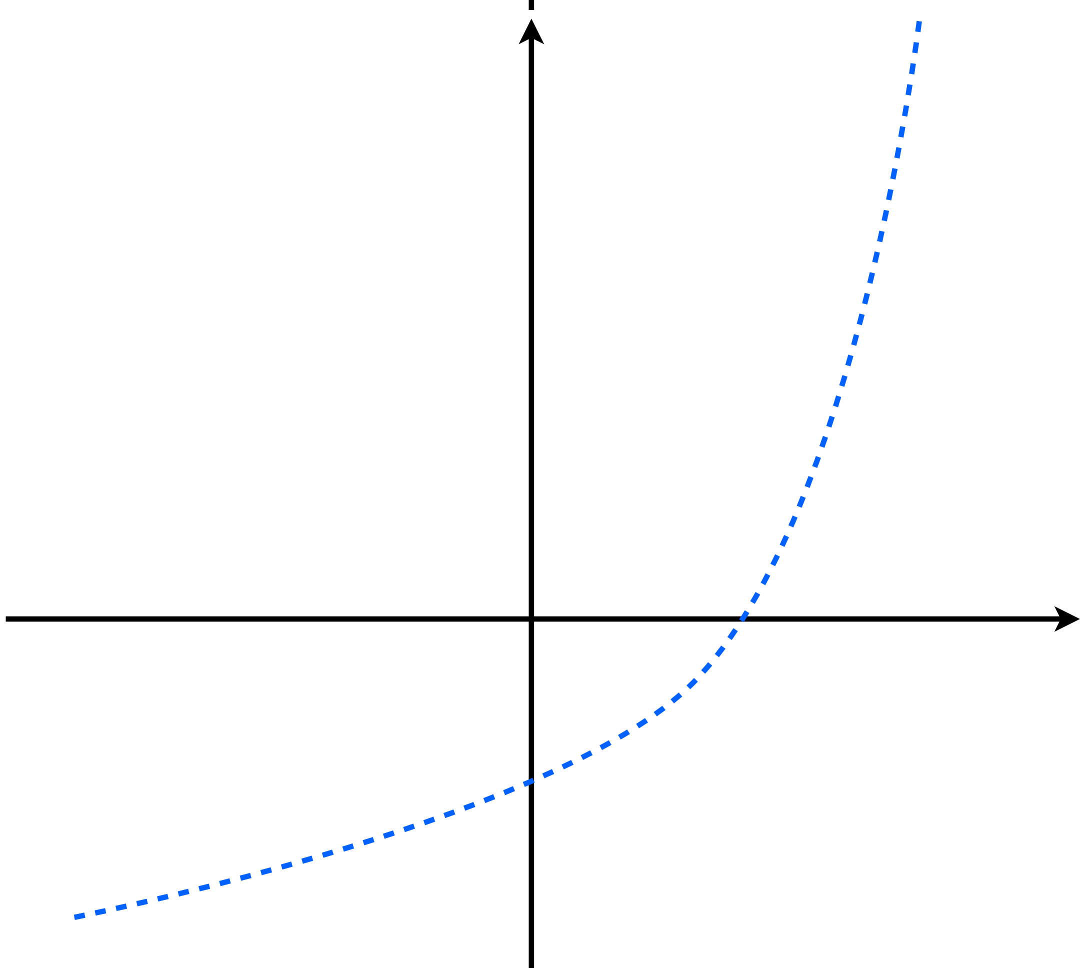


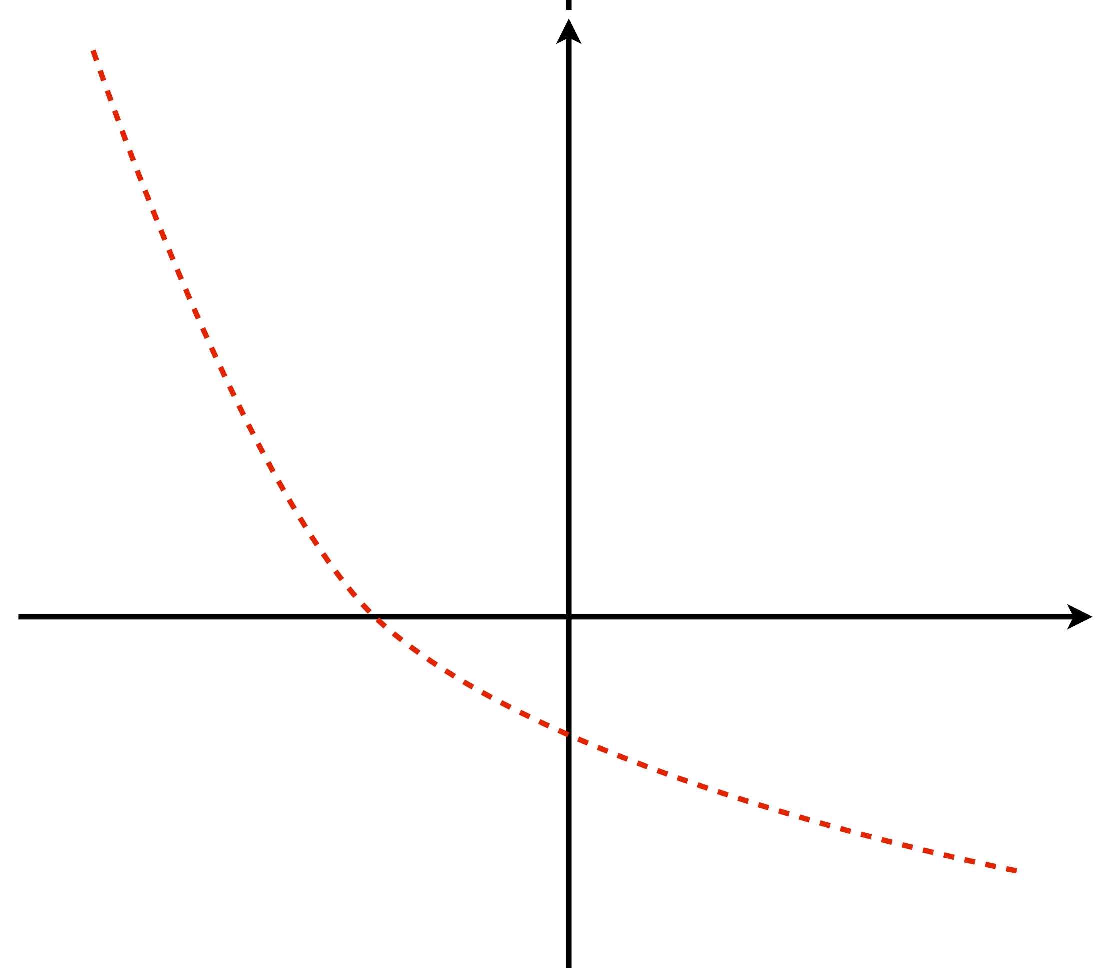


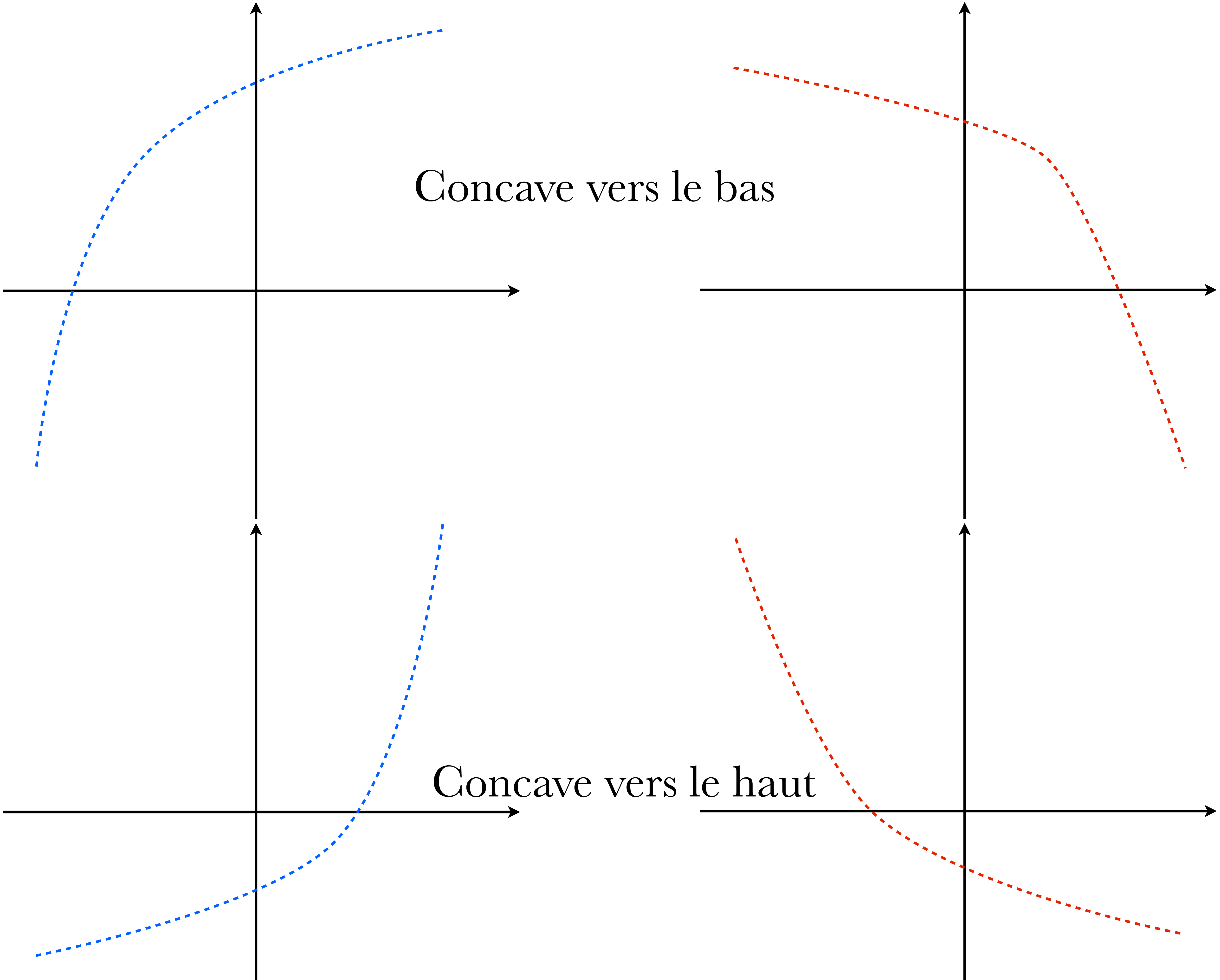
Concave vers le bas



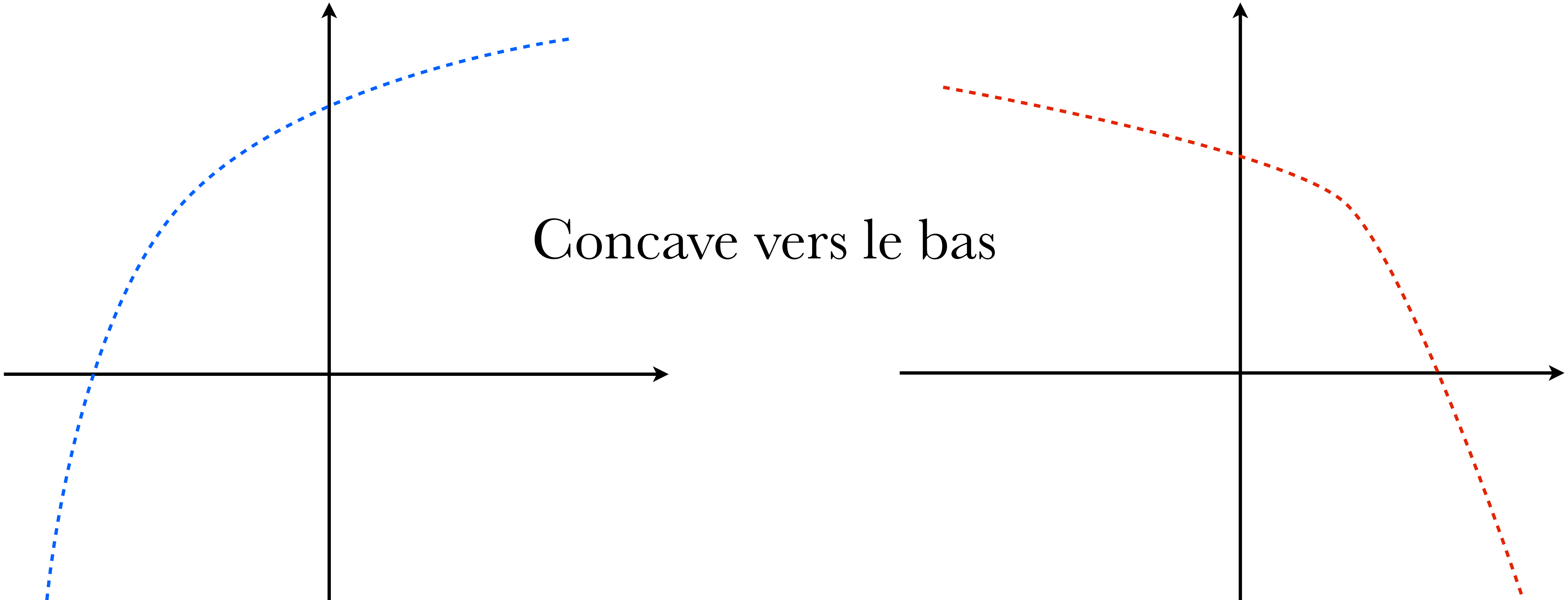




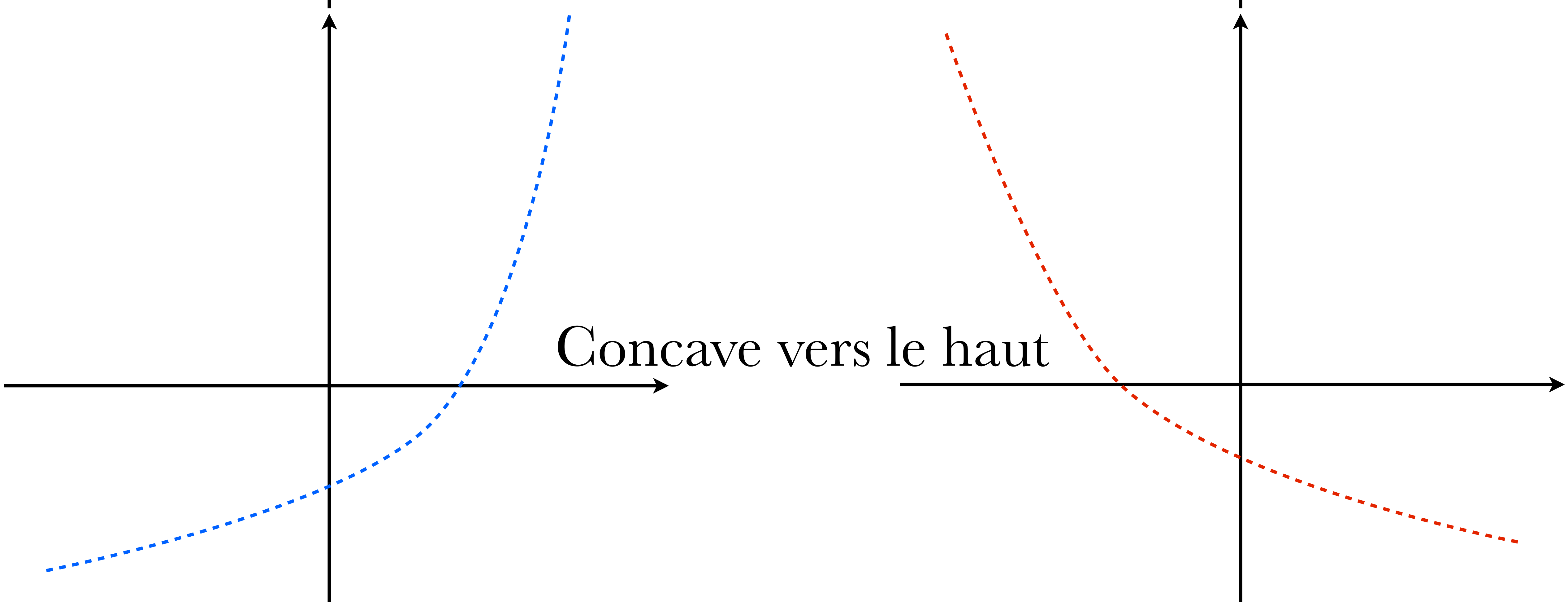



Concave vers le bas
Concave vers le haut

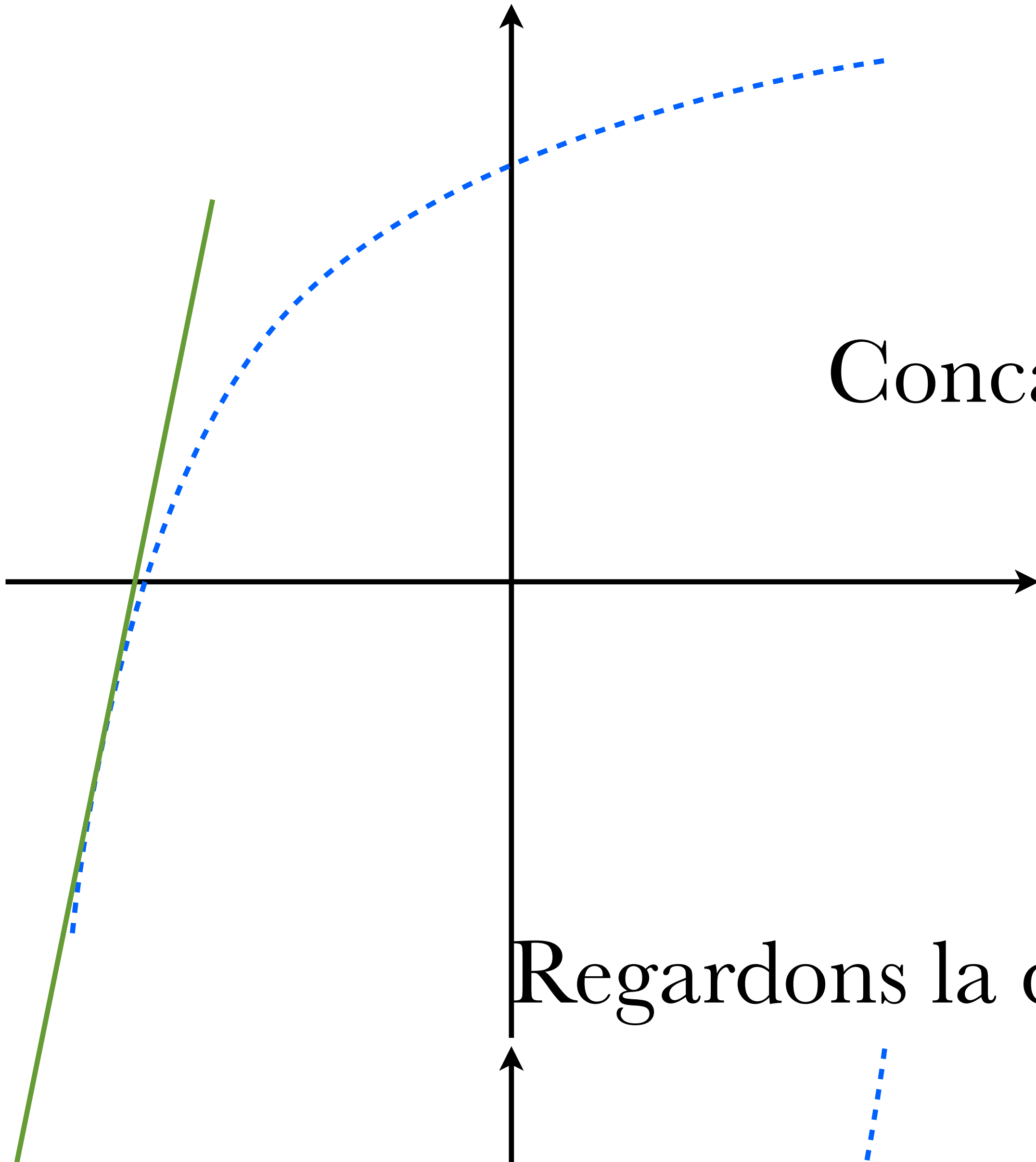
Concave vers le bas

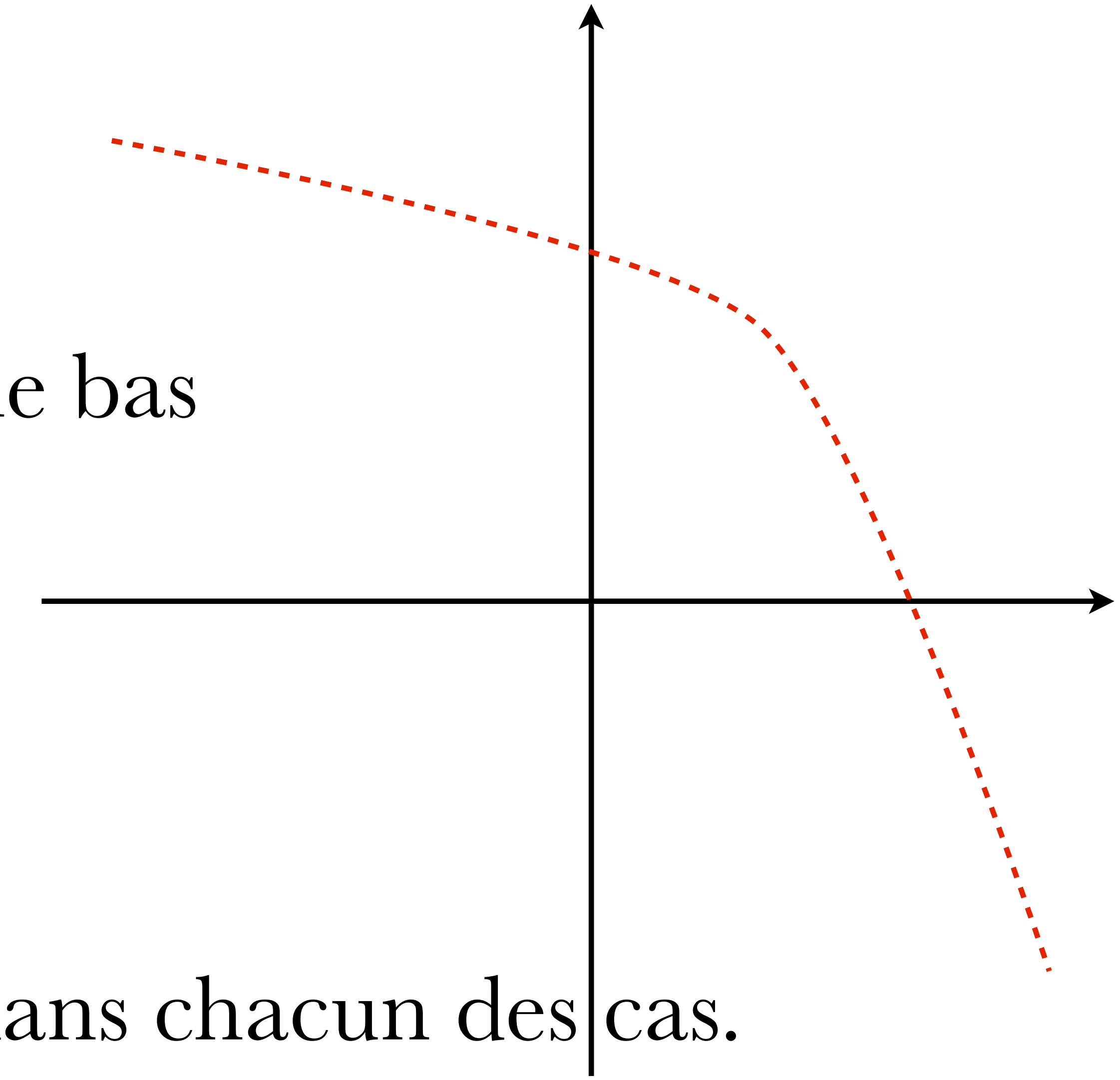


Regardons la dérivée dans chacun des cas.



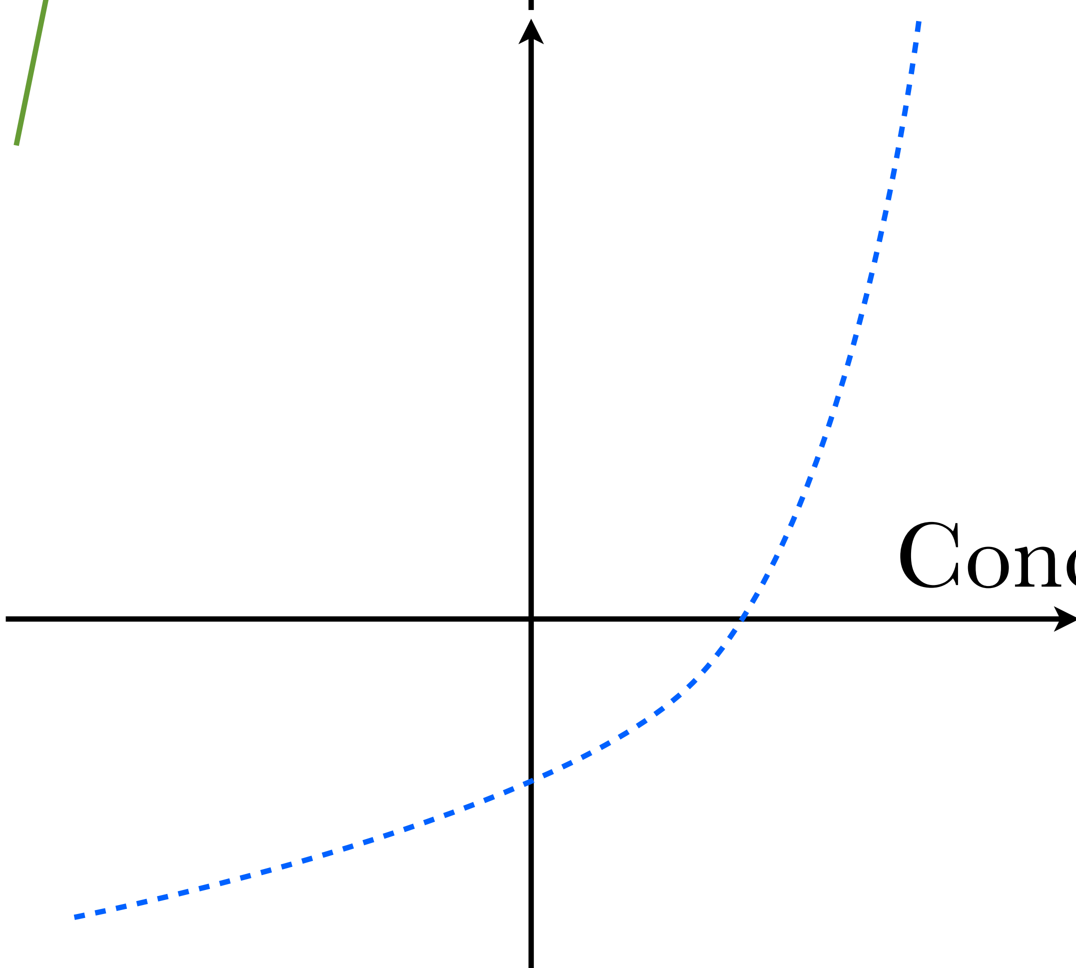
Concave vers le haut

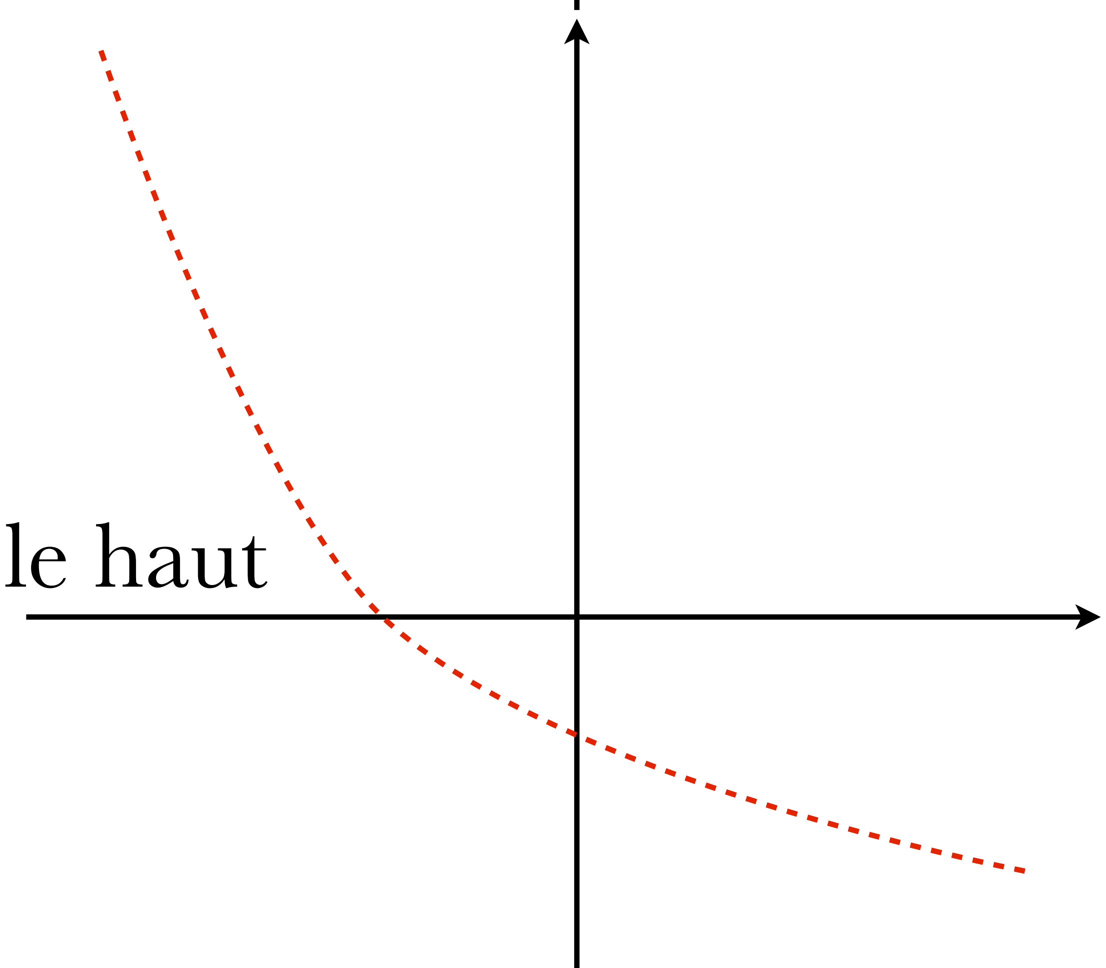




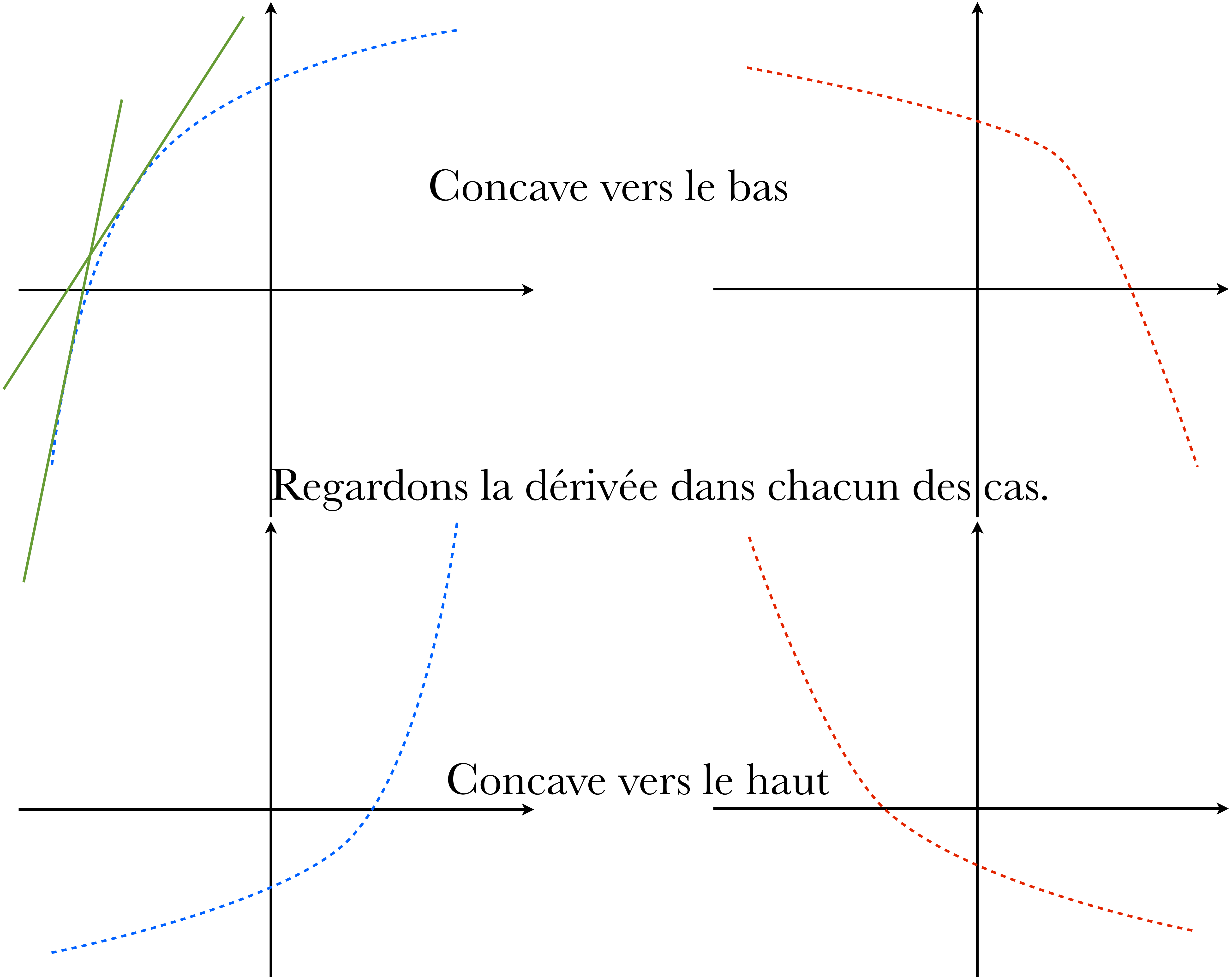
Concave vers le bas

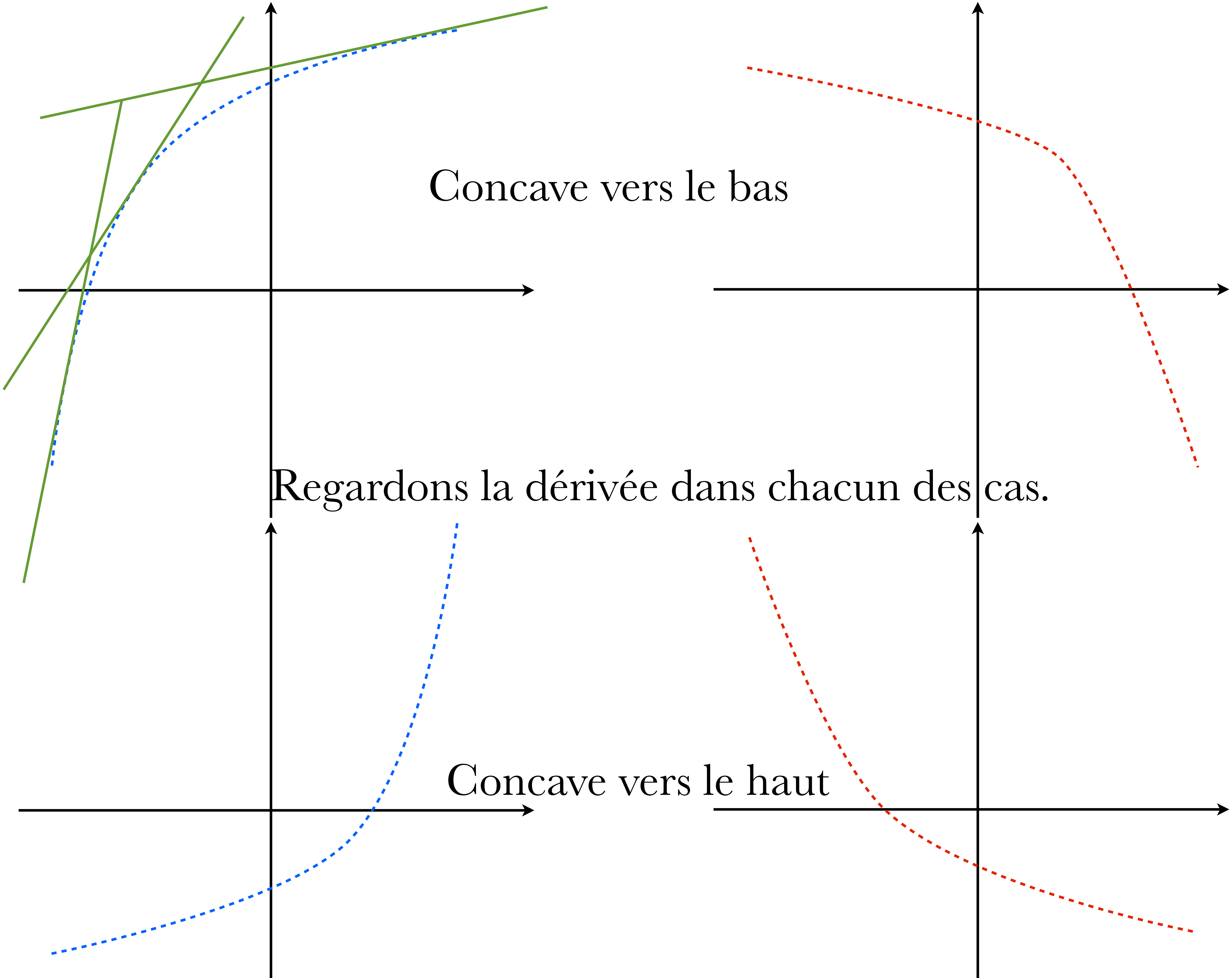
Regardons la dérivée dans chacun des cas.





Concave vers le haut

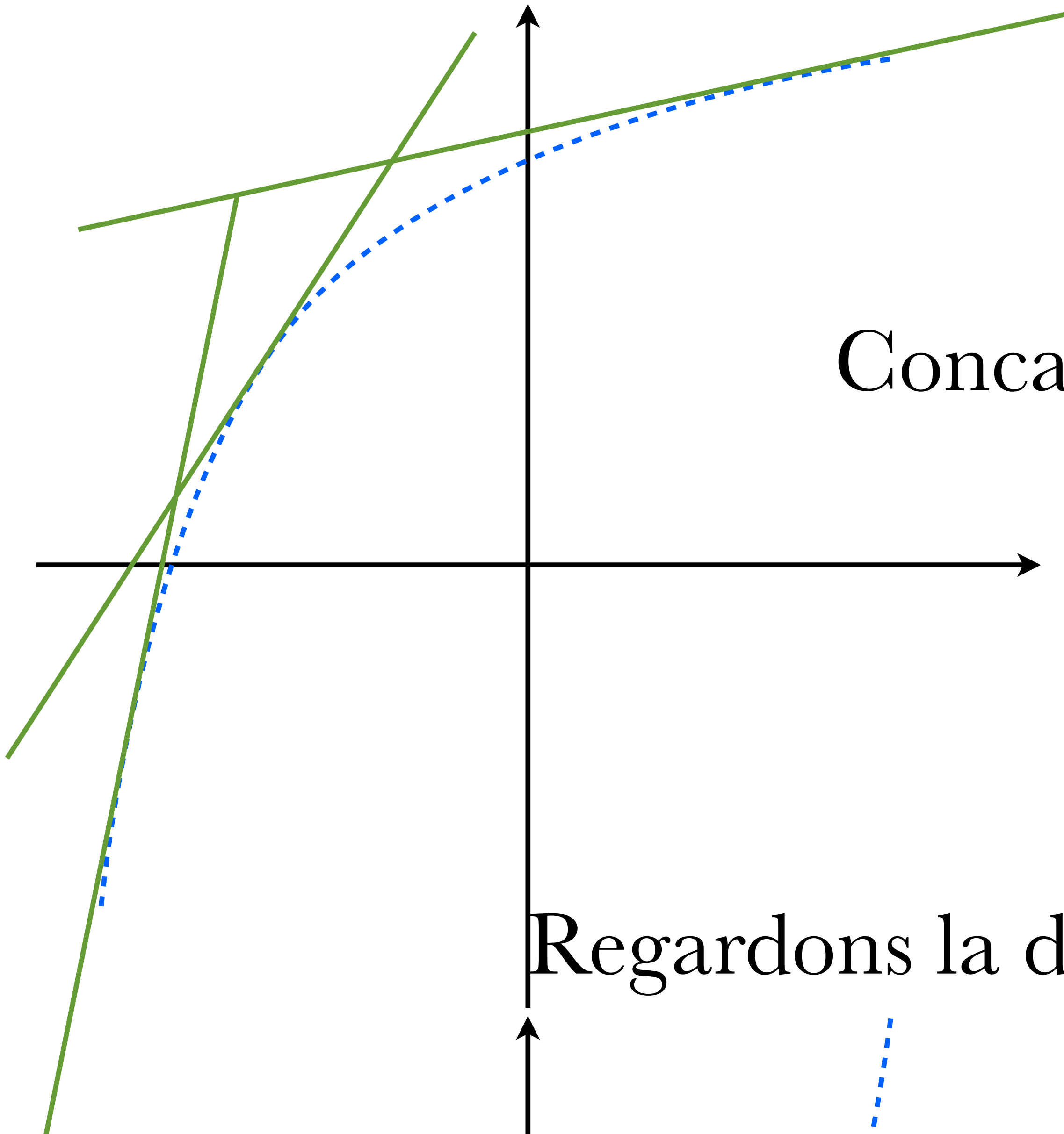

Concave vers le bas
Regardons la dérivée dans chacun des cas.
Concave vers le haut

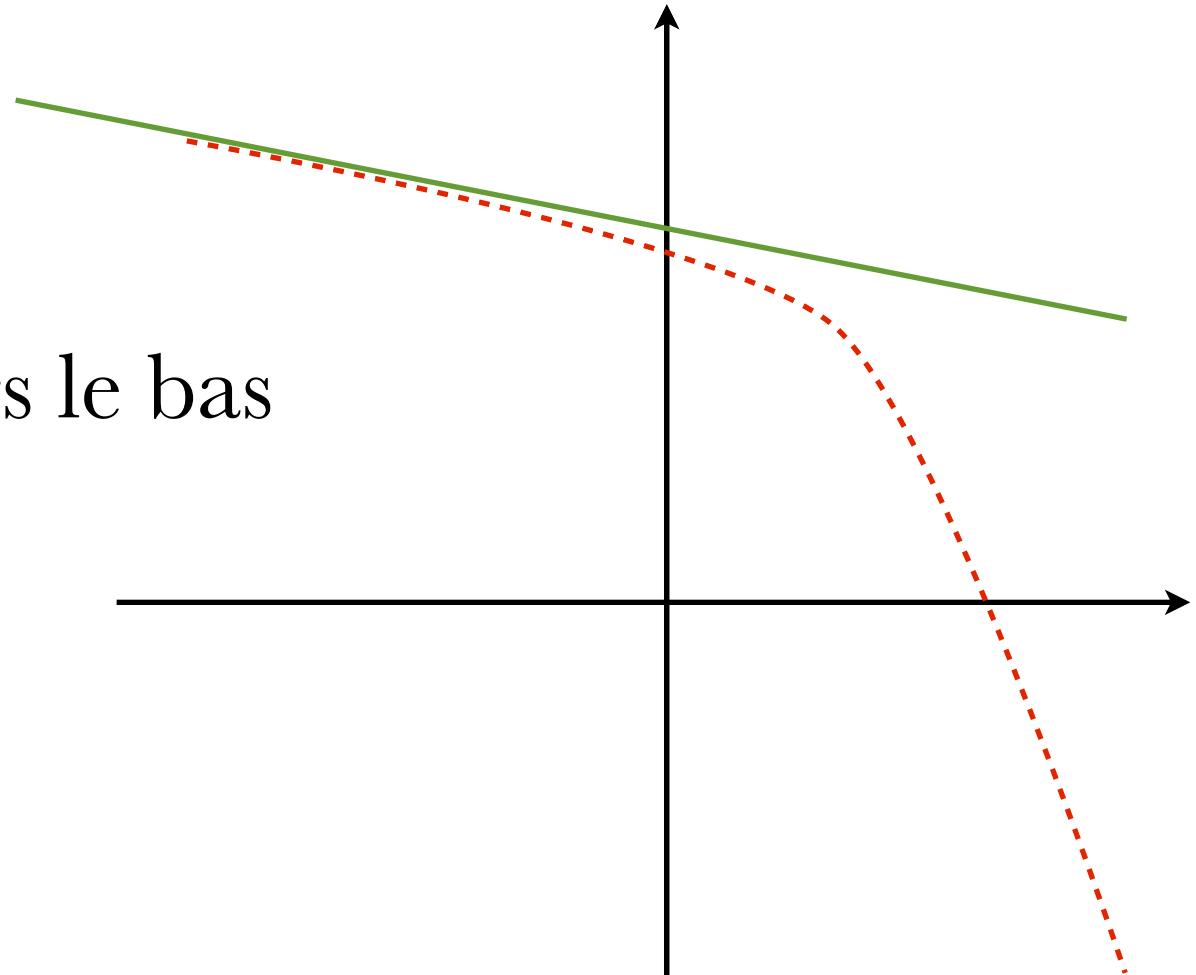


Concave vers le bas

Regardons la dérivée dans chacun des cas.

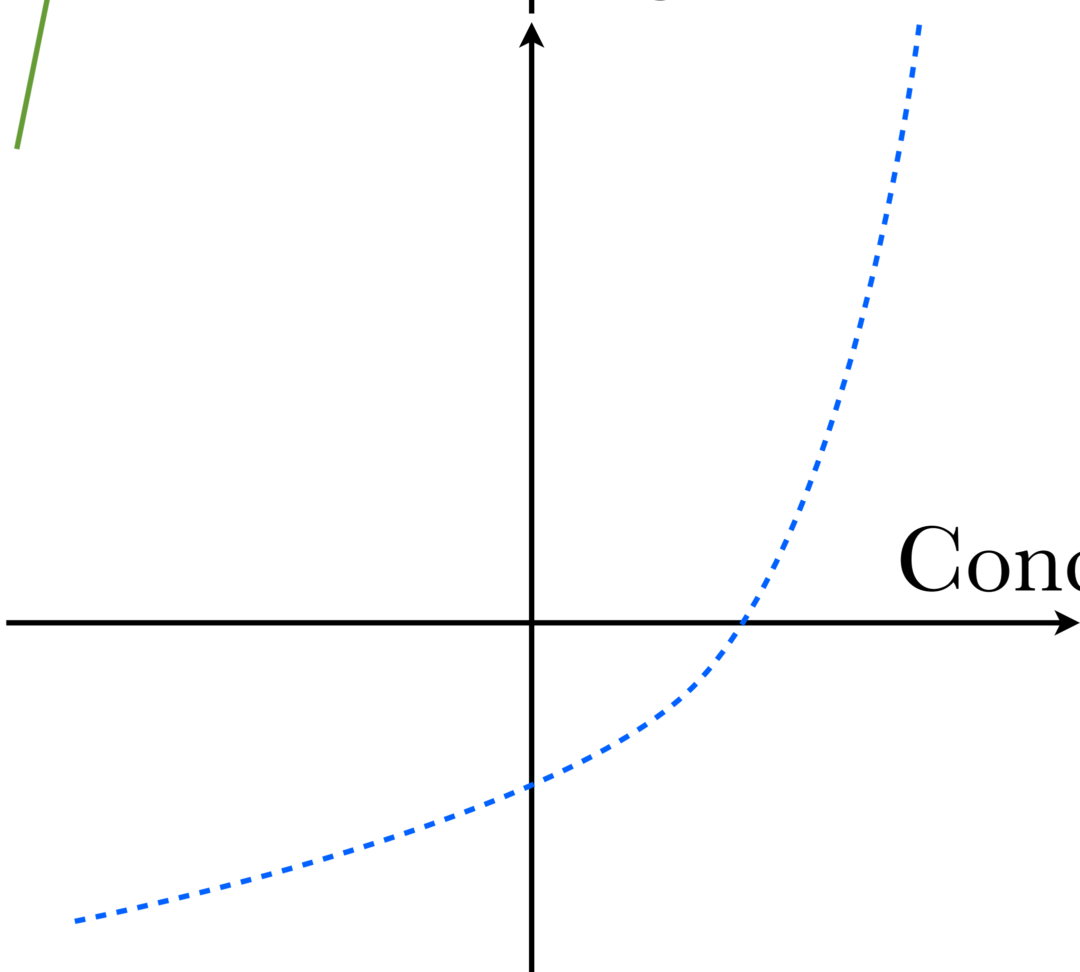
Concave vers le haut

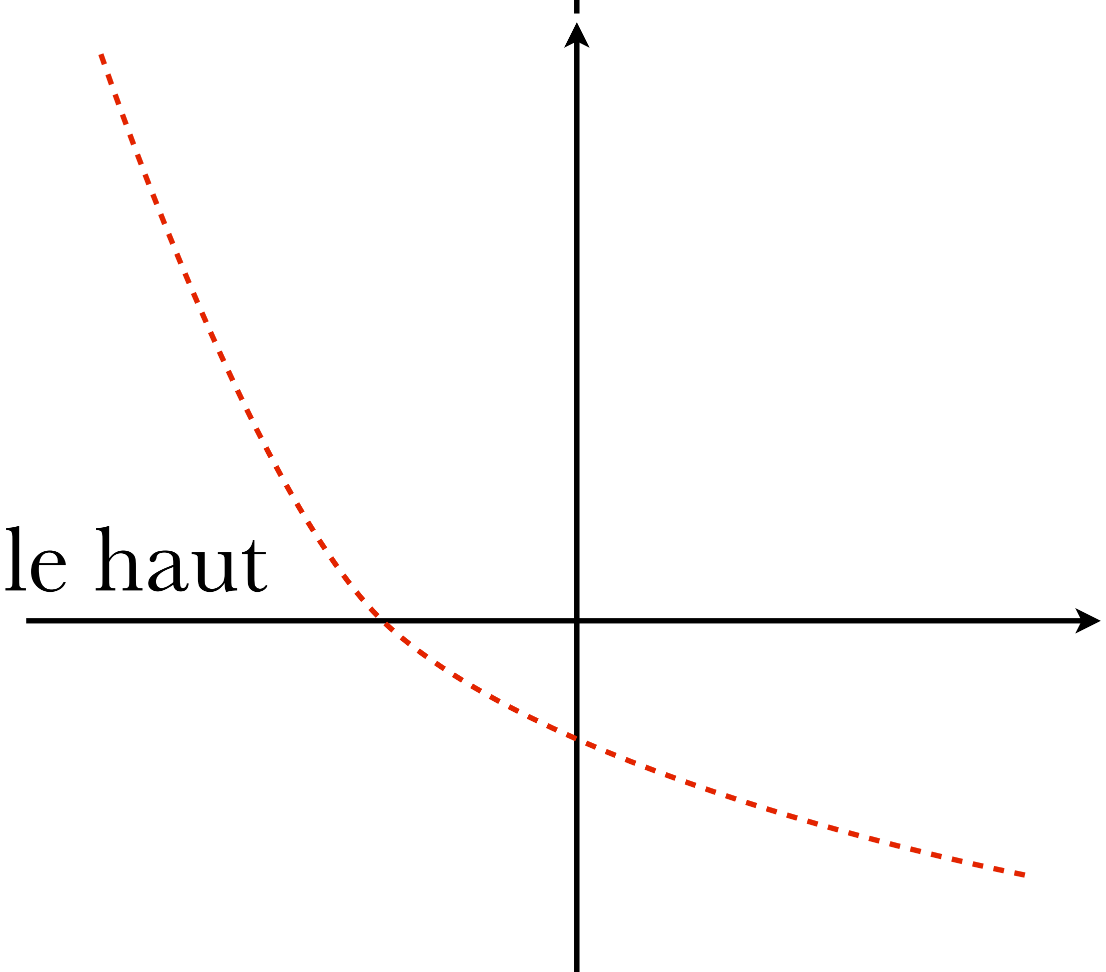




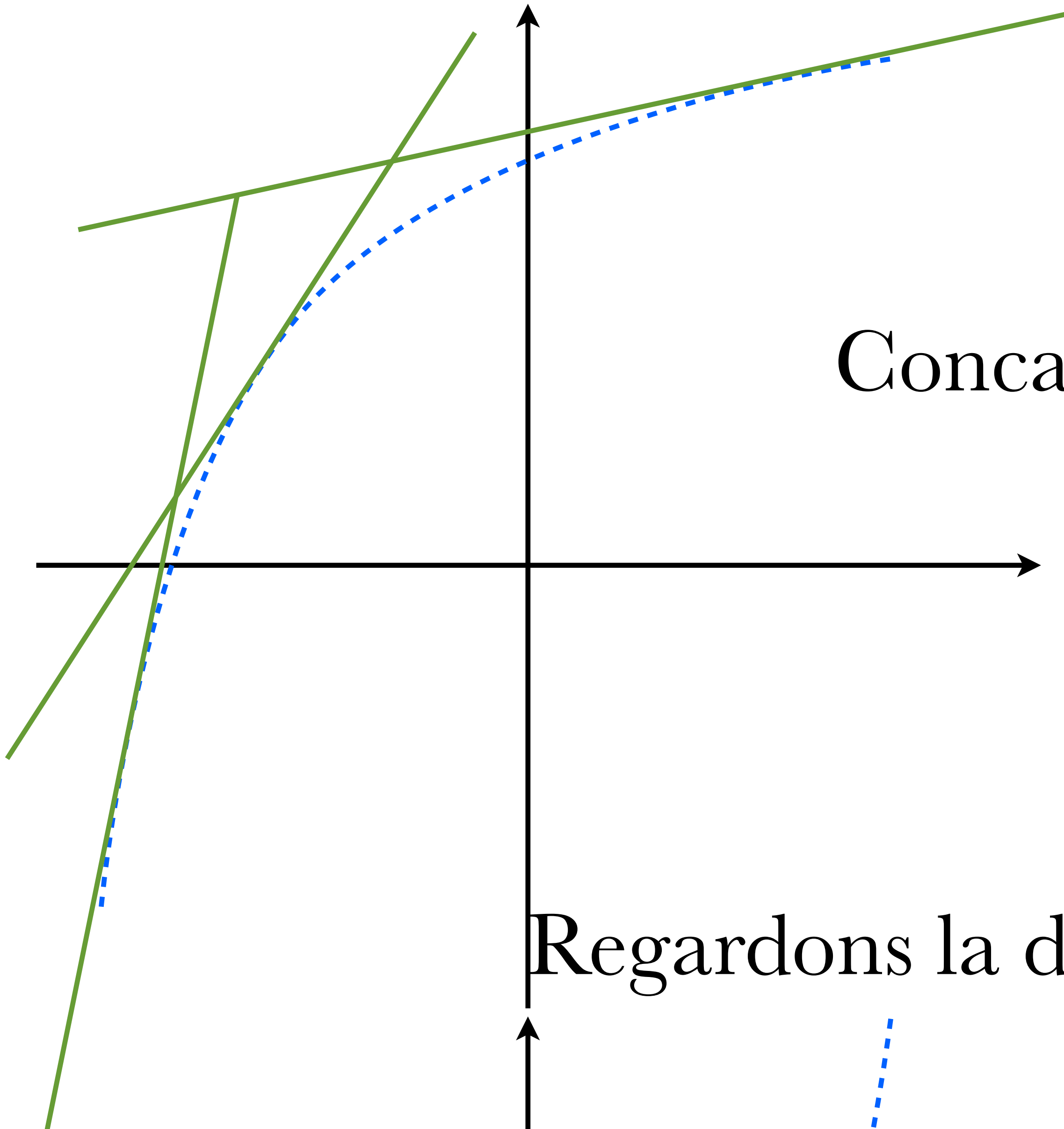
Concave vers le bas

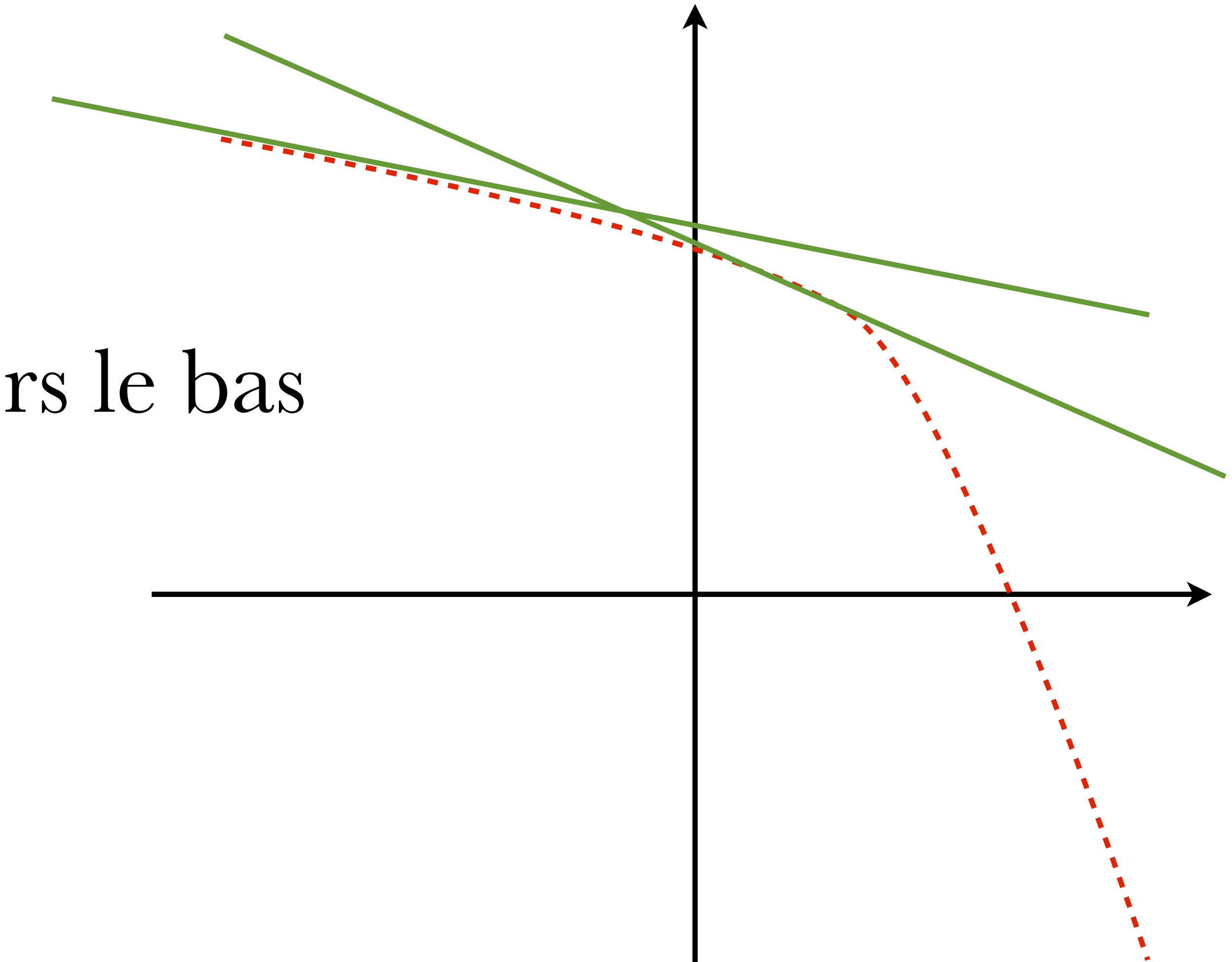
Regardons la dérivée dans chacun des cas.





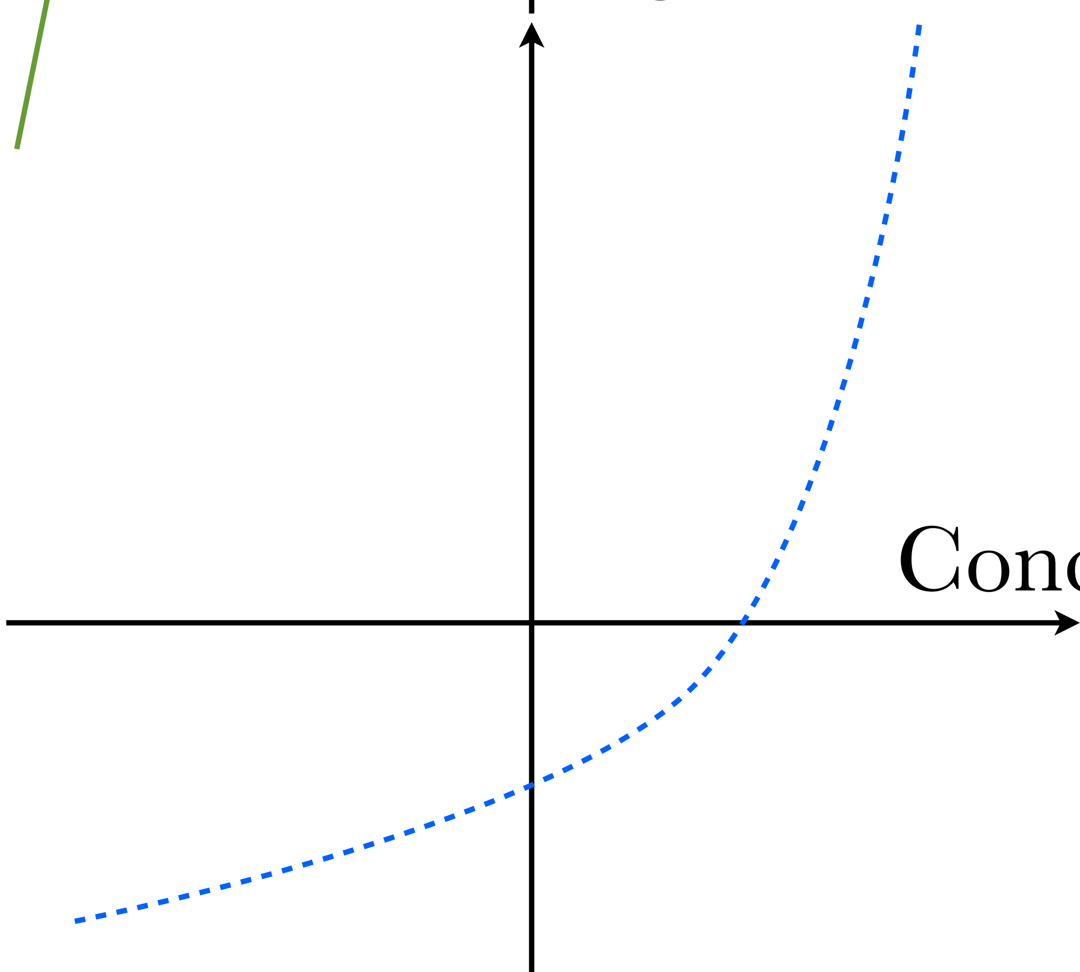
Concave vers le haut

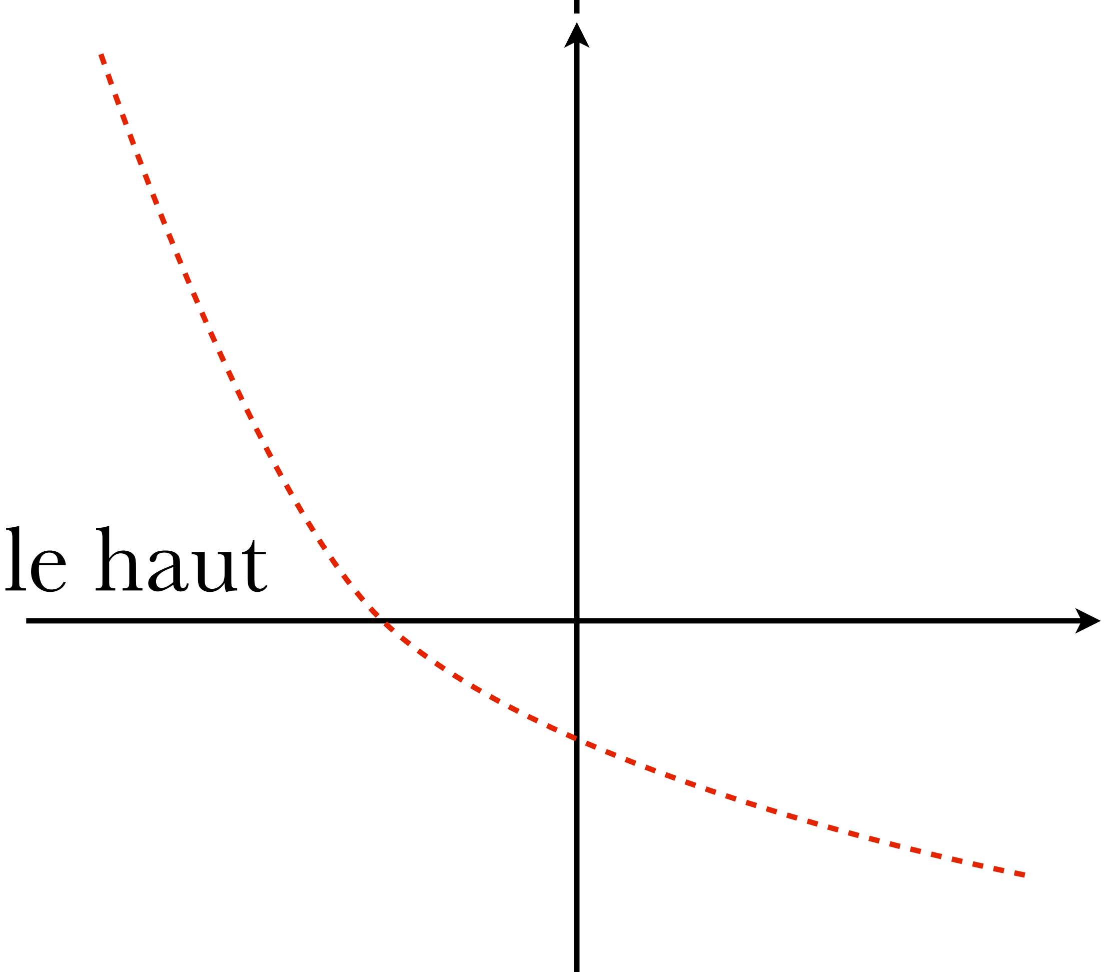




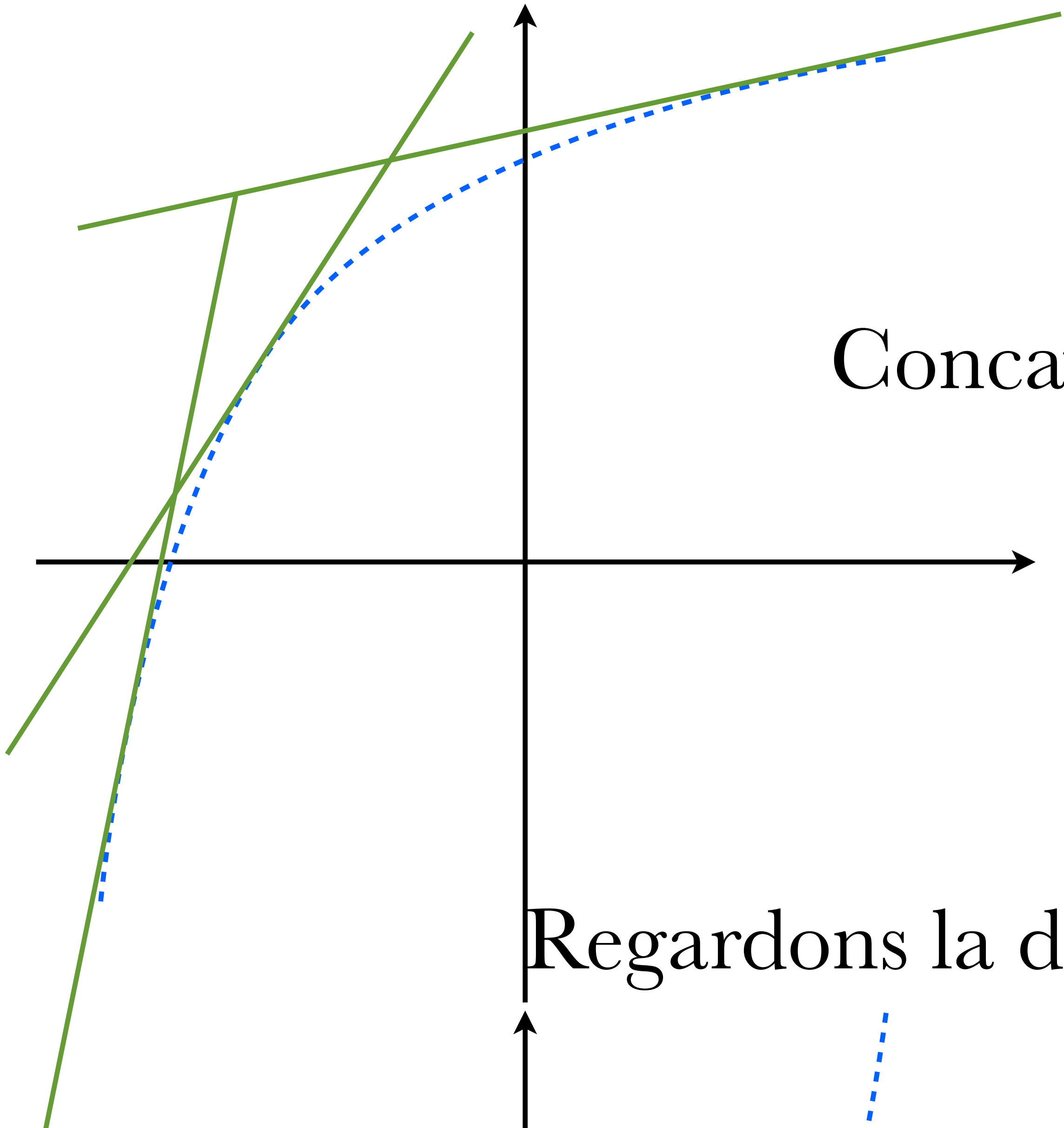
Concave vers le bas

Regardons la dérivée dans chacun des cas.

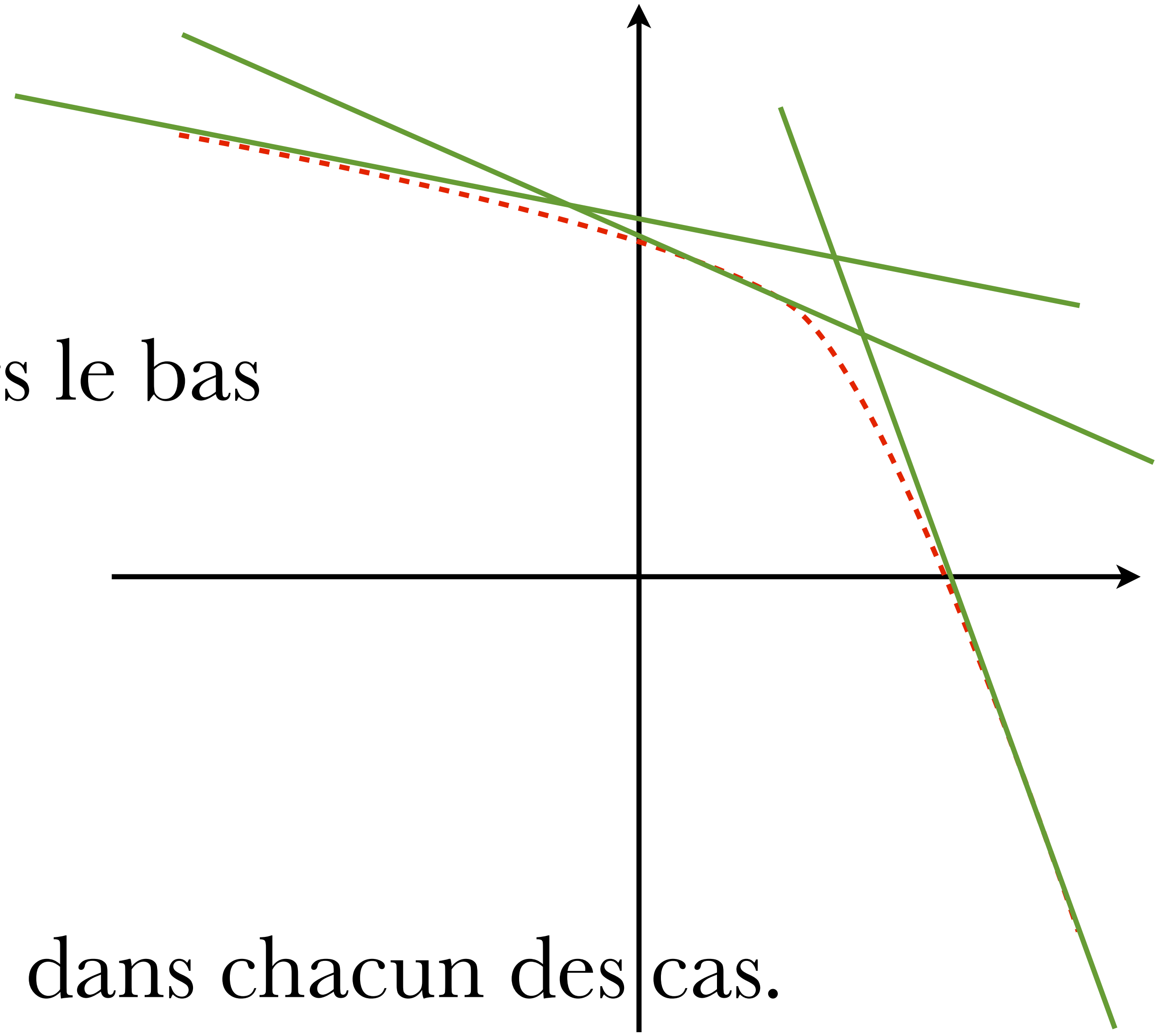




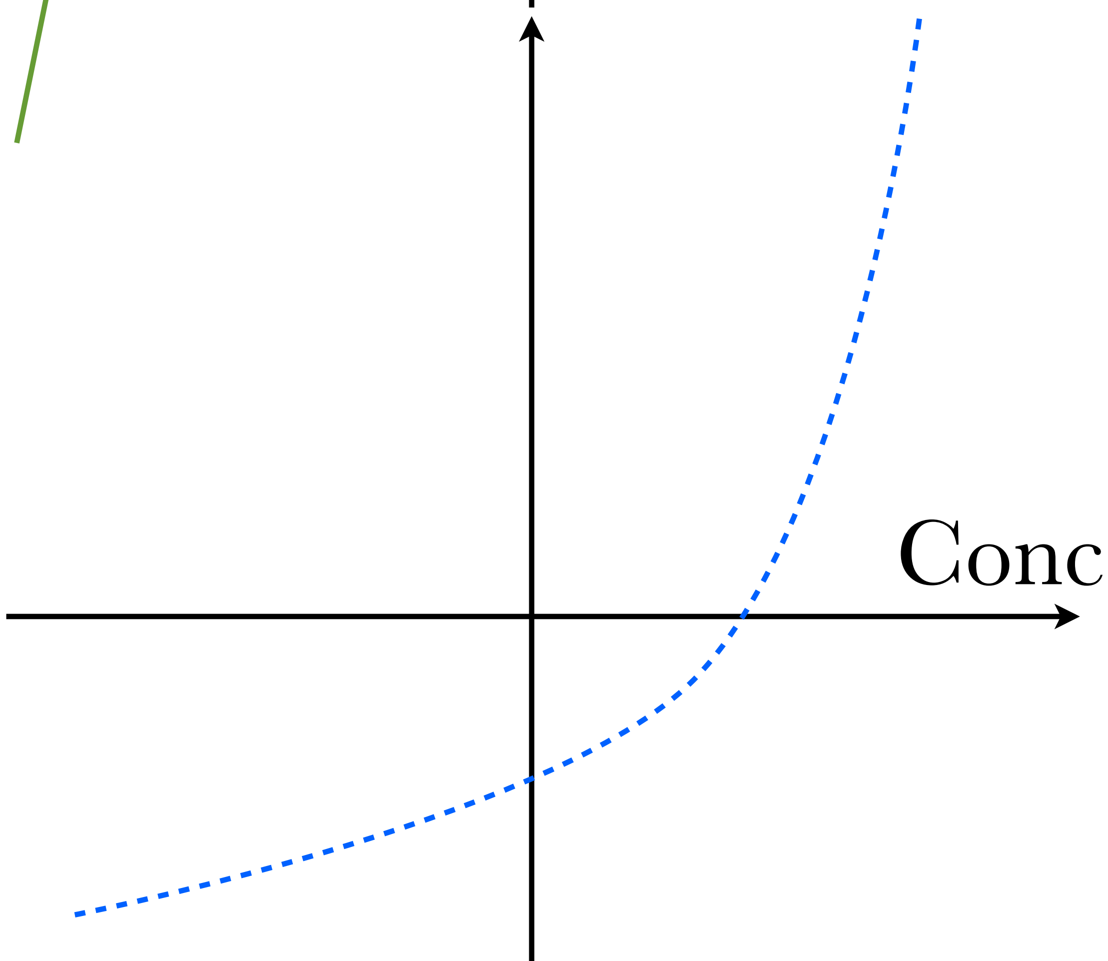
Concave vers le haut



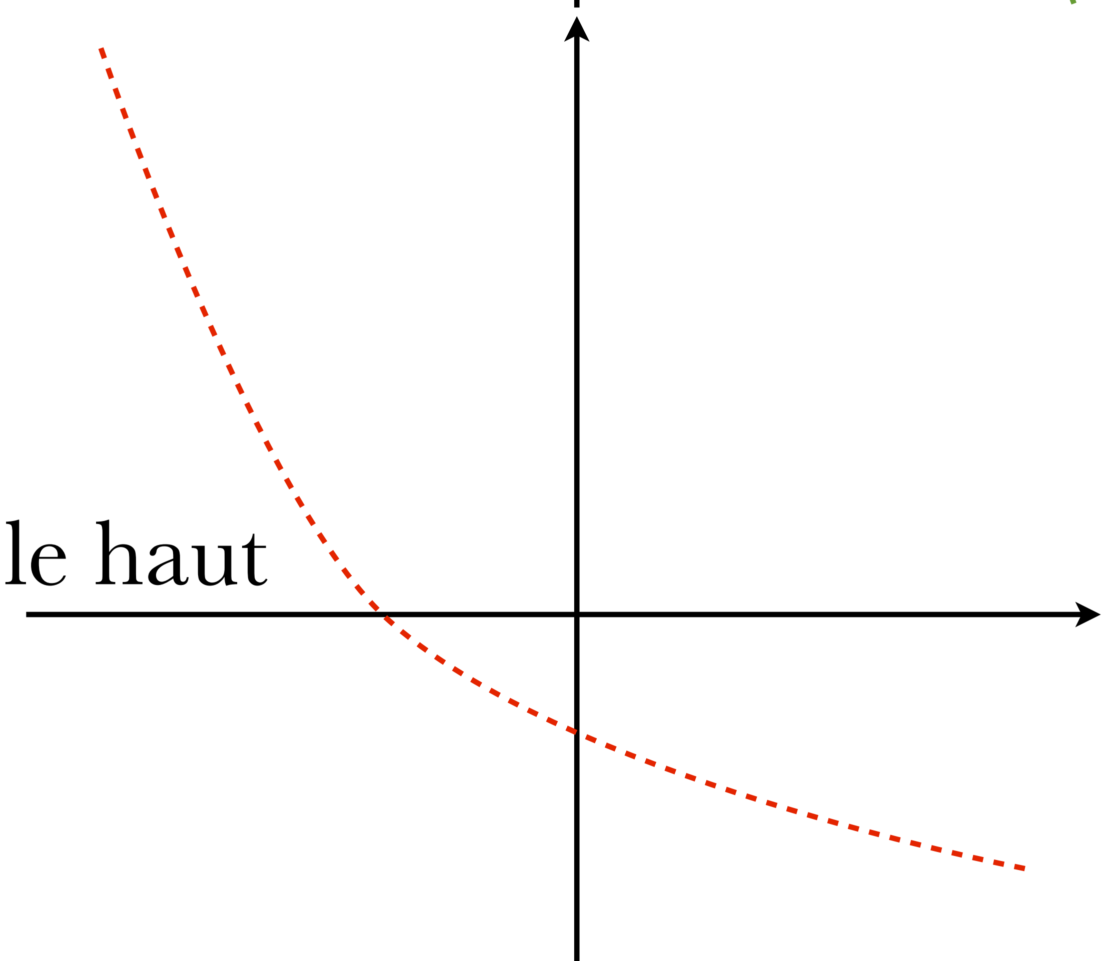
Concave vers le bas

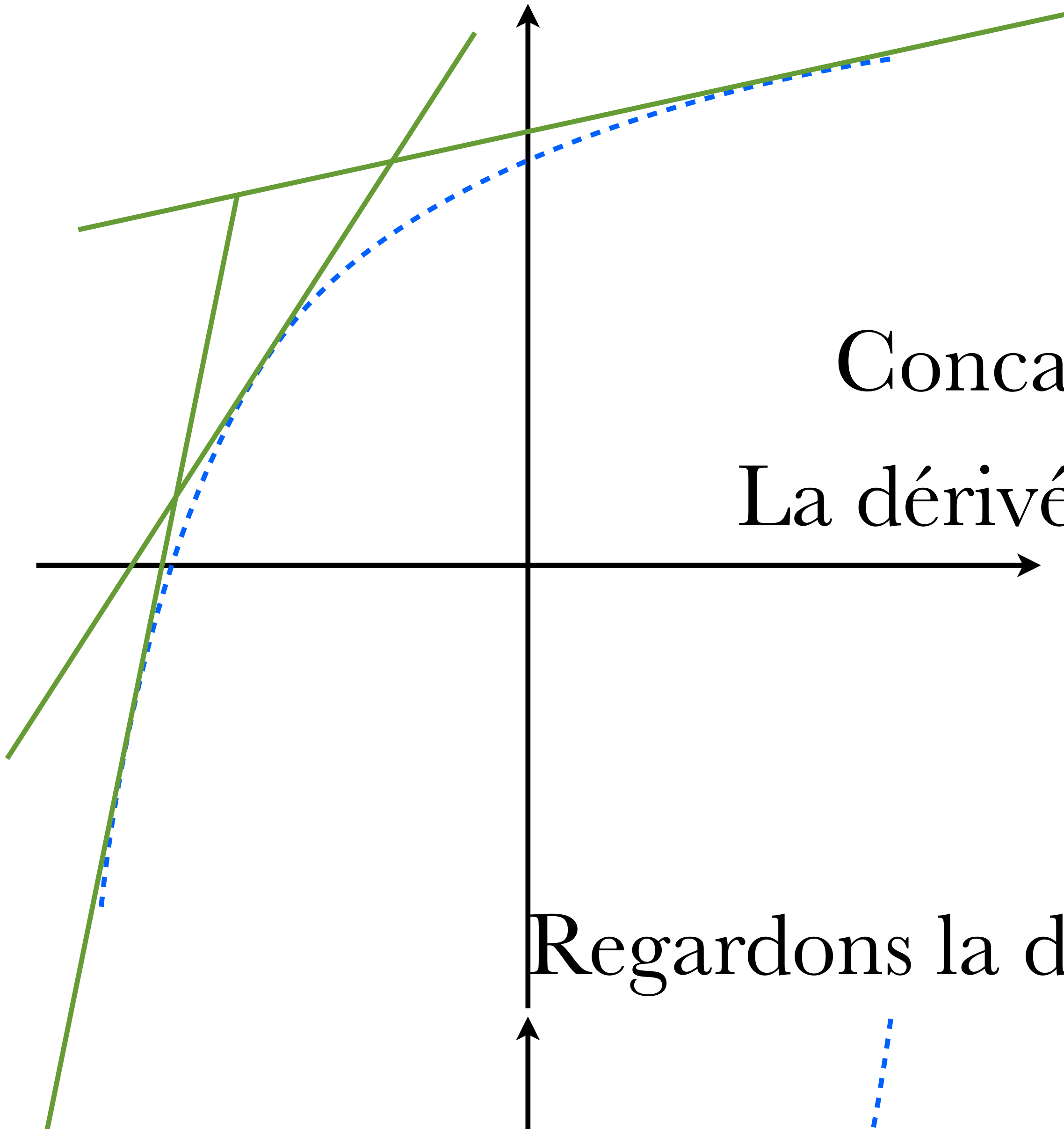


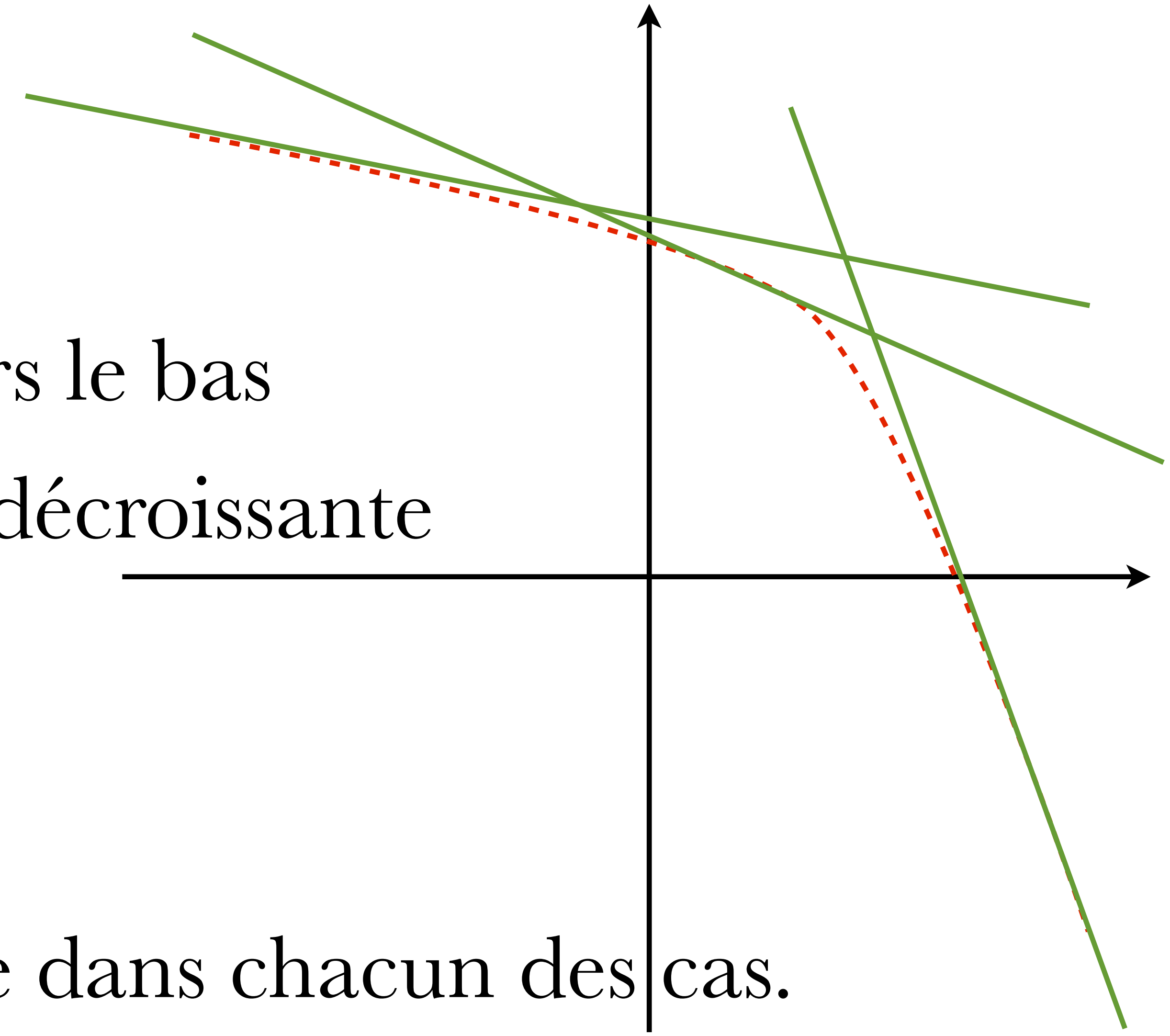
Regardons la dérivée dans chacun des cas.



Concave vers le haut



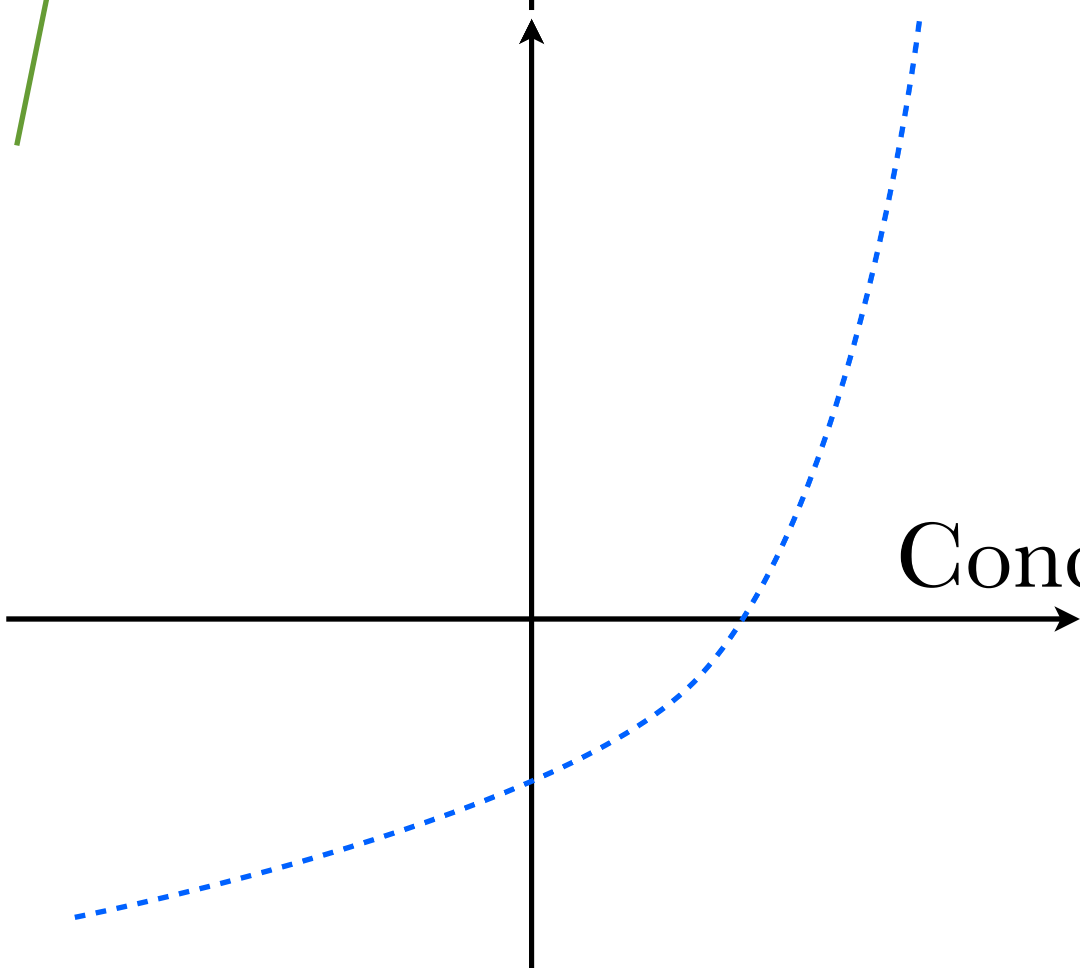


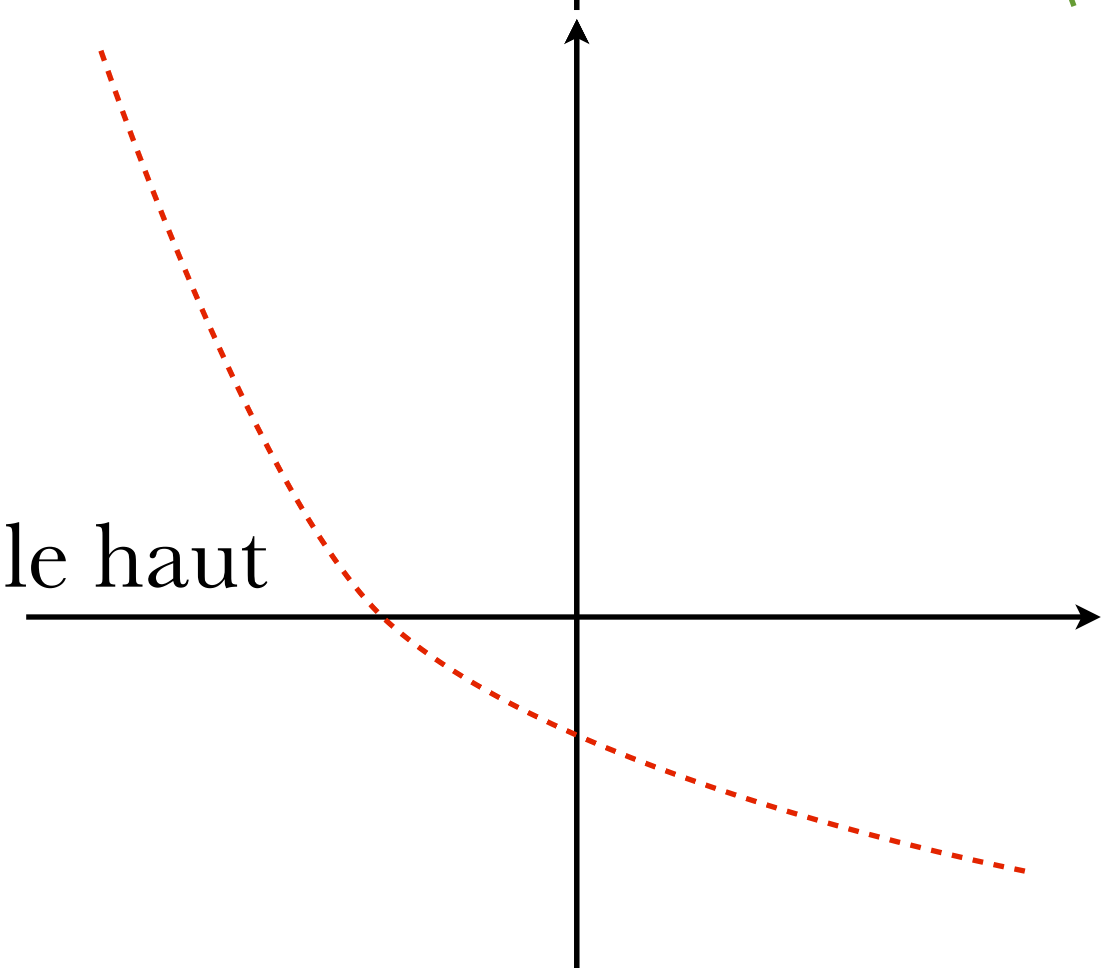


Concave vers le bas

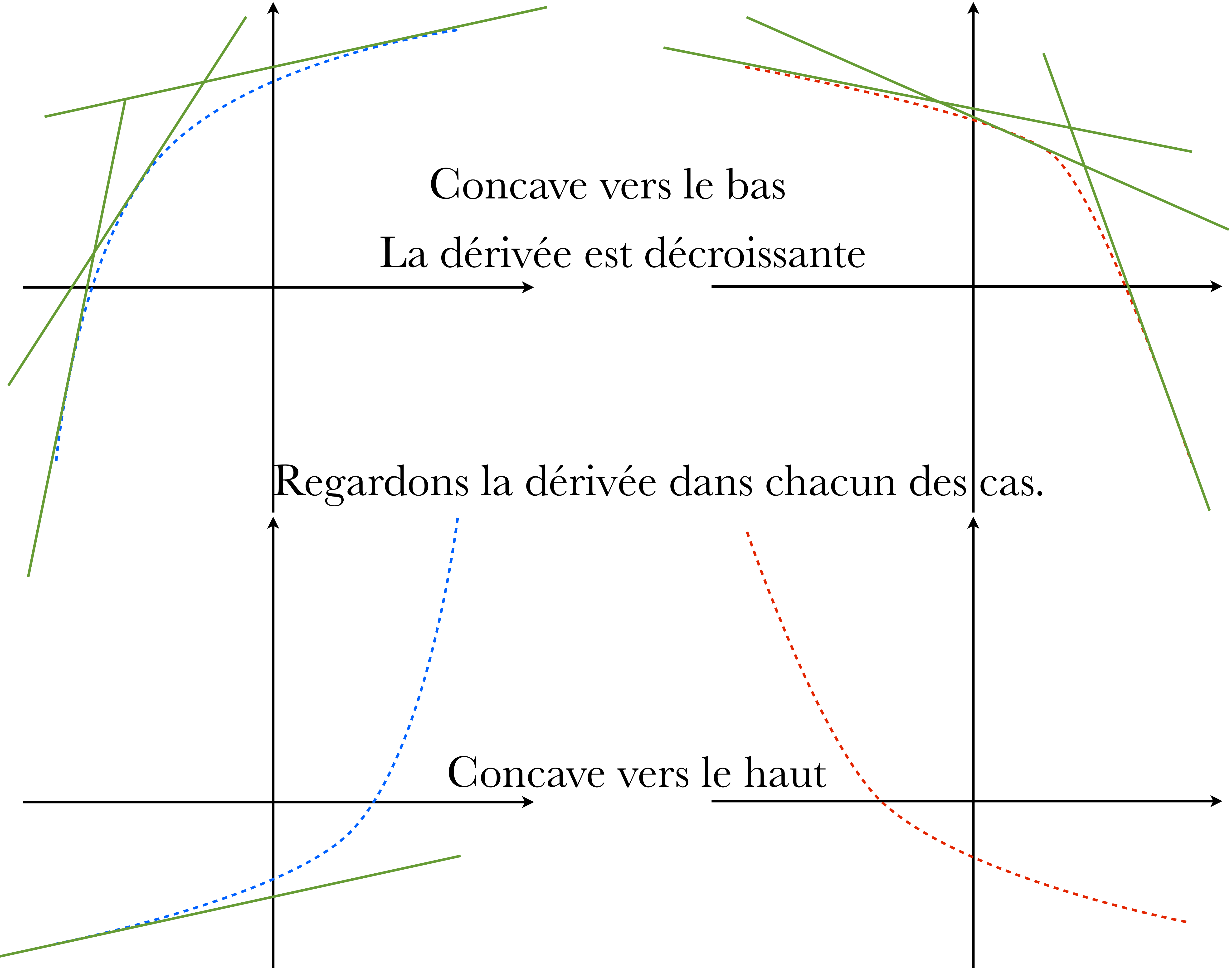
La dérivée est décroissante

Regardons la dérivée dans chacun des cas.





Concave vers le haut

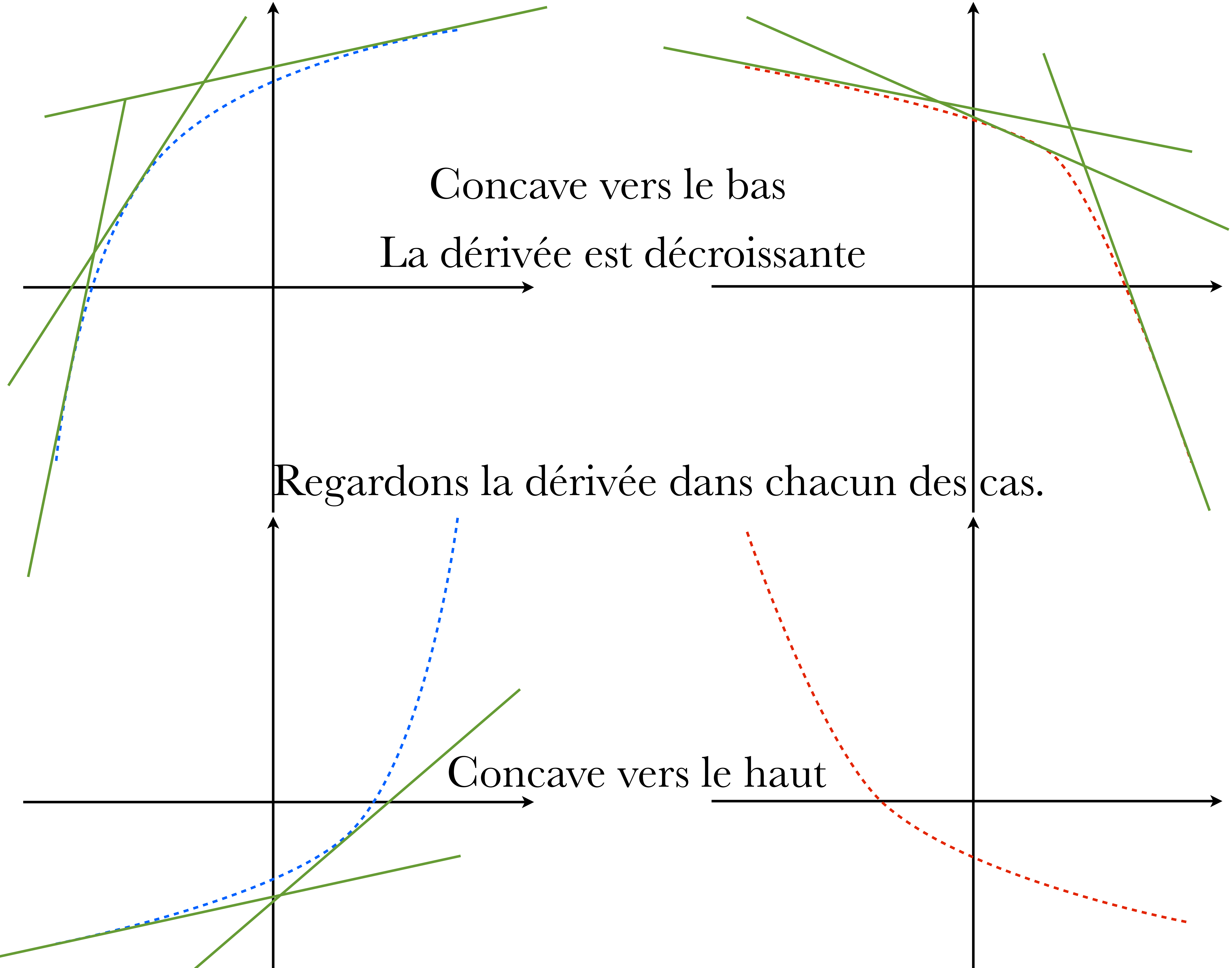


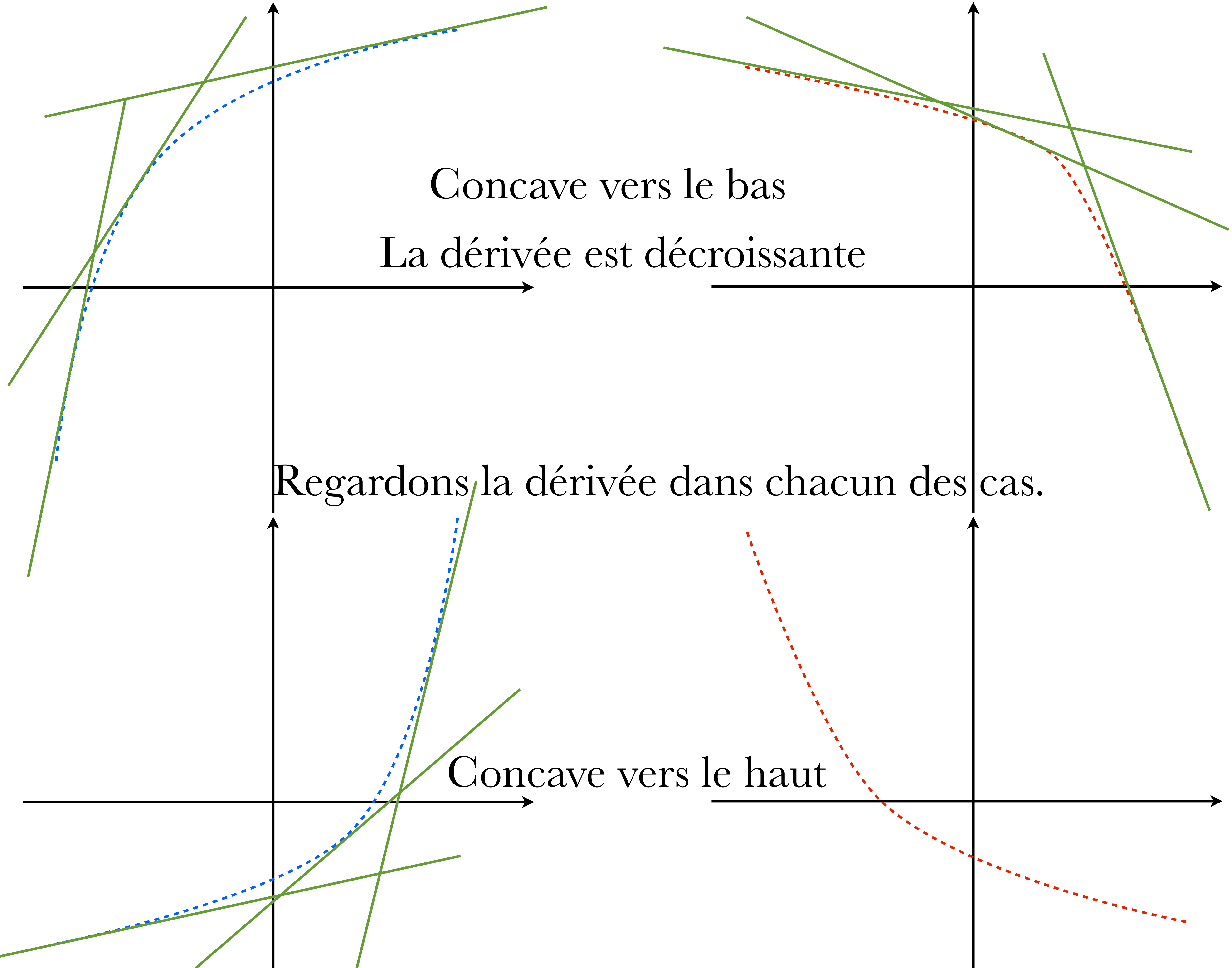
Concave vers le bas

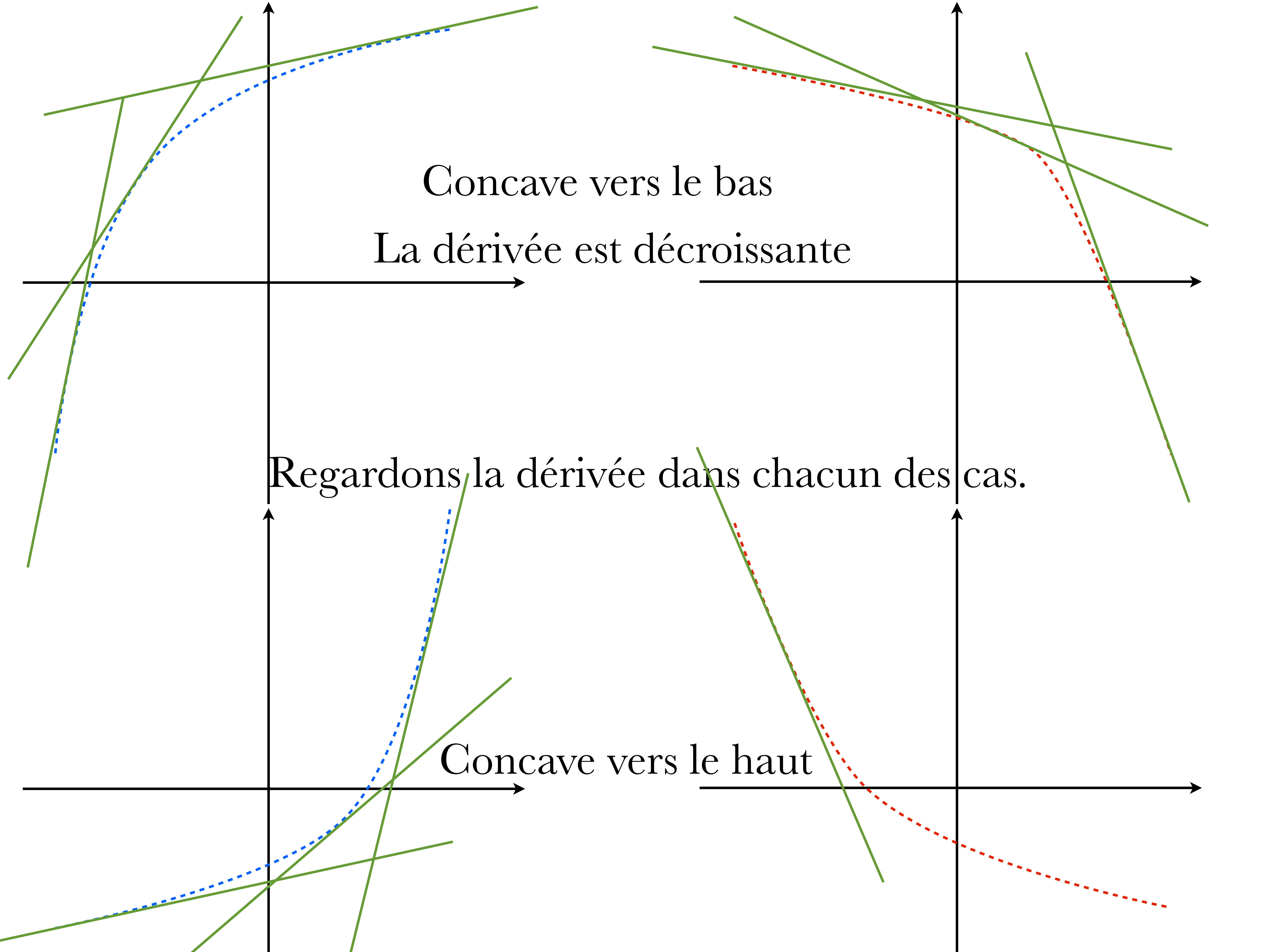
La dérivée est décroissante

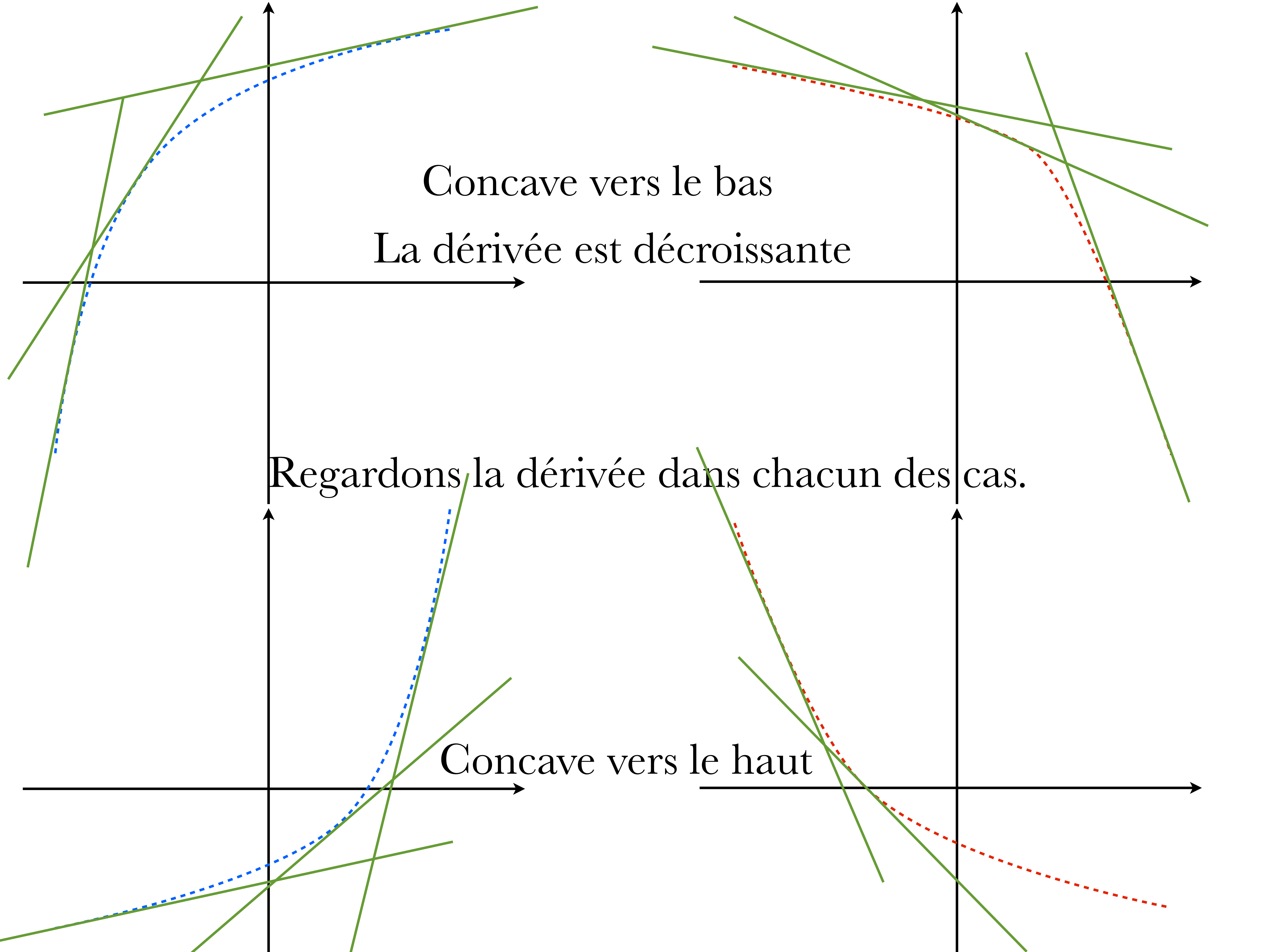
Regardons la dérivée dans chacun des cas.

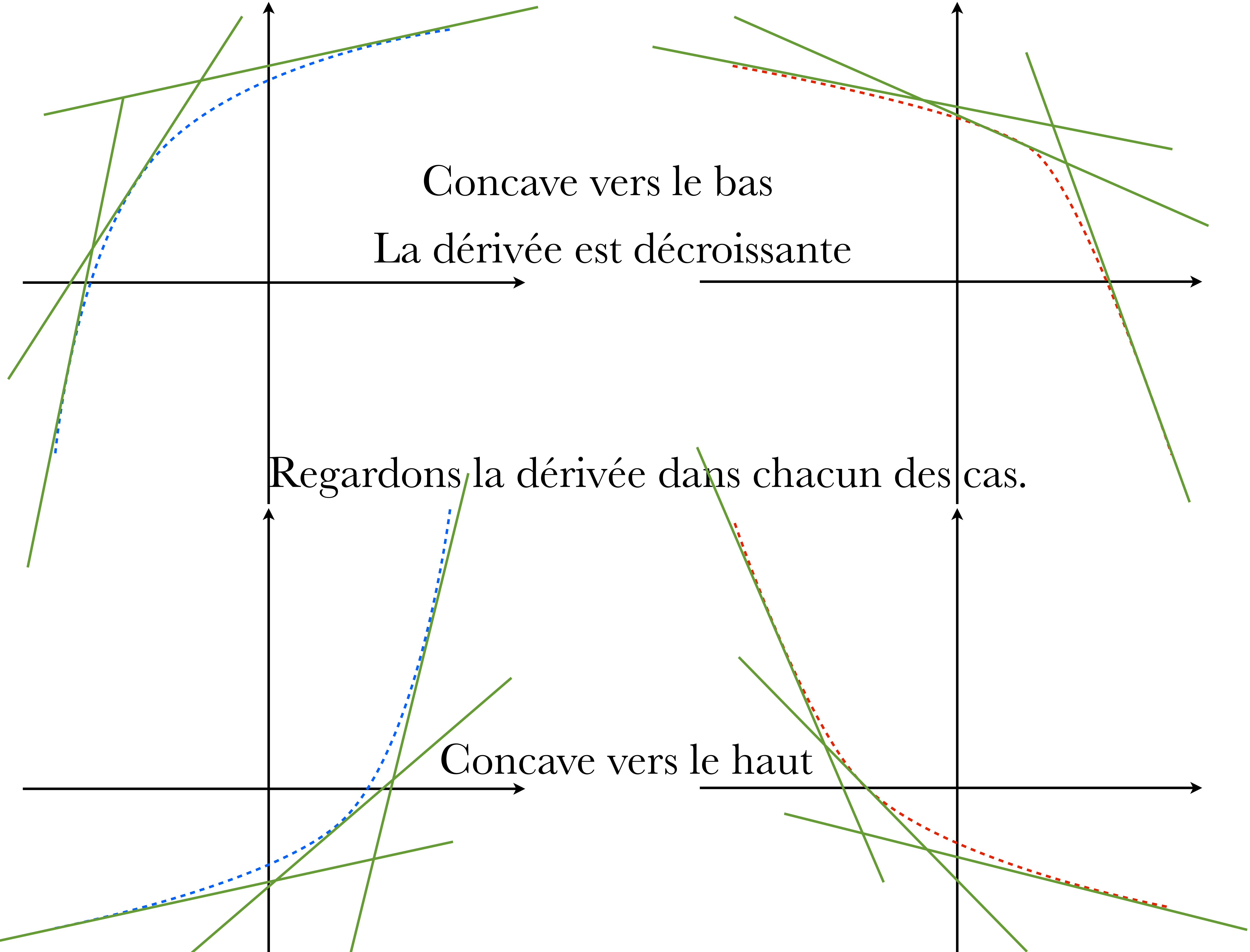
Concave vers le haut

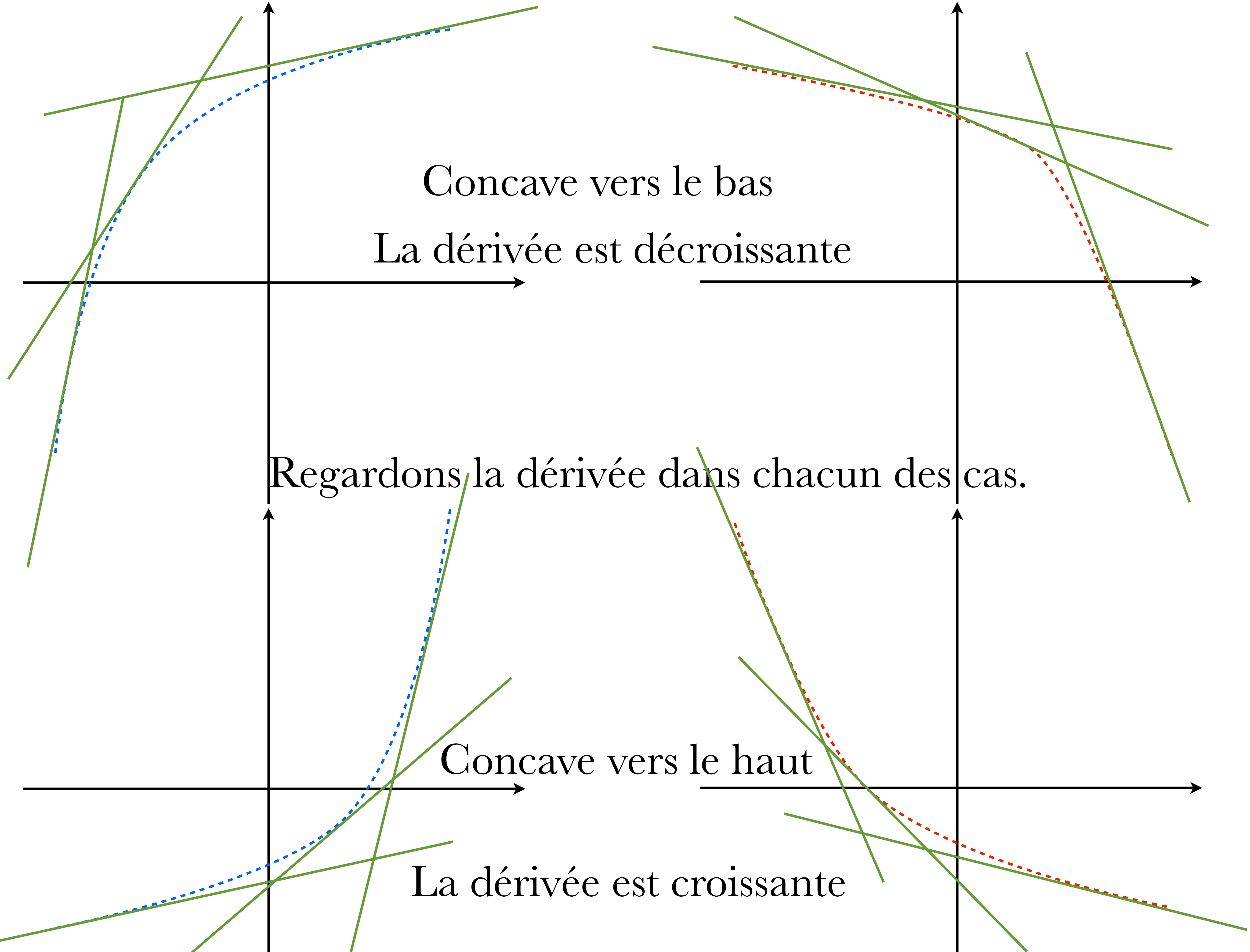

Concave vers le bas
La dérivée est décroissante
Regardons la dérivée dans chacun des cas.
Concave vers le haut


Concave vers le bas
La dérivée est décroissante
Regardons la dérivée dans chacun des cas.
Concave vers le haut


Concave vers le bas
La dérivée est décroissante
Regardons la dérivée dans chacun des cas.
Concave vers le haut


Concave vers le bas
La dérivée est décroissante
Regardons la dérivée dans chacun des cas.
Concave vers le haut


Concave vers le bas
La dérivée est décroissante
Regardons la dérivée dans chacun des cas.
Concave vers le haut


Concave vers le bas
La dérivée est décroissante
Regardons la dérivée dans chacun des cas.
Concave vers le haut
La dérivée est croissante

Comment faire pour déterminer si une fonction est concave vers le haut ou concave vers le bas sur un intervalle donné?

Comment faire pour déterminer si une fonction est concave vers le haut ou concave vers le bas sur un intervalle donné?

Concave vers le bas

Comment faire pour déterminer si une fonction est concave vers le haut ou concave vers le bas sur un intervalle donné?

Concave vers le bas

Concave vers le haut

Comment faire pour déterminer si une fonction est concave vers le haut ou concave vers le bas sur un intervalle donné?

Concave vers le bas $\implies$ $f'(x)$ décroissante

Concave vers le haut

Comment faire pour déterminer si une fonction est concave vers le haut ou concave vers le bas sur un intervalle donné?

Concave vers le bas $\implies$ $f'(x)$ décroissante

Concave vers le haut $\implies$ $f'(x)$ croissante

Comment faire pour déterminer si une fonction est concave vers le haut ou concave vers le bas sur un intervalle donné?

Concave vers le bas $\Longrightarrow$ $f'(x)$ décroissante $\Longrightarrow$ $f''(x) \leq 0$

Concave vers le haut $\Longrightarrow$ $f'(x)$ croissante

Comment faire pour déterminer si une fonction est concave vers le haut ou concave vers le bas sur un intervalle donné?

Concave vers le bas $\implies$ $f'(x)$ décroissante $\implies$ $f''(x) \leq 0$

Concave vers le haut $\implies$ $f'(x)$ croissante $\implies$ $f''(x) \geq 0$

Faites les exercices suivants

Section 3.2 # 24 à 28

Donc pour trouver les intervalles ou la fonction est concave vers le haut et où elle est concave vers le bas, il faut trouver les endroits où la dérivée seconde et positive et ou elle est négative.

Donc pour trouver les intervalles ou la fonction est concave vers le haut et où elle est concave vers le bas, il faut trouver les endroits où la dérivée seconde et positive et ou elle est négative.

Ce qui nous amène à parler des points critiques non pas de la fonction mais de sa dérivée.

Donc pour trouver les intervalles ou la fonction est concave vers le haut et où elle est concave vers le bas, il faut trouver les endroits où la dérivée seconde et positive et ou elle est négative.

Ce qui nous amène à parler des points critiques non pas de la fonction mais de sa dérivée.

Définition

Donc pour trouver les intervalles ou la fonction est concave vers le haut et où elle est concave vers le bas, il faut trouver les endroits où la dérivée seconde et positive et ou elle est négative.

Ce qui nous amène à parler des points critiques non pas de la fonction mais de sa dérivée.

Définition

Les **points critiques** d'une fonction $f'(x)$sont les valeurs de x tel que

Donc pour trouver les intervalles ou la fonction est concave vers le haut et où elle est concave vers le bas, il faut trouver les endroits où la dérivée seconde et positive et ou elle est négative.

Ce qui nous amène à parler des points critiques non pas de la fonction mais de sa dérivée.

Définition

Les **points critiques** d'une fonction $f'(x)$sont les valeurs de x tel que

$$f''(a) = 0$$

Donc pour trouver les intervalles ou la fonction est concave vers le haut et où elle est concave vers le bas, il faut trouver les endroits où la dérivée seconde et positive et ou elle est négative.

Ce qui nous amène à parler des points critiques non pas de la fonction mais de sa dérivée.

Définition

Les **points critiques** d'une fonction $f'(x)$sont les valeurs de x tel que

$$f''(a) = 0$$

ou

Donc pour trouver les intervalles ou la fonction est concave vers le haut et où elle est concave vers le bas, il faut trouver les endroits où la dérivée seconde et positive et ou elle est négative.

Ce qui nous amène à parler des points critiques non pas de la fonction mais de sa dérivée.

Définition

Les **points critiques** d'une fonction $f'(x)$sont les valeurs de x tel que

$$f''(a) = 0$$

ou

$$a \notin \text{dom}(f''(x))$$

Exemple Trouver les intervalles où la fonction est concave vers le haut et où elle est concave vers le bas.

$$f(x) = x^3 - 4x$$

Exemple Trouver les intervalles où la fonction est concave vers le haut et où elle est concave vers le bas.

$$f(x) = x^3 - 4x \qquad f'(x) = 3x^2 - 4$$

Exemple Trouver les intervalles où la fonction est concave vers le haut et où elle est concave vers le bas.

$$f(x) = x^3 - 4x \qquad f'(x) = 3x^2 - 4 \qquad f''(x) = 6x$$

Exemple Trouver les intervalles où la fonction est concave vers le haut et où elle est concave vers le bas.

$$f(x) = x^3 - 4x \qquad f'(x) = 3x^2 - 4 \qquad f''(x) = 6x$$

Le point critique de $f'(x)$ est $x = 0$

Exemple Trouver les intervalles où la fonction est concave vers le haut et où elle est concave vers le bas.

$f(x) = x^3 - 4x$ $\quad f'(x) = 3x^2 - 4$ $\quad f''(x) = 6x$

Le point critique de $f'(x)$ est $x = 0$

		0	

Exemple Trouver les intervalles où la fonction est concave vers le haut et où elle est concave vers le bas.

$f(x) = x^3 - 4x \qquad f'(x) = 3x^2 - 4 \qquad f''(x) = 6x$

Le point critique de $f'(x)$ est $x = 0$

		0	
$f''(x)$			

Exemple Trouver les intervalles où la fonction est concave vers le haut et où elle est concave vers le bas.

$$f(x) = x^3 - 4x \qquad f'(x) = 3x^2 - 4 \qquad f''(x) = 6x$$

Le point critique de $f'(x)$ est $x = 0$

		0	
$f''(x)$	-		

Exemple

Trouver les intervalles où la fonction est concave vers le haut et où elle est concave vers le bas.

$f(x) = x^3 - 4x \qquad f'(x) = 3x^2 - 4 \qquad f''(x) = 6x$

Le point critique de $f'(x)$ est $x = 0$

		0	
$f''(x)$	-		+

Exemple Trouver les intervalles où la fonction est concave vers le haut et où elle est concave vers le bas.

$$f(x) = x^3 - 4x \qquad f'(x) = 3x^2 - 4 \qquad f''(x) = 6x$$

Le point critique de $f'(x)$ est $x = 0$

		0	
$f(x)$			
$f''(x)$	-		+

Exemple Trouver les intervalles où la fonction est concave vers le haut et où elle est concave vers le bas.

$$f(x) = x^3 - 4x \qquad f'(x) = 3x^2 - 4 \qquad f''(x) = 6x$$

Le point critique de $f'(x)$ est $x = 0$

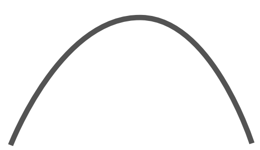
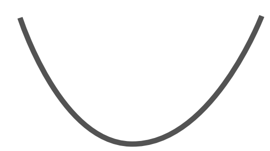
		0	
$f(x)$			
$f''(x)$	-		+

Exemple

Trouver les intervalles où la fonction est concave vers le haut et où elle est concave vers le bas.

$$f(x) = x^3 - 4x \qquad f'(x) = 3x^2 - 4 \qquad f''(x) = 6x$$

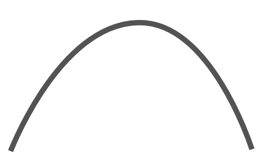
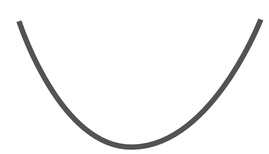
Le point critique de $f'(x)$ est $x = 0$

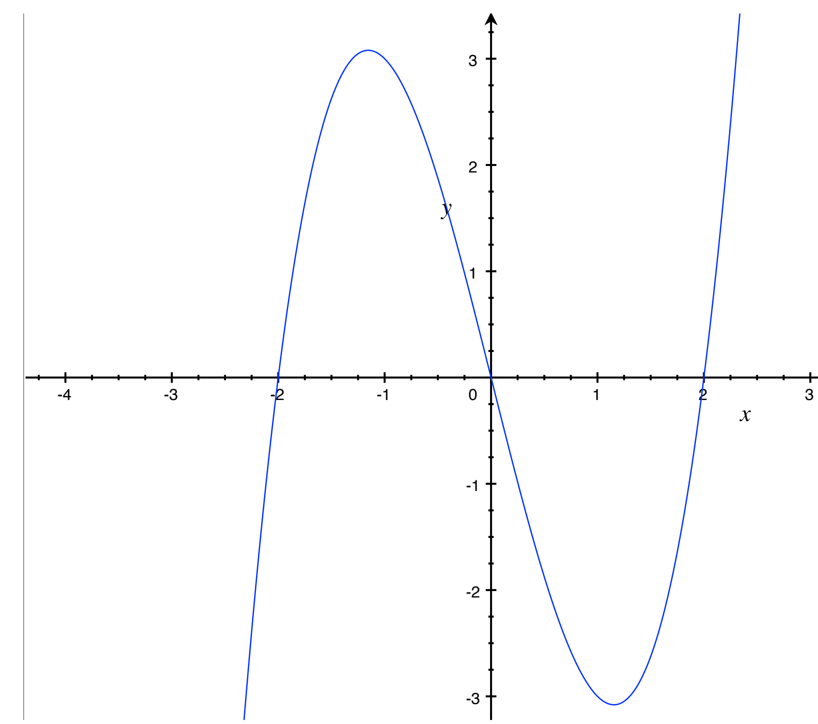
		0	
$f(x)$			
$f''(x)$	-		+

Exemple Trouver les intervalles où la fonction est concave vers le haut et où elle est concave vers le bas.

$$f(x) = x^3 - 4x \qquad f'(x) = 3x^2 - 4 \qquad f''(x) = 6x$$

Le point critique de $f'(x)$ est $x = 0$

		0	
$f(x)$			
$f''(x)$	-		+



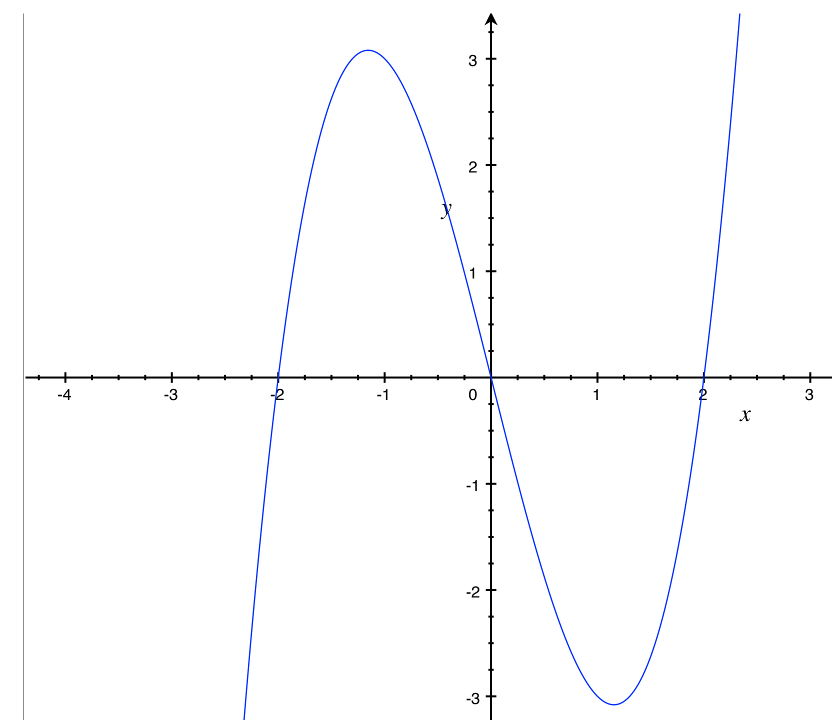
Exemple

Trouver les intervalles où la fonction est concave vers le haut et où elle est concave vers le bas.

$$f(x) = x^3 - 4x \qquad f'(x) = 3x^2 - 4 \qquad f''(x) = 6x$$

Le point critique de $f'(x)$ est $x = 0$

		0	
$f(x)$			
$f''(x)$	-		+

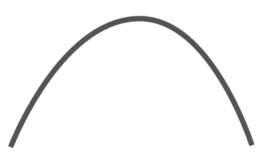
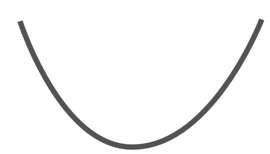


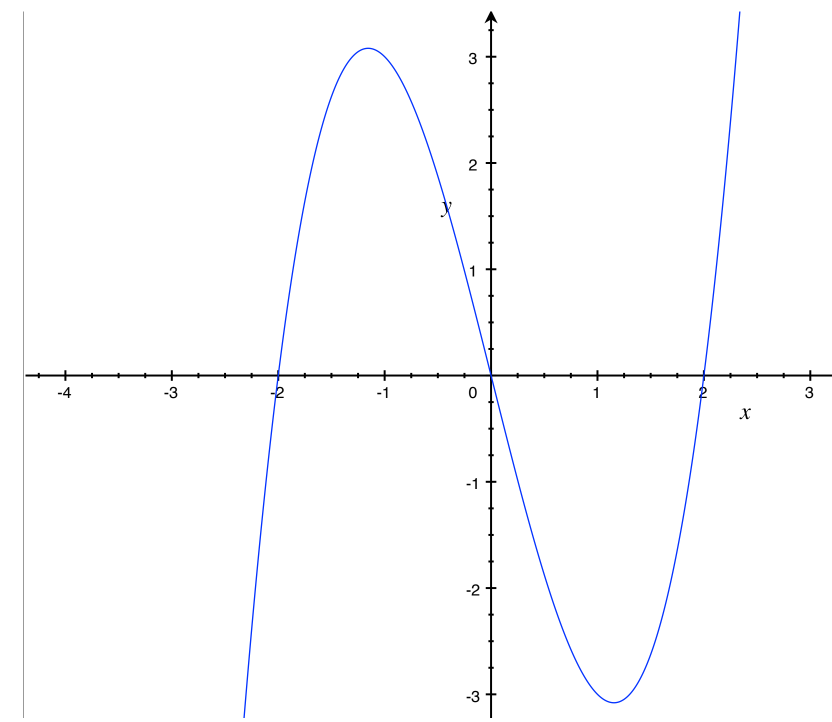
Petit truc pour se souvenir

Exemple Trouver les intervalles où la fonction est concave vers le haut et où elle est concave vers le bas.

$$f(x) = x^3 - 4x \qquad f'(x) = 3x^2 - 4 \qquad f''(x) = 6x$$

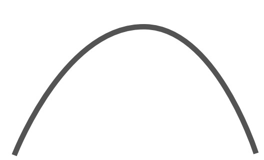
Le point critique de $f'(x)$ est $x = 0$

		0	
$f(x)$			
$f''(x)$	-		+



Petit truc pour se souvenir

- -

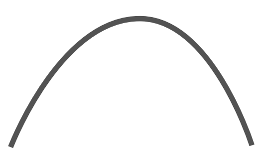
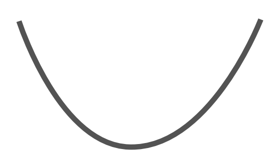


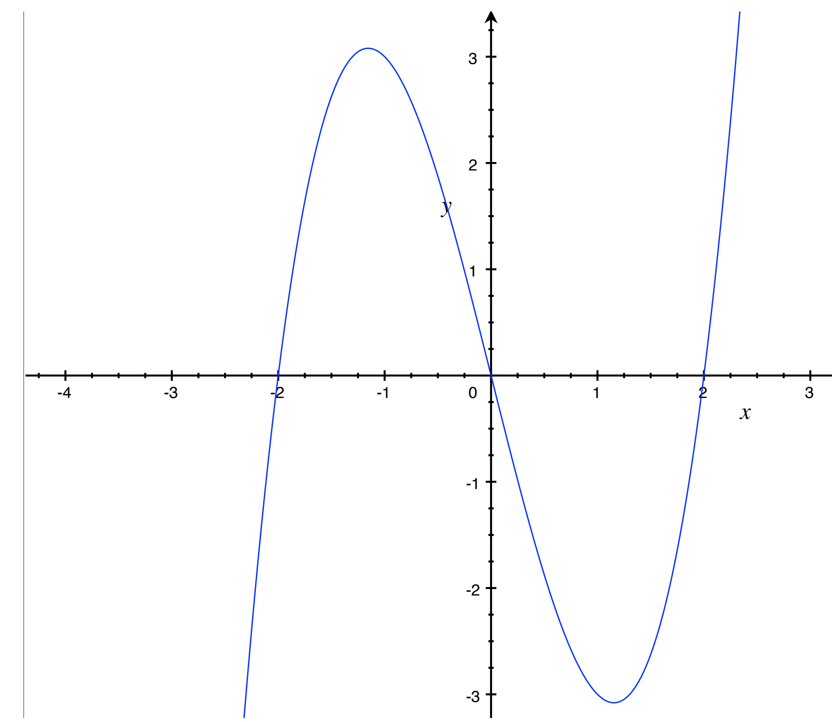
Exemple

Trouver les intervalles où la fonction est concave vers le haut et où elle est concave vers le bas.

$$f(x) = x^3 - 4x \qquad f'(x) = 3x^2 - 4 \qquad f''(x) = 6x$$

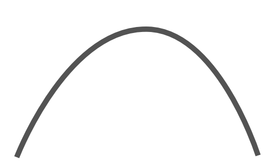
Le point critique de $f'(x)$ est $x = 0$

		0	
$f(x)$			
$f''(x)$	-		+

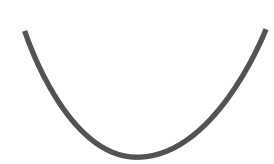


Petit truc pour se souvenir

- -



+ +



Définition

On nomme les endroits ou il y a un changement de concavité, un **point d'inflexion**.

Définition

On nomme les endroits ou il y a un changement de concavité, un **point d'inflexion**.

Remarque:

Définition

On nomme les endroits ou il y a un changement de concavité, un **point d'inflexion**.

Remarque:

Un peu comme avec les extrémum relatif, les points critique de $f'(x)$ sont de bon candidats à être des point d'inflexion mais n'en sont pas nécessairement.

Exemple

Exemple

$$f(x) = x^3$$

Exemple

$f(x) = x^3$ $f'(x) = 3x^2$

Exemple

$f(x) = x^3$ $\qquad$ $f'(x) = 3x^2$ $\qquad$ $f''(x) = 6x$

Exemple

$$f(x) = x^3 \qquad f'(x) = 3x^2 \qquad f''(x) = 6x$$

$$g(x) = x^4$$

Exemple

$$f(x) = x^3 \qquad f'(x) = 3x^2 \qquad f''(x) = 6x$$

$$g(x) = x^4 \qquad g'(x) = 4x^3$$

Exemple

$$f(x) = x^3 \qquad f'(x) = 3x^2 \qquad f''(x) = 6x$$

$$g(x) = x^4 \qquad g'(x) = 4x^3 \qquad g''(x) = 12x^2$$

Exemple

$$f(x) = x^3 \qquad f'(x) = 3x^2 \qquad f''(x) = 6x$$

$$g(x) = x^4 \qquad g'(x) = 4x^3 \qquad g''(x) = 12x^2$$

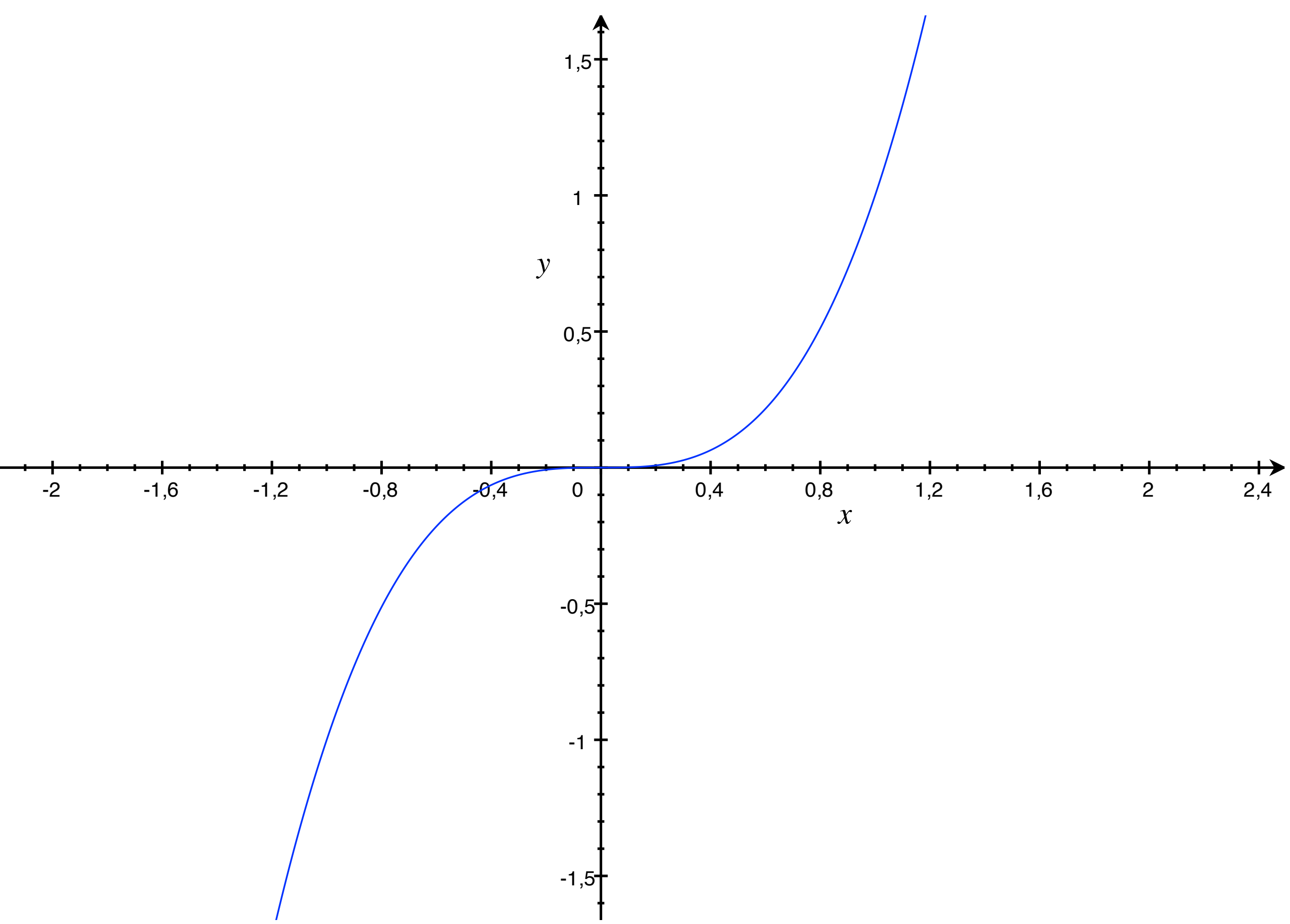
Le seul point critique de $f'(x)$ et $g'(x)$ est $x = 0$

Exemple

$$f(x) = x^3 \qquad f'(x) = 3x^2 \qquad f''(x) = 6x$$

$$g(x) = x^4 \qquad g'(x) = 4x^3 \qquad g''(x) = 12x^2$$

Le seul point critique de $f'(x)$ et $g'(x)$ est $x = 0$

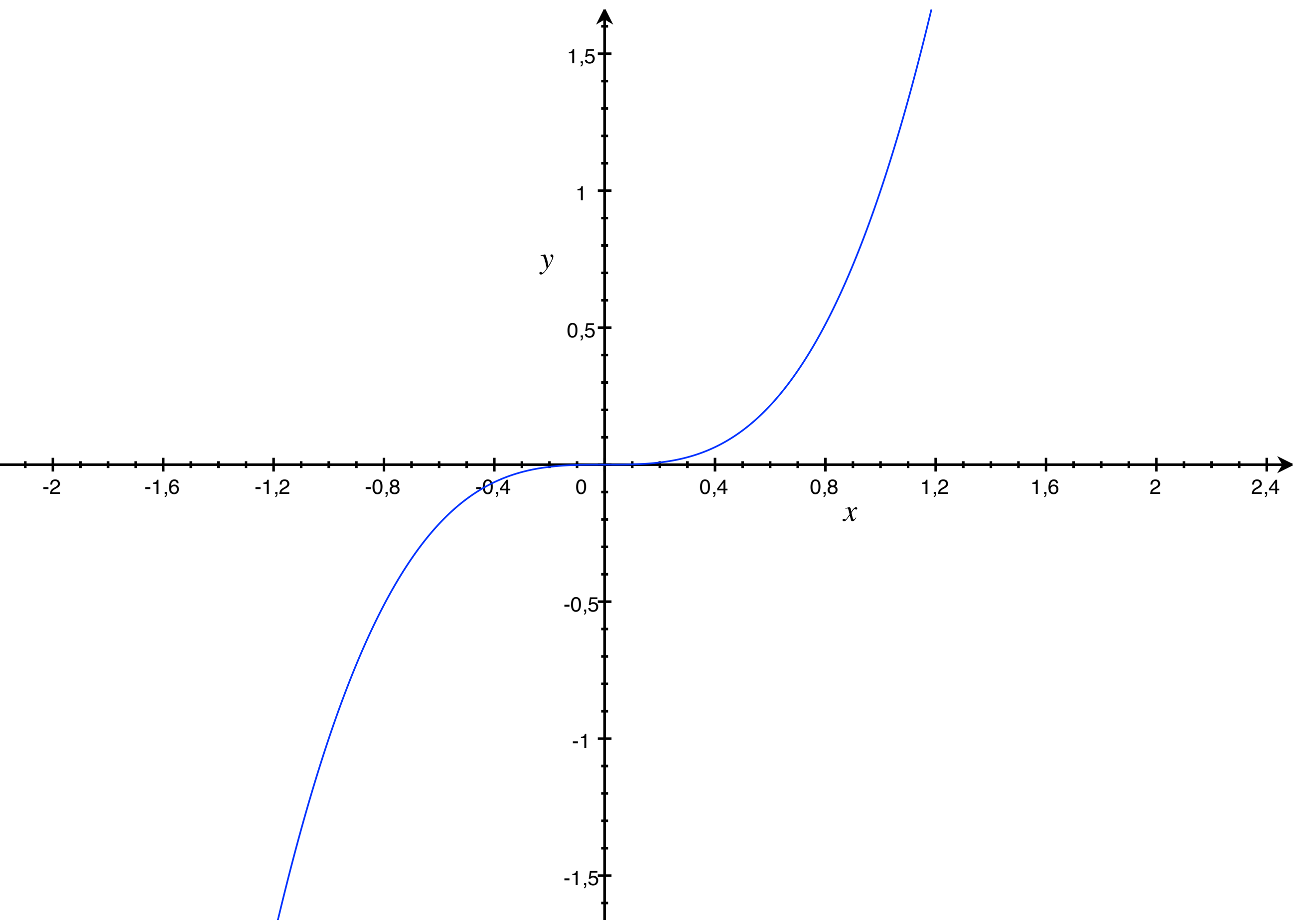


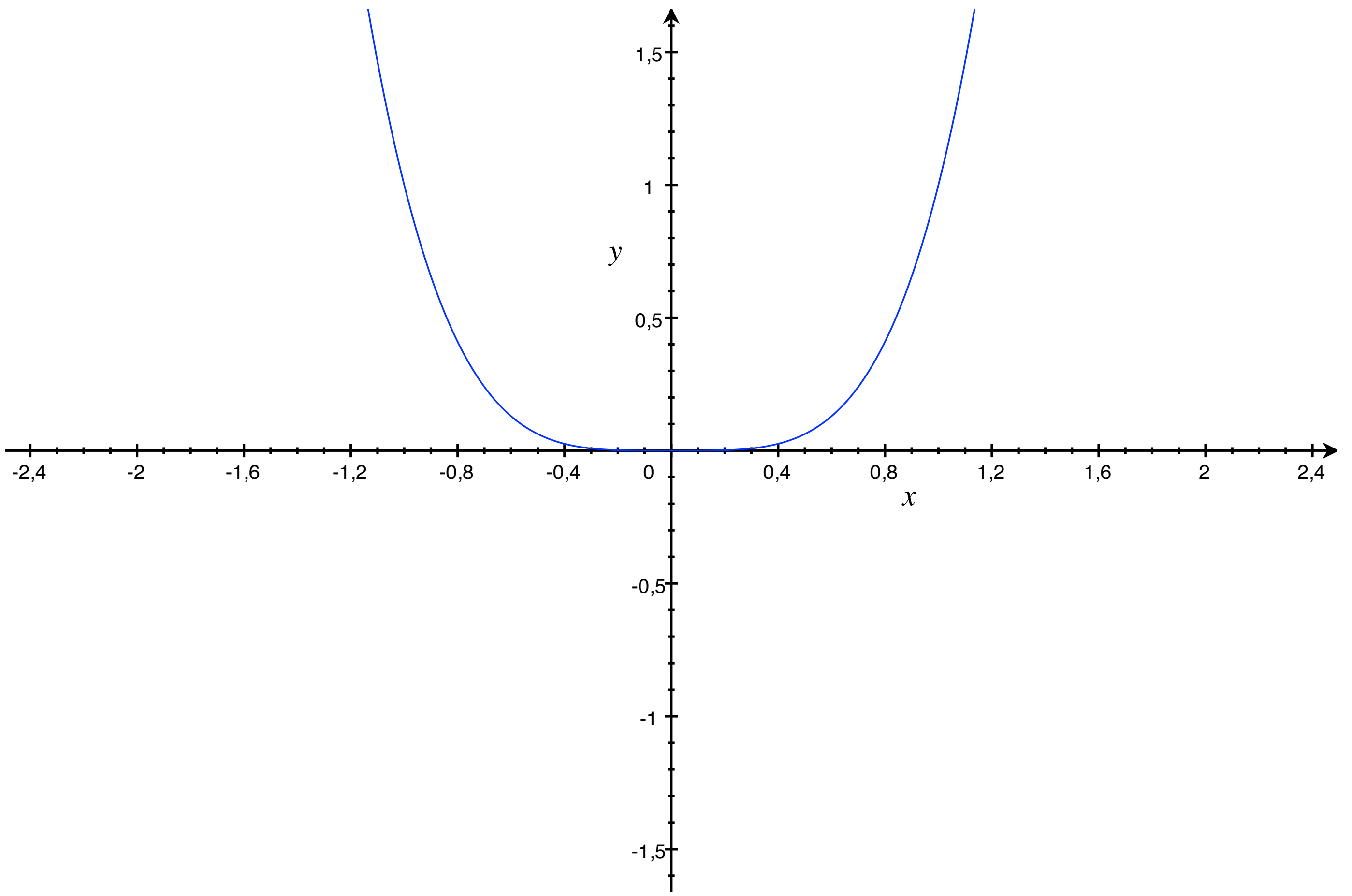
Exemple

$$f(x) = x^3 \qquad f'(x) = 3x^2 \qquad f''(x) = 6x$$

$$g(x) = x^4 \qquad g'(x) = 4x^3 \qquad g''(x) = 12x^2$$

Le seul point critique de $f'(x)$ et $g'(x)$ est $x = 0$





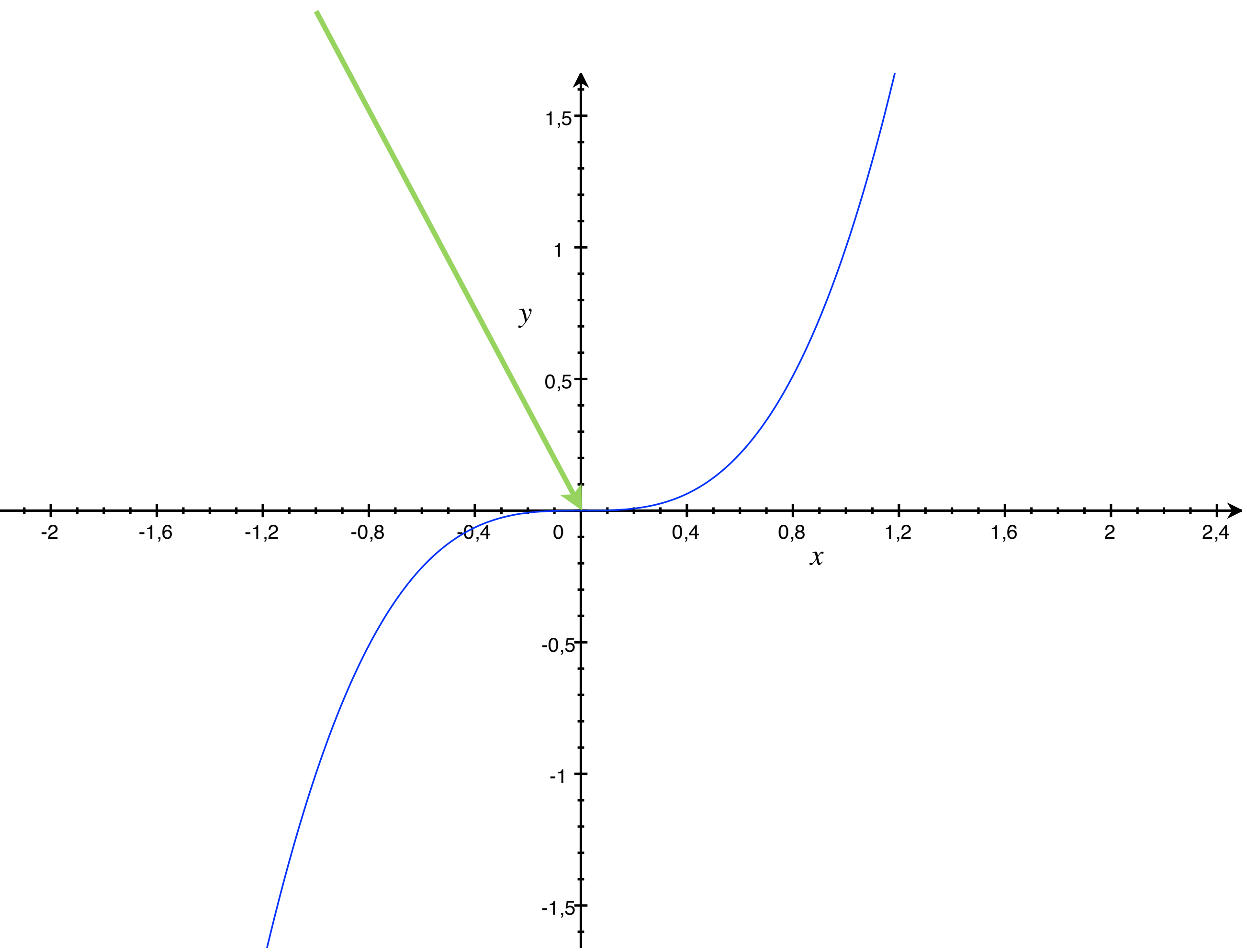
Exemple

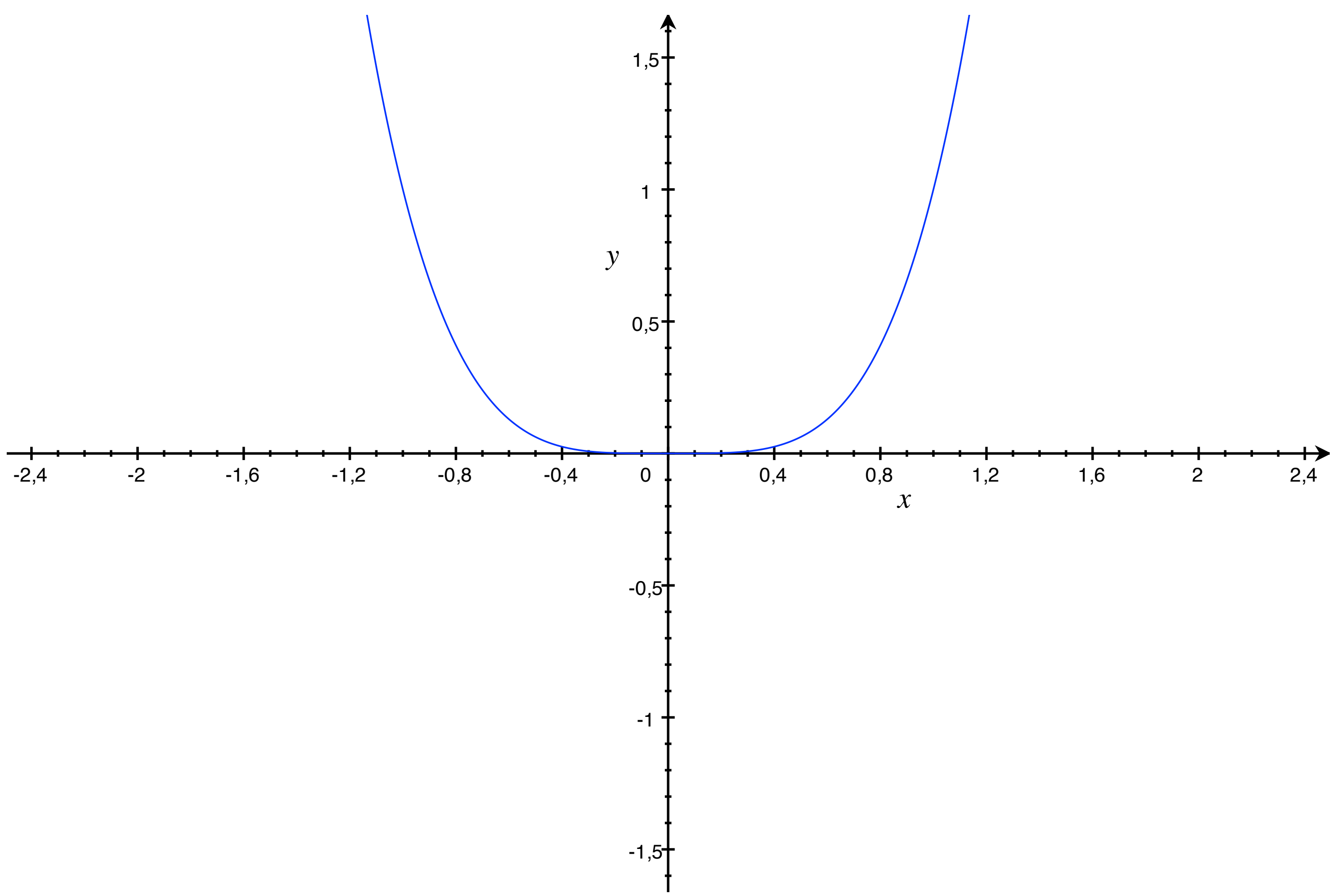
$$f(x) = x^3 \qquad f'(x) = 3x^2 \qquad f''(x) = 6x$$

$$g(x) = x^4 \qquad g'(x) = 4x^3 \qquad g''(x) = 12x^2$$

Le seul point critique de $f'(x)$ et $g'(x)$ est $x = 0$

point d'inflexion





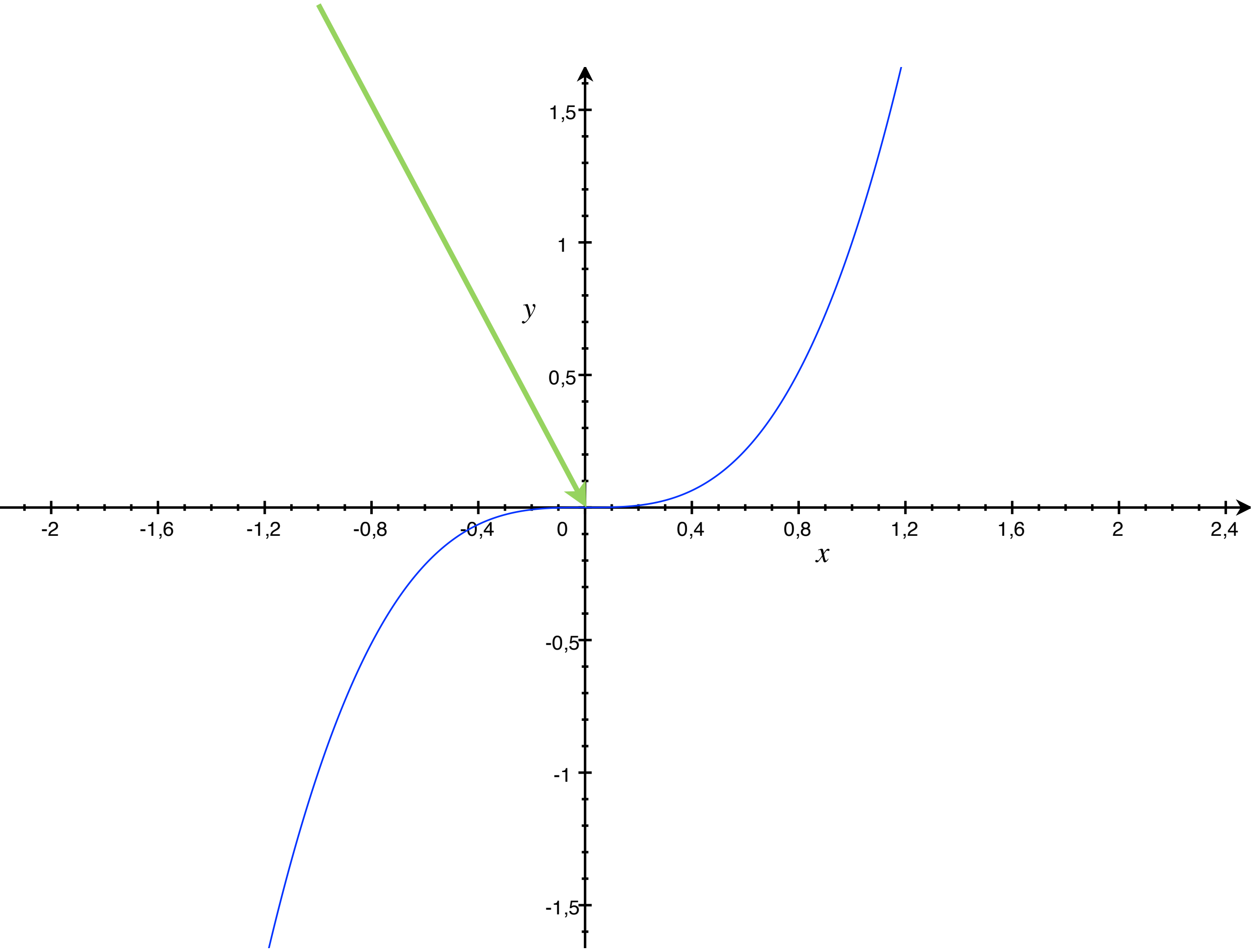
Exemple

$$f(x) = x^3 \qquad f'(x) = 3x^2 \qquad f''(x) = 6x$$

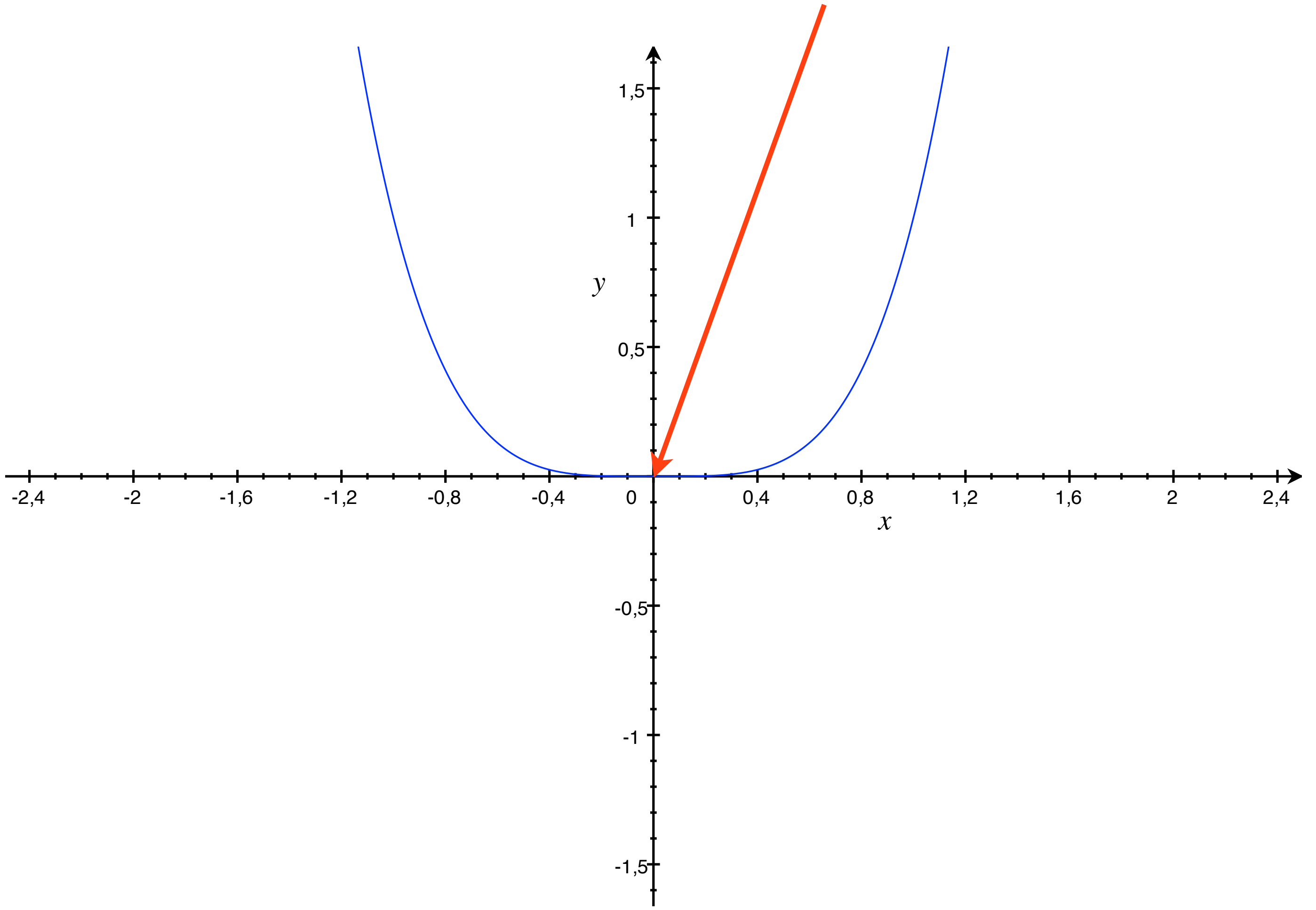
$$g(x) = x^4 \qquad g'(x) = 4x^3 \qquad g''(x) = 12x^2$$

Le seul point critique de $f'(x)$ et $g'(x)$ est $x = 0$

point d'inflexion



pas un point d'inflexion



Faites les exercices suivants

Section 3.2 # 29

Aujourd'hui, nous avons vu

Aujourd'hui, nous avons vu

- ✓ Concavité et le lien avec la dérivée seconde

Aujourd’hui, nous avons vu

✓ Concavité et le lien avec la dérivée seconde

Devoir: Section 3.3 # 24 à 29