

3.5 ANALYSE COMPLÈTE 2

Cours 20

Au dernier cours, nous avons vu

- ✓ Concavité et le lien avec la dérivée seconde
- ✓ Points d'inflexions
- ✓ Test de la dérivée seconde pour trouver les extrémums.

Aujourd'hui, nous allons voir

- ✓ Analyse complète

Faire une analyse complète d'une fonction revient à aller chercher toute l'information qu'on peut sur cette fonction.

1. Son domaine.
2. Ses asymptotes
3. Ses intervalles de croissance et de décroissance
4. Ses extrémums
5. Ses intervalles de concavité
6. Ses points d'inflexions
7. Une esquisse du graphe

Example

$$f(x) = \frac{3x + 5}{7 - x}$$

$$\text{dom}(f) = \mathbb{R} \setminus \{7\}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 5}{7 - x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(3 + \frac{5}{x})}{x(\frac{7}{x} - 1)} = -3 = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + 5}{7 - x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 7^-} \frac{3x + 5}{7 - x} = \frac{26}{0^+} = \infty$$

x	$-\infty$		7		∞
$f(x)$	-3		\nexists Asym		-3
$f'(x)$					
$f''(x)$					

Exemple $f(x) = \frac{3x + 5}{7 - x}$ $f'(x) = \frac{3(7 - x) - (3x + 5)(-1)}{(7 - x)^2}$

$$= \frac{21 - 3x + 3x + 5}{(7 - x)^2} = \frac{26}{(7 - x)^2} = 26(7 - x)^{-2}$$

Point critique: $x = 7$

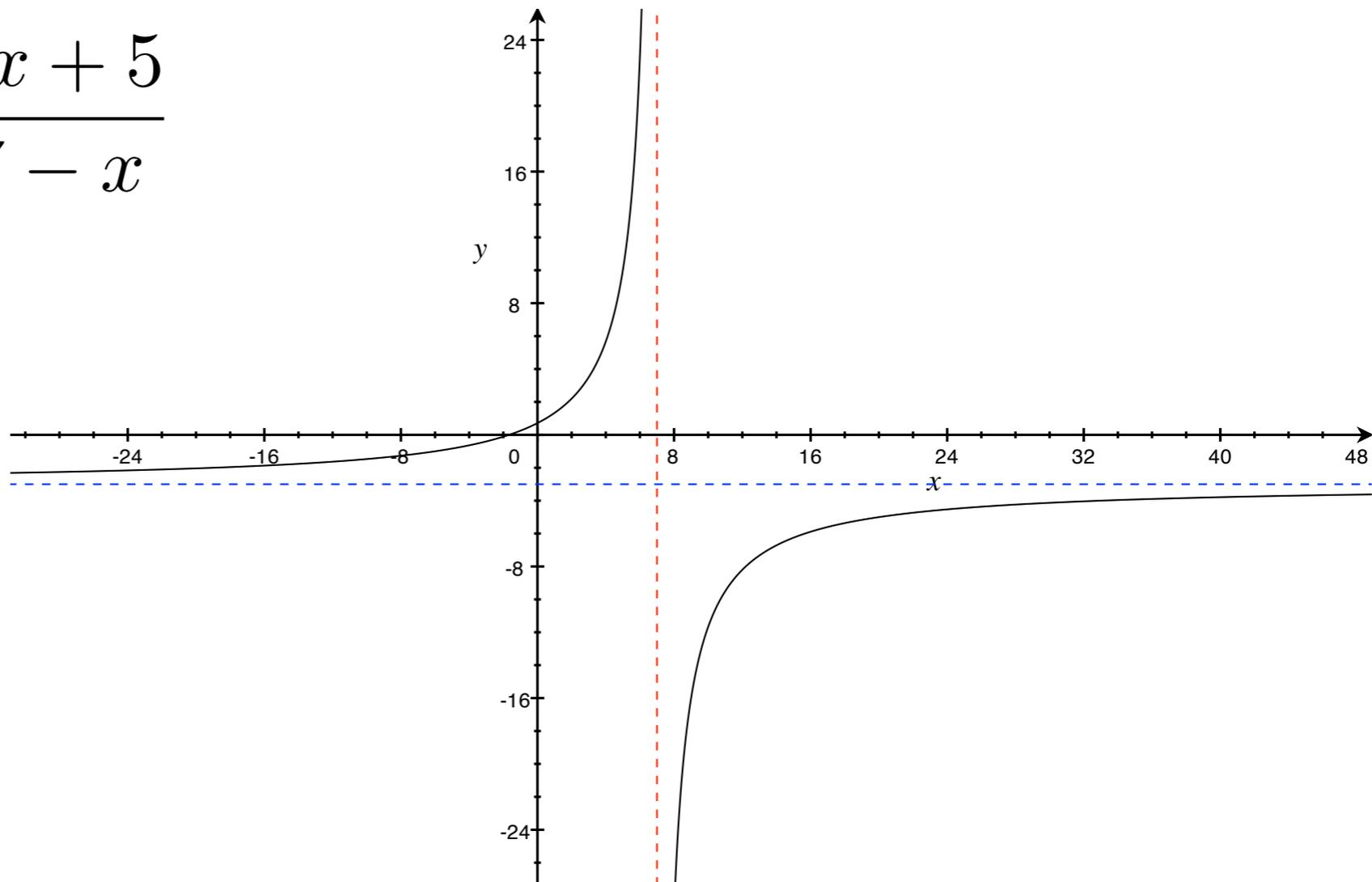
$$f''(x) = -52(7 - x)^{-3}(-1) = \frac{52}{(7 - x)^3}$$

Point critique: $x = 7$

x	$-\infty$		7		∞
$f(x)$	-3		\nexists Asym		-3
$f'(x)$		$+$	\nexists	$+$	
$f''(x)$		$+$	\nexists	$-$	

Example

$$f(x) = \frac{3x + 5}{7 - x}$$



x	$-\infty$		7		∞
$f(x)$	-3		\nexists Asym		-3
$f'(x)$		$+$	\nexists	$+$	
$f''(x)$		$+$	\nexists	$-$	

Example

$$f(x) = \frac{x^2}{x+1}$$

$$\text{dom}(f) = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x+1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x(1 + \frac{1}{x})} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{1 + \frac{1}{x}} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x+1} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2}{x+1} = \frac{1}{0^+} = \infty$$

x	$-\infty$		-1		∞
$f(x)$	$-\infty$		\nexists Asym		∞
$f'(x)$					
$f''(x)$					

Exemple

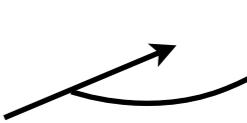
$$f(x) = \frac{x^2}{x+1}$$

$$f'(x) = \frac{x(x+2)}{(x+1)^2}$$

$$f''(x) = \frac{(x+1) [(2x+2)(x+1) - 2(x^2+2x)]}{(x+1)^4}$$

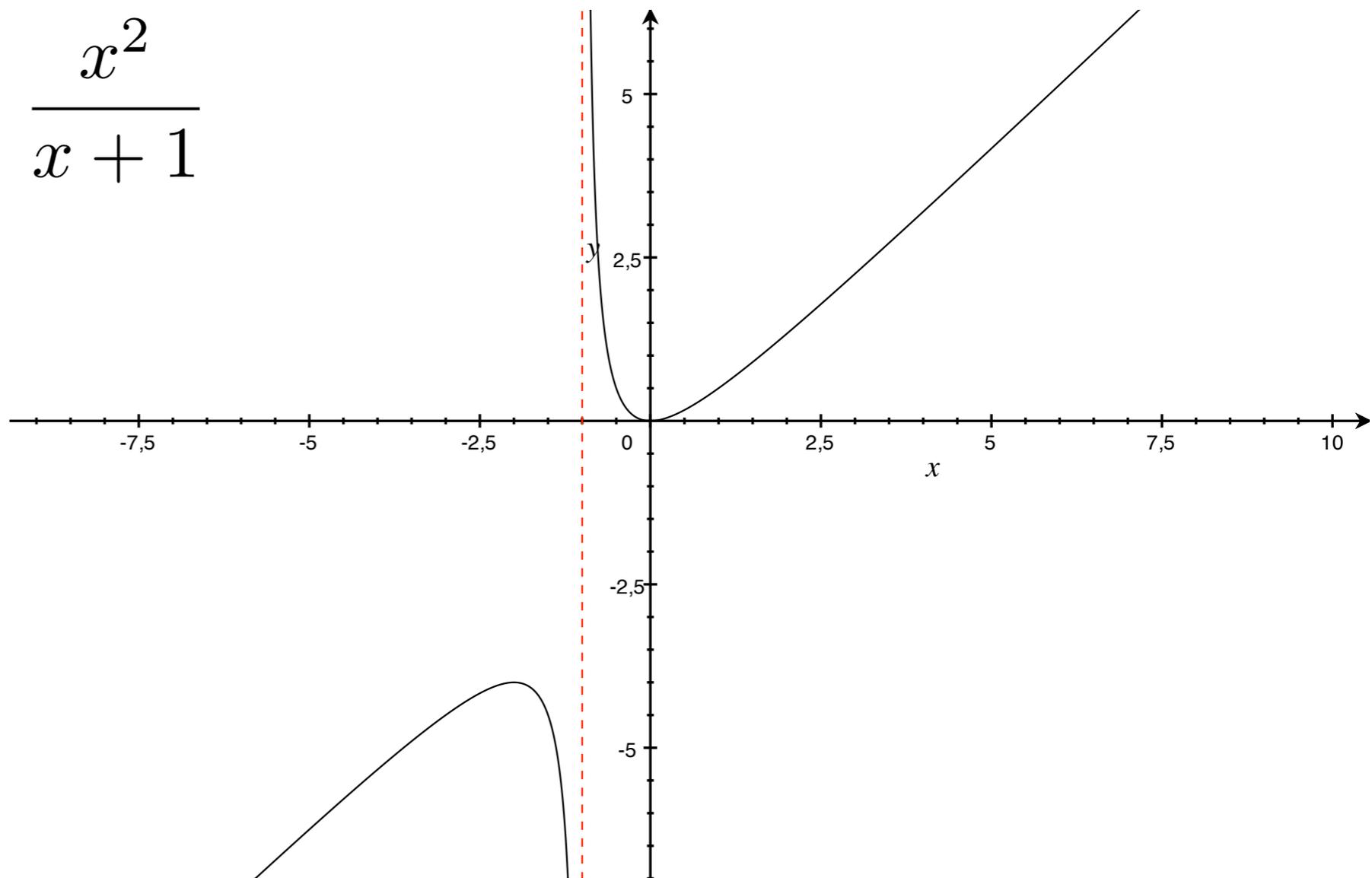
$$= \frac{2x^2 + 4x + 2 - 2x^2 - 4x}{(x+1)^3} = \frac{2}{(x+1)^3}$$

Point critique: $x = -1$

x	$-\infty$		-2		-1		0		∞
$f(x)$	$-\infty$		max		\nexists Asym		min		∞
$f'(x)$		+	0	-	\nexists	-	0	+	
$f''(x)$		-	-	-	\nexists	+	+	+	

Example

$$f(x) = \frac{x^2}{x+1}$$



x	$-\infty$		-2		-1		0		∞
$f(x)$	$-\infty$		max		\nexists Asym		min		∞
$f'(x)$		$+$	0	$-$	\nexists	$-$	0	$+$	
$f''(x)$		$-$	$-$	$-$	\nexists	$+$	$+$	$+$	

Faites les exercices suivants

Section 3.3 # 15

Aujourd'hui, nous avons vu

✓ Analyse complète

Devoir:

Section 3.3 # 15