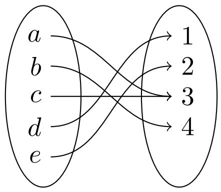
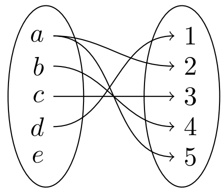
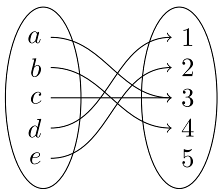
1 Limite et continuité

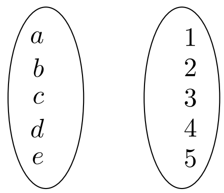
1.1 Préliminaires

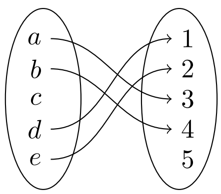
1. Déterminer parmi les relations illustrées ci-dessous celles qui représentent des fonctions.

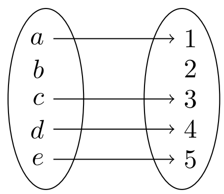
a) 

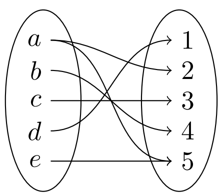
e) 

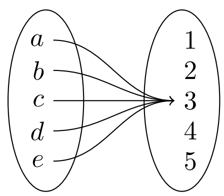
b) 

f) 

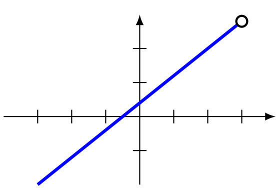
c) 

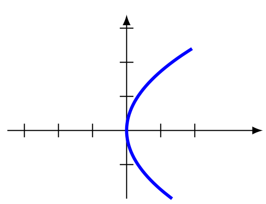
g) 

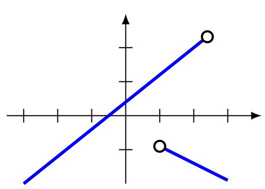
d) 

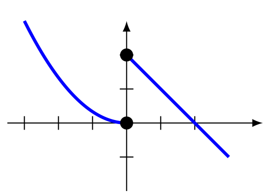
h) 

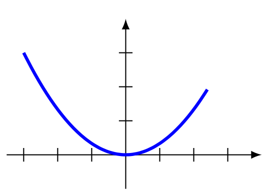
2. Déterminer parmi les graphes illustrés ci-dessous ceux qui représentent des fonctions.

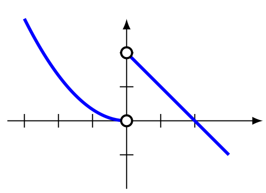
a) 

d) 

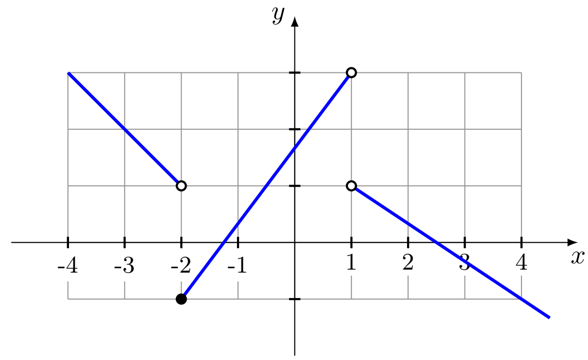
b) 

e) 

c) 

f) 

3. Considérons la fonction dont le graphe est illustré ci-dessous.



Déterminer, si elles existent, les valeurs suivantes de la fonction $f(x)$.

a) $f(-4)$ b) $f(-2)$ c) $f(1)$ d) $f(4)$

Déterminer si les énoncés suivants sont véridiques.

e) Le point $(-2, 1)$ fait partie de la fonction f.
f) Le point $(-2, -1)$ fait partie de la fonction f.
g) La fonction $f(x)$ $\exists$, $\forall x \in [-4, 4]$.
h) La fonction $f(x)$ $\exists$, $\forall x \in [-4, 4] \setminus \{1\}$.
i) La fonction $f(x)$ $\exists$, $\forall x \in [-4, 1[\cup]1, 4]$.
j) La fonction $f(x)$ $\exists$, $\forall x \in [-4, 1] \cap [1, 4]$.
k) $\exists\, x \in [-2, 1]$, tel que $f(x) = 0$
l) $\nexists\, x \in [-1, 2]$, tel que $f(x) \leq 0$

4. Considérons les fonctions suivantes :

$$f(x) = 2x, \quad g(x) = x^2, \quad h(x) = \frac{1}{x+1}.$$

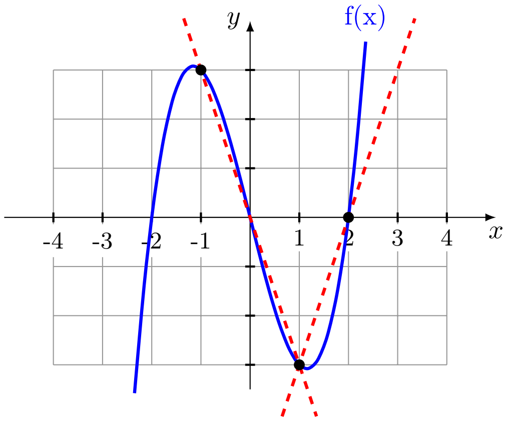
Déterminer, si elles existent, les quantités suivantes.

a) $f(2)$
b) $g(3)$
c) $h(0)$
d) $h(-1)$
e) $3 \cdot f(x) - 5$
f) $f(3x - 5)$
g) $f(x) + h(x)$
h) $f(x) \cdot g(x)$
i) $f\Big(g(x)\Big)$
j) $g\Big(f(x)\Big)$
k) $(f \circ g \circ h)(x)$

5. Déterminer l'équation de la droite $y = ax + b$ qui passe par les points suivants.

a) $(1, 1)$ et $(2, 3)$
b) $(1, 1)$ et $(2, 1)$
c) $(1, 1)$ et $(1, 2)$
d) $(1, 1)$ et $a = -2$

6. Considérons la fonction $f(x) = x^3 - 4x$ dont le graphe est illustré ci-dessous.



Déterminer l'équation de la droite $y = ax + b$ qui passe par les points suivants.

a) $(1, f(1))$ et $(2, f(2))$

b) $(-1, f(-1))$ et $(1, f(1))$

7. Considérons la fonction $f(x)$ définie par morceau

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{si} \quad x < 0, \\ 3 - x, & \text{si} \quad 0 \leq x < 2, \\ 2x - 6, & \text{si} \quad 2 < x \leq 3, \\ \dfrac{1}{x-7}, & \text{si} \quad 3 < x. \end{cases}$$

Déterminer, si elles existent, les quantités suivantes.

a) $f(-1)$
b) $f(0)$
c) $f(1)$
d) $f(2)$
e) $f(2.99)$
f) $f(3)$
g) $f(3.01)$
h) $f(7)$

1.2 Fonction

8. Le polynôme $P(x) = x^3 - 4x^2 + 8x - 15$ peut également s'écrire sous la forme

$$P(x) = (x-3)\left(x^2 - x + 5\right)$$

a) Peut-on le factoriser davantage ? (Pourquoi ?)
b) Vérifier que $x = 3$ est un zéro de $P(x)$ dans les deux formes données dans la question.
c) Trouver, si possible, tous les zéros du polynôme $P(x)$.

9. Soit le polynôme $P(x) = x^4 - 5x^3 - 8x^2 - 24$.

a) Déterminer si le binôme $(x-2)$ est un facteur de $P(x)$.
b) Déterminer si le binôme $(x+2)$ est un facteur de $P(x)$.

10. Soit le polynôme $P(x) = x^4 + 3x^2 + 2$.

a) Ce polynôme a-t-il des zéros ?

b) Existe-t-il une factorisation pour de $P(x)$?

11. Trouver les zéros des fonctions suivantes.

a) $f_1(x) = 4x - 3$
b) $f_2(x) = 2$
c) $f_3(x) = 2x^2 - 5x + 2$
d) $f_4(x) = 5x^2 - 2x + 2$
e) $f_5(x) = -x^3 + 2x^2 + 7x$
f) $f_6(x) = (x-1)(x+1)$
g) $f_7(x) = 5x(x-1)(x-2)(x+3)$
h) $f_8(x) = (4x^2 + 3)(3x^2 + 5)$

12. Factoriser les polynômes suivants.

a) $x^2 - x$
b) $x^2 - 4$
c) $x^2 + 4$
d) $x^2 - 2$
e) $x^3 - x^2 + x - 1$
f) $4x^3 - 3x^2 + 4x - 3$
g) $x^3 + 4x^2 - 5x$

13. Faites les divisions polynomiales suivantes.

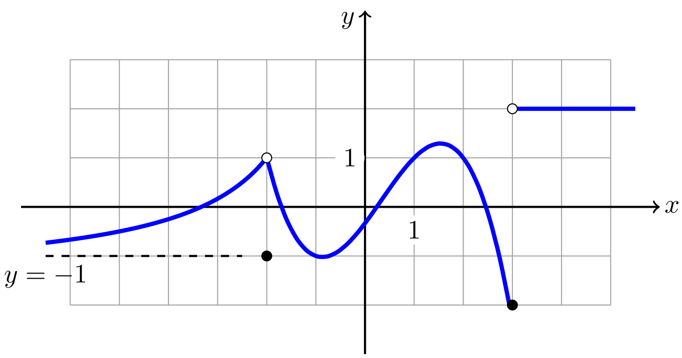
a) $\dfrac{x^2 - 1}{x + 1}$
b) $\dfrac{x^2 + 2x + 1}{x + 1}$
c) $\dfrac{4x^3 + 13x^2 + 3x - 14}{x + 2}$
d) $\dfrac{6x^3 + 2x^2 + x - 30}{3x - 5}$

14. Trouver les domaines des fonctions suivantes

a) $f(x) = x - 1$
b) $f(x) = \dfrac{x-1}{12}$
c) $f(x) = \dfrac{1}{x-1}$
d) $f(x) = \dfrac{x-3}{x-4}$
e) $f(x) = \dfrac{1}{x^2 + x - 2}$
f) $f(x) = \dfrac{x+1}{x^2 - 1}$
g) $f(x) = \sqrt{x+2}$
h) $f(x) = \dfrac{37}{\sqrt{x+2}}$
i) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$
j) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x-1}{5-x}}$
k) $f(x) = \sqrt{\dfrac{2x - x^2}{x^2 + x - 2}}$

1.3 Limite

15. Considérons la fonction $f(x)$ dont le graphe est illustré ci-dessous.



Évaluer, s'ils existent, les nombres suivants.

a) $f(-2)$

b) $f(3)$

c) $\lim\limits_{x\to -2^-} f(x)$

d) $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)$

e) $\lim\limits_{x\to -2} f(x)$

f) $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$

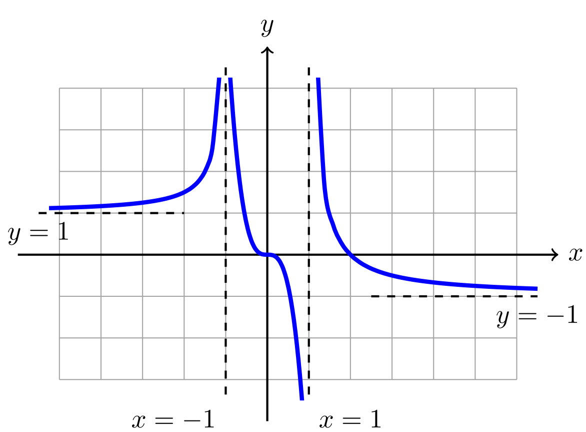
g) $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)$

h) $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$

i) $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)$

j) $\lim\limits_{x\to 3^+} f(x)$

16. Considérons la fonction $f(x)$ dont le graphe est illustré ci-dessous.



Évaluer, si elles existent, les limites suivantes.

a) $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$

b) $\lim\limits_{x\to (-1)^-} f(x)$

c) $\lim\limits_{x\to (-1)^+} f(x)$

d) $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$

e) $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$

f) $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$

g) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$

h) $\lim\limits_{x\to \infty} f(x)$

17. Pour chacune des fonctions suivantes, trouver intuitivement (soit en faisant une esquisse du graphique ou en tentant une approche numérique) les trois limites suivantes :

$$\lim_{x\to 0} f(x), \quad \lim_{x\to \infty} f(x), \quad \lim_{x\to 3^+} f(x)$$

a) $f(x) = x^2$

b) $f(x) = \dfrac{1}{x-3}$

c) $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$

d) $f(x) = \dfrac{1}{(x-3)^2}$

e) $f(x) = \dfrac{x-3}{x^2-9}$

18. Tracer l'esquisse d'une fonction $f(x)$ ayant les propriétés indiquées.

i) $\exists\, x \in [2,4]$, t.q. $f(x) = 0$

ii) $f(x) \geq 0, \quad \forall\, x \in [0,4]$

iii) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) \;\nexists$

iv) $f(2) = 3$

v) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = 1$

vi) $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = -1$

19. Évaluer, si possible, les limites demandées sachant que

$$\lim_{x\to 1} f(x) = 5, \quad \lim_{x\to 1} g(x) = -3,$$

$$\lim_{x\to 5} h(x) = 10, \quad \lim_{x\to 5} g(x) = 7$$

a) $\lim\limits_{x\to 1} (f(x) + g(x))$

b) $\lim\limits_{x\to 1} 3f(x)$

c) $\lim\limits_{x\to 1} (3f(x) - 2g(x))$

d) $\lim\limits_{x\to 1} (f(x) + h(x))$

e) $\lim\limits_{x\to 1} (f(x) \cdot g(x))$

f) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{f(x)}{g(x)}$

g) $\lim\limits_{x\to 1} g(f(x))$

h) $\lim\limits_{x\to 1} f(g(x))$

20. Soit la fonction

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si} \quad x < 0 \\ 3 - x & \text{si} \quad 0 \leq x < 3 \\ 2x - 6 & \text{si} \quad x > 3 \end{cases}$$

Évaluer les quantités demandées.

a) $f(0)$

b) $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$

c) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$

d) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$

e) $f(1)$

f) $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$

g) $f(3)$

h) $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)$

i) $\lim\limits_{x\to 3^+} f(x)$

j) $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$

k) $f(5)$

l) $\lim\limits_{x\to 5} f(x)$

1.4 Algèbre de l'infini

21. Évaluer les limites.

a) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{2}{x+1}$

b) $\lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{2x-1}{x-2}$

c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{8x+2}{x^2+x^4}$

d) $\lim\limits_{x\to 5^+} \dfrac{1}{x^2-3x-10}$

e) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2}{\sqrt{(x-1)^2}}$

f) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{4}{\sqrt{2x}}$

g) $\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{8x}{x^2+x^4}$

h) $\lim\limits_{x\to 3^+} \dfrac{x^2-13}{x-3}$

22. Évaluer les limites.

a) $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{2}{x+1}$

b) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{2}{x-2}$

c) $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{-13}{x^2-3x-10}$

d) $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{2}{\sqrt{e^x}}$

e) $\lim\limits_{x\to -\infty} e^{\sqrt{x}}$

f) $\lim\limits_{x\to \infty} e^{-2x}$

g) $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{4}{\ln(3-x)}$

23. Évaluer les limites.

a) $\lim\limits_{x\to \infty} e^{\frac{1}{x}}$

b) $\lim\limits_{x\to \infty} \left(\dfrac{2}{3}\right)^x$

c) $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{1}{2^x}$

d) $\lim\limits_{x\to \infty} 2^{-x}$

e) $\lim\limits_{x\to -\infty} 2^x$

f) $\lim\limits_{x\to -\infty} \left(\dfrac{2}{3}\right)^x$

g) $\lim\limits_{x\to 7^-} \dfrac{3x-25}{x-7}$

h) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{2^x}{x^2+2x+1}$

i) $\lim\limits_{x\to \infty} \cos x$

j) $\lim\limits_{x\to 3^+} \sqrt[3]{x-3}$

k) $\lim\limits_{x\to -3^-} \sqrt{\dfrac{x+3}{x+2}}$

l) $\lim\limits_{x\to -4} \sqrt[4]{4+x}$

m) $\lim\limits_{x\to 1} (x-1)^{3/2}$

n) $\lim\limits_{x\to 2^+} \log_2\left(x^2-3x+2\right)$

o) $\lim\limits_{x\to 4^+} \dfrac{5}{\log_3(x-4)}$

p) $\lim\limits_{x\to \infty} \sqrt{\dfrac{2}{x-2}}$

q) $\lim\limits_{x\to -\infty} \sqrt{\dfrac{2}{x-2}}$

24. Évaluer les limites.

a) $\lim\limits_{x\to 1^-} \sqrt{x^2-1}$

b) $\lim\limits_{x\to 1^+} \sqrt{x^2-1}$

c) $\lim\limits_{x\to 1^-} \sqrt{(x-1)^2}$

d) $\lim\limits_{x\to 1^+} \sqrt{(x-1)^2}$

25. De quel(s) côté(s) les limites suivantes existent-t-elles ?

a) $\lim\limits_{x\to 5^\pm} \sqrt{x-5}$

b) $\lim\limits_{x\to 8^\pm} \sqrt[3]{8-x}$

c) $\lim\limits_{x\to 2^\pm} \sqrt[6]{-x^2-x+6}$

d) $\lim\limits_{x\to 2^\pm} \ln(x^2-4x+4)$

26. Le prix fixé pour un bien influence directement la quantité de ce bien que les consommateurs sont prêts à acheter (plus le prix est bas, normalement, plus on achète). Supposons qu'on puisse trouver le prix P d'un bien donné en fonction de la quantité Q de ce bien que les consommateurs sont prêts à acheter par la fonction

$$P = \frac{1475}{Q+100}$$

a) Exprimer la quantité que les consommateurs sont prêts à acheter en fonction du prix du bien.

b) Combien de biens les consommateurs achèteront si le prix est fixé à 2,50\$?

c) Évaluer $\lim\limits_{P\to 0^+} Q(P)$

d) Expliquer dans le contexte la réponse obtenue en (c).

e) Évaluer $\lim\limits_{P\to \infty} Q(P)$

f) Dans le contexte, est-il plausible d'obtenir une telle réponse ?

g) Déterminer le prix au-delà duquel les consommateurs ne sont plus intéressé à acheter le produit.

1.5 Indétermination

27. Dans le contexte de l'étude des limites, quelle est la différence entre les expressions *n'existe pas* et *indéterminée* ?

28. Évaluer les limites suivantes.

a) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2+2x-3}{x-1}$

b) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^2+4x+4}{x^2+5x+6}$

c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^3+13x}{2x^3+x}$

d) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^3-4x^2-x+12}{2x^3-x-51}$

29. Évaluer les limites suivantes.

a) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{2x^2-5x+2}{x^2+2x-8}$

b) $\lim\limits_{x\to \frac{1}{3}} \dfrac{3x^2-4x+1}{3x^2-10x+3}$

c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2+2x}{x^3-x^2}$

d) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^3+x^2-5x+3}{x^3-4x^2+5x-2}$

e) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^4-81}{x-3}$

f) $\lim\limits_{x\to -1} \sqrt{\dfrac{2x^2+7x+5}{x+1}}$

30. Évaluer les limites suivantes.

a) $\displaystyle\lim_{x\to 4} \frac{\left(\frac{1}{x-2}-\frac{1}{2}\right)}{x-4}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 3} \frac{x^2+2x-15}{\left(\frac{3}{2+x}-\frac{x}{5}\right)}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to -2} \frac{\dfrac{1}{x+3}+\dfrac{x^2-1}{2x+1}}{x-\dfrac{x-2}{x+4}}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to -4} \frac{3+\dfrac{x^2-16}{x^2+x-12}}{x+1}$

31. Évaluer les limites suivantes.

a) $\displaystyle\lim_{x\to 9} \frac{\sqrt{x}-3}{x-9}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to -1} \frac{\sqrt{x+5}-2}{x^2-4x-5}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{x-1}{\sqrt{2x+3}-\sqrt{5}}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to 4} \frac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+5}}{x-4}$

32. Évaluer les limites suivantes.

a) $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x^2+x-1}-1}{x^3-2x^2+5x-4}$

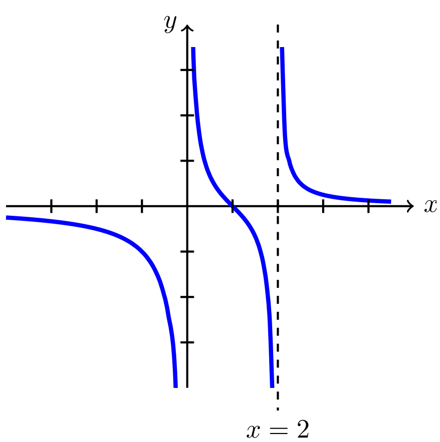
b) $\displaystyle\lim_{x\to -1} \frac{x^2+2x+1}{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{2}}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{x^2+2x-8}{\sqrt{x+2}-2}$

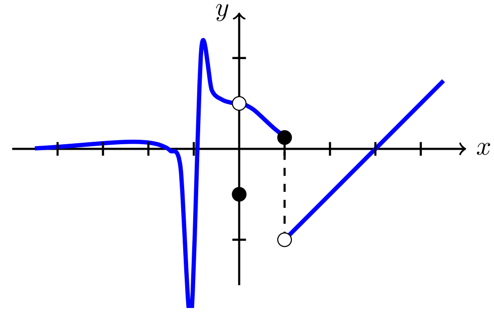
d) $\displaystyle\lim_{x\to 3} \frac{x-3}{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{4x-2}}$

1.6 Continuité et asymptotes

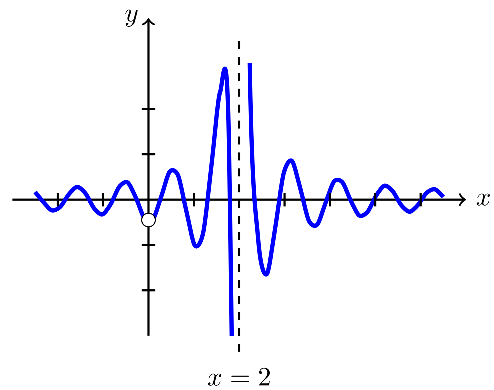
33. Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer et classer tous les points de discontinuité.



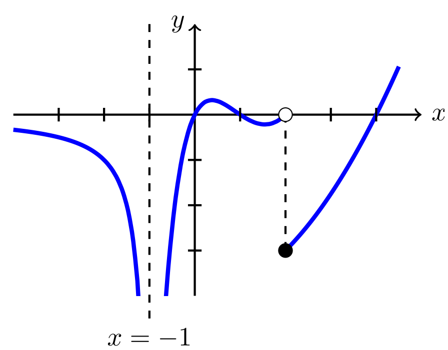
a)



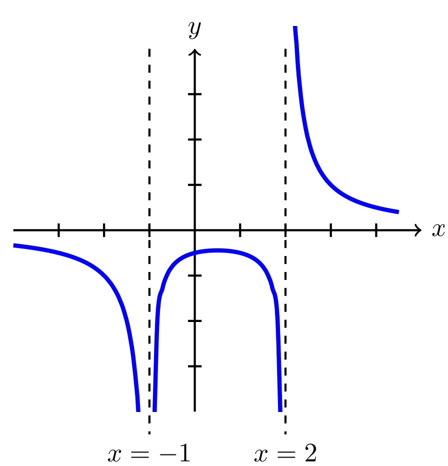
b)



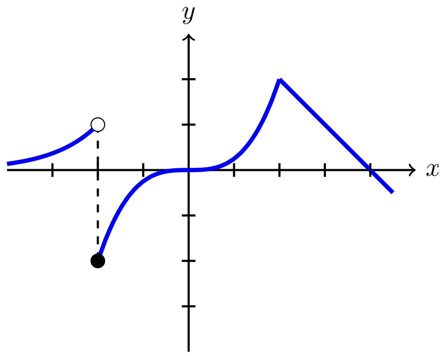
c)



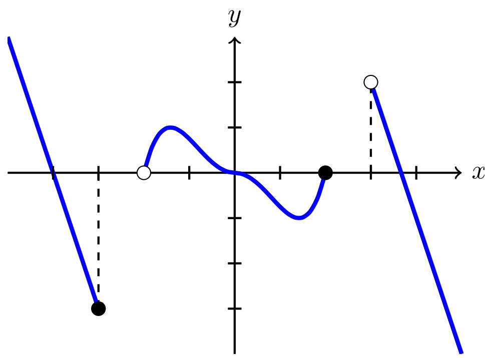
d)



e)



f)



g)

34. Trouver toutes les discontinuités des fonctions données.

a) $f(x) = \dfrac{4x^3 - \sqrt{2}x^2 + 5}{e^x + 1}$ b) $f(x) = \dfrac{6x + 15}{x - 3}$

35. Trouver toutes les discontinuités des fonctions données.

a) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x & \text{si} \quad x < -1 \\ \dfrac{-12x}{x-3} & \text{si} \quad x \geq -1 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} 2^x & \text{si} \quad x < 2 \\ \dfrac{7x+6}{x+3} & \text{si} \quad x \geq 2 \end{cases}$

36. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction donnée est-elle continue ?

a) $f(x) = \begin{cases} 3x^{-2} & \text{si} \quad x \leq -1 \\ \dfrac{2(x^2+5x+4)}{1-x^2} & \text{si} \quad -1 < x < 1 \\ -5 & \text{si} \quad x = 1 \\ -4 - x^2 & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$

b) $f(x) = \sqrt{x-3}$ c) $f(x) = (1-x)^{-5/3}$

37. Tracer une fonction définie sur l'intervalle fermé $[0, 5]$ telle que

i) $f(0) < 0$ ii) $f(5) > 0$ iii) $f(x) \neq 0$

a) La fonction $f(x)$ que vous avez donnée est-elle continue sur $[0, 5]$?

b) Existe-t-il une fonction continue sur $[0, 5]$ qui satisfait aux conditions i) à iii) ?

38. Une compagnie de transport défini son tarif comme suit : 2$ pour un colis de 1kg ou moins ; pour un colis dont la masse se situe entre 1kg et 10kg, le coût en dollars est égal au double de la masse en kg ; pour un colis de 10kg ou plus, le coût est égal au quart du carré de la masse.

a) Donner la fonction $C(m)$ qui donne le coût de transport en fonction de la masse m du colis.

b) Quel est le domaine de cette fonction ?

c) Cette fonction est-elle continue sur son domaine ?

39. Pour quelle valeur k la fonction $f(x)$ est-elle continue en tout point ?

a) $f(x) = \begin{cases} 7x - 2 & \text{si} \quad x \leq -1 \\ kx^2 & \text{si} \quad x > -1 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} kx^2 & \text{si} \quad x \leq 2 \\ 2x + k & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} 9 - x^2 & \text{si} \quad x \leq -3 \\ \dfrac{k}{x^2} & \text{si} \quad x > -3 \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} 9 - x^2 & \text{si} \quad x \leq 0 \\ \dfrac{k}{x^2} & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$

40. Évaluer les limites. :

a) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{x+4}{x-4}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} \frac{3x+6}{2x-1}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{x^3+3x^2-6}{6x^2+4x+10}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} \left(x^4+3x-1\right)$

e) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} \frac{-x^2+3x-4}{x^3-6}$

f) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{x^2+2}}{2x+3}$

41. Évaluer les limites suivantes.

a) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{1-3x-x^2}{3+x^6}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} x-\sqrt{x}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^3-1}}{x^2+1}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} \frac{2x+\sqrt{4x^2-1}}{1-3x}$

e) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \left(\frac{2x^2-3}{3x^2+4x}\right)^4$

f) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \left(\frac{3}{x+4}-\frac{5}{x^2-16}\right)$

42. Évaluer les limites.

a) $\displaystyle\lim_{x\to 2^+} \left(\frac{3}{x-2}-\frac{2}{(x-2)^2}\right)$ b) $\displaystyle\lim_{x\to -2} \left(\frac{-8}{x^2-4}-\frac{2}{x+2}\right)$

43. Trouver toutes les asymptotes horizontales et verticales des fonctions suivantes.

a) $y=\dfrac{2x+5}{x-3}$

b) $f(x)=\dfrac{2x}{x^2-4}$

c) $y=\dfrac{x^2+3}{x}$

d) $f(x)=\dfrac{x-15}{x+3}$

e) $y=\dfrac{x+1}{x^2-1}$

f) $f(x)=\dfrac{3x}{x^2+1}$

44. Trouver toutes les asymptotes horizontales et verticales des fonctions suivantes :

a)

$$f(x)=\begin{cases} e^x+4 & \text{si} \quad x<0 \\ \dfrac{x^3-1}{x+2} & \text{si} \quad x\geq 0 \end{cases}$$

b)

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x} & \text{si} \quad x<-1 \\ \dfrac{3}{x^2-2x-8} & \text{si} \quad -1\leq x\leq 1 \\ \dfrac{3x^2-x}{x^2+5x+6} & \text{si} \quad x>1 \end{cases}$$

1.7 Solutionnaire

Solution 1

a) Oui
b) Oui
c) Oui
d) Non
e) Non
f) Oui
g) Oui
h) Oui

Solution 2

a) Oui
b) Non
c) Oui
d) Non
e) Non
f) Oui

Solution 3

a) $f(-4) = 3$
b) $f(-2) = -1$
c) $f(1) \quad \nexists$
d) $f(4) = -1$
e) Faux
f) Vrai
g) Faux
h) Vrai
i) Vrai
j) Faux
k) Vrai
l) Vrai

Solution 4

a) $f(2) = 4$
b) $g(3) = 9$
c) $h(0) = 1$
d) $h(-1) \quad \nexists$
e) $6x - 5$
f) $6x - 10$
g) $\dfrac{2x^2 + 2x + 1}{x + 1}$
h) $2x^3$
i) $2x^2$
j) $4x^2$
k) $\dfrac{2}{(x+1)^2}$

Solution 5

a) $y = 2x - 1$
b) $y = 1$
c) $x = 1$
d) $y = -2x + 3$

Solution 6

a) $y = 3x - 6$
b) $y = -3x$

Solution 7

a) $f(-1) = 0$
b) $f(0) = 3$
c) $f(1) = 2$
d) $f(2) \quad \nexists$
e) $f(2.99) = -0.02$
f) $f(3) = 0$
g) $f(3.01) = -1/3.99$
h) $f(7) \quad \nexists$

Solution 8

a) Non, d'après la formule quadratique, lorsque le discriminant est négatif, il n'y a pas de racines.
b) Laissé à l'étudiant.
c) Aucun autre zéro selon la factorisation.

Solution 9

a) Non.
b) Oui.

Solution 10

a) Non, car que ce polynôme est toujours positif $P(x) > 0$, puisque chaque terme est de degré pair.
b) Oui : $(x^2 + 1)(x^2 + 2)$.

Solution 11

a) $x = \dfrac{3}{4}$
b) Pas de zéro
c) $x = 2$ et $x = \dfrac{1}{2}$
d) Pas de zéro.
e) $x = 0$, $x = 1 + \dfrac{\sqrt{32}}{2}$ et $x = 1 - \dfrac{\sqrt{32}}{2}$
f) $x = 1$ et $x = -1$
g) $x = 0, x = 1, x = 2$ et $x = -3$
h) Pas de zéro.

Solution 12

a) $x(x-1)$
b) $(x-2)(x+2)$
c) $x^2 + 4$
d) $(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$
e) $(x-1)(x^2+1)$
f) $(4x-3)(x^2+1)$
g) $x(x-1)(x+5)$

Solution 13

a) $x - 1$
b) $x + 1$
c) $4x^2 + 5x - 7$
d) $2x^2 + 4x + 7 + \dfrac{5}{3x-5}$

Solution 14

a) $D_f = \mathbb{R}$
b) $D_f = \mathbb{R}$
c) $D_f = \mathbb{R}\backslash\{1\}$
d) $D_f = \mathbb{R}\backslash\{4\}$
e) $D_f = \mathbb{R}\backslash\{-2, 1\}$
f) $D_f = \mathbb{R}\backslash\{-1, 1\}$
g) $D_f = [-2, \infty$
h) $D_f =]-2, \infty$
i) $D_f =]-\infty, -2] \cup [2, \infty[$
j) $D_f = [1, 5[$
k) $D_f =]-2, 0] \cup]1, 2]$

Solution 15

a) -1
b) -2
c) 1
d) 1
e) 1
f) 1
g) -1
h) -1
i) -2
j) 2

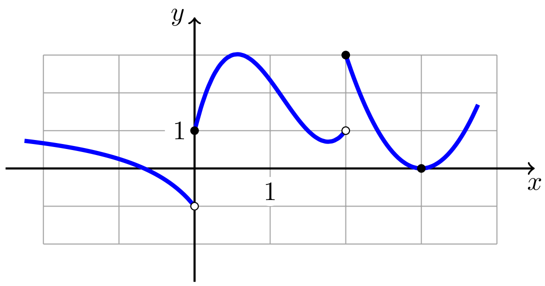
Solution 16

a) 1
b) ∞
c) ∞
d) ∞
e) $-\infty$
f) ∞
g) 0
h) -1

Solution 17

a) $0\,;\,\infty\,;\,9.$ b) $-1/3\,;\,0\,;\,\infty.$ c) $\infty\,;\,0\,;\,1/9.$ d) $1/9\,;\,0\,;\,\infty.$ e) $1/3\,;\,0\,;\,1/6.$

Solution 18 Il existe plusieurs réponses possibles.



Solution 19

a) 2
b) 15
c) 21
d) Impossible de calculer.
e) -15
f) $-5/3$
g) 7
h) Impossible de calculer.

Solution 20

a) 3
b) -1
c) 3
d) $\nexists$
e) 2
f) 2
g) $\nexists$
h) 0
i) 0
j) 0
k) 4
l) 4

Solution 21

a) $\nexists$
b) $-\infty$
c) ∞
d) ∞
e) ∞
f) $\nexists$
g) $-\infty$
h) $-\infty$

Solution 22

a) 0
b) 0
c) 0
d) 0
e) $\nexists$
f) 0
g) $\nexists$

Solution 23

a) 1
b) 0
c) 0
d) 0
e) 0
f) ∞
g) ∞
h) ∞
i) $\nexists$
j) 0
k) 0
l) $\nexists$
m) $\nexists$
n) $-\infty$
o) 0
p) 0
q) $\nexists$

Solution 24

a) $\nexists$ b) 0 c) 0 d) 0

Solution 25

a) $x \to 5^+$ b) $x \to 8^\pm$ c) $x \to 2^-$ d) $x \to 2^\pm$

Solution 26

a) $Q = \dfrac{1475}{P} - 100$
b) 490
c) ∞
d) Plus le prix est bas (presque gratuit), plus y y aura de ventes.
e) -100
f) Non (nombre de ventes négatif).
g) 14,75$

Solution 27 Une forme indéterminée est une forme ne nous permettant pas de se prononcer sur le résultat alors qu'une limite qui n'existe pas n'a pas de résultat.

Solution 28

a) 4 b) 0 c) 13 d) $2/53$

Solution 29

a) $1/2$
b) $1/4$
c) $\nexists$
d) -4
e) 108
f) $\sqrt{3}$

Solution 30

a) $-\dfrac{1}{4}$
b) -25
c) $\dfrac{2}{3}$
d) $-\dfrac{29}{21}$

Solution 31

a) $1/6$ b) $-1/24$ c) $\sqrt{5}$ d) $1/6$

Solution 32

a) $3/8$ b) 0 c) 24 d) $\sqrt{10}$

Solution 33

a) Essentielle par saut infini en $x = 0$
Essentielle par saut infini en $x = 2$

b) Non-essentielle par déplacement en $x = 0$
Essentielle par saut fini en $x = 1$

c) Non-essentielle par trou en $x = 0$
Essentielle par saut infini en $x = 2$

d) Essentielle par saut infini en $x = -1$
Essentielle par saut fini en $x = 2$

e) Essentielle par saut infini en $x = -1$
Essentielle par saut infini en $x = 2$

f) Essentielle par saut fini en $x = -2$

g) Essentielle par manque sur $x \in [-3, -2]$
Essentielle par manque sur $x \in [2, 3]$

Solution 34

a) Aucune discontinuité b) $x = 3$

Solution 35

a) $x = 3$ b) Aucune discontinuité

Solution 36

a) $]-\infty, 1[\cup]1, \infty[$
b) $[3, \infty[$
c) $]-\infty, 1[\cup]1, \infty[$

Solution 37 Afin de satisfaire aux conditions i) à iii), la fonction $f(x)$ doit nécessairement avoir un saut (fini ou infini) sur l'intervalle $[0, 5]$. Par conséquent, elle ne peut pas être continue sur cet intervalle.

Solution 38

a) $C(m) = \begin{cases} 2 & \text{si} \quad 0 < m \leq 1 \\ 2m & \text{si} \quad 1 < x < 10 \\ 0.25m^2 & \text{si} \quad x \geq 10 \end{cases}$

b) $]0, \infty[$

c) Non, il y a une discontinuité à 10 kg.

Solution 39

a) $k = -9$ b) $k = 4/3$ c) $k = 0$ d) Aucun.

Solution 40

a) 1
b) 3/2
c) ∞
d) ∞
e) 0
f) $-1/2$

Solution 41

a) 0
b) ∞
c) 0
d) 0
e) 16/81
f) 0

Solution 42

a) $-\infty$ b) 1/2

Solution 43

a) A.H. en $y = 2$; A.V. en $x = 3$.
b) A.H. en $y = 0$; A.V. en $x = -2$ et $x = 2$.
c) Pas d'A.H. ; A.V. en $x = 0$.
d) A.H. en $y = 1$; A.V. en $x = -3$.
e) A.H. en $y = 0$; A.V. en $x = 1$.
f) A.H. en $y = 0$; pas d'A.V.

Solution 44

a) A.H. en $y = 4$; pas d'A.V.
b) A.H. en $y = 0$ et en $y = 3$; pas d'A.V.