

Examen 1
201-NYA Calcul Différentiel
18 septembre 2019
Professeur : Dimitri Zuchowski

Consignes

Toutes formes de documentation et la calculatrice sont interdites. Toute forme de plagiat et de communication est interdite et entraîne la note ZÉRO. Une réponse, même si elle est bonne, sans justification vaut ZÉRO.

Question 1. (12%)

Trouver le domaine des fonctions suivantes

a) $f(x) = \frac{x+2}{(x-2)(2x^2+3x+1)}$

b) $g(x) = \sqrt{4-x}$

Question 2. (6%)

Si $f(x) = x^2 - x + 3$ et que $g(x) = \sqrt{x^2 - 5} + 1$, donner la fonction (sans simplifier) :

$$(f \circ g)(x)$$

Question 3. (40%)

Évaluer les limites suivantes.

a) $\lim_{x \rightarrow 2} x^3 - 6x^2 + 4$

e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^4 - 4x^3 - x^2 + 7x - 6}{3x^3 - 8x^2 + 6x - 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} 3^{-x}$

f) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{4}\right)}{x^2 - 2x - 3}$

c) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{5}{x^2 + 6x + 9}$

g) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{2x^2 - 10x - 12}{\sqrt{6} - \sqrt{x}}$

d) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x+5}{25-x^2}$

h) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 5x^2 + 7}{2x^4 - 4x^3 + x - 1}$

Question 4. (18%)

Déterminer si la fonction suivante est continue aux points donnés.

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 5 & x < -2 \\ 3x - 7 & -2 \leq x < 0 \\ -7 & x = 0 \\ \frac{x^2 + 14x}{-2x} & 0 < x < 1 \\ \frac{30 - 30x}{4x^3 - 4x^2} & 1 \leq x \end{cases} \quad \text{en } x = -2, 0, 1.$$

Question 5. (12%)

Déterminer si la fonction suivante a des asymptotes horizontales **ET** verticales. Si oui, dites pour quelles valeurs de x et de y .

$$f(x) = \frac{(x-1)(x^2+4)}{(x+7)(2x-1)(3x-3)}$$

Question 6. (12%)

Esquisser **UNE** fonction, continue partout sauf peut-être en $x = -2, -1, 0, 1, 2$, qui satisfait à **TOUTES** les conditions suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$

e) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 1$

i) $f(1) = 0$

b) $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = 4$

f) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$

j) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -1$

c) $f(-2) = \cancel{\#}$

g) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \infty$

k) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \cancel{\#}$

d) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -2$

h) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$

l) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$