

1.1 RÈGLE DE L'HÔPITAL

cours 1

Aujourd'hui, nous allons voir

Aujourd'hui, nous allons voir

- ✓ Révision du calcul différentiel

Aujourd'hui, nous allons voir

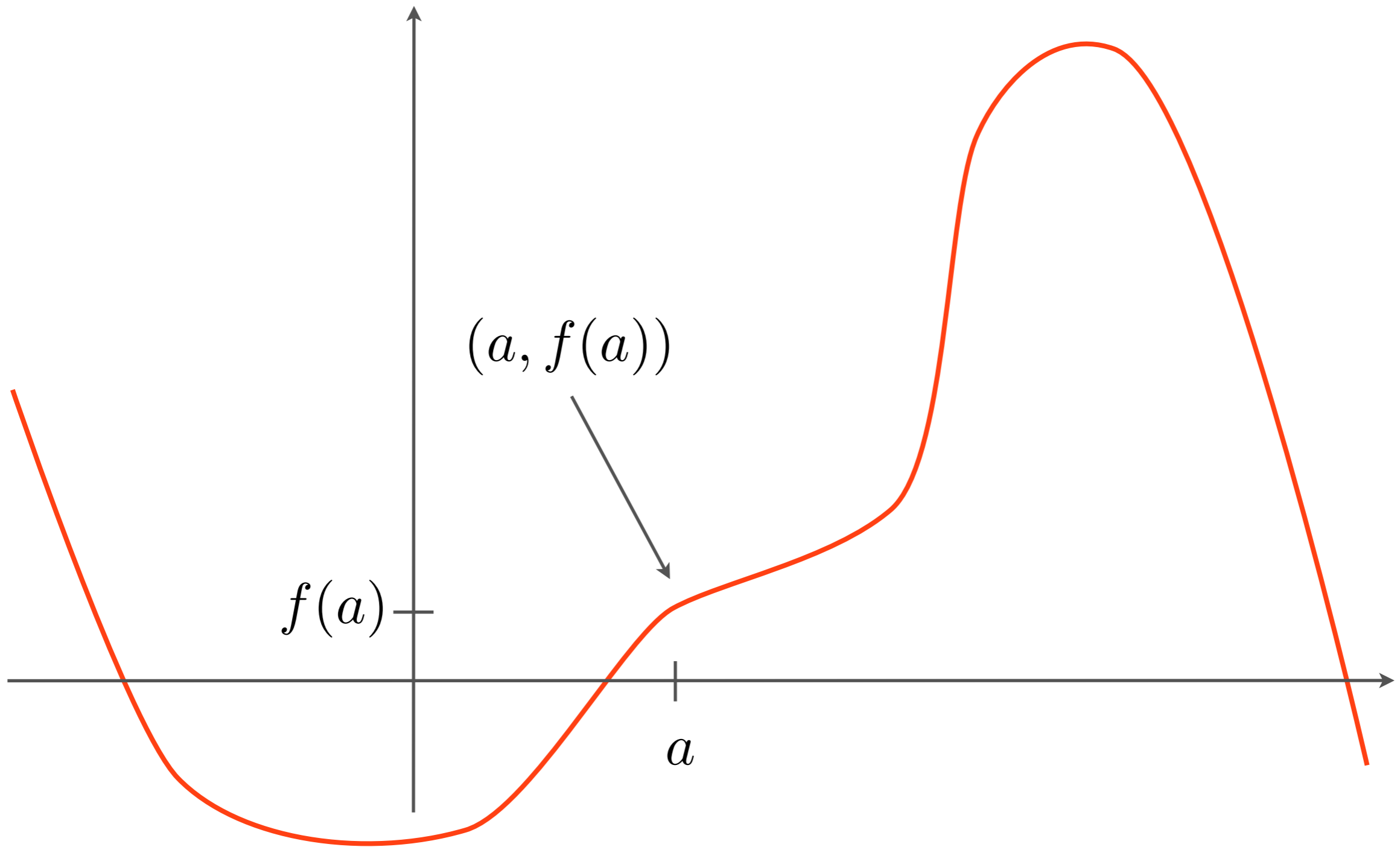
- ✓ Révision du calcul différentiel
- ✓ Dérivée logarithmique

Aujourd'hui, nous allons voir

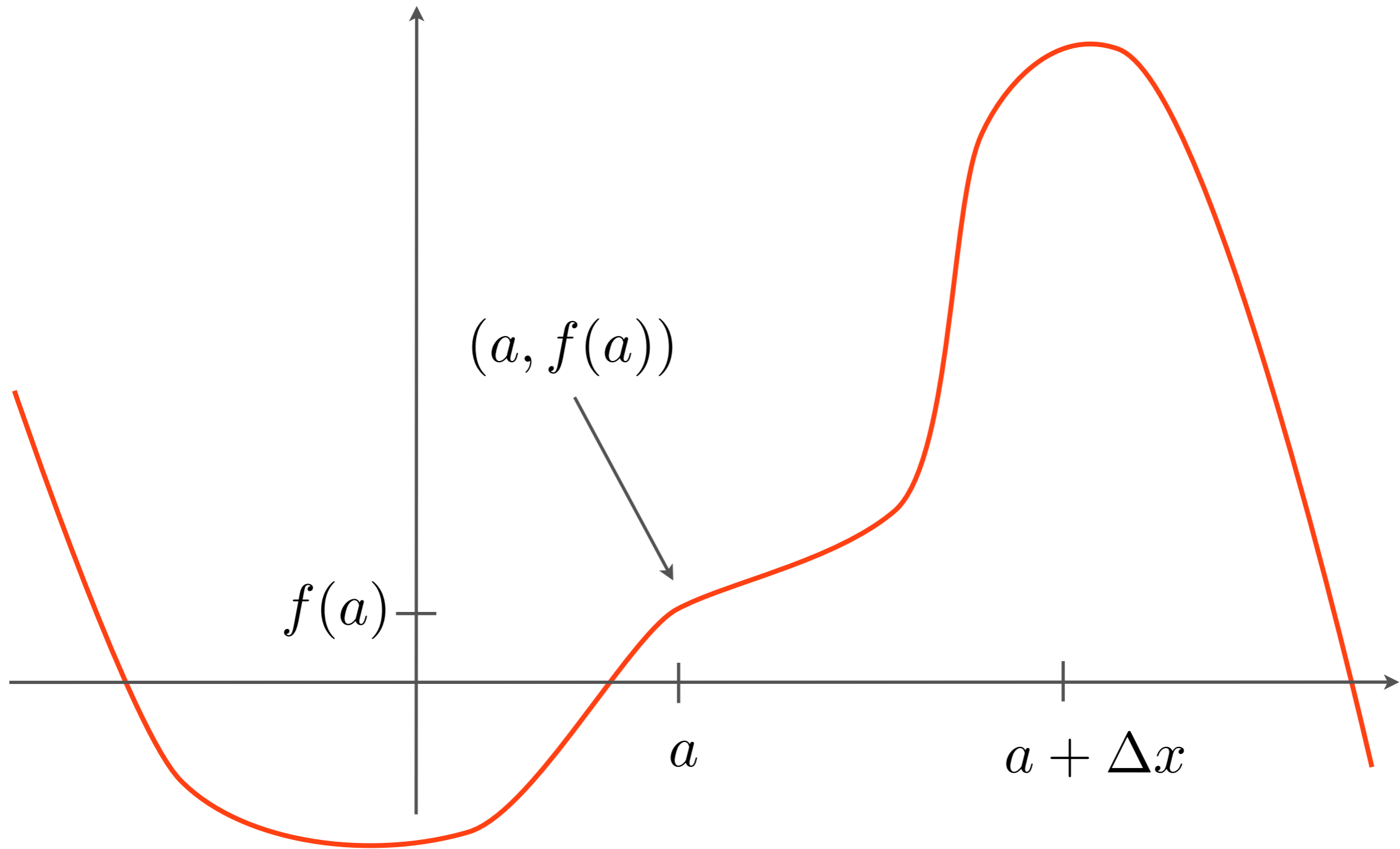
- ✓ Révision du calcul différentiel
- ✓ Dérivée logarithmique
- ✓ Règle de l'Hôpital

La dérivée en un point est le taux de variation instantanée.

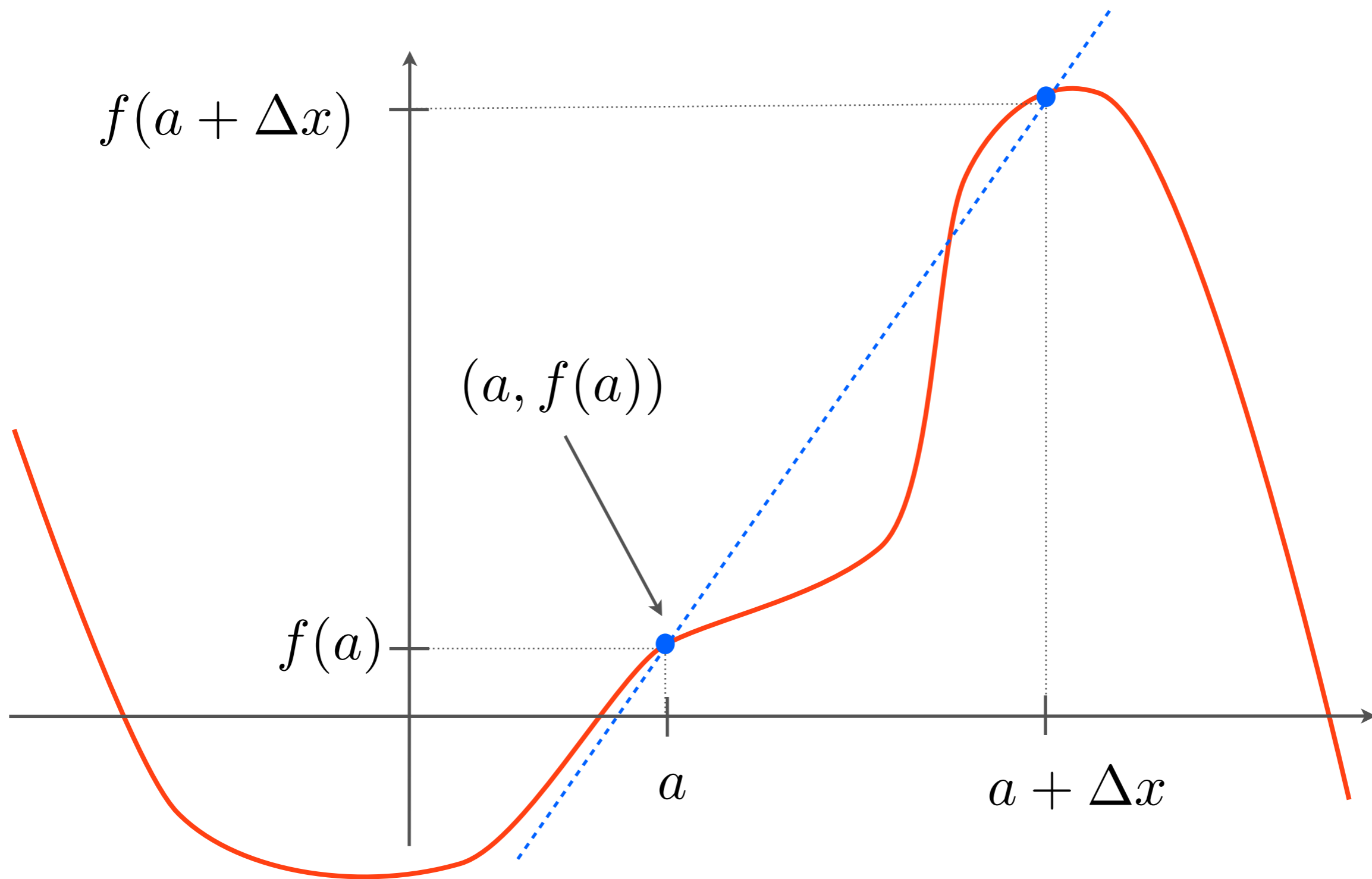
La dérivée en un point est le taux de variation instantanée.



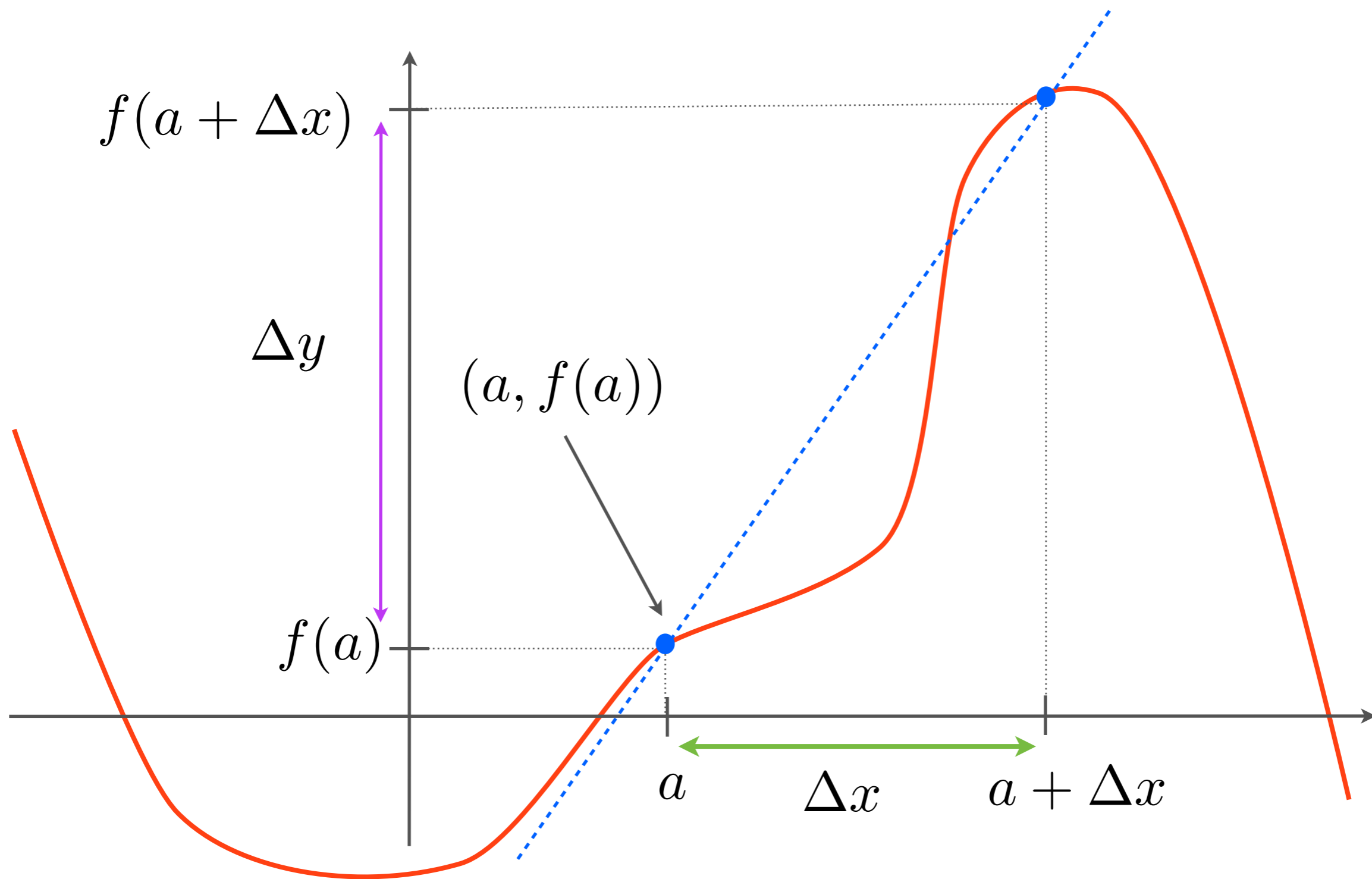
La dérivée en un point est le taux de variation instantanée.



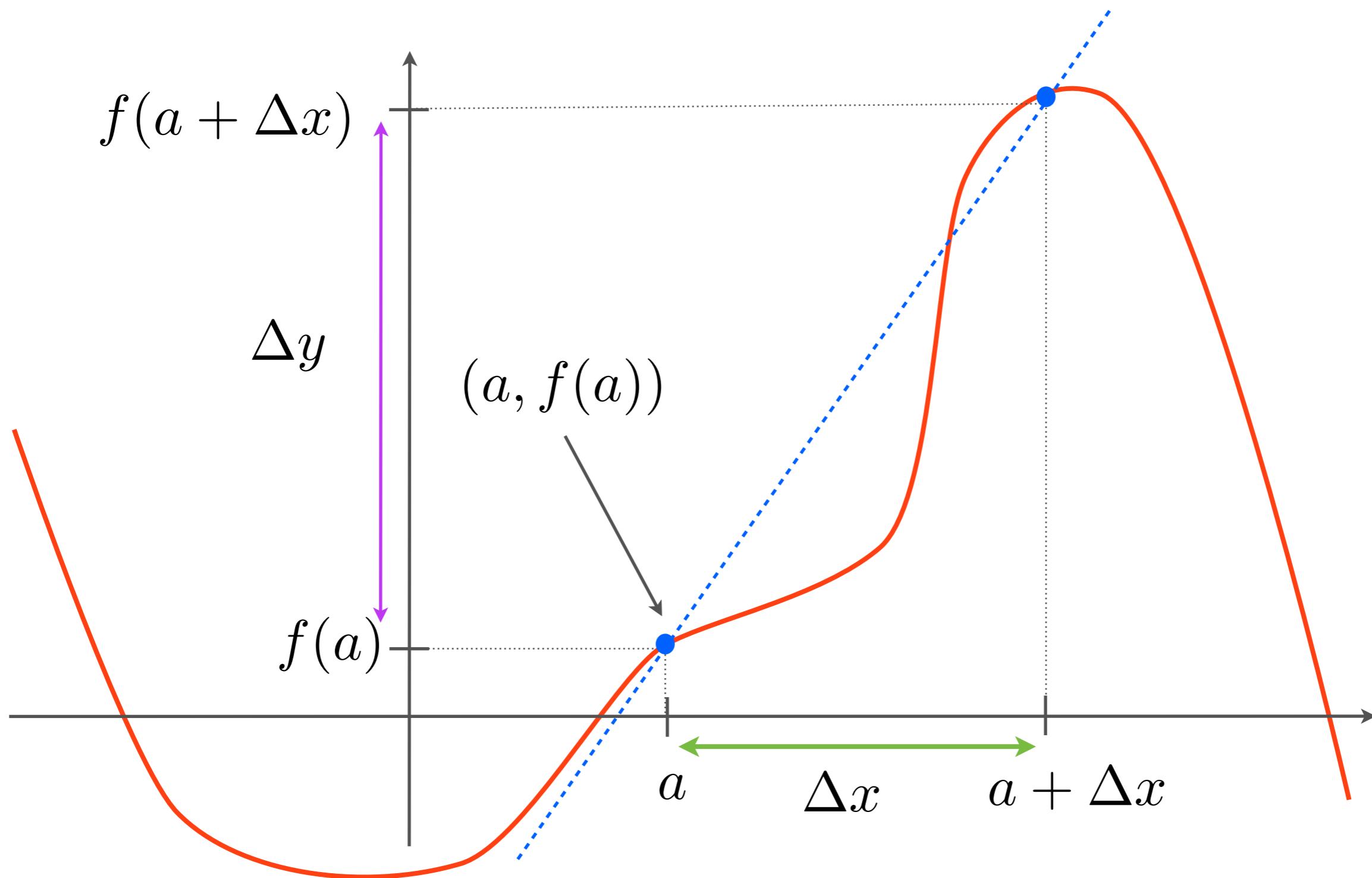
La dérivée en un point est le taux de variation instantanée.



La dérivée en un point est le taux de variation instantanée.

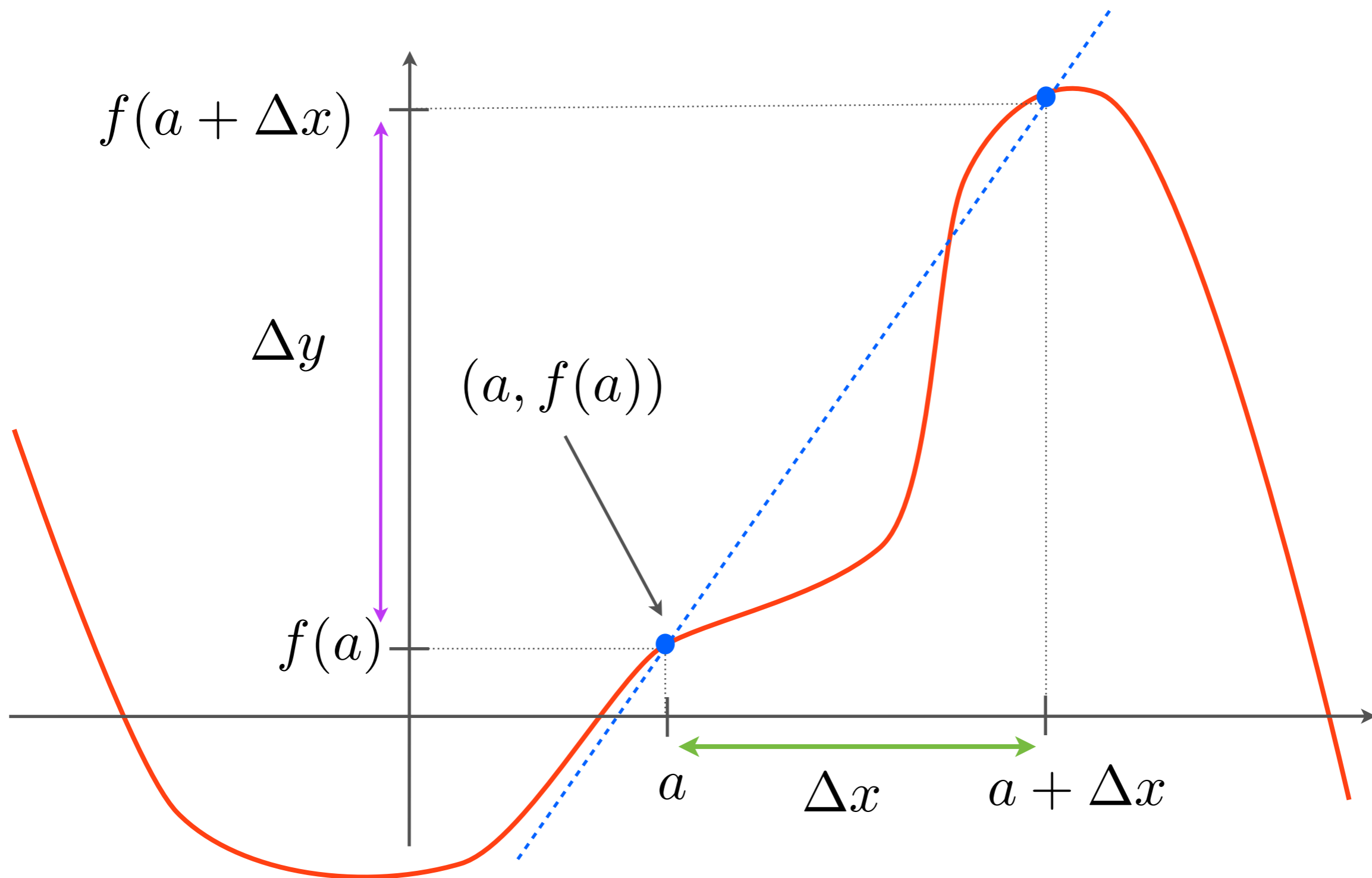


La dérivée en un point est le taux de variation instantanée.



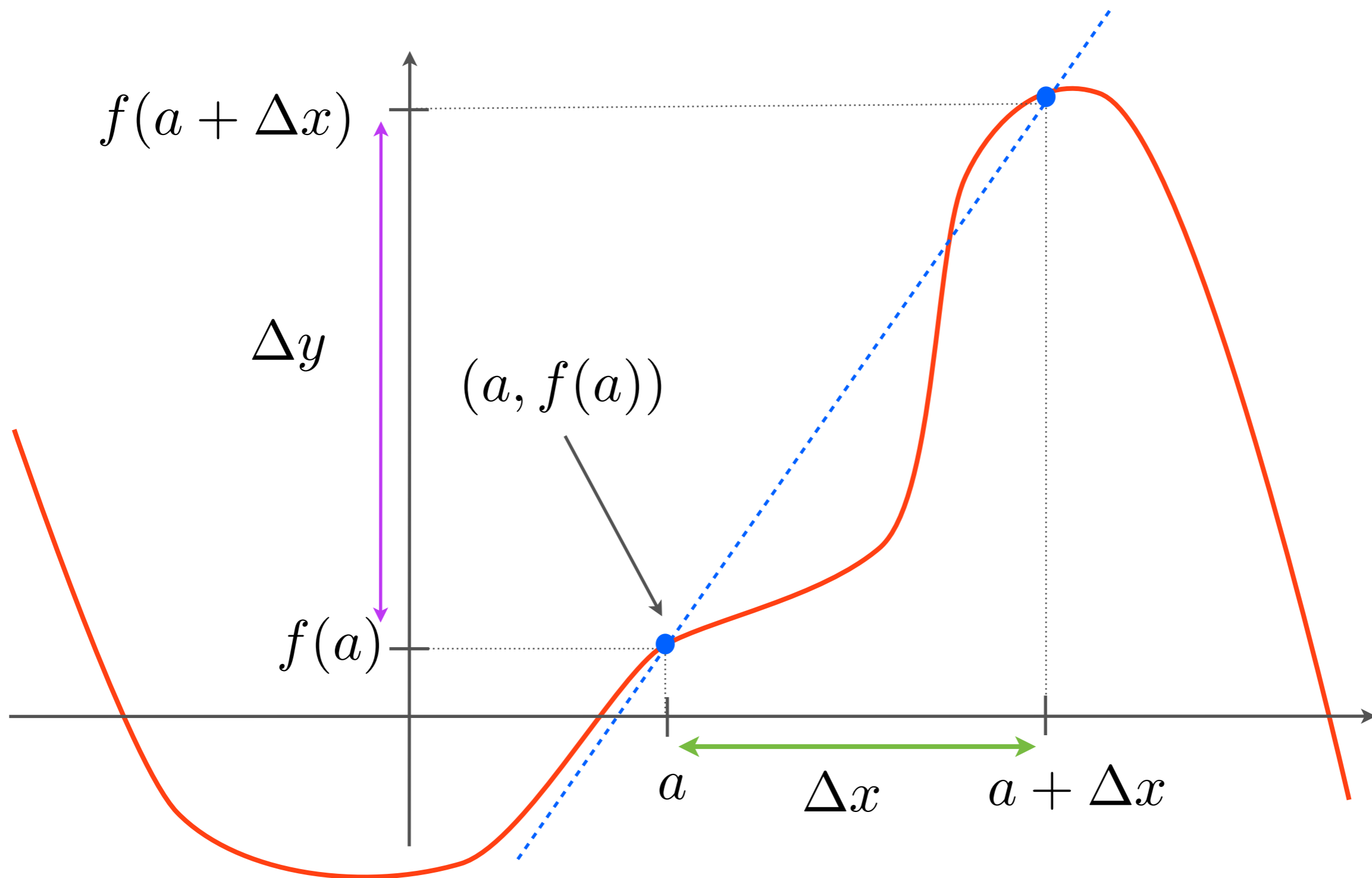
$$\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

La dérivée en un point est le taux de variation instantanée.



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

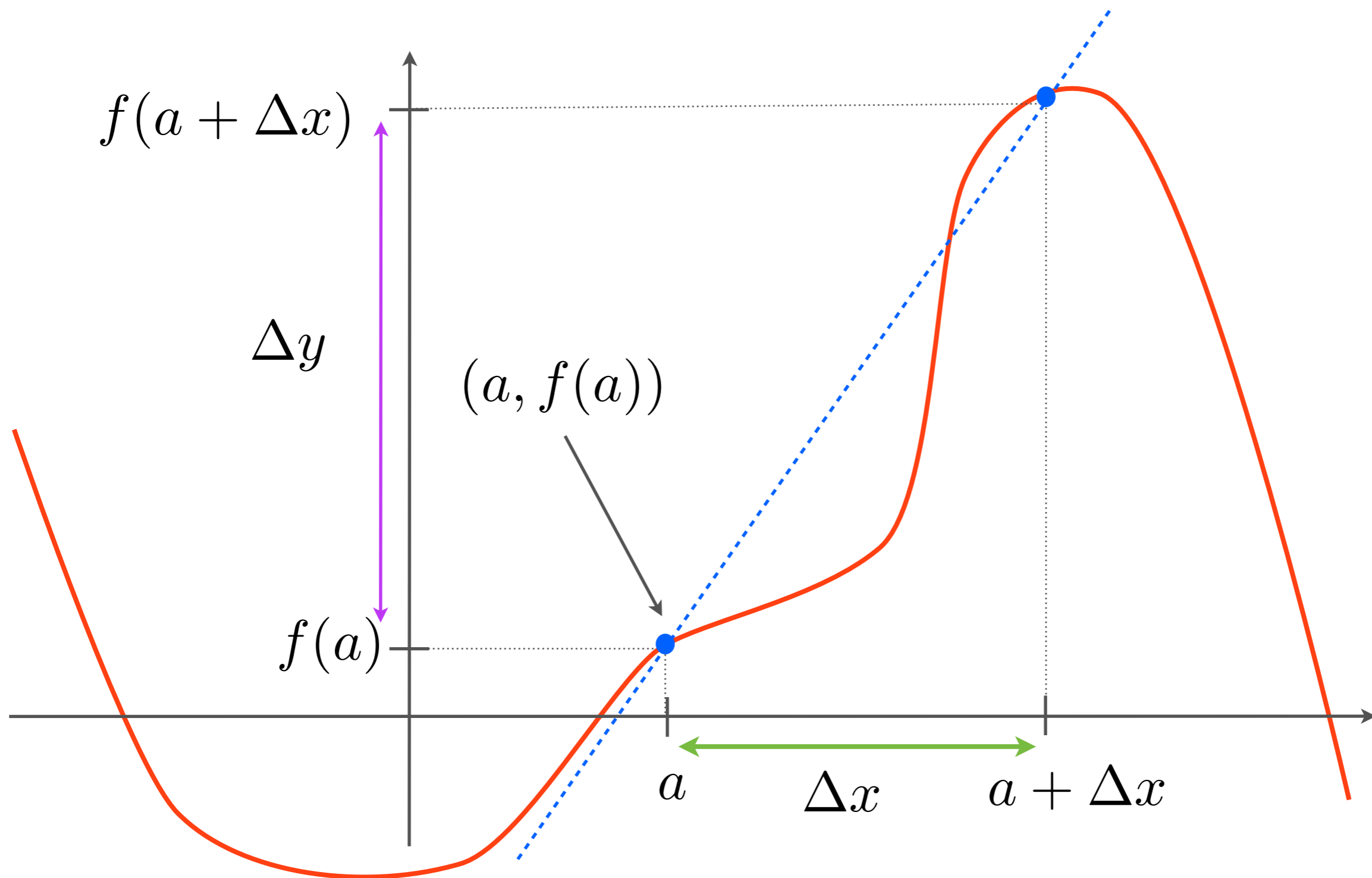
La dérivée en un point est le taux de variation instantanée.



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

$$f'(a) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

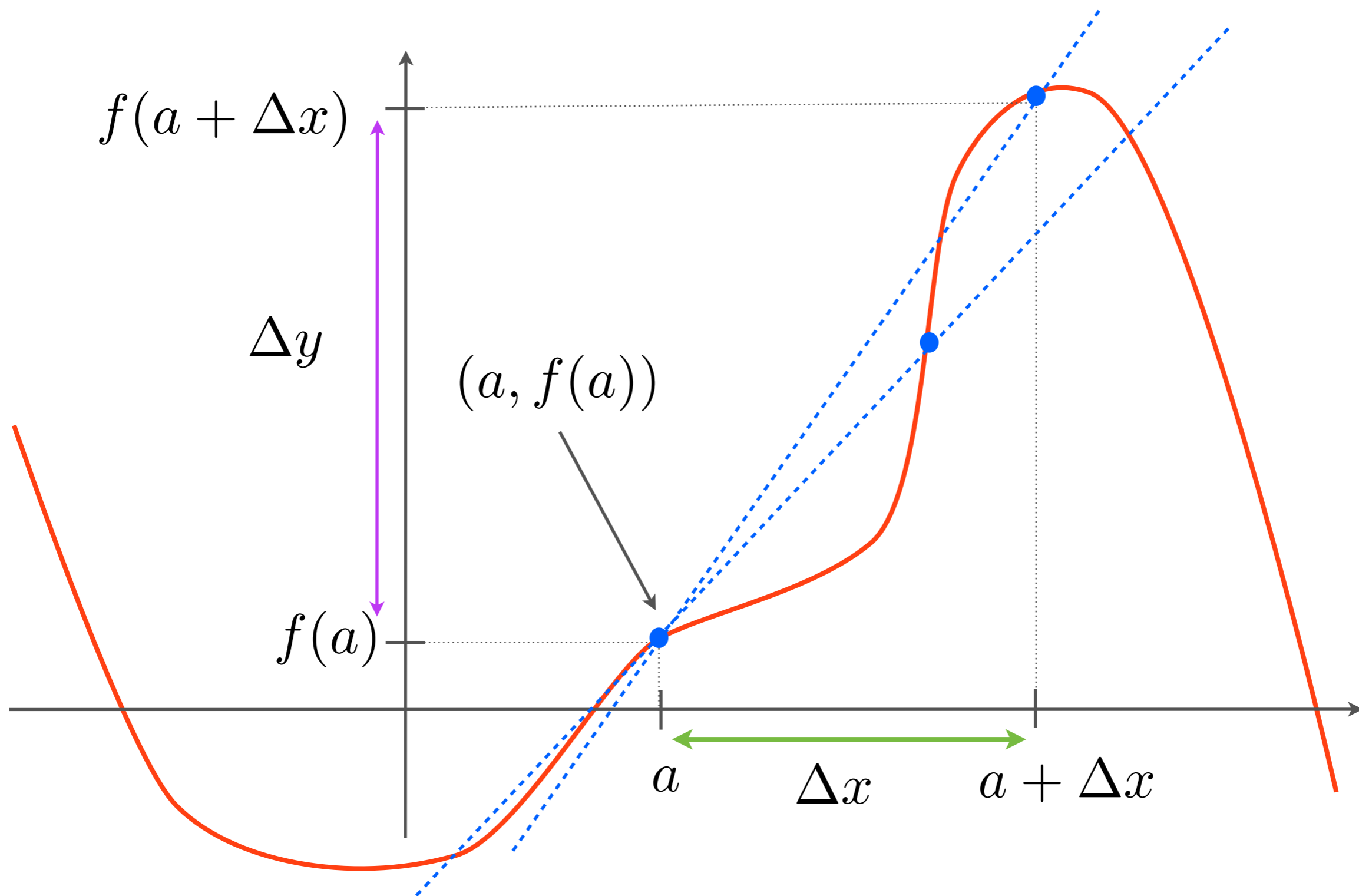
La dérivée en un point est le taux de variation instantanée.



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

$$f'(a) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

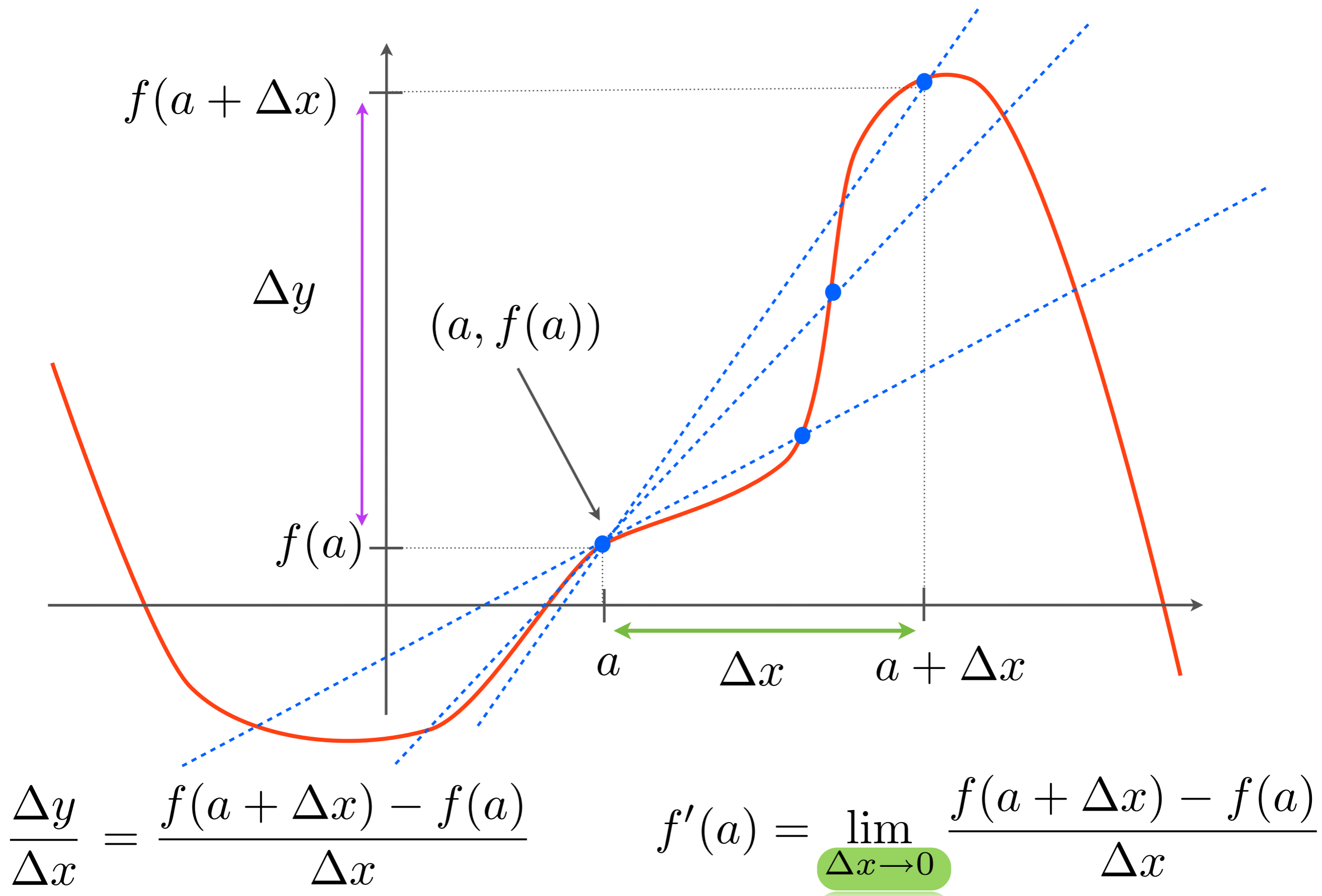
La dérivée en un point est le taux de variation instantané.



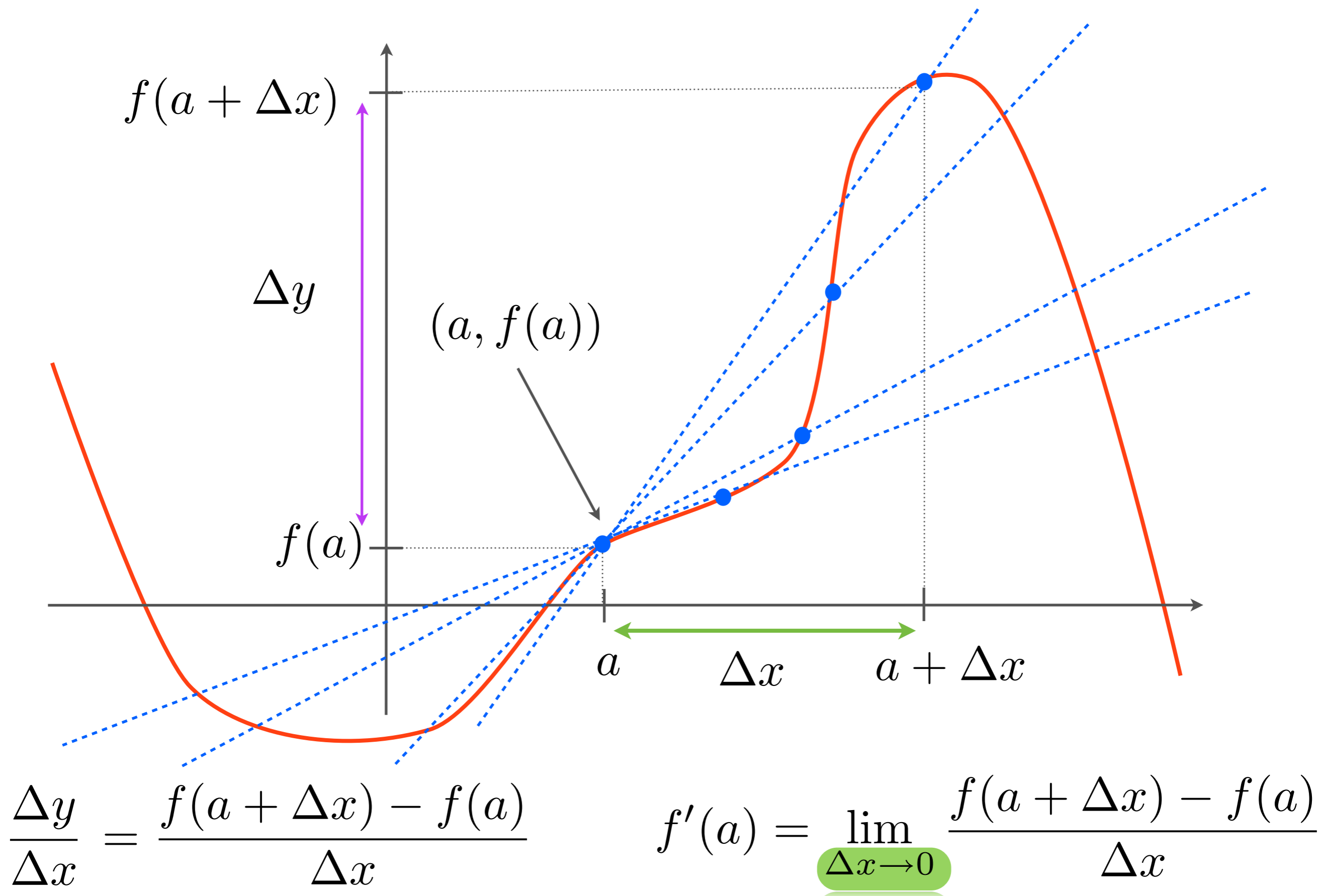
$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

$$f'(a) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

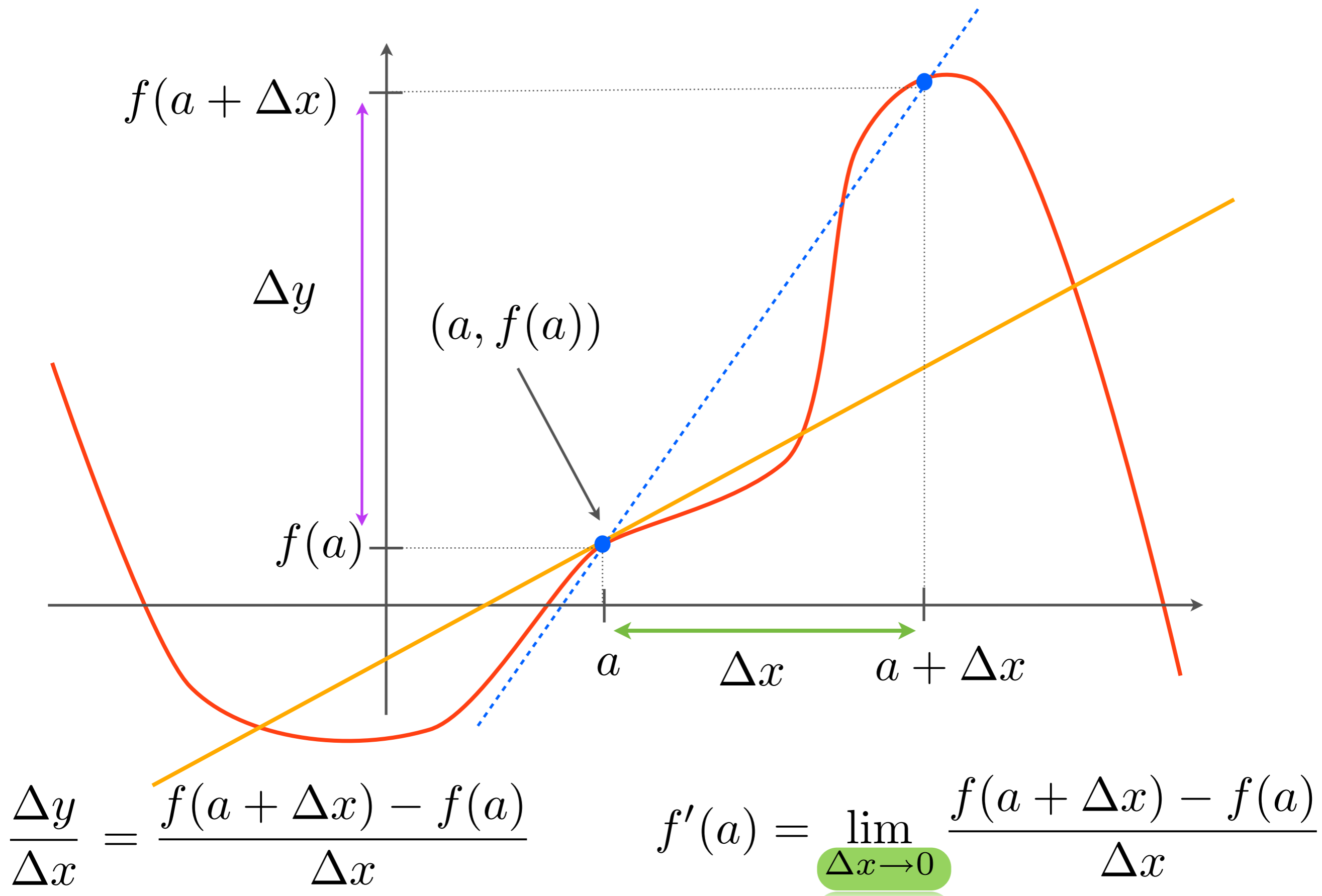
La dérivée en un point est le taux de variation instantanée.



La dérivée en un point est le taux de variation instantané.



La dérivée en un point est le taux de variation instantanée.



Formules de dérivation

Formules de dérivation

$$(kf(x))' = kf'(x)$$

Formules de dérivation

$$(kf(x))' = kf'(x)$$

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

Formules de dérivation

$$(kf(x))' = kf'(x)$$

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

$$(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

Formules de dérivation

$$(kf(x))' = kf'(x)$$

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

$$(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

Formules de dérivation

$$(kf(x))' = kf'(x)$$

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

$$(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

$$(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

$$(\cot x)' = -\operatorname{csc}^2 x$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

$$(\cot x)' = -\operatorname{csc}^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

$$(\cot x)' = -\operatorname{csc}^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

$$(\operatorname{csc} x)' = -\operatorname{csc} x \cot x$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

$$(\cot x)' = -\operatorname{csc}^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

$$(\operatorname{csc} x)' = -\operatorname{csc} x \cot x$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

$$(\cot x)' = -\operatorname{csc}^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

$$(\operatorname{csc} x)' = -\operatorname{csc} x \cot x$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

$$(\cot x)' = -\operatorname{csc}^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

$$(\operatorname{csc} x)' = -\operatorname{csc} x \cot x$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

$$(\cot x)' = -\operatorname{csc}^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

$$(\operatorname{csc} x)' = -\operatorname{csc} x \cot x$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$(\operatorname{arcsec} x)' = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

$$(\cot x)' = -\operatorname{csc}^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

$$(\operatorname{csc} x)' = -\operatorname{csc} x \cot x$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = -(\arccos x)'$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$(\operatorname{arcsec} x)' = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

$$(\cot x)' = -\operatorname{csc}^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

$$(\operatorname{csc} x)' = -\operatorname{csc} x \cot x$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = -(\arccos x)'$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2} = -(\operatorname{arccot} x)'$$

$$(\operatorname{arcsec} x)' = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

$$(\cot x)' = -\operatorname{csc}^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

$$(\operatorname{csc} x)' = -\operatorname{csc} x \cot x$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = -(\arccos x)'$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2} = -(\operatorname{arccot} x)'$$

$$(\operatorname{arcsec} x)' = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} = -(\operatorname{arcsc} x)'$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

$$(\cot x)' = -\operatorname{csc}^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

$$(\operatorname{csc} x)' = -\operatorname{csc} x \cot x$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = -(\arccos x)'$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2} = -(\operatorname{arccot} x)'$$

$$(\operatorname{arcsec} x)' = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} = -(\operatorname{arcsc} x)'$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

$$(\cot x)' = -\operatorname{csc}^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

$$(\operatorname{csc} x)' = -\operatorname{csc} x \cot x$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = -(\arccos x)'$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2} = -(\operatorname{arccot} x)'$$

$$(\operatorname{arcsec} x)' = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} = -(\operatorname{arcsc} x)'$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

$$(\cot x)' = -\operatorname{csc}^2 x$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

$$(\operatorname{csc} x)' = -\operatorname{csc} x \cot x$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = -(\arccos x)'$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2} = -(\operatorname{arccot} x)'$$

$$(\operatorname{arcsec} x)' = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} = -(\operatorname{arcsc} x)'$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

$$(\cot x)' = -\operatorname{csc}^2 x$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

$$(\operatorname{csc} x)' = -\operatorname{csc} x \cot x$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = -(\arccos x)'$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2} = -(\operatorname{arccot} x)'$$

$$(\operatorname{arcsec} x)' = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} = -(\operatorname{arcsc} x)'$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

$$(\cot x)' = -\operatorname{csc}^2 x$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

$$(\operatorname{csc} x)' = -\operatorname{csc} x \cot x$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = -(\arccos x)'$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2} = -(\operatorname{arccot} x)'$$

$$(\operatorname{arcsec} x)' = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} = -(\operatorname{arcsc} x)'$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

Exemple

Exemple

$$\left(\frac{\sin(\log_3 x)}{\arctan(x^2 e^{4x})} \right)'$$

Exemple

$$\left(\frac{\sin(\log_3 x)}{\arctan(x^2 e^{4x})} \right)'$$

$$= \frac{(\sin(\log_3 x))' \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x) (\arctan(x^2 e^{4x}))'}{(\arctan(x^2 e^{4x}))^2}$$

Exemple

$$\left(\frac{\sin(\log_3 x)}{\arctan(x^2 e^{4x})} \right)'$$

$$= \frac{(\sin(\log_3 x))' \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x) (\arctan(x^2 e^{4x}))'}{(\arctan(x^2 e^{4x}))^2}$$

Exemple

$$\left(\frac{\sin(\log_3 x)}{\arctan(x^2 e^{4x})} \right)'$$

$$= \frac{(\sin(\log_3 x))' \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x) (\arctan(x^2 e^{4x}))'}{(\arctan(x^2 e^{4x}))^2}$$

$$= \frac{(\cos(\log_3 x) (\log_3 x)') \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x) \left(\frac{(x^2 e^{4x})'}{1 + (x^2 e^{4x})^2} \right)}{(\arctan(x^2 e^{4x}))^2}$$

Exemple

$$\left(\frac{\sin(\log_3 x)}{\arctan(x^2 e^{4x})} \right)'$$

$$= \frac{(\sin(\log_3 x))' \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x) (\arctan(x^2 e^{4x}))'}{(\arctan(x^2 e^{4x}))^2}$$

$$= \frac{(\cos(\log_3 x) (\log_3 x)') \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x) \left(\frac{(x^2 e^{4x})'}{1+(x^2 e^{4x})^2} \right)}{(\arctan(x^2 e^{4x}))^2}$$

Exemple

$$\left(\frac{\sin(\log_3 x)}{\arctan(x^2 e^{4x})} \right)'$$

$$= \frac{(\sin(\log_3 x))' \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x) (\arctan(x^2 e^{4x}))'}{(\arctan(x^2 e^{4x}))^2}$$

$$= \frac{(\cos(\log_3 x) (\log_3 x)') \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x) \left(\frac{(x^2 e^{4x})'}{1 + (x^2 e^{4x})^2} \right)}{(\arctan(x^2 e^{4x}))^2}$$

Exemple

$$\left(\frac{\sin(\log_3 x)}{\arctan(x^2 e^{4x})} \right)'$$

$$= \frac{(\sin(\log_3 x))' \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x) (\arctan(x^2 e^{4x}))'}{(\arctan(x^2 e^{4x}))^2}$$

$$= \frac{(\cos(\log_3 x) (\log_3 x)') \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x) \left(\frac{(x^2 e^{4x})'}{1 + (x^2 e^{4x})^2} \right)}{(\arctan(x^2 e^{4x}))^2}$$

$$= \frac{(\cos(\log_3 x) \frac{1}{x \ln 3}) \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x) \left(\frac{2x e^{4x} + 4x^2 e^{4x}}{1 + (x^2 e^{4x})^2} \right)}{(\arctan(x^2 e^{4x}))^2}$$

Exemple

$$\left(\frac{\sin(\log_3 x)}{\arctan(x^2 e^{4x})} \right)'$$

$$= \frac{(\sin(\log_3 x))' \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x) (\arctan(x^2 e^{4x}))'}{(\arctan(x^2 e^{4x}))^2}$$

$$= \frac{(\cos(\log_3 x) (\log_3 x)') \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x) \left(\frac{(x^2 e^{4x})'}{1 + (x^2 e^{4x})^2} \right)}{(\arctan(x^2 e^{4x}))^2}$$

$$= \frac{(\cos(\log_3 x) \frac{1}{x \ln 3}) \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x) \left(\frac{2x e^{4x} + 4x^2 e^{4x}}{1 + (x^2 e^{4x})^2} \right)}{(\arctan(x^2 e^{4x}))^2}$$

Exemple

$$\left(\frac{\sin(\log_3 x)}{\arctan(x^2 e^{4x})} \right)'$$

$$= \frac{(\sin(\log_3 x))' \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x) (\arctan(x^2 e^{4x}))'}{(\arctan(x^2 e^{4x}))^2}$$

$$= \frac{(\cos(\log_3 x) (\log_3 x)') \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x) \left(\frac{(x^2 e^{4x})'}{1 + (x^2 e^{4x})^2} \right)}{(\arctan(x^2 e^{4x}))^2}$$

$$= \frac{(\cos(\log_3 x) \frac{1}{x \ln 3}) \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x) \left(\frac{2x e^{4x} + 4x^2 e^{4x}}{1 + (x^2 e^{4x})^2} \right)}{(\arctan(x^2 e^{4x}))^2}$$

Dérivée logarithmique.

Dérivée logarithmique.

Pour les fonctions de la forme

$$f(x)^{g(x)}$$

Dérivée logarithmique.

Pour les fonctions de la forme

$$f(x)^{g(x)}$$

On peut utiliser l'égalité

$$x = e^{\ln x} \quad x > 0$$

Dérivée logarithmique.

Pour les fonctions de la forme

$$f(x)^{g(x)}$$

On peut utiliser l'égalité

$$x = e^{\ln x} \quad x > 0$$

ainsi que les lois des log.

Dérivée logarithmique.

Pour les fonctions de la forme

$$f(x)^{g(x)}$$

On peut utiliser l'égalité

$$x = e^{\ln x} \quad x > 0$$

ainsi que les lois des log.

Exemple

Dérivée logarithmique.

Pour les fonctions de la forme

$$f(x)^{g(x)}$$

On peut utiliser l'égalité

$$x = e^{\ln x} \quad x > 0$$

ainsi que les lois des log.

Exemple

$$(x^x)' = (e^{\ln x^x})'$$

Dérivée logarithmique.

Pour les fonctions de la forme

$$f(x)^{g(x)}$$

On peut utiliser l'égalité

$$x = e^{\ln x} \quad x > 0$$

ainsi que les lois des log.

Exemple

$$(x^x)' = (e^{\ln x^x})'$$

Dérivée logarithmique.

Pour les fonctions de la forme

$$f(x)^{g(x)}$$

On peut utiliser l'égalité

$$x = e^{\ln x} \quad x > 0$$

ainsi que les lois des log.

Exemple

$$(x^x)' = (e^{\ln x^x})' = (e^{x \ln x})'$$

Dérivée logarithmique.

Pour les fonctions de la forme

$$f(x)^{g(x)}$$

On peut utiliser l'égalité

$$x = e^{\ln x} \quad x > 0$$

ainsi que les lois des log.

Exemple

$$(x^x)' = (e^{\ln x^x})' = (e^{x \ln x})' = e^{x \ln x} (x \ln x)'$$

Dérivée logarithmique.

Pour les fonctions de la forme

$$f(x)^{g(x)}$$

On peut utiliser l'égalité

$$x = e^{\ln x} \quad x > 0$$

ainsi que les lois des log.

Exemple

$$\begin{aligned} (x^x)' &= (e^{\ln x^x})' = (e^{x \ln x})' = e^{x \ln x} (x \ln x)' \\ &= e^{x \ln x} \left(\ln x + x \frac{1}{x} \right) \end{aligned}$$

Dérivée logarithmique.

Pour les fonctions de la forme

$$f(x)^{g(x)}$$

On peut utiliser l'égalité

$$x = e^{\ln x} \quad x > 0$$

ainsi que les lois des log.

Exemple

$$\begin{aligned} (x^x)' &= (e^{\ln x^x})' = (e^{x \ln x})' = e^{x \ln x} (x \ln x)' \\ &= e^{x \ln x} \left(\ln x + x \frac{1}{x} \right) = e^{x \ln x} (\ln x + 1) \end{aligned}$$

Dérivée logarithmique.

Pour les fonctions de la forme

$$f(x)^{g(x)}$$

On peut utiliser l'égalité

$$x = e^{\ln x} \quad x > 0$$

ainsi que les lois des log.

Exemple

$$\begin{aligned} (x^x)' &= (e^{\ln x^x})' = (e^{x \ln x})' = e^{x \ln x} (x \ln x)' \\ &= e^{x \ln x} \left(\ln x + x \frac{1}{x} \right) = e^{x \ln x} (\ln x + 1) \\ &= x^x (\ln x + 1) \end{aligned}$$

Exemple

Example

$$f(x) = x^{\sin x}$$

Example

$$f(x) = x^{\sin x} = e^{\ln x^{\sin x}}$$

Example

$$f(x) = x^{\sin x} = e^{\ln x^{\sin x}}$$

Example

$$f(x) = x^{\sin x} = e^{\ln x^{\sin x}} = e^{\sin x \ln x}$$

Example

$$f(x) = x^{\sin x} = e^{\ln x^{\sin x}} = e^{\sin x \ln x}$$

$$f'(x) = e^{\sin x \ln x} (\sin x \ln x)'$$

Example

$$f(x) = x^{\sin x} = e^{\ln x^{\sin x}} = e^{\sin x \ln x}$$

$$f'(x) = e^{\sin x \ln x} (\sin x \ln x)'$$

$$= e^{\sin x \ln x} \left(\cos x \ln x + \frac{\sin x}{x} \right)$$

Example

$$f(x) = x^{\sin x} = e^{\ln x^{\sin x}} = e^{\sin x \ln x}$$

$$f'(x) = e^{\sin x \ln x} (\sin x \ln x)'$$

$$= e^{\sin x \ln x} \left(\cos x \ln x + \frac{\sin x}{x} \right)$$

Example

$$f(x) = x^{\sin x} = e^{\ln x^{\sin x}} = e^{\sin x \ln x}$$

$$f'(x) = e^{\sin x \ln x} (\sin x \ln x)'$$

$$= e^{\sin x \ln x} \left(\cos x \ln x + \frac{\sin x}{x} \right)$$

$$= x^{\sin x} \left(\cos x \ln x + \frac{\sin x}{x} \right)$$

Example

$$f(x) = x^{\sin x} = e^{\ln x^{\sin x}} = e^{\sin x \ln x}$$

$$f'(x) = e^{\sin x \ln x} (\sin x \ln x)'$$

$$= e^{\sin x \ln x} \left(\cos x \ln x + \frac{\sin x}{x} \right)$$

$$= x^{\sin x} \left(\cos x \ln x + \frac{\sin x}{x} \right)$$

Faites les exercices suivants

Faites #1 a) à e)

et

#2 a), b).

Limites et règle de l'Hôpital

un cours de mathématiques

Limites et règle de l'Hôpital

Forme

Limite

$$\frac{k}{\infty}$$

$$0^+$$

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	0^+
<hr/>	
$\frac{k}{-\infty}$	0^-
<hr/>	

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	0^+
$\frac{k}{-\infty}$	0^-
$\frac{k}{0^+}$	∞

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	0^+
$\frac{k}{-\infty}$	0^-
$\frac{k}{0^+}$	∞
$\frac{k}{0^-}$	$-\infty$

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	0^+
$\frac{k}{-\infty}$	0^-
$\frac{k}{0^+}$	∞
$\frac{k}{0^-}$	$-\infty$
$\frac{k}{0}$	\nexists

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite	Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	0^+	$\pm k + \infty$	∞
$\frac{k}{-\infty}$	0^-		
$\frac{k}{0^+}$	∞		
$\frac{k}{0^-}$	$-\infty$		
$\frac{k}{0}$	\nexists		

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite	Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	0^+	$\pm k + \infty$	∞
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{-\infty}$	0^-	$\pm k - \infty$	$-\infty$
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{0^+}$	∞		
<hr/>			
$\frac{k}{0^-}$	$-\infty$		
<hr/>			
$\frac{k}{0}$	\nexists		

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite	Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	0^+	$\pm k + \infty$	∞
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{-\infty}$	0^-	$\pm k - \infty$	$-\infty$
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{0^+}$	∞	$k \cdot \infty$	∞
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{0^-}$	$-\infty$		
<hr/>			
$\frac{k}{0}$	\nexists		

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite	Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	0^+	$\pm k + \infty$	∞
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{-\infty}$	0^-	$\pm k - \infty$	$-\infty$
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{0^+}$	∞	$k \cdot \infty$	∞
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{0^-}$	$-\infty$	$k(-\infty)$	$-\infty$
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{0}$	\nexists		

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite	Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	0^+	$\pm k + \infty$	∞
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{-\infty}$	0^-	$\pm k - \infty$	$-\infty$
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{0^+}$	∞	$k \cdot \infty$	∞
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{0^-}$	$-\infty$	$k(-\infty)$	$-\infty$
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{0}$	\nexists	∞^k	∞
		<hr/>	

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite		Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	0^+		$\pm k + \infty$	∞
<hr/>				
$\frac{k}{-\infty}$	0^-		$\pm k - \infty$	$-\infty$
<hr/>				
$\frac{k}{0^+}$	∞		$k \cdot \infty$	∞
<hr/>				
$\frac{k}{0^-}$	$-\infty$		$k(-\infty)$	$-\infty$
<hr/>				
$\frac{k}{0}$	\nexists		∞^k	∞
<hr/>				
		$1 < k$	k^∞	∞
<hr/>				

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite		Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	0^+		$\pm k + \infty$	∞
$\frac{k}{-\infty}$	0^-		$\pm k - \infty$	$-\infty$
$\frac{k}{0^+}$	∞		$k \cdot \infty$	∞
$\frac{k}{0^-}$	$-\infty$		$k(-\infty)$	$-\infty$
$\frac{k}{0}$	\nexists		∞^k	∞
		$1 < k$	k^∞	∞
		$0 < k < 1$	k^∞	0

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite		Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	0^+		$\pm k + \infty$	∞
$\frac{k}{-\infty}$	0^-		$\pm k - \infty$	$-\infty$
$\frac{k}{0^+}$	∞		$k \cdot \infty$	∞
$\frac{k}{0^-}$	$-\infty$		$k(-\infty)$	$-\infty$
$\frac{k}{0}$	\nexists		∞^k	∞
		$1 < k$	k^∞	∞
		$0 < k < 1$	k^∞	0
			$(\infty)(\infty)$	∞

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite		Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	0^+		$\pm k + \infty$	∞
$\frac{k}{-\infty}$	0^-		$\pm k - \infty$	$-\infty$
$\frac{k}{0^+}$	∞		$k \cdot \infty$	∞
$\frac{k}{0^-}$	$-\infty$	$1 < k$	$k(-\infty)$	$-\infty$
$\frac{k}{0}$	\nexists	$0 < k < 1$	∞^k	∞
			k^∞	∞
			k^∞	0
			$(\infty)(\infty)$	∞
			∞^∞	∞

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = ?$$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = ?$$

$$\frac{0}{k} \rightarrow 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = ?$$

$$\frac{0}{k} \rightarrow 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = ?$$

$$\frac{0}{k} \rightarrow 0$$

$$\frac{k}{0^\pm} \rightarrow \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = ?$$

$$\frac{0}{k} \rightarrow 0$$

$$\frac{k}{0^\pm} \rightarrow \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = ?$$

$$\frac{0}{k} \rightarrow 0$$

$$\frac{k}{0^\pm} \rightarrow \pm\infty$$

Donc $f(x)$ tire l'expression vers 0 tandis que $g(x)$ tire vers $\pm\infty$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$$

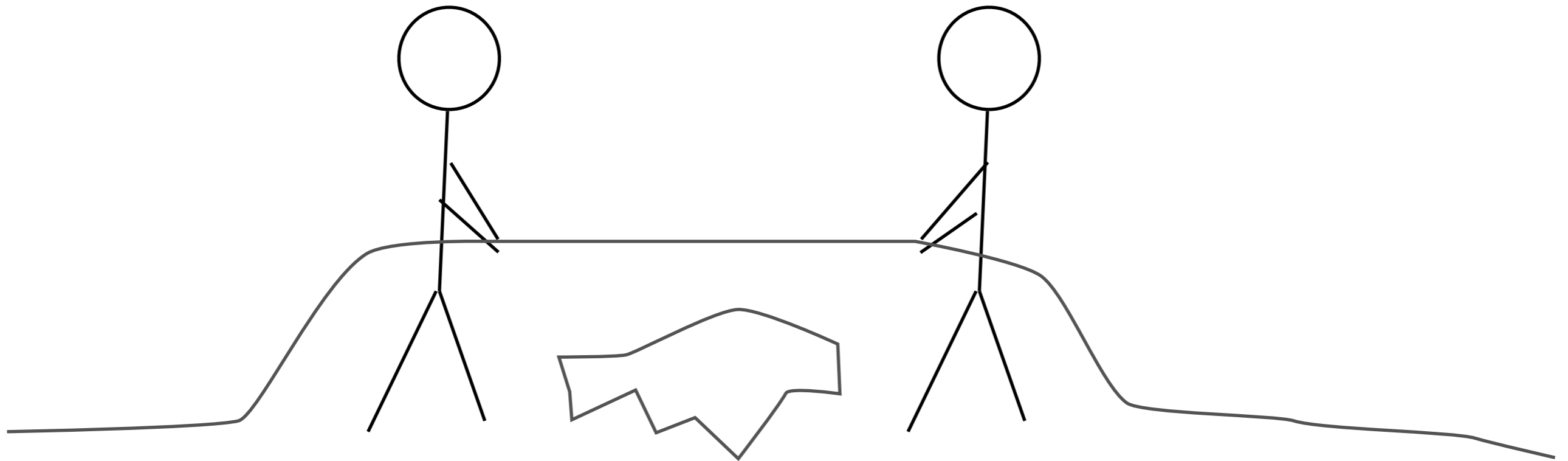
$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = ?$$

$$\frac{0}{k} \rightarrow 0$$

$$\frac{k}{0^\pm} \rightarrow \pm\infty$$

Donc $f(x)$ tire l'expression vers 0 tandis que $g(x)$ tire vers $\pm\infty$



$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$$

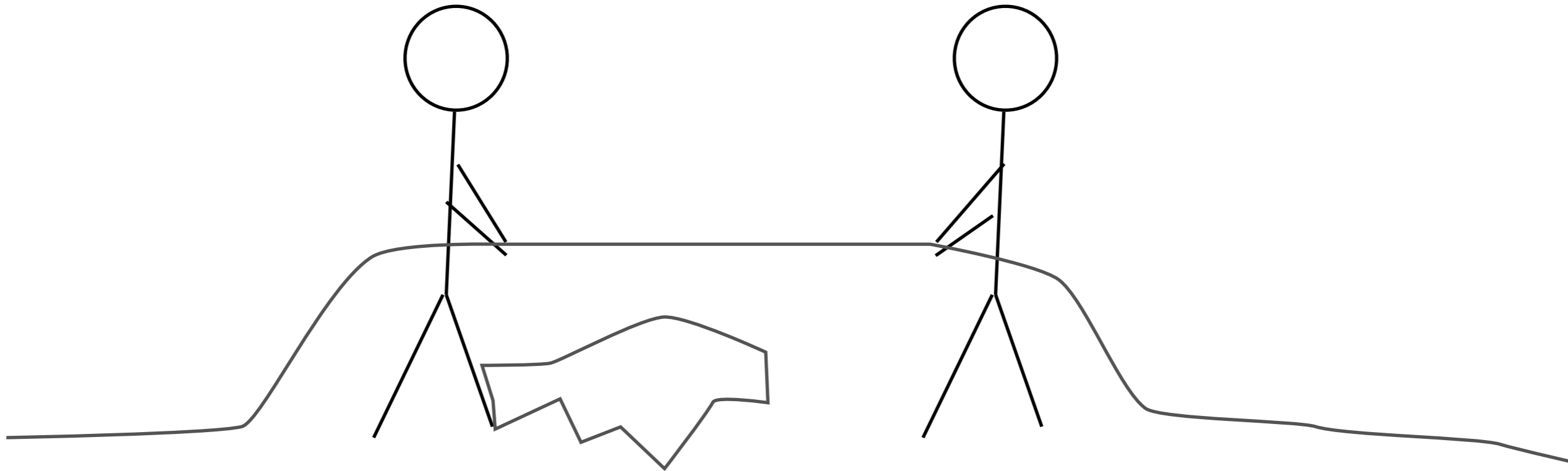
$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = ?$$

$$\frac{0}{k} \rightarrow 0$$

$$\frac{k}{0^\pm} \rightarrow \pm\infty$$

Donc $f(x)$ tire l'expression vers 0 tandis que $g(x)$ tire vers $\pm\infty$



$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = ?$$

$$\frac{0}{k} \rightarrow 0$$

$$\frac{k}{0^\pm} \rightarrow \pm\infty$$

Donc $f(x)$ tire l'expression vers 0 tandis que $g(x)$ tire vers $\pm\infty$



Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

0



Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

0

$\pm\infty$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2}$$

0

$\pm\infty$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2}$$

Annotations: Red arrows point from the original numerator $x^2 - 4$ to the value 0 , from the original denominator $x - 2$ to the value $\pm\infty$, and from the factored denominator $(x - 2)$ to the value 0 .

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2}$$

The diagram illustrates the process of simplifying a limit. The original expression is $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$. The numerator $x^2 - 4$ is highlighted in light blue, and the denominator $x - 2$ is highlighted in light purple. Red arrows point from the $x^2 - 4$ term to the label 0 and from the $x - 2$ term to the label $\pm\infty$. The expression is then shown as $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2}$. In this factored form, the $(x - 2)$ term in the numerator is highlighted in light blue, and the $x - 2$ term in the denominator is highlighted in light purple. Red arrows point from the $(x - 2)$ term in the numerator to the label 0 and from the $x - 2$ term in the denominator to the label $\pm\infty$.

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2}$$

Diagram illustrating the simplification of a limit expression:

- The original expression is $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$.
- The numerator $x^2 - 4$ is highlighted in light blue.
- The denominator $x - 2$ is highlighted in light purple.
- Red arrows point from the numerator to 0 and from the denominator to $\pm\infty$.
- The expression is simplified to $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2}$.
- The term $(x + 2)$ is highlighted in light orange.
- The term $(x - 2)$ in the numerator is highlighted in light blue.
- The denominator $x - 2$ is highlighted in light purple.
- Red arrows point from the $(x + 2)$ term to 4 and from the $(x - 2)$ terms to 0 .
- Red arrows also point from the denominator $x - 2$ to $\pm\infty$.

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} x + 2$$

The diagram illustrates the simplification of the limit expression $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$. The original expression is shown with the numerator $x^2 - 4$ in a light blue box and the denominator $x - 2$ in a light purple box. Red arrows point from these boxes to the values 0 (top) and $\pm\infty$ (bottom). The expression is then rewritten as $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2}$, where $(x + 2)$ is in a light orange box, $(x - 2)$ in the numerator is in a light blue box, and $(x - 2)$ in the denominator is in a light purple box. Red arrows point from the top $(x - 2)$ box to the value 4 and from the bottom $(x - 2)$ box to $\pm\infty$. Finally, the expression is simplified to $\lim_{x \rightarrow 2} x + 2$, with a red arrow pointing from the top $(x - 2)$ box to the value 0 .

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} x + 2 = 4$$

The diagram illustrates the simplification of the limit expression. Red arrows indicate the following relationships:

- An arrow from the numerator $x^2 - 4$ points to the value 0 .
- An arrow from the denominator $x - 2$ points to the value $\pm\infty$.
- An arrow from the factor $(x + 2)$ in the factored numerator points to the value 4 .
- An arrow from the factor $(x - 2)$ in the factored numerator points to the value 0 .
- An arrow from the denominator $x - 2$ in the second fraction points to the value $\pm\infty$.

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} x + 2 = 4$$

The diagram illustrates the process of simplifying a limit expression. It shows three stages of the calculation:

- Stage 1: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$. The numerator $x^2 - 4$ is highlighted in light blue, and the denominator $x - 2$ is highlighted in light purple. Red arrows point from these terms to the values 0 (above) and $\pm\infty$ (below), indicating an indeterminate form.
- Stage 2: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2}$. The term $(x + 2)$ is highlighted in light orange, $(x - 2)$ in light blue, and the denominator $x - 2$ in light purple. Red arrows point from $(x + 2)$ to the value 4 (above) and from $(x - 2)$ to $\pm\infty$ (below).
- Stage 3: $\lim_{x \rightarrow 2} x + 2 = 4$. Red arrows point from the x term to 0 (above) and from the constant 2 to 0 (above).

Malheureusement, les outils à notre disposition pour lever les indéterminations sont essentiellement:

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} x + 2 = 4$$

Diagram illustrating the simplification of the limit expression $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$. The expression is shown in three stages:

- Initial form: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$. The numerator $x^2 - 4$ is highlighted in light blue, and the denominator $x - 2$ is highlighted in light purple. Red arrows point from these terms to 0 (top) and $\pm\infty$ (bottom).
- Factored form: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2}$. The term $(x + 2)$ is highlighted in light orange, $(x - 2)$ in light blue, and the denominator $x - 2$ in light purple. Red arrows point from $(x + 2)$ to 4 (top) and from $(x - 2)$ to $\pm\infty$ (bottom).
- Simplified form: $\lim_{x \rightarrow 2} x + 2 = 4$. A red arrow points from the $(x - 2)$ term in the previous stage to 0 (top).

Malheureusement, les outils à notre disposition pour lever les indéterminations sont essentiellement:

- Mise en évidence

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} x + 2 = 4$$

Diagram illustrating the simplification of the limit expression $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$. The expression is shown as a fraction where the numerator $x^2 - 4$ and denominator $x - 2$ are highlighted in light blue and light purple respectively. Red arrows point from the numerator to the value 0 and from the denominator to the value $\pm\infty$. The expression is then simplified to $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2}$, where $(x + 2)$ is highlighted in light orange and $(x - 2)$ is highlighted in light purple. Red arrows point from the $(x + 2)$ term to the value 4 and from the $(x - 2)$ term to the value $\pm\infty$. The final simplified expression is $\lim_{x \rightarrow 2} x + 2 = 4$, with a red arrow pointing from the $x + 2$ term to the value 0.

Malheureusement, les outils à notre disposition pour lever les indéterminations sont essentiellement:

- Mise en évidence
- Division polynomiale

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} x + 2 = 4$$

Diagram illustrating the simplification of the limit expression $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$. The original expression is shown with a blue box around the numerator $x^2 - 4$ and a purple box around the denominator $x - 2$. Red arrows point from the blue box to the value 0 and from the purple box to the value $\pm\infty$. The expression is then simplified to $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2}$, where the factor $(x + 2)$ is highlighted in an orange box and the $(x - 2)$ in the numerator is highlighted in a blue box. Red arrows point from the orange box to the value 4 and from the blue box to the value 0. The final simplified expression is $\lim_{x \rightarrow 2} x + 2 = 4$.

Malheureusement, les outils à notre disposition pour lever les indéterminations sont essentiellement:

- Mise en évidence
- Division polynomiale
- Le conjugué

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} x + 2 = 4$$

Diagram illustrating the simplification of the limit expression $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$. The original expression is shown as $\frac{x^2 - 4}{x - 2}$. The numerator $x^2 - 4$ is highlighted in light blue, and the denominator $x - 2$ is highlighted in light purple. Red arrows point from the numerator to 0 and from the denominator to $\pm\infty$. The expression is then simplified to $\frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2}$. The factor $(x + 2)$ is highlighted in light orange, and the factor $(x - 2)$ in the numerator is highlighted in light blue. Red arrows point from the $(x + 2)$ factor to 4 and from the $(x - 2)$ factor in the numerator to $\pm\infty$. The final simplified expression is $\lim_{x \rightarrow 2} x + 2 = 4$.

Malheureusement, les outils à notre disposition pour lever les indéterminations sont essentiellement:

- Mise en évidence
- Division polynomiale
- Le conjugué
- Mettre sur le même dénominateur

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} x + 2 = 4$$

Diagram illustrating the simplification of the limit expression. Red arrows indicate the following mappings:

- From the original expression to the factored form: 0 (numerator) and $\pm\infty$ (denominator).
- From the factored form to the simplified form: 4 (numerator) and $\pm\infty$ (denominator).
- From the simplified form to the final result: 0 (numerator) and $\pm\infty$ (denominator).

Malheureusement, les outils à notre disposition pour lever les indéterminations sont essentiellement:

- Mise en évidence
- Division polynomiale
- Le conjugué
- Mettre sur le même dénominateur

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin x} = ?$$

Les formes indéterminées

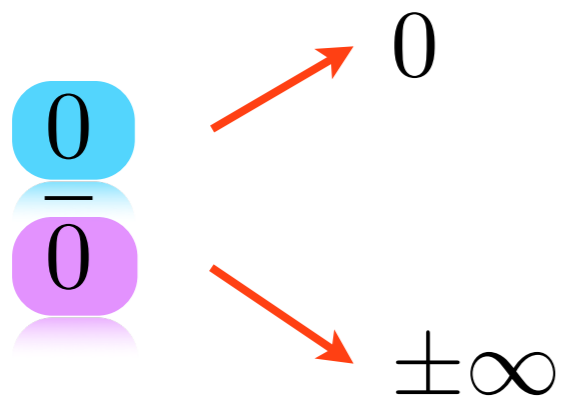
Les formes indéterminées

$$\frac{0}{0}$$

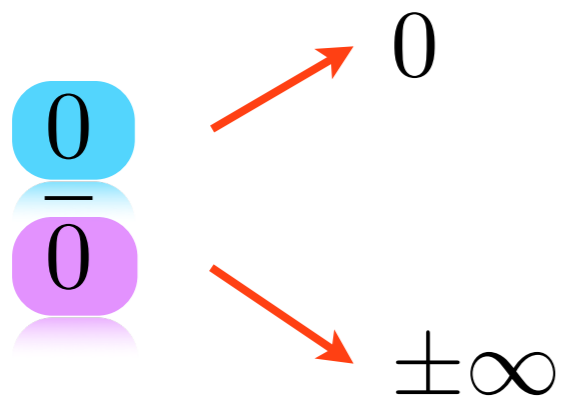
Les formes indéterminées

$$\frac{0}{0} \rightarrow 0$$

Les formes indéterminées

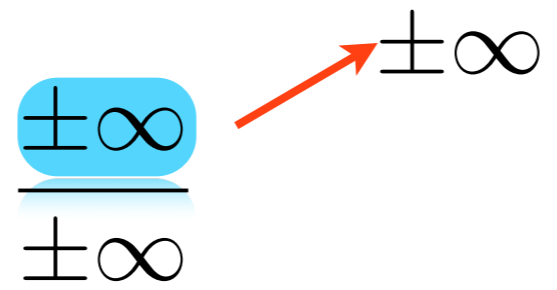
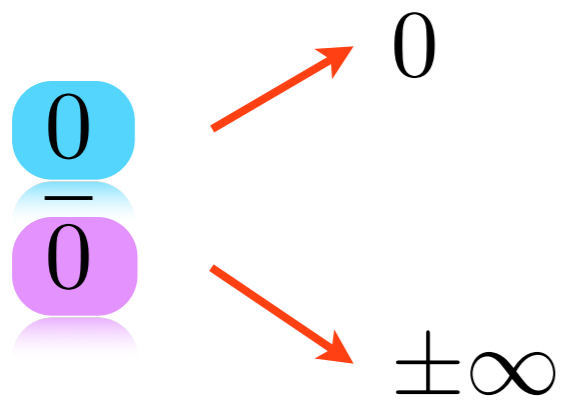


Les formes indéterminées

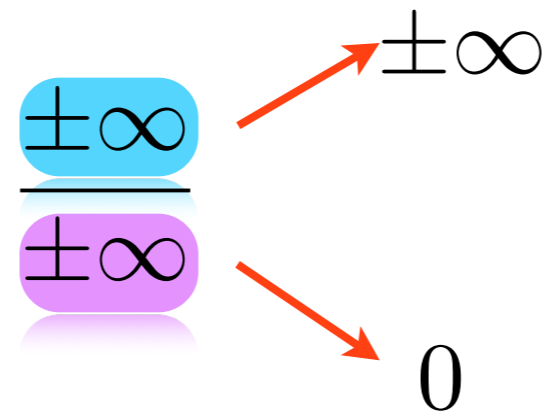
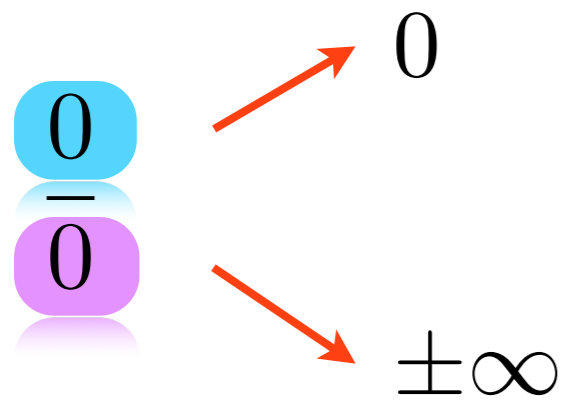


$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

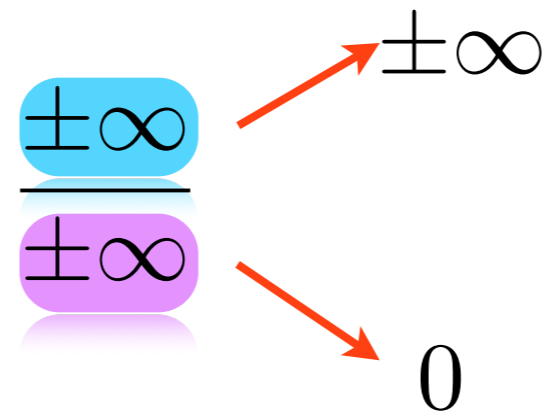
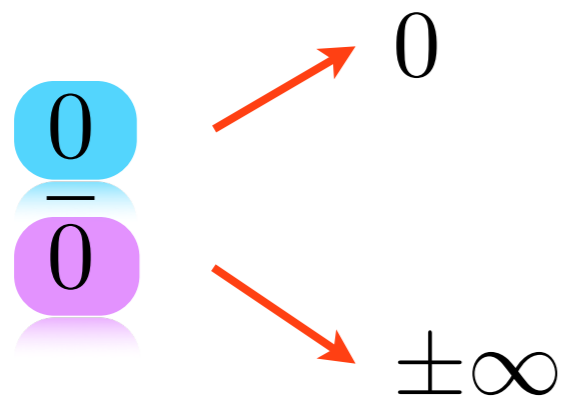
Les formes indéterminées



Les formes indéterminées

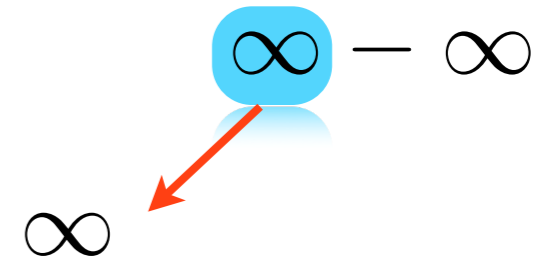
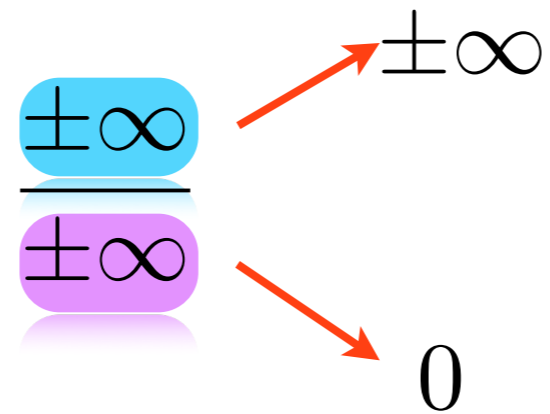
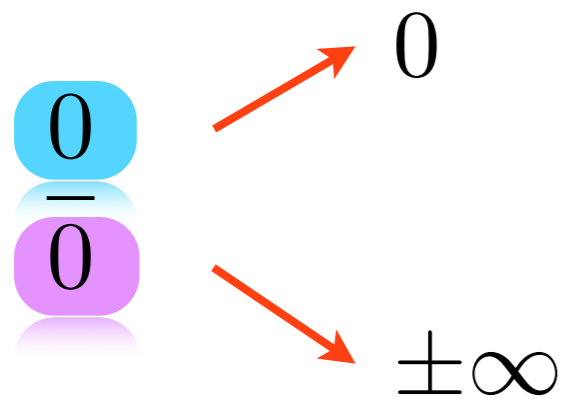


Les formes indéterminées

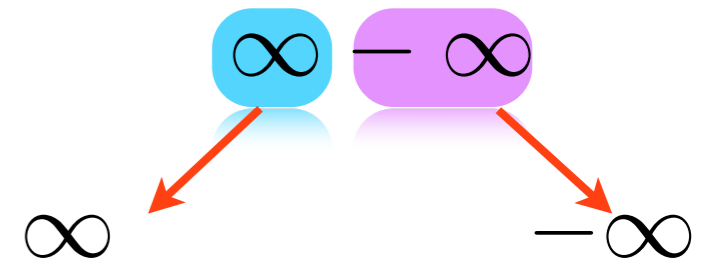
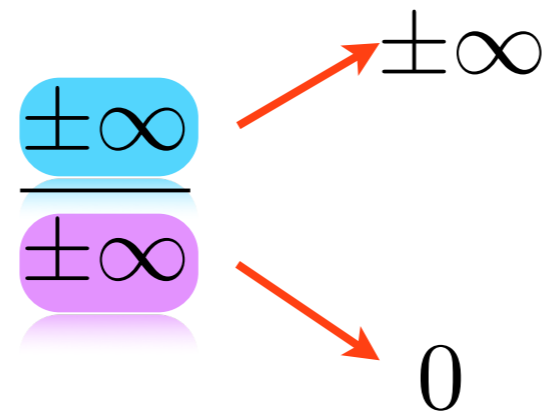
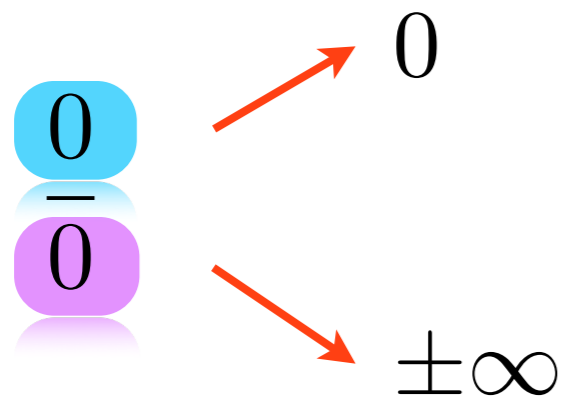


$$\infty - \infty$$

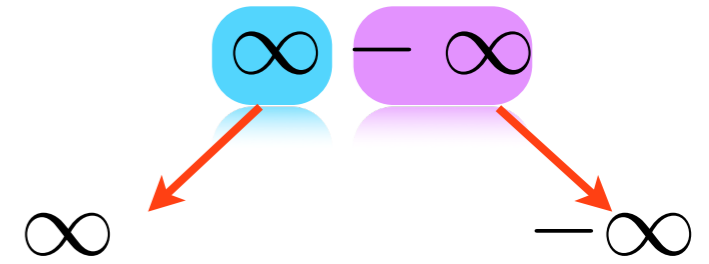
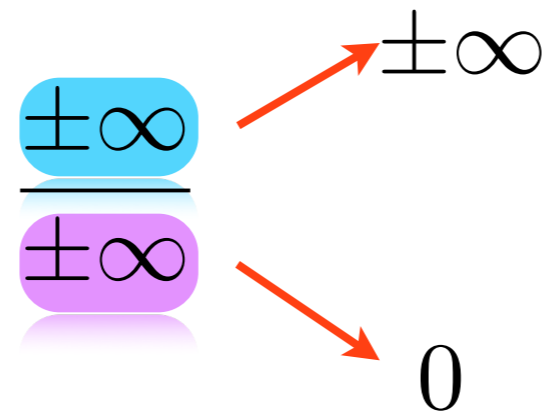
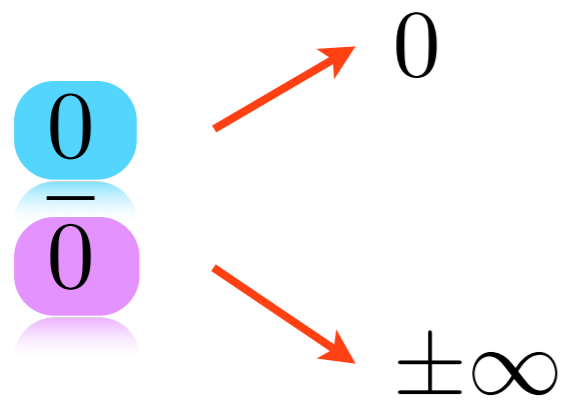
Les formes indéterminées



Les formes indéterminées

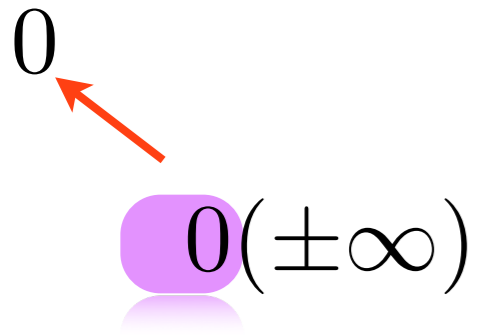
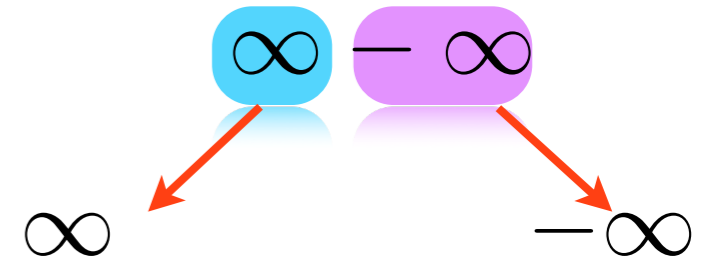
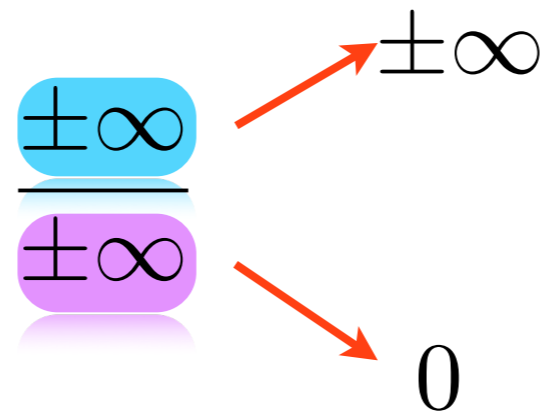
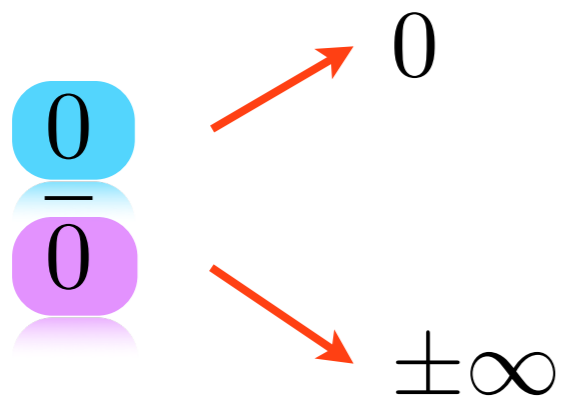


Les formes indéterminées

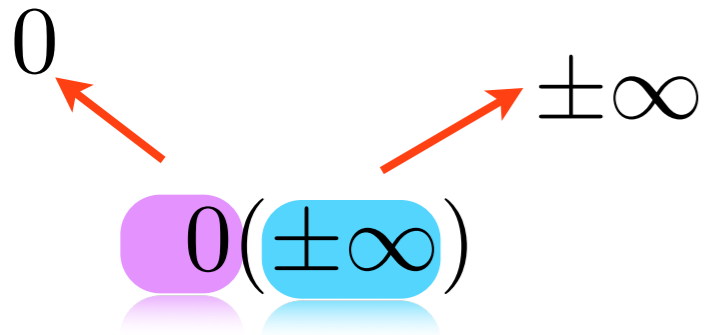
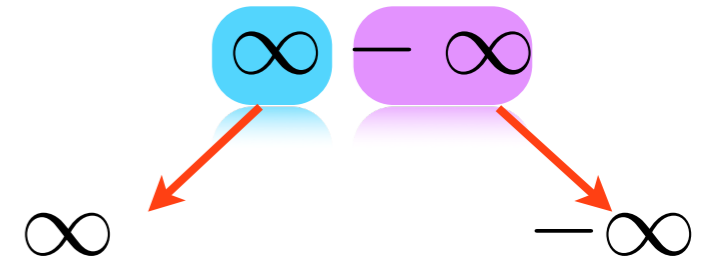
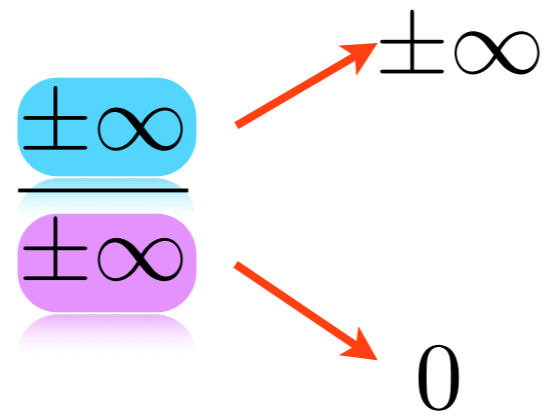
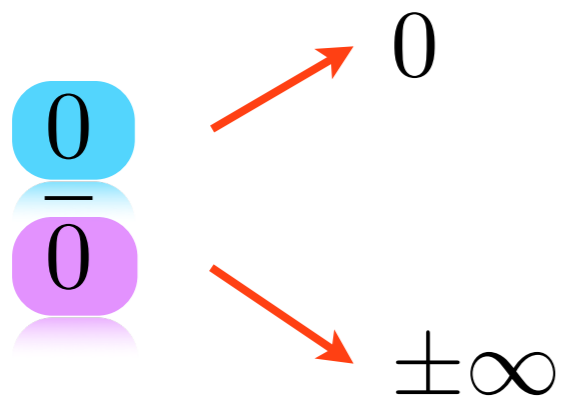


$0(\pm\infty)$

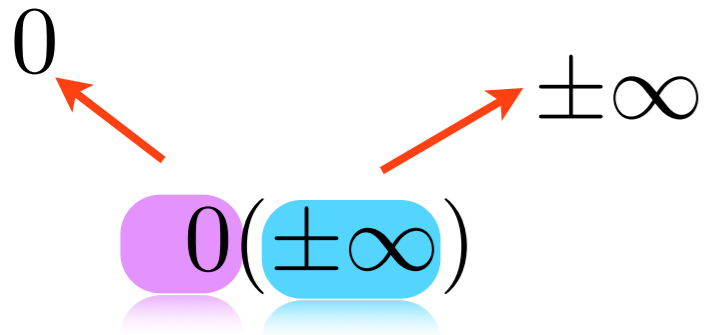
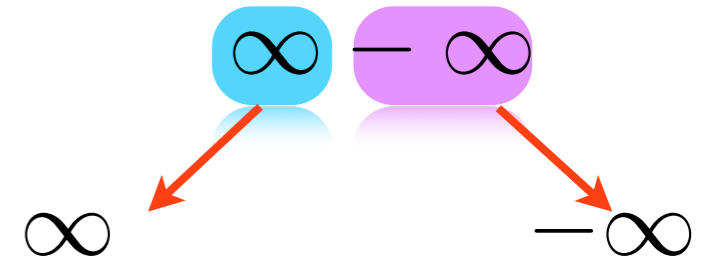
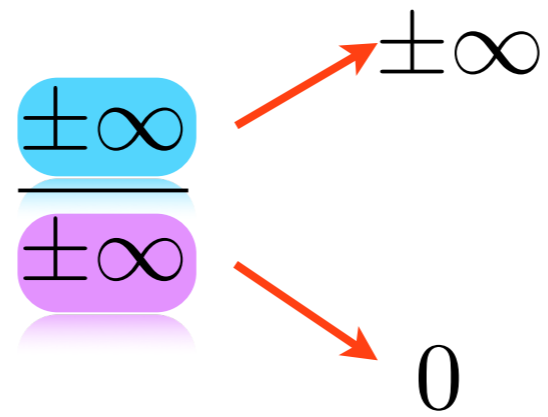
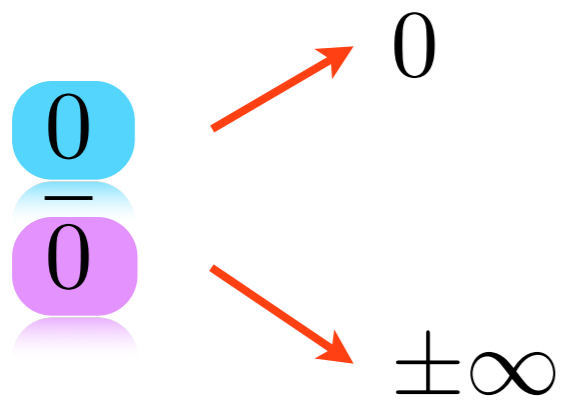
Les formes indéterminées



Les formes indéterminées

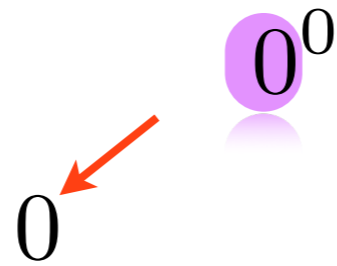
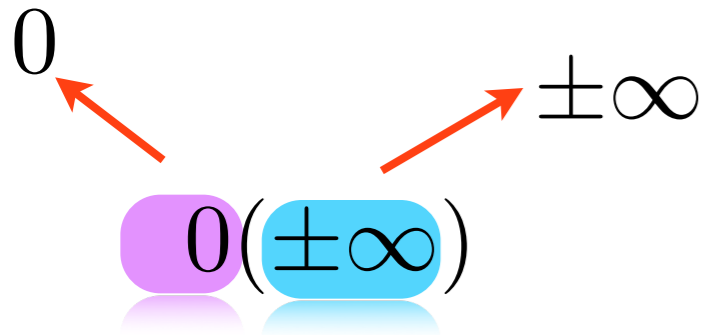
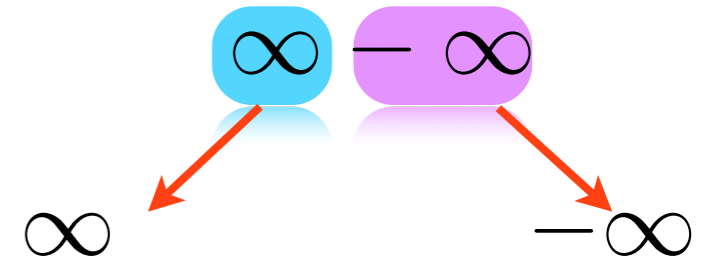
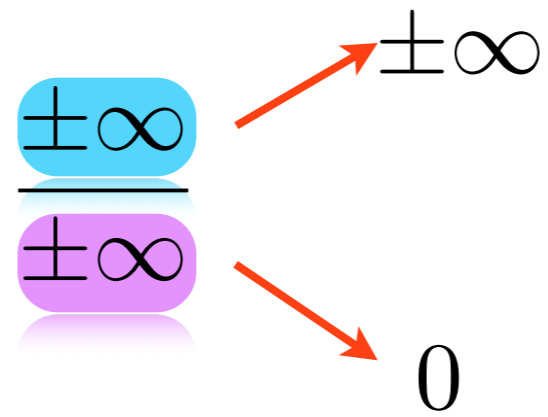
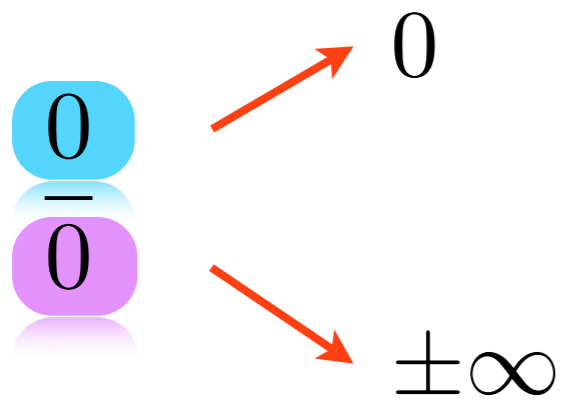


Les formes indéterminées

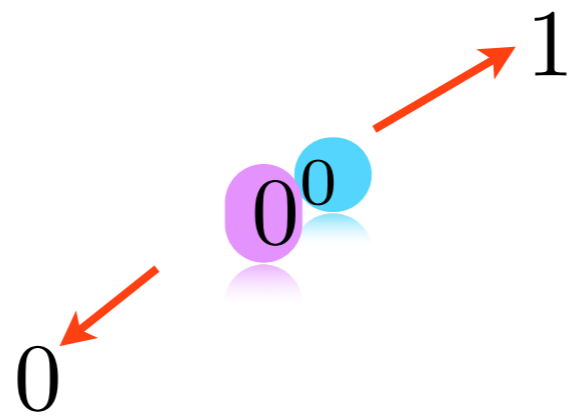
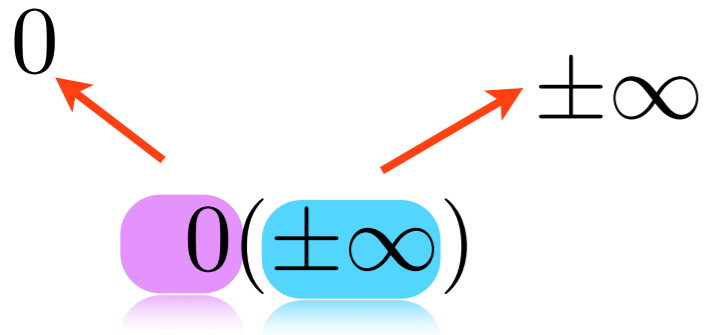
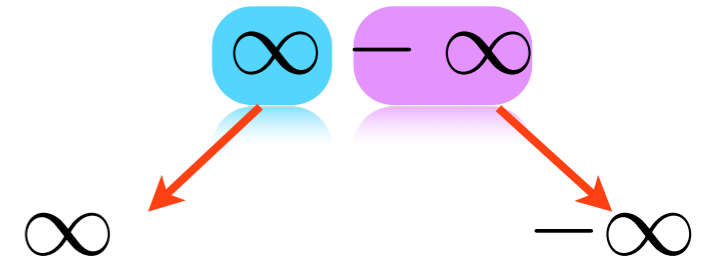
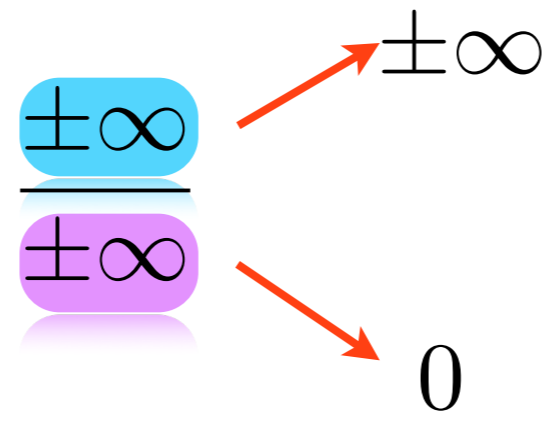
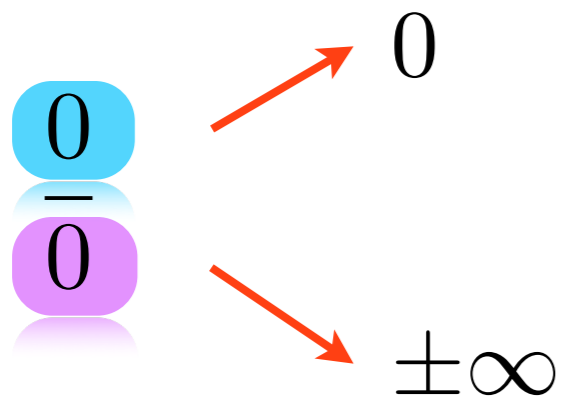


$$0^0$$

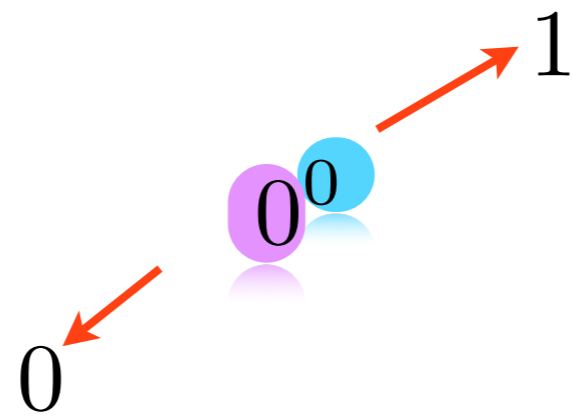
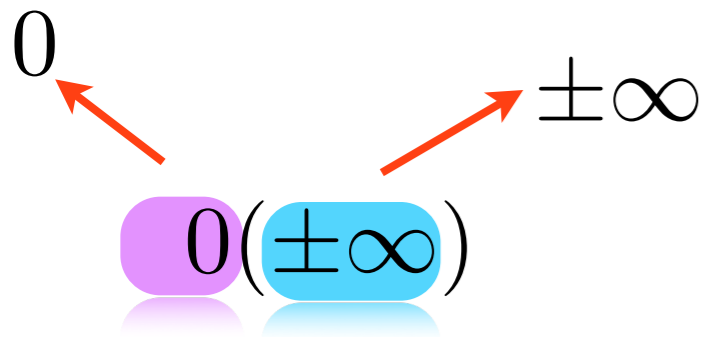
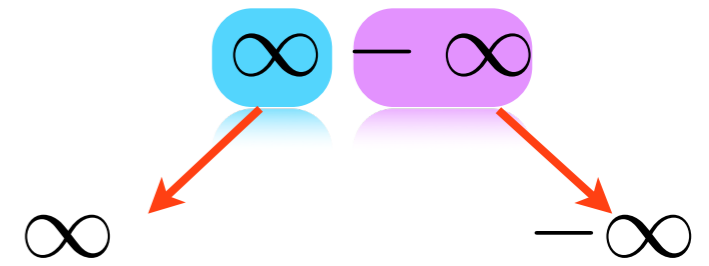
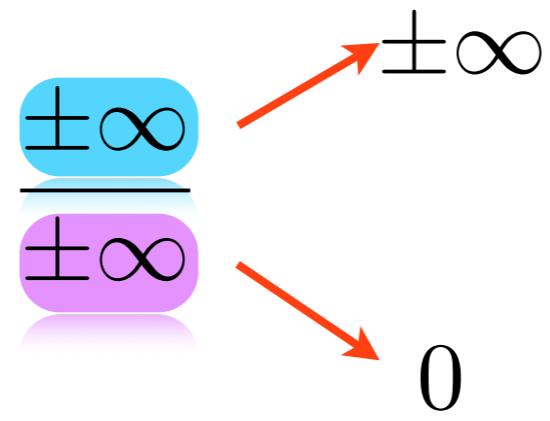
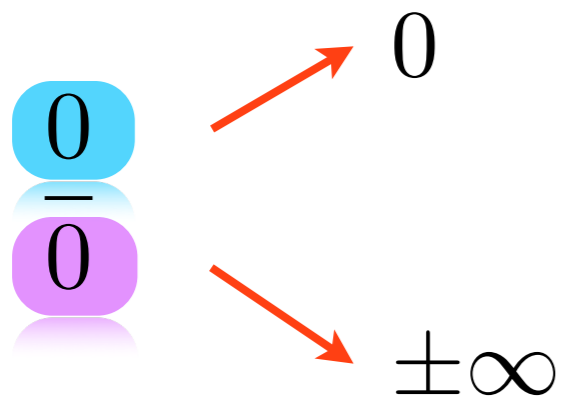
Les formes indéterminées



Les formes indéterminées

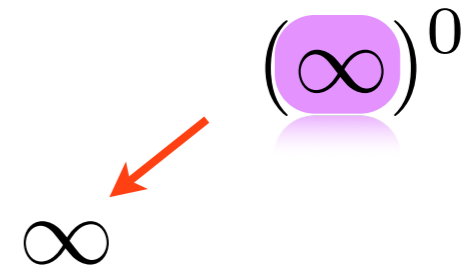
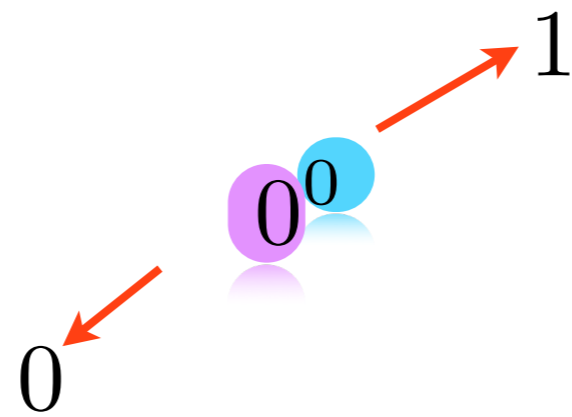
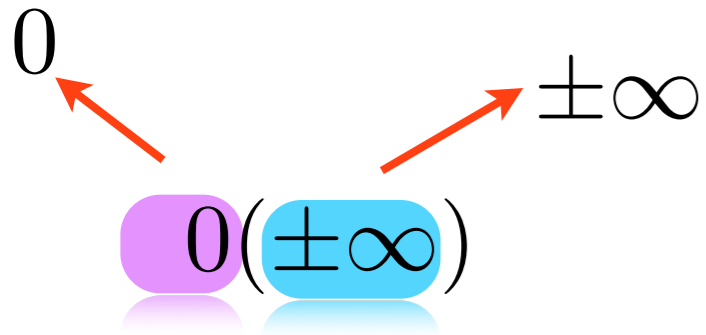
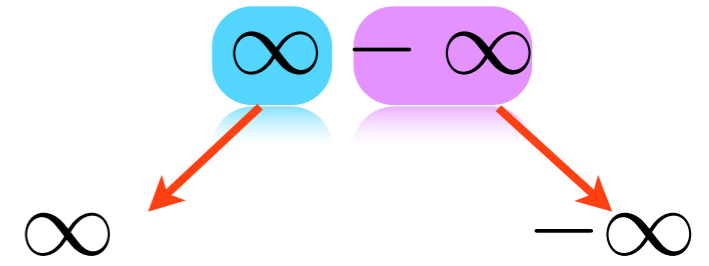
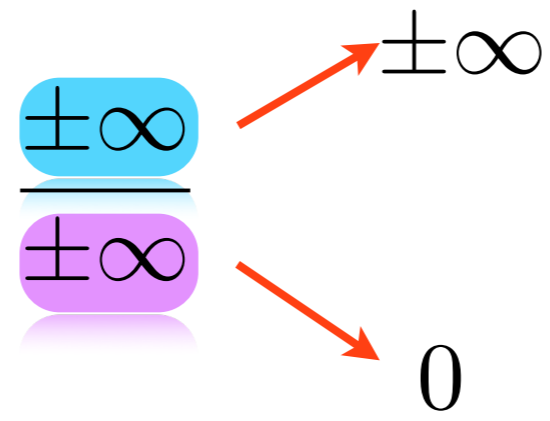
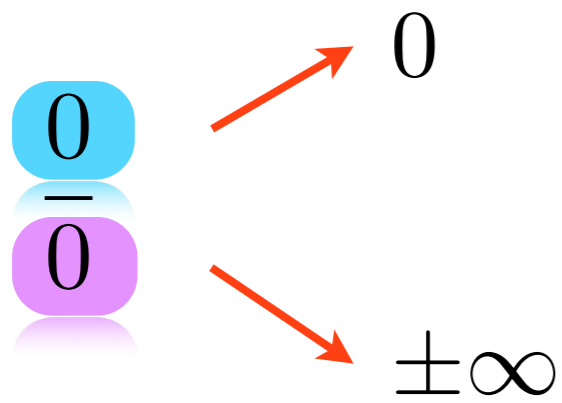


Les formes indéterminées

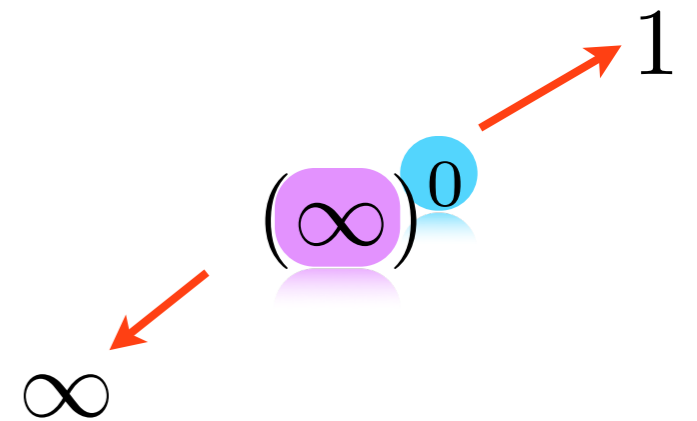
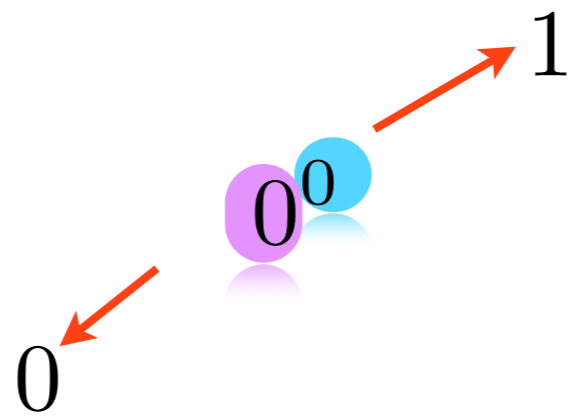
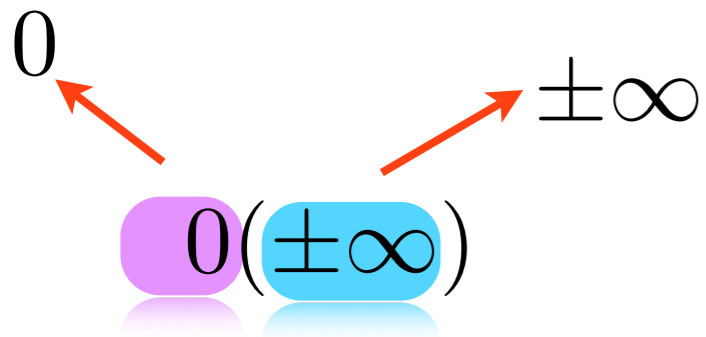
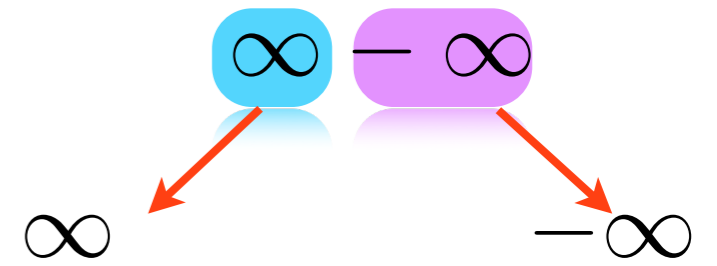
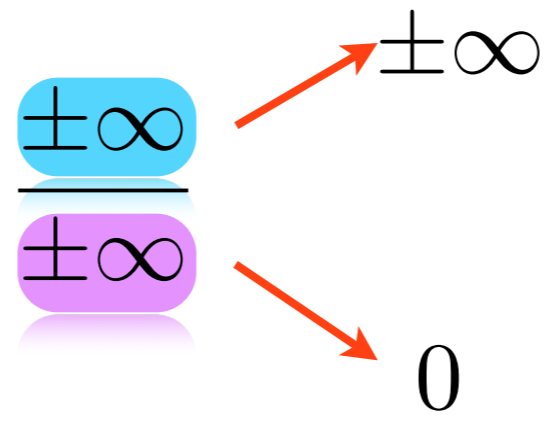
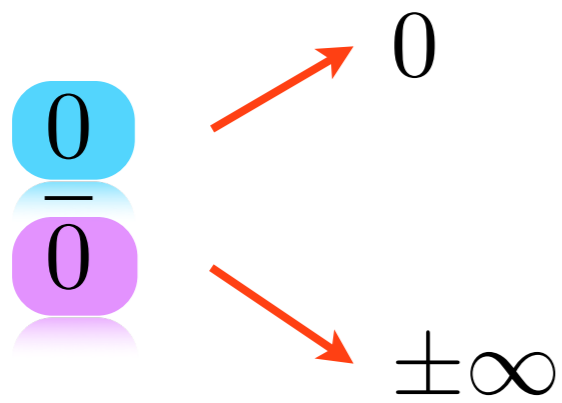


$$(\infty)^0$$

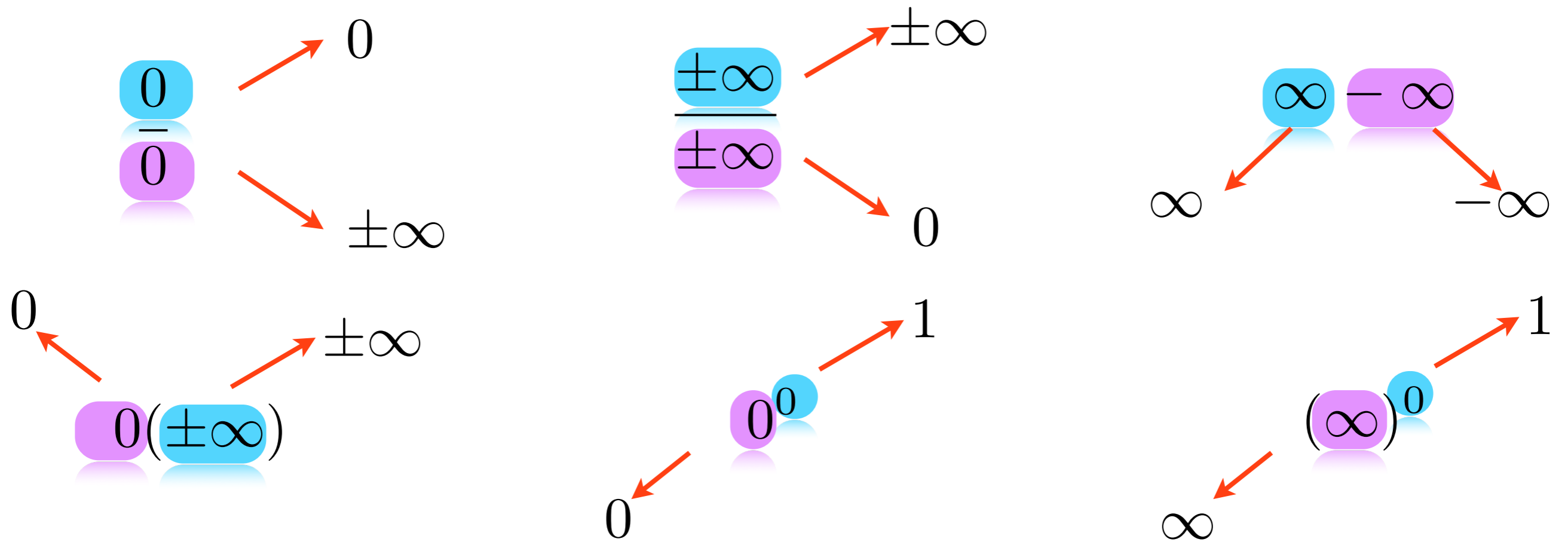
Les formes indéterminées



Les formes indéterminées

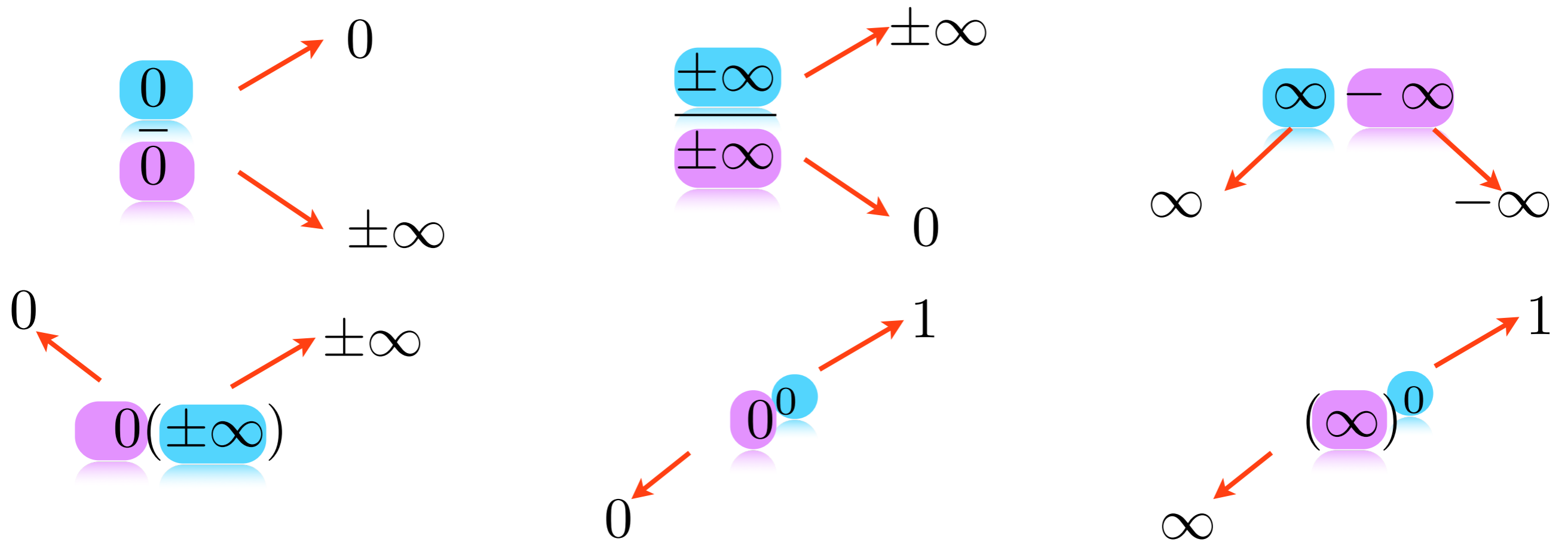


Les formes indéterminées



D'une certaine façon, lever une indétermination revient à déterminer laquelle des deux expressions va le plus vite vers sa limite

Les formes indéterminées



D'une certaine façon, lever une indétermination revient à déterminer laquelle des deux expressions va le plus vite vers sa limite

On peut donc s'attendre, dans une indétermination, à ce qu'il y ait un lien entre la limite d'un rapport de fonction et la limite du rapport de leurs dérivées.

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur] b, c [
telles que

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur] b, c [
telles que

1) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]b, c[$ telles que

$$1) \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $] b, c [$ telles que

$$1) \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 \qquad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 \qquad \text{pour } a \in] b, c [$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]b, c[$ telles que

- 1) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ et $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ pour $a \in]b, c[$
- 2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]b, c[$ telles que

$$1) \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 \quad \text{pour } a \in]b, c[$$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

$$3) \quad g'(x) \neq 0 \quad x \in]b, c[\setminus \{a\}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $] b, c [$ telles que

$$1) \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 \quad \text{pour } a \in] b, c [$$

$$2) \quad f'(x) \quad \text{et} \quad g'(x) \quad \text{sont continues en } x = a$$

$$3) \quad g'(x) \neq 0 \quad x \in] b, c [\setminus \{a\}$$

$$\text{Alors} \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $] b, c [$ telles que

$$1) \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 \quad \text{pour } a \in] b, c [$$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

$$3) \quad g'(x) \neq 0 \quad x \in] b, c [\setminus \{a\}$$

Alors
$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]b, c[$ telles que

$$1) \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 \quad \text{pour } a \in]b, c[$$

$$2) \quad f'(x) \quad \text{et} \quad g'(x) \quad \text{sont continues en } x = a$$

$$3) \quad g'(x) \neq 0 \quad x \in]b, c[\setminus \{a\}$$

$$\text{Alors} \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $] b, c [$ telles que

$$1) \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 \quad \text{pour } a \in] b, c [$$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

$$3) \quad g'(x) \neq 0 \quad x \in] b, c [\setminus \{a\}$$

Alors
$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $] b, c [$ telles que

1) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ pour $a \in] b, c [$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

3) $g'(x) \neq 0$ $x \in] b, c [\setminus \{a\}$

Alors
$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]b, c[$ telles que

1) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ pour $a \in]b, c[$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

3) $g'(x) \neq 0$ $x \in]b, c[\setminus \{a\}$

Alors
$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]b, c[$ telles que

- 1) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 = f(a)$ $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 = g(a)$ pour $a \in]b, c[$
- 2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$
- 3) $g'(x) \neq 0$ $x \in]b, c[\setminus \{a\}$

Alors
$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]b, c[$ telles que

1) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 = f(a)$ $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 = g(a)$ pour $a \in]b, c[$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

3) $g'(x) \neq 0$ $x \in]b, c[\setminus \{a\}$

Alors

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]b, c[$ telles que

1) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ et $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = g(a)$ pour $a \in]b, c[$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

3) $g'(x) \neq 0$ $x \in]b, c[\setminus \{a\}$

Alors

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} \frac{x - a}{x - a}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]b, c[$ telles que

- 1) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 = f(a)$ $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 = g(a)$ pour $a \in]b, c[$
- 2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$
- 3) $g'(x) \neq 0$ $x \in]b, c[\setminus \{a\}$

Alors
$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} \frac{x - a}{x - a}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]b, c[$ telles que

- 1) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 = f(a)$ $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 = g(a)$ pour $a \in]b, c[$
- 2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$
- 3) $g'(x) \neq 0$ $x \in]b, c[\setminus \{a\}$

Alors
$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} \frac{x - a}{x - a} \\ &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\frac{g(x) - g(a)}{x - a}} \end{aligned}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]b, c[$ telles que

- 1) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 = f(a)$ $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 = g(a)$ pour $a \in]b, c[$
- 2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$
- 3) $g'(x) \neq 0$ $x \in]b, c[\setminus \{a\}$

Alors
$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} \frac{x - a}{x - a} \\ &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\frac{g(x) - g(a)}{x - a}} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) - g(a)}{x - a}} \end{aligned}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]b, c[$ telles que

1) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 = f(a)$ $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 = g(a)$ pour $a \in]b, c[$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

3) $g'(x) \neq 0$ $x \in]b, c[\setminus \{a\}$

Alors

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} \frac{x - a}{x - a}$$

$$= \lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\frac{g(x) - g(a)}{x - a}} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) - g(a)}{x - a}}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]b, c[$ telles que

1) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 = f(a)$ $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 = g(a)$ pour $a \in]b, c[$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

3) $g'(x) \neq 0$ $x \in]b, c[\setminus \{a\}$

Alors
$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} \frac{x - a}{x - a} \\ &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\frac{g(x) - g(a)}{x - a}} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) - g(a)}{x - a}} = \frac{f'(a)}{g'(a)} \end{aligned}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]b, c[$ telles que

$$1) \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 = f(a) \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 = g(a) \quad \text{pour } a \in]b, c[$$

$$2) \quad f'(x) \quad \text{et} \quad g'(x) \quad \text{sont continues en } x = a$$

$$3) \quad g'(x) \neq 0 \quad x \in]b, c[\setminus \{a\}$$

Alors

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\frac{g(x) - g(a)}{x - a}} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) - g(a)}{x - a}} = \frac{f'(a)}{g'(a)}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]b, c[$ telles que

$$1) \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 = f(a) \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 = g(a) \quad \text{pour } a \in]b, c[$$

$$2) \quad f'(x) \quad \text{et} \quad g'(x) \quad \text{sont continues en } x = a$$

$$3) \quad g'(x) \neq 0 \quad x \in]b, c[\setminus \{a\}$$

Alors

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\frac{g(x) - g(a)}{x - a}} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) - g(a)}{x - a}} = \frac{f'(a)}{g'(a)}$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow a} f'(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g'(x)}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $] b, c [$ telles que

$$1) \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 = f(a) \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 = g(a) \quad \text{pour } a \in] b, c [$$

$$2) f'(x) \text{ et } g'(x) \text{ sont continues en } x = a$$

$$3) g'(x) \neq 0 \quad x \in] b, c [\setminus \{a\}$$

Alors
$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\frac{g(x) - g(a)}{x - a}} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) - g(a)}{x - a}} = \frac{f'(a)}{g'(a)}$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow a} f'(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g'(x)}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]b, c[$ telles que

$$1) \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 = f(a) \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 = g(a) \quad \text{pour } a \in]b, c[$$

$$2) f'(x) \text{ et } g'(x) \text{ sont continues en } x = a$$

$$3) g'(x) \neq 0 \quad x \in]b, c[\setminus \{a\}$$

Alors
$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\frac{g(x) - g(a)}{x - a}} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) - g(a)}{x - a}} = \frac{f'(a)}{g'(a)}$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow a} f'(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g'(x)}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $] b, c [$ telles que

$$1) \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 = f(a) \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 = g(a) \quad \text{pour } a \in] b, c [$$

$$2) f'(x) \text{ et } g'(x) \text{ sont continues en } x = a$$

$$3) g'(x) \neq 0 \quad x \in] b, c [\setminus \{a\}$$

Alors
$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\frac{g(x) - g(a)}{x - a}} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) - g(a)}{x - a}} = \frac{f'(a)}{g'(a)}$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow a} f'(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g'(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Exemple

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 2} 4x\sqrt{x}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Example

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x}$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{\cos x}$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{\cos x} = \frac{2}{1}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{\cos x} = \frac{2}{1}$$

Example

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{\cos x} = \frac{2}{1}$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 1 - e^x}{x^2}$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{\cos x} = \frac{2}{1}$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 1 - e^x}{x^2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^x}{2x}$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{\cos x} = \frac{2}{1}$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 1 - e^x}{x^2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^x}{2x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-e^x}{2}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{\cos x} = \frac{2}{1}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 1 - e^x}{x^2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^x}{2x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-e^x}{2} = -\frac{1}{2}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{\cos x} = \frac{2}{1}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 1 - e^x}{x^2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^x}{2x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-e^x}{2} = -\frac{1}{2}$$

Example

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{\cos x} = \frac{2}{1}$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 1 - e^x}{x^2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^x}{2x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-e^x}{2} = -\frac{1}{2}$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{\cos x} = \frac{2}{1}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 1 - e^x}{x^2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^x}{2x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-e^x}{2} = -\frac{1}{2}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{1}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{\cos x} = \frac{2}{1}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 1 - e^x}{x^2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^x}{2x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-e^x}{2} = -\frac{1}{2}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{1} = 1$$

Exemple

Exemple

Example

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 3x + 2}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 1}{2x - 3}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 1}{2x - 3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x}{2}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 1}{2x - 3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x}{2} = 3$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 1}{2x - 3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x}{2} = 3$$

NON!

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 1}{2x - 3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x}{2} = 3 \quad \text{NON!}$$

La règle de l'Hôpital est valide seulement si on est dans une
indétermination $\frac{0}{0}$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 1}{2x - 3}$$

~~$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x}{2} = 3$$~~

NON!

La règle de l'Hôpital est valide seulement si on est dans une
indétermination $\frac{0}{0}$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 1}{2x - 3} = \frac{4}{-1}$$

~~$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x}{2} = 3$$~~

NON!

La règle de l'Hôpital est valide seulement si on est dans une
indétermination $\frac{0}{0}$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 1}{2x - 3} = \frac{4}{-1}$$

~~$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x}{2} = 3$$~~

NON!

La règle de l'Hôpital est valide seulement si on est dans une
indétermination $\frac{0}{0}$

Remarque:

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 1}{2x - 3} = \frac{4}{-1}$$

$$\cancel{= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x}{2} = 3}$$

NON!

La règle de l'Hôpital est valide seulement si on est dans une indétermination $\frac{0}{0}$

Remarque:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 1}{2x - 3} = \frac{4}{-1}$$

~~$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x}{2} = 3$$~~

NON!

La règle de l'Hôpital est valide seulement si on est dans une indétermination $\frac{0}{0}$

Remarque:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} \neq \lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)'$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 1}{2x - 3} = \frac{4}{-1}$$

$$\cancel{= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x}{2} = 3}$$

NON!

La règle de l'Hôpital est valide seulement si on est dans une indétermination $\frac{0}{0}$

Remarque:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} \neq \lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)'$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 1}{2x - 3} = \frac{4}{-1}$$

~~$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x}{2} = 3$$~~

NON!

La règle de l'Hôpital est valide seulement si on est dans une indétermination $\frac{0}{0}$

Remarque:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} \neq \lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)'$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)} \neq \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Faites les exercices suivants

Faites # 3 a), b), c) e) et f)

La règle de l'Hôpital reste valide pour
les indéterminations de la forme

La règle de l'Hôpital reste valide pour
les indéterminations de la forme

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

La règle de l'Hôpital reste valide pour
les indéterminations de la forme

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

La démonstration est similaire, mais légèrement plus technique.

La règle de l'Hôpital reste valide pour
les indéterminations de la forme

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

La démonstration est similaire, mais légèrement plus technique.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$$

La règle de l'Hôpital reste valide pour les indéterminations de la forme

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

La démonstration est similaire, mais légèrement plus technique.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} \rightarrow \pm\infty$$

La règle de l'Hôpital reste valide pour les indéterminations de la forme

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

La démonstration est similaire, mais légèrement plus technique.

The diagram illustrates the limit process for an indeterminate form. It shows the expression $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ where the numerator $f(x)$ is highlighted in a light blue rounded rectangle and the denominator $g(x)$ is highlighted in a light purple rounded rectangle. Two red arrows originate from the top and bottom of the fraction bar, pointing towards the symbols $\pm\infty$ above and below the fraction, respectively, indicating the direction of the limit.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} \rightarrow \pm\infty$$

La règle de l'Hôpital reste valide pour les indéterminations de la forme

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

La démonstration est similaire, mais légèrement plus technique.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{\frac{1}{f(x)}}$$

La règle de l'Hôpital reste valide pour les indéterminations de la forme

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

La démonstration est similaire, mais légèrement plus technique.

The diagram illustrates the transformation of an indeterminate form. On the left, the limit $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ is shown. The numerator $f(x)$ is highlighted in a light blue rounded rectangle, and the denominator $g(x)$ is highlighted in a light purple rounded rectangle. Two red arrows originate from these boxes: one points upwards to $\pm\infty$ and the other points downwards to $\pm\infty$. This indicates that both the numerator and denominator approach infinity. An equals sign follows, leading to the equivalent limit $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{1}{g(x)}}{\frac{1}{f(x)}}$. In this expression, the numerator $\frac{1}{g(x)}$ is highlighted in a light purple rounded rectangle, and the denominator $\frac{1}{f(x)}$ is highlighted in a light blue rounded rectangle. A red arrow points from the purple box to the number 0, indicating that the reciprocal of an infinite quantity approaches zero.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{1}{g(x)}}{\frac{1}{f(x)}}$$

La règle de l'Hôpital reste valide pour les indéterminations de la forme

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

La démonstration est similaire, mais légèrement plus technique.

The diagram illustrates the transformation of an indeterminate form. On the left, the limit $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ is shown. The numerator $f(x)$ is highlighted in a light blue rounded rectangle, and the denominator $g(x)$ is highlighted in a light purple rounded rectangle. Two red arrows point from these boxes to the expression $\pm\infty$ above and below the fraction, respectively. This is followed by an equals sign and the transformed limit $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{1}{g(x)}}{\frac{1}{f(x)}}$. The numerator $\frac{1}{g(x)}$ is highlighted in a light purple rounded rectangle, and the denominator $\frac{1}{f(x)}$ is highlighted in a light blue rounded rectangle. Two red arrows point from these boxes to the expression 0 above and below the fraction, respectively.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{1}{g(x)}}{\frac{1}{f(x)}}$$

Exemple

Example

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{3x^2 - 4x + 1}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{3x^2 - 4x + 1}$$

$$\stackrel{\infty}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 3}{6x - 4}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{3x^2 - 4x + 1}$$

$$\stackrel{\infty}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 3}{6x - 4}$$

$$\stackrel{\infty}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{6}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{3x^2 - 4x + 1}$$

$$\stackrel{\infty}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 3}{6x - 4}$$

$$\stackrel{\infty}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{3x^2 - 4x + 1}$$

$$\stackrel{\infty}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 3}{6x - 4}$$

$$\stackrel{\infty}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Example

Example

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{3x^2 - 4x + 1}$$

$$\stackrel{\infty}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 3}{6x - 4}$$

$$\stackrel{\infty}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\cot x}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{3x^2 - 4x + 1} \stackrel{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 3}{6x - 4}$$

$$\stackrel{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\cot x} \stackrel{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{-\csc^2 x}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{3x^2 - 4x + 1} \stackrel{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 3}{6x - 4}$$

$$\stackrel{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\cot x} \stackrel{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{-\csc^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-\sin^2 x}{x}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{3x^2 - 4x + 1} \stackrel{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 3}{6x - 4}$$

$$\stackrel{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\cot x} \stackrel{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{-\csc^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-\sin^2 x}{x}$$

$$\stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-2 \sin x \cos x}{1}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{3x^2 - 4x + 1} \stackrel{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 3}{6x - 4}$$

$$\stackrel{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\cot x} \stackrel{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{-\csc^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-\sin^2 x}{x}$$

$$\stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-2 \sin x \cos x}{1} = 0$$

Il arrive très souvent qu'on puisse, à l'aide de manipulation algébrique, mettre une indétermination sous la forme

Il arrive très souvent qu'on puisse, à l'aide de manipulation algébrique, mettre une indétermination sous la forme

$$\frac{0}{0}$$

Il arrive très souvent qu'on puisse, à l'aide de manipulation algébrique, mettre une indétermination sous la forme

$$\frac{0}{0}$$

ou

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

Il arrive très souvent qu'on puisse, à l'aide de manipulation algébrique, mettre une indétermination sous la forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

afin de pouvoir utiliser la règle de l'Hôpital.

Il arrive très souvent qu'on puisse, à l'aide de manipulation algébrique, mettre une indétermination sous la forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

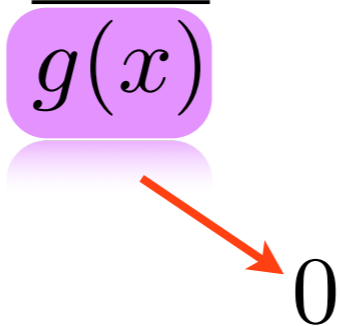
afin de pouvoir utiliser la règle de l'Hôpital.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} - \frac{1}{g(x)}$$

Il arrive très souvent qu'on puisse, à l'aide de manipulation algébrique, mettre une indétermination sous la forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$


afin de pouvoir utiliser la règle de l'Hôpital.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} - \frac{1}{g(x)}$$


Il arrive très souvent qu'on puisse, à l'aide de manipulation algébrique, mettre une indétermination sous la forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

afin de pouvoir utiliser la règle de l'Hôpital.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} - \frac{1}{g(x)}$$


The diagram illustrates the limit expression $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} - \frac{1}{g(x)}$. The functions $f(x)$ and $g(x)$ in the denominators are highlighted with purple rounded rectangles. Red arrows point from the bottom of these boxes to the number 0, indicating that both $f(x)$ and $g(x)$ approach 0 as x approaches a , resulting in an indeterminate form.

Il arrive très souvent qu'on puisse, à l'aide de manipulation algébrique, mettre une indétermination sous la forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

afin de pouvoir utiliser la règle de l'Hôpital.

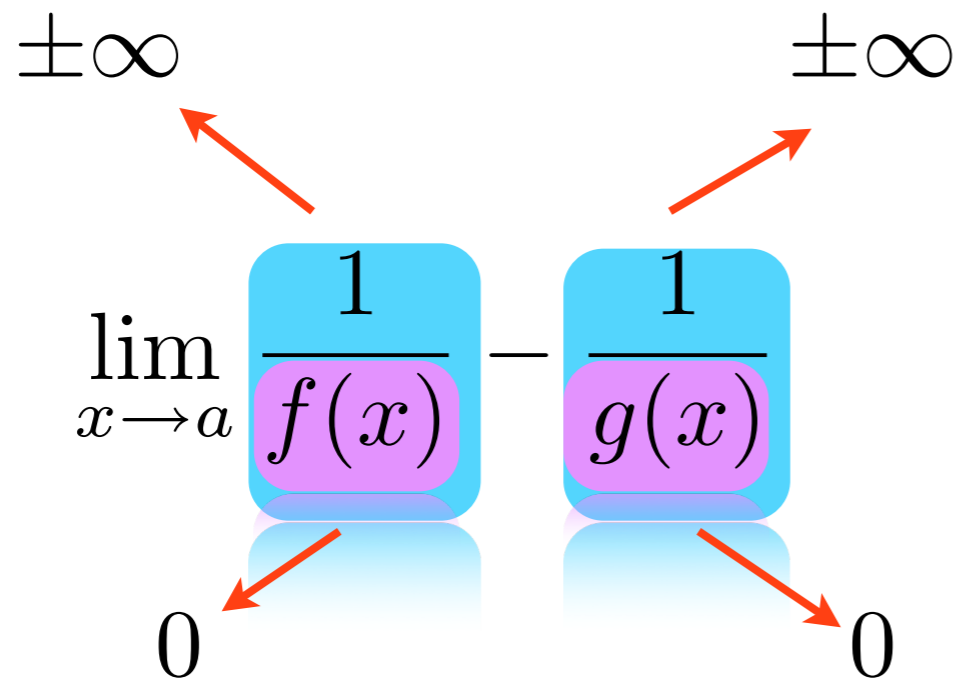
The diagram shows the limit expression $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} - \frac{1}{g(x)}$. The fraction $\frac{1}{f(x)}$ is enclosed in a blue rounded rectangle, and $\frac{1}{g(x)}$ is enclosed in a purple rounded rectangle. An orange arrow points from the top of the blue box to the symbol $\pm\infty$ above the limit. Another orange arrow points from the bottom of the blue box to the symbol 0 below it. A third orange arrow points from the bottom of the purple box to the symbol 0 below it. This illustrates the process of rewriting the expression as $\frac{\pm\infty}{0} - \frac{0}{0}$ to apply L'Hôpital's rule.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} - \frac{1}{g(x)}$$

Il arrive très souvent qu'on puisse, à l'aide de manipulation algébrique, mettre une indétermination sous la forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

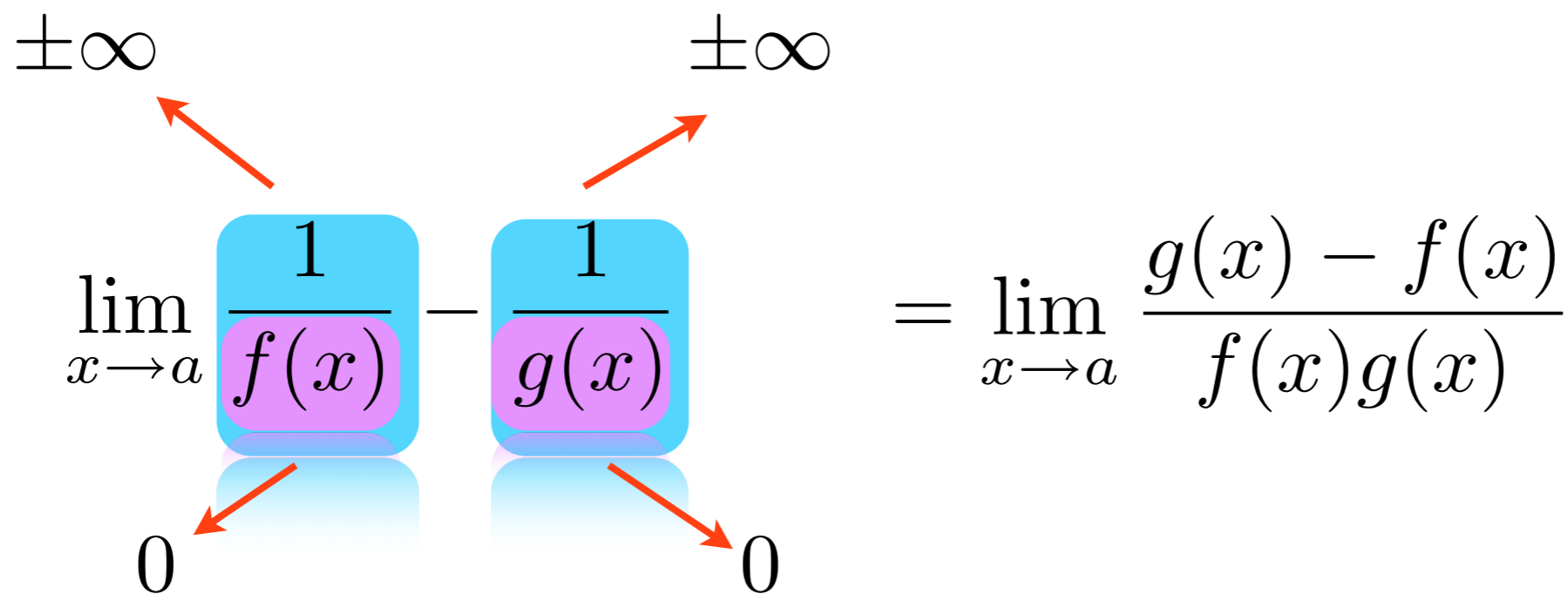
afin de pouvoir utiliser la règle de l'Hôpital.



Il arrive très souvent qu'on puisse, à l'aide de manipulation algébrique, mettre une indétermination sous la forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

afin de pouvoir utiliser la règle de l'Hôpital.


$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} - \frac{1}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) - f(x)}{f(x)g(x)}$$

Il arrive très souvent qu'on puisse, à l'aide de manipulation algébrique, mettre une indétermination sous la forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

afin de pouvoir utiliser la règle de l'Hôpital.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} - \frac{1}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) - f(x)}{f(x)g(x)}$$

Il arrive très souvent qu'on puisse, à l'aide de manipulation algébrique, mettre une indétermination sous la forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

afin de pouvoir utiliser la règle de l'Hôpital.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} - \frac{1}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) - f(x)}{f(x)g(x)}$$

The diagram illustrates the transformation of the limit expression. On the left, the expression $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} - \frac{1}{g(x)}$ is shown. The numerators '1' are highlighted in blue boxes, and the denominators $f(x)$ and $g(x)$ are highlighted in purple boxes. Red arrows point from the '1's to $\pm\infty$ and from the $f(x)$ and $g(x)$ boxes to 0. A minus sign is placed between the two fractions. This is followed by an equals sign and the transformed expression $\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) - f(x)}{f(x)g(x)}$. The numerator $g(x) - f(x)$ and denominator $f(x)g(x)$ are highlighted in purple boxes. Red arrows point from the numerator to 0 and from the denominator to 0.

Example

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x = \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x}$$

Example

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \cos x}{\cos x \left(\frac{\pi}{2} - x \right)} \end{aligned}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \cos x}{\cos x \left(\frac{\pi}{2} - x \right)}$$

Example

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \cos x}{\cos x \left(\frac{\pi}{2} - x \right)} \end{aligned}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \cos x}{\cos x \left(\frac{\pi}{2} - x \right)}$$

$$\stackrel{0}{=} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\cos x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \sin x + \sin x}{-\sin x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \cos x}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \cos x}{\cos x \left(\frac{\pi}{2} - x \right)}$$

$$\stackrel{0/0}{=} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\cos x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \sin x + \sin x}{-\sin x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \cos x}$$

$$\stackrel{0/0}{=} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{-\sin x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \cos x}{-\cos x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) + \sin x + \sin x}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \cos x}{\cos x \left(\frac{\pi}{2} - x \right)}$$

$$\stackrel{0/0}{=} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\cos x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \sin x + \sin x}{-\sin x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \cos x}$$

$$\stackrel{0/0}{=} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{-\sin x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \cos x}{-\cos x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) + \sin x + \sin x}$$

$$= \frac{0}{0 + 1 + 1}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \cos x}{\cos x \left(\frac{\pi}{2} - x \right)}$$

$$\stackrel{0/0}{=} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\cos x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \sin x + \sin x}{-\sin x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \cos x}$$

$$\stackrel{0/0}{=} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{-\sin x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \cos x}{-\cos x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) + \sin x + \sin x}$$

$$= \frac{0}{0 + 1 + 1} = 0$$

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0}$$

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

est de d'évaluer le logarithme de la limite.

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

est de d'évaluer le logarithme de la limite.

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)}$$

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

est de d'évaluer le logarithme de la limite.

0



$$\lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)}$$

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

est de d'évaluer le logarithme de la limite.

The diagram illustrates the process of evaluating the limit of a fraction. It shows the expression $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$. The numerator $f(x)$ is highlighted in a light blue rounded rectangle, and the denominator $g(x)$ is highlighted in a light purple rounded rectangle. Two red arrows originate from the top of these boxes: one points to a '0' above the $f(x)$ box, and the other points to a '0' above the $g(x)$ box, indicating that both the numerator and denominator approach zero as x approaches a .

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

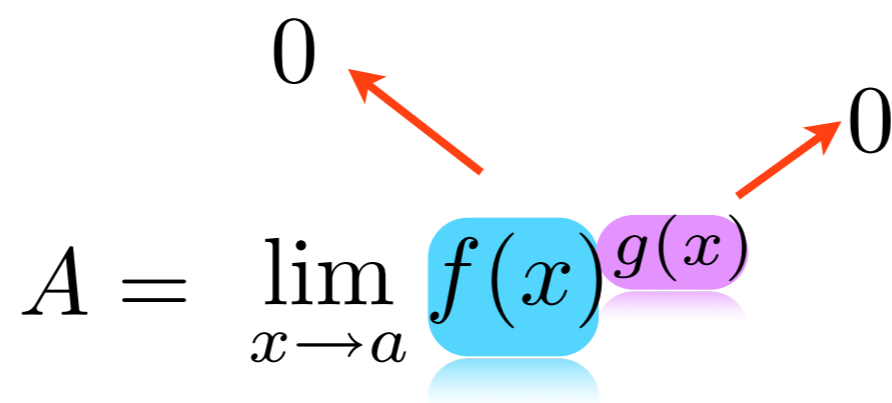
est de d'évaluer le logarithme de la limite.

$$A = \lim_{x \rightarrow a} \underbrace{f(x)}_{0} \underbrace{g(x)}_{0}$$

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

est de d'évaluer le logarithme de la limite.

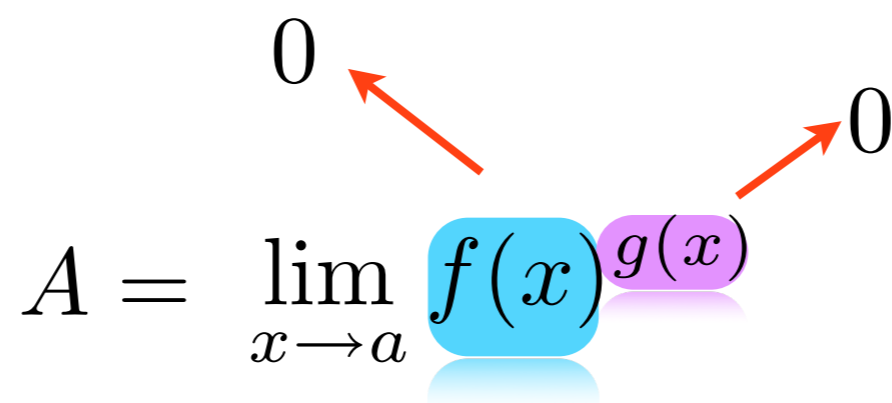
$$A = \lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)}$$


$$\ln A = \ln \left(\lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)} \right)$$

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

est de d'évaluer le logarithme de la limite.

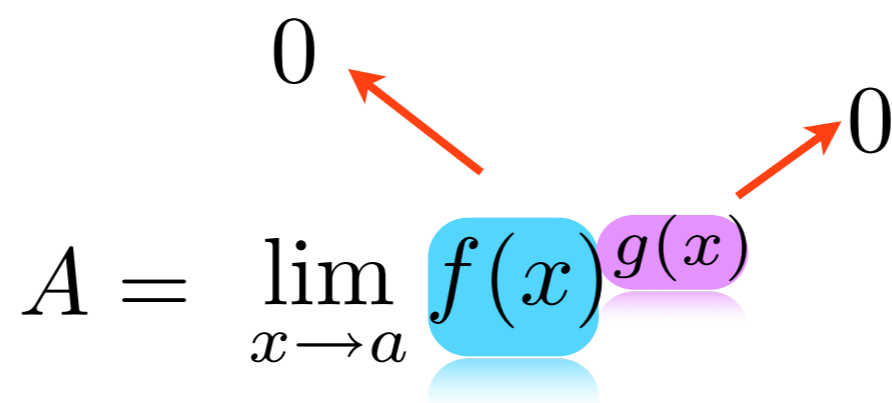
$$A = \lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)}$$


$$\ln A = \ln \left(\lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)} \right) = \lim_{x \rightarrow a} \ln \left(f(x)^{g(x)} \right)$$

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

est de d'évaluer le logarithme de la limite.

$$A = \lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)}$$


$$\ln A = \ln \left(\lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)} \right) = \lim_{x \rightarrow a} \ln \left(f(x)^{g(x)} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow a} g(x) \ln f(x)$$

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

est de d'évaluer le logarithme de la limite.

$$A = \lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)}$$

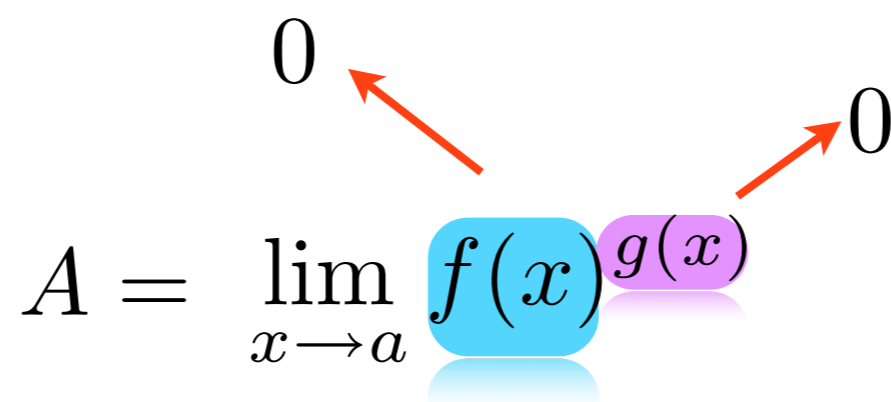
$$\ln A = \ln \left(\lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)} \right) = \lim_{x \rightarrow a} \ln \left(f(x)^{g(x)} \right)$$

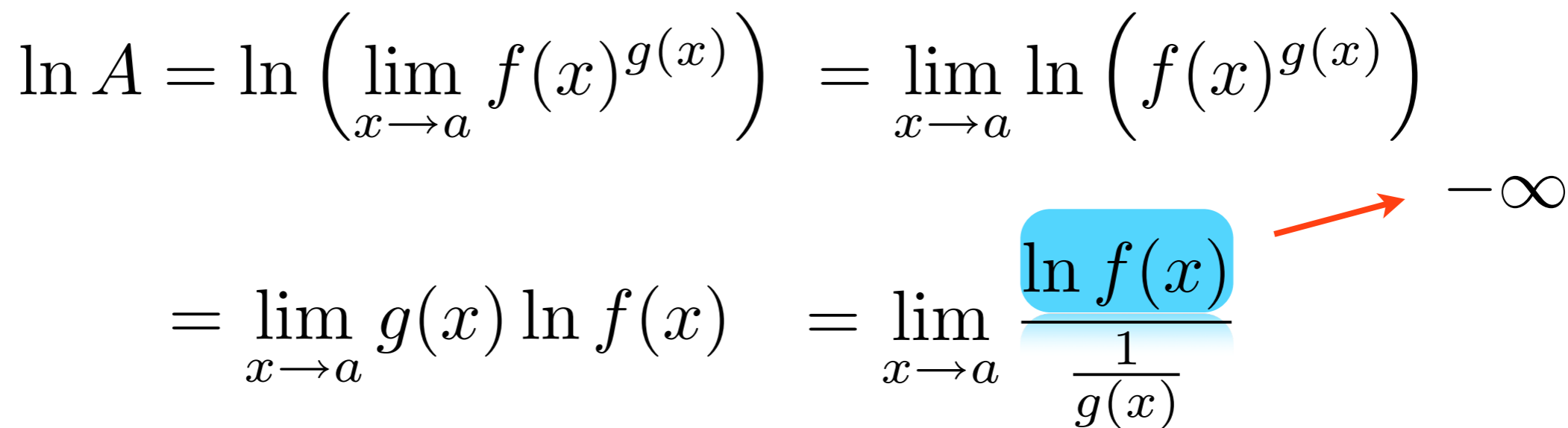
$$= \lim_{x \rightarrow a} g(x) \ln f(x) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\ln f(x)}{\frac{1}{g(x)}}$$

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

est de d'évaluer le logarithme de la limite.

$$A = \lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)}$$


$$\begin{aligned} \ln A &= \ln \left(\lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)} \right) = \lim_{x \rightarrow a} \ln \left(f(x)^{g(x)} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow a} g(x) \ln f(x) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\ln f(x)}{\frac{1}{g(x)}} \end{aligned}$$


Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

est de d'évaluer le logarithme de la limite.

$$A = \lim_{x \rightarrow a} \underbrace{f(x)}_{\rightarrow 0} \underbrace{g(x)}_{\rightarrow 0}$$

$$\begin{aligned} \ln A &= \ln \left(\lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)} \right) = \lim_{x \rightarrow a} \ln \left(f(x)^{g(x)} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow a} g(x) \ln f(x) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\ln f(x)}{\frac{1}{g(x)}} \end{aligned}$$

$\rightarrow -\infty$
 $\rightarrow \pm\infty$

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

est de d'évaluer le logarithme de la limite.

$$A = \lim_{x \rightarrow a} \underbrace{f(x)}_{0} \underbrace{g(x)}_{0}$$

$$\begin{aligned} \ln A &= \ln \left(\lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)} \right) = \lim_{x \rightarrow a} \ln \left(f(x)^{g(x)} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow a} g(x) \ln f(x) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\ln f(x)}{\frac{1}{g(x)}} \end{aligned}$$

$-\infty$
 $\pm\infty$

$$A = e^{\ln A}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$$

Example

Posons $A = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$

Exemple

Posons $A = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

Exemple

Posons $A = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$


et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln ((\sin x)^x)$$

Exemple

Posons $A = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln ((\sin x)^x)$$


Exemple

Posons $A = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln ((\sin x)^x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln (\sin x)$$

Exemple

Posons $A = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln ((\sin x)^x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln (\sin x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

Exemple

Posons $A = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln ((\sin x)^x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln (\sin x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

Exemple

Posons $A = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln ((\sin x)^x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln (\sin x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{-\infty}{\parallel} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-\frac{1}{x^2}}$$

Exemple

Posons $A = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln ((\sin x)^x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln (\sin x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{x^2 \cos x}{\sin x}$$

Exemple

Posons $A = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln ((\sin x)^x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln (\sin x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{x^2 \cos x}{\sin x}$$

$$\stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{2x \cos x - x^2 \sin x}{\cos x}$$

Exemple

Posons $A = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln ((\sin x)^x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln (\sin x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{x^2 \cos x}{\sin x}$$

$$\stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{2x \cos x - x^2 \sin x}{\cos x} = \frac{0}{1}$$

Exemple

Posons $A = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln ((\sin x)^x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln (\sin x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{x^2 \cos x}{\sin x}$$

$$\stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{2x \cos x - x^2 \sin x}{\cos x} = \frac{0}{1} = 0$$

Exemple

$$\text{Posons } A = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln ((\sin x)^x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln (\sin x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{x^2 \cos x}{\sin x}$$

$$\stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{2x \cos x - x^2 \sin x}{\cos x} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x = A$$

Exemple

$$\text{Posons } A = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln ((\sin x)^x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln (\sin x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{x^2 \cos x}{\sin x}$$

$$\stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{2x \cos x - x^2 \sin x}{\cos x} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x = A = e^{\ln A}$$

Exemple

$$\text{Posons } A = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln ((\sin x)^x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln (\sin x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{x^2 \cos x}{\sin x}$$

$$\stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{2x \cos x - x^2 \sin x}{\cos x} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x = A = e^{\ln A}$$

Exemple

$$\text{Posons } A = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln ((\sin x)^x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln (\sin x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{x^2 \cos x}{\sin x}$$

$$\stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{2x \cos x - x^2 \sin x}{\cos x} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x = A = e^{\ln A} = e^0$$

Exemple

$$\text{Posons } A = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln ((\sin x)^x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln (\sin x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{x^2 \cos x}{\sin x}$$

$$\stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{2x \cos x - x^2 \sin x}{\cos x} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x = A = e^{\ln A} = e^0$$

Exemple

$$\text{Posons } A = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln ((\sin x)^x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln (\sin x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{x^2 \cos x}{\sin x}$$

$$\stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{2x \cos x - x^2 \sin x}{\cos x} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x = A = e^{\ln A} = e^0 = 1$$

Faites les exercices suivants

#4 a) et b)

#5 a) et b)

6 a) et b)

Aujourd'hui, nous avons vu

Aujourd'hui, nous avons vu

Aujourd'hui, nous avons vu

- ✓ Révision des règles de dérivation

Aujourd'hui, nous avons vu

- ✓ Révision des règles de dérivation
- ✓ Dérivée logarithmique

Aujourd'hui, nous avons vu

✓ Révision des règles de dérivation

✓ Dérivée logarithmique $x = e^{\ln x}$

Aujourd'hui, nous avons vu

- ✓ Révision des règles de dérivation
- ✓ Dérivée logarithmique $x = e^{\ln x}$
- ✓ Règle de l'Hôpital

Aujourd'hui, nous avons vu

- ✓ Révision des règles de dérivation
- ✓ Dérivée logarithmique $x = e^{\ln x}$
- ✓ Règle de l'Hôpital

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Aujourd'hui, nous avons vu

- ✓ Révision des règles de dérivation
- ✓ Dérivée logarithmique $x = e^{\ln x}$
- ✓ Règle de l'Hôpital

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} \stackrel{\frac{\pm\infty}{\pm\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Devoir:

Section 1.1