1.1 RÈGLE DE L'HÔPITAL

cours 1

Aujourd’hui, nous allons voir

Aujourd'hui, nous allons voir

Aujourd'hui, nous allons voir

- ✓ Révision du calcul différentiel

Aujourd’hui, nous allons voir

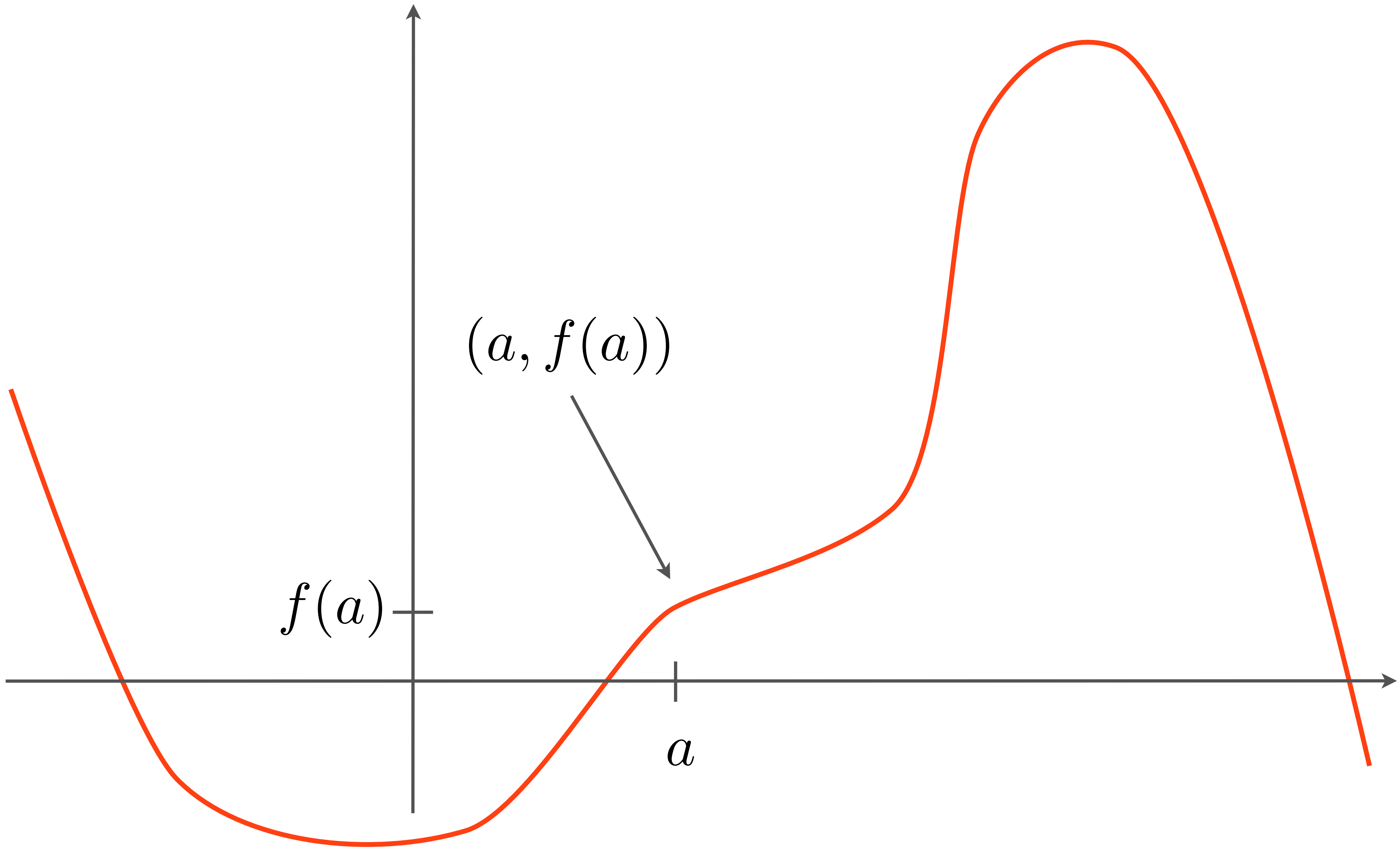
- ✓ Révision du calcul différentiel
- ✓ Dérivée logarithmique

Aujourd’hui, nous allons voir

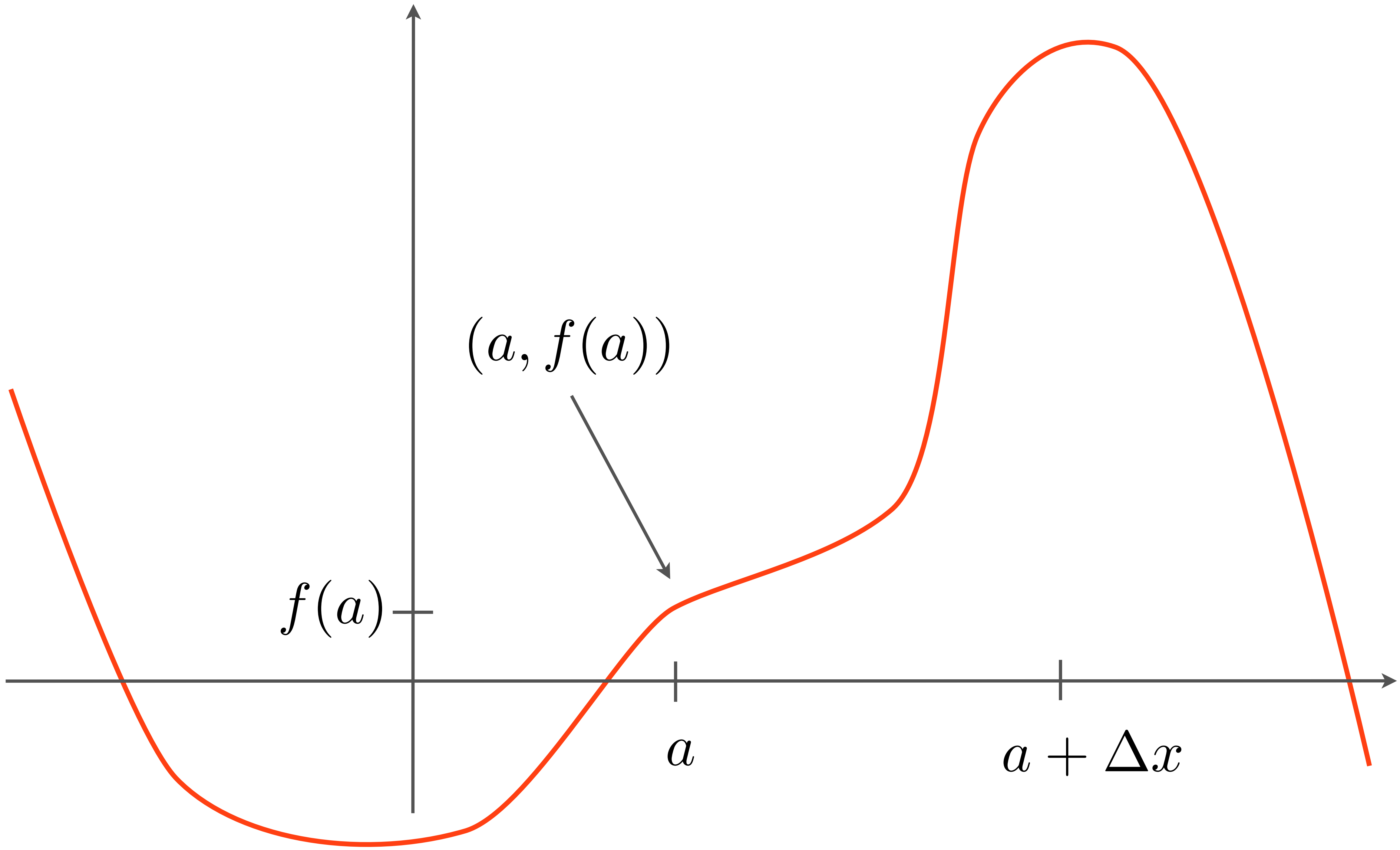
- ✓ Révision du calcul différentiel
- ✓ Dérivée logarithmique
- ✓ Règle de l’Hôpital

La dérivée en un point est le taux de variation instantanée.

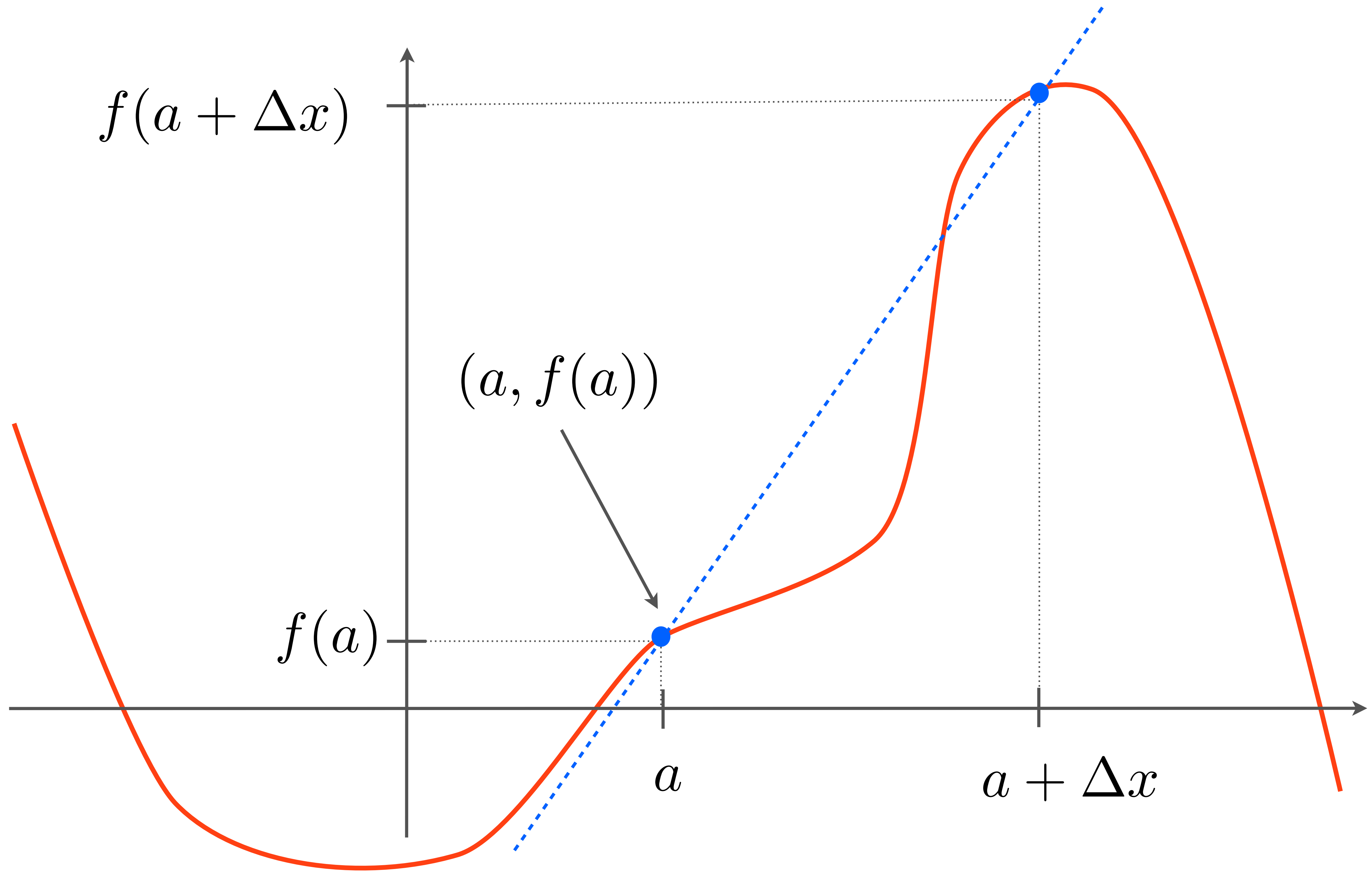
La dérivée en un point est le taux de variation instantanée.



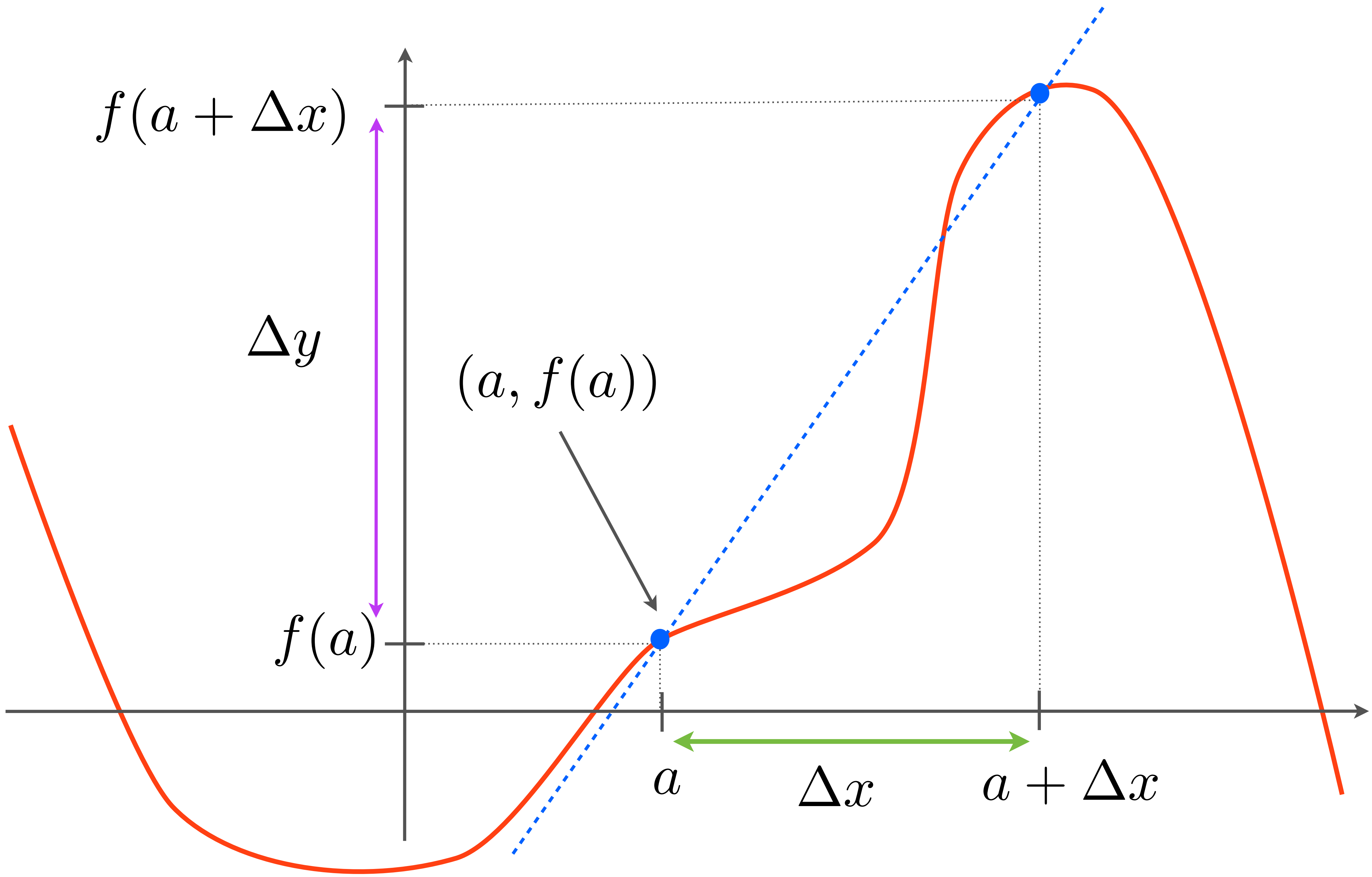
La dérivée en un point est le taux de variation instantanée.



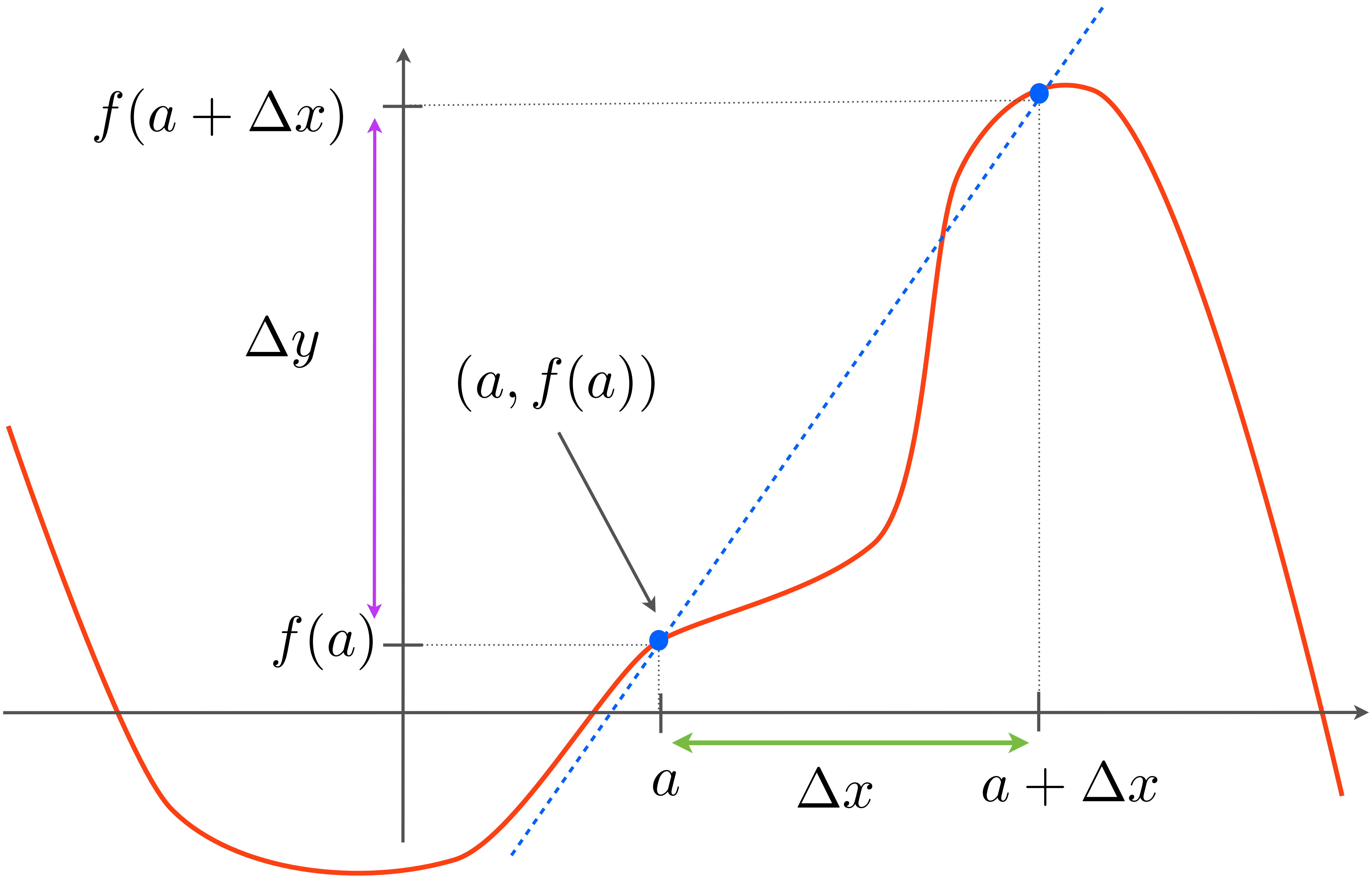
La dérivée en un point est le taux de variation instantanée.



La dérivée en un point est le taux de variation instantanée.

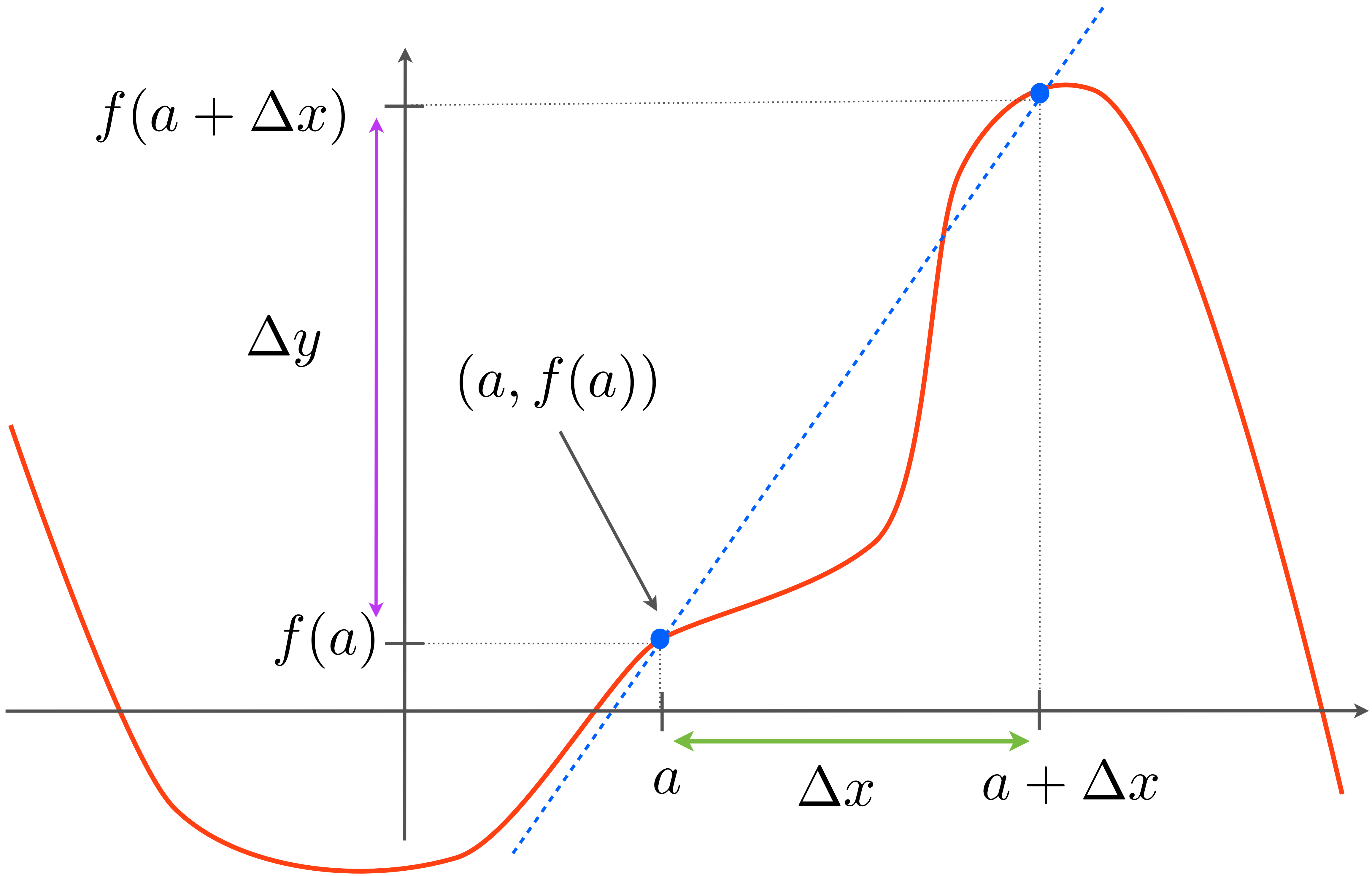


La dérivée en un point est le taux de variation instantanée.



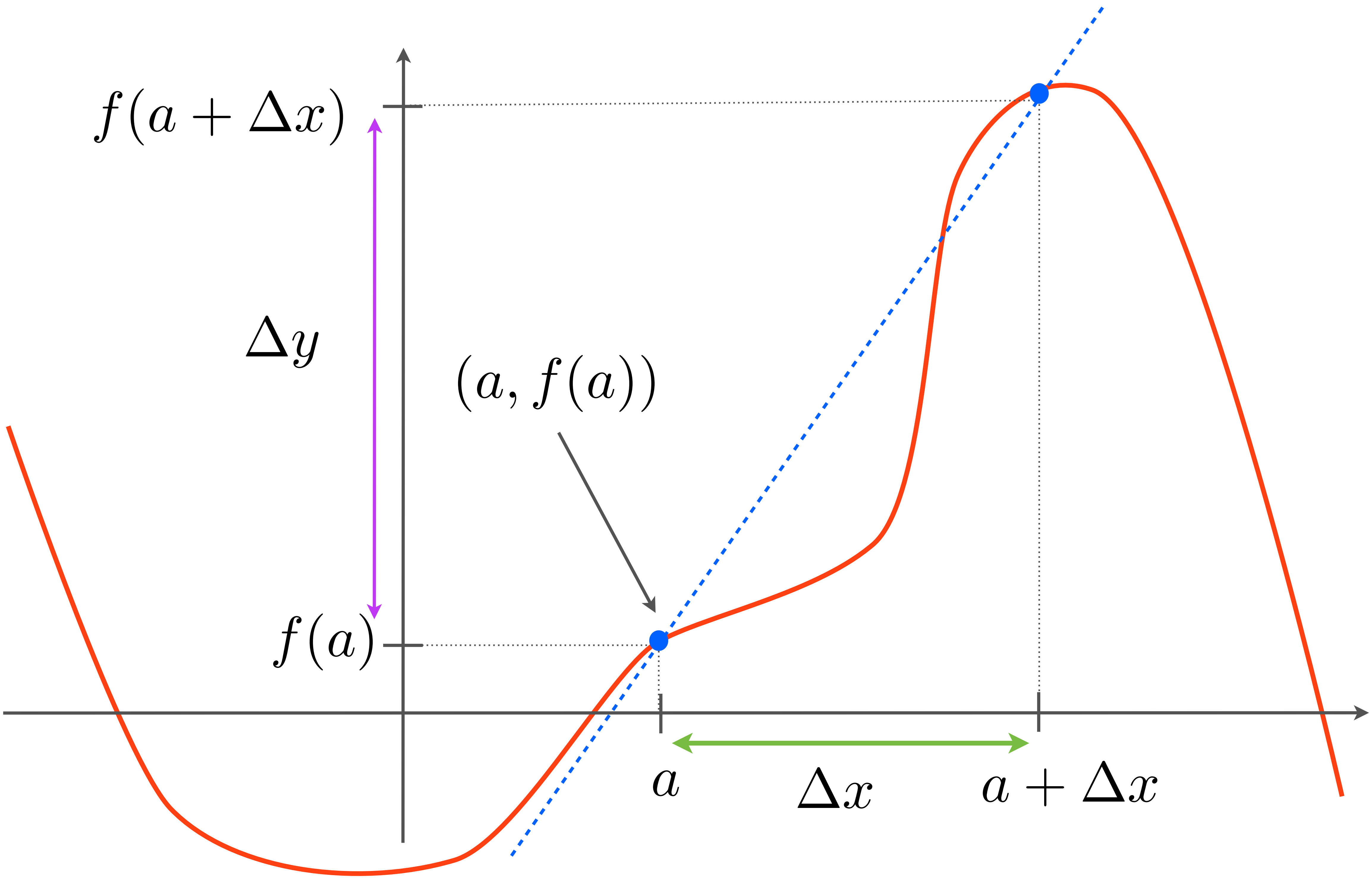
$$\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

La dérivée en un point est le taux de variation instantanée.



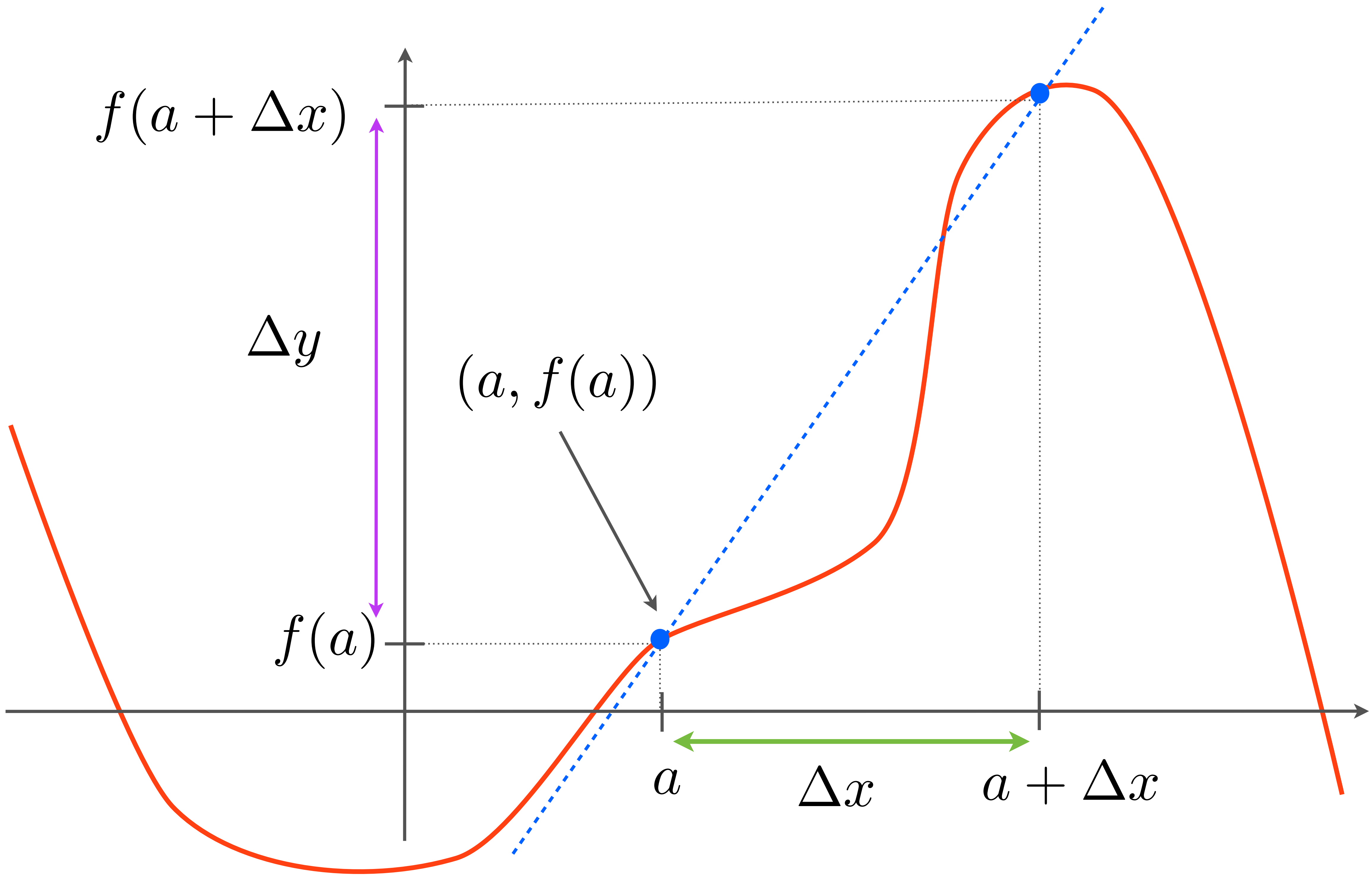
$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

La dérivée en un point est le taux de variation instantanée.



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x} \qquad f'(a) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

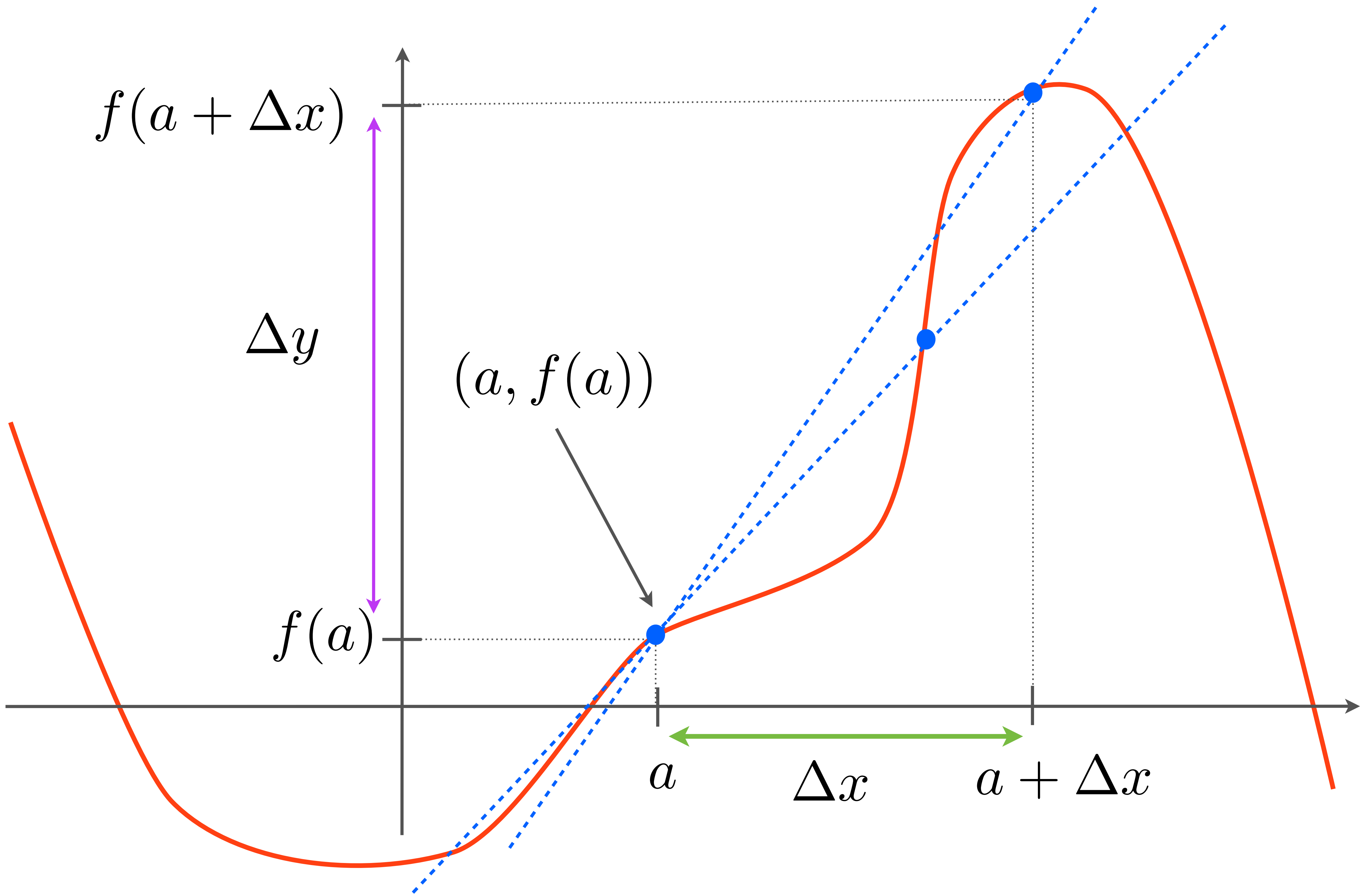
La dérivée en un point est le taux de variation instantanée.



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

$$f'(a) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

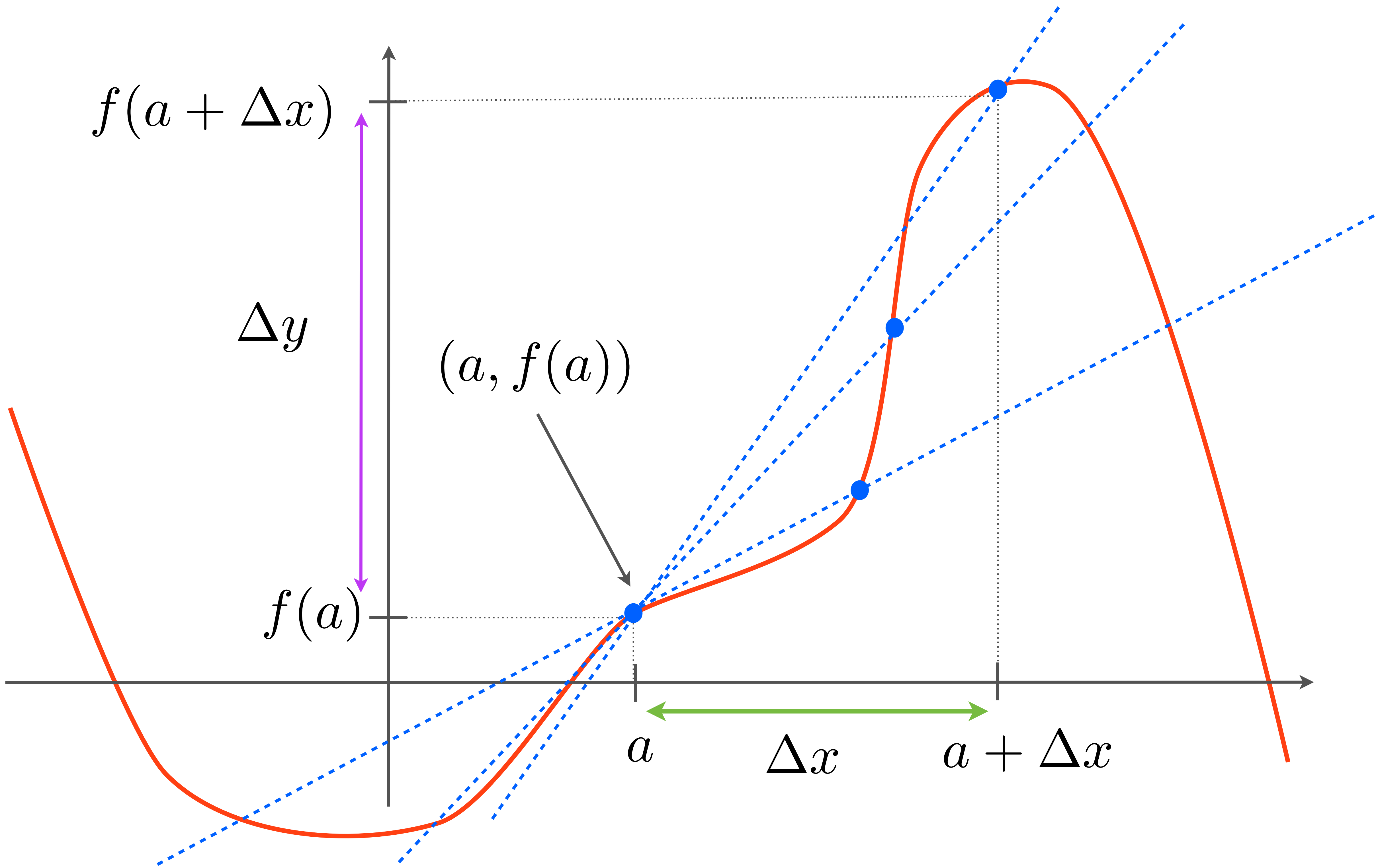
La dérivée en un point est le taux de variation instantanée.



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

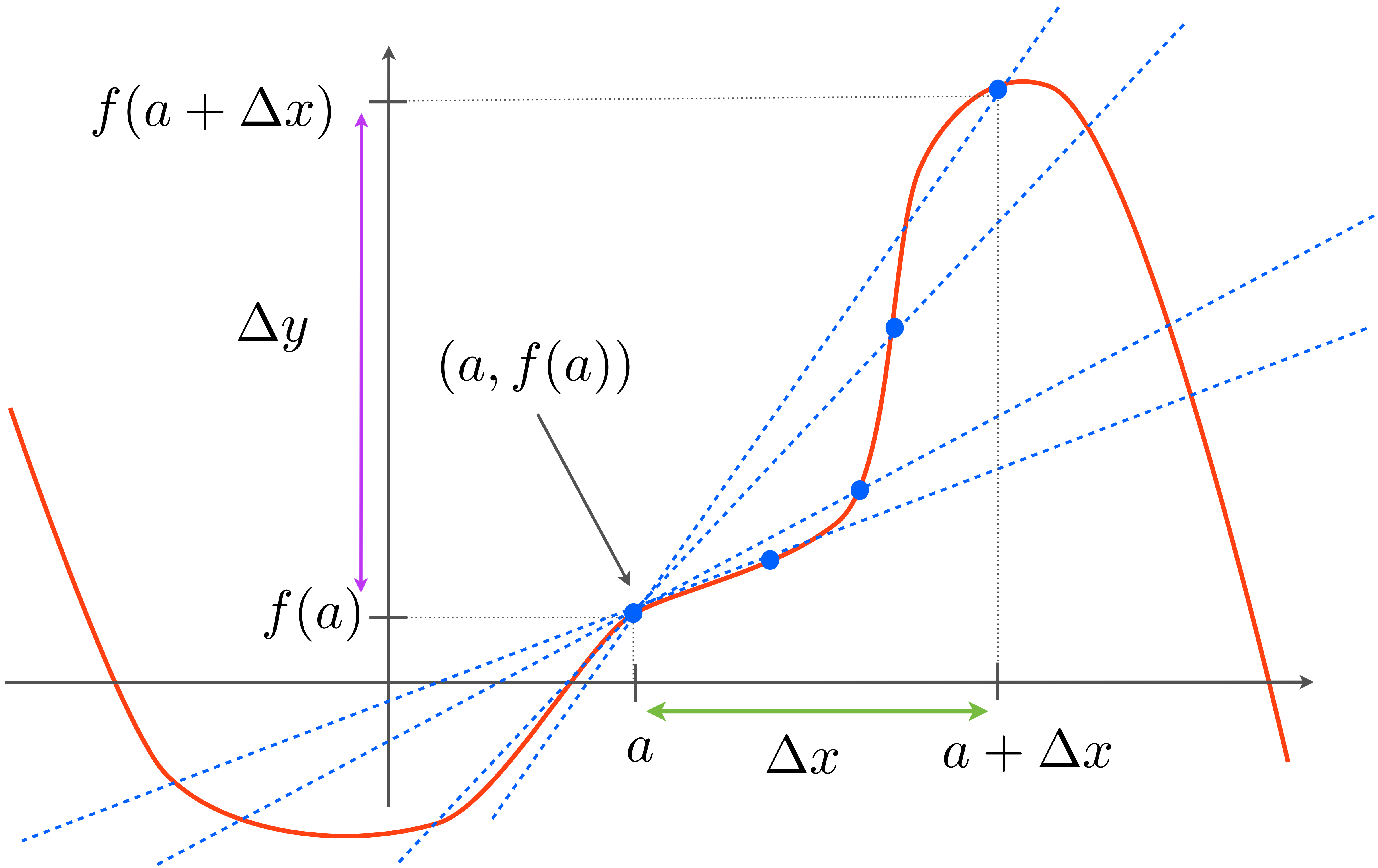
$$f'(a) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

La dérivée en un point est le taux de variation instantanée.



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x} \qquad f'(a) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

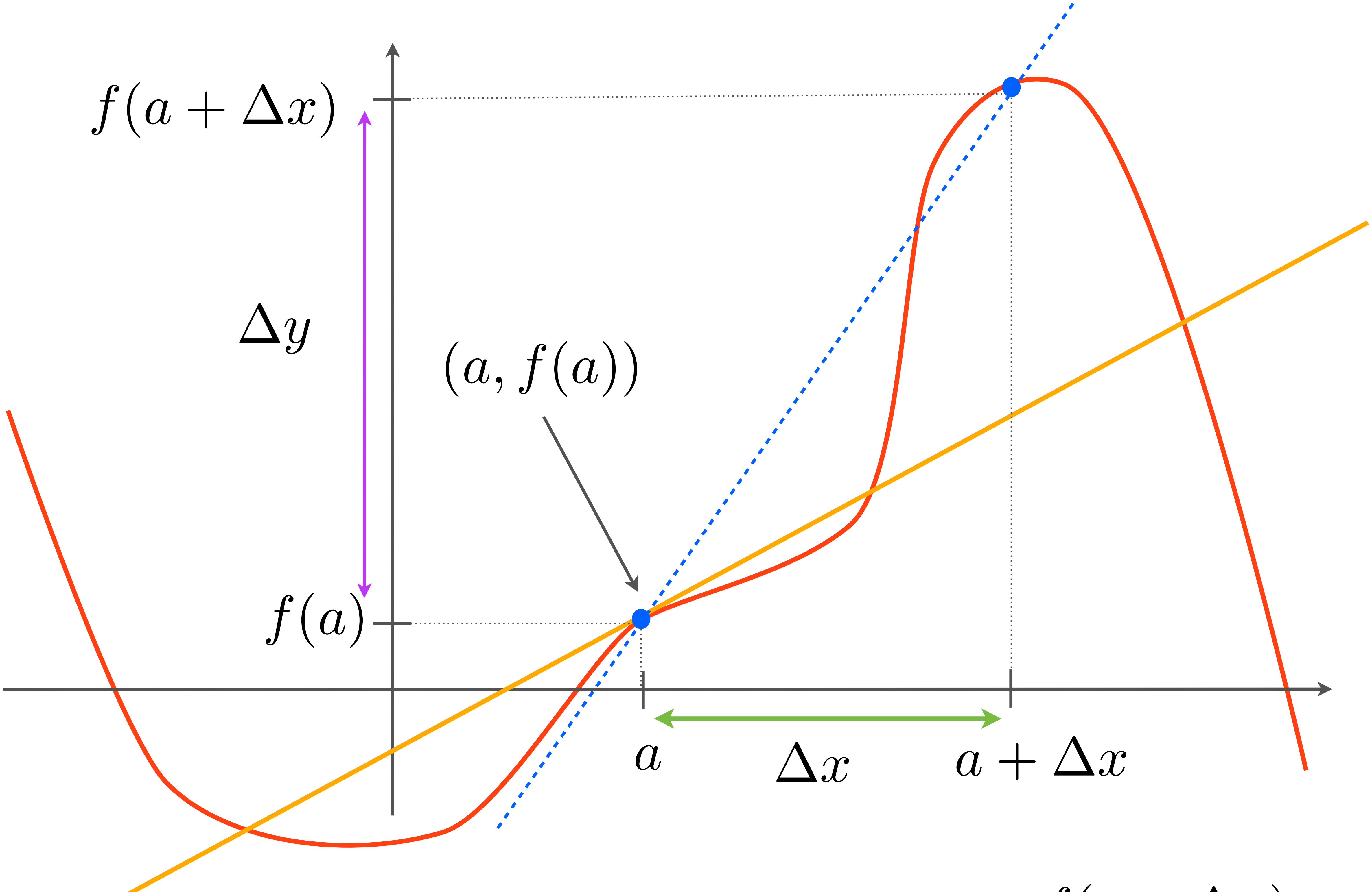
La dérivée en un point est le taux de variation instantanée.



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

$$f'(a) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

La dérivée en un point est le taux de variation instantanée.



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

$$f'(a) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

Formules de dérivation

Formules de dérivation

$$(kf(x))' = kf'(x)$$

Formules de dérivation

$$(kf(x))' = kf'(x)$$

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

Formules de dérivation

$$(kf(x))' = kf'(x)$$

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

$$(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

Formules de dérivation

$$(kf(x))' = kf'(x)$$

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

$$(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

Formules de dérivation

$$(kf(x))' = kf'(x)$$

$$(f(x)+g(x))' = f'(x)+g'(x)$$

$$(f(x)g(x))' = f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

$$(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$(\sin x)' = \cos x$ $\qquad$ $(\cos x)' = -\sin x$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x \qquad (\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x \qquad (\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x \qquad (\cot x)' = -\csc^2 x$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x \qquad (\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x \qquad (\cot x)' = -\csc^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x \qquad (\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x \qquad (\cot x)' = -\csc^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x \qquad (\csc x)' = -\csc x \cot x$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x \qquad (\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x \qquad (\cot x)' = -\csc^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x \qquad (\csc x)' = -\csc x \cot x$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x \qquad (\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x \qquad (\cot x)' = -\csc^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x \qquad (\csc x)' = -\csc x \cot x$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x \qquad (\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x \qquad (\cot x)' = -\csc^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x \qquad (\csc x)' = -\csc x \cot x$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x \qquad (\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x \qquad (\cot x)' = -\csc^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x \qquad (\csc x)' = -\csc x \cot x$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$(\operatorname{arcsec} x)' = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x \qquad (\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x \qquad (\cot x)' = -\csc^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x \qquad (\csc x)' = -\csc x \cot x$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = -(\arccos x)'$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$(\text{arcsec}\ x)' = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x \qquad (\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x \qquad (\cot x)' = -\csc^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x \qquad (\csc x)' = -\csc x \cot x$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = -(\arccos x)'$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2} = -(\operatorname{arccot} x)'$$

$$(\operatorname{arcsec} x)' = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x \qquad (\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x \qquad (\cot x)' = -\csc^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x \qquad (\csc x)' = -\csc x \cot x$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = -(\arccos x)'$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2} = -(\text{arccot}\ x)'$$

$$(\text{arcsec}\ x)' = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} = -(\text{arcsc}\ x)'$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x \qquad (\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x \qquad (\cot x)' = -\csc^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x \qquad (\csc x)' = -\csc x \cot x$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = -(\arccos x)'$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2} = -(\text{arccot } x)'$$

$$(\text{arcsec } x)' = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} = -(\text{arcsc } x)'$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$(\sin x)' = \cos x$	$(\cos x)' = -\sin x$	$(a^x)' = a^x \ln a$
$(\tan x)' = \sec^2 x$	$(\cot x)' = -\csc^2 x$	
$(\sec x)' = \sec x \tan x$	$(\csc x)' = -\csc x \cot x$	

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = -(\arccos x)'$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2} = -(\text{arccot}\ x)'$$

$$(\text{arcsec}\ x)' = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} = -(\text{arcsc}\ x)'$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$(\sin x)' = \cos x$	$(\cos x)' = -\sin x$	$(a^x)' = a^x \ln a$
$(\tan x)' = \sec^2 x$	$(\cot x)' = -\csc^2 x$	$(e^x)' = e^x$
$(\sec x)' = \sec x \tan x$	$(\csc x)' = -\csc x \cot x$	

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = -(\arccos x)'$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2} = -(\text{arccot } x)'$$

$$(\text{arcsec } x)' = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} = -(\text{arccsc } x)'$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$(\sin x)' = \cos x$	$(\cos x)' = -\sin x$	$(a^x)' = a^x \ln a$
$(\tan x)' = \sec^2 x$	$(\cot x)' = -\csc^2 x$	$(e^x)' = e^x$
$(\sec x)' = \sec x \tan x$	$(\csc x)' = -\csc x \cot x$	

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = -(\arccos x)'$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2} = -(\operatorname{arccot} x)'$$

$$(\operatorname{arcsec} x)' = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} = -(\operatorname{arccsc} x)'$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x \qquad (\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x \qquad (\cot x)' = -\csc^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x \qquad (\csc x)' = -\csc x \cot x$$

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = -(\arccos x)'$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2} = -(\operatorname{arccot} x)'$$

$$(\operatorname{arcsec} x)' = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} = -(\operatorname{arccsc} x)'$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

Exemple

Exemple

$$\left(\frac{\sin(\log_3 x)}{\arctan(x^2 e^{4x})}\right)'$$

Exemple

$$\left(\frac{\sin(\log_3 x)}{\arctan(x^2e^{4x})}\right)'$$

$$= \frac{(\sin(\log_3 x))'\arctan(x^2e^{4x}) - \sin(\log_3 x)(\arctan(x^2e^{4x}))'}{(\arctan(x^2e^{4x}))^2}$$

Exemple

$$\left(\frac{\sin(\log_3 x)}{\arctan(x^2 e^{4x})}\right)'$$

$$= \frac{(\sin(\log_3 x))' \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x)(\arctan(x^2 e^{4x}))'}{(\arctan(x^2 e^{4x}))^2}$$

Exemple

$$\left(\frac{\sin(\log_3 x)}{\arctan(x^2 e^{4x})}\right)'$$

$$= \frac{(\sin(\log_3 x))' \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x)(\arctan(x^2 e^{4x}))'}{(\arctan(x^2 e^{4x}))^2}$$

$$= \frac{(\cos(\log_3 x)(\log_3 x)') \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x)\left(\frac{(x^2 e^{4x})'}{1+(x^2 e^{4x})^2}\right)}{(\arctan(x^2 e^{4}x))^2}$$

Exemple

$$\left(\frac{\sin(\log_3 x)}{\arctan(x^2e^{4x})}\right)'$$

$$= \frac{(\sin(\log_3 x))'\arctan(x^2e^{4x}) - \sin(\log_3 x)(\arctan(x^2e^{4x}))'}{(\arctan(x^2e^{4x}))^2}$$

$$= \frac{(\cos(\log_3 x)(\log_3 x)')\arctan(x^2e^{4x}) - \sin(\log_3 x)\left(\frac{(x^2e^{4x})'}{1+(x^2e^{4x})^2}\right)}{(\arctan(x^2e^4x))^2}$$

Exemple

$$\left(\frac{\sin(\log_3 x)}{\arctan(x^2e^{4x})}\right)'$$

$$= \frac{(\sin(\log_3 x))'\arctan(x^2e^{4x}) - \sin(\log_3 x)(\arctan(x^2e^{4x}))'}{(\arctan(x^2e^{4x}))^2}$$

$$= \frac{(\cos(\log_3 x)(\log_3 x)')\arctan(x^2e^{4x}) - \sin(\log_3 x)\left(\frac{(x^2e^{4x})'}{1+(x^2e^{4x})^2}\right)}{(\arctan(x^2e^4x))^2}$$

Exemple

$$\left(\frac{\sin(\log_3 x)}{\arctan(x^2e^{4x})}\right)'$$

$$= \frac{(\sin(\log_3 x))'\arctan(x^2e^{4x}) - \sin(\log_3 x)(\arctan(x^2e^{4x}))'}{(\arctan(x^2e^{4x}))^2}$$

$$= \frac{(\cos(\log_3 x)(\log_3 x)')\arctan(x^2e^{4x}) - \sin(\log_3 x)\left(\frac{(x^2e^{4x})'}{1+(x^2e^{4x})^2}\right)}{(\arctan(x^2e^4x))^2}$$

$$= \frac{(\cos(\log_3 x)\frac{1}{x\ln 3})\arctan(x^2e^{4x}) - \sin(\log_3 x)\left(\frac{2xe^{4x}+4x^2e^{4x}}{1+(x^2e^{4x})^2}\right)}{(\arctan(x^2e^{4x}))^2}$$

Exemple

$$\left(\frac{\sin(\log_3 x)}{\arctan(x^2e^{4x})}\right)'$$

$$= \frac{(\sin(\log_3 x))' \arctan(x^2e^{4x}) - \sin(\log_3 x)(\arctan(x^2e^{4x}))'}{(\arctan(x^2e^{4x}))^2}$$

$$= \frac{(\cos(\log_3 x)(\log_3 x)') \arctan(x^2e^{4x}) - \sin(\log_3 x)\left(\frac{(x^2e^{4x})'}{1+(x^2e^{4x})^2}\right)}{(\arctan(x^2e^4x))^2}$$

$$= \frac{(\cos(\log_3 x)\frac{1}{x\ln 3}) \arctan(x^2e^{4x}) - \sin(\log_3 x)\left(\frac{2xe^{4x}+4x^2e^{4x}}{1+(x^2e^{4x})^2}\right)}{(\arctan(x^2e^{4x}))^2}$$

Exemple

$$\left(\frac{\sin(\log_3 x)}{\arctan(x^2e^{4x})}\right)'$$

$$= \frac{(\sin(\log_3 x))'\arctan(x^2e^{4x}) - \sin(\log_3 x)(\arctan(x^2e^{4x}))'}{(\arctan(x^2e^{4x}))^2}$$

$$= \frac{(\cos(\log_3 x)(\log_3 x)')\arctan(x^2e^{4x}) - \sin(\log_3 x)\left(\frac{(x^2e^{4x})'}{1+(x^2e^{4x})^2}\right)}{(\arctan(x^2e^4x))^2}$$

$$= \frac{(\cos(\log_3 x)\frac{1}{x\ln 3})\arctan(x^2e^{4x}) - \sin(\log_3 x)\left(\frac{2xe^{4x}+4x^2e^{4x}}{1+(x^2e^{4x})^2}\right)}{(\arctan(x^2e^{4x}))^2}$$

Dérivée logarithmique.

Dérivée logarithmique.

Pour les fonctions de la forme

$$f(x)^{g(x)}$$

Dérivée logarithmique.

Pour les fonctions de la forme

$$f(x)^{g(x)}$$

On peut utiliser l'égalité

$$x = e^{\ln x} \qquad\qquad x > 0$$

Dérivée logarithmique.

Pour les fonctions de la forme

$$f(x)^{g(x)}$$

On peut utiliser l'égalité

$$x = e^{\ln x} \qquad\qquad x > 0$$

ainsi que les lois des log.

Dérivée logarithmique.

Pour les fonctions de la forme

$$f(x)^{g(x)}$$

On peut utiliser l'égalité

$$x = e^{\ln x} \qquad\qquad x > 0$$

ainsi que les lois des log.

Exemple

Dérivée logarithmique.

Pour les fonctions de la forme

$$f(x)^{g(x)}$$

On peut utiliser l'égalité

$$x = e^{\ln x} \qquad\qquad x > 0$$

ainsi que les lois des log.

Exemple $(x^x)' = (e^{\ln x^x})'$

Dérivée logarithmique.

Pour les fonctions de la forme

$$f(x)^{g(x)}$$

On peut utiliser l'égalité

$$x = e^{\ln x} \qquad\qquad x > 0$$

ainsi que les lois des log.

Exemple $(x^x)' = (e^{\ln x^{x}})'$

Dérivée logarithmique.

Pour les fonctions de la forme

$$f(x)^{g(x)}$$

On peut utiliser l'égalité

$$x = e^{\ln x} \qquad\qquad x > 0$$

ainsi que les lois des log.

Exemple $(x^x)' = (e^{\ln x^x})' = (e^{x \ln x})'$

Dérivée logarithmique.

Pour les fonctions de la forme

$$f(x)^{g(x)}$$

On peut utiliser l'égalité

$$x = e^{\ln x} \qquad\qquad x > 0$$

ainsi que les lois des log.

Exemple $$(x^x)' = \left(e^{\ln x^{x}}\right)' = \left(e^{x\ln x}\right)' = e^{x\ln x}(x\ln x)'$$

Dérivée logarithmique.

Pour les fonctions de la forme

$$f(x)^{g(x)}$$

On peut utiliser l'égalité

$$x = e^{\ln x} \qquad\qquad x > 0$$

ainsi que les lois des log.

Exemple

$$(x^x)' = (e^{\ln x^x})' = (e^{x\ln x})' = e^{x\ln x}(x\ln x)'$$

$$= e^{x\ln x}\left(\ln x + x\frac{1}{x}\right)$$

Dérivée logarithmique.

Pour les fonctions de la forme

$$f(x)^{g(x)}$$

On peut utiliser l'égalité

$$x = e^{\ln x} \qquad\qquad x > 0$$

ainsi que les lois des log.

Exemple

$$(x^x)' = (e^{\ln x^x})' = (e^{x \ln x})' = e^{x \ln x}(x \ln x)'$$

$$= e^{x \ln x}\left(\ln x + x\frac{1}{x}\right) = e^{x \ln x}(\ln x + 1)$$

Dérivée logarithmique.

Pour les fonctions de la forme

$$f(x)^{g(x)}$$

On peut utiliser l'égalité

$$x = e^{\ln x} \qquad\qquad x > 0$$

ainsi que les lois des log.

Exemple

$$(x^x)' = (e^{\ln x^x})' = (e^{x \ln x})' = e^{x \ln x}(x \ln x)'$$

$$= e^{x \ln x}\left(\ln x + x\frac{1}{x}\right) = e^{x \ln x}(\ln x + 1)$$

$$= x^x(\ln x + 1)$$

Exemple

Exemple

$$f(x) = x^{\sin x}$$

Exemple

$$f(x) = x^{\sin x} \quad = e^{\ln x^{\sin x}}$$

Exemple

$$f(x) = x^{\sin x} \quad = e^{\ln x^{\sin x}}$$

Exemple

$$f(x) = x^{\sin x} = e^{\ln x^{\sin x}} = e^{\sin x \ln x}$$

Exemple

$$f(x) = x^{\sin x} = e^{\ln x^{\sin x}} = e^{\sin x \ln x}$$

$$f'(x) = e^{\sin x \ln x}(\sin x \ln x)'$$

Exemple

$$f(x) = x^{\sin x} = e^{\ln x^{\sin x}} = e^{\sin x \ln x}$$

$$f'(x) = e^{\sin x \ln x}(\sin x \ln x)'$$

$$= e^{\sin x \ln x}\left(\cos x \ln x + \frac{\sin x}{x}\right)$$

Exemple

$$f(x) = x^{\sin x} = e^{\ln x^{\sin x}} = \boxed{e^{\sin x \ln x}}$$

$$f'(x) = e^{\sin x \ln x}(\sin x \ln x)'$$

$$= \boxed{e^{\sin x \ln x}}\left(\cos x \ln x + \frac{\sin x}{x}\right)$$

Exemple

$$f(x) = x^{\sin x} = e^{\ln x^{\sin x}} = \boxed{e^{\sin x \ln x}}$$

$$f'(x) = e^{\sin x \ln x}(\sin x \ln x)'$$

$$= \boxed{e^{\sin x \ln x}}\left(\cos x \ln x + \frac{\sin x}{x}\right)$$

$$= x^{\sin x}\left(\cos x \ln x + \frac{\sin x}{x}\right)$$

Exemple

$$f(x) = \boxed{x^{\sin x}} = e^{\ln x^{\sin x}} = \boxed{e^{\sin x \ln x}}$$

$$f'(x) = e^{\sin x \ln x}(\sin x \ln x)'$$

$$= \boxed{e^{\sin x \ln x}}\left(\cos x \ln x + \frac{\sin x}{x}\right)$$

$$= \boxed{x^{\sin x}}\left(\cos x \ln x + \frac{\sin x}{x}\right)$$

Faites les exercices suivants

Faites #1 a) à e)

et

#2 a), b).

Limites et règle de l'Hôpital

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite
$\dfrac{k}{\infty}$	0^+

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite
$\dfrac{k}{\infty}$	0^+
$\dfrac{k}{-\infty}$	0^-

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite
$\dfrac{k}{\infty}$	0^+
$\dfrac{k}{-\infty}$	0^-
$\dfrac{k}{0^+}$	∞

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite
$\dfrac{k}{\infty}$	0^+
$\dfrac{k}{-\infty}$	0^-
$\dfrac{k}{0^+}$	∞
$\dfrac{k}{0^-}$	$-\infty$

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite
$\dfrac{k}{\infty}$	0^+
$\dfrac{k}{-\infty}$	0^-
$\dfrac{k}{0^+}$	∞
$\dfrac{k}{0^-}$	$-\infty$
$\dfrac{k}{0}$	$\nexists$

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite
$\dfrac{k}{\infty}$	0^+
$\dfrac{k}{-\infty}$	0^-
$\dfrac{k}{0^+}$	∞
$\dfrac{k}{0^-}$	$-\infty$
$\dfrac{k}{0}$	$\nexists$

Forme	Limite
$\pm k + \infty$	∞

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite
$\dfrac{k}{\infty}$	0^+
$\dfrac{k}{-\infty}$	0^-
$\dfrac{k}{0^+}$	∞
$\dfrac{k}{0^-}$	$-\infty$
$\dfrac{k}{0}$	$\nexists$

Forme	Limite
$\pm k + \infty$	∞
$\pm k - \infty$	$-\infty$

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite
$\dfrac{k}{\infty}$	0^+
$\dfrac{k}{-\infty}$	0^-
$\dfrac{k}{0^+}$	∞
$\dfrac{k}{0^-}$	$-\infty$
$\dfrac{k}{0}$	$\nexists$

Forme	Limite
$\pm k + \infty$	∞
$\pm k - \infty$	$-\infty$
$k \cdot \infty$	∞

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite
$\dfrac{k}{\infty}$	0^+
$\dfrac{k}{-\infty}$	0^-
$\dfrac{k}{0^+}$	∞
$\dfrac{k}{0^-}$	$-\infty$
$\dfrac{k}{0}$	$\nexists$

Forme	Limite
$\pm k + \infty$	∞
$\pm k - \infty$	$-\infty$
$k \cdot \infty$	∞
$k(-\infty)$	$-\infty$

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite
$\dfrac{k}{\infty}$	0^+
$\dfrac{k}{-\infty}$	0^-
$\dfrac{k}{0^+}$	∞
$\dfrac{k}{0^-}$	$-\infty$
$\dfrac{k}{0}$	$\nexists$

Forme	Limite
$\pm k + \infty$	∞
$\pm k - \infty$	$-\infty$
$k \cdot \infty$	∞
$k(-\infty)$	$-\infty$
∞^k	∞

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	0^+
$\frac{k}{-\infty}$	0^-
$\frac{k}{0^+}$	∞
$\frac{k}{0^-}$	$-\infty$
$\frac{k}{0}$	$\nexists$

$1 < k$

Forme	Limite
$\pm k + \infty$	∞
$\pm k - \infty$	$-\infty$
$k \cdot \infty$	∞
$k(-\infty)$	$-\infty$
∞^k	∞
k^∞	∞

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite
$\dfrac{k}{\infty}$	0^+
$\dfrac{k}{-\infty}$	0^-
$\dfrac{k}{0^+}$	∞
$\dfrac{k}{0^-}$	$-\infty$
$\dfrac{k}{0}$	$\nexists$

	Forme	Limite
	$\pm k + \infty$	∞
	$\pm k - \infty$	$-\infty$
	$k \cdot \infty$	∞
	$k(-\infty)$	$-\infty$
	∞^k	∞
$1 < k$	k^∞	∞
$0 < k < 1$	k^∞	0

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	0^+
$\frac{k}{-\infty}$	0^-
$\frac{k}{0^+}$	∞
$\frac{k}{0^-}$	$-\infty$
$\frac{k}{0}$	$\nexists$

	Forme	Limite
	$\pm k + \infty$	∞
	$\pm k - \infty$	$-\infty$
	$k \cdot \infty$	∞
	$k(-\infty)$	$-\infty$
	∞^k	∞
$1 < k$	k^∞	∞
$0 < k < 1$	k^∞	0
	$(\infty)(\infty)$	∞

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite
$\dfrac{k}{\infty}$	0^+
$\dfrac{k}{-\infty}$	0^-
$\dfrac{k}{0^+}$	∞
$\dfrac{k}{0^-}$	$-\infty$
$\dfrac{k}{0}$	$\nexists$

	Forme	Limite
	$\pm k + \infty$	∞
	$\pm k - \infty$	$-\infty$
	$k \cdot \infty$	∞
	$k(-\infty)$	$-\infty$
	∞^k	∞
$1 < k$	k^∞	∞
$0 < k < 1$	k^∞	0
	$(\infty)(\infty)$	∞
	∞^∞	∞

$$\lim_{x \to a} f(x) = 0 \qquad \lim_{x \to a} g(x) = 0$$

$$\lim_{x \to a} f(x) = 0 \qquad \lim_{x \to a} g(x) = 0$$

$$\lim_{x \to a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = ?$$

$$\lim_{x \to a} f(x) = 0 \qquad \lim_{x \to a} g(x) = 0$$

$$\lim_{x \to a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) =?$$

$$\frac{0}{k} \to 0$$

$$\lim_{x \to a} f(x) = 0 \qquad \lim_{x \to a} g(x) = 0$$

$$\lim_{x \to a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = ?$$

$$\frac{0}{k} \longrightarrow 0$$

$$\lim_{x \to a} f(x) = 0 \qquad \lim_{x \to a} g(x) = 0$$

$$\lim_{x \to a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = ?$$

$$\frac{0}{k} \to 0 \qquad \frac{k}{0^{\pm}} \to \pm\infty$$

$$\lim_{x \to a} f(x) = 0 \qquad \lim_{x \to a} g(x) = 0$$

$$\lim_{x \to a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = ?$$

$$\frac{0}{k} \to 0 \qquad \frac{k}{0^{\pm}} \to \pm\infty$$

$$\boxed{\lim_{x \to a} f(x) = 0}$$

$$\boxed{\lim_{x \to a} g(x) = 0}$$

$$\lim_{x \to a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) =?$$

$$\frac{0}{k} \to 0$$

$$\frac{k}{0^{\pm}} \to \pm\infty$$

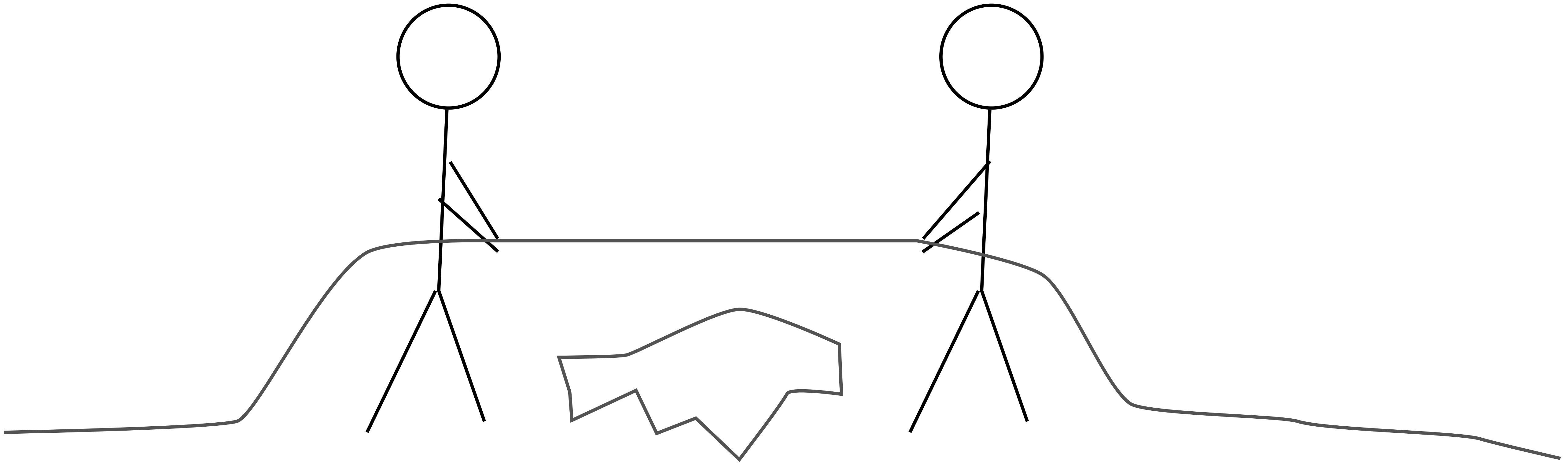
Donc *f(x)* tire l'expression vers 0 tandis que *g(x)* tire vers $\pm\infty$

$$\lim_{x \to a} f(x) = 0 \qquad \lim_{x \to a} g(x) = 0$$

$$\lim_{x \to a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = ?$$

$$\frac{0}{k} \to 0 \qquad \frac{k}{0^{\pm}} \to \pm\infty$$

Donc *f(x)* tire l'expression vers 0 tandis que *g(x)* tire vers ±∞

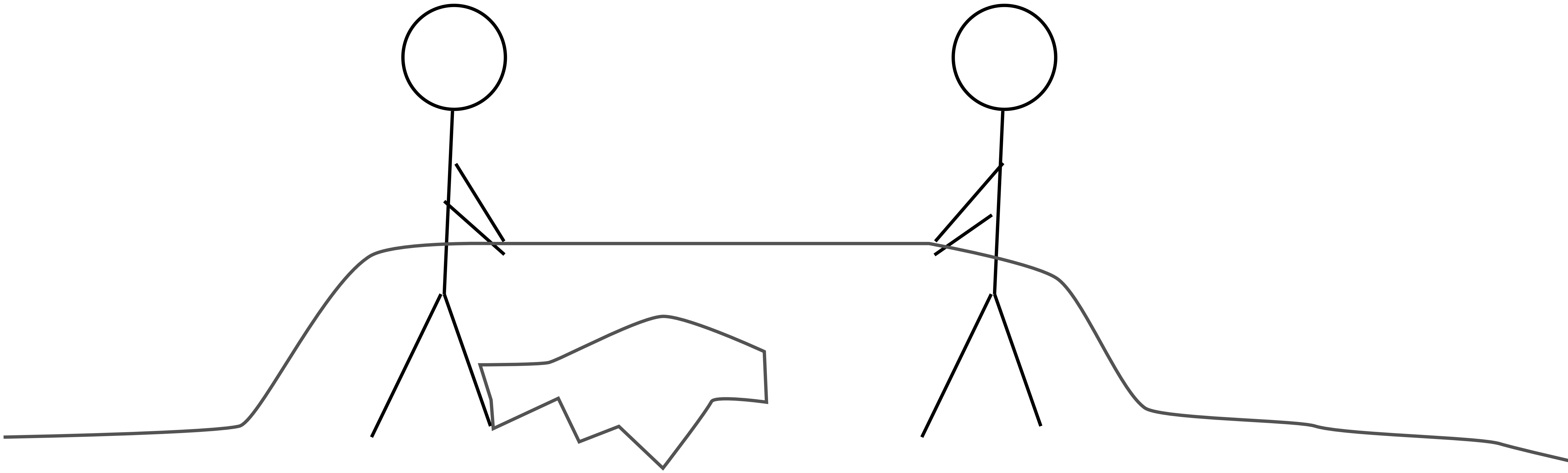


$$\lim_{x \to a} f(x) = 0 \qquad \lim_{x \to a} g(x) = 0$$

$$\lim_{x \to a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = ?$$

$$\frac{0}{k} \to 0 \qquad \frac{k}{0^{\pm}} \to \pm\infty$$

Donc *f(x)* tire l'expression vers 0 tandis que *g(x)* tire vers $\pm\infty$

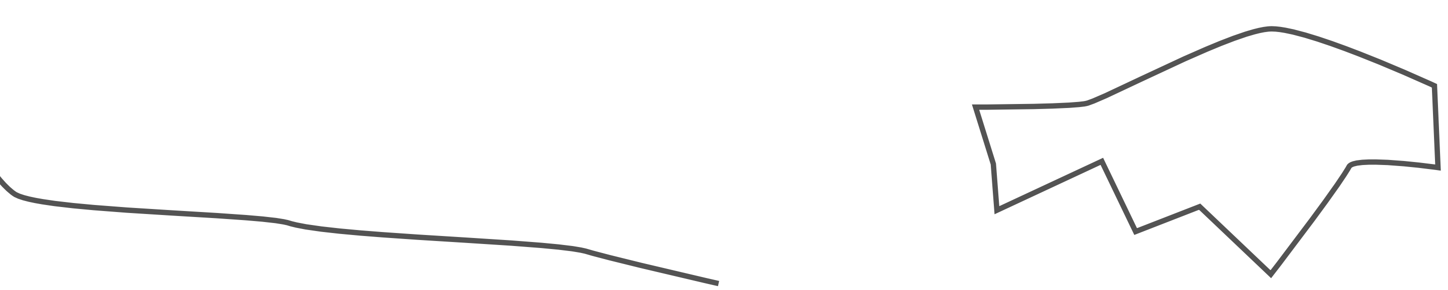


$$\lim_{x \longrightarrow a} f(x) = 0 \qquad \lim_{x \longrightarrow a} g(x) = 0$$

$$\lim_{x \longrightarrow a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = ?$$

$$\frac{0}{k} \longrightarrow 0 \qquad \frac{k}{0^{\pm}} \longrightarrow \pm\infty$$

Donc *f(x)* tire l'expression vers 0 tandis que *g(x)* tire vers $\pm\infty$



Exemple

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 2} \frac{\boxed{x^2 - 4}}{x - 2} \qquad 0$$

Exemple

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

$\rightarrow 0$

$\rightarrow \pm\infty$

Exemple

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \to 2} \frac{(x+2)(x-2)}{x-2}$$

$x^2 - 4 \to 0$

$x - 2 \to \pm\infty$

Exemple

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{x-2} = \lim_{x\to 2} \frac{(x+2)(x-2)}{x-2}$$

$x^2-4 \to 0$

$x-2 \to \pm\infty$

$(x-2) \to 0$

Exemple

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \to 2} \frac{(x+2)(x-2)}{x-2}$$

$$x^2 - 4 \to 0 \qquad x - 2 \to \pm\infty$$

$$(x-2) \to 0 \qquad x - 2 \to \pm\infty$$

Exemple

$$\lim_{x\to 2} \frac{\overset{0}{\overbrace{x^2-4}}}{\underset{\pm\infty}{\underbrace{x-2}}} = \lim_{x\to 2} \frac{\overset{4}{\overbrace{(x+2)}}\overset{0}{\overbrace{(x-2)}}}{\underset{\pm\infty}{\underbrace{x-2}}}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 2}\frac{\overset{\nearrow\, 0}{x^2-4}}{\underset{\searrow\, \pm\infty}{x-2}} = \lim_{x\to 2}\frac{\overset{\nearrow\, 4}{(x+2)}\overset{\nearrow\, 0}{(x-2)}}{\underset{\searrow\, \pm\infty}{x-2}} = \lim_{x\to 2} x+2$$

Exemple

$$\lim_{x\to 2}\frac{\overbrace{x^2-4}^{\nearrow\, 0}}{\underbrace{x-2}_{\searrow\, \pm\infty}} = \lim_{x\to 2}\frac{\overbrace{(x+2)}^{\nearrow\, 4}\overbrace{(x-2)}^{\nearrow\, 0}}{\underbrace{x-2}_{\searrow\, \pm\infty}} = \lim_{x\to 2} x+2 = 4$$

Exemple

$$\lim_{x\to 2} \frac{\overset{\nearrow\, 0}{x^2-4}}{\underset{\searrow\, \pm\infty}{x-2}} = \lim_{x\to 2} \frac{\overset{\nearrow\, 4}{(x+2)}\overset{\nearrow\, 0}{(x-2)}}{\underset{\searrow\, \pm\infty}{x-2}} = \lim_{x\to 2} x+2 \quad = 4$$

Malheureusement, les outils à notre disposition pour lever les indéterminations sont essentiellement:

Exemple

$$\lim_{x\to 2}\frac{\overset{\nearrow 0}{x^2-4}}{\underset{\searrow \pm\infty}{x-2}} = \lim_{x\to 2}\frac{\overset{\nearrow 4}{(x+2)}\overset{\nearrow 0}{(x-2)}}{\underset{\searrow \pm\infty}{x-2}} = \lim_{x\to 2} x+2 \quad = 4$$

Malheureusement, les outils à notre disposition pour lever les indéterminations sont essentiellement:

- Mise en évidence

Exemple

$$\lim_{x\to 2}\frac{\overset{\nearrow\, 0}{x^2-4}}{\underset{\searrow\, \pm\infty}{x-2}} = \lim_{x\to 2}\frac{\overset{\nearrow\, 4}{(x+2)}\overset{\nearrow\, 0}{(x-2)}}{\underset{\searrow\, \pm\infty}{x-2}} = \lim_{x\to 2} x+2 \quad = 4$$

Malheureusement, les outils à notre disposition pour lever les indéterminations sont essentiellement:

- Mise en évidence
- Division polynomiale

Exemple

$$\lim_{x\to 2}\frac{\overset{\nearrow\, 0}{x^2-4}}{\underset{\searrow\, \pm\infty}{x-2}} = \lim_{x\to 2}\frac{\overset{\nearrow\, 4}{(x+2)}\overset{\nearrow\, 0}{(x-2)}}{\underset{\searrow\, \pm\infty}{x-2}} = \lim_{x\to 2} x+2 \quad = 4$$

Malheureusement, les outils à notre disposition pour lever les indéterminations sont essentiellement:

- Mise en évidence
- Division polynomiale
- Le conjugué

Exemple

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{x-2} = \lim_{x\to 2} \frac{(x+2)(x-2)}{x-2} = \lim_{x\to 2} x+2 = 4$$

$x^2-4 \to 0$, $x-2 \to \pm\infty$; $(x+2) \to 4$, $(x-2) \to 0$, $x-2 \to \pm\infty$

Malheureusement, les outils à notre disposition pour lever les indéterminations sont essentiellement:

- Mise en évidence
- Division polynomiale
- Le conjugué
- Mettre sur le même dénominateur

Exemple

$$\lim_{x\to 2}\frac{\overbrace{x^2-4}^{\to\, 0}}{\underbrace{x-2}_{\to\, \pm\infty}} = \lim_{x\to 2}\frac{\overbrace{(x+2)}^{\to\, 4}\overbrace{(x-2)}^{\to\, 0}}{\underbrace{x-2}_{\to\, \pm\infty}} = \lim_{x\to 2} x+2 \quad = 4$$

Malheureusement, les outils à notre disposition pour lever les indéterminations sont essentiellement:

- Mise en évidence
- Division polynomiale
- Le conjugué
- Mettre sur le même dénominateur

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{\sin x} = ?$$

Les formes indéterminées

Les formes indéterminées

$$\frac{0}{0}$$

Les formes indéterminées

$$\frac{0}{0} \nearrow 0$$

Les formes indéterminées

$$\frac{0}{0} \nearrow 0 \qquad \frac{0}{0} \searrow \pm\infty$$

Les formes indéterminées

$$\frac{0}{0} \quad \nearrow 0 \quad \searrow \pm\infty$$

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

Les formes indéterminées

$$\frac{0}{0} \nearrow 0 \qquad \frac{0}{0} \searrow \pm\infty$$

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty} \nearrow \pm\infty$$

Les formes indéterminées

$$\begin{tikzcd} & 0 \\ \dfrac{0}{0} \arrow[ur] \arrow[dr] & \\ & \pm\infty \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} & \pm\infty \\ \dfrac{\pm\infty}{\pm\infty} \arrow[ur] \arrow[dr] & \\ & 0 \end{tikzcd}$$

Les formes indéterminées

$$\frac{0}{0} \quad \nearrow 0 \quad \searrow \pm\infty$$

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty} \quad \nearrow \pm\infty \quad \searrow 0$$

$$\infty - \infty$$

Les formes indéterminées

$$\frac{0}{0} \nearrow 0 \qquad \frac{0}{0} \searrow \pm\infty$$

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty} \nearrow \pm\infty \qquad \frac{\pm\infty}{\pm\infty} \searrow 0$$

$$\infty - \infty \swarrow \infty$$

Les formes indéterminées

$$\begin{tikzcd} & 0 \\ \frac{0}{0} \arrow[ur] \arrow[dr] & \\ & \pm\infty \end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd} & \pm\infty \\ \frac{\pm\infty}{\pm\infty} \arrow[ur] \arrow[dr] & \\ & 0 \end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd} & \infty - \infty \arrow[dl] \arrow[dr] & \\ \infty & & -\infty \end{tikzcd}$$

Les formes indéterminées

$$\frac{0}{0} \nearrow 0 \qquad \frac{0}{0} \searrow \pm\infty$$

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty} \nearrow \pm\infty \qquad \frac{\pm\infty}{\pm\infty} \searrow 0$$

$$\infty - \infty$$

$$\infty \qquad -\infty$$

$$0(\pm\infty)$$

Les formes indéterminées

$$\frac{0}{0} \qquad 0 \qquad \pm\infty$$

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty} \qquad \pm\infty \qquad 0$$

$$\infty - \infty \qquad \infty \qquad -\infty$$

$$0(\pm\infty) \qquad 0$$

Les formes indéterminées

$$\frac{0}{0} \nearrow 0 \qquad \frac{0}{0} \searrow \pm\infty$$

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty} \nearrow \pm\infty \qquad \frac{\pm\infty}{\pm\infty} \searrow 0$$

$$\infty - \infty \swarrow \infty \qquad \infty - \infty \searrow -\infty$$

$$0(\pm\infty) \nwarrow 0 \qquad 0(\pm\infty) \nearrow \pm\infty$$

Les formes indéterminées

$$\frac{0}{0} \to 0 \qquad \frac{0}{0} \to \pm\infty$$

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty} \to \pm\infty \qquad \frac{\pm\infty}{\pm\infty} \to 0$$

$$\infty - \infty \to \infty \qquad \infty - \infty \to -\infty$$

$$0(\pm\infty) \to 0 \qquad 0(\pm\infty) \to \pm\infty$$

$$0^0$$

Les formes indéterminées

$$\frac{0}{0} \nearrow 0 \qquad \frac{0}{0} \searrow \pm\infty$$

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty} \nearrow \pm\infty \qquad \frac{\pm\infty}{\pm\infty} \searrow 0$$

$$\infty - \infty \swarrow \infty \qquad \infty - \infty \searrow -\infty$$

$$0(\pm\infty) \nwarrow 0 \qquad 0(\pm\infty) \nearrow \pm\infty$$

$$0^0 \swarrow 0$$

Les formes indéterminées

$$\frac{0}{0} \nearrow 0 \qquad \frac{0}{0} \searrow \pm\infty$$

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty} \nearrow \pm\infty \qquad \frac{\pm\infty}{\pm\infty} \searrow 0$$

$$\infty - \infty \swarrow \infty \qquad \infty - \infty \searrow -\infty$$

$$0(\pm\infty) \nwarrow 0 \qquad 0(\pm\infty) \nearrow \pm\infty$$

$$0^0 \nearrow 1 \qquad 0^0 \swarrow 0$$

Les formes indéterminées

$$\frac{0}{0} \to 0, \quad \frac{0}{0} \to \pm\infty$$

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty} \to \pm\infty, \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty} \to 0$$

$$\infty - \infty \to \infty, \quad \infty - \infty \to -\infty$$

$$0(\pm\infty) \to 0, \quad 0(\pm\infty) \to \pm\infty$$

$$0^0 \to 1, \quad 0^0 \to 0$$

$$(\infty)^0$$

Les formes indéterminées

$$\frac{0}{0} \nearrow 0 \qquad \frac{0}{0} \searrow \pm\infty$$

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty} \nearrow \pm\infty \qquad \frac{\pm\infty}{\pm\infty} \searrow 0$$

$$\infty - \infty \swarrow \infty \qquad \infty - \infty \searrow -\infty$$

$$0(\pm\infty) \nwarrow 0 \qquad 0(\pm\infty) \nearrow \pm\infty$$

$$0^0 \nearrow 1 \qquad 0^0 \swarrow 0$$

$$(\infty)^0 \swarrow \infty$$

Les formes indéterminées

$$\frac{0}{0} \to 0 \qquad \frac{0}{0} \to \pm\infty$$

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty} \to \pm\infty \qquad \frac{\pm\infty}{\pm\infty} \to 0$$

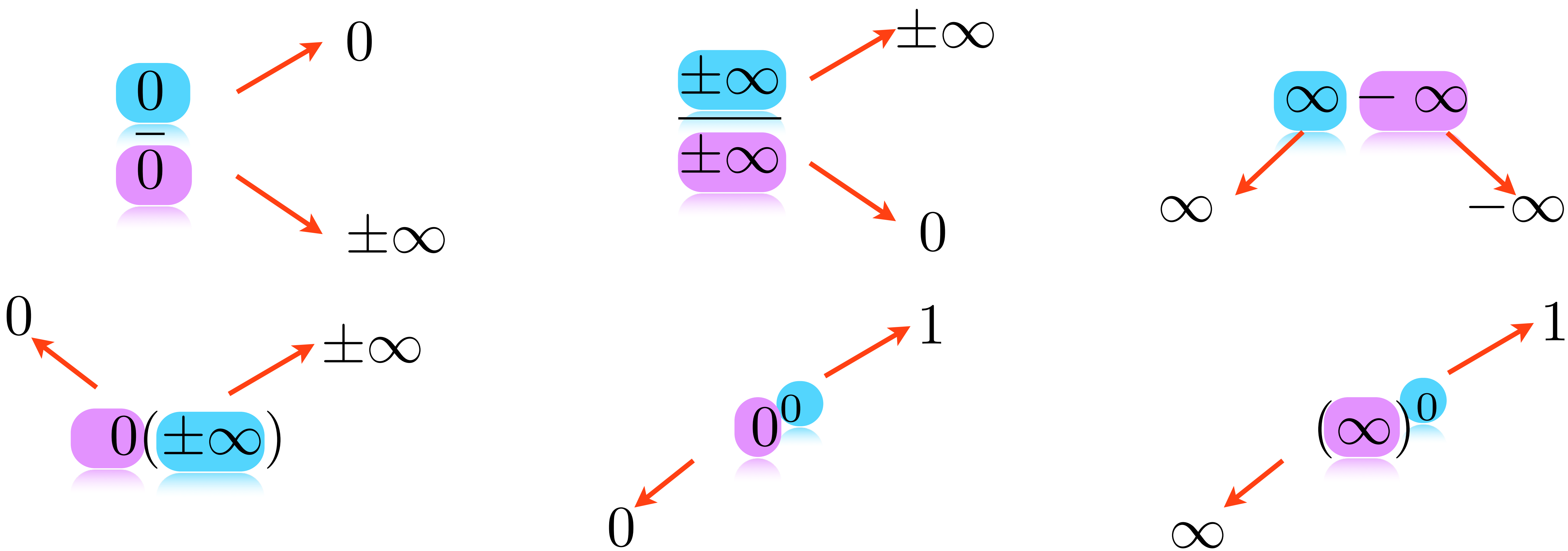
$$\infty - \infty \to \infty \qquad \infty - \infty \to -\infty$$

$$0(\pm\infty) \to 0 \qquad 0(\pm\infty) \to \pm\infty$$

$$0^0 \to 1 \qquad 0^0 \to 0$$

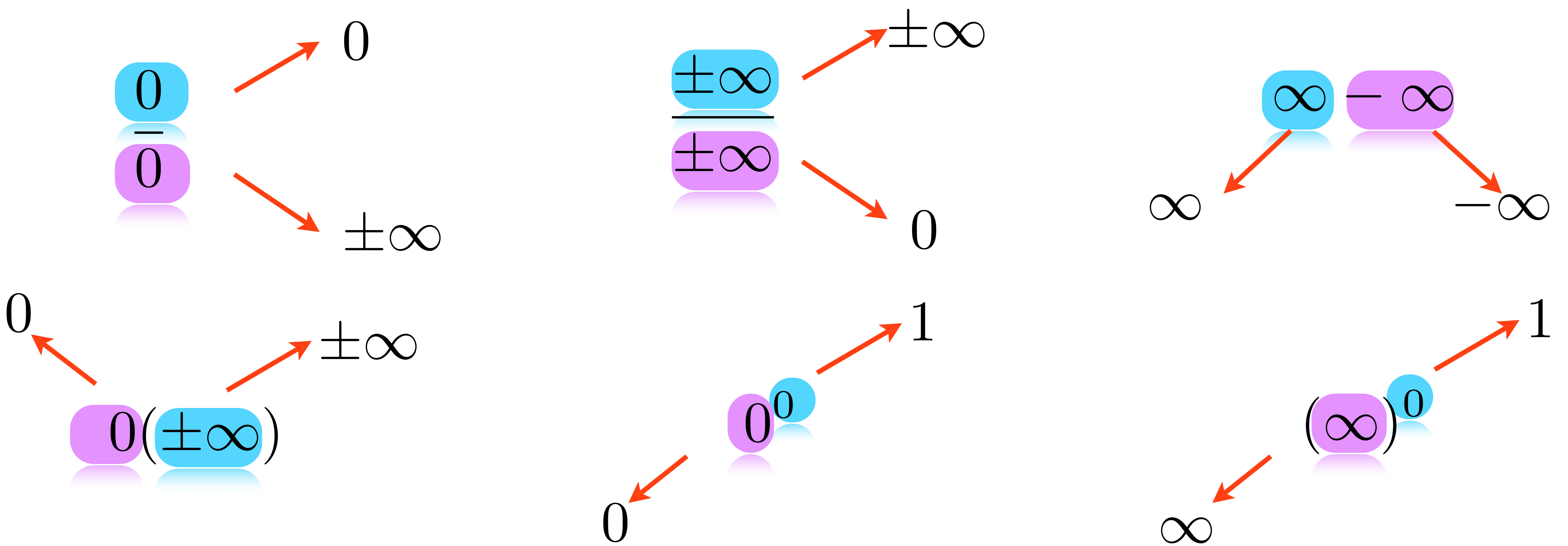
$$(\infty)^0 \to 1 \qquad (\infty)^0 \to \infty$$

Les formes indéterminées



D'une certaine façon, lever une indétermination revient à déterminer laquelle des deux expressions va le plus vite vers sa limite

Les formes indéterminées



D'une certaine façon, lever une indétermination revient à déterminer laquelle des deux expressions va le plus vite vers sa limite

On peut donc s'attendre, dans une indétermination, à ce qu'il y ait un lien entre la limite d'un rapport de fonction et la limite du rapport de leurs dérivées.

Théorème Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]\ b, c\ [$ telles que

Théorème Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]b,c[$ telles que

1) $\lim\limits_{x\to a} f(x) = 0$

Théorème Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur$]\ b, c\ [$ telles que

1) $\lim\limits_{x \longrightarrow a} f(x) = 0$ $\lim\limits_{x \longrightarrow a} g(x) = 0$

Théorème Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]\ b, c\ [$ telles que

1) $\lim\limits_{x \to a} f(x) = 0$ $\lim\limits_{x \to a} g(x) = 0$ pour $a \in\ ]\ b, c\ [$

Théorème Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]\ b, c\ [$ telles que

1) $\lim\limits_{x \to a} f(x) = 0$ $\lim\limits_{x \to a} g(x) = 0$ pour $a \in \ ]\ b, c\ [$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

Théorème Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]\, b, c\, [$ telles que

1) $\lim_{x \to a} f(x) = 0$ $\lim_{x \to a} g(x) = 0$ pour $a \in \,]\, b, c\, [$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

3) $g'(x) \neq 0$ $x \in \,]\, b,c\, [\, \backslash \{a\}$

Théorème Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]\ b, c\ [$ telles que

1) $\lim\limits_{x \to a} f(x) = 0$ $\quad \lim\limits_{x \to a} g(x) = 0$ pour $a \in \ ]\ b, c\ [$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

3) $g'(x) \neq 0$ $\quad x \in \ ]\ b, c\ [\ \setminus \{a\}$

Alors $$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Théorème Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]\ b, c\ [$ telles que

1) $\lim\limits_{x \longrightarrow a} f(x) = 0$ $\quad \lim\limits_{x \longrightarrow a} g(x) = 0$ $\quad$ pour $\ a \in\ ]\ b, c\ [$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

3) $g'(x) \neq 0 \quad x \in\ ]\ b,c\ [\ \backslash\{a\}$

Alors $\displaystyle \lim_{x \longrightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \longrightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$

Preuve:

Théorème Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]\ b, c\ [$ telles que

1) $\lim\limits_{x\to a} f(x) = 0$ $\lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$ pour $a \in\ ]\ b, c\ [$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

3) $g'(x) \neq 0$ $x \in\ ]\ b,c\ [\ \backslash \{a\}$

Alors $$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)}$$

Théorème Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]\ b, c\ [$ telles que

1) $\lim_{x \to a} f(x) = 0$ $\lim_{x \to a} g(x) = 0$ pour $a \in]\ b, c\ [$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

3) $g'(x) \neq 0$ $x \in]\ b,c\ [\ \setminus \{a\}$

Alors $$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)}$$

Théorème Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]\ b, c\ [$ telles que

1) $\lim\limits_{x\to a} f(x) = 0$ $\lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$ pour $a \in\ ]\ b, c\ [$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

3) $g'(x) \neq 0$ $x \in\ ]\ b,c\ [\ \backslash\{a\}$

Alors $$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)}$$

Théorème Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]\ b, c\ [$ telles que

1) $\lim_{x \to a} f(x) = 0$ $\lim_{x \to a} g(x) = 0$ pour $a \in \ ]\ b, c\ [$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

3) $g'(x) \neq 0$ $x \in \ ]\ b,c\ [\ \backslash \{a\}$

Alors $$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)}$$

Théorème Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]\, b, c\, [$ telles que

1) $\lim\limits_{x \to a} f(x) = 0 = f(a)$ $\lim\limits_{x \to a} g(x) = 0 = g(a)$ pour $a \in \,]\, b, c\, [$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

3) $g'(x) \neq 0$ $x \in \,]\, b,c\, [\setminus \{a\}$

Alors $$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]\ b, c\ [$ telles que

1) $\lim\limits_{x \to a} f(x) = 0 = f(a)$ $\lim\limits_{x \to a} g(x) = 0 = g(a)$ pour $a \in\ ]\ b, c\ [$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

3) $g'(x) \neq 0$ $x \in\ ]\ b,c\ [\ \backslash \{a\}$

Alors $$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)}$$

Théorème Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]\ b,c\ [$ telles que

1) $\lim\limits_{x \to a} f(x) = 0 = f(a)$ $\lim\limits_{x \to a} g(x) = 0 = g(a)$ pour $a \in\ ]\ b,c\ [$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

3) $g'(x) \neq 0 \quad x \in\ ]\ b,c\ [\ \backslash \{a\}$

Alors $$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} \frac{x - a}{x - a}$$

Théorème Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur$]\, b, c\,[$ telles que

1) $\lim\limits_{x\to a} f(x) = 0 = f(a)$ $\lim\limits_{x\to a} g(x) = 0 = g(a)$ pour $a \in \,]\, b, c\,[$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

3) $g'(x) \neq 0 \quad x \in \,]\, b,c\,[\, \backslash\{a\}$

Alors $$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} = \lim_{x\to a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} \frac{x-a}{x-a}$$

Théorème Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur$]\ b, c\ [$ telles que

1) $\lim\limits_{x \to a} f(x) = 0 = f(a)$ $\lim\limits_{x \to a} g(x) = 0 = g(a)$ pour $a \in\ ]\ b, c\ [$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

3) $g'(x) \neq 0 \qquad x \in\ ]\ b,c\ [\ \setminus \{a\}$

Alors $$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} \frac{x - a}{x - a}$$

$$= \lim_{x \to a} \frac{\frac{f(x)-f(a)}{x-a}}{\frac{g(x)-g(a)}{x-a}}$$

Théorème Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]\, b, c\, [$ telles que

1) $\lim\limits_{x\to a} f(x) = 0 = f(a)$ $\quad \lim\limits_{x\to a} g(x) = 0 = g(a)$ pour $a \in \,]\, b, c\, [$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

3) $g'(x) \neq 0 \qquad x \in \,]\, b, c\, [\, \backslash \{a\}$

Alors $$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} = \lim_{x\to a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} \frac{x-a}{x-a}$$

$$= \lim_{x\to a} \frac{\frac{f(x)-f(a)}{x-a}}{\frac{g(x)-g(a)}{x-a}} = \frac{\lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x) - f(a)}{x-a}}{\lim\limits_{x\to a} \dfrac{g(x) - g(a)}{x-a}}$$

Théorème Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]\, b, c\, [$ telles que

1) $\lim\limits_{x \to a} f(x) = 0 = f(a)$ $\lim\limits_{x \to a} g(x) = 0 = g(a)$ pour $a \in \,]\, b, c\, [$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

3) $g'(x) \neq 0$ $x \in \,]\, b,c\, [\setminus \{a\}$

Alors $$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} \frac{x - a}{x - a}$$

$$= \lim_{x \to a} \frac{\frac{f(x)-f(a)}{x-a}}{\frac{g(x)-g(a)}{x-a}} = \frac{\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\lim\limits_{x \to a} \dfrac{g(x) - g(a)}{x - a}}$$

Théorème Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]\, b, c\, [$ telles que

1) $\lim\limits_{x\to a} f(x) = 0 = f(a)$ $\lim\limits_{x\to a} g(x) = 0 = g(a)$ pour $a \in \,]\, b, c\, [$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

3) $g'(x) \neq 0$ $x \in \,]\, b, c\, [\, \setminus \{a\}$

Alors $$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} = \lim_{x\to a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} \frac{x-a}{x-a}$$

$$= \lim_{x\to a} \frac{\frac{f(x)-f(a)}{x-a}}{\frac{g(x)-g(a)}{x-a}} = \frac{\lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}}{\lim\limits_{x\to a} \dfrac{g(x)-g(a)}{x-a}} = \frac{f'(a)}{g'(a)}$$

Théorème Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur$]\ b, c\ [$ telles que

1) $\lim_{x\to a} f(x) = 0 \ = f(a) \quad \lim_{x\to a} g(x) = 0 = g(a)$ pour $a \in \ ]\ b, c\ [$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

3) $g'(x) \neq 0 \qquad x \in \ ]\ b,c\ [\ \backslash\{a\}$

Alors $$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{\frac{f(x)-f(a)}{x-a}}{\frac{g(x)-g(a)}{x-a}} = \frac{\lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}}{\lim\limits_{x\to a} \dfrac{g(x)-g(a)}{x-a}} = \frac{f'(a)}{g'(a)}$$

Théorème Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]\,b,c\,[$ telles que

1) $\lim\limits_{x\to a} f(x) = 0 = f(a)$ $\lim\limits_{x\to a} g(x) = 0 = g(a)$ pour $a \in \,]\,b,c\,[$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

3) $g'(x) \neq 0$ $x \in \,]\,b,c\,[\,\setminus\{a\}$

Alors $$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a}\frac{\frac{f(x)-f(a)}{x-a}}{\frac{g(x)-g(a)}{x-a}} = \frac{\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}}{\lim\limits_{x\to a}\dfrac{g(x)-g(a)}{x-a}} = \frac{f'(a)}{g'(a)}$$

$$= \frac{\lim\limits_{x\to a} f'(x)}{\lim\limits_{x\to a} g'(x)}$$

Théorème Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur$]\ b, c\ [$ telles que

1) $\lim\limits_{x \to a} f(x) = 0 \ = f(a) \quad \lim\limits_{x \to a} g(x) = 0 = g(a)$ pour $\ a \in \ ]\ b, c\ [$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

3) $g'(x) \neq 0 \qquad x \in \ ]\ b,c\ [\ \backslash \{a\}$

$$\text{Alors} \qquad \lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{\frac{f(x)-f(a)}{x-a}}{\frac{g(x)-g(a)}{x-a}} = \frac{\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}}{\lim\limits_{x \to a} \dfrac{g(x)-g(a)}{x-a}} = \frac{f'(a)}{g'(a)}$$

$$= \frac{\lim\limits_{x \to a} f'(x)}{\lim\limits_{x \to a} g'(x)}$$

Théorème Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]\ b, c\ [$ telles que

1) $\lim\limits_{x \to a} f(x) = 0 = f(a)$ $\quad \lim\limits_{x \to a} g(x) = 0 = g(a)$ pour $a \in\ ]\ b, c\ [$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

3) $g'(x) \neq 0$ $\quad x \in\ ]\ b, c\ [\ \backslash \{a\}$

Alors $$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{\frac{f(x)-f(a)}{x-a}}{\frac{g(x)-g(a)}{x-a}} = \frac{\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}}{\lim\limits_{x \to a} \dfrac{g(x)-g(a)}{x-a}} = \frac{f'(a)}{g'(a)}$$

$$= \frac{\lim\limits_{x \to a} f'(x)}{\lim\limits_{x \to a} g'(x)}$$

Théorème Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur$]\ b, c\ [$ telles que

1) $\lim_{x \to a} f(x) = 0 = f(a)$ $\quad \lim_{x \to a} g(x) = 0 = g(a)$ pour $a \in]\ b, c\ [$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

3) $g'(x) \neq 0$ $\quad x \in]\ b, c\ [\ \backslash \{a\}$

Alors $$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{\frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\frac{g(x) - g(a)}{x - a}} = \frac{\lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\lim_{x \to a} \frac{g(x) - g(a)}{x - a}} = \frac{f'(a)}{g'(a)}$$

$$= \frac{\lim_{x \to a} f'(x)}{\lim_{x \to a} g'(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Exemple

Exemple

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{\sqrt{x}-\sqrt{2}}$$

Exemple

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \to 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{\sqrt{x}-\sqrt{2}} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 2}\frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x\to 2} 4x\sqrt{x}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{\sqrt{x}-\sqrt{2}} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x\to 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{\sqrt{x}-\sqrt{2}} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 2}\frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x\to 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Exemple

Exemple

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \to 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \to 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Exemple

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{\sqrt{x}-\sqrt{2}} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x\to 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 0} \frac{e^x + e^{-x}}{\cos x}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{\sqrt{x}-\sqrt{2}} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x\to 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 0} \frac{e^x + e^{-x}}{\cos x} = \frac{2}{1}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{\sqrt{x}-\sqrt{2}} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 2}\frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x\to 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^x-e^{-x}}{\sin x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 0}\frac{e^x+e^{-x}}{\cos x} = \frac{2}{1}$$

Exemple

Exemple

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{\sqrt{x}-\sqrt{2}} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 2}\frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x\to 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^x-e^{-x}}{\sin x} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 0}\frac{e^x+e^{-x}}{\cos x} = \frac{2}{1}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 0}\frac{x+1-e^x}{x^2}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{\sqrt{x}-\sqrt{2}} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 2}\frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x\to 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^x-e^{-x}}{\sin x} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 0}\frac{e^x+e^{-x}}{\cos x} = \frac{2}{1}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 0}\frac{x+1-e^x}{x^2} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 0}\frac{1-e^x}{2x}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{\sqrt{x}-\sqrt{2}} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 2}\frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x\to 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^x-e^{-x}}{\sin x} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 0}\frac{e^x+e^{-x}}{\cos x} = \frac{2}{1}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 0}\frac{x+1-e^x}{x^2} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 0}\frac{1-e^x}{2x} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 0}\frac{-e^x}{2}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{\sqrt{x}-\sqrt{2}} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x\to 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x-e^{-x}}{\sin x} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 0} \frac{e^x+e^{-x}}{\cos x} = \frac{2}{1}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 0} \frac{x+1-e^x}{x^2} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 0} \frac{1-e^x}{2x} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 0} \frac{-e^x}{2} = -\frac{1}{2}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{\sqrt{x}-\sqrt{2}} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x\to 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 0} \frac{e^x + e^{-x}}{\cos x} = \frac{2}{1}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 0} \frac{x+1-e^x}{x^2} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 0} \frac{1-e^x}{2x} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 0} \frac{-e^x}{2} = -\frac{1}{2}$$

Exemple

Exemple $$\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{\sqrt{x}-\sqrt{2}} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x\to 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Exemple $$\lim_{x\to 0} \frac{e^x-e^{-x}}{\sin x} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 0} \frac{e^x+e^{-x}}{\cos x} = \frac{2}{1}$$

Exemple $$\lim_{x\to 0} \frac{x+1-e^x}{x^2} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 0} \frac{1-e^x}{2x} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 0} \frac{-e^x}{2} = -\frac{1}{2}$$

Exemple $$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{\sqrt{x}-\sqrt{2}} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x\to 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x-e^{-x}}{\sin x} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 0} \frac{e^x+e^{-x}}{\cos x} = \frac{2}{1}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 0} \frac{x+1-e^x}{x^2} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 0} \frac{1-e^x}{2x} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 0} \frac{-e^x}{2} = -\frac{1}{2}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 0} \frac{\cos x}{1}$$

Exemple $$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{\sqrt{x}-\sqrt{2}} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 2}\frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x\to 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Exemple $$\lim_{x\to 0}\frac{e^x-e^{-x}}{\sin x} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 0}\frac{e^x+e^{-x}}{\cos x} = \frac{2}{1}$$

Exemple $$\lim_{x\to 0}\frac{x+1-e^x}{x^2} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 0}\frac{1-e^x}{2x} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 0}\frac{-e^x}{2} = -\frac{1}{2}$$

Exemple $$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 0}\frac{\cos x}{1} = 1$$

Exemple

Exemple

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 3x + 2}$$

Exemple

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \to 1} \frac{3x^2 + 1}{2x - 3}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^3+x-2}{x^2-3x+2} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 1} \frac{3x^2+1}{2x-3}$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{6x}{2}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^3+x-2}{x^2-3x+2} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 1} \frac{3x^2+1}{2x-3}$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{6x}{2} = 3$$

Exemple

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^3+x-2}{x^2-3x+2} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 1} \frac{3x^2+1}{2x-3}$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{6x}{2} = 3$$

NON!

Exemple

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^3+x-2}{x^2-3x+2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 1} \frac{3x^2+1}{2x-3}$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{6x}{2} = 3$$

NON!

La règle de l'Hôpital est valide seulement si on est dans une indétermination $\dfrac{0}{0}$

Exemple

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^3+x-2}{x^2-3x+2} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 1}\frac{3x^2+1}{2x-3}$$

$$\cancel{= \lim_{x\to 1}\frac{6x}{2}} = 3$$

NON!

La règle de l'Hôpital est valide seulement si on est dans une indétermination $\dfrac{0}{0}$

Exemple

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^3+x-2}{x^2-3x+2} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 1} \frac{3x^2+1}{2x-3} = \frac{4}{-1}$$

$$\cancel{= \lim_{x\to 1} \frac{6x}{2} = 3}$$

NON!

La règle de l'Hôpital est valide seulement si on est dans une indétermination $\frac{0}{0}$

Exemple

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^3+x-2}{x^2-3x+2} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 1}\frac{3x^2+1}{2x-3} = \frac{4}{-1}$$

$$\cancel{= \lim_{x\to 1}\frac{6x}{2}} = 3$$

NON!

Remarque:

La règle de l'Hôpital est valide seulement si on est dans une indétermination $\dfrac{0}{0}$

Exemple

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^3+x-2}{x^2-3x+2} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 1} \frac{3x^2+1}{2x-3} = \frac{4}{-1}$$

$$\cancel{= \lim_{x\to 1} \frac{6x}{2} = 3}$$

NON!

La règle de l'Hôpital est valide seulement si on est dans une indétermination $\frac{0}{0}$

Remarque:

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^3+x-2}{x^2-3x+2} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 1}\frac{3x^2+1}{2x-3} = \frac{4}{-1}$$

$$\cancel{= \lim_{x\to 1}\frac{6x}{2} = 3}$$

NON!

La règle de l'Hôpital est valide seulement si on est dans une indétermination $\frac{0}{0}$

Remarque:

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)} \neq \lim_{x\to a}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'$$

Exemple

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^3+x-2}{x^2-3x+2} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 1}\frac{3x^2+1}{2x-3} = \frac{4}{-1}$$

$$\cancel{= \lim_{x\to 1}\frac{6x}{2} = 3}$$

NON!

La règle de l'Hôpital est valide seulement si on est dans une indétermination $\frac{0}{0}$

Remarque:

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)} \neq \lim_{x\to a}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^3+x-2}{x^2-3x+2} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 1} \frac{3x^2+1}{2x-3} = \frac{4}{-1}$$

$$\cancel{= \lim_{x\to 1} \frac{6x}{2} = 3}$$

NON!

La règle de l'Hôpital est valide seulement si on est dans une indétermination $\dfrac{0}{0}$

Remarque:

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)} \neq \lim_{x\to a} \left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{g^2(x)} \neq \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Faites les exercices suivants

Faites # 3 a), b), c) e) et f)

La règle de l'Hôpital reste valide pour les indéterminations de la forme

La règle de l'Hôpital reste valide pour les indéterminations de la forme

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

La règle de l'Hôpital reste valide pour
les indéterminations de la forme

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

La démonstration est similaire, mais légèrement plus technique.

La règle de l'Hôpital reste valide pour
les indéterminations de la forme

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

La démonstration est similaire, mais légèrement plus technique.

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)}$$

La règle de l'Hôpital reste valide pour
les indéterminations de la forme

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

La démonstration est similaire, mais légèrement plus technique.

$$\pm\infty$$

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}$$

La règle de l'Hôpital reste valide pour
les indéterminations de la forme

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

La démonstration est similaire, mais légèrement plus technique.

$$\pm\infty$$

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}$$

$$\pm\infty$$

La règle de l'Hôpital reste valide pour
les indéterminations de la forme

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

La démonstration est similaire, mais légèrement plus technique.

$$\lim_{x\to a} \frac{\overbrace{f(x)}^{\pm\infty}}{\underbrace{g(x)}_{\pm\infty}} = \lim_{x\to a} \frac{\frac{1}{g(x)}}{\frac{1}{f(x)}}$$

La règle de l'Hôpital reste valide pour
les indéterminations de la forme

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

La démonstration est similaire, mais légèrement plus technique.

$$\lim_{x\to a}\frac{\overset{\pm\infty}{f(x)}}{\underset{\pm\infty}{g(x)}} = \lim_{x\to a}\frac{\overset{0}{\frac{1}{g(x)}}}{\frac{1}{f(x)}}$$

La règle de l'Hôpital reste valide pour
les indéterminations de la forme

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

La démonstration est similaire, mais légèrement plus technique.

$$\lim_{x \to a} \frac{\overset{\nearrow \pm\infty}{f(x)}}{\underset{\searrow \pm\infty}{g(x)}} = \lim_{x \to a} \frac{\overset{\nearrow 0}{\frac{1}{g(x)}}}{\underset{\searrow 0}{\frac{1}{f(x)}}}$$

Exemple

Exemple

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{3x^2 - 4x + 1}$$

Exemple

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{3x^2 - 4x + 1} \overset{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x\to\infty} \frac{2x - 3}{6x - 4}$$

Exemple

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{3x^2 - 4x + 1} \overset{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x\to\infty} \frac{2x - 3}{6x - 4}$$

$$\overset{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x\to\infty} \frac{2}{6}$$

Exemple

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2-3x+1}{3x^2-4x+1} \overset{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x\to\infty} \frac{2x-3}{6x-4}$$

$$\overset{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x\to\infty} \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Exemple

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2-3x+1}{3x^2-4x+1} \overset{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x\to\infty} \frac{2x-3}{6x-4}$$

$$\overset{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x\to\infty} \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Exemple

Exemple

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2-3x+1}{3x^2-4x+1} \overset{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x\to\infty} \frac{2x-3}{6x-4}$$

$$\overset{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x\to\infty} \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln x}{\cot x}$$

Exemple

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2-3x+1}{3x^2-4x+1} \overset{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x\to\infty} \frac{2x-3}{6x-4}$$

$$\overset{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x\to\infty} \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln x}{\cot x} \overset{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{-\csc^2 x}$$

Exemple

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{3x^2 - 4x + 1} \overset{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x\to\infty} \frac{2x - 3}{6x - 4}$$

$$\overset{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x\to\infty} \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln x}{\cot x} \overset{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{-\csc^2 x} = \lim_{x\to 0^+} \frac{-\sin^2 x}{x}$$

Exemple

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-3x+1}{3x^2-4x+1} \overset{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x\to\infty}\frac{2x-3}{6x-4}$$

$$\overset{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x\to\infty}\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Exemple

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{\ln x}{\cot x} \overset{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x\to 0^+}\frac{\frac{1}{x}}{-\csc^2 x} = \lim_{x\to 0^+}\frac{-\sin^2 x}{x}$$

$$\overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 0^+}\frac{-2\sin x\cos x}{1}$$

Exemple

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2-3x+1}{3x^2-4x+1} \overset{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x\to\infty} \frac{2x-3}{6x-4}$$

$$\overset{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x\to\infty} \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Exemple

$$\lim_{x\to0^+} \frac{\ln x}{\cot x} \overset{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x\to0^+} \frac{\frac{1}{x}}{-\csc^2 x} = \lim_{x\to0^+} \frac{-\sin^2 x}{x}$$

$$\overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to0^+} \frac{-2\sin x\cos x}{1} = 0$$

Il arrive très souvent qu'on puisse, à l'aide de manipulation algébrique, mettre une indétermination sous la forme

Il arrive très souvent qu'on puisse, à l'aide de manipulation algébrique, mettre une indétermination sous la forme

$$\frac{0}{0}$$

Il arrive très souvent qu'on puisse, à l'aide de manipulation algébrique, mettre une indétermination sous la forme

$$\frac{0}{0} \qquad \text{ou} \qquad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

Il arrive très souvent qu'on puisse, à l'aide de manipulation algébrique, mettre une indétermination sous la forme

$$\frac{0}{0} \qquad \text{ou} \qquad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

afin de pouvoir utiliser la règle de l'Hôpital.

Il arrive très souvent qu'on puisse, à l'aide de manipulation algébrique, mettre une indétermination sous la forme

$$\frac{0}{0} \qquad \text{ou} \qquad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

afin de pouvoir utiliser la règle de l'Hôpital.

$$\lim_{x\to a} \frac{1}{f(x)} - \frac{1}{g(x)}$$

Il arrive très souvent qu'on puisse, à l'aide de manipulation algébrique, mettre une indétermination sous la forme

$$\frac{0}{0} \qquad \text{ou} \qquad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

afin de pouvoir utiliser la règle de l'Hôpital.

$$\lim_{x\to a} \frac{1}{f(x)} - \frac{1}{\underbrace{g(x)}_{\to 0}}$$

Il arrive très souvent qu'on puisse, à l'aide de manipulation algébrique, mettre une indétermination sous la forme

$$\frac{0}{0} \qquad \text{ou} \qquad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

afin de pouvoir utiliser la règle de l'Hôpital.

$$\lim_{x \to a} \frac{1}{\underbrace{f(x)}_{0}} - \frac{1}{\underbrace{g(x)}_{0}}$$

Il arrive très souvent qu'on puisse, à l'aide de manipulation algébrique, mettre une indétermination sous la forme

$$\frac{0}{0} \qquad \text{ou} \qquad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

afin de pouvoir utiliser la règle de l'Hôpital.

$$\lim_{x\to a} \overbrace{\frac{1}{\underbrace{f(x)}_{0}}}^{\pm\infty} - \frac{1}{\underbrace{g(x)}_{0}}$$

Il arrive très souvent qu'on puisse, à l'aide de manipulation algébrique, mettre une indétermination sous la forme

$$\frac{0}{0} \qquad \text{ou} \qquad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

afin de pouvoir utiliser la règle de l'Hôpital.

$$\lim_{x \to a} \overset{\pm\infty}{\frac{1}{\underset{0}{f(x)}}} - \overset{\pm\infty}{\frac{1}{\underset{0}{g(x)}}}$$

Il arrive très souvent qu'on puisse, à l'aide de manipulation algébrique, mettre une indétermination sous la forme

$$\frac{0}{0} \qquad \text{ou} \qquad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

afin de pouvoir utiliser la règle de l'Hôpital.

$$\lim_{x\to a} \overbrace{\frac{1}{\underbrace{f(x)}_{0}}}^{\pm\infty} - \overbrace{\frac{1}{\underbrace{g(x)}_{0}}}^{\pm\infty} = \lim_{x\to a} \frac{g(x)-f(x)}{f(x)g(x)}$$

Il arrive très souvent qu'on puisse, à l'aide de manipulation algébrique, mettre une indétermination sous la forme

$$\frac{0}{0} \qquad \text{ou} \qquad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

afin de pouvoir utiliser la règle de l'Hôpital.

$$\lim_{x\to a} \overbrace{\frac{1}{\underbrace{f(x)}_{0}}}^{\pm\infty} - \overbrace{\frac{1}{\underbrace{g(x)}_{0}}}^{\pm\infty} = \lim_{x\to a} \frac{\overbrace{g(x)-f(x)}^{0}}{f(x)g(x)}$$

Il arrive très souvent qu'on puisse, à l'aide de manipulation algébrique, mettre une indétermination sous la forme

$$\frac{0}{0} \qquad \text{ou} \qquad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

afin de pouvoir utiliser la règle de l'Hôpital.

$$\lim_{x\to a} \overset{\pm\infty}{\frac{1}{\underset{0}{f(x)}}} - \overset{\pm\infty}{\frac{1}{\underset{0}{g(x)}}} = \lim_{x\to a} \frac{\overset{0}{g(x) - f(x)}}{\underset{0}{f(x)g(x)}}$$

Exemple

$$\lim_{x \longrightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x}$$

Exemple

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}^-} \tan x - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x} = \lim_{x \to \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x}$$

Exemple

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}^-} \tan x - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x} = \lim_{x \to \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x}$$

$$= \lim_{x \to \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x \left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos x}{\cos x \left(\frac{\pi}{2} - x\right)}$$

Exemple

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}^-} \tan x - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x} = \lim_{x \to \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x}$$

$$= \lim_{x \to \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x \left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos x}{\cos x \left(\frac{\pi}{2} - x\right)}$$

Exemple

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}^-} \tan x - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x} = \lim_{x \to \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x}$$

$$= \lim_{x \to \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x \left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos x}{\cos x \left(\frac{\pi}{2} - x\right)}$$

Exemple

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}^-} \tan x - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x} = \lim_{x \to \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x}$$

$$= \lim_{x \to \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x \left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos x}{\cos x \left(\frac{\pi}{2} - x\right)}$$

$$\stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \to \frac{\pi}{2}^-} \frac{\cos x \left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \sin x + \sin x}{-\sin x \left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos x}$$

Exemple

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^-} \tan x - \frac{1}{\frac{\pi}{2}-x} = \lim_{x\to\frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{1}{\frac{\pi}{2}-x}$$

$$= \lim_{x\to\frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x\left(\frac{\pi}{2}-x\right) - \cos x}{\cos x\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}$$

$$\overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to\frac{\pi}{2}^-} \frac{\cos x\left(\frac{\pi}{2}-x\right) - \sin x + \sin x}{-\sin x\left(\frac{\pi}{2}-x\right) - \cos x}$$

$$\overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to\frac{\pi}{2}^-} \frac{-\sin x\left(\frac{\pi}{2}-x\right) - \cos x}{-\cos x\left(\frac{\pi}{2}-x\right) + \sin x + \sin x}$$

Exemple

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^-} \tan x - \frac{1}{\frac{\pi}{2}-x} = \lim_{x\to\frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{1}{\frac{\pi}{2}-x}$$

$$= \lim_{x\to\frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x\left(\frac{\pi}{2}-x\right) - \cos x}{\cos x\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}$$

$$\stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to\frac{\pi}{2}^-} \frac{\cos x\left(\frac{\pi}{2}-x\right) - \sin x + \sin x}{-\sin x\left(\frac{\pi}{2}-x\right) - \cos x}$$

$$\stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to\frac{\pi}{2}^-} \frac{-\sin x\left(\frac{\pi}{2}-x\right) - \cos x}{-\cos x\left(\frac{\pi}{2}-x\right) + \sin x + \sin x}$$

$$= \frac{0}{0+1+1}$$

Exemple

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}^-} \tan x - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x} = \lim_{x \to \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x}$$

$$= \lim_{x \to \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x \left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos x}{\cos x \left(\frac{\pi}{2} - x\right)}$$

$$\overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \to \frac{\pi}{2}^-} \frac{\cos x \left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \sin x + \sin x}{-\sin x \left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos x}$$

$$\overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \to \frac{\pi}{2}^-} \frac{-\sin x \left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos x}{-\cos x \left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin x + \sin x}$$

$$= \frac{0}{0 + 1 + 1} = 0$$

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0}$$

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \qquad \text{ou} \qquad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \qquad \text{ou} \qquad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

est de d'évaluer le logarithme de la limite.

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \qquad \text{ou} \qquad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

est de d'évaluer le logarithme de la limite.

$$\lim_{x \to a} f(x)^{g(x)}$$

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \qquad \text{ou} \qquad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

est de d'évaluer le logarithme de la limite.

$$\lim_{x \to a} \underbrace{\boxed{f(x)}}_{}^{\;}{}^{g(x)}$$

$$\overset{0}{\nwarrow}$$

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \qquad \text{ou} \qquad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

est de d'évaluer le logarithme de la limite.

$$\lim_{x \to a} \overbrace{f(x)}^{0}{}^{\overbrace{g(x)}^{0}}$$

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \qquad \text{ou} \qquad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

est de d'évaluer le logarithme de la limite.

$$A = \lim_{x \to a} \underbrace{f(x)}_{\to 0}{}^{\overbrace{g(x)}^{\to 0}}$$

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \qquad \text{ou} \qquad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

est de d'évaluer le logarithme de la limite.

$$A = \lim_{x \to a} \underbrace{f(x)}_{\to 0}{}^{\overbrace{g(x)}^{\to 0}}$$

$$\ln A = \ln \left(\lim_{x \to a} f(x)^{g(x)} \right)$$

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \qquad \text{ou} \qquad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

est de d'évaluer le logarithme de la limite.

$$A = \lim_{x \to a} \underbrace{f(x)}_{\to 0}{}^{\overbrace{g(x)}^{\to 0}}$$

$$\ln A = \ln\left(\lim_{x \to a} f(x)^{g(x)}\right) = \lim_{x \to a} \ln\left(f(x)^{g(x)}\right)$$

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \qquad \text{ou} \qquad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

est de d'évaluer le logarithme de la limite.

$$A = \lim_{x \to a} \overbrace{f(x)}^{0}{}^{\overbrace{g(x)}^{0}}$$

$$\ln A = \ln\left(\lim_{x \to a} f(x)^{g(x)}\right) = \lim_{x \to a} \ln\left(f(x)^{g(x)}\right)$$

$$= \lim_{x \to a} g(x) \ln f(x)$$

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \qquad \text{ou} \qquad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

est de d'évaluer le logarithme de la limite.

$$A = \lim_{x \to a} \overset{0}{f(x)}^{\overset{0}{g(x)}}$$

$$\ln A = \ln \left(\lim_{x \to a} f(x)^{g(x)} \right) = \lim_{x \to a} \ln \left(f(x)^{g(x)} \right)$$

$$= \lim_{x \to a} g(x) \ln f(x) \quad = \lim_{x \to a} \frac{\ln f(x)}{\frac{1}{g(x)}}$$

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \qquad \text{ou} \qquad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

est de d'évaluer le logarithme de la limite.

$$A = \lim_{x \to a} \overset{\to 0}{f(x)}^{\overset{\to 0}{g(x)}}$$

$$\ln A = \ln\left(\lim_{x \to a} f(x)^{g(x)}\right) = \lim_{x \to a} \ln\left(f(x)^{g(x)}\right)$$

$$= \lim_{x \to a} g(x) \ln f(x) \qquad = \lim_{x \to a} \frac{\overset{\to -\infty}{\ln f(x)}}{\frac{1}{g(x)}}$$

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \qquad \text{ou} \qquad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

est de d'évaluer le logarithme de la limite.

$$A = \lim_{x \to a} \overset{0}{f(x)}^{\overset{0}{g(x)}}$$

$$\ln A = \ln\left(\lim_{x \to a} f(x)^{g(x)}\right) = \lim_{x \to a} \ln\left(f(x)^{g(x)}\right)$$

$$= \lim_{x \to a} g(x) \ln f(x) = \lim_{x \to a} \frac{\overset{-\infty}{\ln f(x)}}{\underset{\pm\infty}{\frac{1}{g(x)}}}$$

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \qquad \text{ou} \qquad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

est de d'évaluer le logarithme de la limite.

$$A = \lim_{x \to a} \overbrace{f(x)}^{0}{}^{\overbrace{g(x)}^{0}}$$

$$\ln A = \ln\left(\lim_{x\to a} f(x)^{g(x)}\right) = \lim_{x\to a} \ln\left(f(x)^{g(x)}\right)$$

$$= \lim_{x\to a} g(x)\ln f(x) = \lim_{x\to a} \frac{\overbrace{\ln f(x)}^{-\infty}}{\underbrace{\frac{1}{g(x)}}_{\pm\infty}}$$

$$A = e^{\ln A}$$

Exemple

$$\lim_{x \to 0^+} (\sin x)^x$$

Exemple

Posons $A = \lim_{x \to 0^+} (\sin x)^x$

Exemple

Posons $A = \lim_{x \to 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

Exemple

Posons $A = \lim_{x \to 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \to 0^+} \ln \left((\sin x)^x \right)$$

Exemple

Posons $A = \lim_{x\to 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x\to 0^+} \ln\left((\sin x)^{x}\right)$$

Exemple

Posons $A = \lim_{x \to 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \to 0^+} \ln\left((\sin x)^x\right) = \lim_{x \to 0^+} x \ln(\sin x)$$

Exemple

Posons $A = \lim_{x \to 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \to 0^+} \ln\left((\sin x)^x\right) = \lim_{x \to 0^+} x \ln(\sin x) = \lim_{x \to 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

Exemple

Posons $A = \lim_{x \to 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \to 0^+} \ln\left((\sin x)^x\right) = \lim_{x \to 0^+} x \ln(\sin x) = \lim_{x \to 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

Exemple

Posons $A = \lim_{x \to 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \to 0^+} \ln\left((\sin x)^x\right) = \lim_{x \to 0^+} x \ln(\sin x) = \lim_{x \to 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

$$\overset{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \to 0^+} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-\frac{1}{x^2}}$$

Exemple

Posons $A = \lim_{x \to 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \to 0^+} \ln\left((\sin x)^x\right) = \lim_{x \to 0^+} x \ln(\sin x) = \lim_{x \to 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

$$\overset{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \to 0^+} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \to 0^+} -\frac{x^2 \cos x}{\sin x}$$

Exemple

Posons $A = \lim_{x \to 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \to 0^+} \ln\left((\sin x)^x\right) = \lim_{x \to 0^+} x \ln(\sin x) = \lim_{x \to 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

$$\overset{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \to 0^+} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \to 0^+} -\frac{x^2 \cos x}{\sin x}$$

$$\overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \to 0^+} -\frac{2x \cos x - x^2 \sin x}{\cos x}$$

Exemple

Posons $A = \lim_{x \to 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \to 0^+} \ln\left((\sin x)^x\right) = \lim_{x \to 0^+} x \ln(\sin x) = \lim_{x \to 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

$$\overset{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \to 0^+} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \to 0^+} -\frac{x^2 \cos x}{\sin x}$$

$$\overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \to 0^+} -\frac{2x \cos x - x^2 \sin x}{\cos x} = \frac{0}{1}$$

Exemple

Posons $A = \lim_{x \to 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \to 0^+} \ln\left((\sin x)^x\right) = \lim_{x \to 0^+} x \ln(\sin x) = \lim_{x \to 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

$$\overset{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \to 0^+} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \to 0^+} -\frac{x^2 \cos x}{\sin x}$$

$$\overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \to 0^+} -\frac{2x \cos x - x^2 \sin x}{\cos x} = \frac{0}{1} = 0$$

Exemple

Posons $A = \lim_{x \to 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \to 0^+} \ln\left((\sin x)^x\right) = \lim_{x \to 0^+} x \ln(\sin x) = \lim_{x \to 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

$$\overset{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \to 0^+} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \to 0^+} -\frac{x^2 \cos x}{\sin x}$$

$$\overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \to 0^+} -\frac{2x \cos x - x^2 \sin x}{\cos x} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\lim_{x \to 0^+} (\sin x)^x = A$$

Exemple

Posons $A = \lim_{x \to 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \to 0^+} \ln\left((\sin x)^x\right) = \lim_{x \to 0^+} x \ln(\sin x) = \lim_{x \to 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

$$\overset{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \to 0^+} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \to 0^+} -\frac{x^2 \cos x}{\sin x}$$

$$\overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \to 0^+} -\frac{2x \cos x - x^2 \sin x}{\cos x} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\lim_{x \to 0^+} (\sin x)^x = A = e^{\ln A}$$

Exemple

Posons $A = \lim\limits_{x \to 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \to 0^+} \ln\left((\sin x)^{x}\right) = \lim_{x \to 0^+} x \ln(\sin x) = \lim_{x \to 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

$$\overset{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \to 0^+} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \to 0^+} -\frac{x^2 \cos x}{\sin x}$$

$$\overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \to 0^+} -\frac{2x \cos x - x^2 \sin x}{\cos x} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\lim_{x \to 0^+} (\sin x)^x = A = e^{\ln A}$$

Exemple

Posons $A = \lim\limits_{x\to 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x\to 0^+} \ln\left((\sin x)^x\right) = \lim_{x\to 0^+} x \ln(\sin x) = \lim_{x\to 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

$$\overset{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x\to 0^+} -\frac{x^2 \cos x}{\sin x}$$

$$\overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 0^+} -\frac{2x\cos x - x^2 \sin x}{\cos x} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\lim_{x\to 0^+} (\sin x)^x = A = e^{\ln A} = e^0$$

Exemple

Posons $A = \lim_{x \to 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \to 0^+} \ln\left((\sin x)^x\right) = \lim_{x \to 0^+} x \ln(\sin x) = \lim_{x \to 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

$$\overset{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \to 0^+} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \to 0^+} -\frac{x^2 \cos x}{\sin x}$$

$$\overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \to 0^+} -\frac{2x \cos x - x^2 \sin x}{\cos x} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\lim_{x \to 0^+} (\sin x)^x = A = e^{\ln A} = e^0$$

Exemple

Posons $A = \lim_{x \to 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \to 0^+} \ln\left((\sin x)^x\right) = \lim_{x \to 0^+} x \ln(\sin x) = \lim_{x \to 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

$$\overset{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \to 0^+} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \to 0^+} -\frac{x^2 \cos x}{\sin x}$$

$$\overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \to 0^+} -\frac{2x \cos x - x^2 \sin x}{\cos x} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\lim_{x \to 0^+} (\sin x)^x = A = e^{\ln A} = e^0 = 1$$

Faites les exercices suivants

#4 a) et b)

#5 a) et b)

6 a) et b)

Aujourd'hui, nous avons vu

Aujourd'hui, nous avons vu

✓ Révision des règles de dérivation

Aujourd'hui, nous avons vu

- ✓ Révision des règles de dérivation
- ✓ Dérivée logarithmique

Aujourd'hui, nous avons vu

✓ Révision des règles de dérivation

✓ Dérivée logarithmique $\qquad x = e^{\ln x}$

Aujourd'hui, nous avons vu

- ✓ Révision des règles de dérivation
- ✓ Dérivée logarithmique $\qquad x = e^{\ln x}$
- ✓ Règle de l'Hôpital

Aujourd'hui, nous avons vu

- ✓ Révision des règles de dérivation
- ✓ Dérivée logarithmique $\qquad x = e^{\ln x}$
- ✓ Règle de l'Hôpital

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Aujourd'hui, nous avons vu

- ✓ Révision des règles de dérivation
- ✓ Dérivée logarithmique $\qquad x = e^{\ln x}$
- ✓ Règle de l'Hôpital

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} \overset{\frac{\pm\infty}{\pm\infty}}{=} \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Devoir: Section 1.1