

1.1 RÈGLE DE L'HÔPITAL

cours 1

Aujourd'hui, nous allons voir

Aujourd'hui, nous allons voir

- ✓ Révision du calcul différentiel

Aujourd'hui, nous allons voir

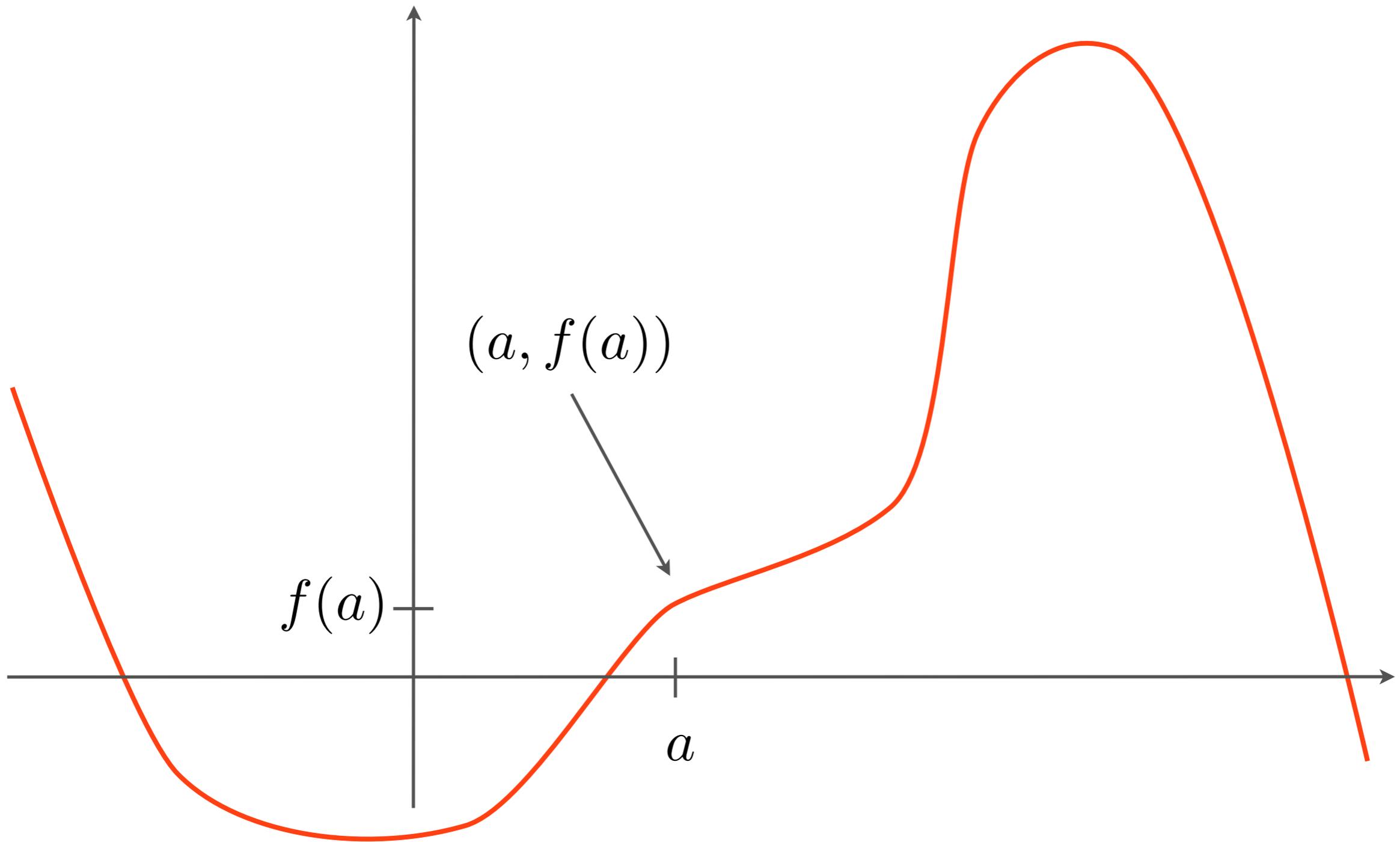
- ✓ Révision du calcul différentiel
- ✓ Dérivée logarithmique

Aujourd'hui, nous allons voir

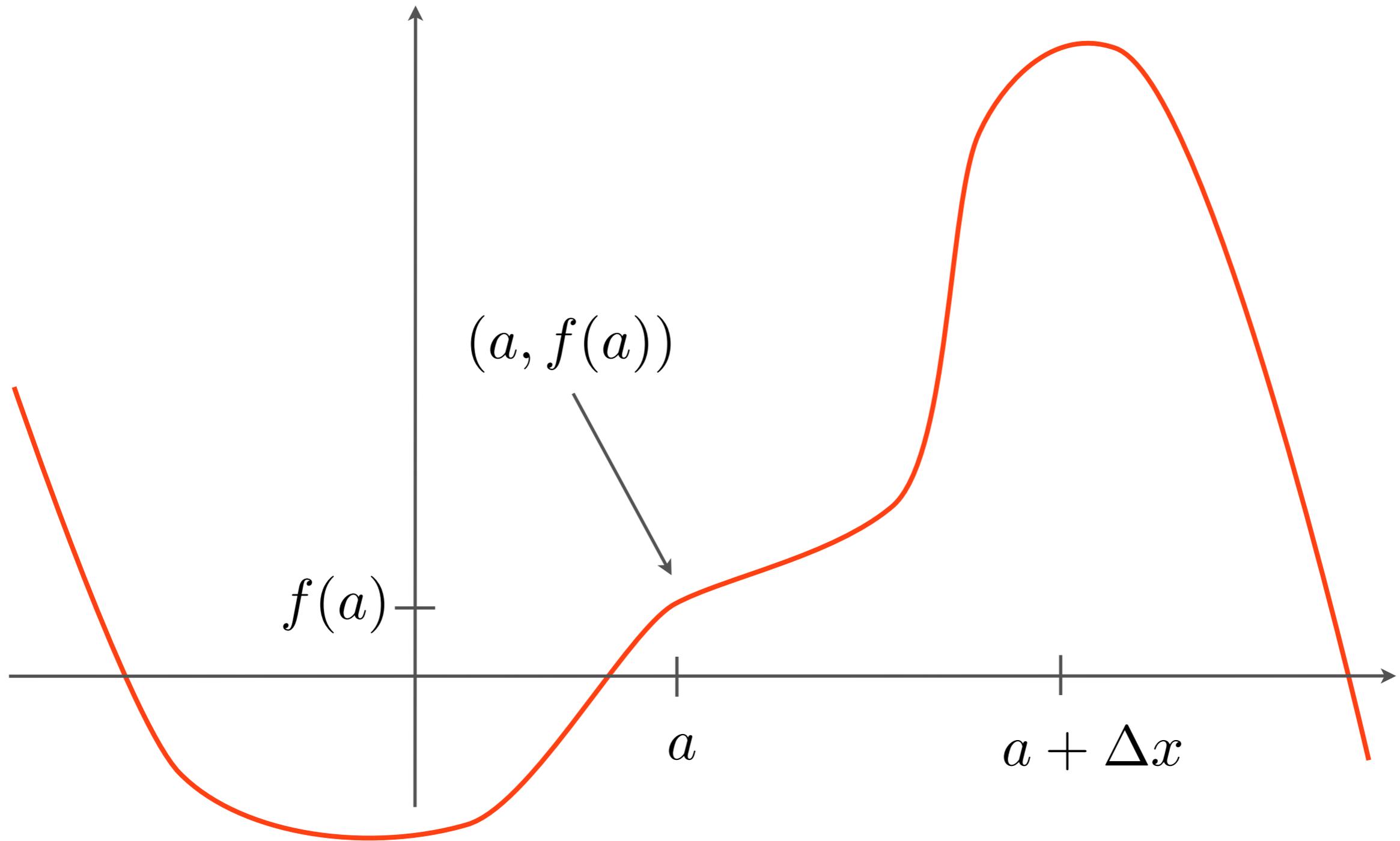
- ✓ Révision du calcul différentiel
- ✓ Dérivée logarithmique
- ✓ Règle de l'Hôpital

La dérivée en un point est le taux de variation instantanée.

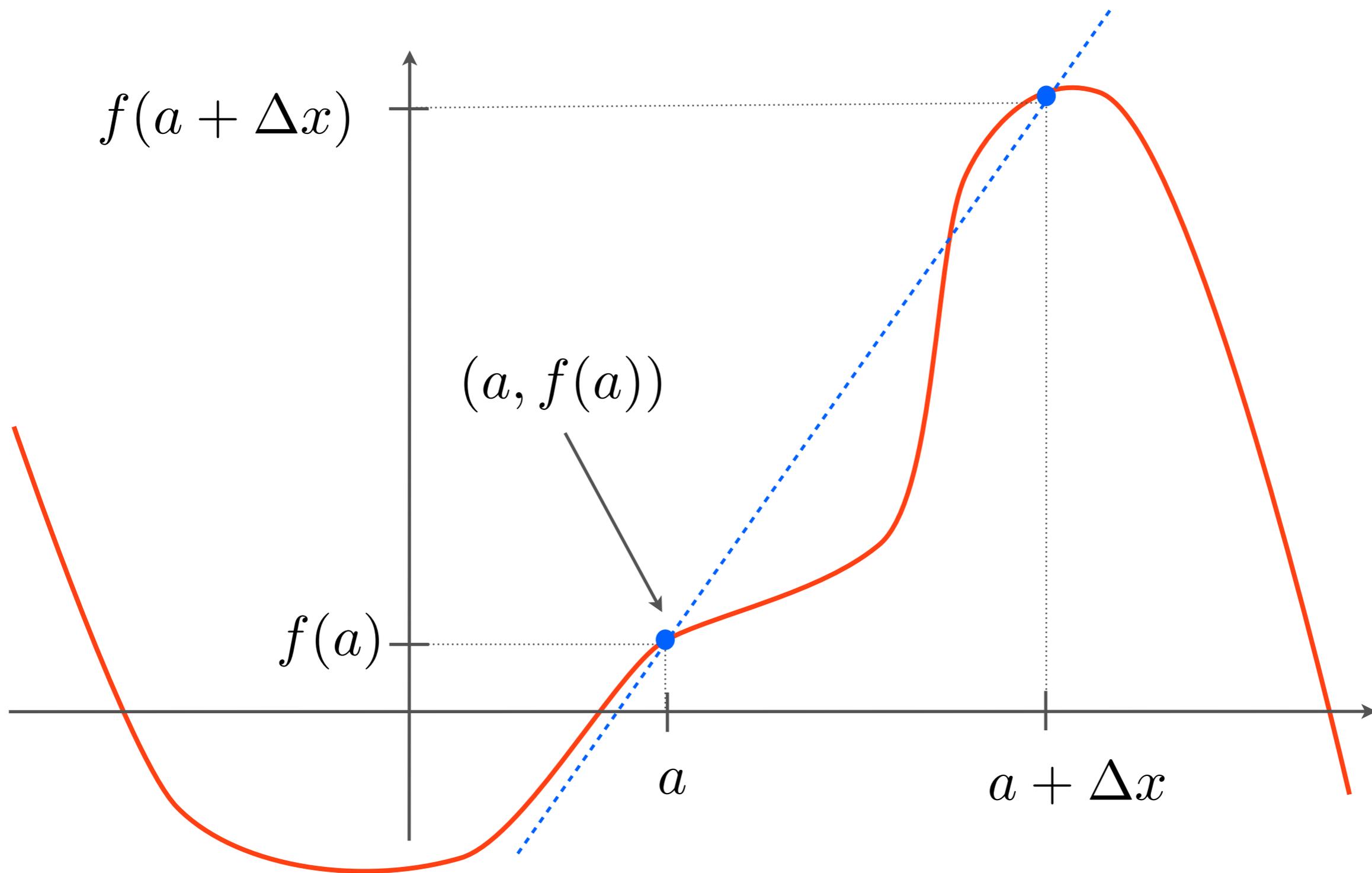
La dérivée en un point est le taux de variation instantanée.



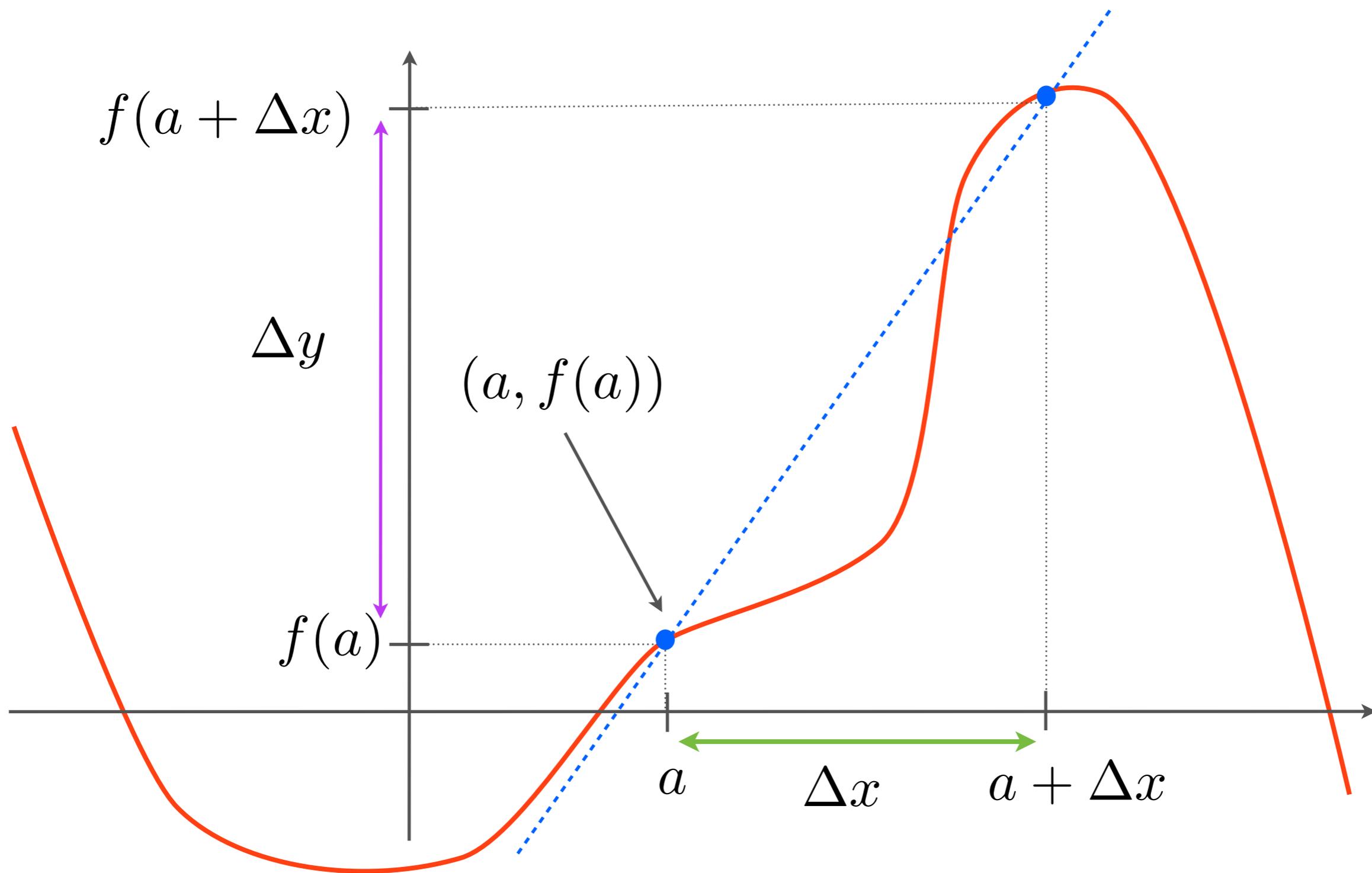
La dérivée en un point est le taux de variation instantanée.



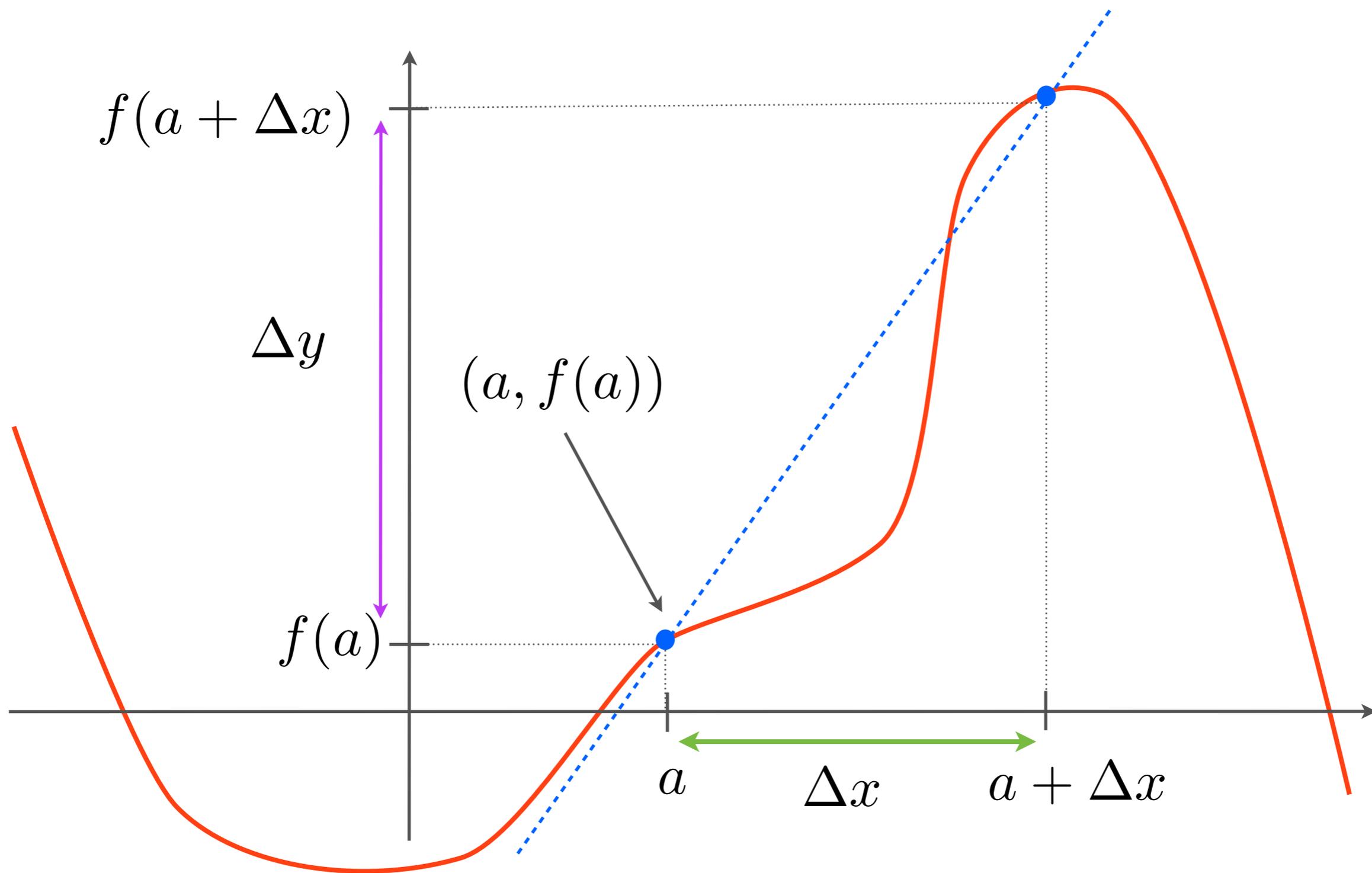
La dérivée en un point est le taux de variation instantanée.



La dérivée en un point est le taux de variation instantanée.

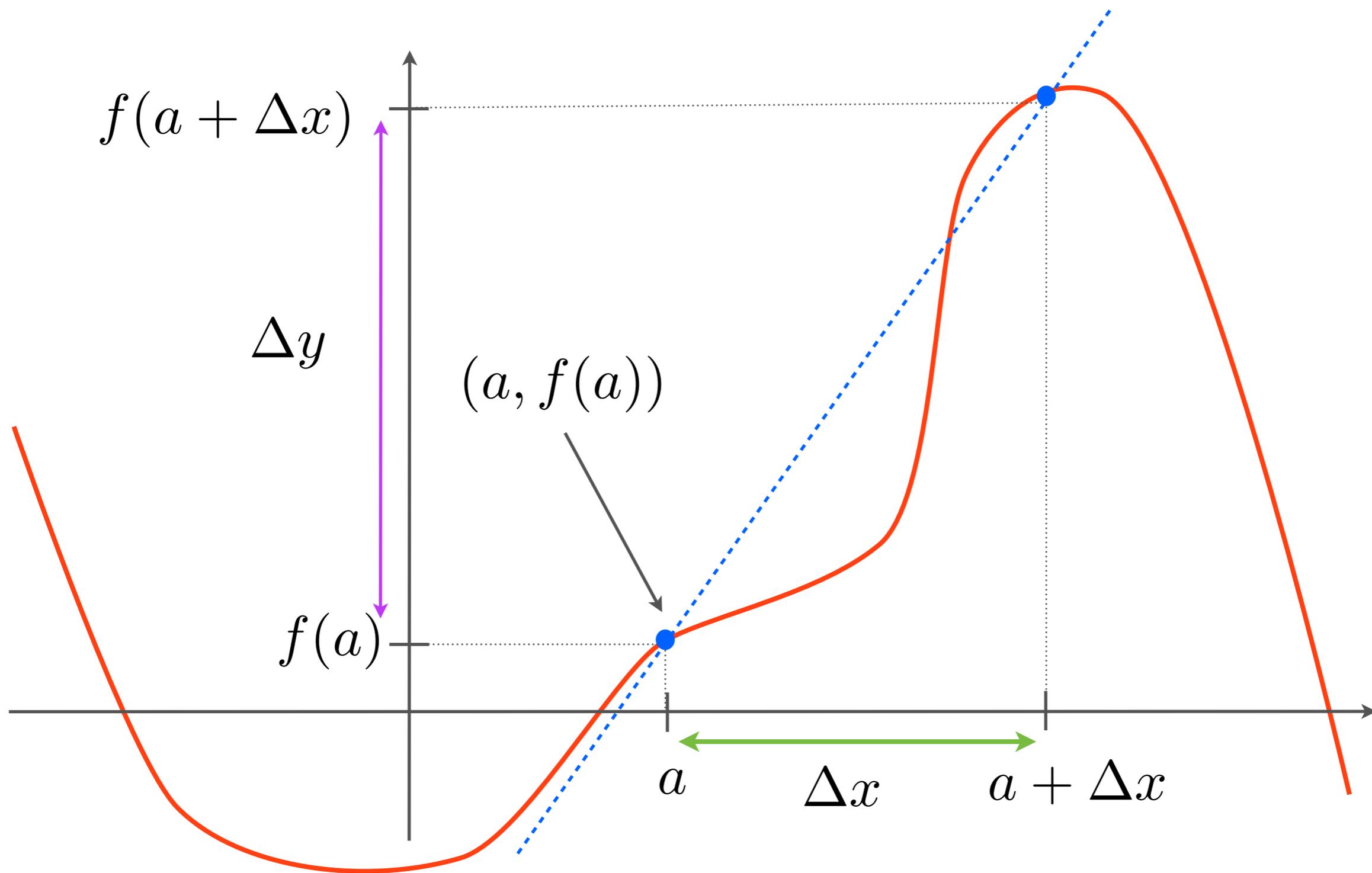


La dérivée en un point est le taux de variation instantanée.



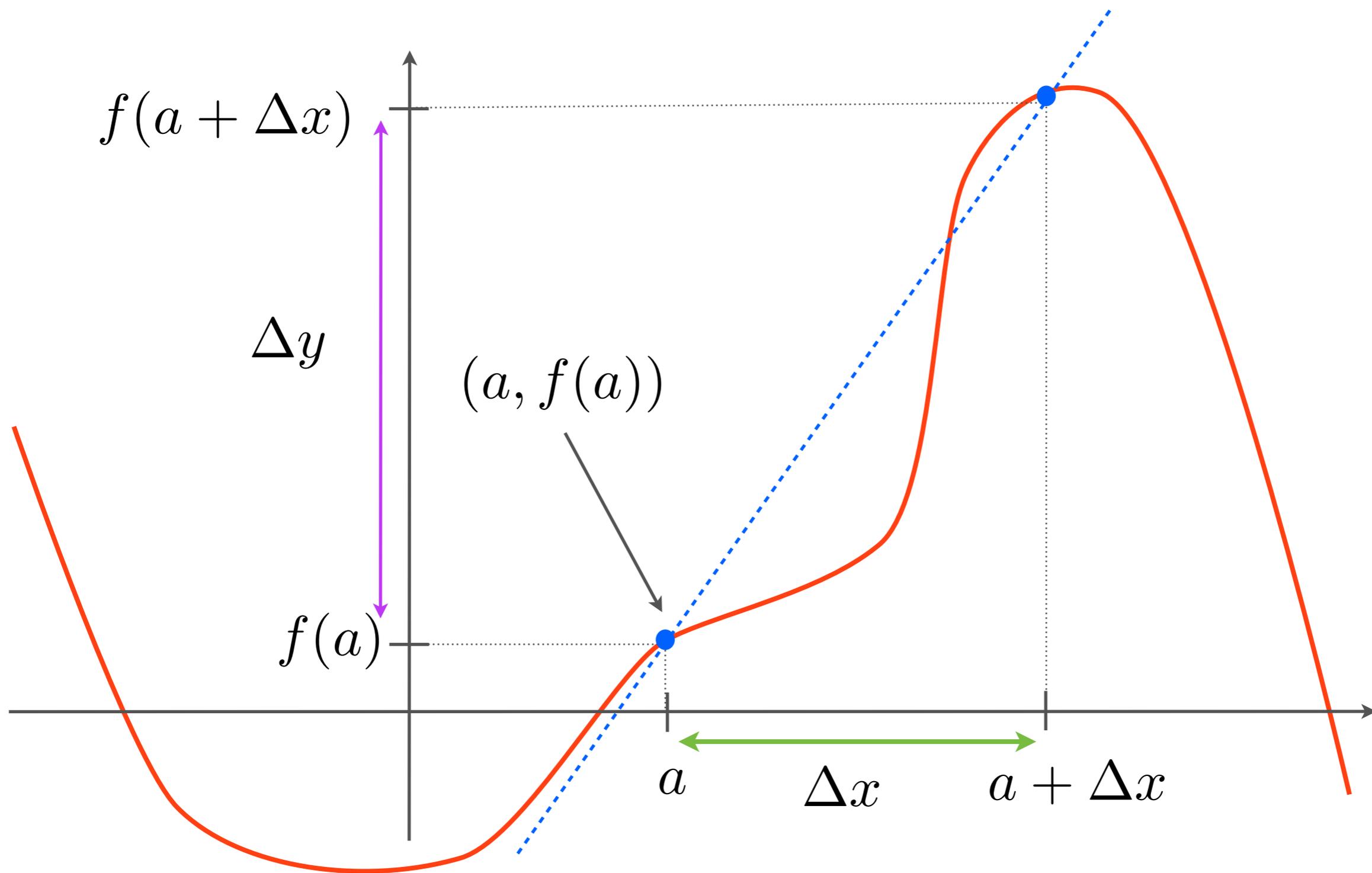
$$\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

La dérivée en un point est le taux de variation instantanée.



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

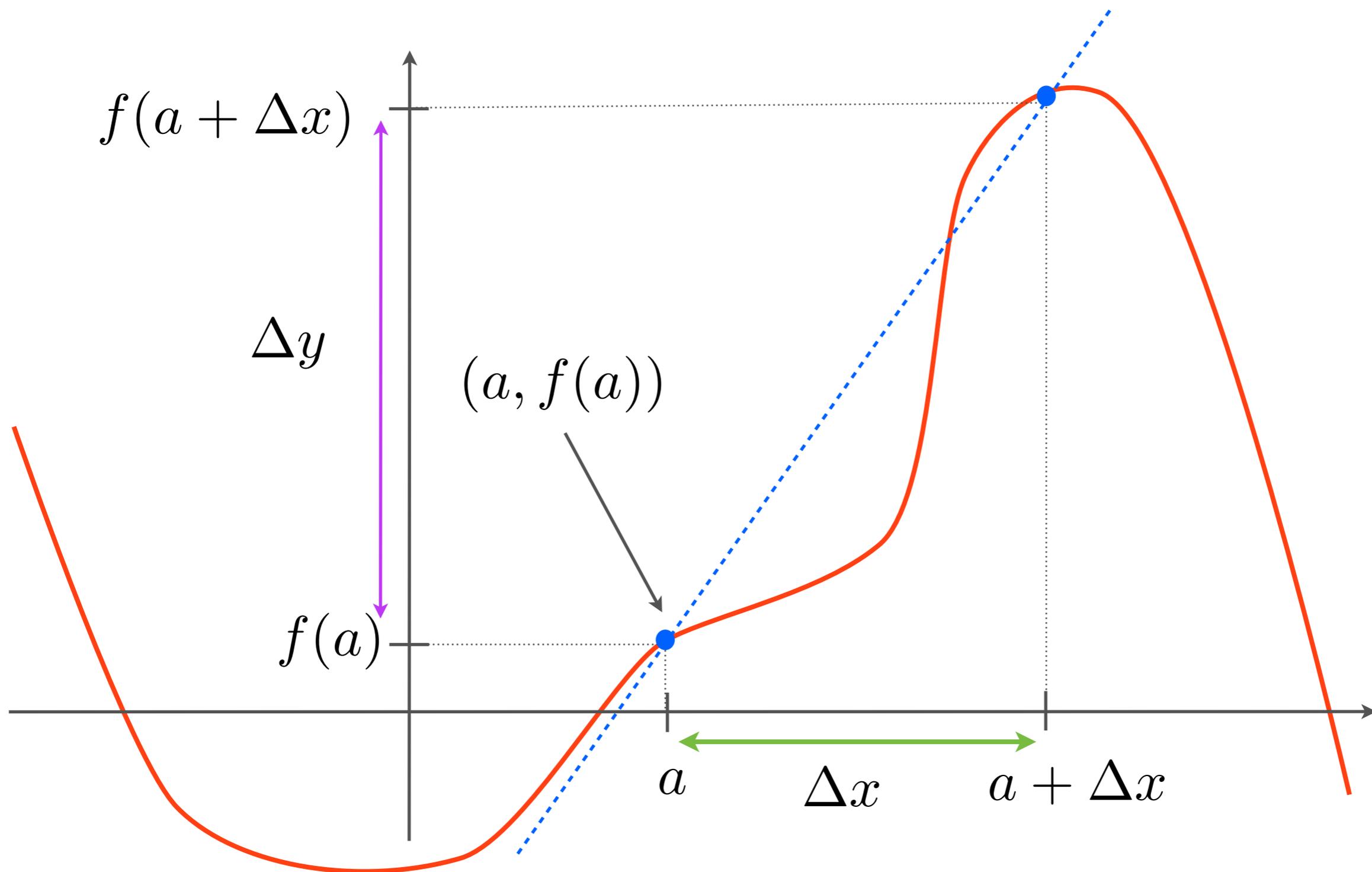
La dérivée en un point est le taux de variation instantanée.



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

$$f'(a) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

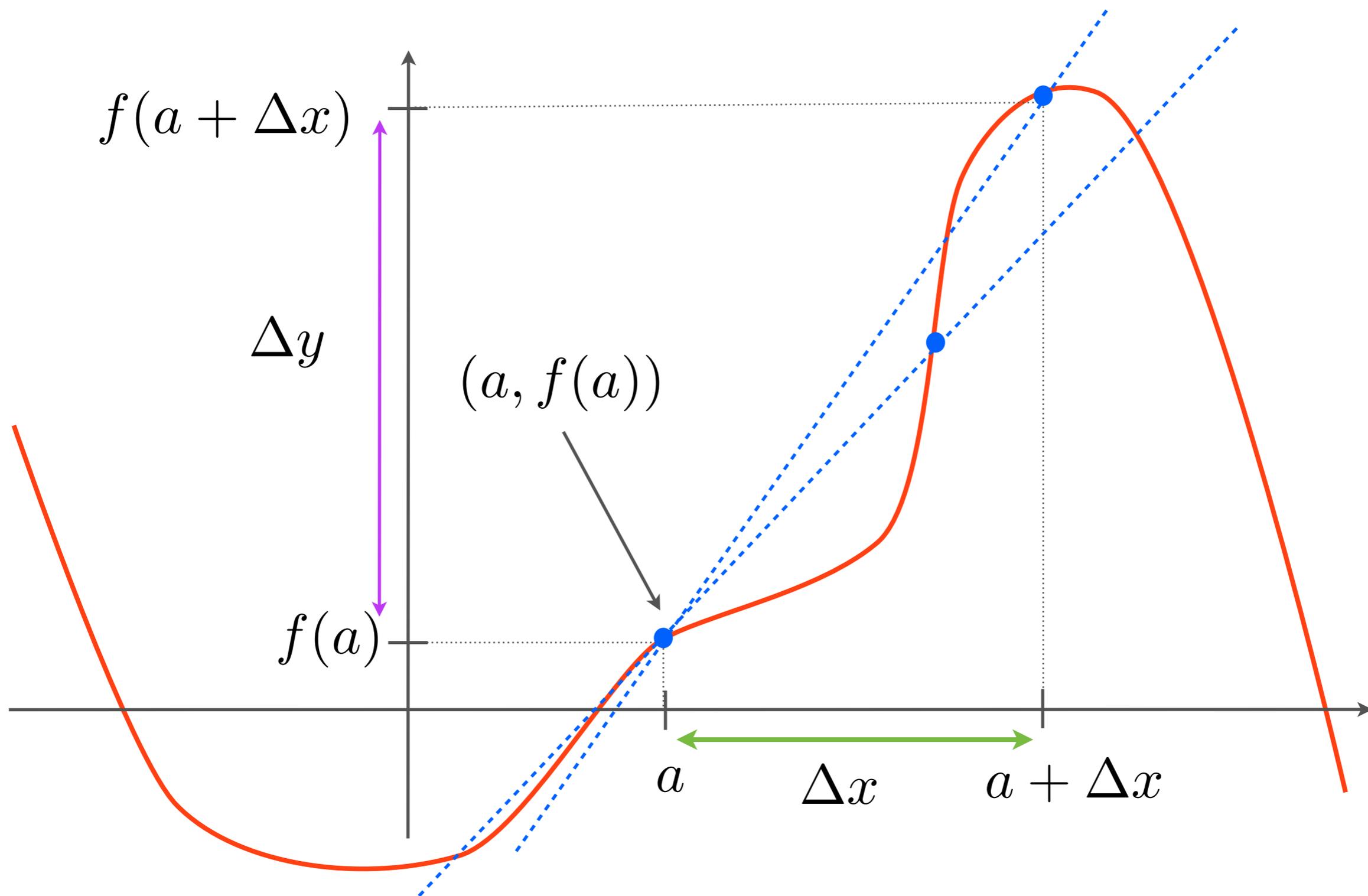
La dérivée en un point est le taux de variation instantanée.



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

$$f'(a) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

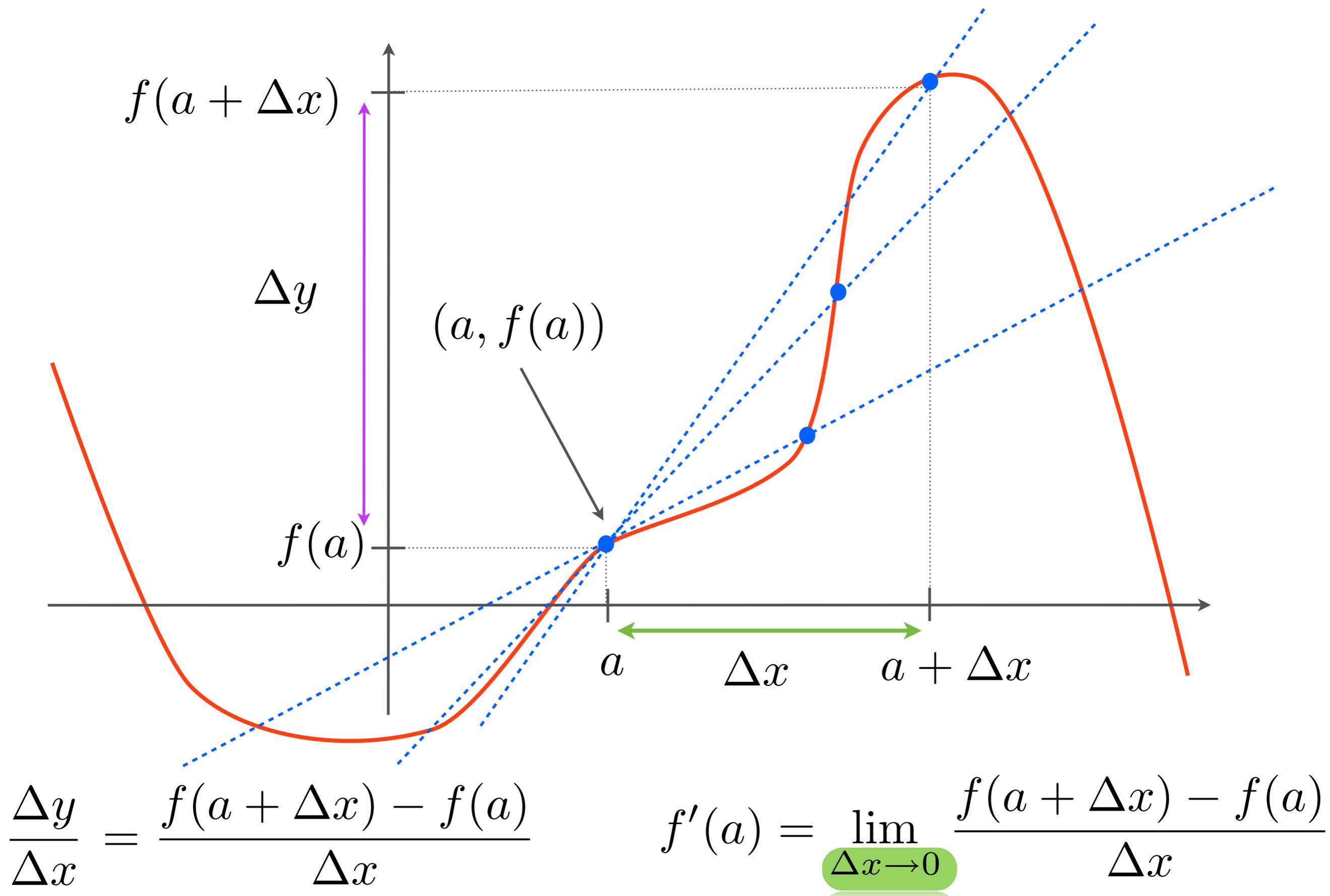
La dérivée en un point est le taux de variation instantanée.



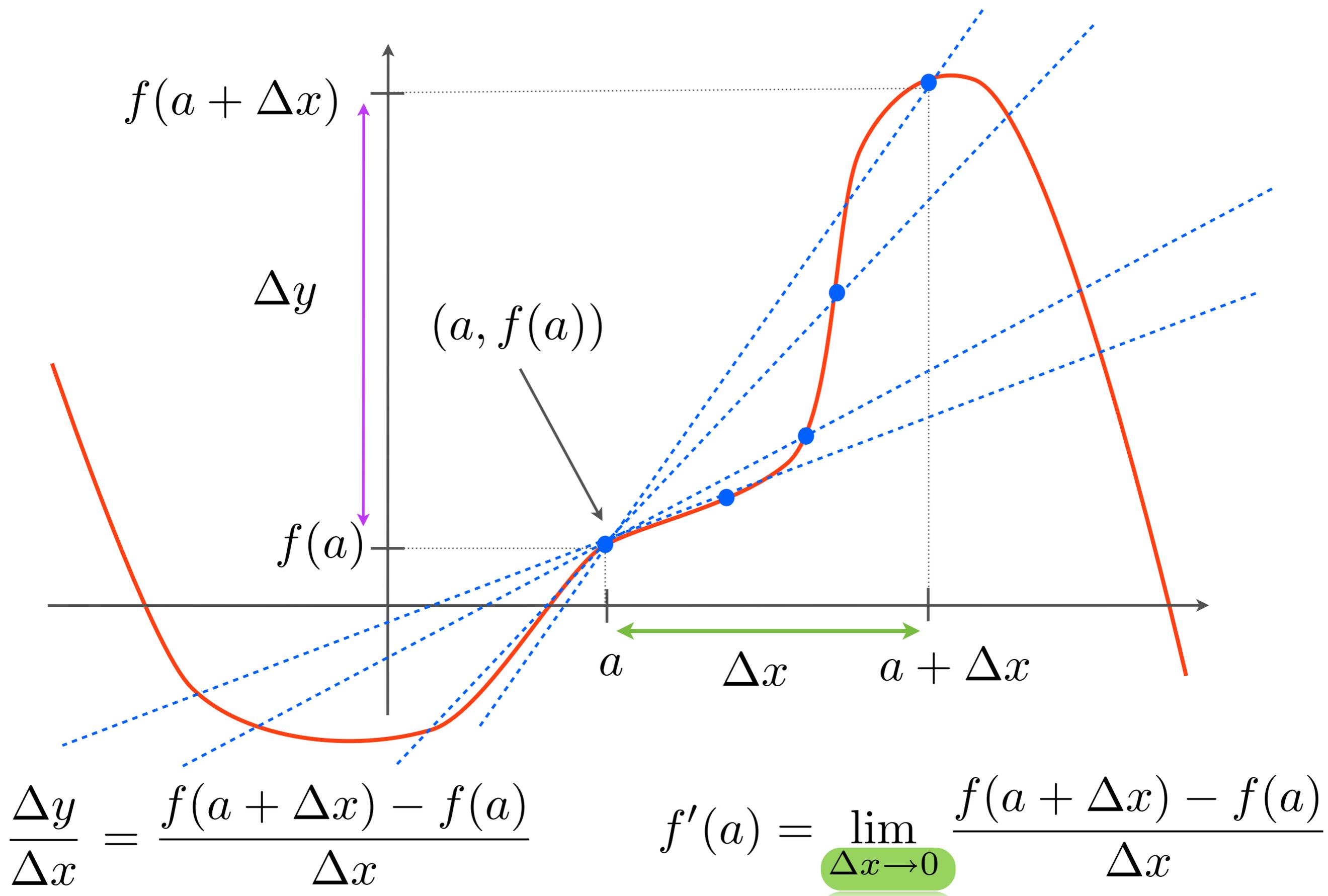
$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

$$f'(a) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

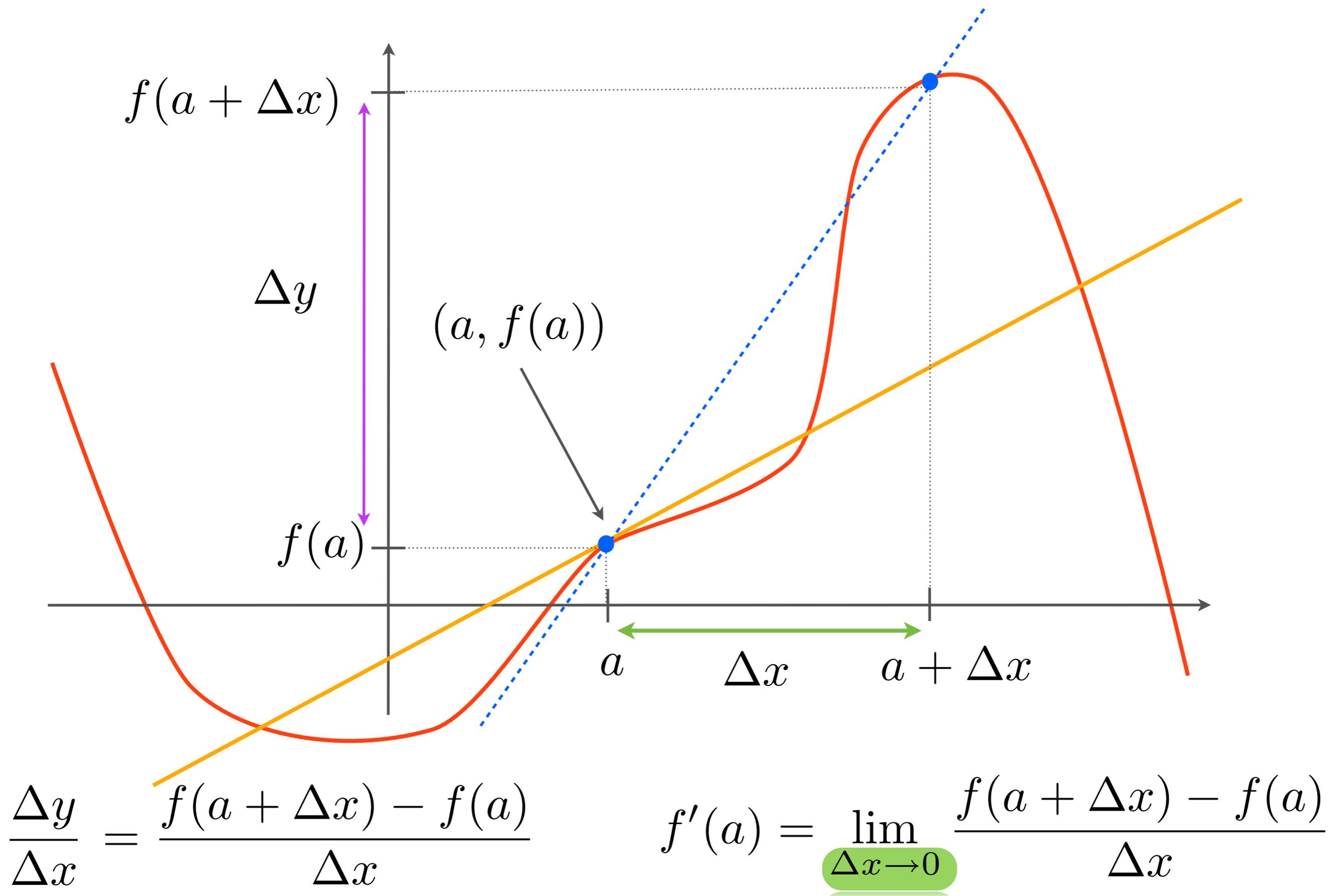
La dérivée en un point est le taux de variation instantanée.



La dérivée en un point est le taux de variation instantané.



La dérivée en un point est le taux de variation instantanée.



Formules de dérivation

Formules de dérivation

$$(kf(x))' = kf'(x)$$

Formules de dérivation

$$(kf(x))' = kf'(x)$$

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

Formules de dérivation

$$(kf(x))' = kf'(x)$$

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

$$(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

Formules de dérivation

$$(kf(x))' = kf'(x)$$

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

$$(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

Formules de dérivation

$$(kf(x))' = kf'(x)$$

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

$$(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

$$(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

$$(\cot x)' = -\operatorname{csc}^2 x$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

$$(\cot x)' = -\operatorname{csc}^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

$$(\cot x)' = -\operatorname{csc}^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

$$(\operatorname{csc} x)' = -\operatorname{csc} x \cot x$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

$$(\cot x)' = -\operatorname{csc}^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

$$(\operatorname{csc} x)' = -\operatorname{csc} x \cot x$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

$$(\cot x)' = -\operatorname{csc}^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

$$(\operatorname{csc} x)' = -\operatorname{csc} x \cot x$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

$$(\cot x)' = -\operatorname{csc}^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

$$(\operatorname{csc} x)' = -\operatorname{csc} x \cot x$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

$$(\cot x)' = -\operatorname{csc}^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

$$(\operatorname{csc} x)' = -\operatorname{csc} x \cot x$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$(\operatorname{arcsec} x)' = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

$$(\cot x)' = -\operatorname{csc}^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

$$(\operatorname{csc} x)' = -\operatorname{csc} x \cot x$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = -(\arccos x)'$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$(\operatorname{arcsec} x)' = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

$$(\cot x)' = -\operatorname{csc}^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

$$(\operatorname{csc} x)' = -\operatorname{csc} x \cot x$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = -(\arccos x)'$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2} = -(\operatorname{arccot} x)'$$

$$(\operatorname{arcsec} x)' = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

$$(\cot x)' = -\operatorname{csc}^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

$$(\operatorname{csc} x)' = -\operatorname{csc} x \cot x$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = -(\arccos x)'$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2} = -(\operatorname{arccot} x)'$$

$$(\operatorname{arcsec} x)' = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} = -(\operatorname{arcsc} x)'$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

$$(\cot x)' = -\operatorname{csc}^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

$$(\operatorname{csc} x)' = -\operatorname{csc} x \cot x$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = -(\arccos x)'$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2} = -(\operatorname{arccot} x)'$$

$$(\operatorname{arcsec} x)' = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} = -(\operatorname{arcsc} x)'$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

$$(\cot x)' = -\operatorname{csc}^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

$$(\operatorname{csc} x)' = -\operatorname{csc} x \cot x$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = -(\arccos x)'$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2} = -(\operatorname{arccot} x)'$$

$$(\operatorname{arcsec} x)' = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} = -(\operatorname{arcsc} x)'$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

$$(\cot x)' = -\operatorname{csc}^2 x$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

$$(\operatorname{csc} x)' = -\operatorname{csc} x \cot x$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = -(\arccos x)'$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2} = -(\operatorname{arccot} x)'$$

$$(\operatorname{arcsec} x)' = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} = -(\operatorname{arcsc} x)'$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

$$(\cot x)' = -\operatorname{csc}^2 x$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

$$(\operatorname{csc} x)' = -\operatorname{csc} x \cot x$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = -(\arccos x)'$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2} = -(\operatorname{arccot} x)'$$

$$(\operatorname{arcsec} x)' = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} = -(\operatorname{arcsc} x)'$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

Dérivée de fonction simple

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

$$(\cot x)' = -\operatorname{csc}^2 x$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

$$(\operatorname{csc} x)' = -\operatorname{csc} x \cot x$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = -(\arccos x)'$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2} = -(\operatorname{arccot} x)'$$

$$(\operatorname{arcsec} x)' = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} = -(\operatorname{arcsc} x)'$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

Exemple

Exemple

$$\left(\frac{\sin(\log_3 x)}{\arctan(x^2 e^{4x})} \right)'$$

Exemple

$$\left(\frac{\sin(\log_3 x)}{\arctan(x^2 e^{4x})} \right)'$$

$$= \frac{(\sin(\log_3 x))' \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x) (\arctan(x^2 e^{4x}))'}{(\arctan(x^2 e^{4x}))^2}$$

Exemple

$$\left(\frac{\sin(\log_3 x)}{\arctan(x^2 e^{4x})} \right)'$$

$$= \frac{(\sin(\log_3 x))' \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x) (\arctan(x^2 e^{4x}))'}{(\arctan(x^2 e^{4x}))^2}$$

Exemple

$$\left(\frac{\sin(\log_3 x)}{\arctan(x^2 e^{4x})} \right)'$$

$$= \frac{(\sin(\log_3 x))' \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x) (\arctan(x^2 e^{4x}))'}{(\arctan(x^2 e^{4x}))^2}$$

$$= \frac{(\cos(\log_3 x) (\log_3 x)') \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x) \left(\frac{(x^2 e^{4x})'}{1 + (x^2 e^{4x})^2} \right)}{(\arctan(x^2 e^{4x}))^2}$$

Exemple

$$\left(\frac{\sin(\log_3 x)}{\arctan(x^2 e^{4x})} \right)'$$

$$= \frac{(\sin(\log_3 x))' \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x) (\arctan(x^2 e^{4x}))'}{(\arctan(x^2 e^{4x}))^2}$$

$$= \frac{(\cos(\log_3 x) (\log_3 x)') \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x) \left(\frac{(x^2 e^{4x})'}{1+(x^2 e^{4x})^2} \right)}{(\arctan(x^2 e^{4x}))^2}$$

Exemple

$$\left(\frac{\sin(\log_3 x)}{\arctan(x^2 e^{4x})} \right)'$$

$$= \frac{(\sin(\log_3 x))' \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x) (\arctan(x^2 e^{4x}))'}{(\arctan(x^2 e^{4x}))^2}$$

$$= \frac{(\cos(\log_3 x) (\log_3 x)') \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x) \left(\frac{(x^2 e^{4x})'}{1 + (x^2 e^{4x})^2} \right)}{(\arctan(x^2 e^{4x}))^2}$$

Exemple

$$\left(\frac{\sin(\log_3 x)}{\arctan(x^2 e^{4x})} \right)'$$

$$= \frac{(\sin(\log_3 x))' \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x) (\arctan(x^2 e^{4x}))'}{(\arctan(x^2 e^{4x}))^2}$$

$$= \frac{(\cos(\log_3 x) (\log_3 x)') \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x) \left(\frac{(x^2 e^{4x})'}{1 + (x^2 e^{4x})^2} \right)}{(\arctan(x^2 e^{4x}))^2}$$

$$= \frac{(\cos(\log_3 x) \frac{1}{x \ln 3}) \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x) \left(\frac{2x e^{4x} + 4x^2 e^{4x}}{1 + (x^2 e^{4x})^2} \right)}{(\arctan(x^2 e^{4x}))^2}$$

Exemple

$$\left(\frac{\sin(\log_3 x)}{\arctan(x^2 e^{4x})} \right)'$$

$$= \frac{(\sin(\log_3 x))' \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x) (\arctan(x^2 e^{4x}))'}{(\arctan(x^2 e^{4x}))^2}$$

$$= \frac{(\cos(\log_3 x) (\log_3 x)') \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x) \left(\frac{(x^2 e^{4x})'}{1 + (x^2 e^{4x})^2} \right)}{(\arctan(x^2 e^{4x}))^2}$$

$$= \frac{(\cos(\log_3 x) \frac{1}{x \ln 3}) \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x) \left(\frac{2x e^{4x} + 4x^2 e^{4x}}{1 + (x^2 e^{4x})^2} \right)}{(\arctan(x^2 e^{4x}))^2}$$

Exemple

$$\left(\frac{\sin(\log_3 x)}{\arctan(x^2 e^{4x})} \right)'$$

$$= \frac{(\sin(\log_3 x))' \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x) (\arctan(x^2 e^{4x}))'}{(\arctan(x^2 e^{4x}))^2}$$

$$= \frac{(\cos(\log_3 x) (\log_3 x)') \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x) \left(\frac{(x^2 e^{4x})'}{1 + (x^2 e^{4x})^2} \right)}{(\arctan(x^2 e^{4x}))^2}$$

$$= \frac{(\cos(\log_3 x) \frac{1}{x \ln 3}) \arctan(x^2 e^{4x}) - \sin(\log_3 x) \left(\frac{2x e^{4x} + 4x^2 e^{4x}}{1 + (x^2 e^{4x})^2} \right)}{(\arctan(x^2 e^{4x}))^2}$$

Dérivée logarithmique.

Dérivée logarithmique.

Pour les fonctions de la forme

$$f(x)^{g(x)}$$

Dérivée logarithmique.

Pour les fonctions de la forme

$$f(x)^{g(x)}$$

On peut utiliser l'égalité

$$x = e^{\ln x} \quad x > 0$$

Dérivée logarithmique.

Pour les fonctions de la forme

$$f(x)^{g(x)}$$

On peut utiliser l'égalité

$$x = e^{\ln x} \quad x > 0$$

ainsi que les lois des log.

Dérivée logarithmique.

Pour les fonctions de la forme

$$f(x)^{g(x)}$$

On peut utiliser l'égalité

$$x = e^{\ln x} \quad x > 0$$

ainsi que les lois des log.

Exemple

Dérivée logarithmique.

Pour les fonctions de la forme

$$f(x)^{g(x)}$$

On peut utiliser l'égalité

$$x = e^{\ln x} \quad x > 0$$

ainsi que les lois des log.

Exemple

$$(x^x)' = (e^{\ln x^x})'$$

Dérivée logarithmique.

Pour les fonctions de la forme

$$f(x)^{g(x)}$$

On peut utiliser l'égalité

$$x = e^{\ln x} \quad x > 0$$

ainsi que les lois des log.

Exemple

$$(x^x)' = (e^{\ln x^x})'$$

Dérivée logarithmique.

Pour les fonctions de la forme

$$f(x)^{g(x)}$$

On peut utiliser l'égalité

$$x = e^{\ln x} \quad x > 0$$

ainsi que les lois des log.

Exemple

$$(x^x)' = (e^{\ln x^x})' = (e^{x \ln x})'$$

Dérivée logarithmique.

Pour les fonctions de la forme

$$f(x)^{g(x)}$$

On peut utiliser l'égalité

$$x = e^{\ln x} \quad x > 0$$

ainsi que les lois des log.

Exemple

$$(x^x)' = (e^{\ln x^x})' = (e^{x \ln x})' = e^{x \ln x} (x \ln x)'$$

Dérivée logarithmique.

Pour les fonctions de la forme

$$f(x)^{g(x)}$$

On peut utiliser l'égalité

$$x = e^{\ln x} \quad x > 0$$

ainsi que les lois des log.

Exemple

$$\begin{aligned} (x^x)' &= (e^{\ln x^x})' = (e^{x \ln x})' = e^{x \ln x} (x \ln x)' \\ &= e^{x \ln x} \left(\ln x + x \frac{1}{x} \right) \end{aligned}$$

Dérivée logarithmique.

Pour les fonctions de la forme

$$f(x)^{g(x)}$$

On peut utiliser l'égalité

$$x = e^{\ln x} \quad x > 0$$

ainsi que les lois des log.

Exemple

$$\begin{aligned} (x^x)' &= (e^{\ln x^x})' = (e^{x \ln x})' = e^{x \ln x} (x \ln x)' \\ &= e^{x \ln x} \left(\ln x + x \frac{1}{x} \right) = e^{x \ln x} (\ln x + 1) \end{aligned}$$

Dérivée logarithmique.

Pour les fonctions de la forme

$$f(x)^{g(x)}$$

On peut utiliser l'égalité

$$x = e^{\ln x} \quad x > 0$$

ainsi que les lois des log.

Exemple

$$\begin{aligned} (x^x)' &= (e^{\ln x^x})' = (e^{x \ln x})' = e^{x \ln x} (x \ln x)' \\ &= e^{x \ln x} \left(\ln x + x \frac{1}{x} \right) = e^{x \ln x} (\ln x + 1) \\ &= x^x (\ln x + 1) \end{aligned}$$

Exemple

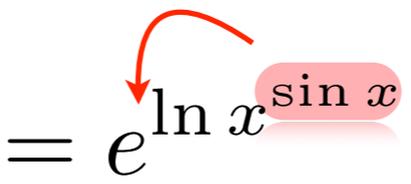
Example

$$f(x) = x^{\sin x}$$

Example

$$f(x) = x^{\sin x} = e^{\ln x^{\sin x}}$$

Example

$$f(x) = x^{\sin x} = e^{\ln x^{\sin x}}$$


Example

$$f(x) = x^{\sin x} = e^{\ln x^{\sin x}} = e^{\sin x \ln x}$$

Example

$$f(x) = x^{\sin x} = e^{\ln x^{\sin x}} = e^{\sin x \ln x}$$

$$f'(x) = e^{\sin x \ln x} (\sin x \ln x)'$$

Example

$$f(x) = x^{\sin x} = e^{\ln x^{\sin x}} = e^{\sin x \ln x}$$

$$f'(x) = e^{\sin x \ln x} (\sin x \ln x)'$$

$$= e^{\sin x \ln x} \left(\cos x \ln x + \frac{\sin x}{x} \right)$$

Example

$$f(x) = x^{\sin x} = e^{\ln x^{\sin x}} = e^{\sin x \ln x}$$

$$f'(x) = e^{\sin x \ln x} (\sin x \ln x)'$$

$$= e^{\sin x \ln x} \left(\cos x \ln x + \frac{\sin x}{x} \right)$$

Example

$$f(x) = x^{\sin x} = e^{\ln x^{\sin x}} = e^{\sin x \ln x}$$

$$f'(x) = e^{\sin x \ln x} (\sin x \ln x)'$$

$$= e^{\sin x \ln x} \left(\cos x \ln x + \frac{\sin x}{x} \right)$$

$$= x^{\sin x} \left(\cos x \ln x + \frac{\sin x}{x} \right)$$

Exemple

$$f(x) = x^{\sin x} = e^{\ln x^{\sin x}} = e^{\sin x \ln x}$$

$$f'(x) = e^{\sin x \ln x} (\sin x \ln x)'$$

$$= e^{\sin x \ln x} \left(\cos x \ln x + \frac{\sin x}{x} \right)$$

$$= x^{\sin x} \left(\cos x \ln x + \frac{\sin x}{x} \right)$$

Faites les exercices suivants

Faites #1 a) à e)

et

#2 a), b).

Limites et règle de l'Hôpital

un cours de mathématiques

Limites et règle de l'Hôpital

Forme

Limite

$$\frac{k}{\infty}$$

$$0^+$$

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	0^+
<hr/>	
$\frac{k}{-\infty}$	0^-
<hr/>	

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	0^+
$\frac{k}{-\infty}$	0^-
$\frac{k}{0^+}$	∞

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	0^+
$\frac{k}{-\infty}$	0^-
$\frac{k}{0^+}$	∞
$\frac{k}{0^-}$	$-\infty$

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	0^+
$\frac{k}{-\infty}$	0^-
$\frac{k}{0^+}$	∞
$\frac{k}{0^-}$	$-\infty$
$\frac{k}{0}$	\nexists

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite	Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	0^+	$\pm k + \infty$	∞
$\frac{k}{-\infty}$	0^-		
$\frac{k}{0^+}$	∞		
$\frac{k}{0^-}$	$-\infty$		
$\frac{k}{0}$	\nexists		

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite	Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	0^+	$\pm k + \infty$	∞
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{-\infty}$	0^-	$\pm k - \infty$	$-\infty$
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{0^+}$	∞		
<hr/>			
$\frac{k}{0^-}$	$-\infty$		
<hr/>			
$\frac{k}{0}$	\nexists		

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite	Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	0^+	$\pm k + \infty$	∞
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{-\infty}$	0^-	$\pm k - \infty$	$-\infty$
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{0^+}$	∞	$k \cdot \infty$	∞
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{0^-}$	$-\infty$		
<hr/>			
$\frac{k}{0}$	\nexists		

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite	Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	0^+	$\pm k + \infty$	∞
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{-\infty}$	0^-	$\pm k - \infty$	$-\infty$
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{0^+}$	∞	$k \cdot \infty$	∞
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{0^-}$	$-\infty$	$k(-\infty)$	$-\infty$
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{0}$	\nexists		

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite	Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	0^+	$\pm k + \infty$	∞
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{-\infty}$	0^-	$\pm k - \infty$	$-\infty$
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{0^+}$	∞	$k \cdot \infty$	∞
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{0^-}$	$-\infty$	$k(-\infty)$	$-\infty$
<hr/>		<hr/>	
$\frac{k}{0}$	\nexists	∞^k	∞
		<hr/>	

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite		Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	0^+		$\pm k + \infty$	∞
<hr/>			<hr/>	
$\frac{k}{-\infty}$	0^-		$\pm k - \infty$	$-\infty$
<hr/>			<hr/>	
$\frac{k}{0^+}$	∞		$k \cdot \infty$	∞
<hr/>			<hr/>	
$\frac{k}{0^-}$	$-\infty$		$k(-\infty)$	$-\infty$
<hr/>			<hr/>	
$\frac{k}{0}$	\nexists	$1 < k$	∞^k	∞
			<hr/>	
			k^∞	∞
			<hr/>	

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite		Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	0^+		$\pm k + \infty$	∞
$\frac{k}{-\infty}$	0^-		$\pm k - \infty$	$-\infty$
$\frac{k}{0^+}$	∞		$k \cdot \infty$	∞
$\frac{k}{0^-}$	$-\infty$		$k(-\infty)$	$-\infty$
$\frac{k}{0}$	\nexists		∞^k	∞
		$1 < k$	k^∞	∞
		$0 < k < 1$	k^∞	0

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite		Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	0^+		$\pm k + \infty$	∞
$\frac{k}{-\infty}$	0^-		$\pm k - \infty$	$-\infty$
$\frac{k}{0^+}$	∞		$k \cdot \infty$	∞
$\frac{k}{0^-}$	$-\infty$	$1 < k$	$k(-\infty)$	$-\infty$
$\frac{k}{0}$	\nexists	$0 < k < 1$	∞^k	∞
			k^∞	∞
			k^∞	0
			$(\infty)(\infty)$	∞

Limites et règle de l'Hôpital

Forme	Limite		Forme	Limite
$\frac{k}{\infty}$	0^+		$\pm k + \infty$	∞
$\frac{k}{-\infty}$	0^-		$\pm k - \infty$	$-\infty$
$\frac{k}{0^+}$	∞		$k \cdot \infty$	∞
$\frac{k}{0^-}$	$-\infty$	$1 < k$	$k(-\infty)$	$-\infty$
$\frac{k}{0}$	\nexists	$0 < k < 1$	∞^k	∞
			k^∞	∞
			k^∞	0
			$(\infty)(\infty)$	∞
			∞^∞	∞

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = ?$$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = ?$$

$$\frac{0}{k} \rightarrow 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = ?$$

$$\frac{0}{k} \rightarrow 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = ?$$

$$\frac{0}{k} \rightarrow 0$$

$$\frac{k}{0^\pm} \rightarrow \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = ?$$

$$\frac{0}{k} \rightarrow 0$$

$$\frac{k}{0^\pm} \rightarrow \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = ?$$

$$\frac{0}{k} \rightarrow 0$$

$$\frac{k}{0^\pm} \rightarrow \pm\infty$$

Donc $f(x)$ tire l'expression vers 0 tandis que $g(x)$ tire vers $\pm\infty$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$$

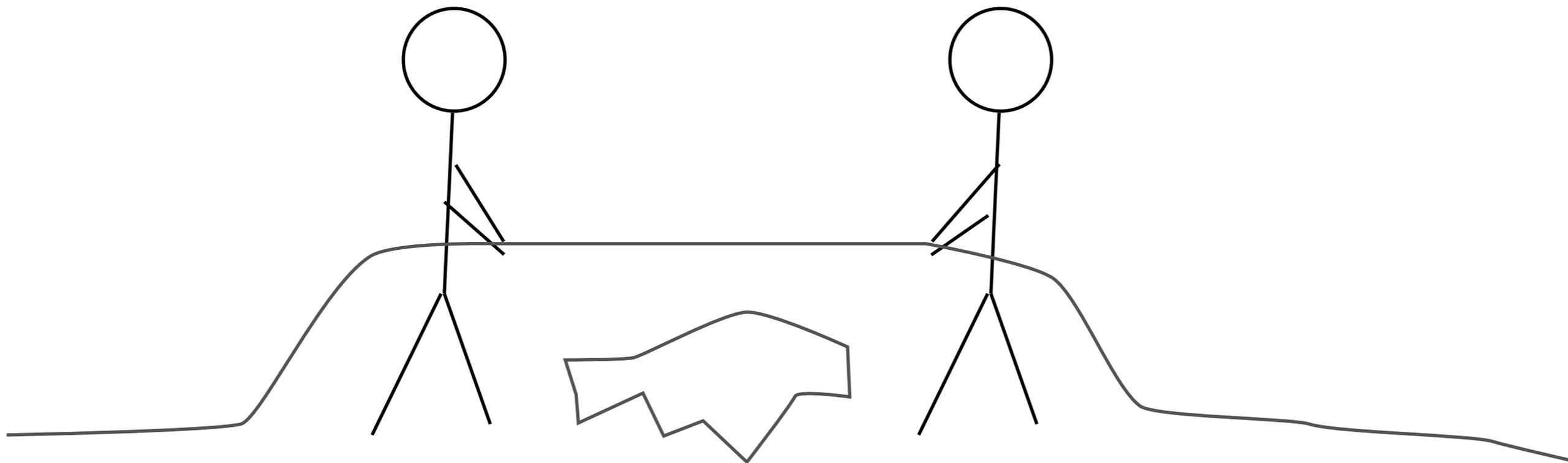
$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = ?$$

$$\frac{0}{k} \rightarrow 0$$

$$\frac{k}{0^\pm} \rightarrow \pm\infty$$

Donc $f(x)$ tire l'expression vers 0 tandis que $g(x)$ tire vers $\pm\infty$



$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$$

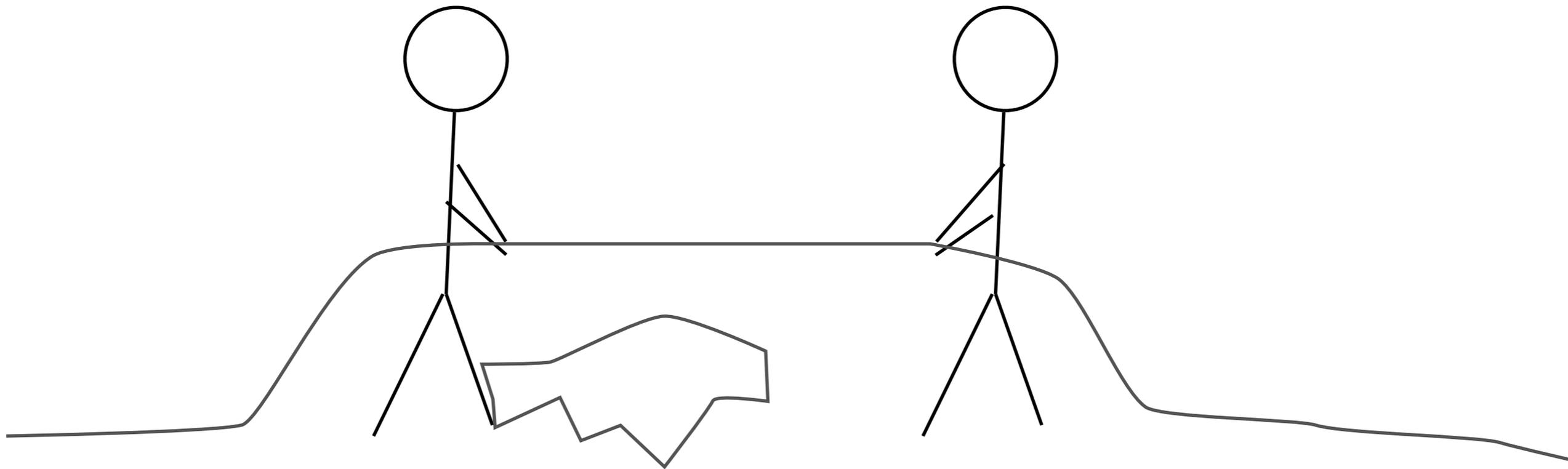
$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = ?$$

$$\frac{0}{k} \rightarrow 0$$

$$\frac{k}{0^\pm} \rightarrow \pm\infty$$

Donc $f(x)$ tire l'expression vers 0 tandis que $g(x)$ tire vers $\pm\infty$



$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = ?$$

$$\frac{0}{k} \rightarrow 0$$

$$\frac{k}{0^\pm} \rightarrow \pm\infty$$

Donc $f(x)$ tire l'expression vers 0 tandis que $g(x)$ tire vers $\pm\infty$



Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

0



Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

0

$\pm\infty$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2}$$

0

$\pm\infty$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2}$$

Diagram illustrating the simplification of a limit expression:

- The original expression is $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$.
- The numerator $x^2 - 4$ is highlighted in light blue.
- The denominator $x - 2$ is highlighted in light purple.
- Red arrows point from the numerator to 0 and from the denominator to $\pm\infty$.
- The expression is simplified to $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2}$.
- The term $(x - 2)$ in the numerator is highlighted in light blue.
- A red arrow points from this term to 0 .

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2}$$

The diagram illustrates the process of simplifying a limit. On the left, the limit $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ is shown. The numerator $x^2 - 4$ is highlighted in light blue, and the denominator $x - 2$ is highlighted in light purple. Red arrows point from the $x^2 - 4$ term to a 0 above and from the $x - 2$ term to a $\pm\infty$ below. This indicates the $0/0$ indeterminate form. On the right, the same limit is shown after factoring: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2}$. The $(x - 2)$ term in the numerator is highlighted in light blue, and the $x - 2$ term in the denominator is highlighted in light purple. Red arrows point from the $(x - 2)$ term in the numerator to a 0 above and from the $x - 2$ term in the denominator to a $\pm\infty$ below, showing that the common factor is canceled out.

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

0

$\pm\infty$

$$= \lim_{x \rightarrow 2}$$

$$\frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2}$$

4

0

$\pm\infty$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} x + 2$$

Diagram illustrating the simplification of the limit expression $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ using the difference of squares formula. The original expression is shown on the left, with the numerator $x^2 - 4$ and denominator $x - 2$ highlighted. Red arrows point from the numerator to 0 and from the denominator to $\pm\infty$. The middle expression shows the numerator factored into $(x + 2)(x - 2)$, with $(x + 2)$ highlighted in orange and $(x - 2)$ in blue. Red arrows point from $(x + 2)$ to 4 and from $(x - 2)$ to $\pm\infty$. The final expression shows the simplified limit $\lim_{x \rightarrow 2} x + 2$, with a red arrow pointing from the original denominator to 0 .

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} x + 2 = 4$$

The diagram illustrates the simplification of the limit expression. Red arrows indicate the following relationships:

- An arrow from the $x^2 - 4$ term in the numerator of the first fraction points to the number 0.
- An arrow from the $x - 2$ term in the denominator of the first fraction points to $\pm\infty$.
- An arrow from the $(x + 2)$ term in the numerator of the second fraction points to the number 4.
- An arrow from the $(x - 2)$ term in the denominator of the second fraction points to $\pm\infty$.
- An arrow from the $(x - 2)$ term in the denominator of the second fraction points to the number 0.

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} x + 2 = 4$$

The diagram illustrates the simplification of the limit expression $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$. Red arrows indicate the following mappings:

- From $x^2 - 4$ to 0
- From $x - 2$ to $\pm\infty$
- From $(x + 2)(x - 2)$ to 4
- From $x - 2$ to $\pm\infty$

Malheureusement, les outils à notre disposition pour lever les indéterminations sont essentiellement:

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} x + 2 = 4$$

Diagram illustrating the simplification of the limit expression $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$. The original expression is shown with $x^2 - 4$ in a blue box and $x - 2$ in a purple box. Red arrows point from these boxes to the values 0 and $\pm\infty$ respectively, indicating an indeterminate form. The expression is then factored into $\frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2}$, with $x + 2$ in an orange box and $x - 2$ in a purple box. Red arrows point from the orange box to the value 4 and from the purple box to $\pm\infty$. The final simplified expression is $\lim_{x \rightarrow 2} x + 2 = 4$, with a red arrow pointing from the original denominator's 0 to the final result 4.

Malheureusement, les outils à notre disposition pour lever les indéterminations sont essentiellement:

- Mise en évidence

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} x + 2 = 4$$

Diagram illustrating the simplification of the limit expression $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$. The original expression is shown as a fraction with a blue numerator $x^2 - 4$ and a purple denominator $x - 2$. Red arrows point from the numerator to the value 0 and from the denominator to the value $\pm\infty$. The expression is then simplified to $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2}$, where the numerator is factored into $(x + 2)$ (orange) and $(x - 2)$ (blue), and the denominator remains $x - 2$ (purple). Red arrows point from the $(x - 2)$ terms to the value 4 and from the remaining $(x + 2)$ term to the value 0. The final simplified expression is $\lim_{x \rightarrow 2} x + 2 = 4$.

Malheureusement, les outils à notre disposition pour lever les indéterminations sont essentiellement:

- Mise en évidence
- Division polynomiale

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} x + 2 = 4$$

Diagram illustrating the simplification of the limit expression $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$. The original expression is shown with a blue box around the numerator $x^2 - 4$ and a purple box around the denominator $x - 2$. Red arrows point from the blue box to the value 0 and from the purple box to the value $\pm\infty$. The expression is then simplified to $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2}$, where the factor $(x + 2)$ is highlighted in an orange box and the remaining $(x - 2)$ in the numerator is highlighted in a blue box. Red arrows point from the orange box to the value 4 and from the blue box to the value 0. The final simplified expression is $\lim_{x \rightarrow 2} x + 2 = 4$.

Malheureusement, les outils à notre disposition pour lever les indéterminations sont essentiellement:

- Mise en évidence
- Division polynomiale
- Le conjugué

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} x + 2 = 4$$

Diagram illustrating the simplification of the limit expression $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$. The original expression is shown with a blue box around the numerator $x^2 - 4$ and a purple box around the denominator $x - 2$. Red arrows point from the numerator to 0 and from the denominator to $\pm\infty$. The expression is then simplified to $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2}$, where the numerator is factored. Red arrows point from the $(x - 2)$ term in the numerator to 4 and from the $(x - 2)$ term in the denominator to $\pm\infty$. The final simplified expression is $\lim_{x \rightarrow 2} x + 2 = 4$, with a red arrow pointing from the original denominator to 0 .

Malheureusement, les outils à notre disposition pour lever les indéterminations sont essentiellement:

- Mise en évidence
- Division polynomiale
- Le conjugué
- Mettre sur le même dénominateur

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} x + 2 = 4$$

Diagram illustrating the simplification of the limit expression $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$. The numerator $x^2 - 4$ is factored into $(x + 2)(x - 2)$. The denominator is $x - 2$. The common factor $(x - 2)$ is canceled out, leaving $\lim_{x \rightarrow 2} (x + 2) = 4$. Red arrows indicate the flow of the simplification process: from the original expression to the factored form, and then to the simplified form. The original expression is labeled with 0 (numerator) and $\pm\infty$ (denominator). The factored form is labeled with 4 (numerator) and $\pm\infty$ (denominator). The simplified form is labeled with 0 (numerator) and $\pm\infty$ (denominator).

Malheureusement, les outils à notre disposition pour lever les indéterminations sont essentiellement:

- Mise en évidence
- Division polynomiale
- Le conjugué
- Mettre sur le même dénominateur

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin x} = ?$$

Les formes indéterminées

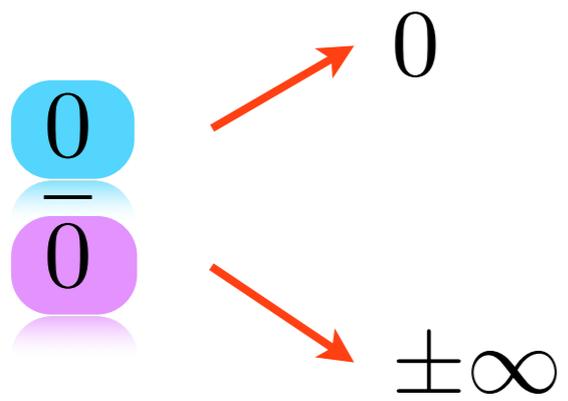
Les formes indéterminées

$$\frac{0}{0}$$

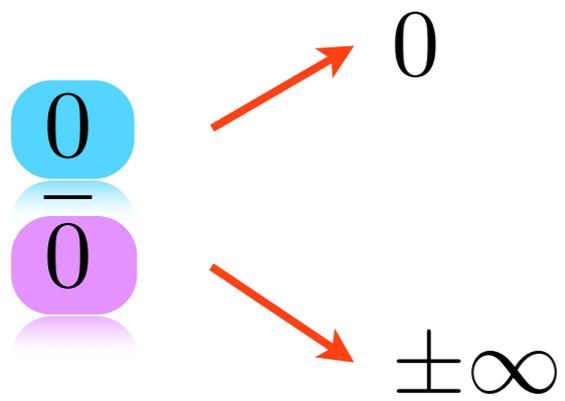
Les formes indéterminées

$$\frac{0}{0} \rightarrow 0$$

Les formes indéterminées

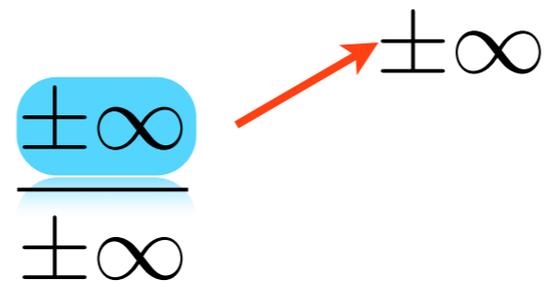
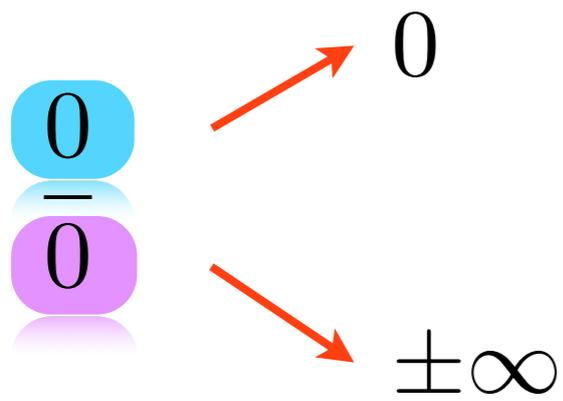


Les formes indéterminées

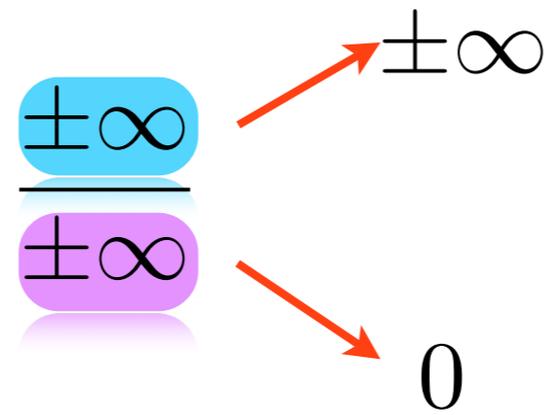
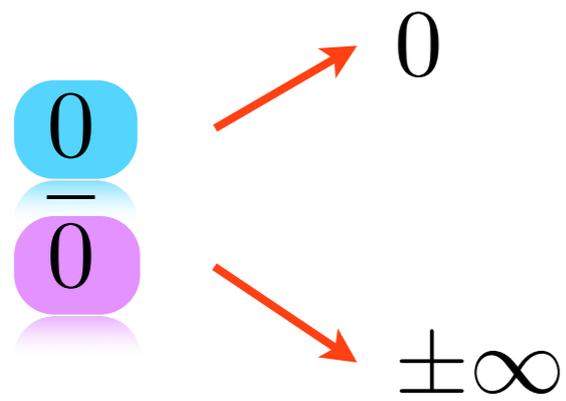


$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

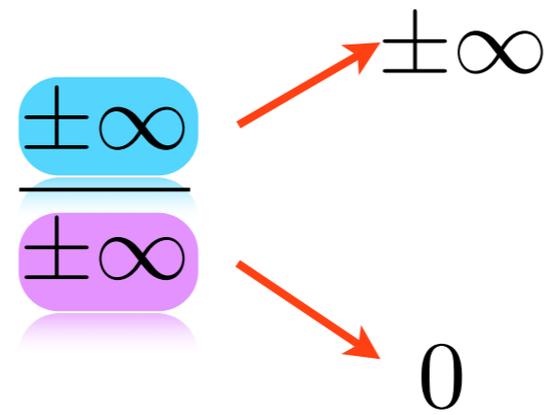
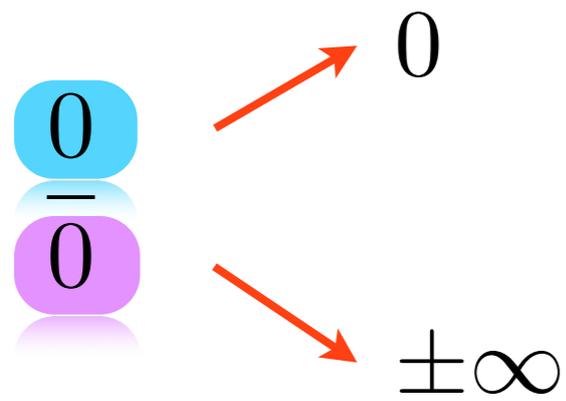
Les formes indéterminées



Les formes indéterminées

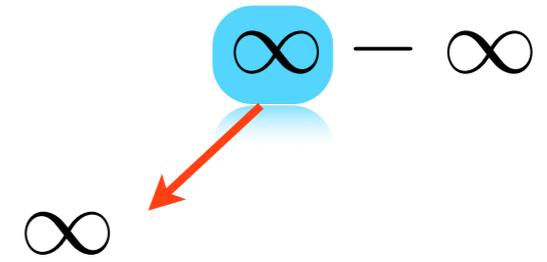
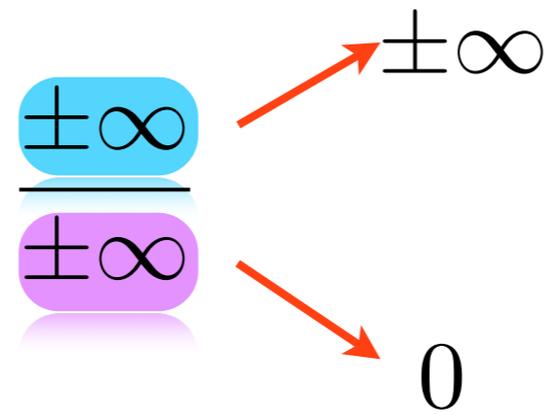
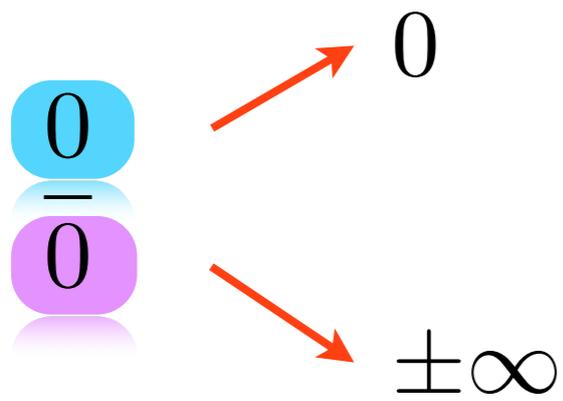


Les formes indéterminées

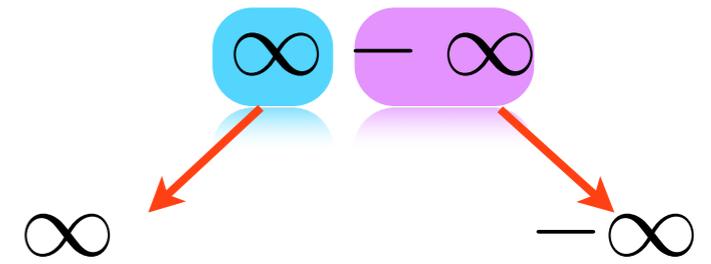
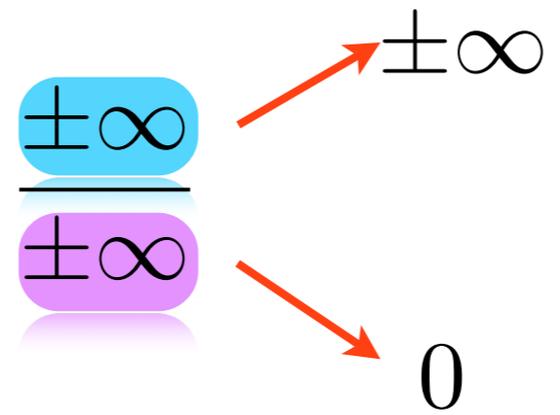
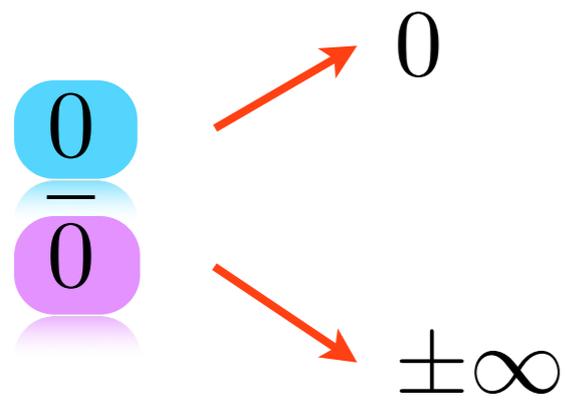


$$\infty - \infty$$

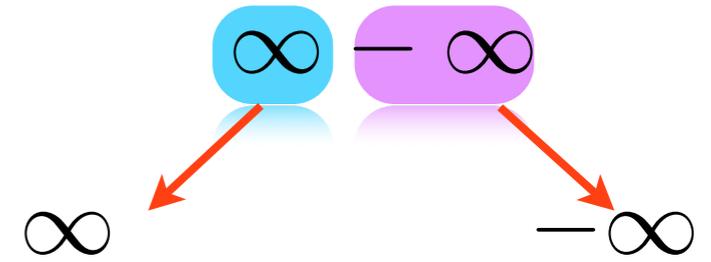
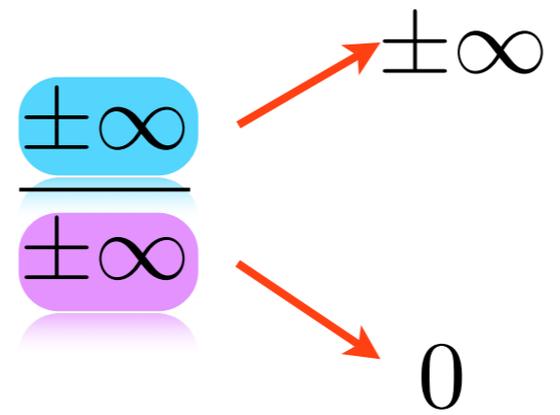
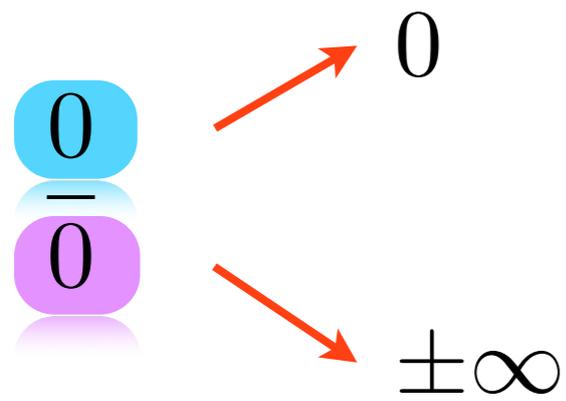
Les formes indéterminées



Les formes indéterminées

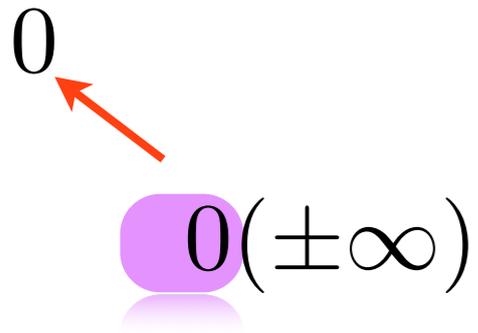
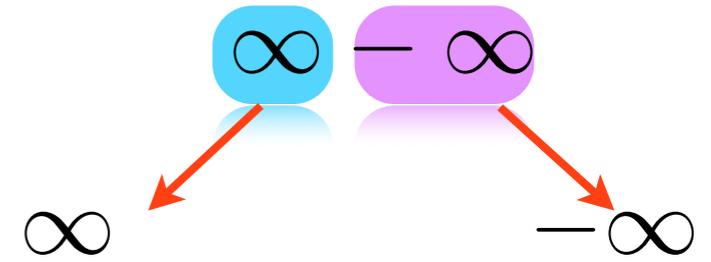
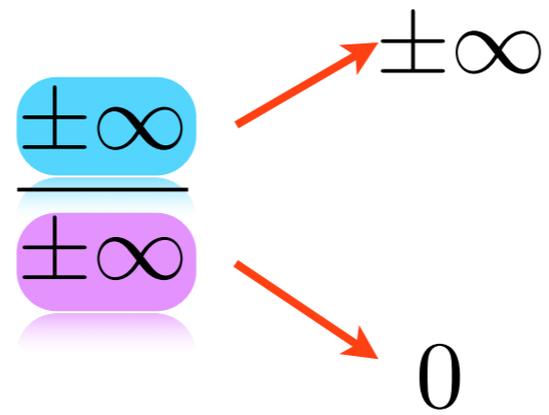
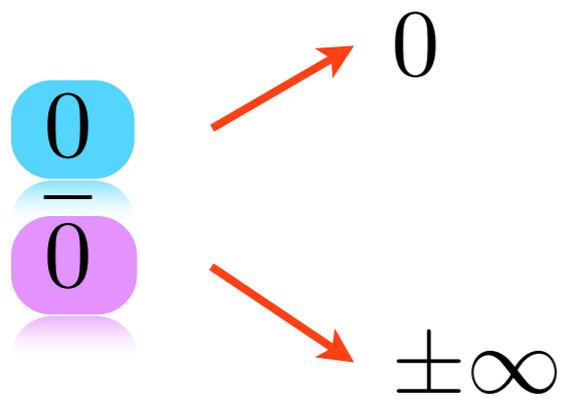


Les formes indéterminées

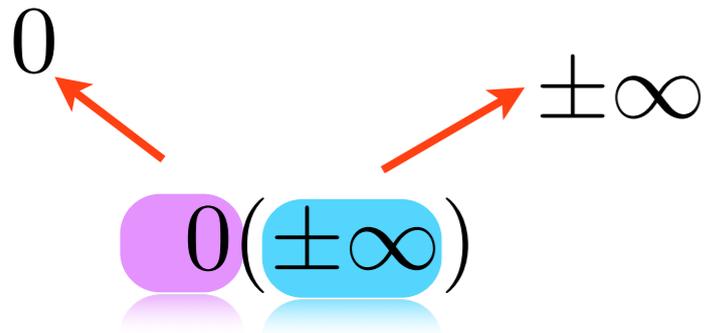
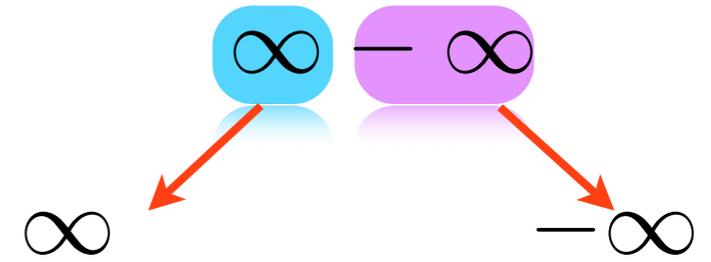
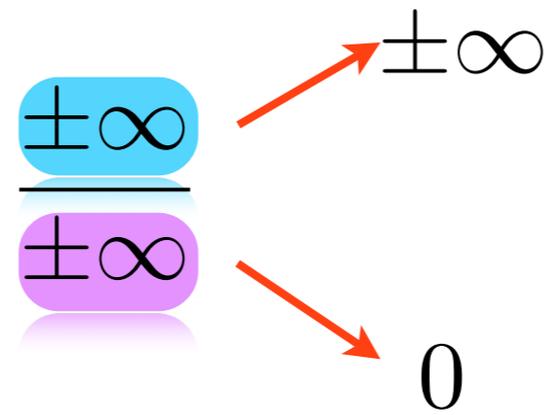
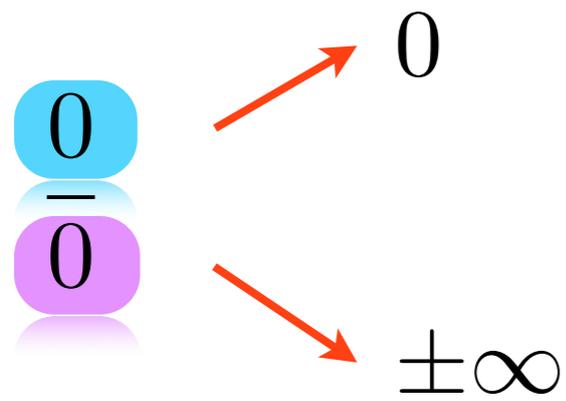


$0(\pm\infty)$

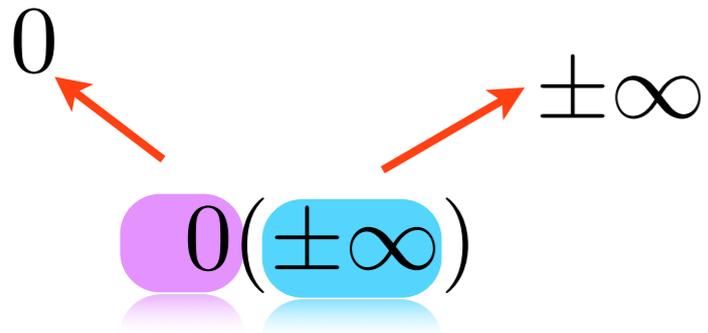
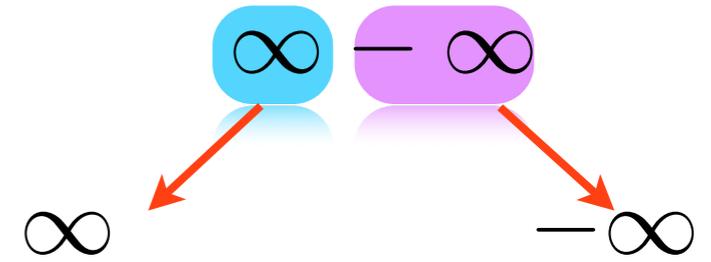
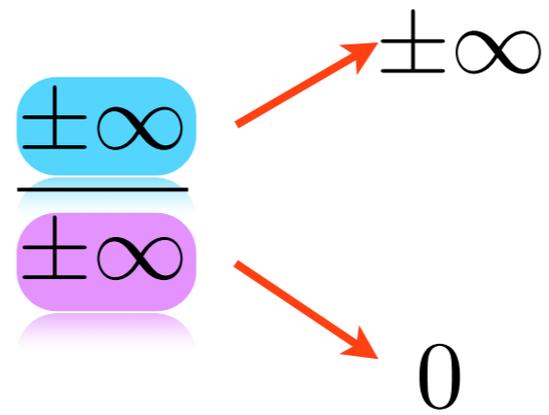
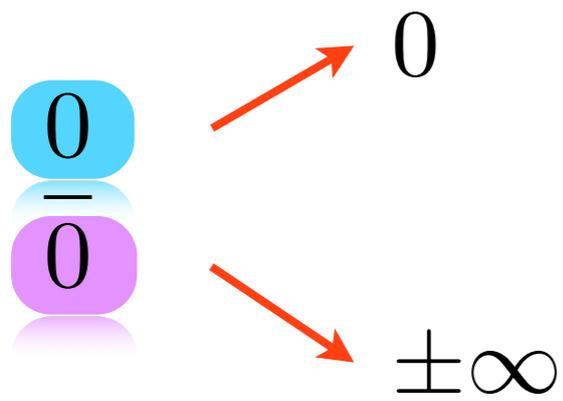
Les formes indéterminées



Les formes indéterminées

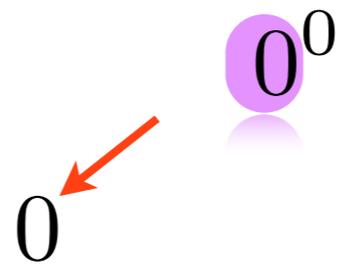
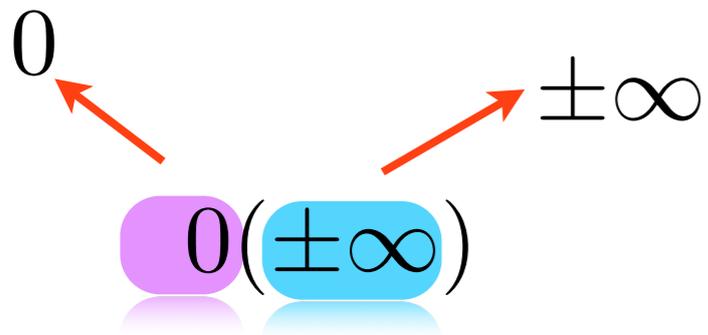
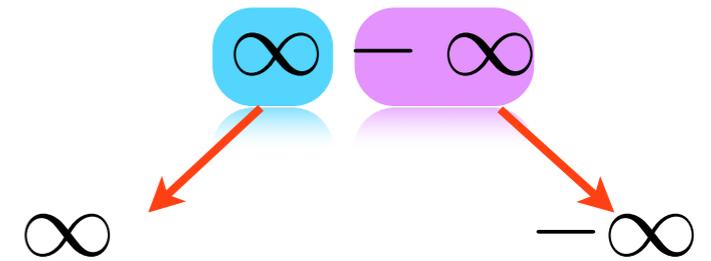
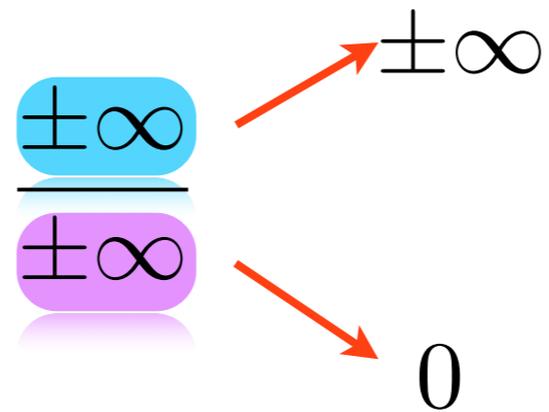
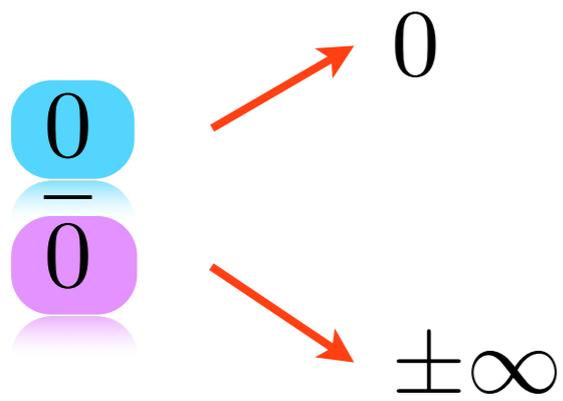


Les formes indéterminées

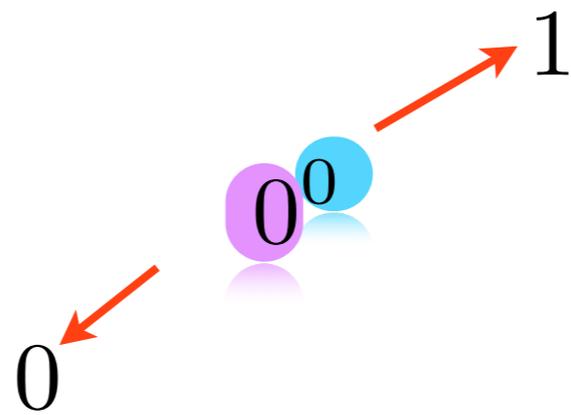
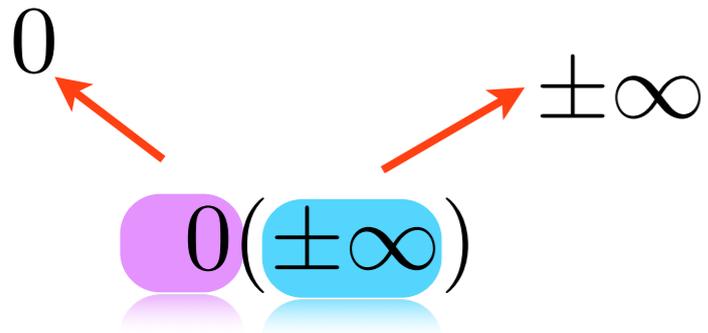
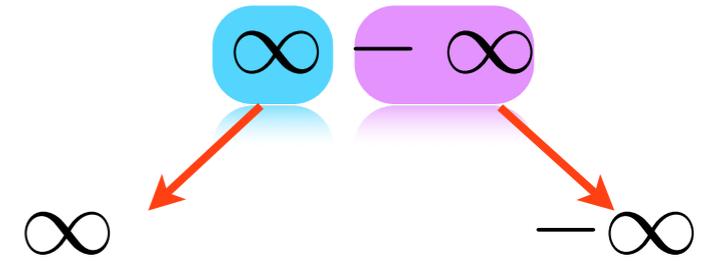
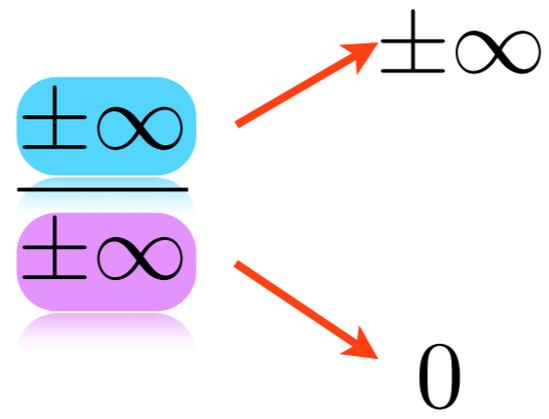
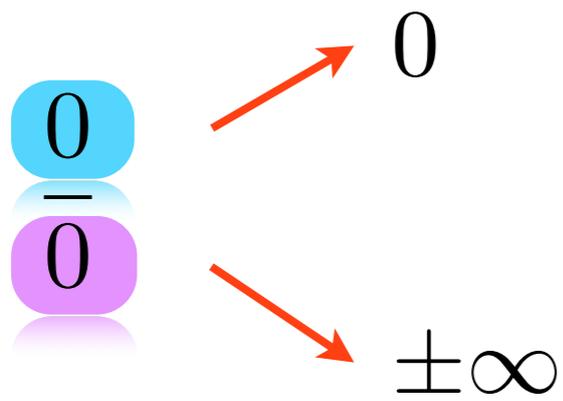


0^0

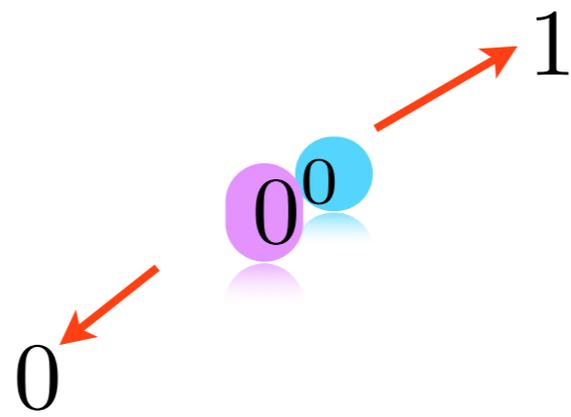
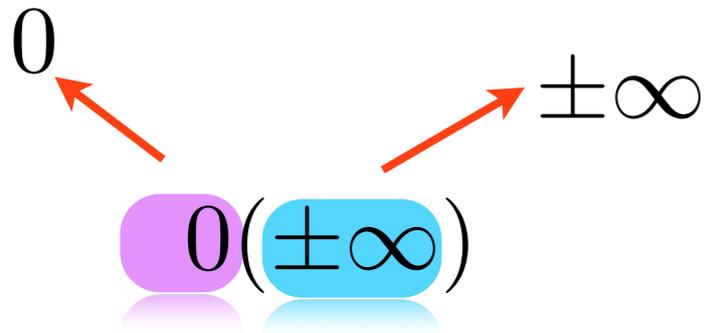
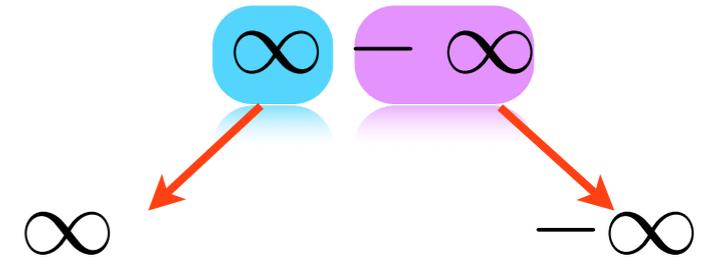
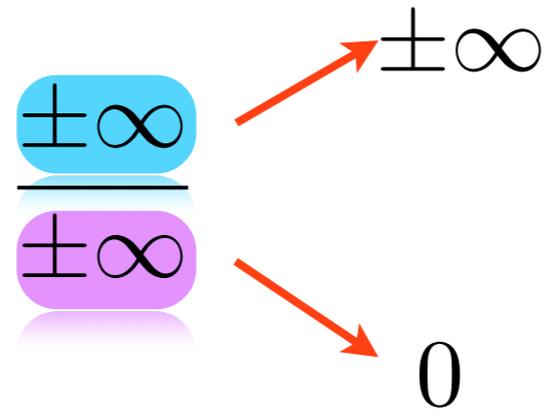
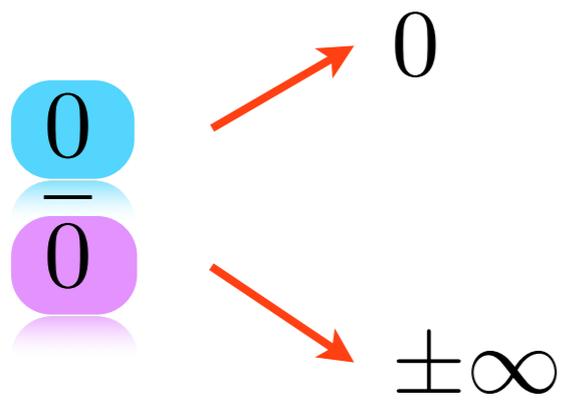
Les formes indéterminées



Les formes indéterminées

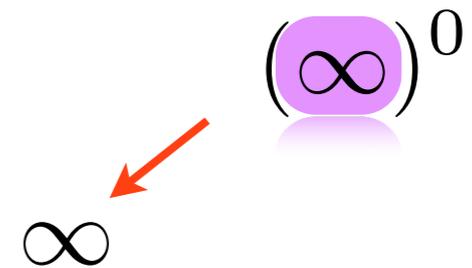
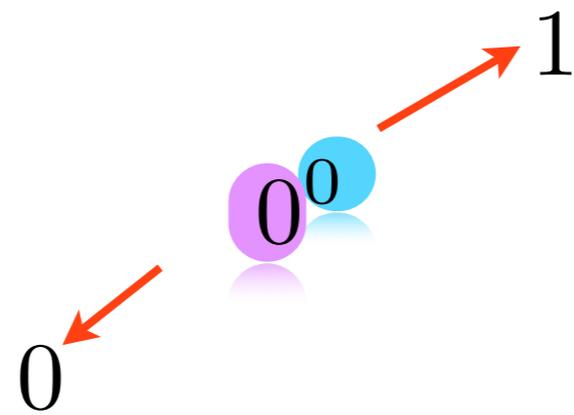
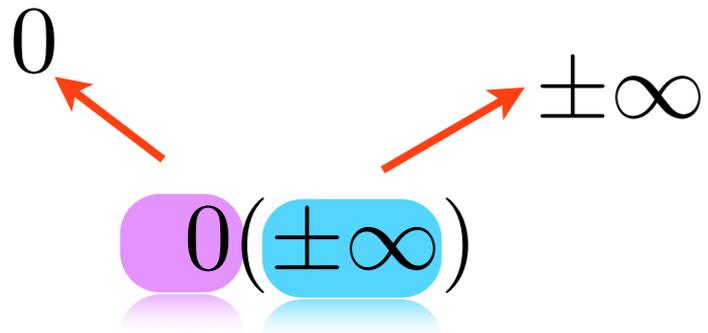
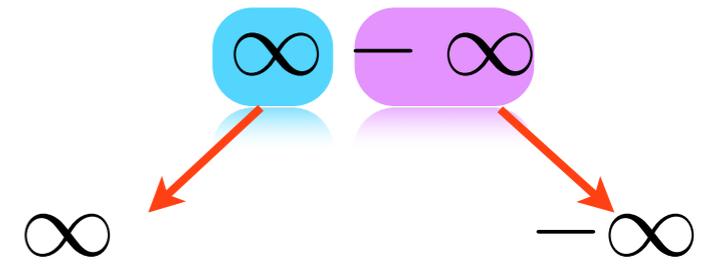
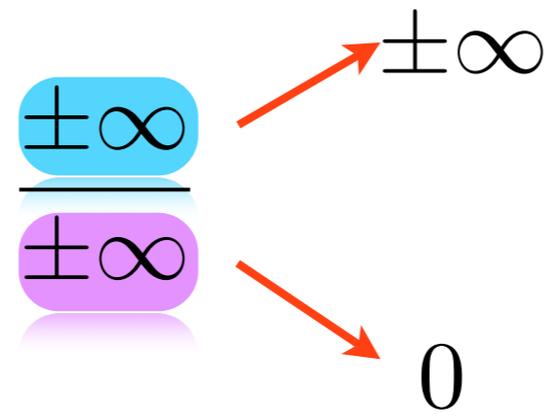
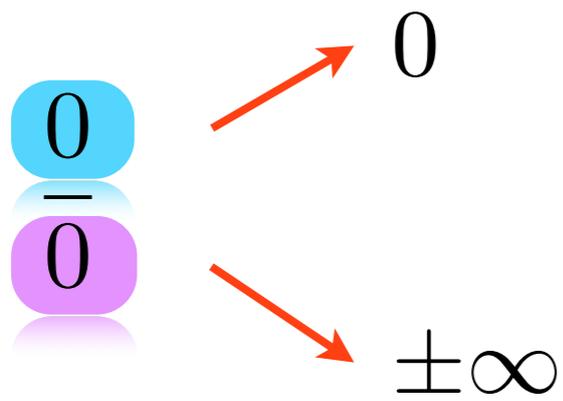


Les formes indéterminées

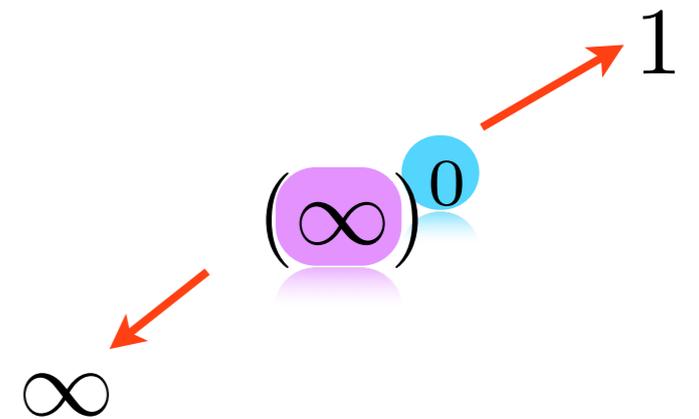
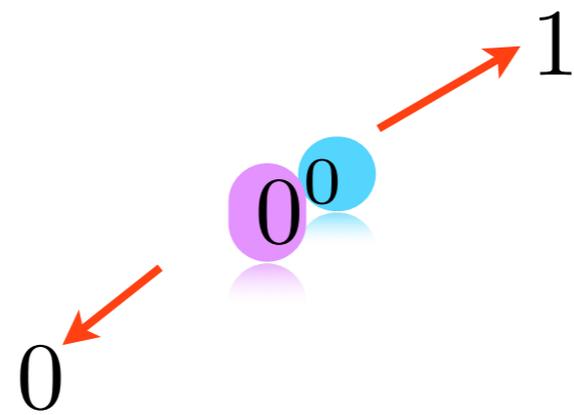
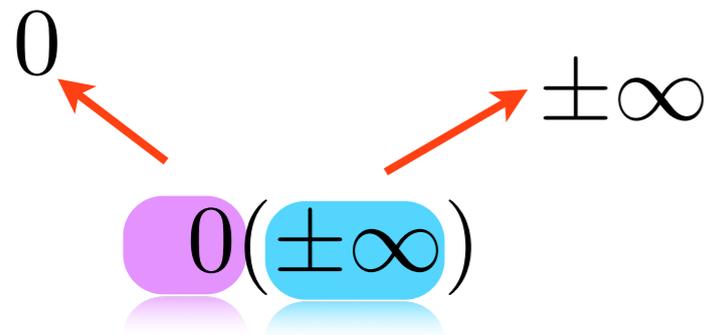
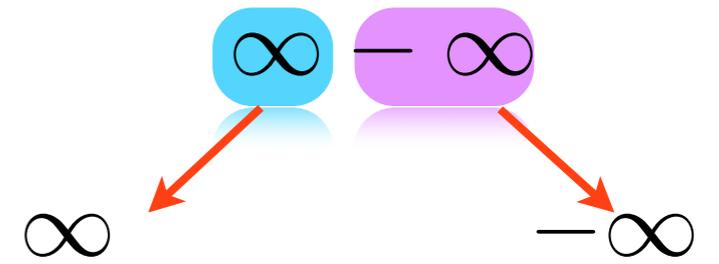
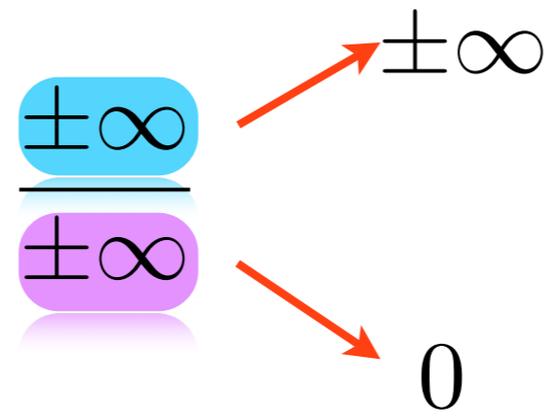
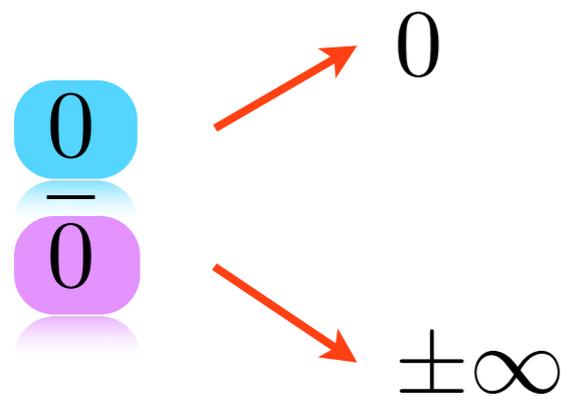


$$(\infty)^0$$

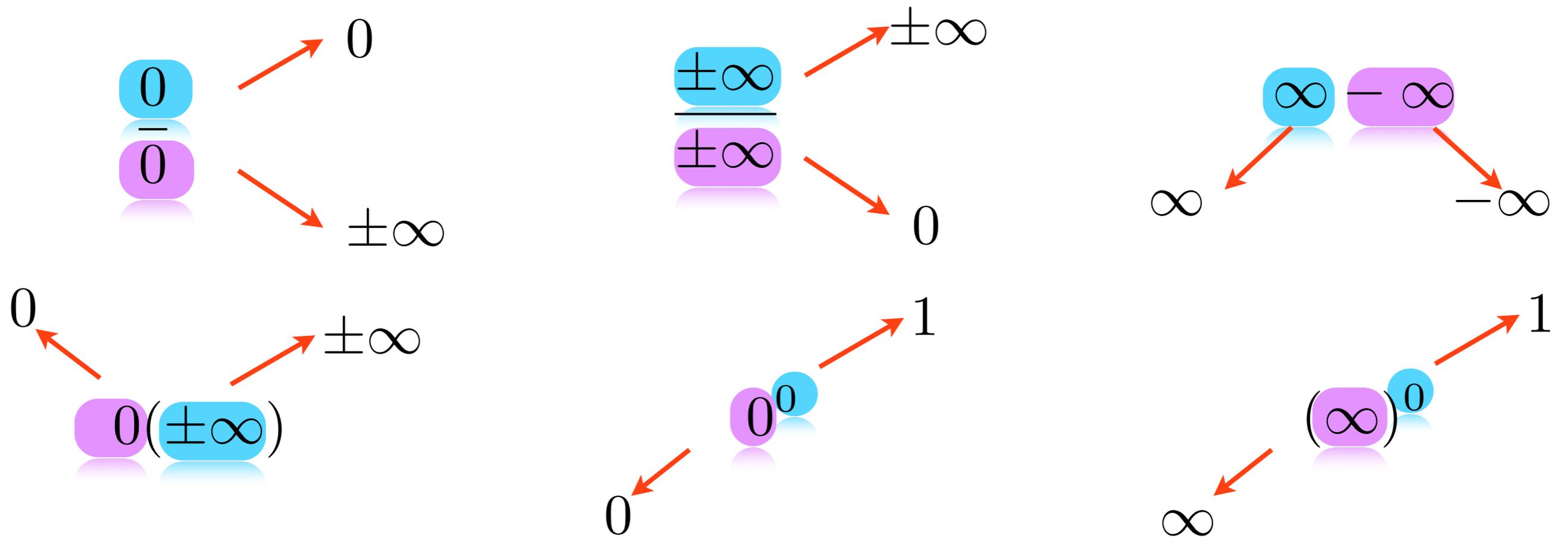
Les formes indéterminées



Les formes indéterminées

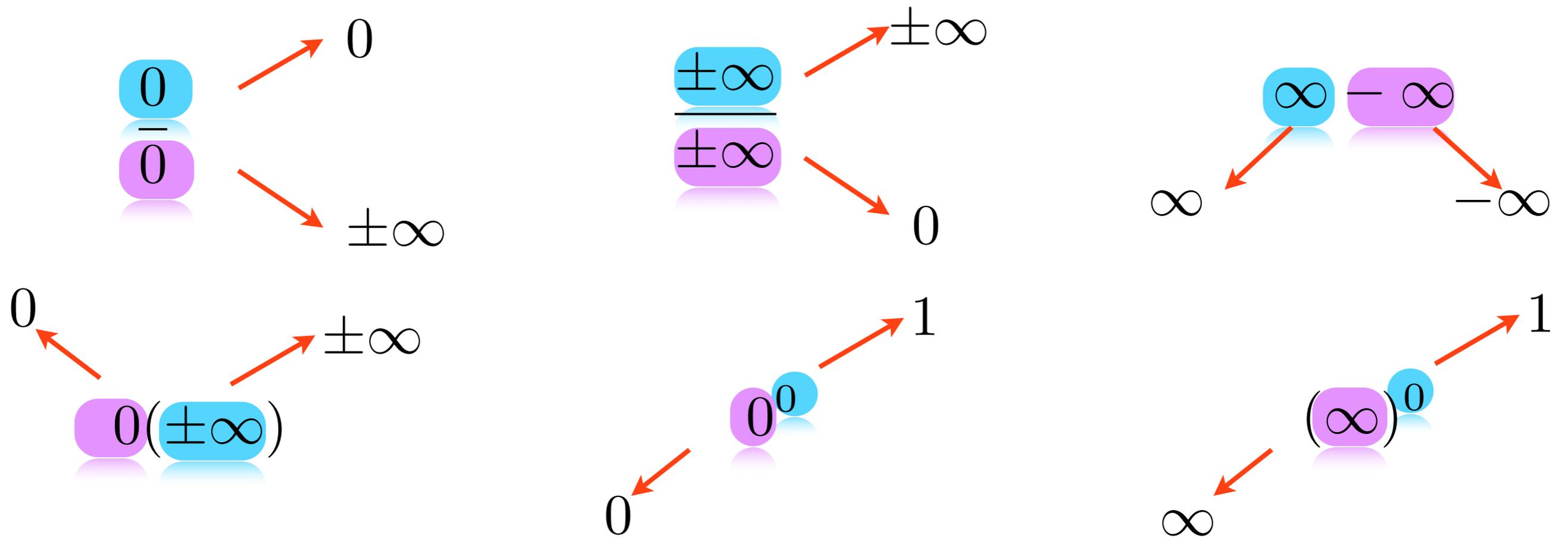


Les formes indéterminées



D'une certaine façon, lever une indétermination revient à déterminer laquelle des deux expressions va le plus vite vers sa limite

Les formes indéterminées



D'une certaine façon, lever une indétermination revient à déterminer laquelle des deux expressions va le plus vite vers sa limite

On peut donc s'attendre, dans une indétermination, à ce qu'il y ait un lien entre la limite d'un rapport de fonction et la limite du rapport de leurs dérivées.

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur] b, c [
telles que

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur] b, c [
telles que

1) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]b, c[$ telles que

$$1) \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]b, c[$ telles que

$$1) \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 \qquad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 \qquad \text{pour } a \in]b, c[$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $] b, c [$ telles que

- 1) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ pour $a \in] b, c [$
- 2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $] b, c [$ telles que

$$1) \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 \quad \text{pour } a \in] b, c [$$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

$$3) \quad g'(x) \neq 0 \quad x \in] b, c [\setminus \{a\}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $] b, c [$ telles que

$$1) \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 \quad \text{pour } a \in] b, c [$$

$$2) \quad f'(x) \quad \text{et} \quad g'(x) \quad \text{sont continues en } x = a$$

$$3) \quad g'(x) \neq 0 \quad x \in] b, c [\setminus \{a\}$$

$$\text{Alors} \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $] b, c [$ telles que

$$1) \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 \quad \text{pour } a \in] b, c [$$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

$$3) \quad g'(x) \neq 0 \quad x \in] b, c [\setminus \{a\}$$

Alors
$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $] b, c [$ telles que

$$1) \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 \quad \text{pour } a \in] b, c [$$

$$2) \quad f'(x) \quad \text{et} \quad g'(x) \quad \text{sont continues en } x = a$$

$$3) \quad g'(x) \neq 0 \quad x \in] b, c [\setminus \{a\}$$

$$\text{Alors} \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $] b, c [$ telles que

$$1) \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 \quad \text{pour } a \in] b, c [$$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

$$3) \quad g'(x) \neq 0 \quad x \in] b, c [\setminus \{a\}$$

Alors
$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $] b, c [$ telles que

1) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ pour $a \in] b, c [$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

3) $g'(x) \neq 0$ $x \in] b, c [\setminus \{a\}$

Alors
$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]b, c[$ telles que

1) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ pour $a \in]b, c[$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

3) $g'(x) \neq 0$ $x \in]b, c[\setminus \{a\}$

Alors
$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]b, c[$ telles que

1) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 = f(a)$ $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 = g(a)$ pour $a \in]b, c[$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

3) $g'(x) \neq 0$ $x \in]b, c[\setminus \{a\}$

Alors
$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]b, c[$ telles que

- 1) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ et $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = g(a)$ pour $a \in]b, c[$
- 2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$
- 3) $g'(x) \neq 0$ $x \in]b, c[\setminus \{a\}$

Alors
$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]b, c[$ telles que

1) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 = f(a)$ $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 = g(a)$ pour $a \in]b, c[$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

3) $g'(x) \neq 0$ $x \in]b, c[\setminus \{a\}$

Alors
$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} \frac{x - a}{x - a}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]b, c[$ telles que

1) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ et $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = g(a)$ pour $a \in]b, c[$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

3) $g'(x) \neq 0$ $x \in]b, c[\setminus \{a\}$

Alors
$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} \frac{x - a}{x - a}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]b, c[$ telles que

1) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 = f(a)$ $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 = g(a)$ pour $a \in]b, c[$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

3) $g'(x) \neq 0$ $x \in]b, c[\setminus \{a\}$

Alors

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} \frac{x - a}{x - a}$$

$$= \lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\frac{g(x) - g(a)}{x - a}}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]b, c[$ telles que

1) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 = f(a)$ $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 = g(a)$ pour $a \in]b, c[$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

3) $g'(x) \neq 0$ $x \in]b, c[\setminus \{a\}$

Alors
$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} \frac{x - a}{x - a} \\ &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\frac{g(x) - g(a)}{x - a}} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) - g(a)}{x - a}} \end{aligned}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]b, c[$ telles que

1) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 = f(a)$ $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 = g(a)$ pour $a \in]b, c[$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

3) $g'(x) \neq 0$ $x \in]b, c[\setminus \{a\}$

Alors
$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} \frac{x - a}{x - a} \\ &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\frac{g(x) - g(a)}{x - a}} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) - g(a)}{x - a}} \end{aligned}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]b, c[$ telles que

1) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 = f(a)$ $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 = g(a)$ pour $a \in]b, c[$

2) $f'(x)$ et $g'(x)$ sont continues en $x = a$

3) $g'(x) \neq 0$ $x \in]b, c[\setminus \{a\}$

Alors
$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} \frac{x - a}{x - a} \\ &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\frac{g(x) - g(a)}{x - a}} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) - g(a)}{x - a}} = \frac{f'(a)}{g'(a)} \end{aligned}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]b, c[$ telles que

$$1) \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 = f(a) \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 = g(a) \quad \text{pour } a \in]b, c[$$

$$2) \quad f'(x) \quad \text{et} \quad g'(x) \quad \text{sont continues en } x = a$$

$$3) \quad g'(x) \neq 0 \quad x \in]b, c[\setminus \{a\}$$

Alors
$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\frac{g(x) - g(a)}{x - a}} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) - g(a)}{x - a}} = \frac{f'(a)}{g'(a)}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $] b, c [$ telles que

$$1) \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 = f(a) \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 = g(a) \quad \text{pour } a \in] b, c [$$

$$2) \quad f'(x) \quad \text{et} \quad g'(x) \quad \text{sont continues en } x = a$$

$$3) \quad g'(x) \neq 0 \quad x \in] b, c [\setminus \{a\}$$

Alors

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\frac{g(x) - g(a)}{x - a}} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) - g(a)}{x - a}} = \frac{f'(a)}{g'(a)} \\ &= \frac{\lim_{x \rightarrow a} f'(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g'(x)} \end{aligned}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $] b, c [$ telles que

$$1) \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 = f(a) \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 = g(a) \quad \text{pour } a \in] b, c [$$

$$2) f'(x) \text{ et } g'(x) \text{ sont continues en } x = a$$

$$3) g'(x) \neq 0 \quad x \in] b, c [\setminus \{a\}$$

Alors
$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\frac{g(x) - g(a)}{x - a}} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) - g(a)}{x - a}} = \frac{f'(a)}{g'(a)}$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow a} f'(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g'(x)}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]b, c[$ telles que

$$1) \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 = f(a) \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 = g(a) \quad \text{pour } a \in]b, c[$$

$$2) f'(x) \text{ et } g'(x) \text{ sont continues en } x = a$$

$$3) g'(x) \neq 0 \quad x \in]b, c[\setminus \{a\}$$

Alors

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\frac{g(x) - g(a)}{x - a}} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) - g(a)}{x - a}} = \frac{f'(a)}{g'(a)}$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow a} f'(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g'(x)}$$

Théorème

Soient $f(x)$, $g(x)$ deux fonctions continues sur $]b, c[$ telles que

$$1) \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 = f(a) \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 = g(a) \quad \text{pour } a \in]b, c[$$

$$2) f'(x) \text{ et } g'(x) \text{ sont continues en } x = a$$

$$3) g'(x) \neq 0 \quad x \in]b, c[\setminus \{a\}$$

Alors
$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Preuve:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\frac{g(x) - g(a)}{x - a}} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) - g(a)}{x - a}} = \frac{f'(a)}{g'(a)}$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow a} f'(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g'(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Exemple

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 2} 4x\sqrt{x}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Example

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x}$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{\cos x}$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{\cos x} = \frac{2}{1}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{\cos x} = \frac{2}{1}$$

Example

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{\cos x} = \frac{2}{1}$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 1 - e^x}{x^2}$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{\cos x} = \frac{2}{1}$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 1 - e^x}{x^2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^x}{2x}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{\cos x} = \frac{2}{1}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 1 - e^x}{x^2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^x}{2x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-e^x}{2}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{\cos x} = \frac{2}{1}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 1 - e^x}{x^2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^x}{2x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-e^x}{2} = -\frac{1}{2}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{\cos x} = \frac{2}{1}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 1 - e^x}{x^2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^x}{2x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-e^x}{2} = -\frac{1}{2}$$

Example

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{\cos x} = \frac{2}{1}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 1 - e^x}{x^2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^x}{2x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-e^x}{2} = -\frac{1}{2}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{\cos x} = \frac{2}{1}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 1 - e^x}{x^2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^x}{2x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-e^x}{2} = -\frac{1}{2}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{1}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 2} 4x\sqrt{x} = 8\sqrt{2}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{\cos x} = \frac{2}{1}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 1 - e^x}{x^2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^x}{2x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-e^x}{2} = -\frac{1}{2}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{1} = 1$$

Exemple

Example

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 3x + 2}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 1}{2x - 3}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 1}{2x - 3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x}{2}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 1}{2x - 3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x}{2} = 3$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 1}{2x - 3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x}{2} = 3$$

NON!

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 1}{2x - 3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x}{2} = 3 \quad \text{NON!}$$

La règle de l'Hôpital est valide seulement si on est dans une
indétermination $\frac{0}{0}$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 1}{2x - 3}$$

~~$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x}{2} = 3$$~~

NON!

La règle de l'Hôpital est valide seulement si on est dans une
indétermination $\frac{0}{0}$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 1}{2x - 3} = \frac{4}{-1}$$

~~$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x}{2} = 3$$~~

NON!

La règle de l'Hôpital est valide seulement si on est dans une
indétermination $\frac{0}{0}$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 1}{2x - 3} = \frac{4}{-1}$$

~~$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x}{2} = 3$$~~

NON!

La règle de l'Hôpital est valide seulement si on est dans une
indétermination $\frac{0}{0}$

Remarque:

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 1}{2x - 3} = \frac{4}{-1}$$

~~$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x}{2} = 3$$~~

NON!

La règle de l'Hôpital est valide seulement si on est dans une indétermination $\frac{0}{0}$

Remarque:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 1}{2x - 3} = \frac{4}{-1}$$

~~$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x}{2} = 3$$~~

NON!

La règle de l'Hôpital est valide seulement si on est dans une indétermination $\frac{0}{0}$

Remarque:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} \neq \lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)'$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 1}{2x - 3} = \frac{4}{-1}$$

~~$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x}{2} = 3$$~~

NON!

La règle de l'Hôpital est valide seulement si on est dans une indétermination $\frac{0}{0}$

Remarque:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} \neq \lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)'$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 1}{2x - 3} = \frac{4}{-1}$$

~~$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x}{2} = 3$$~~

NON!

La règle de l'Hôpital est valide seulement si on est dans une indétermination $\frac{0}{0}$

Remarque:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} \neq \lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)'$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)} \neq \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Faites les exercices suivants

Faites # 3 a), b), c) e) et f)

La règle de l'Hôpital reste valide pour
les indéterminations de la forme

La règle de l'Hôpital reste valide pour
les indéterminations de la forme

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

La règle de l'Hôpital reste valide pour
les indéterminations de la forme

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

La démonstration est similaire, mais légèrement plus technique.

La règle de l'Hôpital reste valide pour
les indéterminations de la forme

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

La démonstration est similaire, mais légèrement plus technique.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$$

La règle de l'Hôpital reste valide pour les indéterminations de la forme

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

La démonstration est similaire, mais légèrement plus technique.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} \rightarrow \pm\infty$$

La règle de l'Hôpital reste valide pour les indéterminations de la forme

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

La démonstration est similaire, mais légèrement plus technique.

The diagram illustrates the limit process for an indeterminate form. It shows the expression $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ where the numerator $f(x)$ is highlighted in a light blue rounded rectangle and the denominator $g(x)$ is highlighted in a light purple rounded rectangle. Two red arrows originate from the fraction: one points upwards and to the right towards the symbol $\pm\infty$, and the other points downwards and to the right towards the symbol $\pm\infty$.

La règle de l'Hôpital reste valide pour les indéterminations de la forme

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

La démonstration est similaire, mais légèrement plus technique.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{\frac{1}{f(x)}}$$

La règle de l'Hôpital reste valide pour les indéterminations de la forme

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

La démonstration est similaire, mais légèrement plus technique.

The diagram illustrates the transformation of an indeterminate form. On the left, the limit $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ is shown. The numerator $f(x)$ is highlighted in a light blue rounded rectangle, and the denominator $g(x)$ is highlighted in a light purple rounded rectangle. Two red arrows originate from these boxes: one points from $f(x)$ to $\pm\infty$ above the fraction, and the other points from $g(x)$ to $\pm\infty$ below the fraction. This indicates that the original form is $\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$. An equals sign follows, leading to the transformed limit $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{1}{g(x)}}{\frac{1}{f(x)}}$. Here, the numerator $\frac{1}{g(x)}$ is highlighted in a light purple rounded rectangle, and the denominator $\frac{1}{f(x)}$ is highlighted in a light blue rounded rectangle. A red arrow points from $\frac{1}{g(x)}$ to the number 0 above the fraction, and another red arrow points from $\frac{1}{f(x)}$ to the number 0 below the fraction, indicating that the transformed form is $\frac{0}{0}$.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{1}{g(x)}}{\frac{1}{f(x)}}$$

La règle de l'Hôpital reste valide pour les indéterminations de la forme

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

La démonstration est similaire, mais légèrement plus technique.

The diagram illustrates the transformation of an indeterminate form. On the left, the limit $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ is shown. The numerator $f(x)$ is highlighted in a light blue rounded rectangle, and the denominator $g(x)$ is highlighted in a light purple rounded rectangle. An orange arrow points from $f(x)$ to $\pm\infty$ above it, and another orange arrow points from $g(x)$ to $\pm\infty$ below it. This is followed by an equals sign and the transformed limit $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{1}{g(x)}}{\frac{1}{f(x)}}$. The numerator $\frac{1}{g(x)}$ is highlighted in a light purple rounded rectangle, and the denominator $\frac{1}{f(x)}$ is highlighted in a light blue rounded rectangle. An orange arrow points from $\frac{1}{g(x)}$ to 0 above it, and another orange arrow points from $\frac{1}{f(x)}$ to 0 below it.

Exemple

Example

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{3x^2 - 4x + 1}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{3x^2 - 4x + 1}$$

$$\stackrel{\infty}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 3}{6x - 4}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{3x^2 - 4x + 1}$$

$$\stackrel{\infty}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 3}{6x - 4}$$

$$\stackrel{\infty}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{6}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{3x^2 - 4x + 1}$$

$$\stackrel{\infty}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 3}{6x - 4}$$

$$\stackrel{\infty}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{3x^2 - 4x + 1}$$

$$\stackrel{\infty}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 3}{6x - 4}$$

$$\stackrel{\infty}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Example

Example

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{3x^2 - 4x + 1}$$

$$\stackrel{\infty}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 3}{6x - 4}$$

$$\stackrel{\infty}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\cot x}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{3x^2 - 4x + 1} \stackrel{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 3}{6x - 4}$$

$$\stackrel{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\cot x} \stackrel{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{-\csc^2 x}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{3x^2 - 4x + 1} \stackrel{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 3}{6x - 4}$$

$$\stackrel{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\cot x} \stackrel{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{-\csc^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-\sin^2 x}{x}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{3x^2 - 4x + 1} \stackrel{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 3}{6x - 4}$$

$$\stackrel{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\cot x} \stackrel{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{-\csc^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-\sin^2 x}{x}$$

$$\stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-2 \sin x \cos x}{1}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{3x^2 - 4x + 1} \stackrel{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 3}{6x - 4}$$

$$\stackrel{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\cot x} \stackrel{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{-\csc^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-\sin^2 x}{x}$$

$$\stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-2 \sin x \cos x}{1} = 0$$

Il arrive très souvent qu'on puisse, à l'aide de manipulation algébrique, mettre une indétermination sous la forme

Il arrive très souvent qu'on puisse, à l'aide de manipulation algébrique, mettre une indétermination sous la forme

$$\frac{0}{0}$$

Il arrive très souvent qu'on puisse, à l'aide de manipulation algébrique, mettre une indétermination sous la forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

Il arrive très souvent qu'on puisse, à l'aide de manipulation algébrique, mettre une indétermination sous la forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

afin de pouvoir utiliser la règle de l'Hôpital.

Il arrive très souvent qu'on puisse, à l'aide de manipulation algébrique, mettre une indétermination sous la forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

afin de pouvoir utiliser la règle de l'Hôpital.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} - \frac{1}{g(x)}$$

Il arrive très souvent qu'on puisse, à l'aide de manipulation algébrique, mettre une indétermination sous la forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

afin de pouvoir utiliser la règle de l'Hôpital.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} - \frac{1}{g(x)}$$


Il arrive très souvent qu'on puisse, à l'aide de manipulation algébrique, mettre une indétermination sous la forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

afin de pouvoir utiliser la règle de l'Hôpital.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} - \frac{1}{g(x)}$$


The diagram illustrates the limit expression $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} - \frac{1}{g(x)}$. The functions $f(x)$ and $g(x)$ in the denominators are highlighted with purple rounded rectangles. Red arrows point from the bottom of these boxes to the number 0 below them, indicating that both $f(x)$ and $g(x)$ approach 0 as x approaches a , resulting in an indeterminate form.

Il arrive très souvent qu'on puisse, à l'aide de manipulation algébrique, mettre une indétermination sous la forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

afin de pouvoir utiliser la règle de l'Hôpital.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} - \frac{1}{g(x)}$$

$\pm\infty$

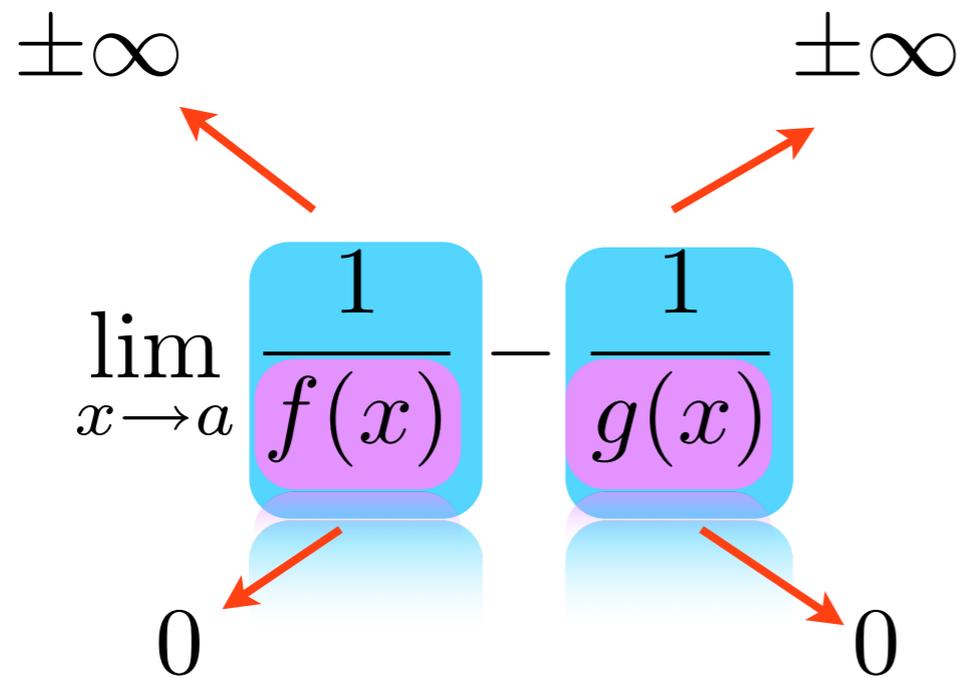
0

0

Il arrive très souvent qu'on puisse, à l'aide de manipulation algébrique, mettre une indétermination sous la forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

afin de pouvoir utiliser la règle de l'Hôpital.



Il arrive très souvent qu'on puisse, à l'aide de manipulation algébrique, mettre une indétermination sous la forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

afin de pouvoir utiliser la règle de l'Hôpital.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} - \frac{1}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) - f(x)}{f(x)g(x)}$$

Il arrive très souvent qu'on puisse, à l'aide de manipulation algébrique, mettre une indétermination sous la forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

afin de pouvoir utiliser la règle de l'Hôpital.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} - \frac{1}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) - f(x)}{f(x)g(x)}$$

Il arrive très souvent qu'on puisse, à l'aide de manipulation algébrique, mettre une indétermination sous la forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

afin de pouvoir utiliser la règle de l'Hôpital.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} - \frac{1}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) - f(x)}{f(x)g(x)}$$

The diagram illustrates the transformation of the limit expression. On the left, the expression $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} - \frac{1}{g(x)}$ is shown. The numerators '1' are highlighted in blue boxes, and the denominators $f(x)$ and $g(x)$ are highlighted in purple boxes. Red arrows point from the '1's to $\pm\infty$ and from the $f(x)$ and $g(x)$ boxes to 0. A minus sign is placed between the two fractions. This is followed by an equals sign and the transformed expression $\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) - f(x)}{f(x)g(x)}$. The numerator $g(x) - f(x)$ and denominator $f(x)g(x)$ are highlighted in purple boxes. Red arrows point from the numerator to 0 and from the denominator to 0.

Example

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x}$$

Example

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \cos x}{\cos x \left(\frac{\pi}{2} - x \right)} \end{aligned}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \cos x}{\cos x \left(\frac{\pi}{2} - x \right)}$$

Exemple

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \cos x}{\cos x \left(\frac{\pi}{2} - x \right)}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \cos x}{\cos x \left(\frac{\pi}{2} - x \right)}$$

$$\stackrel{0}{=} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\cos x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \sin x + \sin x}{-\sin x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \cos x}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \cos x}{\cos x \left(\frac{\pi}{2} - x \right)}$$

$$\stackrel{0/0}{=} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\cos x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \sin x + \sin x}{-\sin x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \cos x}$$

$$\stackrel{0/0}{=} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{-\sin x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \cos x}{-\cos x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) + \sin x + \sin x}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \cos x}{\cos x \left(\frac{\pi}{2} - x \right)}$$

$$\stackrel{0/0}{=} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\cos x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \sin x + \sin x}{-\sin x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \cos x}$$

$$\stackrel{0/0}{=} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{-\sin x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \cos x}{-\cos x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) + \sin x + \sin x}$$

$$= \frac{0}{0 + 1 + 1}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \cos x}{\cos x \left(\frac{\pi}{2} - x \right)}$$

$$\stackrel{0/0}{=} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\cos x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \sin x + \sin x}{-\sin x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \cos x}$$

$$\stackrel{0/0}{=} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{-\sin x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - \cos x}{-\cos x \left(\frac{\pi}{2} - x \right) + \sin x + \sin x}$$

$$= \frac{0}{0 + 1 + 1} = 0$$

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0}$$

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

est de d'évaluer le logarithme de la limite.

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

est de d'évaluer le logarithme de la limite.

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)}$$

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

est de d'évaluer le logarithme de la limite.

0



$$\lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)}$$

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

est de d'évaluer le logarithme de la limite.

The diagram illustrates the process of evaluating the limit of a fraction. It shows the expression $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$. The numerator $f(x)$ is highlighted in a light blue rounded rectangle, and the denominator $g(x)$ is highlighted in a light purple rounded rectangle. Two red arrows originate from the top of these boxes: one points to a '0' above the numerator, and the other points to a '0' above the denominator, indicating that both the numerator and denominator approach zero as x approaches a .

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

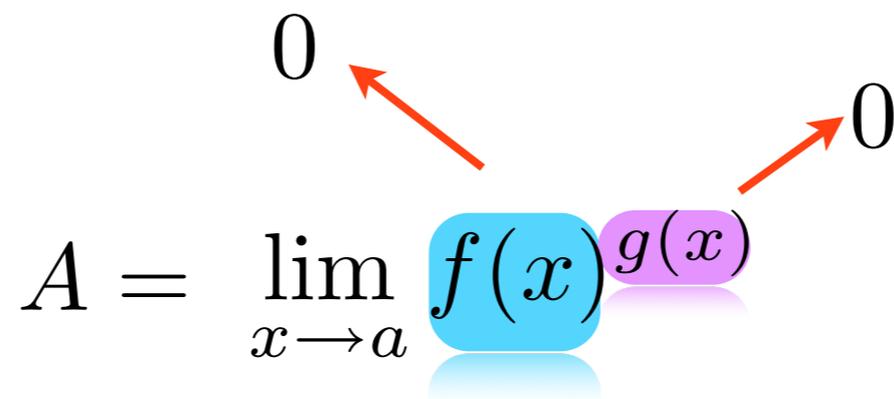
est de d'évaluer le logarithme de la limite.

$$A = \lim_{x \rightarrow a} \underbrace{f(x)}_{0} \underbrace{g(x)}_{0}$$

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

est de d'évaluer le logarithme de la limite.

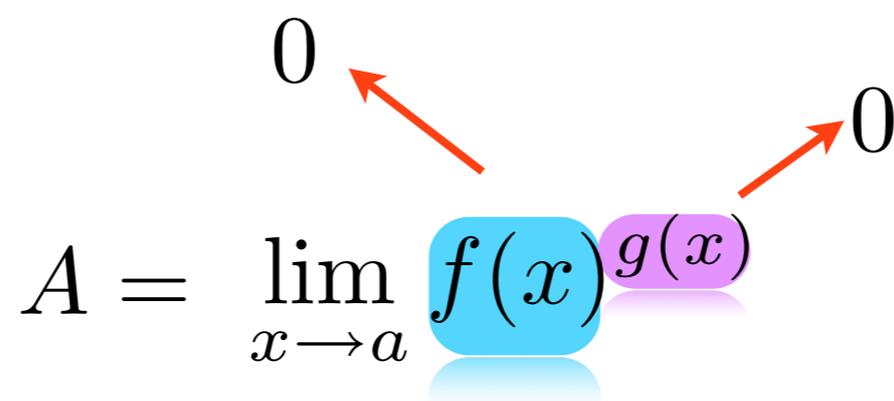
$$A = \lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)}$$


$$\ln A = \ln \left(\lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)} \right)$$

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

est de d'évaluer le logarithme de la limite.

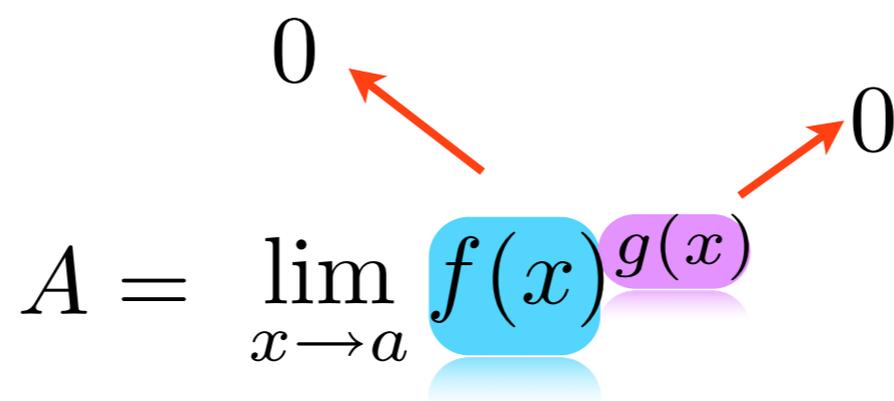
$$A = \lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)}$$


$$\ln A = \ln \left(\lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)} \right) = \lim_{x \rightarrow a} \ln \left(f(x)^{g(x)} \right)$$

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

est de d'évaluer le logarithme de la limite.

$$A = \lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)}$$


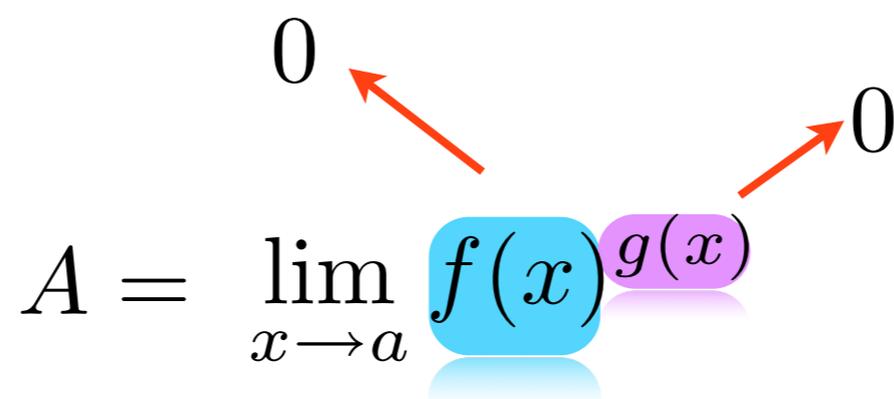
$$\ln A = \ln \left(\lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)} \right) = \lim_{x \rightarrow a} \ln \left(f(x)^{g(x)} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow a} g(x) \ln f(x)$$

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

est de d'évaluer le logarithme de la limite.

$$A = \lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)}$$


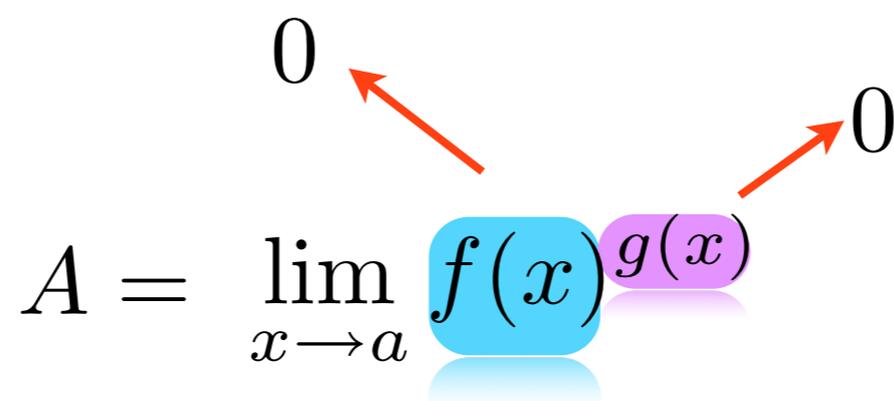
$$\ln A = \ln \left(\lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)} \right) = \lim_{x \rightarrow a} \ln \left(f(x)^{g(x)} \right)$$

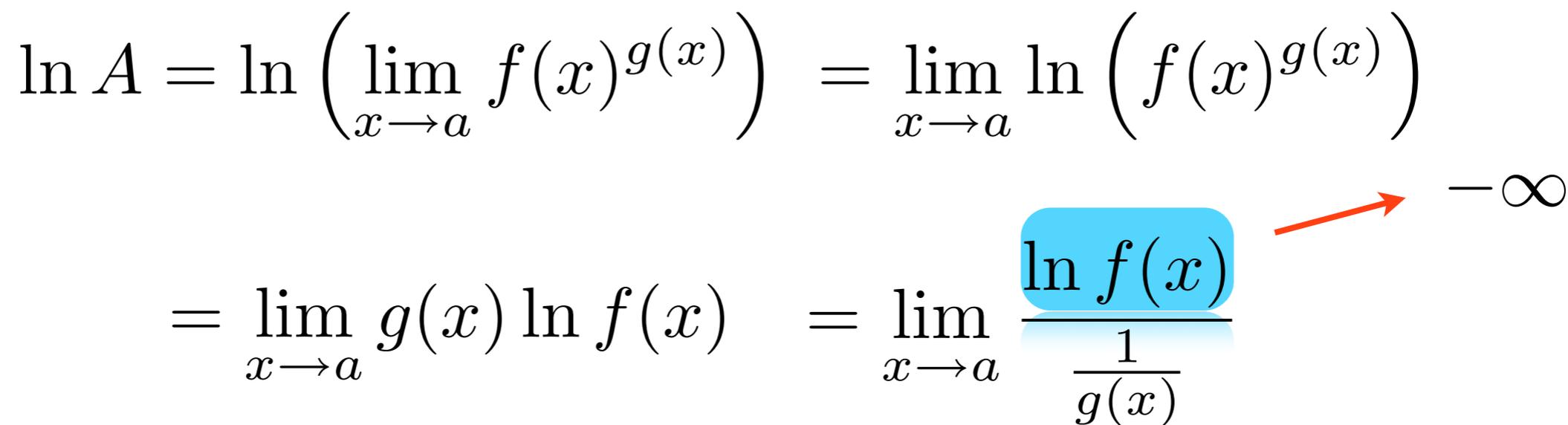
$$= \lim_{x \rightarrow a} g(x) \ln f(x) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\ln f(x)}{\frac{1}{g(x)}}$$

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

est de d'évaluer le logarithme de la limite.

$$A = \lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)}$$


$$\begin{aligned} \ln A &= \ln \left(\lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)} \right) = \lim_{x \rightarrow a} \ln \left(f(x)^{g(x)} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow a} g(x) \ln f(x) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\ln f(x)}{\frac{1}{g(x)}} \end{aligned}$$


Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

est de d'évaluer le logarithme de la limite.

$$A = \lim_{x \rightarrow a} \underbrace{f(x)}_{0} \underbrace{g(x)}_{0}$$

$$\begin{aligned} \ln A &= \ln \left(\lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)} \right) = \lim_{x \rightarrow a} \ln \left(f(x)^{g(x)} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow a} g(x) \ln f(x) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\ln f(x)}{\frac{1}{g(x)}} \end{aligned}$$

$-\infty$
 $\pm\infty$

Une autre astuce pour ramener une forme indéterminée à une forme

$$\frac{0}{0} \quad \text{ou} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

est de d'évaluer le logarithme de la limite.

$$A = \lim_{x \rightarrow a} \underbrace{f(x)}_{0} \underbrace{g(x)}_{0}$$

$$\begin{aligned} \ln A &= \ln \left(\lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)} \right) = \lim_{x \rightarrow a} \ln \left(f(x)^{g(x)} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow a} g(x) \ln f(x) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\ln f(x)}{\frac{1}{g(x)}} \end{aligned}$$

$\xrightarrow{\quad} -\infty$
 $\xrightarrow{\quad} \pm\infty$

$$A = e^{\ln A}$$

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$$

Example

Posons $A = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$

Exemple

Posons $A = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

Exemple

Posons $A = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln ((\sin x)^x)$$

Exemple

Posons $A = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln ((\sin x)^x)$$


Exemple

Posons $A = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln ((\sin x)^x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln (\sin x)$$

Exemple

Posons $A = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln ((\sin x)^x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln (\sin x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

Exemple

Posons $A = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln ((\sin x)^x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln (\sin x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

Exemple

Posons $A = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln ((\sin x)^x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln (\sin x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{-\infty}{\parallel} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-\frac{1}{x^2}}$$

Exemple

Posons $A = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln ((\sin x)^x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln (\sin x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{-\infty}{\infty} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{x^2 \cos x}{\sin x}$$

Exemple

Posons $A = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln ((\sin x)^x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln (\sin x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{x^2 \cos x}{\sin x}$$

$$\stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{2x \cos x - x^2 \sin x}{\cos x}$$

Exemple

Posons $A = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln ((\sin x)^x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln (\sin x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{x^2 \cos x}{\sin x}$$

$$\stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{2x \cos x - x^2 \sin x}{\cos x} = \frac{0}{1}$$

Exemple

Posons $A = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln ((\sin x)^x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln (\sin x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{x^2 \cos x}{\sin x}$$

$$\stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{2x \cos x - x^2 \sin x}{\cos x} = \frac{0}{1} = 0$$

Exemple

$$\text{Posons } A = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln ((\sin x)^x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln (\sin x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{x^2 \cos x}{\sin x}$$

$$\stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{2x \cos x - x^2 \sin x}{\cos x} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x = A$$

Exemple

$$\text{Posons } A = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln ((\sin x)^x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln (\sin x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{x^2 \cos x}{\sin x}$$

$$\stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{2x \cos x - x^2 \sin x}{\cos x} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x = A = e^{\ln A}$$

Exemple

$$\text{Posons } A = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln ((\sin x)^x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln (\sin x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{x^2 \cos x}{\sin x}$$

$$\stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{2x \cos x - x^2 \sin x}{\cos x} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x = A = e^{\ln A}$$

Exemple

$$\text{Posons } A = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln ((\sin x)^x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln (\sin x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{x^2 \cos x}{\sin x}$$

$$\stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{2x \cos x - x^2 \sin x}{\cos x} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x = A = e^{\ln A} = e^0$$

Exemple

$$\text{Posons } A = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln ((\sin x)^x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln (\sin x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{x^2 \cos x}{\sin x}$$

$$\stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{2x \cos x - x^2 \sin x}{\cos x} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x = A = e^{\ln A} = e^0$$

Exemple

$$\text{Posons } A = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$$

et puisque $A = e^{\ln A}$, calculons

$$\ln A = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln ((\sin x)^x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln (\sin x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \sin x}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{\frac{-\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{x^2 \cos x}{\sin x}$$

$$\stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{2x \cos x - x^2 \sin x}{\cos x} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x = A = e^{\ln A} = e^0 = 1$$

Faites les exercices suivants

#4 a) et b)

#5 a) et b)

6 a) et b)

Aujourd'hui, nous avons vu

un projet de loi sur la sécurité des données

Aujourd'hui, nous avons vu

- ✓ Révision des règles de dérivation

Aujourd'hui, nous avons vu

- ✓ Révision des règles de dérivation
- ✓ Dérivée logarithmique

Aujourd'hui, nous avons vu

✓ Révision des règles de dérivation

✓ Dérivée logarithmique $x = e^{\ln x}$

Aujourd'hui, nous avons vu

- ✓ Révision des règles de dérivation
- ✓ Dérivée logarithmique $x = e^{\ln x}$
- ✓ Règle de l'Hôpital

Aujourd'hui, nous avons vu

- ✓ Révision des règles de dérivation
- ✓ Dérivée logarithmique $x = e^{\ln x}$
- ✓ Règle de l'Hôpital

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Aujourd'hui, nous avons vu

- ✓ Révision des règles de dérivation
- ✓ Dérivée logarithmique $x = e^{\ln x}$
- ✓ Règle de l'Hôpital

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} \stackrel{\frac{\pm\infty}{\pm\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Devoir:

Section 1.1