1.4 SOMME

cours 4

Au dernier cours, nous avons vu

Au dernier cours, nous avons vu

- ✓ La différentielle

Au dernier cours, nous avons vu

- ✓ La différentielle
- ✓ Le changement de variable

Au dernier cours, nous avons vu

- ✓ La différentielle
- ✓ Le changement de variable

Aujourd'hui, nous allons voir

Aujourd'hui, nous allons voir

✓ La notation sigma

Aujourd'hui, nous allons voir

- ✓ La notation sigma
- ✓ Des règles de sommation

Aujourd'hui, nous allons voir

- ✓ La notation sigma
- ✓ Des règles de sommation
- ✓ Le calcul de certaines sommations.

Comme nous le verrons bientôt le symbole

Comme nous le verrons bientôt le symbole

$$\int$$

Comme nous le verrons bientôt le symbole

$$\int$$

est un « s » allongé et fait référence à la première lettre de somme.

Comme nous le verrons bientôt le symbole

$$\int$$

est un « s » allongé et fait référence à la première lettre de somme.

Mais avant de voir ça, étudions une autre notation.

$$1 + 2$$

$$1+2$$

$$1+2+3$$

$$1 + 2$$

$$1 + 2 + 3$$

$$1 + 2 + 3 + 4$$

$$1 + 2$$

$$1 + 2 + 3$$

$$1 + 2 + 3 + 4$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

$$1+2$$

$$1+2+3$$

$$1+2+3+4$$

$$1+2+3+4+5$$

$$\vdots$$

$$1+2$$

$$1+2+3$$

$$1+2+3+4$$

$$1+2+3+4+5$$

$$\vdots$$

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10$$

$$1+2$$

$$1+2+3$$

$$1+2+3+4$$

$$1+2+3+4+5$$

$$\vdots$$

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10$$

On comprend assez bien la règle, mais ça serait bien d'avoir une notation pour l'écrire de manière plus compacte.

$$\sum_{i=r}^{n} a_i$$

Une somme

$$\boxed{\sum_{i=r}^{n}} a_i$$

Une somme

L'indice de la somme

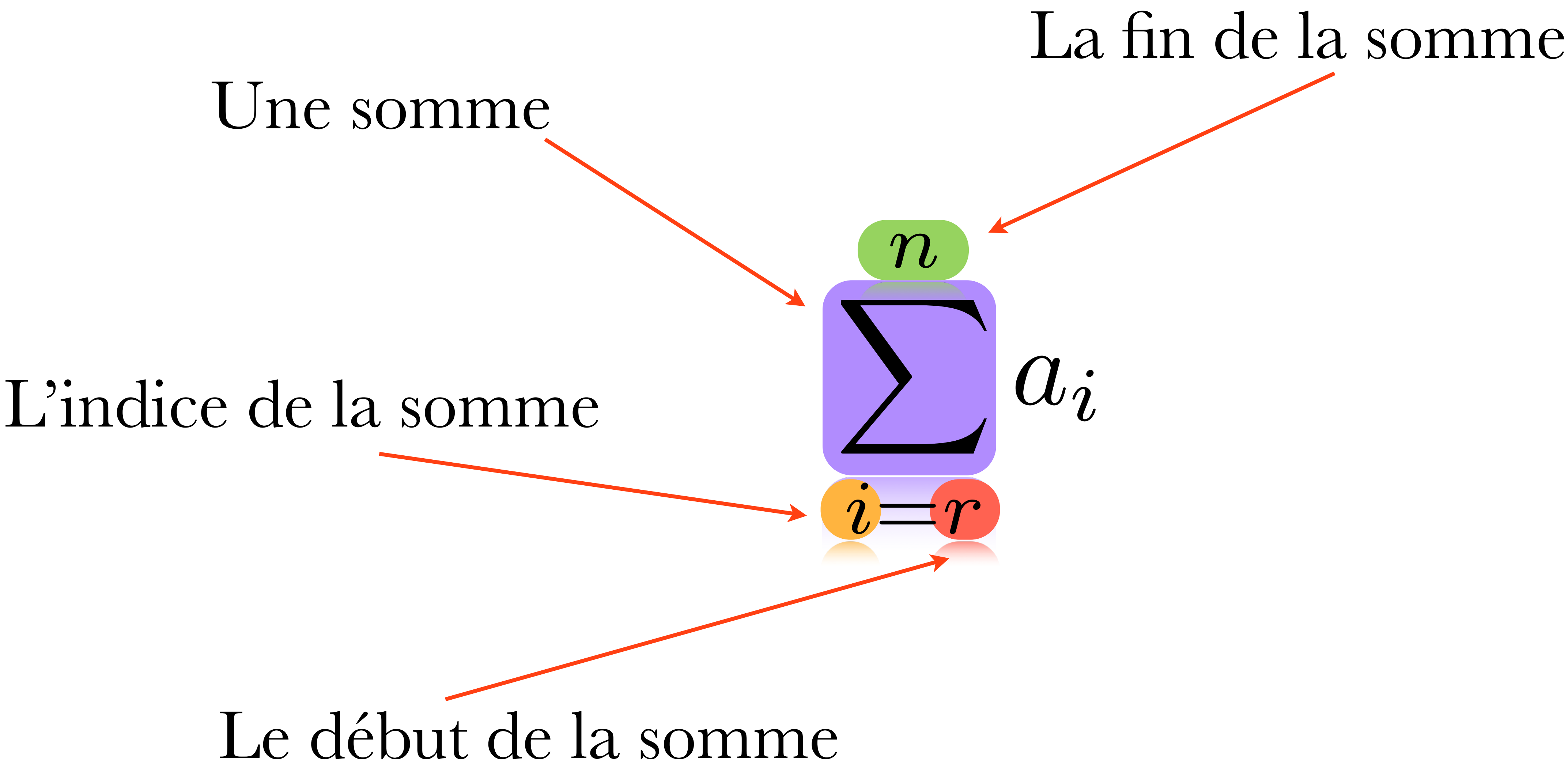
$$\sum_{i=r}^{n} a_i$$

Une somme

L’indice de la somme

$$\sum_{i=r}^{n} a_i$$

Le début de la somme


La fin de la somme
Une somme
$\sum_{i=r}^{n} a_i$
L'indice de la somme
Le début de la somme

La fin de la somme

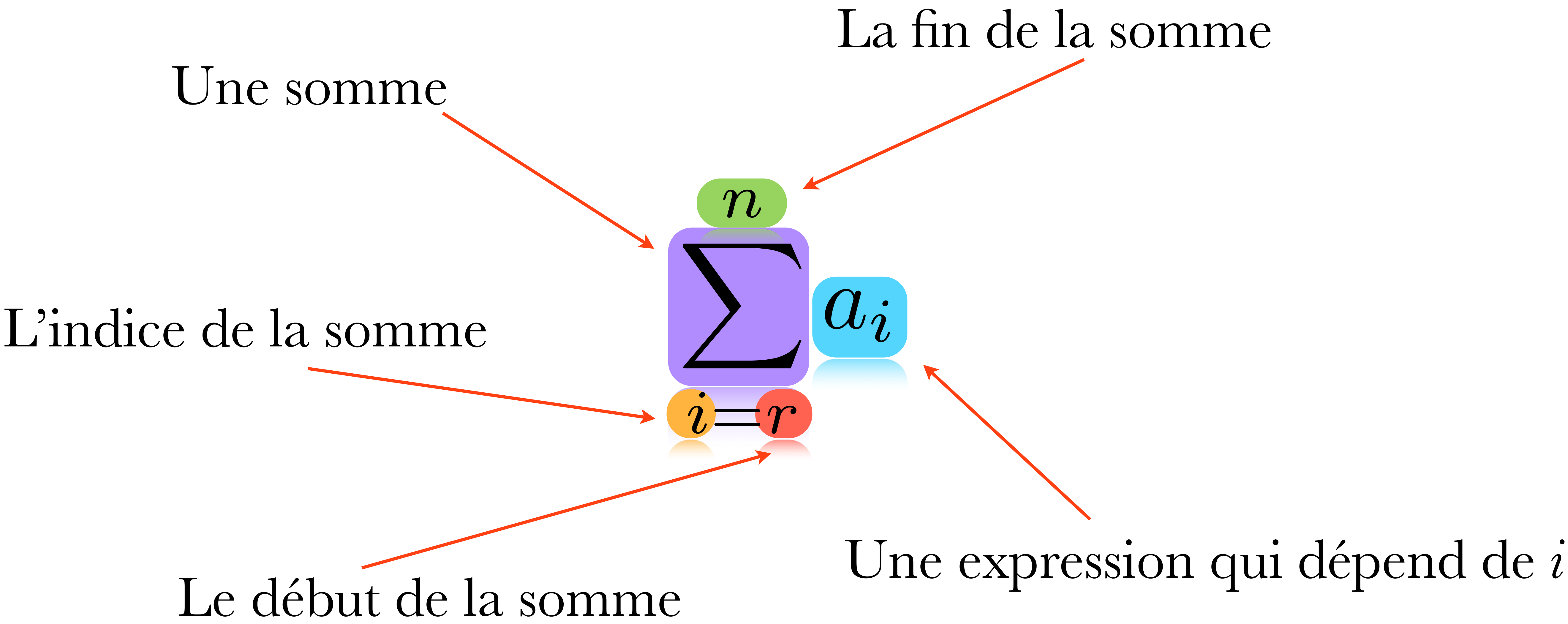
Une somme

$$\sum_{i=r}^{n} a_i$$

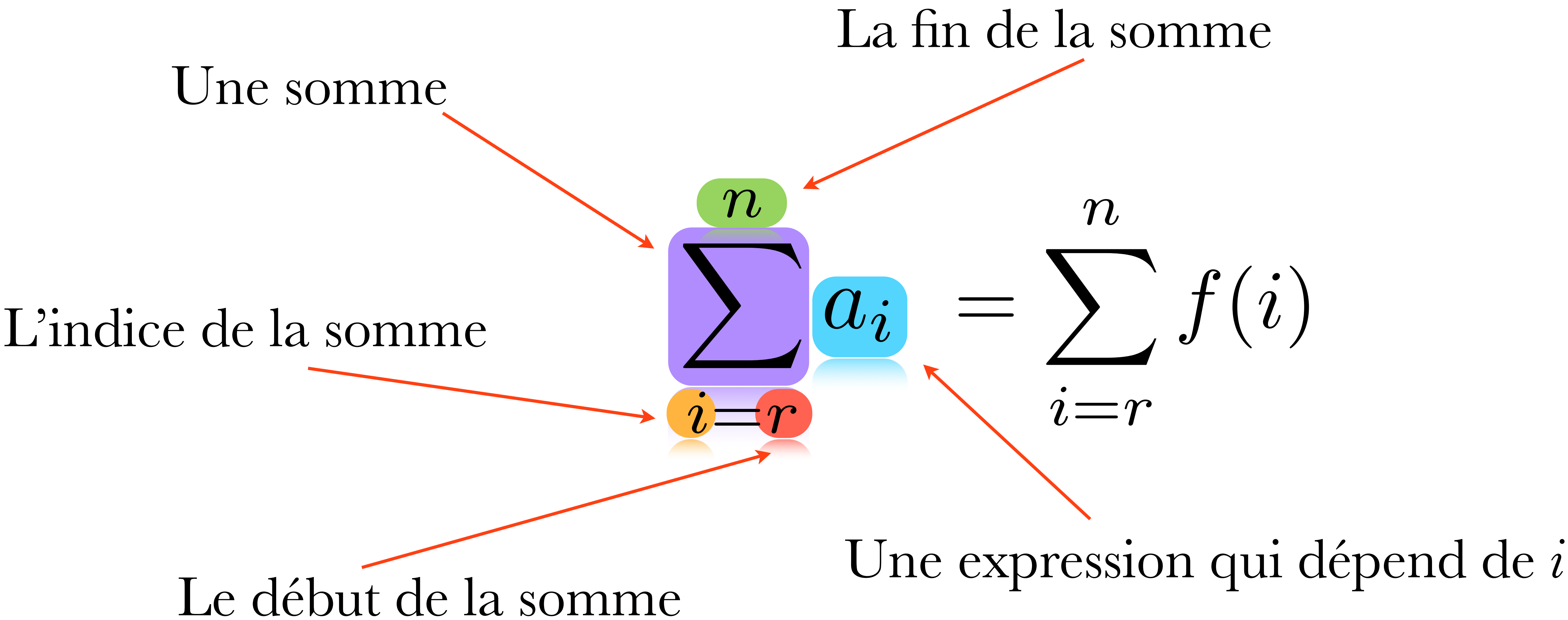
L'indice de la somme

Une expression qui dépend de i

Le début de la somme



$$\sum_{i=r}^{n} a_i = a_r + a_{r+1} + a_{r+2} + \cdots + a_{n-1} + a_n$$



$$\sum_{i=r}^{n} a_i = a_r + a_{r+1} + a_{r+2} + \cdots + a_{n-1} + a_n$$

La fin de la somme

Une somme

L’indice de la somme

$$\sum_{i=r}^{n} a_i = \sum_{i=r}^{n} f(i)$$

Le début de la somme

Une expression qui dépend de i

$$\sum_{i=r}^{n} a_i = a_r + a_{r+1} + a_{r+2} + \cdots + a_{n-1} + a_n$$

Exemple

$$\sum_{i=1}^{5} i$$

Exemple

$$\sum_{i=1}^{5} i = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

Exemple

$$\sum_{i=1}^{5} i = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

Exemple

$$\sum_{i=1}^{5} i = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

Exemple

$$\sum_{i=1}^{5} i = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

Exemple

Exemple

$$\sum_{i=1}^{5} i = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

Exemple

$$\sum_{i=3}^{5} i$$

Exemple

$$\sum_{i=1}^{5} i = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

Exemple

$$\sum_{i=3}^{5} i = 3 + 4 + 5$$

Exemple

$$\sum_{i=1}^{5} i = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

Exemple

$$\sum_{i=3}^{5} i = 3 + 4 + 5$$

Exemple

$$\sum_{i=1}^{5} i = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

Exemple

$$\sum_{i=3}^{5} i = 3 + 4 + 5$$

Exemple

$$\sum_{i=1}^{5} i = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

Exemple

$$\sum_{i=3}^{5} i = 3 + 4 + 5$$

Exemple

Exemple

$$\sum_{i=1}^{5} i = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

Exemple

$$\sum_{i=3}^{5} i = 3 + 4 + 5$$

Exemple

$$\sum_{i=1}^{4} 3i$$

Exemple

$$\sum_{i=1}^{5} i = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

Exemple

$$\sum_{i=3}^{5} i = 3 + 4 + 5$$

Exemple

$$\sum_{i=1}^{4} 3i = 3(1) + 3(2) + 3(3) + 3(4)$$

Exemple

$$\sum_{i=1}^{5} i = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

Exemple

$$\sum_{i=3}^{5} i = 3 + 4 + 5$$

Exemple

$$\sum_{i=1}^{4} 3i = 3(1) + 3(2) + 3(3) + 3(4)$$

Exemple

$$\sum_{i=1}^{5} i = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

Exemple

$$\sum_{i=3}^{5} i = 3 + 4 + 5$$

Exemple

$$\sum_{i=1}^{4} 3i = 3(1) + 3(2) + 3(3) + 3(4)$$

Exemple

$$\sum_{i=1}^{5} i = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

Exemple

$$\sum_{i=3}^{5} i = 3 + 4 + 5$$

Exemple

$$\sum_{i=1}^{4} 3i = 3(1) + 3(2) + 3(3) + 3(4)$$

Exemple

Exemple

$$\sum_{i=1}^{4} i^2$$

Exemple

$$\sum_{i=1}^{4} i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2$$

Exemple

$$\sum_{i=1}^{4} i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2$$

Exemple

$$\sum_{i=1}^{4} i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2$$

Exemple

$$\sum_{i=1}^{4} i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2$$

Exemple

$$\sum_{i=1}^{4} i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2$$

Exemple

Exemple

$$\sum_{i=1}^{4} i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2$$

Exemple

$$\sum_{i=1}^{4} 7$$

Exemple

$$\sum_{i=1}^{4} i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2$$

Exemple

$$\sum_{i=1}^{4} 7 = 7 + 7 + 7 + 7$$

Exemple

$$\sum_{i=1}^{4} i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2$$

Exemple

$$\sum_{i=1}^{4} 7 = 7 + 7 + 7 + 7$$

$$i = 1$$

Exemple

$$\sum_{i=1}^{4} i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2$$

$$i = 2$$

Exemple

$$\sum_{i=1}^{4} 7 = 7 + 7 + 7 + 7$$

$$i = 1$$

Exemple

$$\sum_{i=1}^{4} i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2$$

$i = 2$

Exemple

$$\sum_{i=1}^{4} 7 = 7 + 7 + 7 + 7$$

$i = 1$ $\quad$ $i = 3$

Exemple

$$\sum_{i=1}^{4} i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2$$

Exemple

$$\sum_{i=1}^{4} 7 = \underbrace{7}_{i=1} + \overset{i=2}{7} + \underbrace{7}_{i=3} + \overset{i=4}{7}$$

Faites les exercices suivants

Section 1.4 # 18 et 19

En principe, on sait faire des additions.

En principe, on sait faire des additions.

Mais là, il peut y en avoir beaucoup!

En principe, on sait faire des additions.

Mais là, il peut y en avoir beaucoup!

$$\sum_{i=1}^{4} i = 1 + 2 + 3 + 4$$

En principe, on sait faire des additions.

Mais là, il peut y en avoir beaucoup!

$$\sum_{i=1}^{4} i = 1 + 2 + 3 + 4 \ = 10$$

En principe, on sait faire des additions.

Mais là, il peut y en avoir beaucoup!

$$\sum_{i=1}^{4} i = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

$$\sum_{i=1}^{1000} i$$

En principe, on sait faire des additions.

Mais là, il peut y en avoir beaucoup!

$$\sum_{i=1}^{4} i = 1 + 2 + 3 + 4 \ = 10$$

$$\sum_{i=1}^{1000} i$$

Ouin... ça va être long!

Essayons de voir si on peut dégager certains principes nous permettant de simplifier certaines sommes.

Essayons de voir si on peut dégager certains principes nous permettant de simplifier certaines sommes.

$$\sum_{k=r}^{n} ca_k$$

Essayons de voir si on peut dégager certains principes nous permettant de simplifier certaines sommes.

$$\sum_{k=r}^{n} ca_k = \sum_{k=r}^{n} cf(k)$$

Essayons de voir si on peut dégager certains principes nous permettant de simplifier certaines sommes.

$$\begin{aligned}\sum_{k=r}^{n} ca_k &= \sum_{k=r}^{n} cf(k)\\ &= cf(r) + cf(r+1) + \cdots + cf(n-1) + cf(n)\end{aligned}$$

Essayons de voir si on peut dégager certains principes nous permettant de simplifier certaines sommes.

$$\begin{aligned}\sum_{k=r}^{n} ca_k &= \sum_{k=r}^{n} cf(k)\\ &= cf(r) + cf(r+1) + \cdots + cf(n-1) + cf(n)\\ &= c\big(f(r) + f(r+1) + \cdots + f(n-1) + f(n)\big)\end{aligned}$$

Essayons de voir si on peut dégager certains principes nous permettant de simplifier certaines sommes.

$$\begin{aligned}
\sum_{k=r}^{n} c a_k &= \sum_{k=r}^{n} c f(k) \\
&= cf(r) + cf(r+1) + \cdots + cf(n-1) + cf(n) \\
&= c\big(f(r) + f(r+1) + \cdots + f(n-1) + f(n)\big) \\
&= c\sum_{k=r}^{n} f(k)
\end{aligned}$$

Essayons de voir si on peut dégager certains principes nous permettant de simplifier certaines sommes.

$$\begin{aligned}\sum_{k=r}^{n} ca_k &= \sum_{k=r}^{n} cf(k) \\ &= cf(r) + cf(r+1) + \cdots + cf(n-1) + cf(n) \\ &= c\big(f(r) + f(r+1) + \cdots + f(n-1) + f(n)\big) \\ &= c\sum_{k=r}^{n} f(k)\end{aligned}$$

$$\sum_{k=r}^{n} cf(k) = c\sum_{k=r}^{n} f(k)$$

Essayons de voir si on peut dégager certains principes nous permettant de simplifier certaines sommes.

$$\begin{aligned}\sum_{k=r}^{n} ca_k &= \sum_{k=r}^{n} cf(k)\\ &= cf(r) + cf(r+1) + \cdots + cf(n-1) + cf(n)\\ &= c\big(f(r) + f(r+1) + \cdots + f(n-1) + f(n)\big)\\ &= c\sum_{k=r}^{n} f(k)\end{aligned}$$

$$\sum_{k=r}^{n} cf(k) = c\sum_{k=r}^{n} f(k)$$

$$\sum_{k=r}^{n} f(k) + g(k)$$

$$\sum_{k=r}^{n} f(k) + g(k)$$

$$= \big(f(r) + g(r)\big) + \big(f(r+1) + g(r+1)\big) + \cdots + \big(f(n) + g(n)\big)$$

$$\sum_{k=r}^{n} f(k) + g(k)$$

$$= \big(f(r) + g(r)\big) + \big(f(r+1) + g(r+1)\big) + \cdots + \big(f(n) + g(n)\big)$$

$$= \Big(f(r) + f(r+1) + \cdots + f(n)\Big) + \Big(g(r) + g(r+1) + \cdots + g(n)\Big)$$

$$\sum_{k=r}^{n} f(k) + g(k)$$

$$= \big(f(r) + g(r)\big) + \big(f(r+1) + g(r+1)\big) + \cdots + \big(f(n) + g(n)\big)$$

$$= \Big(f(r) + f(r+1) + \cdots + f(n)\Big) + \Big(g(r) + g(r+1) + \cdots + g(n)\Big)$$

$$= \sum_{k=r}^{n} f(k) + \sum_{k=r}^{n} g(k)$$

$$\sum_{k=r}^{n} f(k) + g(k)$$

$$= \big(f(r) + g(r)\big) + \big(f(r+1) + g(r+1)\big) + \cdots + \big(f(n) + g(n)\big)$$

$$= \Big(f(r) + f(r+1) + \cdots + f(n)\Big) + \Big(g(r) + g(r+1) + \cdots + g(n)\Big)$$

$$= \sum_{k=r}^{n} f(k) + \sum_{k=r}^{n} g(k)$$

$$\sum_{k=r}^{n} f(k) + g(k) = \sum_{k=r}^{n} f(k) + \sum_{k=r}^{n} g(k)$$

Il est difficile de passer sous silence la similitude de ces règles avec celles de l'intégrale.

Il est difficile de passer sous silence la similitude de ces règles avec celles de l'intégrale.

$$\sum_{k=r}^{n} cf(k) = c\sum_{k=r}^{n} f(k)$$

Il est difficile de passer sous silence la similitude de ces règles avec celles de l'intégrale.

$$\sum_{k=r}^{n} cf(k) = c\sum_{k=r}^{n} f(k) \qquad \int cf(x)\ dx = c\int f(x)\ dx$$

Il est difficile de passer sous silence la similitude de ces règles avec celles de l'intégrale.

$$\sum_{k=r}^{n} cf(k) = c\sum_{k=r}^{n} f(k) \qquad \int cf(x)\ dx = c\int f(x)\ dx$$

$$\sum_{k=r}^{n} f(k) + g(k) = \sum_{k=r}^{n} f(k) + \sum_{k=r}^{n} g(k)$$

Il est difficile de passer sous silence la similitude de ces règles avec celles de l'intégrale.

$$\sum_{k=r}^{n} cf(k) = c\sum_{k=r}^{n} f(k)$$

$$\int cf(x)\ dx = c\int f(x)\ dx$$

$$\sum_{k=r}^{n} f(k) + g(k) = \sum_{k=r}^{n} f(k) + \sum_{k=r}^{n} g(k)$$

$$\int f(x) + g(x)\ dx = \int f(x)\ dx + \int g(x)\ dx$$

$$\sum_{k=1}^{10} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$

$$\sum_{k=1}^{10} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$

$$= (1 + 2 + 3 + 4) + (5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10)$$

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{10} k &= 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10 \\ &= (1+2+3+4)+(5+6+7+8+9+10) \\ &= \sum_{k=1}^{4} k + \sum_{k=5}^{10} k\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
\sum_{k=1}^{10} k &= 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10 \\
&= (1+2+3+4)+(5+6+7+8+9+10) \\
&= \sum_{k=1}^{4} k + \sum_{k=5}^{10} k
\end{aligned}
$$

$$\sum_{k=1}^{10} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$

$$= (1 + 2 + 3 + 4) + (5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10)$$

$$= \sum_{k=1}^{4} k + \sum_{k=5}^{10} k$$

$$\sum_{k=1}^{10} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$

$$= (1 + 2 + 3 + 4) + (5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10)$$

$$= \sum_{k=1}^{4} k + \sum_{k=5}^{10} k$$

$$\sum_{k=1}^{10} k = 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10$$

$$= (1+2+3+4)+(5+6+7+8+9+10)$$

$$= \sum_{k=1}^{4} k + \sum_{k=5}^{10} k$$

$$\sum_{k=1}^{10} k = 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10$$

$$= (1+2+3+4) + (5+6+7+8+9+10)$$

$$= \sum_{k=1}^{4} k + \sum_{k=5}^{10} k$$

$$\sum_{k=r}^{n} f(k) = \sum_{k=r}^{t} f(k) + \sum_{k=t+1}^{n} f(k)$$

$$\sum_{k=1}^{10} k = 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10$$

$$= (1+2+3+4)+(5+6+7+8+9+10)$$

$$= \sum_{k=1}^{4} k + \sum_{k=5}^{10} k$$

$$\sum_{k=r}^{n} f(k) = \sum_{k=r}^{t} f(k) + \sum_{k=t+1}^{n} f(k)$$

Cette propriété va nous être utile bientôt, car la plupart des formules que nous verrons commencent en 1.

$$\sum_{k=r}^{n} f(k) = \sum_{k=r}^{t} f(k) + \sum_{k=t+1}^{n} f(k)$$

Cette propriété va nous être utile bientôt, car la plupart des formules que nous verrons commencent en 1.

$$\sum_{k=r}^{n} f(k) = \sum_{k=r}^{t} f(k) + \sum_{k=t+1}^{n} f(k)$$

$$\sum_{i=7}^{34} i$$

Cette propriété va nous être utile bientôt, car la plupart des formules que nous verrons commencent en 1.

$$\sum_{k=r}^{n} f(k) = \sum_{k=r}^{t} f(k) + \sum_{k=t+1}^{n} f(k)$$

$$\sum_{i=7}^{34} i$$

$$\sum_{i=1}^{34} i = \sum_{i=1}^{6} i + \sum_{i=7}^{34} i$$

Cette propriété va nous être utile bientôt, car la plupart des formules que nous verrons commencent en 1.

$$\sum_{k=r}^{n} f(k) = \sum_{k=r}^{t} f(k) + \sum_{k=t+1}^{n} f(k)$$

$$\sum_{i=7}^{34} i$$

$$\sum_{i=1}^{34} i = \boxed{\sum_{i=1}^{6} i} + \sum_{i=7}^{34} i$$

Cette propriété va nous être utile bientôt, car la plupart des formules que nous verrons commencent en 1.

$$\sum_{k=r}^{n} f(k) = \sum_{k=r}^{t} f(k) + \sum_{k=t+1}^{n} f(k)$$

$$\sum_{i=7}^{34} i = \sum_{i=1}^{34} i - \sum_{i=1}^{6} i$$

$$\sum_{i=1}^{34} i = \boxed{\sum_{i=1}^{6} i} + \sum_{i=7}^{34} i$$

Cette propriété va nous être utile bientôt, car la plupart des formules que nous verrons commencent en 1.

$$\sum_{k=r}^{n} f(k) = \sum_{k=r}^{t} f(k) + \sum_{k=t+1}^{n} f(k)$$

$$\sum_{i=7}^{34} i = \sum_{i=1}^{34} i - \sum_{i=1}^{6} i$$

$$\sum_{i=1}^{34} i = \boxed{\sum_{i=1}^{6} i} + \sum_{i=7}^{34} i$$

Essayons de voir si l’on peut trouver des outils nous permettant de faire ça plus rapidement.

Essayons de voir si l'on peut trouver des outils nous permettant de faire ça plus rapidement.

Exemple

Essayons de voir si l'on peut trouver des outils nous permettant de faire ça plus rapidement.

Exemple

$$\sum_{k=1}^{8} 2$$

Essayons de voir si l'on peut trouver des outils nous permettant de faire ça plus rapidement.

Exemple

$$\sum_{k=1}^{8} 2 = 2+2+2+2+2+2+2+2$$

Essayons de voir si l'on peut trouver des outils nous permettant de faire ça plus rapidement.

Exemple

$$\sum_{k=1}^{8} 2 = 2+2+2+2+2+2+2+2 = 8 \cdot 2$$

Essayons de voir si l'on peut trouver des outils nous permettant de faire ça plus rapidement.

Exemple

$$\sum_{k=1}^{8} 2 = 2+2+2+2+2+2+2+2 = 8 \cdot 2$$

$$\sum_{k=3}^{10} 2$$

Essayons de voir si l'on peut trouver des outils nous permettant de faire ça plus rapidement.

Exemple

$$\sum_{k=1}^{8} 2 = 2+2+2+2+2+2+2+2 = 8 \cdot 2$$

$$\sum_{k=3}^{10} 2 = 2+2+2+2+2+2+2+2$$

Essayons de voir si l'on peut trouver des outils nous permettant de faire ça plus rapidement.

Exemple

$$\sum_{k=1}^{8} 2 = 2+2+2+2+2+2+2+2 = 8\cdot 2$$

$$\sum_{k=3}^{10} 2 = 2+2+2+2+2+2+2+2 = 8\cdot 2$$

Essayons de voir si l'on peut trouver des outils nous permettant de faire ça plus rapidement.

Exemple

$$\sum_{k=1}^{8} 2 = 2+2+2+2+2+2+2+2 = 8 \cdot 2$$

$$= (8-1+1)2$$

$$\sum_{k=3}^{10} 2 = 2+2+2+2+2+2+2+2 = 8 \cdot 2$$

Essayons de voir si l'on peut trouver des outils nous permettant de faire ça plus rapidement.

Exemple

$$\sum_{k=1}^{8} 2 = 2+2+2+2+2+2+2+2 = 8 \cdot 2$$

$$= (8-1+1)2$$

$$\sum_{k=3}^{10} 2 = 2+2+2+2+2+2+2+2 = 8 \cdot 2$$

Essayons de voir si l'on peut trouver des outils nous permettant de faire ça plus rapidement.

Exemple

$$\sum_{k=1}^{8} 2 = 2+2+2+2+2+2+2+2 = 8 \cdot 2$$

$$= (8-1+1)2$$

$$\sum_{k=3}^{10} 2 = 2+2+2+2+2+2+2+2 = 8 \cdot 2$$

Essayons de voir si l'on peut trouver des outils nous permettant de faire ça plus rapidement.

Exemple

$$\sum_{k=1}^{8} 2 = 2+2+2+2+2+2+2+2 = 8\cdot 2$$
$$= (8-1+1)2$$

$$\sum_{k=3}^{10} 2 = 2+2+2+2+2+2+2+2 = 8\cdot 2$$
$$= (10-3+1)2$$

Essayons de voir si l'on peut trouver des outils nous permettant de faire ça plus rapidement.

Exemple

$$\sum_{k=1}^{8} 2 = 2+2+2+2+2+2+2+2 = 8 \cdot 2$$

$$= (8 - 1 + 1)2$$

$$\sum_{k=3}^{10} 2 = 2+2+2+2+2+2+2+2 = 8 \cdot 2$$

$$= (10 - 3 + 1)2$$

Essayons de voir si l'on peut trouver des outils nous permettant de faire ça plus rapidement.

Exemple

$$\sum_{k=1}^{8} 2 = 2+2+2+2+2+2+2+2 = 8 \cdot 2$$

$$= (8 - 1 + 1)2$$

$$\sum_{k=3}^{10} 2 = 2+2+2+2+2+2+2+2 = 8 \cdot 2$$

$$= (10 - 3 + 1)2$$

Essayons de voir si l'on peut trouver des outils nous permettant de faire ça plus rapidement.

Exemple

$$\sum_{k=1}^{8} 2 = 2+2+2+2+2+2+2+2 = 8 \cdot 2$$

$$= (8-1+1)2$$

$$\sum_{k=3}^{10} 2 = 2+2+2+2+2+2+2+2 = 8 \cdot 2$$

$$= (10-3+1)2$$

On peut donc conclure

Essayons de voir si l'on peut trouver des outils nous permettant de faire ça plus rapidement.

Exemple

$$\sum_{k=1}^{8} 2 = 2+2+2+2+2+2+2+2 = 8 \cdot 2$$

$$= (8 - 1 + 1)2$$

$$\sum_{k=3}^{10} 2 = 2+2+2+2+2+2+2+2 = 8 \cdot 2$$

$$= (10 - 3 + 1)2$$

On peut donc conclure

$$\sum_{k=a}^{b} c = (b-a+1)c$$

Essayons de voir si l'on peut trouver des outils nous permettant de faire ça plus rapidement.

Exemple

$$\sum_{k=1}^{8} 2 = 2+2+2+2+2+2+2+2 = 8 \cdot 2$$

$$= (8 - 1 + 1)2$$

$$\sum_{k=3}^{10} 2 = 2+2+2+2+2+2+2+2 = 8 \cdot 2$$

$$= (10 - 3 + 1)2$$

On peut donc conclure

$$\sum_{k=a}^{b} c = (b - a + 1)c$$

Essayons de voir si l'on peut trouver des outils nous permettant de faire ça plus rapidement.

Exemple

$$\sum_{k=1}^{8} 2 = 2+2+2+2+2+2+2+2 = 8\cdot 2$$

$$= (8-1+1)2$$

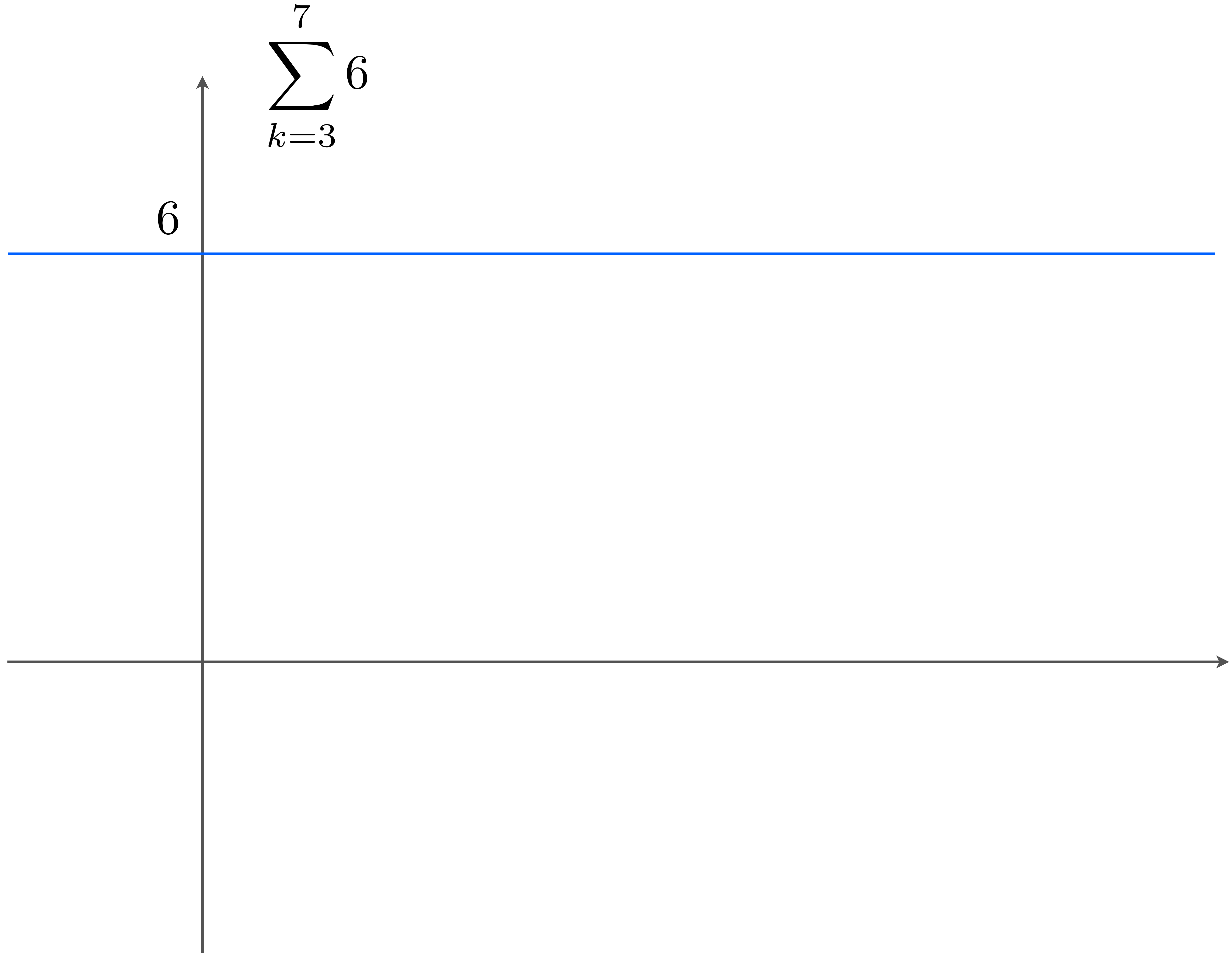
$$\sum_{k=3}^{10} 2 = 2+2+2+2+2+2+2+2 = 8\cdot 2$$

$$= (10-3+1)2$$

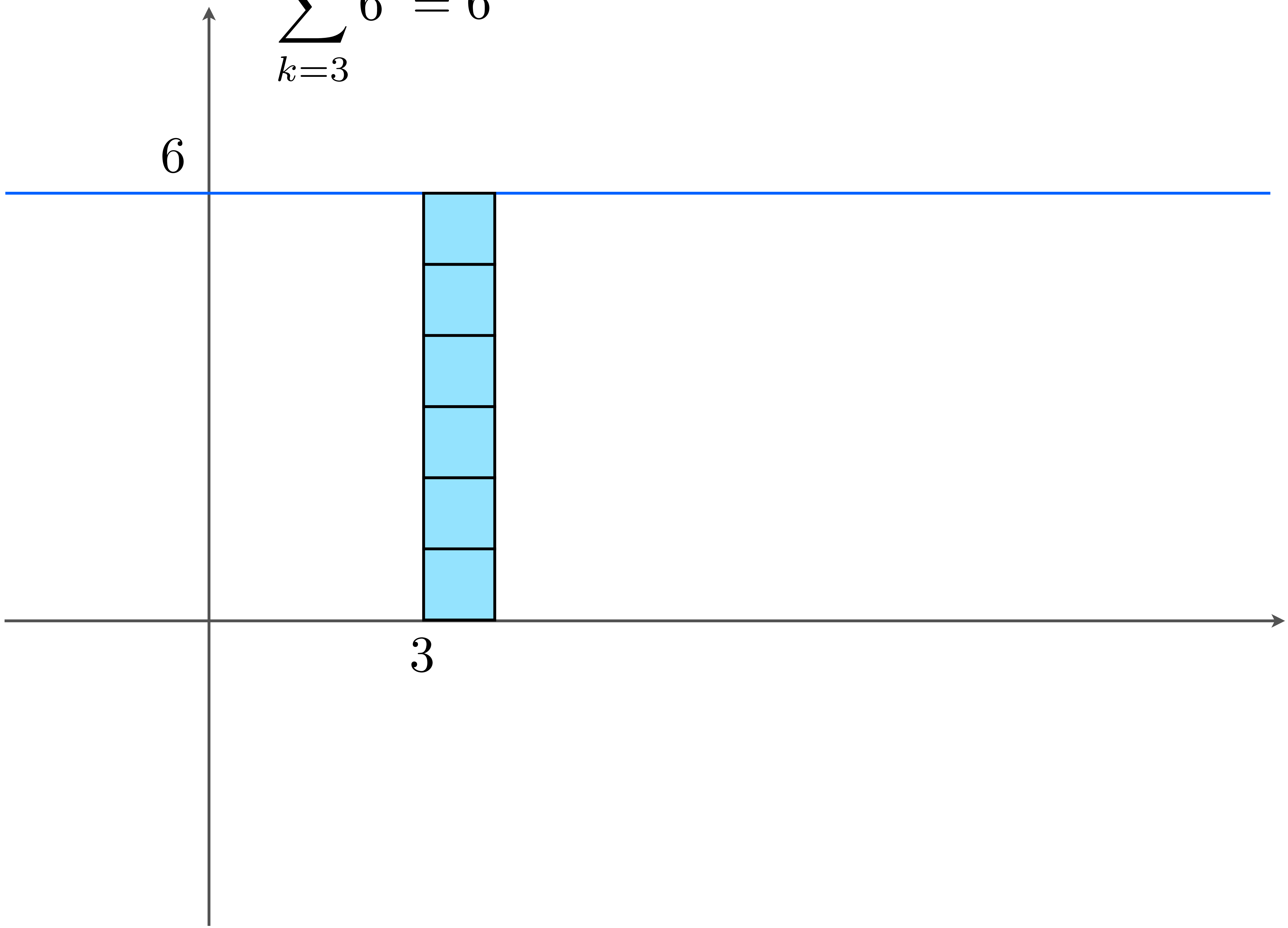
On peut donc conclure

$$\sum_{k=a}^{b} c = (b-a+1)c$$

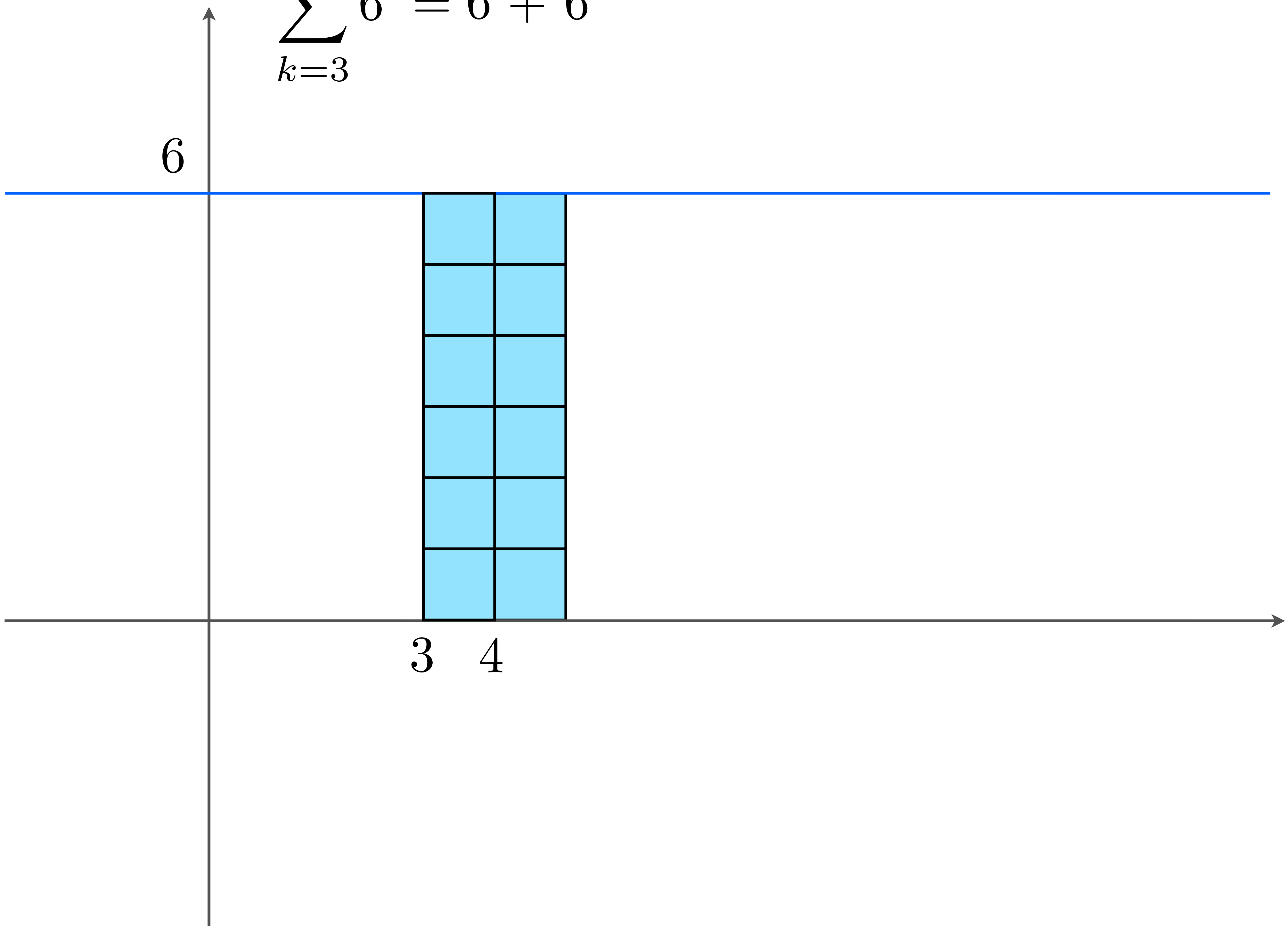
$$\sum_{k=3}^{7} 6$$



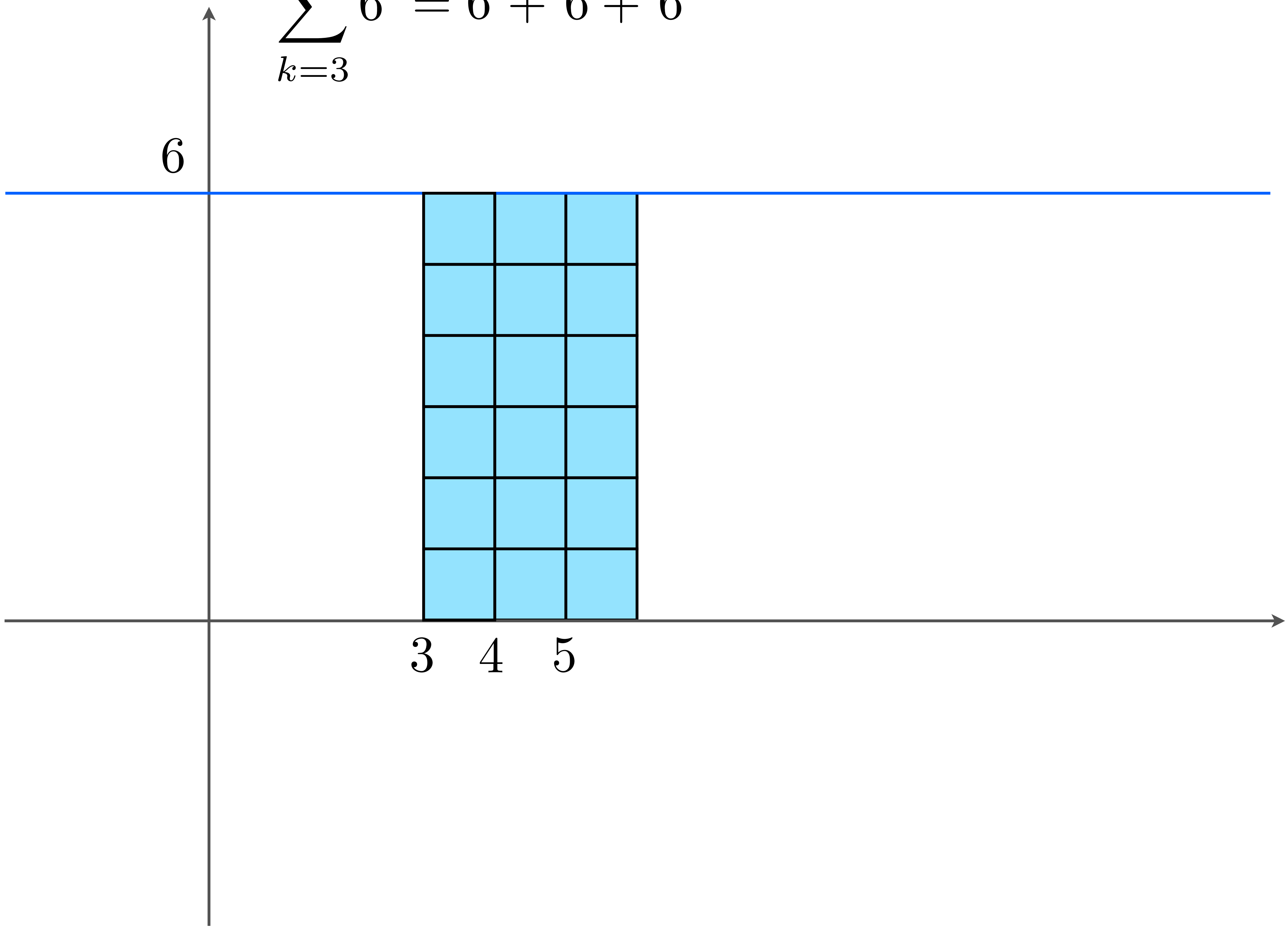
$$\sum_{k=3}^{7} 6 = 6$$



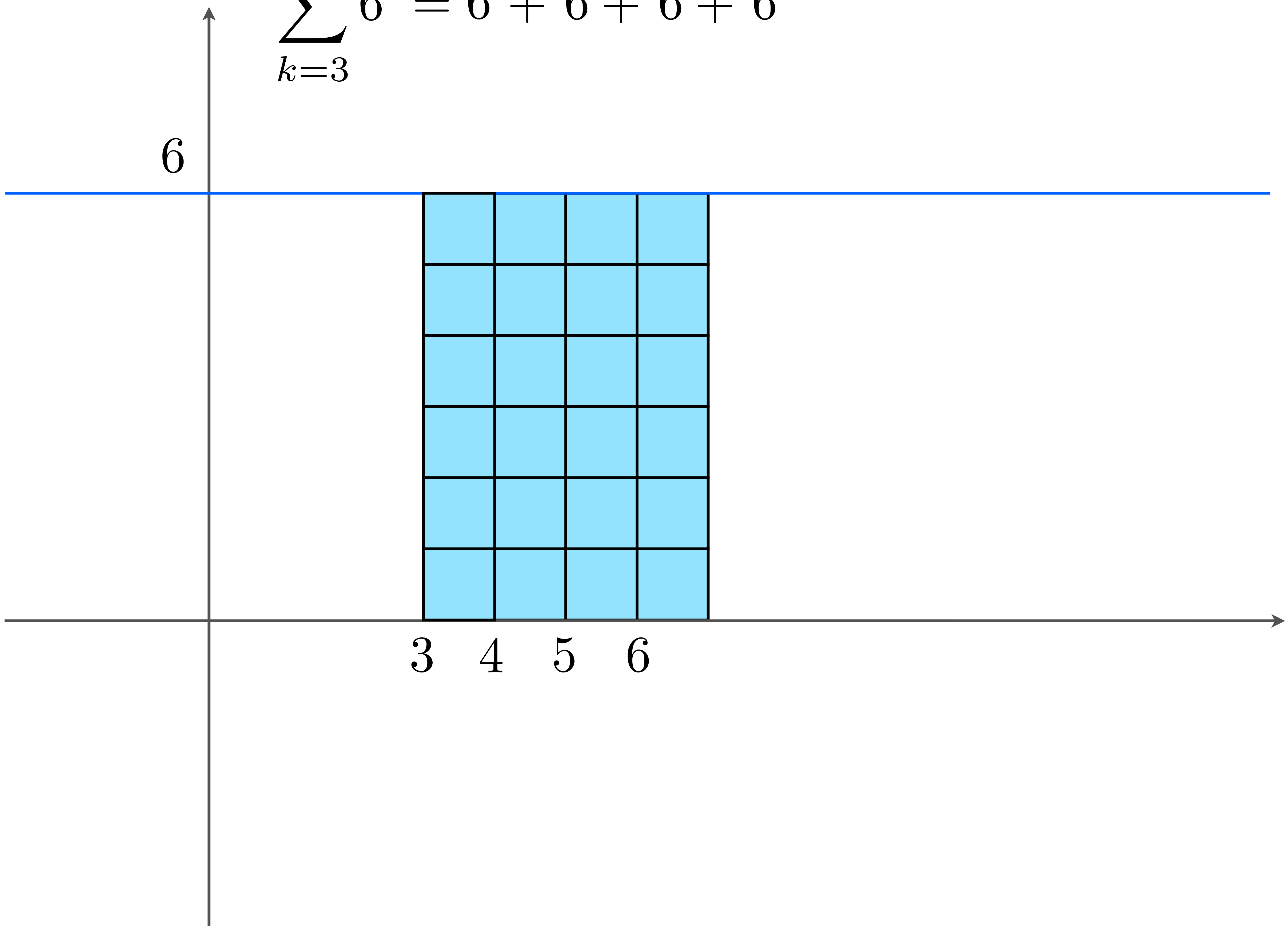
$$\sum_{k=3}^{7} 6 = 6 + 6$$



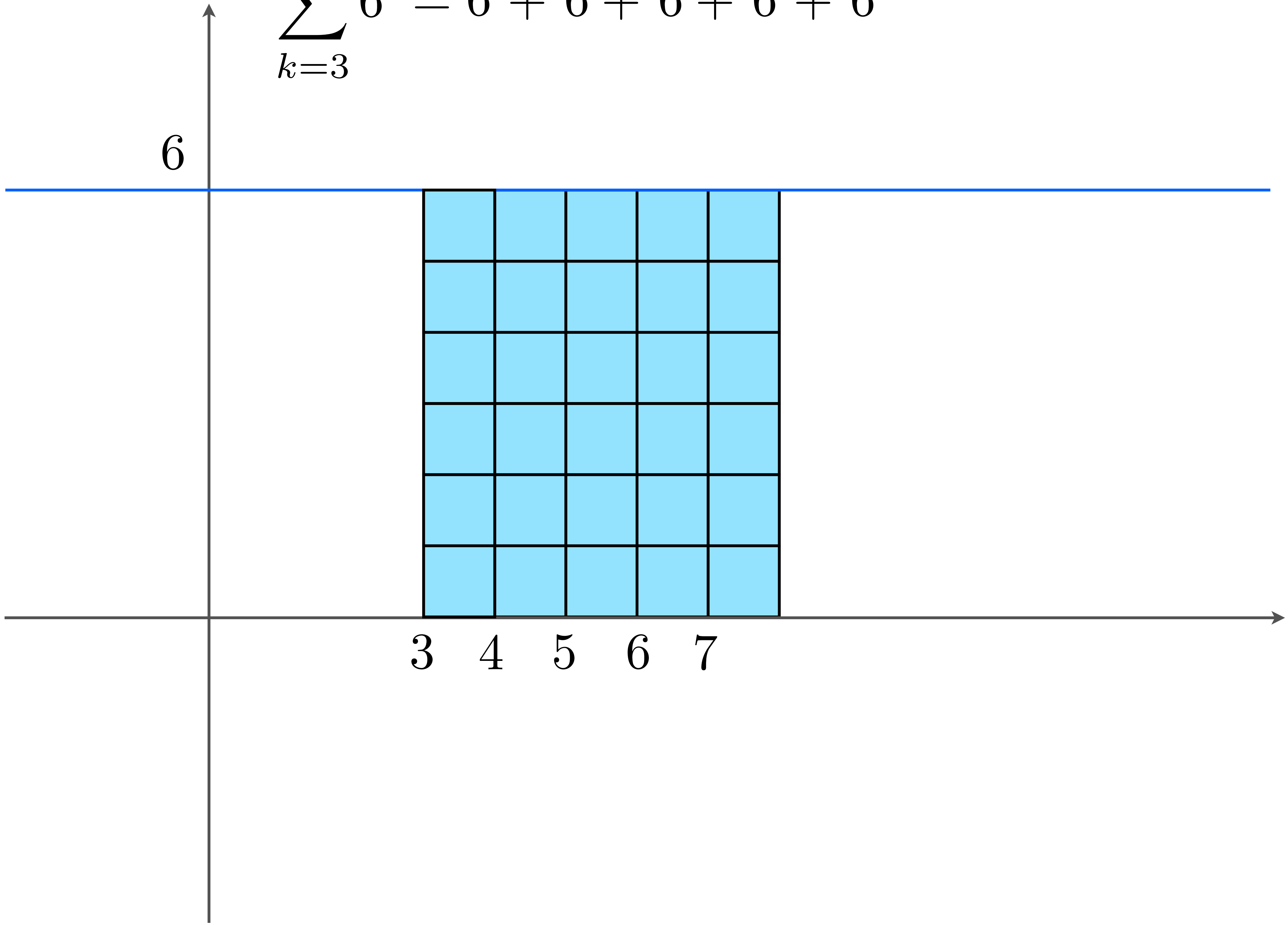
$$\sum_{k=3}^{7} 6 = 6 + 6 + 6$$



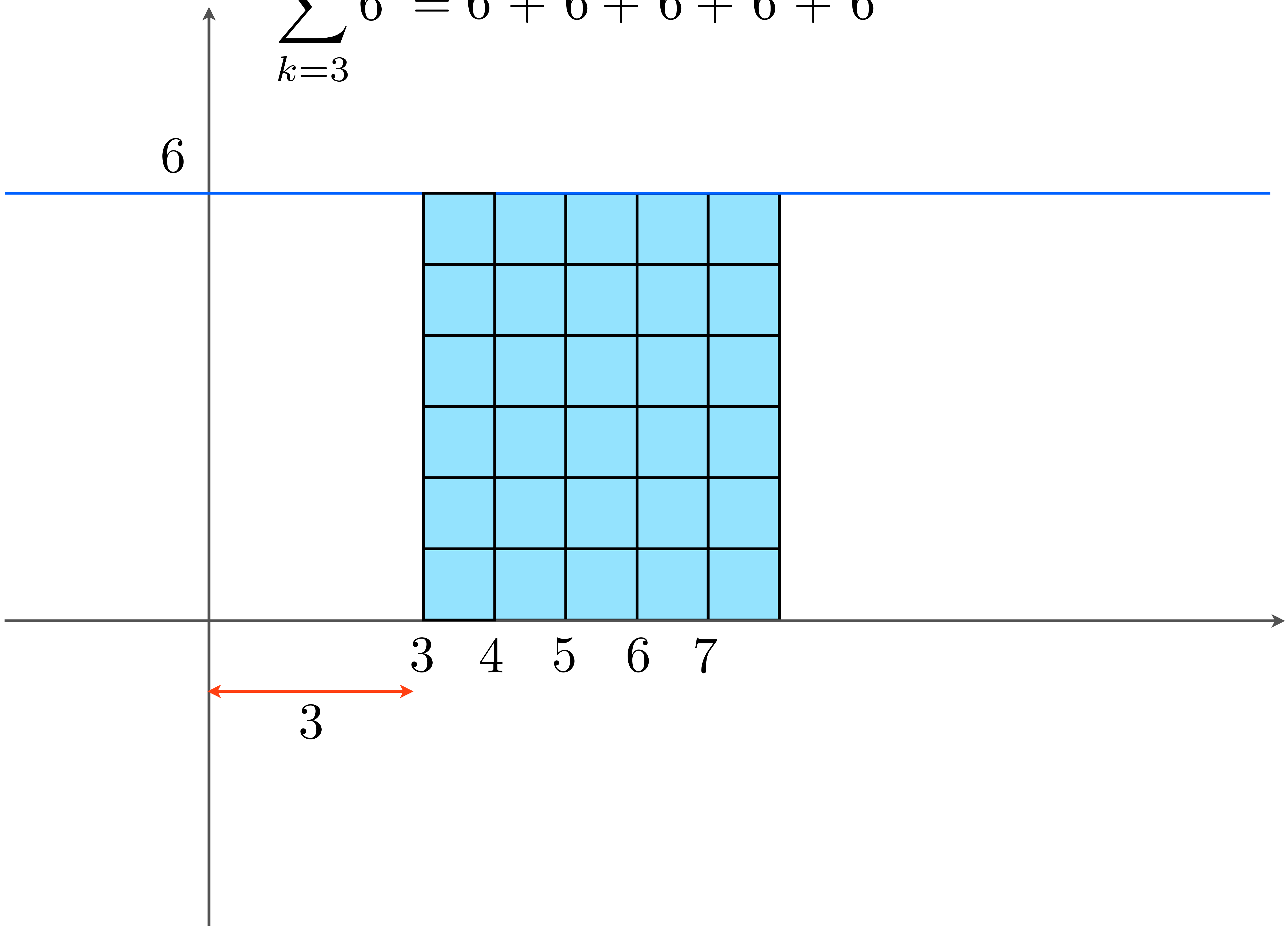
$$\sum_{k=3}^{7} 6 = 6 + 6 + 6 + 6$$



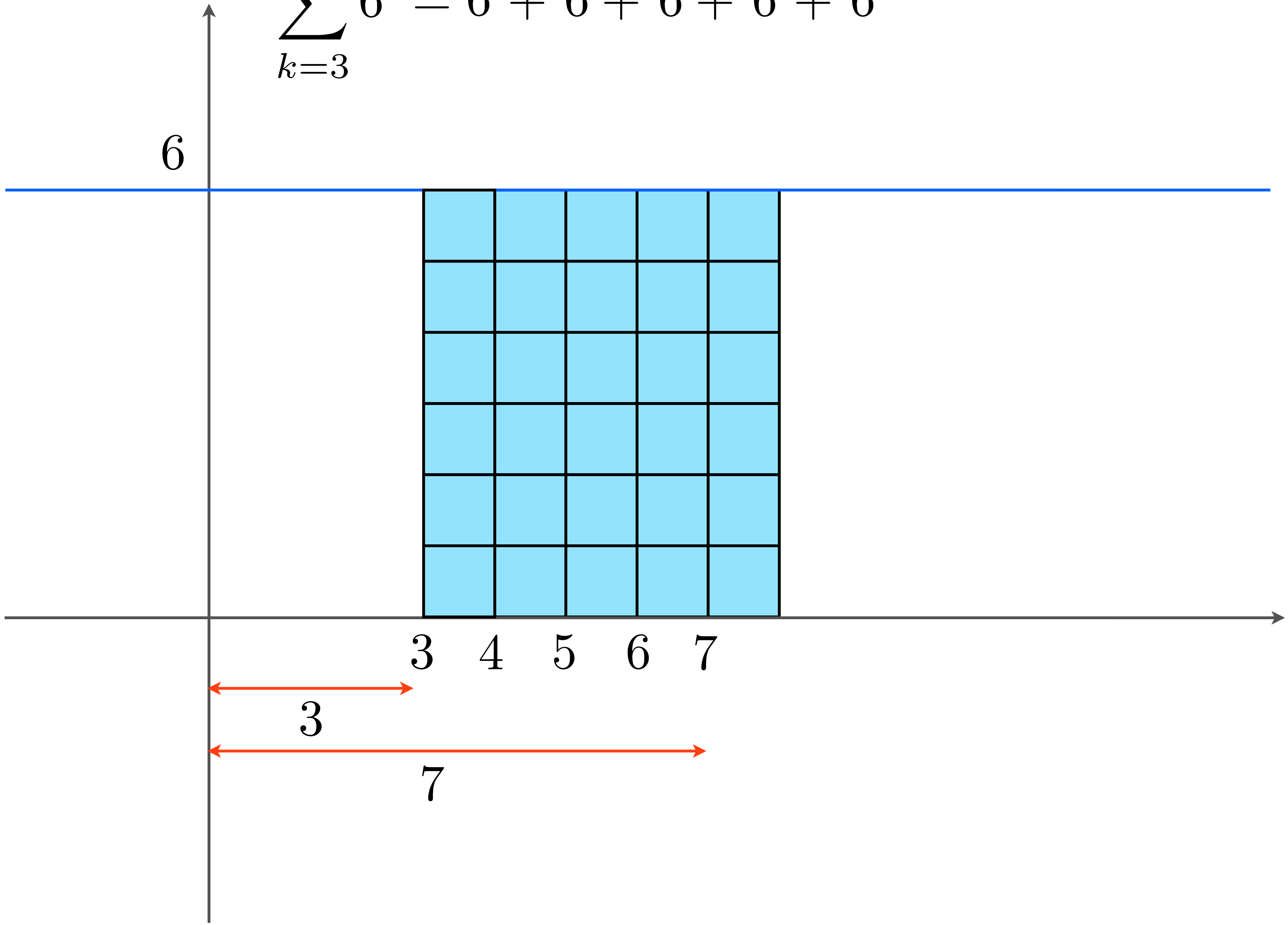
$$\sum_{k=3}^{7} 6 = 6 + 6 + 6 + 6 + 6$$



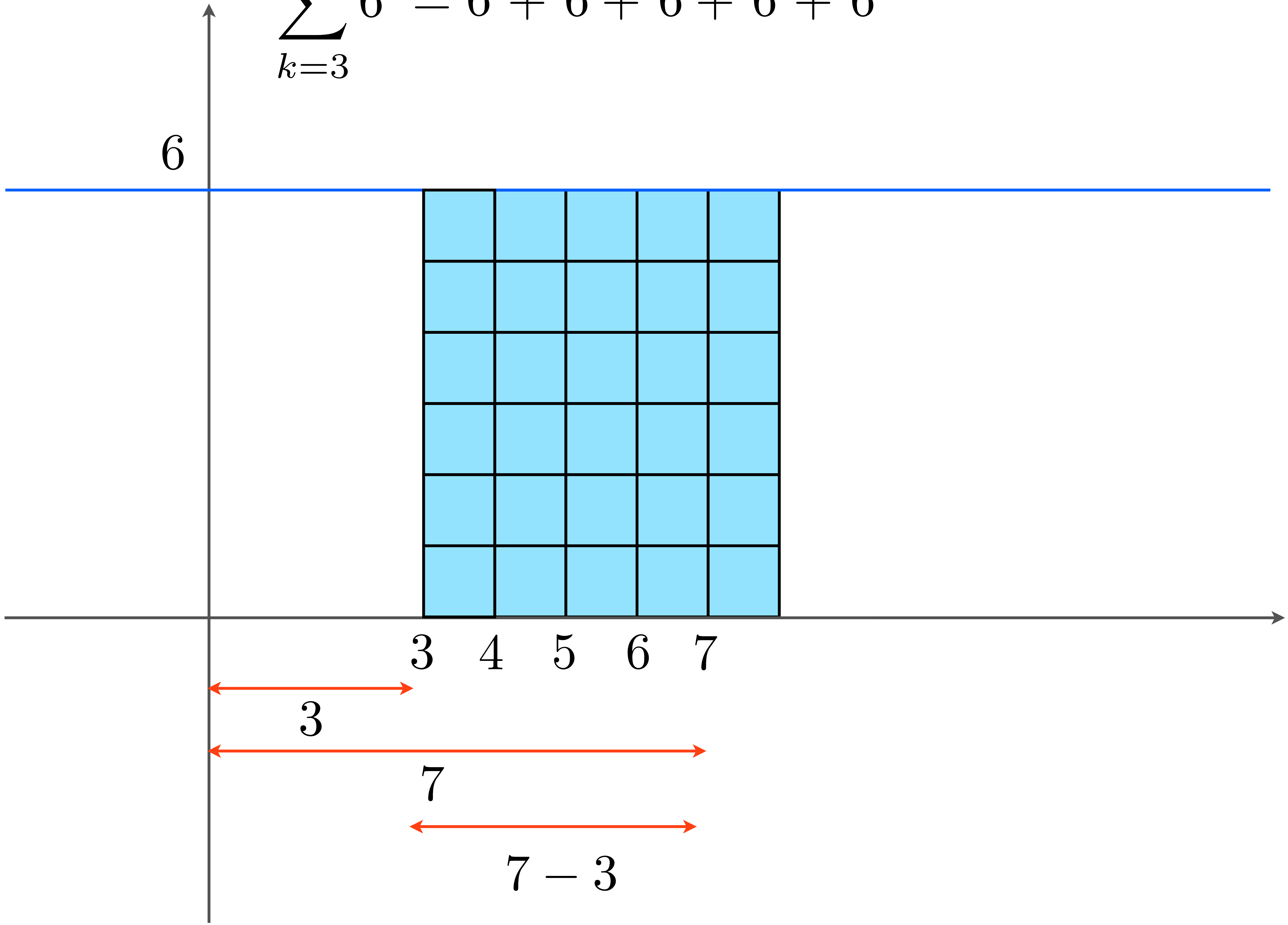
$$\sum_{k=3}^{7} 6 = 6 + 6 + 6 + 6 + 6$$



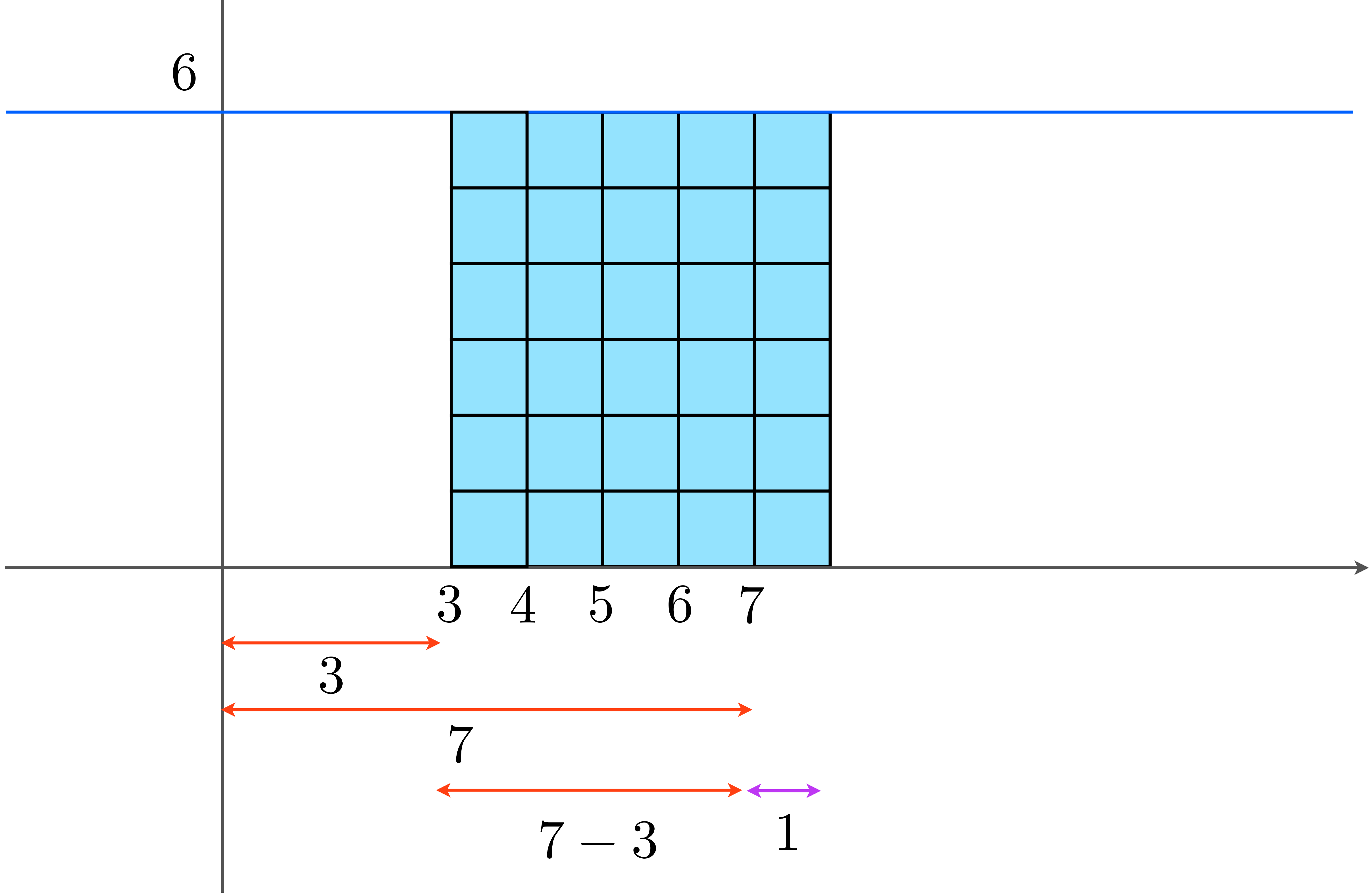
$$\sum_{k=3}^{7} 6 = 6 + 6 + 6 + 6 + 6$$



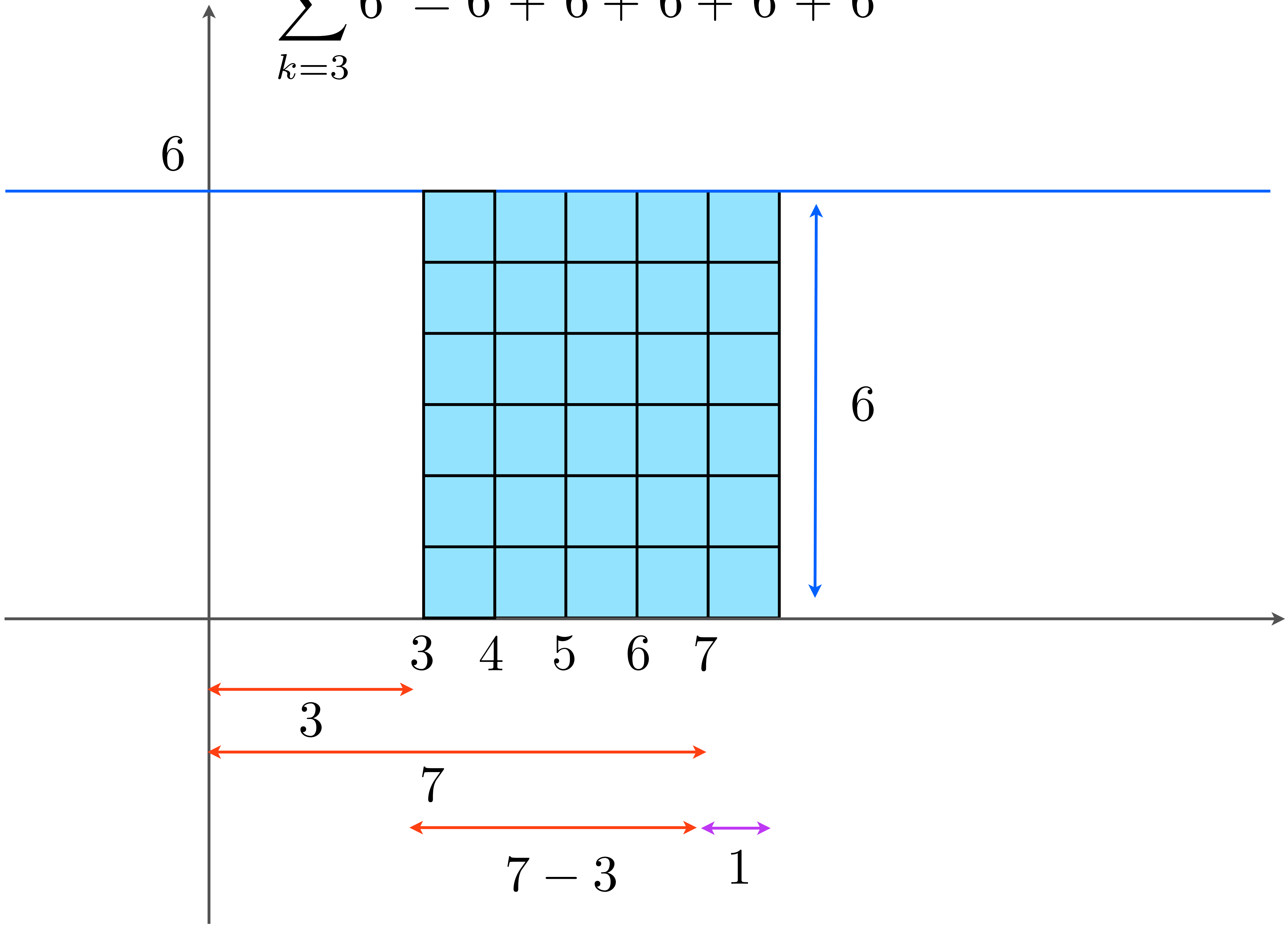
$$\sum_{k=3}^{7} 6 = 6 + 6 + 6 + 6 + 6$$



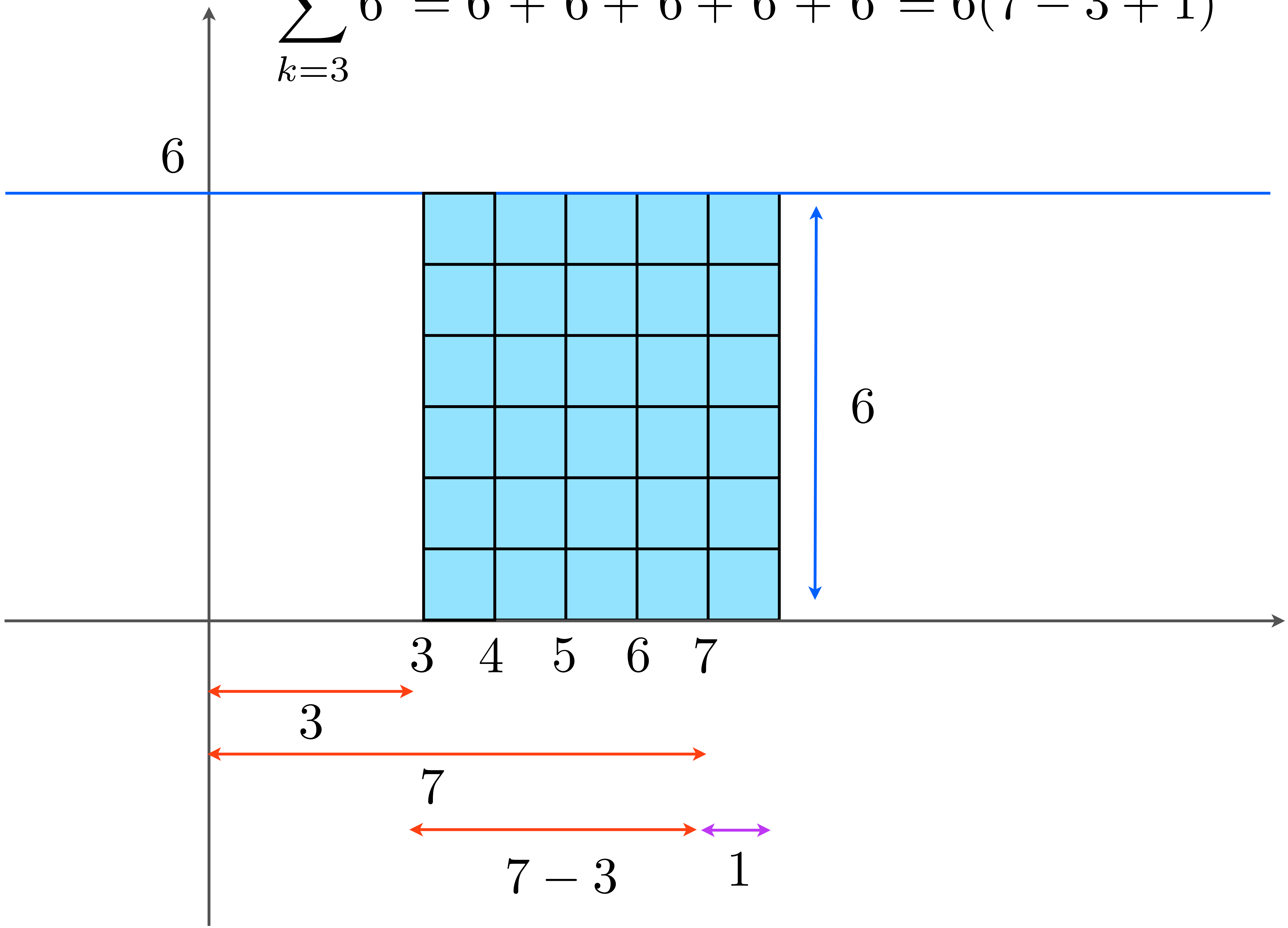
$$\sum_{k=3}^{7} 6 = 6 + 6 + 6 + 6 + 6$$



$$\sum_{k=3}^{7} 6 = 6 + 6 + 6 + 6 + 6$$



$$\sum_{k=3}^{7} 6 = 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 6(7 - 3 + 1)$$



$$\sum_{k=1}^{1} k$$

$$\sum_{k=1}^{1} k \quad = 1$$

$$\sum_{k=1}^{1} k \quad = 1$$

$$\sum_{k=1}^{2} k$$

$$\sum_{k=1}^{1} k \;= 1$$

$$\sum_{k=1}^{2} k \;= 1 + 2$$

$$\sum_{k=1}^{1} k \quad = 1$$

$$\sum_{k=1}^{2} k \quad = 1 + 2 \quad = 3$$

$$\sum_{k=1}^{1} k = 1$$

$$\sum_{k=1}^{2} k = 1 + 2 = 3$$

$$\sum_{k=1}^{3} k$$

$$\sum_{k=1}^{1} k \quad = 1$$

$$\sum_{k=1}^{2} k \quad = 1 + 2 \quad = 3$$

$$\sum_{k=1}^{3} k \quad = 1 + 2 + 3$$

$$\sum_{k=1}^{1} k = 1$$

$$\sum_{k=1}^{2} k = 1 + 2 = 3$$

$$\sum_{k=1}^{3} k = 1 + 2 + 3 = 6$$

$$\sum_{k=1}^{1} k = 1$$

$$\sum_{k=1}^{2} k = 1 + 2 = 3$$

$$\sum_{k=1}^{3} k = 1 + 2 + 3 = 6$$

$$\sum_{k=1}^{4} k$$

$$\sum_{k=1}^{1} k = 1$$

$$\sum_{k=1}^{2} k = 1 + 2 = 3$$

$$\sum_{k=1}^{3} k = 1 + 2 + 3 = 6$$

$$\sum_{k=1}^{4} k = 1 + 2 + 3 + 4$$

$$\sum_{k=1}^{1} k = 1$$

$$\sum_{k=1}^{2} k = 1 + 2 = 3$$

$$\sum_{k=1}^{3} k = 1 + 2 + 3 = 6$$

$$\sum_{k=1}^{4} k = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

$$\sum_{k=1}^{1} k = 1$$

$$\sum_{k=1}^{2} k = 1 + 2 = 3$$

$$\sum_{k=1}^{3} k = 1 + 2 + 3 = 6$$

$$\sum_{k=1}^{4} k = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

$$\sum_{k=1}^{5} k$$

$$\sum_{k=1}^{1} k = 1$$

$$\sum_{k=1}^{2} k = 1 + 2 = 3$$

$$\sum_{k=1}^{3} k = 1 + 2 + 3 = 6$$

$$\sum_{k=1}^{4} k = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

$$\sum_{k=1}^{5} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

$$\sum_{k=1}^{1} k = 1$$

$$\sum_{k=1}^{2} k = 1 + 2 = 3$$

$$\sum_{k=1}^{3} k = 1 + 2 + 3 = 6$$

$$\sum_{k=1}^{4} k = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

$$\sum_{k=1}^{5} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

$$\sum_{k=1}^{1} k \quad = 1$$

$$\sum_{k=1}^{2} k \quad = 1 + 2 \quad = 3$$

$$\sum_{k=1}^{3} k \quad = 1 + 2 + 3 \; = 6$$

$$\sum_{k=1}^{4} k \quad = 1 + 2 + 3 + 4 \; = 10$$

$$\sum_{k=1}^{5} k \quad = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 \; = 15$$

$$\sum_{k=1}^{6} k$$

$$\sum_{k=1}^{1} k = 1$$

$$\sum_{k=1}^{2} k = 1 + 2 = 3$$

$$\sum_{k=1}^{3} k = 1 + 2 + 3 = 6$$

$$\sum_{k=1}^{4} k = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

$$\sum_{k=1}^{5} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$$

$$\sum_{k=1}^{1} k = 1$$

$$\sum_{k=1}^{2} k = 1 + 2 = 3$$

$$\sum_{k=1}^{3} k = 1 + 2 + 3 = 6$$

$$\sum_{k=1}^{4} k = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

$$\sum_{k=1}^{5} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$$

$$\sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(2)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{2} k = 1 + 2 = 3$$

$$\sum_{k=1}^{3} k = 1 + 2 + 3 = 6$$

$$\sum_{k=1}^{4} k = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

$$\sum_{k=1}^{5} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$$

$$\sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(2)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{2} k = 1 + 2 = 3 = \frac{2(3)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{3} k = 1 + 2 + 3 = 6$$

$$\sum_{k=1}^{4} k = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

$$\sum_{k=1}^{5} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$$

$$\sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(2)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{2} k = 1 + 2 = 3 = \frac{2(3)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{3} k = 1 + 2 + 3 = 6 = \frac{3(4)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{4} k = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

$$\sum_{k=1}^{5} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$$

$$\sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(2)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{2} k = 1 + 2 = 3 = \frac{2(3)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{3} k = 1 + 2 + 3 = 6 = \frac{3(4)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{4} k = 1 + 2 + 3 + 4 = 10 = \frac{4(5)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{5} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$$

$$\sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(2)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{2} k = 1 + 2 = 3 = \frac{2(3)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{3} k = 1 + 2 + 3 = 6 = \frac{3(4)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{4} k = 1 + 2 + 3 + 4 = 10 = \frac{4(5)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{5} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15 = \frac{5(6)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$$

$$\sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(2)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{2} k = 1 + 2 = 3 = \frac{2(3)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{3} k = 1 + 2 + 3 = 6 = \frac{3(4)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{4} k = 1 + 2 + 3 + 4 = 10 = \frac{4(5)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{5} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15 = \frac{5(6)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21 = \frac{6(7)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(2)}{2} = \frac{1(1+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{2} k = 1 + 2 = 3 = \frac{2(3)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{3} k = 1 + 2 + 3 = 6 = \frac{3(4)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{4} k = 1 + 2 + 3 + 4 = 10 = \frac{4(5)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{5} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15 = \frac{5(6)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21 = \frac{6(7)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(2)}{2} = \frac{1(1+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{2} k = 1+2 = 3 = \frac{2(3)}{2} = \frac{2(2+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{3} k = 1+2+3 = 6 = \frac{3(4)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{4} k = 1+2+3+4 = 10 = \frac{4(5)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{5} k = 1+2+3+4+5 = 15 = \frac{5(6)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 1+2+3+4+5+6 = 21 = \frac{6(7)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(2)}{2} = \frac{1(1+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{2} k = 1 + 2 = 3 = \frac{2(3)}{2} = \frac{2(2+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{3} k = 1 + 2 + 3 = 6 = \frac{3(4)}{2} = \frac{3(3+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{4} k = 1 + 2 + 3 + 4 = 10 = \frac{4(5)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{5} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15 = \frac{5(6)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21 = \frac{6(7)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(2)}{2} = \frac{1(1+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{2} k = 1+2 = 3 = \frac{2(3)}{2} = \frac{2(2+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{3} k = 1+2+3 = 6 = \frac{3(4)}{2} = \frac{3(3+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{4} k = 1+2+3+4 = 10 = \frac{4(5)}{2} = \frac{4(4+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{5} k = 1+2+3+4+5 = 15 = \frac{5(6)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 1+2+3+4+5+6 = 21 = \frac{6(7)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(2)}{2} = \frac{1(1+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{2} k = 1 + 2 = 3 = \frac{2(3)}{2} = \frac{2(2+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{3} k = 1 + 2 + 3 = 6 = \frac{3(4)}{2} = \frac{3(3+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{4} k = 1 + 2 + 3 + 4 = 10 = \frac{4(5)}{2} = \frac{4(4+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{5} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15 = \frac{5(6)}{2} = \frac{5(5+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21 = \frac{6(7)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(2)}{2} = \frac{1(1+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{2} k = 1+2 = 3 = \frac{2(3)}{2} = \frac{2(2+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{3} k = 1+2+3 = 6 = \frac{3(4)}{2} = \frac{3(3+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{4} k = 1+2+3+4 = 10 = \frac{4(5)}{2} = \frac{4(4+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{5} k = 1+2+3+4+5 = 15 = \frac{5(6)}{2} = \frac{5(5+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 1+2+3+4+5+6 = 21 = \frac{6(7)}{2} = \frac{6(6+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(2)}{2} = \frac{1(1+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{2} k = 1 + 2 = 3 = \frac{2(3)}{2} = \frac{2(2+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{3} k = 1 + 2 + 3 = 6 = \frac{3(4)}{2} = \frac{3(3+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{4} k = 1 + 2 + 3 + 4 = 10 = \frac{4(5)}{2} = \frac{4(4+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{5} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15 = \frac{5(6)}{2} = \frac{5(5+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21 = \frac{6(7)}{2} = \frac{6(6+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(2)}{2} = \frac{1(1+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{2} k = 1 + 2 = 3 = \frac{2(3)}{2} = \frac{2(2+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{3} k = 1 + 2 + 3 = 6 = \frac{3(4)}{2} = \frac{3(3+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{4} k = 1 + 2 + 3 + 4 = 10 = \frac{4(5)}{2} = \frac{4(4+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{5} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15 = \frac{5(6)}{2} = \frac{5(5+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21 = \frac{6(7)}{2} = \frac{6(6+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(2)}{2} = \frac{1(1+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{2} k = 1+2 = 3 = \frac{2(3)}{2} = \frac{2(2+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{3} k = 1+2+3 = 6 = \frac{3(4)}{2} = \frac{3(3+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{4} k = 1+2+3+4 = 10 = \frac{4(5)}{2} = \frac{4(4+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{5} k = 1+2+3+4+5 = 15 = \frac{5(6)}{2} = \frac{5(5+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 1+2+3+4+5+6 = 21 = \frac{6(7)}{2} = \frac{6(6+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(2)}{2} = \frac{1(1+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{2} k = 1+2 = 3 = \frac{2(3)}{2} = \frac{2(2+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{3} k = 1+2+3 = 6 = \frac{3(4)}{2} = \frac{3(3+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{4} k = 1+2+3+4 = 10 = \frac{4(5)}{2} = \frac{4(4+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{5} k = 1+2+3+4+5 = 15 = \frac{5(6)}{2} = \frac{5(5+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 1+2+3+4+5+6 = 21 = \frac{6(7)}{2} = \frac{6(6+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(2)}{2} = \frac{1(1+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{2} k = 1 + 2 = 3 = \frac{2(3)}{2} = \frac{2(2+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{3} k = 1 + 2 + 3 = 6 = \frac{3(4)}{2} = \frac{3(3+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{4} k = 1 + 2 + 3 + 4 = 10 = \frac{4(5)}{2} = \frac{4(4+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{5} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15 = \frac{5(6)}{2} = \frac{5(5+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21 = \frac{6(7)}{2} = \frac{6(6+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(2)}{2} = \frac{1(1+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{2} k = 1 + 2 = 3 = \frac{2(3)}{2} = \frac{2(2+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{3} k = 1 + 2 + 3 = 6 = \frac{3(4)}{2} = \frac{3(3+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{4} k = 1 + 2 + 3 + 4 = 10 = \frac{4(5)}{2} = \frac{4(4+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{5} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15 = \frac{5(6)}{2} = \frac{5(5+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21 = \frac{6(7)}{2} = \frac{6(6+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k \stackrel{?}{=} \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k \stackrel{?}{=} \frac{n(n+1)}{2}$$

Comment faire pour être certain que cette formule fonctionne toujours?

$$\sum_{k=1}^{n} k \stackrel{?}{=} \frac{n(n+1)}{2}$$

Comment faire pour être certain que cette formule fonctionne toujours?

Induction

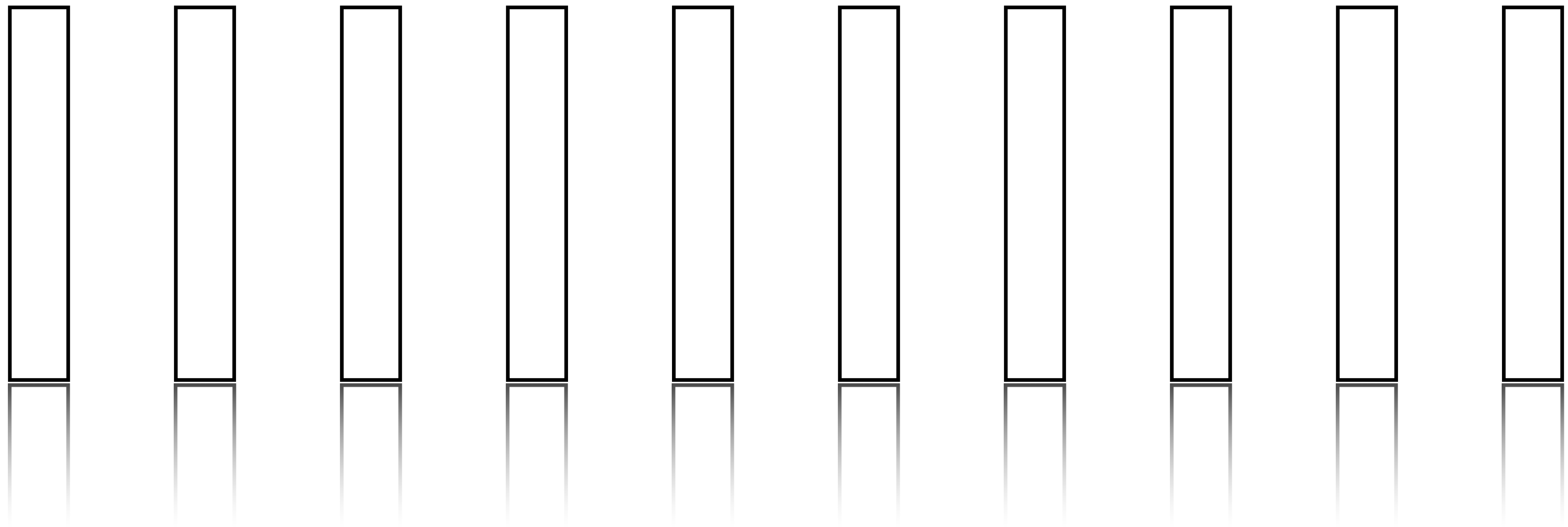
$$\sum_{k=1}^{n} k \stackrel{?}{=} \frac{n(n+1)}{2}$$

Comment faire pour être certain que cette formule fonctionne toujours?

Induction

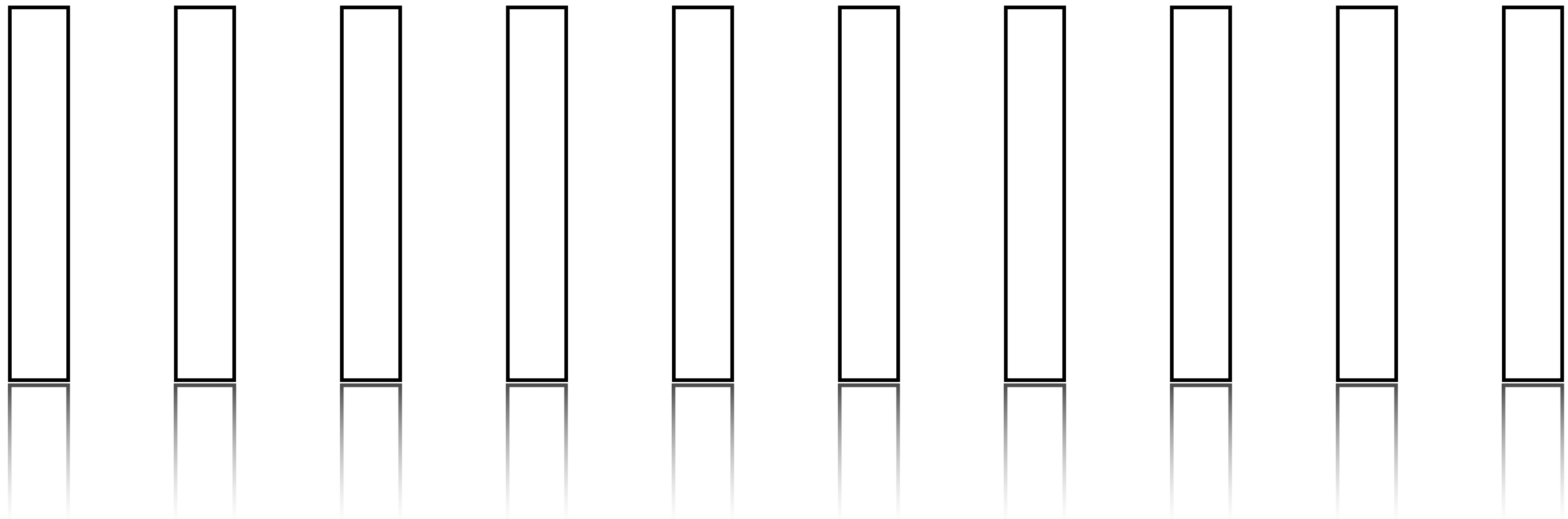
L'induction est une méthode de preuve qui permet de vérifier si une proposition est vraie pour tous les entiers.

Dominos



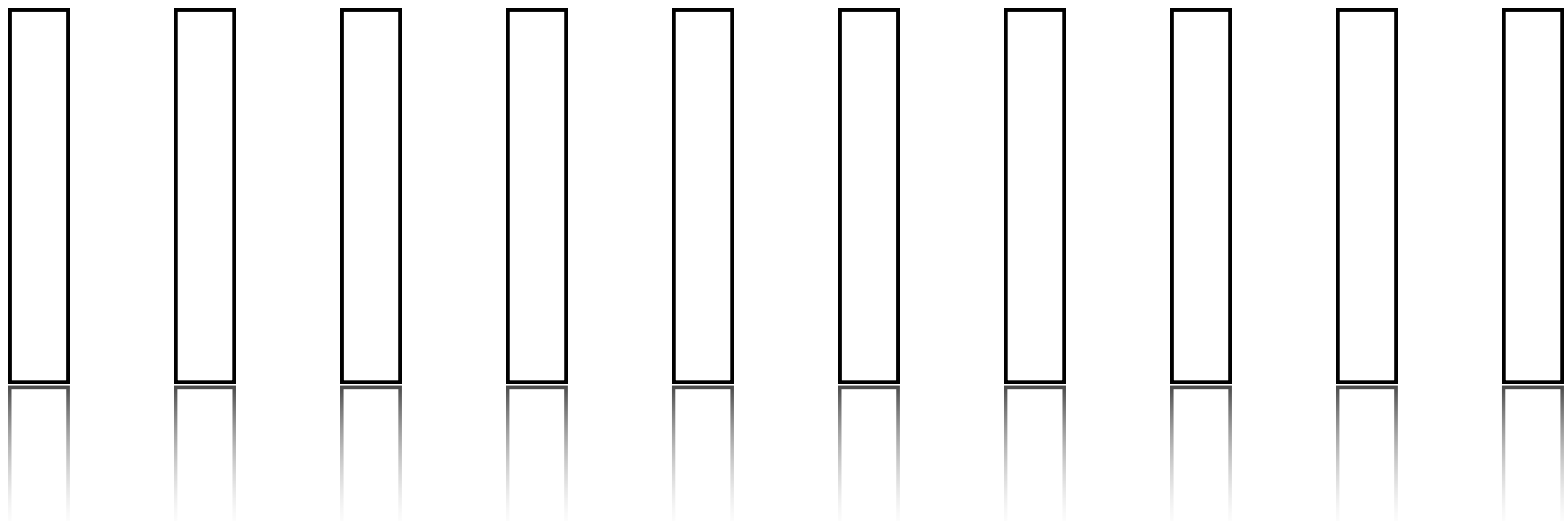
Dominos

Quelles sont les conditions pour qu'ils tombent tous?



Dominos

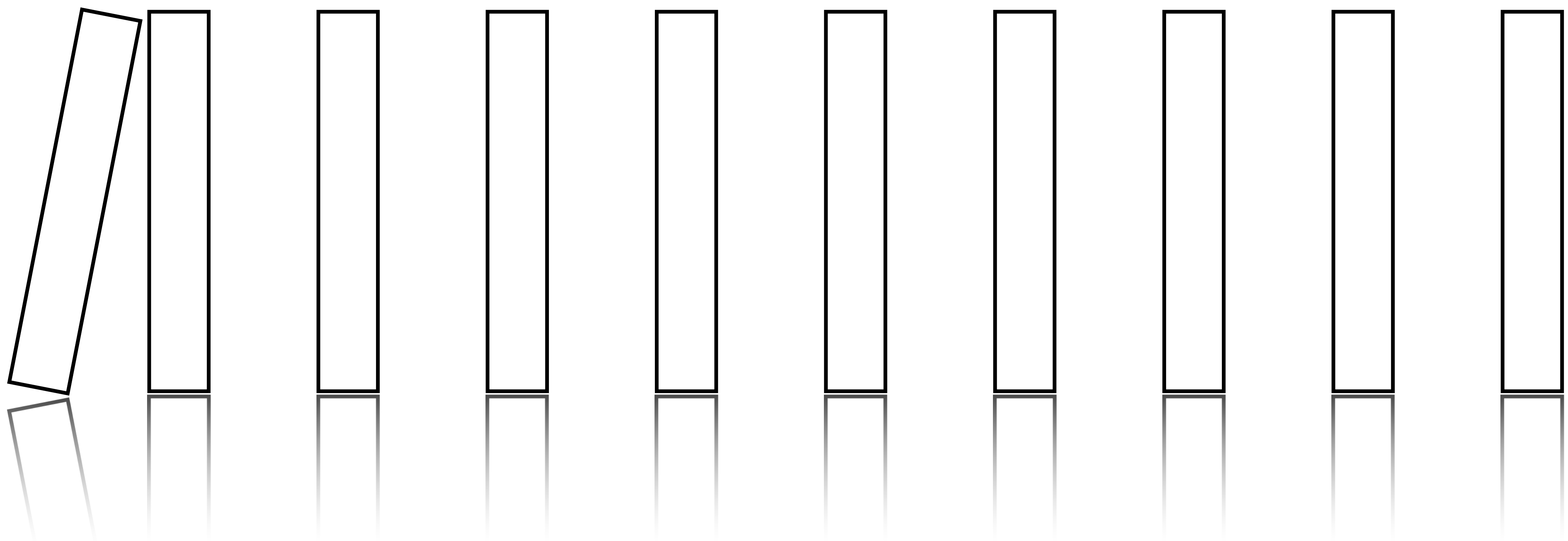
Quelles sont les conditions pour qu'ils tombent tous?



1) On doit être capable de faire tomber le premier

Dominos

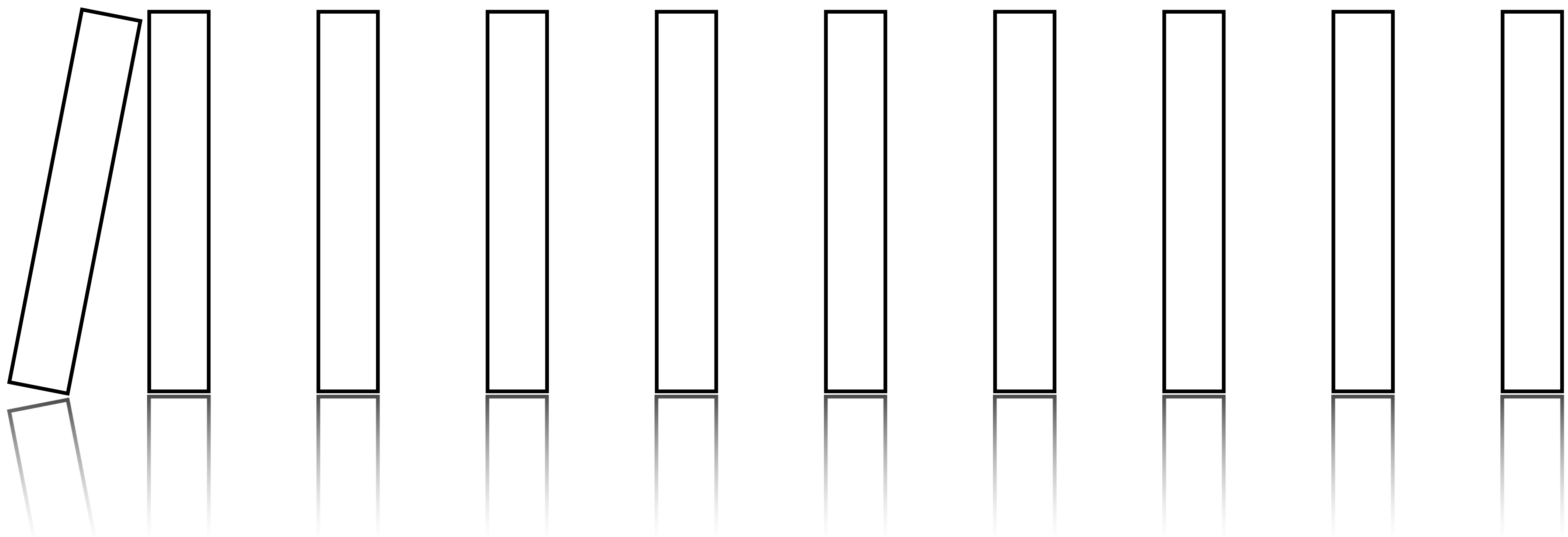
Quelles sont les conditions pour qu'ils tombent tous?



1) On doit être capable de faire tomber le premier

Dominos

Quelles sont les conditions pour qu'ils tombent tous?

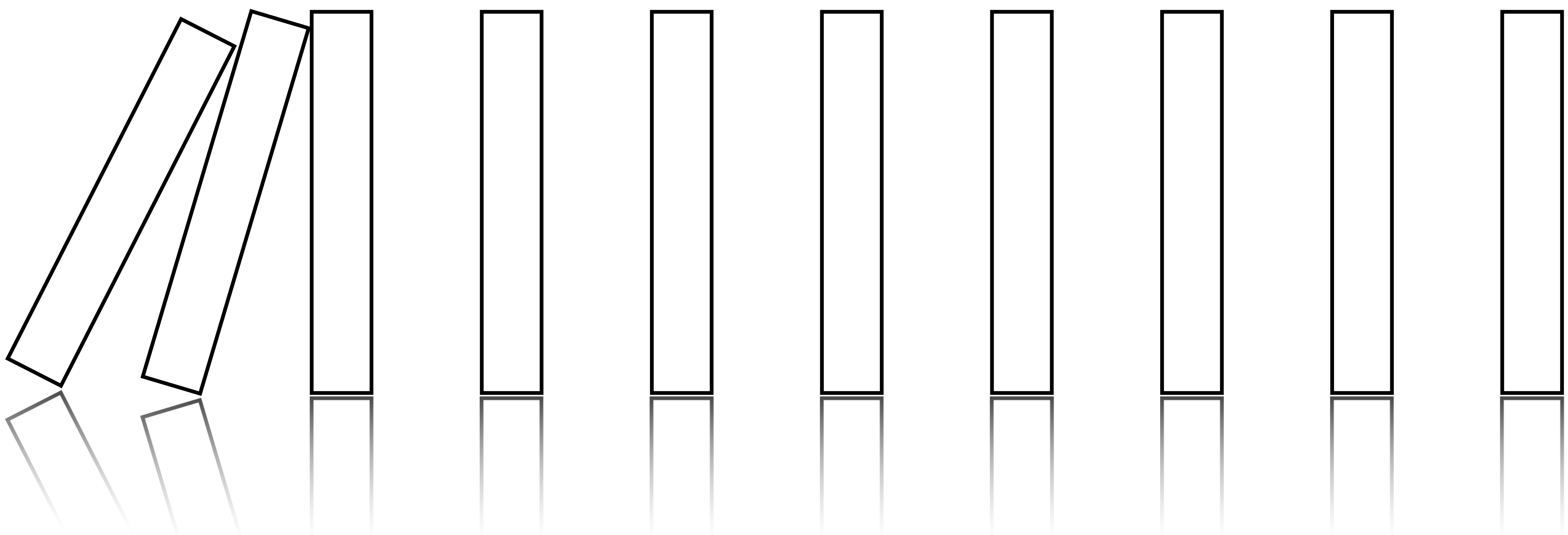


1) On doit être capable de faire tomber le premier

2) Si n'importe quel domino tombe, il doit faire tomber le suivant.

Dominos

Quelles sont les conditions pour qu'ils tombent tous?



1) On doit être capable de faire tomber le premier

2) Si n'importe quel domino tombe, il doit faire tomber le suivant.

En terme d’autres mots, si l’on vérifie qu’une proposition

En terme d'autres mots, si l'on vérifie qu'une proposition

1) est vrai pour $n = 1$

En terme d'autres mots, si l'on vérifie qu'une proposition

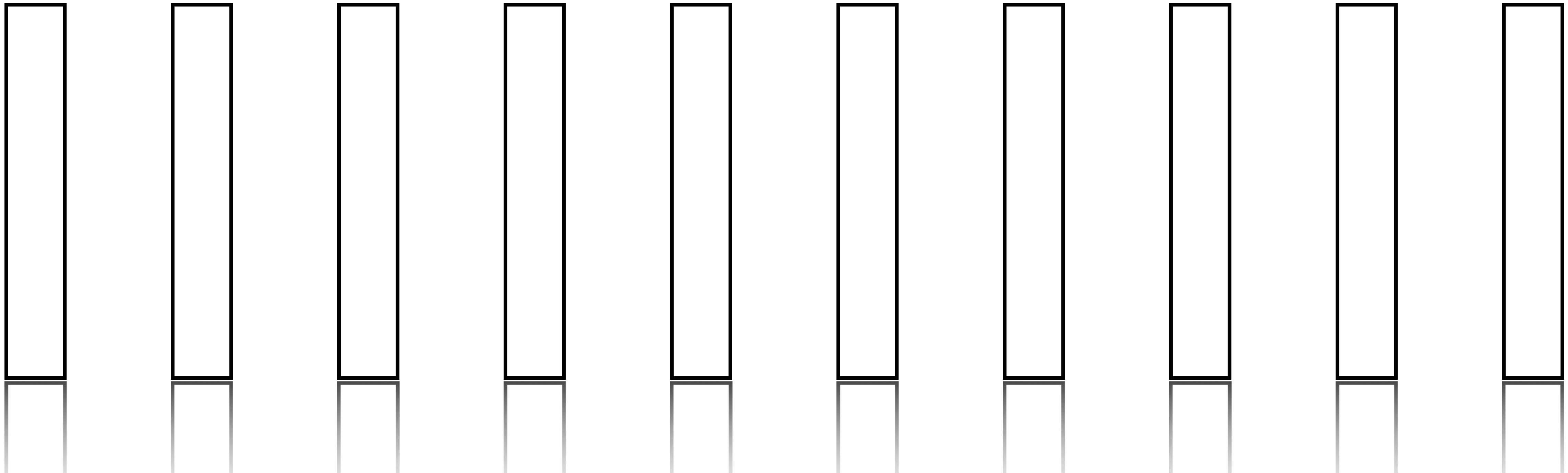
1) est vrai pour $n = 1$

2) si elle est vrai pour n alors elle est vrai pour $n + 1$

En terme d'autres mots, si l'on vérifie qu'une proposition

1) est vrai pour $n = 1$

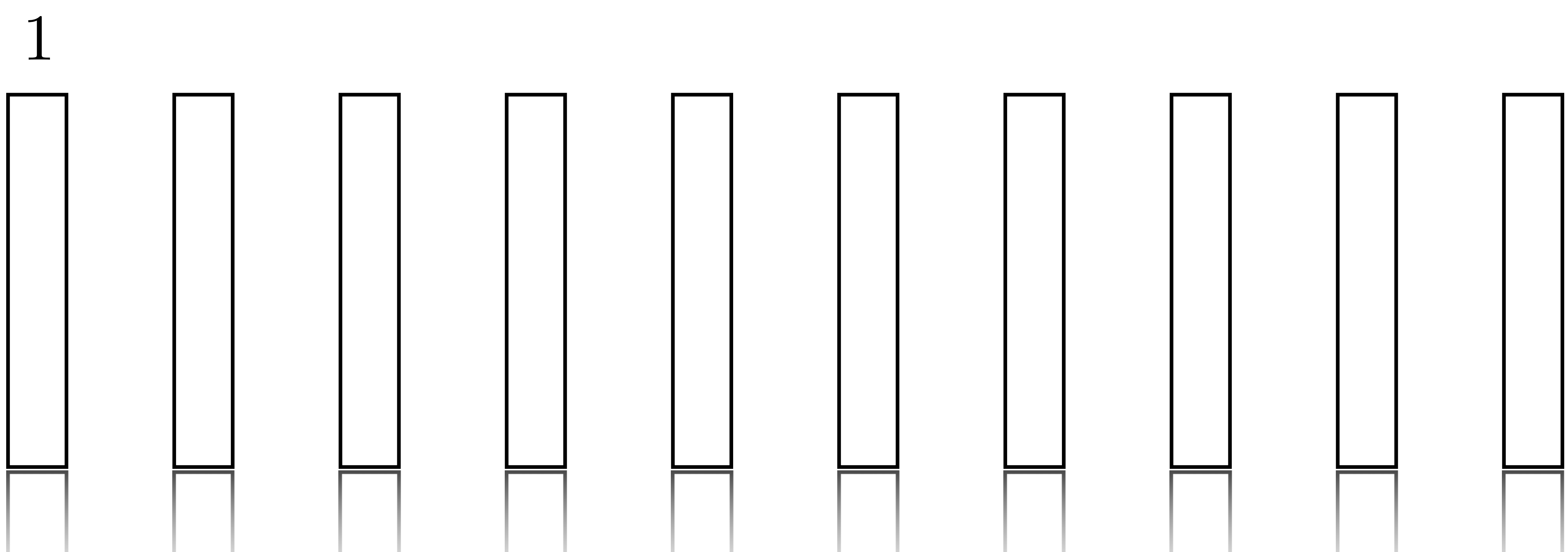
2) si elle est vrai pour n alors elle est vrai pour $n + 1$



En terme d'autres mots, si l'on vérifie qu'une proposition

1) est vrai pour $n = 1$

2) si elle est vrai pour n alors elle est vrai pour $n + 1$

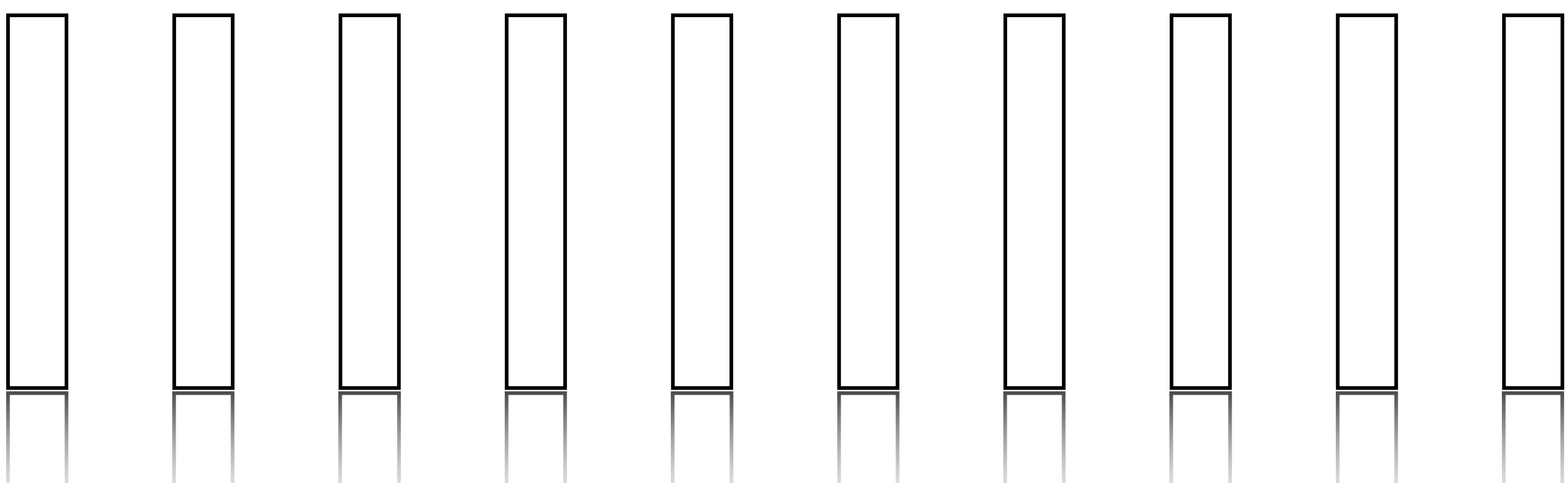


En terme d'autres mots, si l'on vérifie qu'une proposition

1) est vrai pour $n = 1$

2) si elle est vrai pour n alors elle est vrai pour $n + 1$

$1 \Longrightarrow 2$

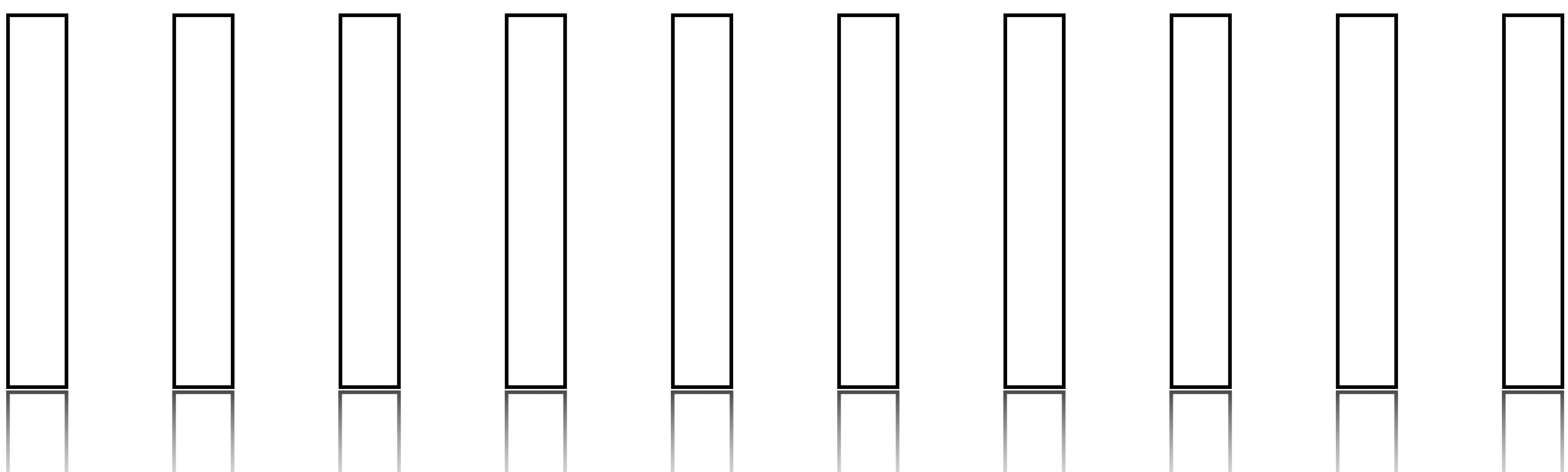


En terme d'autres mots, si l'on vérifie qu'une proposition

1) est vrai pour $n = 1$

2) si elle est vrai pour n alors elle est vrai pour $n+1$

$$1 \Longrightarrow 2 \Longrightarrow 3$$

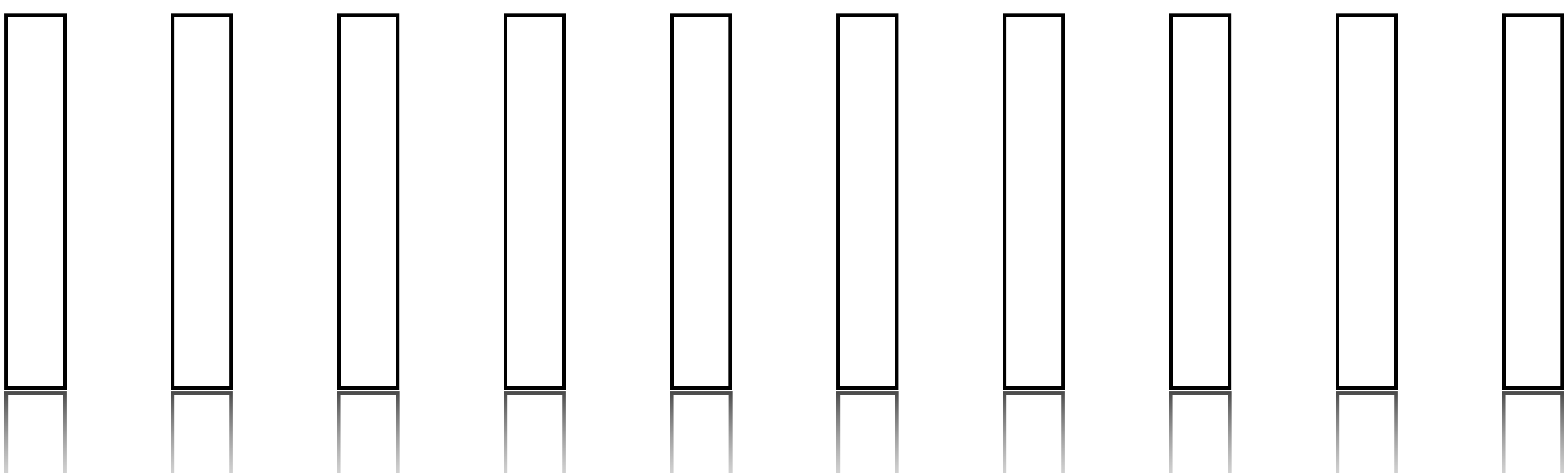


En terme d'autres mots, si l'on vérifie qu'une proposition

1) est vrai pour $n = 1$

2) si elle est vrai pour n alors elle est vrai pour $n + 1$

$$1 \Longrightarrow 2 \Longrightarrow 3 \Longrightarrow 4$$

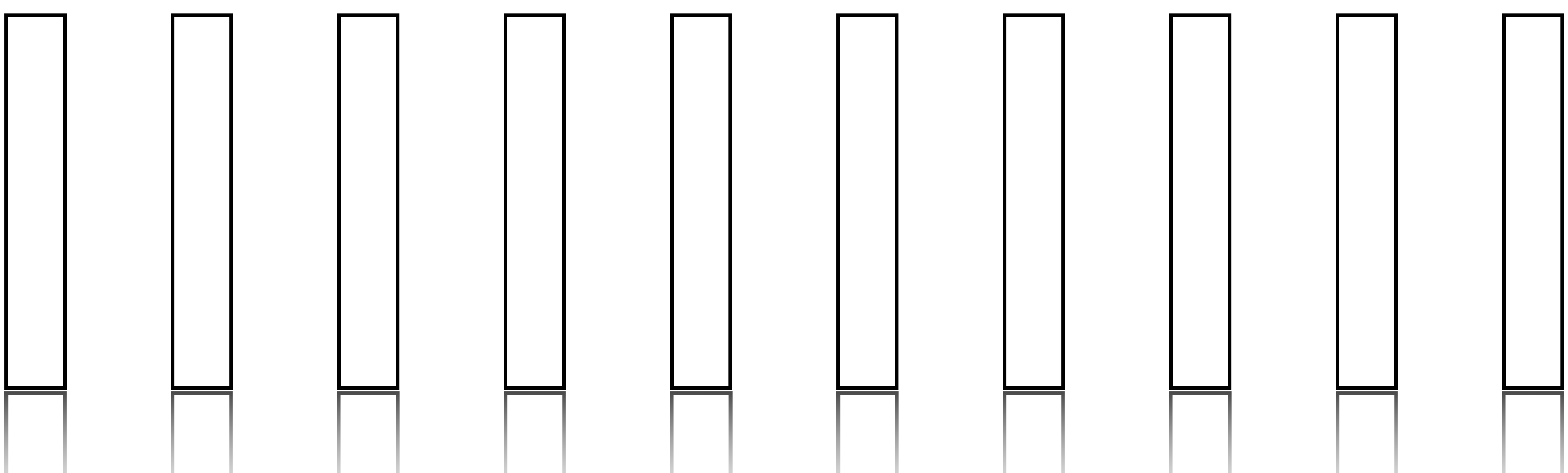


En terme d'autres mots, si l'on vérifie qu'une proposition

1) est vrai pour $n = 1$

2) si elle est vrai pour n alors elle est vrai pour $n + 1$

$$1 \Longrightarrow 2 \Longrightarrow 3 \Longrightarrow 4 \Longrightarrow \ldots$$



$n = 1$

$n = 1$

$$\sum_{k=1}^{1} k = 1$$

$n = 1$

$$\sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(1+1)}{2}$$

$n = 1$ $$\sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(1+1)}{2}$$

Supposons vrai

pour n

$n = 1$ $$\sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(1+1)}{2}$$

Supposons vrai pour n

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$n = 1$

$$\sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(1+1)}{2}$$

Supposons vrai

pour n

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2} \overset{?}{\Longrightarrow} \sum_{k=1}^{n+1} k = \frac{(n+1)((n+1)+1)}{2}$$

$n = 1$ $$\sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(1+1)}{2}$$

Supposons vrai
pour n

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2} \stackrel{?}{\Longrightarrow} \sum_{k=1}^{n+1} k = \frac{(n+1)((n+1)+1)}{2}$$

$n = 1$ $$\sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(1+1)}{2}$$

Supposons vrai pour n

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2} \overset{?}{\Longrightarrow} \sum_{k=1}^{n+1} k = \frac{(n+1)((n+1)+1)}{2}$$

$n = 1$ $$\sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(1+1)}{2}$$

Supposons vrai pour n

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2} \overset{?}{\Longrightarrow} \sum_{k=1}^{n+1} k = \frac{(n+1)((n+1)+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{n+1} k$$

$n = 1$ $$\sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(1+1)}{2}$$

Supposons vrai pour n

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2} \overset{?}{\Longrightarrow} \sum_{k=1}^{n+1} k = \frac{(n+1)((n+1)+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{n+1} k$$

$n = 1$ $$\sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(1+1)}{2}$$

Supposons vrai pour n

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2} \overset{?}{\Longrightarrow} \boxed{\sum_{k=1}^{n+1} k} = \frac{(n+1)((n+1)+1)}{2}$$

$$\boxed{\sum_{k=1}^{n+1} k} = \sum_{k=1}^{n} k + \sum_{k=n+1}^{n+1} k$$

$n = 1$ $$\sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(1+1)}{2}$$

Supposons vrai pour n

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2} \overset{?}{\Longrightarrow} \boxed{\sum_{k=1}^{n+1} k} = \frac{(n+1)((n+1)+1)}{2}$$

$$\boxed{\sum_{k=1}^{n+1} k} = \sum_{k=1}^{n} k + \sum_{k=n+1}^{n+1} k = \sum_{k=1}^{n} k + (n+1)$$

$n = 1$ $$\sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(1+1)}{2}$$

Supposons vrai pour n

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2} \overset{?}{\Longrightarrow} \boxed{\sum_{k=1}^{n+1} k} = \frac{(n+1)((n+1)+1)}{2}$$

$$\boxed{\sum_{k=1}^{n+1} k} = \sum_{k=1}^{n} k + \sum_{k=n+1}^{n+1} k = \sum_{k=1}^{n} k + (n+1)$$

$$= \frac{n(n+1)}{2} + (n+1)$$

$$n = 1 \qquad \sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(1+1)}{2}$$

Supposons vrai

pour n

$$\boxed{\sum_{k=1}^{n} k} = \frac{n(n+1)}{2} \overset{?}{\Longrightarrow} \boxed{\sum_{k=1}^{n+1} k} = \frac{(n+1)((n+1)+1)}{2}$$

$$\boxed{\sum_{k=1}^{n+1} k} = \sum_{k=1}^{n} k + \sum_{k=n+1}^{n+1} k = \boxed{\sum_{k=1}^{n} k} + (n+1)$$

$$= \frac{n(n+1)}{2} + (n+1)$$

$n = 1$ $$\sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(1+1)}{2}$$

Supposons vrai pour n

$$\boxed{\sum_{k=1}^{n} k} = \boxed{\frac{n(n+1)}{2}} \overset{?}{\Longrightarrow} \boxed{\sum_{k=1}^{n+1} k} = \frac{(n+1)((n+1)+1)}{2}$$

$$\boxed{\sum_{k=1}^{n+1} k} = \sum_{k=1}^{n} k + \sum_{k=n+1}^{n+1} k = \boxed{\sum_{k=1}^{n} k} + (n+1)$$

$$= \boxed{\frac{n(n+1)}{2}} + (n+1)$$

$$n = 1 \qquad \sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(1+1)}{2}$$

Supposons vrai pour n

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2} \overset{?}{\Longrightarrow} \sum_{k=1}^{n+1} k = \frac{(n+1)((n+1)+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{n+1} k = \sum_{k=1}^{n} k + \sum_{k=n+1}^{n+1} k = \sum_{k=1}^{n} k + (n+1)$$

$$= \frac{n(n+1)}{2} + (n+1) = \frac{n(n+1)}{2} + \frac{2(n+1)}{2}$$

$n = 1$ $$\sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(1+1)}{2}$$

Supposons vrai pour n

$$\boxed{\sum_{k=1}^{n} k} = \boxed{\frac{n(n+1)}{2}} \overset{?}{\Longrightarrow} \boxed{\sum_{k=1}^{n+1} k} = \frac{(n+1)((n+1)+1)}{2}$$

$$\boxed{\sum_{k=1}^{n+1} k} = \sum_{k=1}^{n} k + \sum_{k=n+1}^{n+1} k = \boxed{\sum_{k=1}^{n} k} + (n+1)$$

$$= \boxed{\frac{n(n+1)}{2}} + (n+1) = \frac{n(n+1)}{2} + \frac{2(n+1)}{2}$$

$$= \frac{n(n+1) + 2(n+1)}{2}$$

$$n = 1 \qquad \sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(1+1)}{2}$$

Supposons vrai

pour n

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2} \overset{?}{\Longrightarrow} \sum_{k=1}^{n+1} k = \frac{(n+1)((n+1)+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{n+1} k = \sum_{k=1}^{n} k + \sum_{k=n+1}^{n+1} k = \sum_{k=1}^{n} k + (n+1)$$

$$= \frac{n(n+1)}{2} + (n+1) = \frac{n(n+1)}{2} + \frac{2(n+1)}{2}$$

$$= \frac{n(n+1)+2(n+1)}{2} = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

$n = 1$ $$\sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(1+1)}{2}$$

Supposons vrai pour n

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2} \overset{?}{\Longrightarrow} \sum_{k=1}^{n+1} k = \frac{(n+1)((n+1)+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{n+1} k = \sum_{k=1}^{n} k + \sum_{k=n+1}^{n+1} k = \sum_{k=1}^{n} k + (n+1)$$

$$= \frac{n(n+1)}{2} + (n+1) = \frac{n(n+1)}{2} + \frac{2(n+1)}{2}$$

$$= \frac{n(n+1) + 2(n+1)}{2} = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

$n = 1$ $$\sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(1+1)}{2}$$

Supposons vrai pour n

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2} \overset{?}{\Longrightarrow} \sum_{k=1}^{n+1} k = \frac{(n+1)((n+1)+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{n+1} k = \sum_{k=1}^{n} k + \sum_{k=n+1}^{n+1} k = \sum_{k=1}^{n} k + (n+1)$$

$$= \frac{n(n+1)}{2} + (n+1) = \frac{n(n+1)}{2} + \frac{2(n+1)}{2}$$

$$= \frac{n(n+1) + 2(n+1)}{2} = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

$$= \frac{(n+1)((n+1)+1)}{2}$$

$$n = 1 \qquad \sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1(1+1)}{2}$$

Supposons vrai pour n

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2} \overset{?}{\Longrightarrow} \sum_{k=1}^{n+1} k = \frac{(n+1)((n+1)+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{n+1} k = \sum_{k=1}^{n} k + \sum_{k=n+1}^{n+1} k = \sum_{k=1}^{n} k + (n+1)$$

$$= \frac{n(n+1)}{2} + (n+1) = \frac{n(n+1)}{2} + \frac{2(n+1)}{2}$$

$$= \frac{n(n+1) + 2(n+1)}{2} = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

$$= \frac{(n+1)((n+1)+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{6} k$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$$

$$+$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$$

$$+ \quad \sum_{k=1}^{6} k = 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$$

$$2\sum_{k=1}^{6} k = (1 + 6) + (2 + 5) + (3 + 4) + (4 + 3) + (5 + 2) + (6 + 1)$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$$

$+$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$$

1

$$2\sum_{k=1}^{6} k = (1+6) + (2+5) + (3+4) + (4+3) + (5+2) + (6+1)$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$$

$$+ \quad \sum_{k=1}^{6} k = 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$$

$$2\sum_{k=1}^{6} k = (1+6) + (\overset{\overset{1}{\curvearrowright}}{2+5}) + (\overset{\overset{2}{\curvearrowright}}{3+4}) + (4+3) + (5+2) + (6+1)$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$$

$+$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$$

---

1 2 3

$$2\sum_{k=1}^{6} k = (1 + 6) + (2 + 5) + (3 + 4) + (4 + 3) + (5 + 2) + (6 + 1)$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$$

$$+ \quad \sum_{k=1}^{6} k = 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$$

$$2\sum_{k=1}^{6} k = (1 + 6) + \overset{1}{(2 + 5)} + \overset{2}{(3 + 4)} + \overset{3}{(4 + 3)} + \overset{4}{(5 + 2)} + (6 + 1)$$

$$
\begin{array}{rl}
 & \displaystyle\sum_{k=1}^{6} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 \\
+ & \displaystyle\sum_{k=1}^{6} k = 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 \\
\hline
\end{array}
$$

$$
2\sum_{k=1}^{6} k = (1 + 6) + \overset{1}{(2 + 5)} + \overset{2}{(3 + 4)} + \overset{3}{(4 + 3)} + \overset{4}{(5 + 2)} + \overset{5}{(6 + 1)}
$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 1+2+3+4+5+6$$

$$+$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 6+5+4+3+2+1$$

1 2 3 4 5

$$2\sum_{k=1}^{6} k = (1+6)+(2+5)+(3+4)+(4+3)+(5+2)+(6+1)$$

$$= \underbrace{(1+6)+(1+6)+(1+6)+(1+6)+(1+6)+(1+6)}_{6 \text{ fois}}$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 1+2+3+4+5+6$$

$$+$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 6+5+4+3+2+1$$

$$1 \qquad 2 \qquad 3 \qquad 4 \qquad 5$$

$$2\sum_{k=1}^{6} k = (1+6)+(2+5)+(3+4)+(4+3)+(5+2)+(6+1)$$

$$= \underbrace{(1+6)+(1+6)+(1+6)+(1+6)+(1+6)+(1+6)}_{6\ \text{fois}}$$

$$= 6(6+1)$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$$

$$+$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$$

$$2\sum_{k=1}^{6} k = (1+6) + \overset{\overset{1}{\curvearrowright}}{(2+5)} + \overset{\overset{2}{\curvearrowright}}{(3+4)} + \overset{\overset{3}{\curvearrowright}}{(4+3)} + \overset{\overset{4}{\curvearrowright}}{(5+2)} + \overset{\overset{5}{\curvearrowright}}{(6+1)}$$

$$= \underbrace{(1+6) + (1+6) + (1+6) + (1+6) + (1+6) + (1+6)}_{6 \text{ fois}}$$

$$= 6(6+1)$$

$$\sum_{k=1}^{6} = \frac{6(6+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$$

$$+$$

$$\sum_{k=1}^{6} k = 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$$

$$2\sum_{k=1}^{6} k = (1+6) \overset{1}{+} (2+5) \overset{2}{+} (3+4) \overset{3}{+} (4+3) \overset{4}{+} (5+2) \overset{5}{+} (6+1)$$

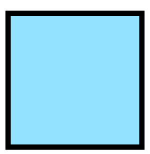
$$= \underbrace{(1+6)+(1+6)+(1+6)+(1+6)+(1+6)+(1+6)}_{6 \text{ fois}}$$

$$= 6(6+1)$$

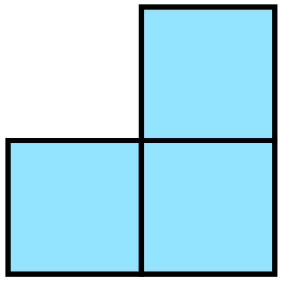
$$\sum_{k=1}^{6} = \frac{6(6+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{6} k$$

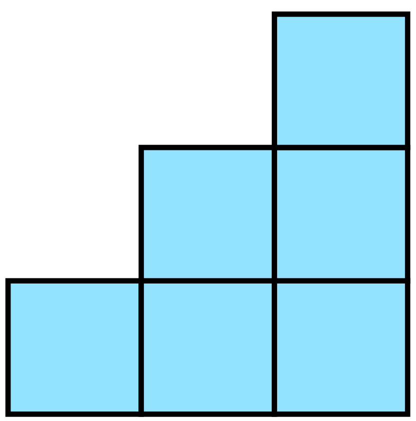
$$\sum_{k=1}^{6} k$$



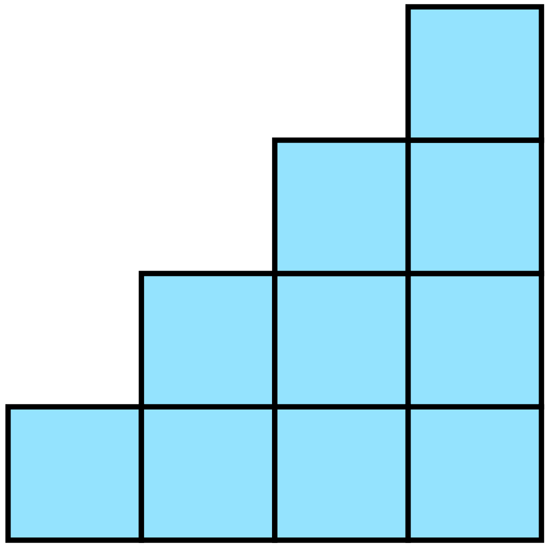
$$\sum_{k=1}^{6} k$$



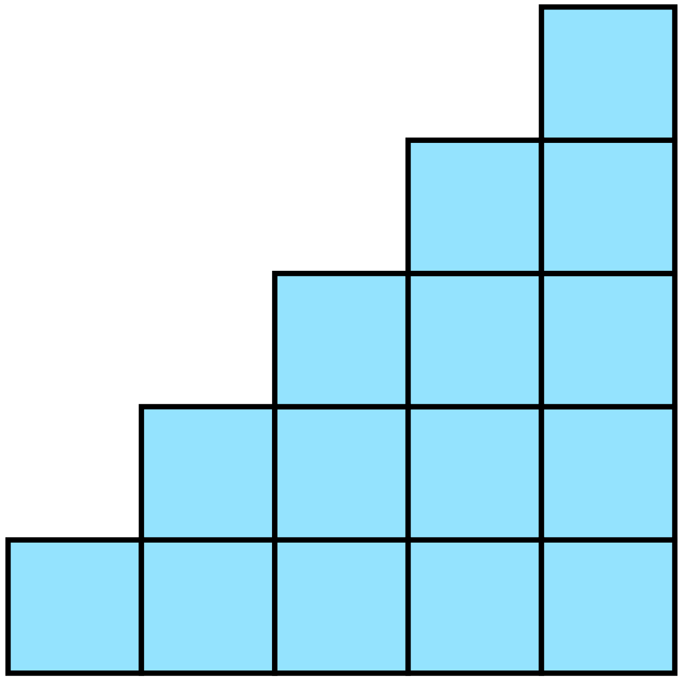
$$\sum_{k=1}^{6} k$$



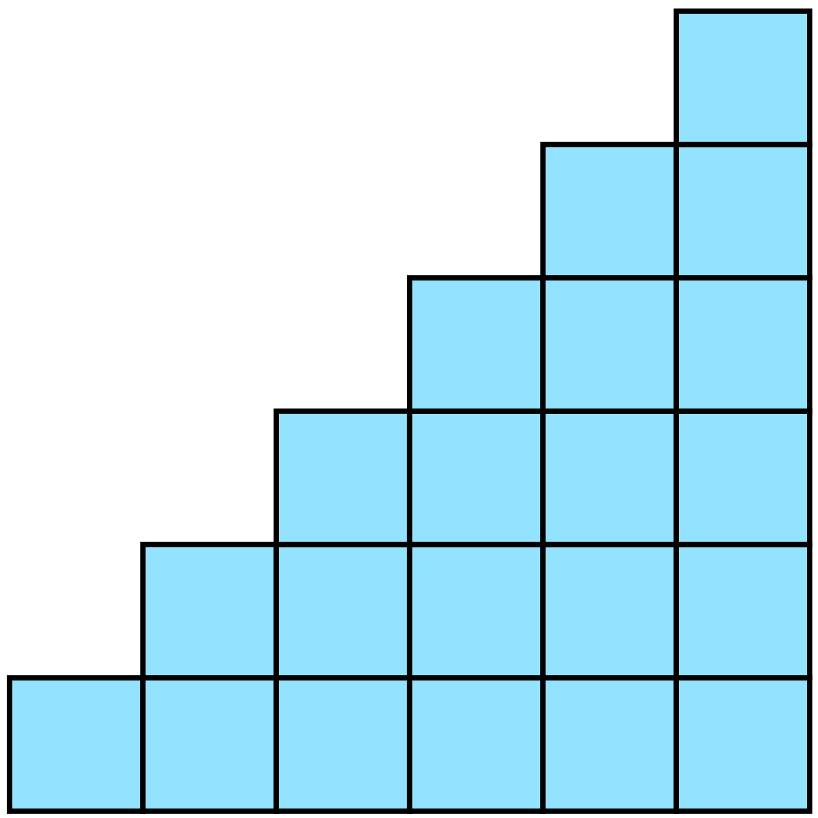
$$\sum_{k=1}^{6} k$$



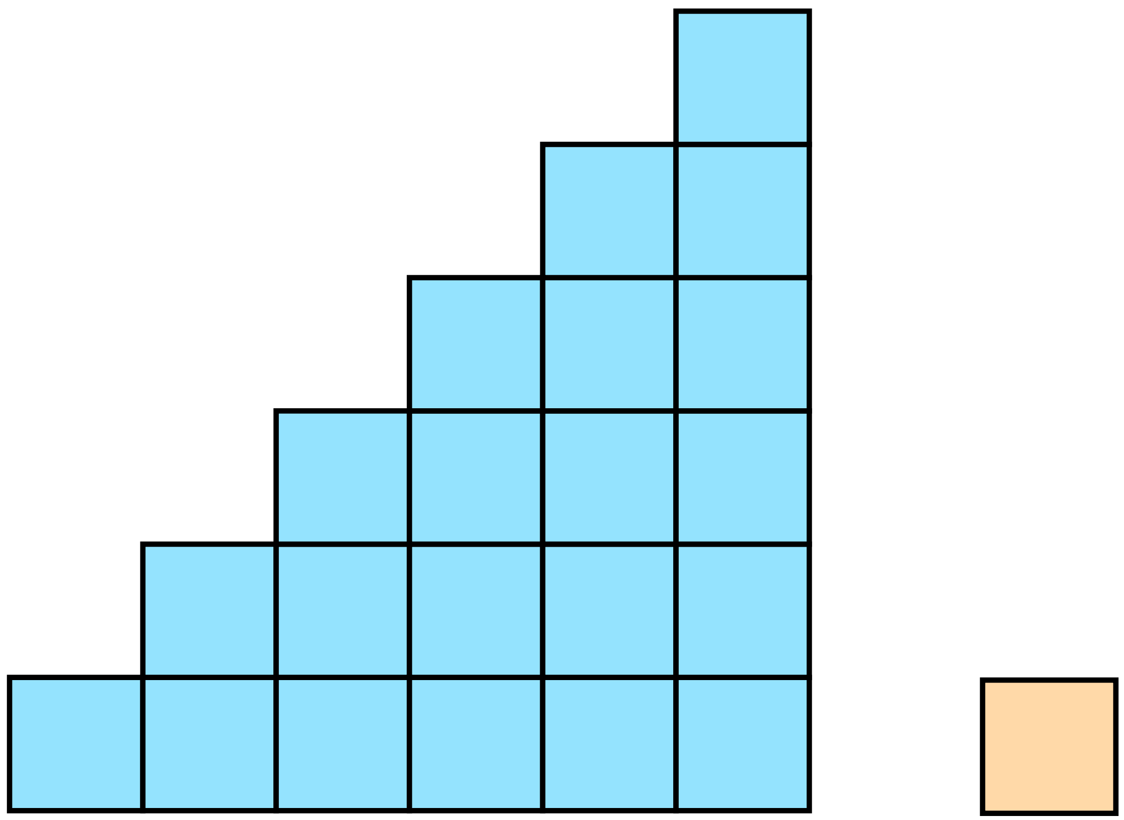
$$\sum_{k=1}^{6} k$$



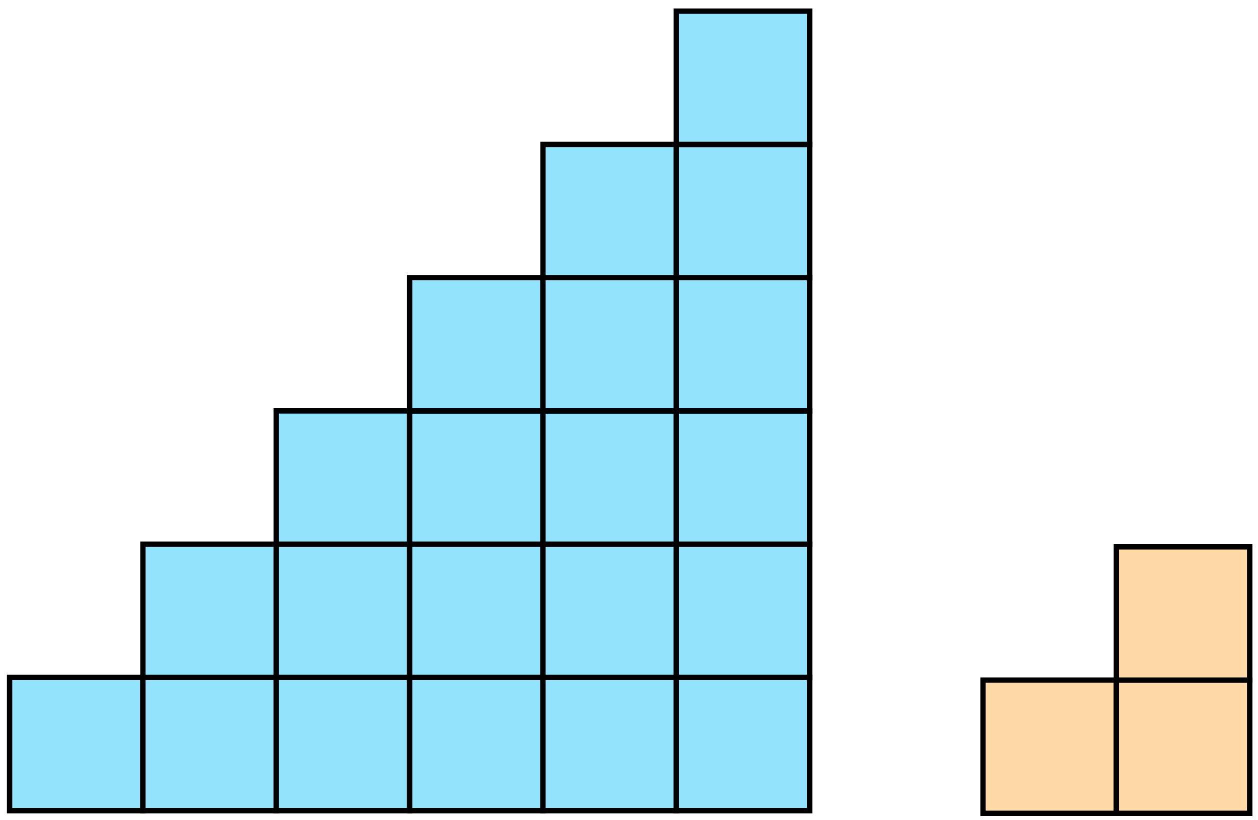
$$\sum_{k=1}^{6} k$$



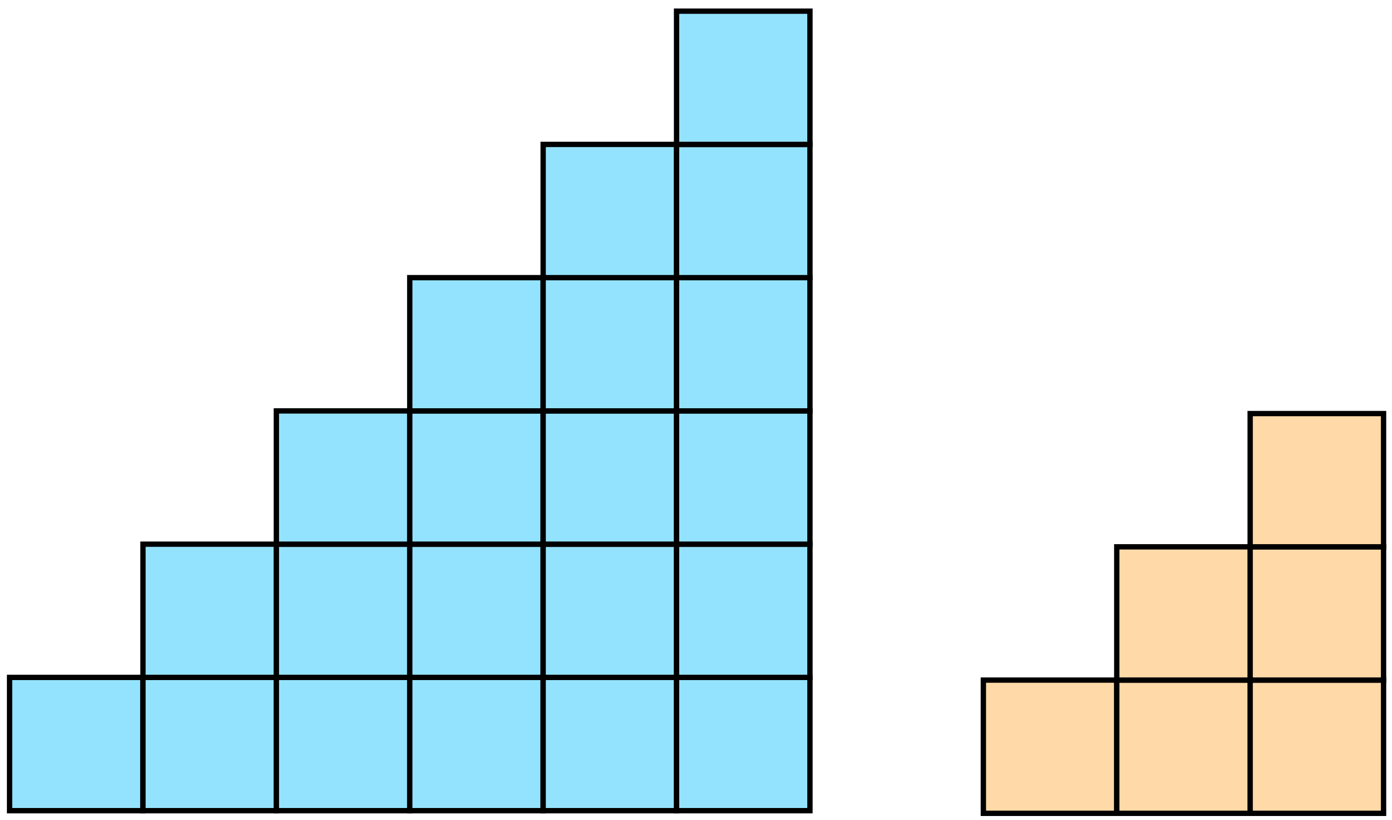
$$\sum_{k=1}^{6} k$$



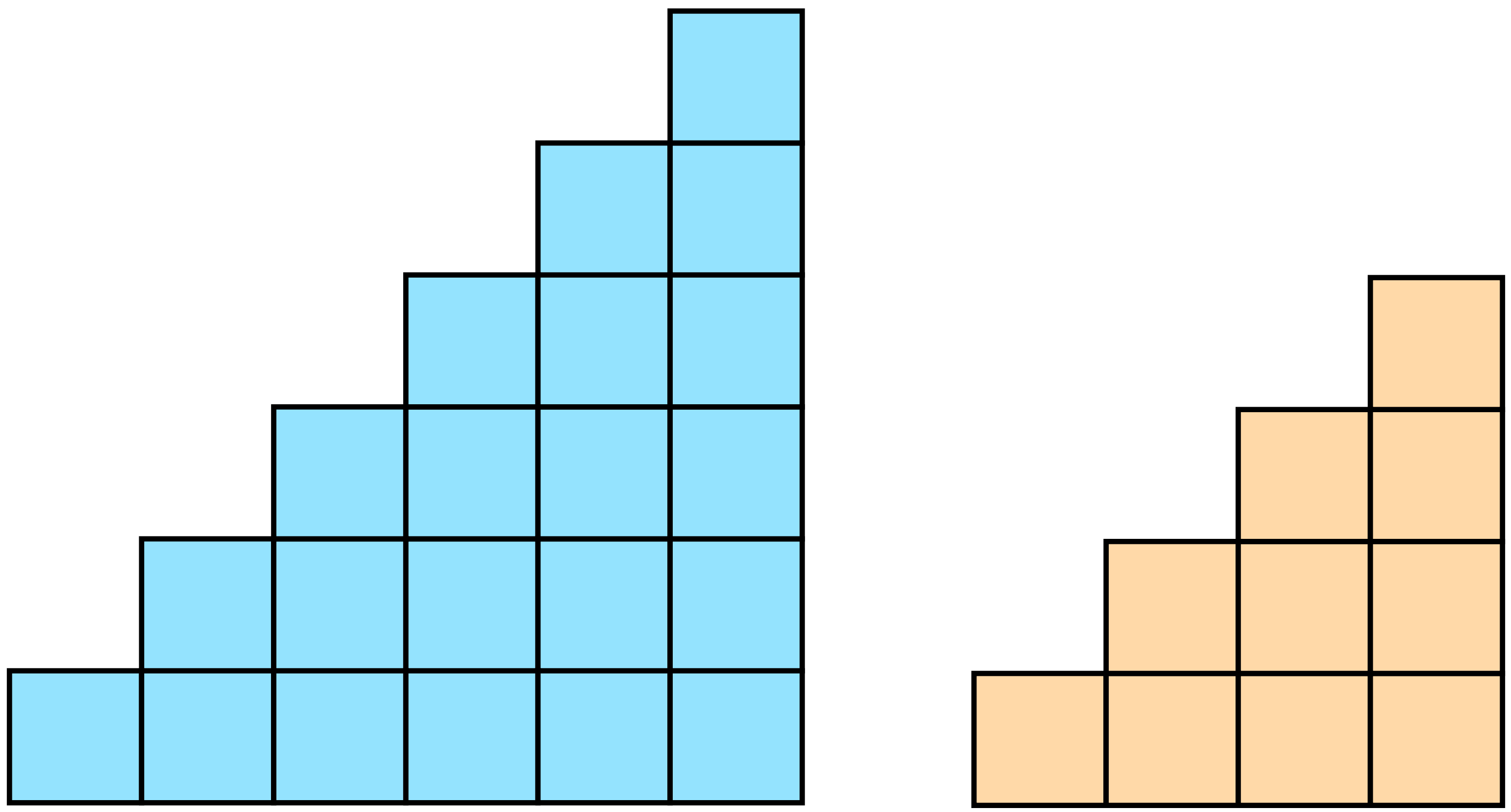
$$\sum_{k=1}^{6} k$$



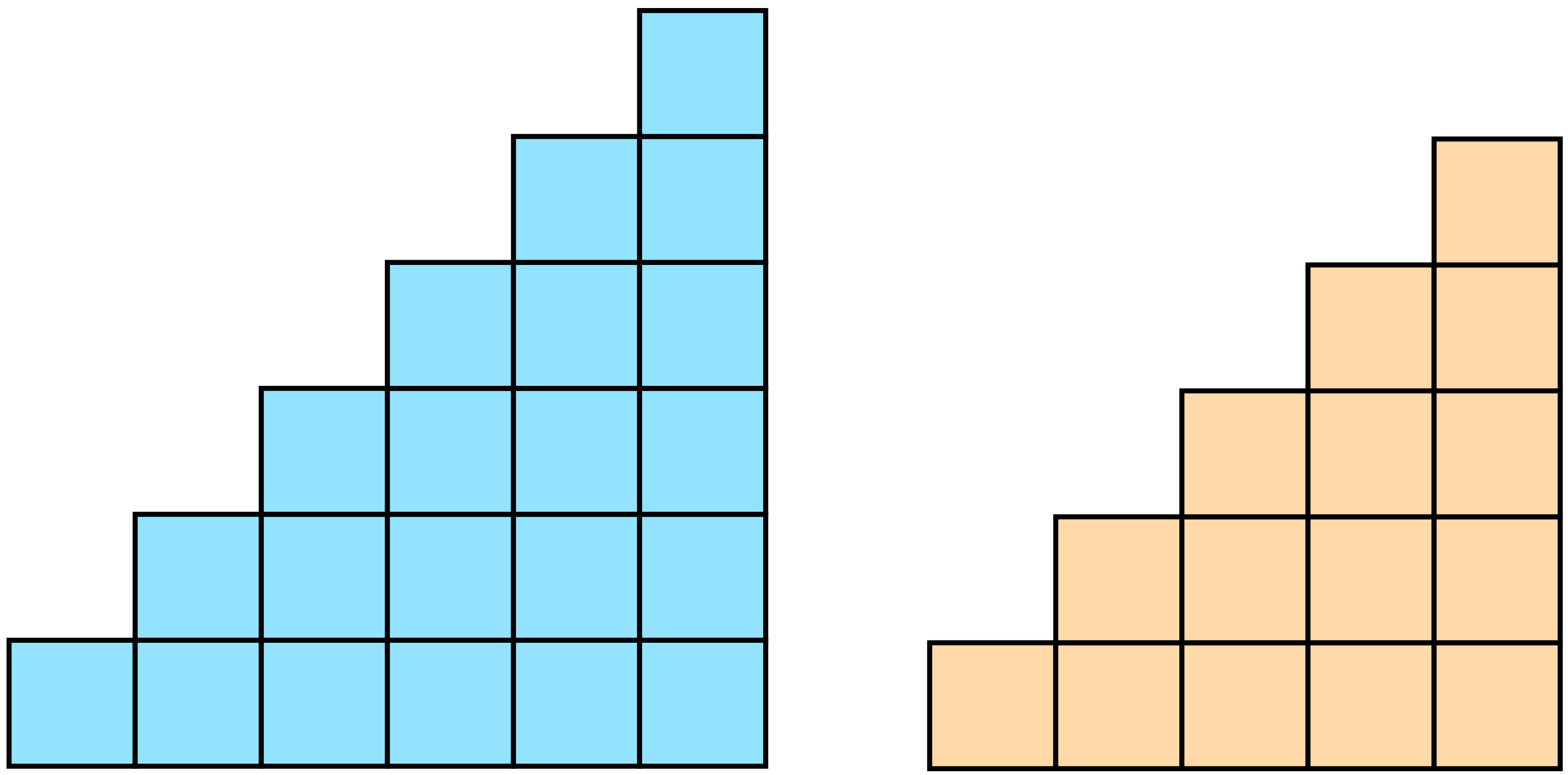
$$\sum_{k=1}^{6} k$$



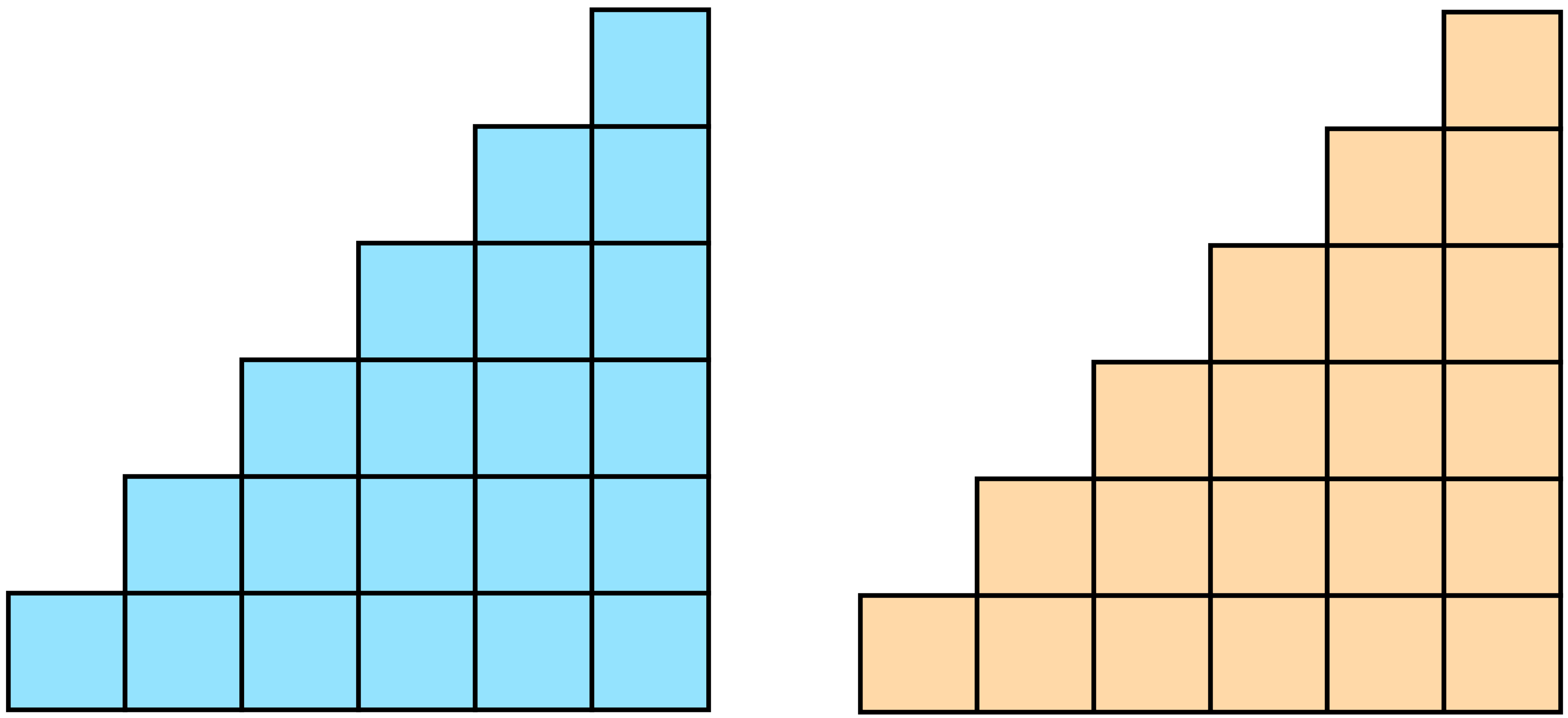
$$\sum_{k=1}^{6} k$$



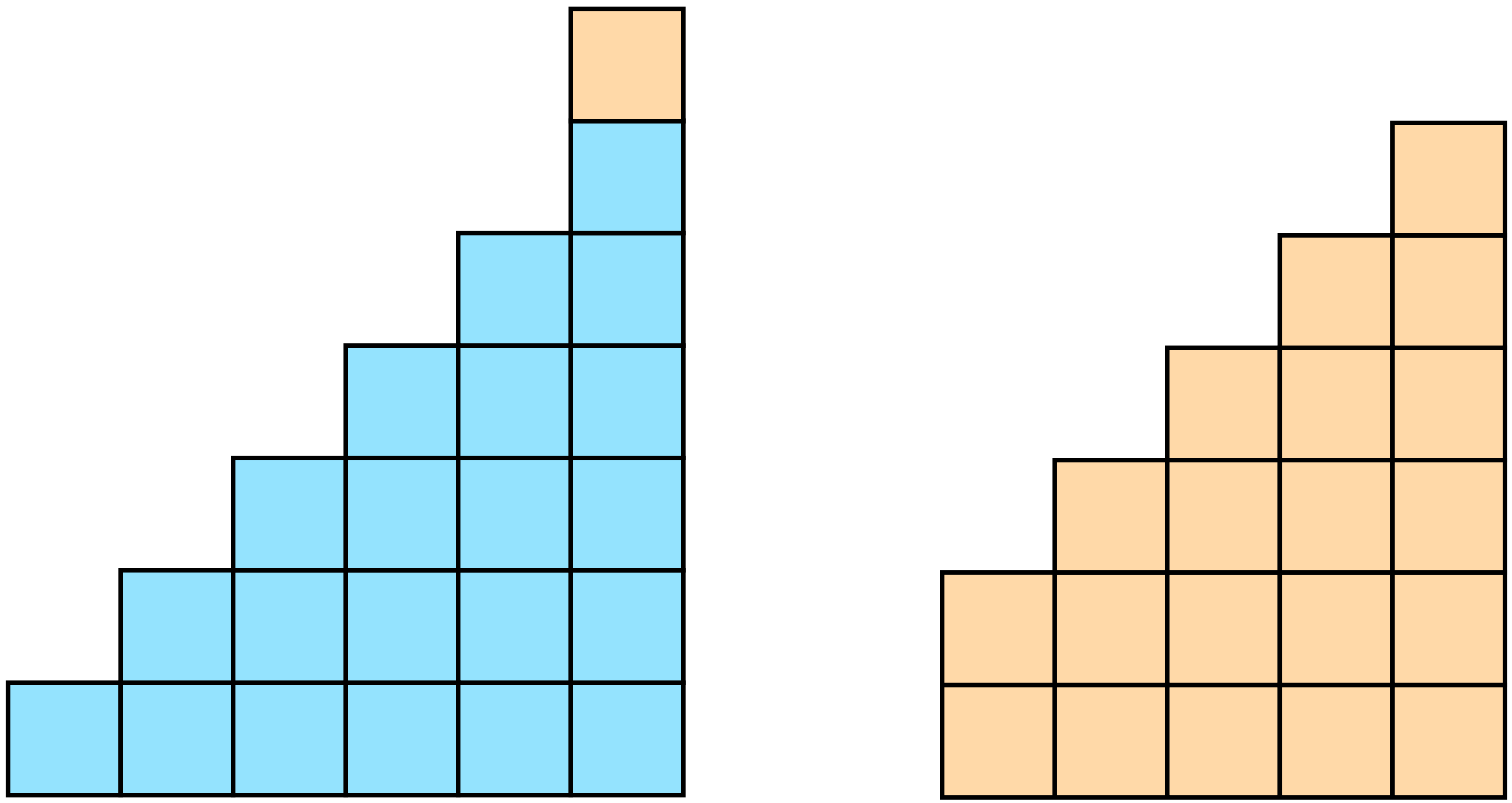
$$\sum_{k=1}^{6} k$$



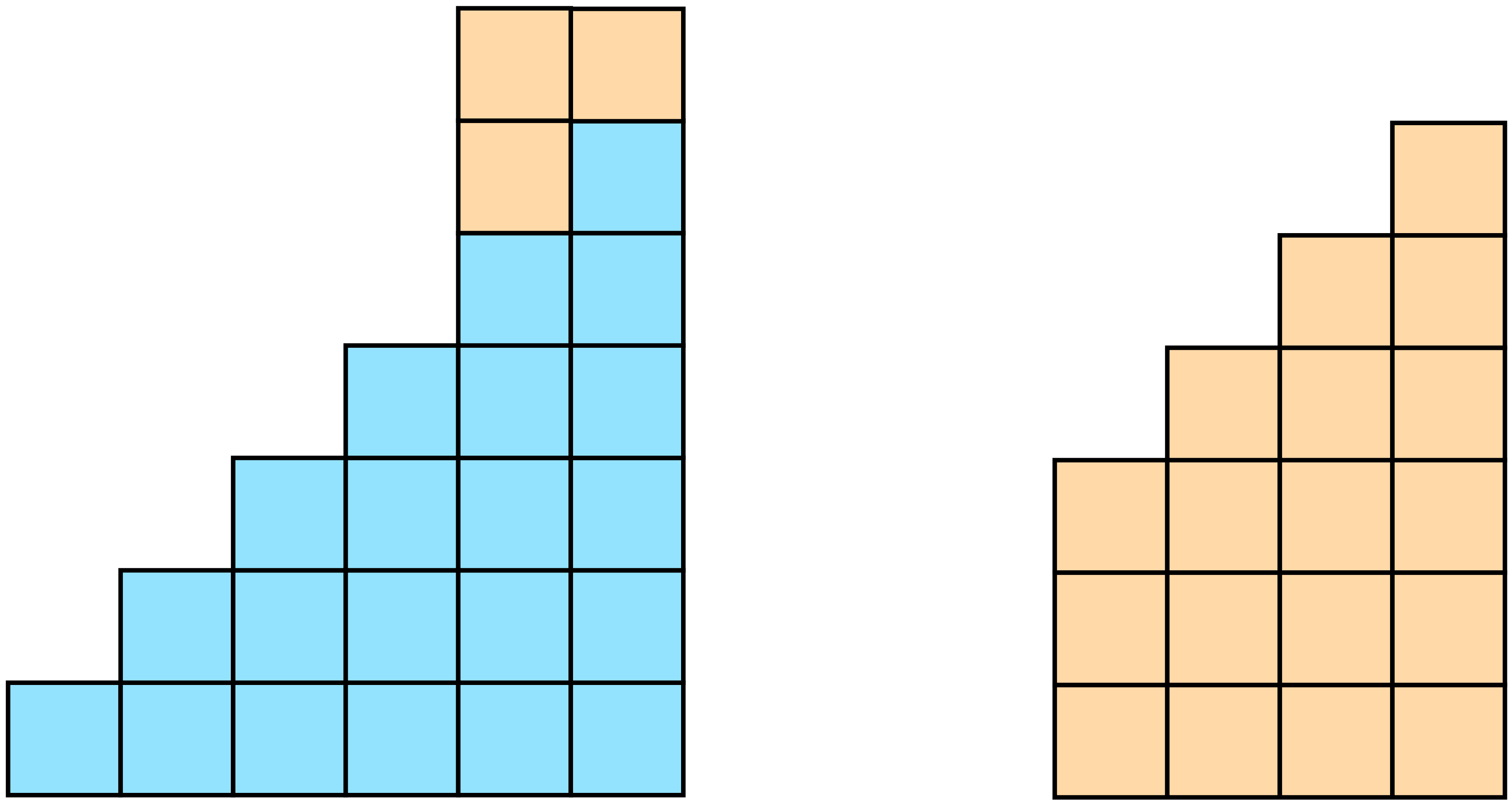
$$\sum_{k=1}^{6} k$$



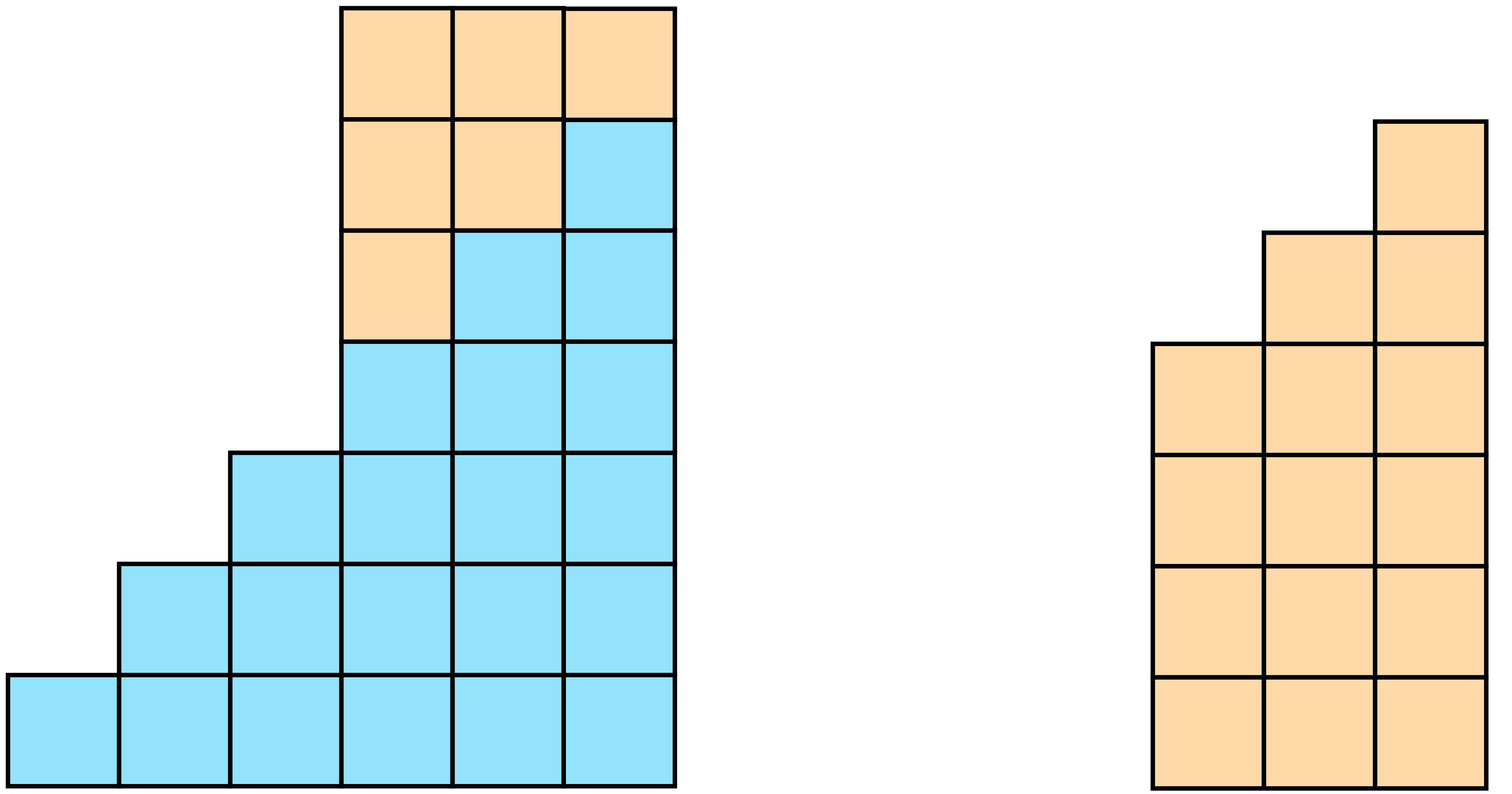
$$\sum_{k=1}^{6} k$$



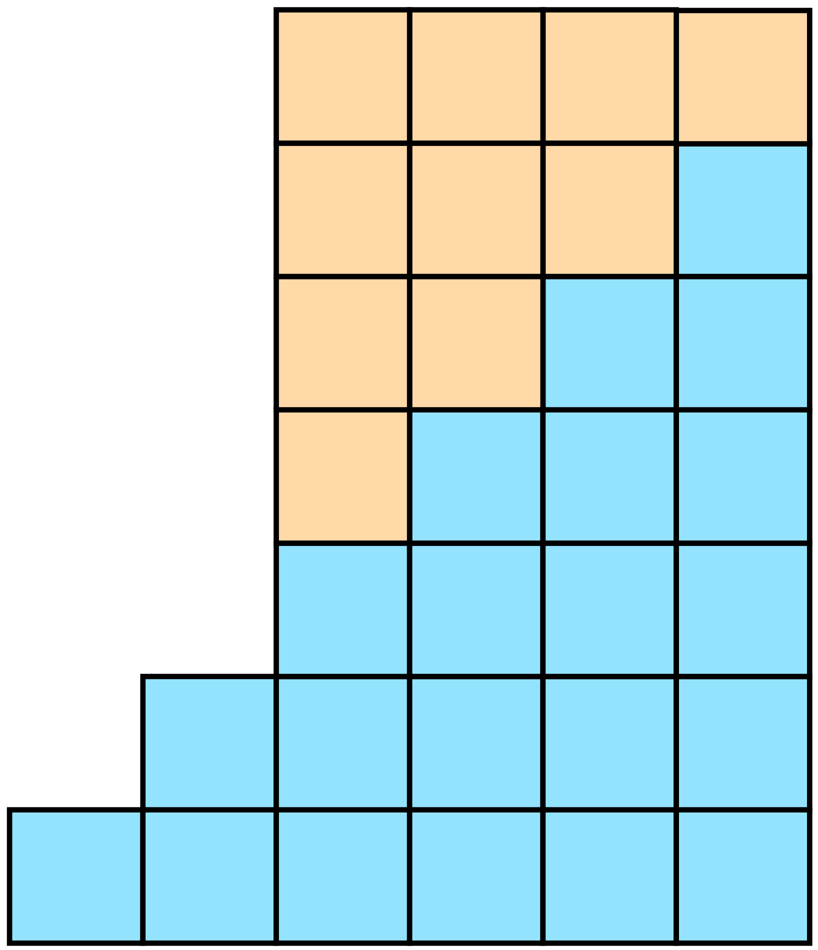
$$\sum_{k=1}^{6} k$$

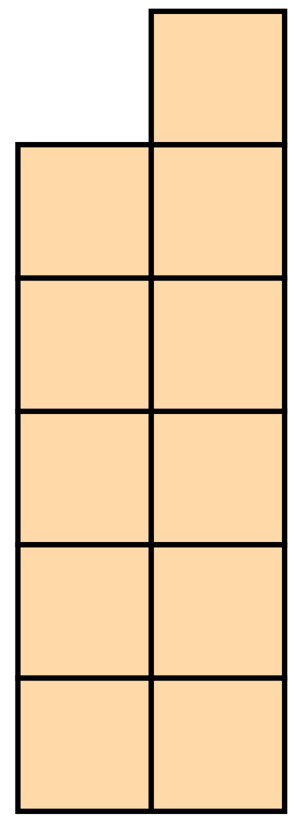


$$\sum_{k=1}^{6} k$$

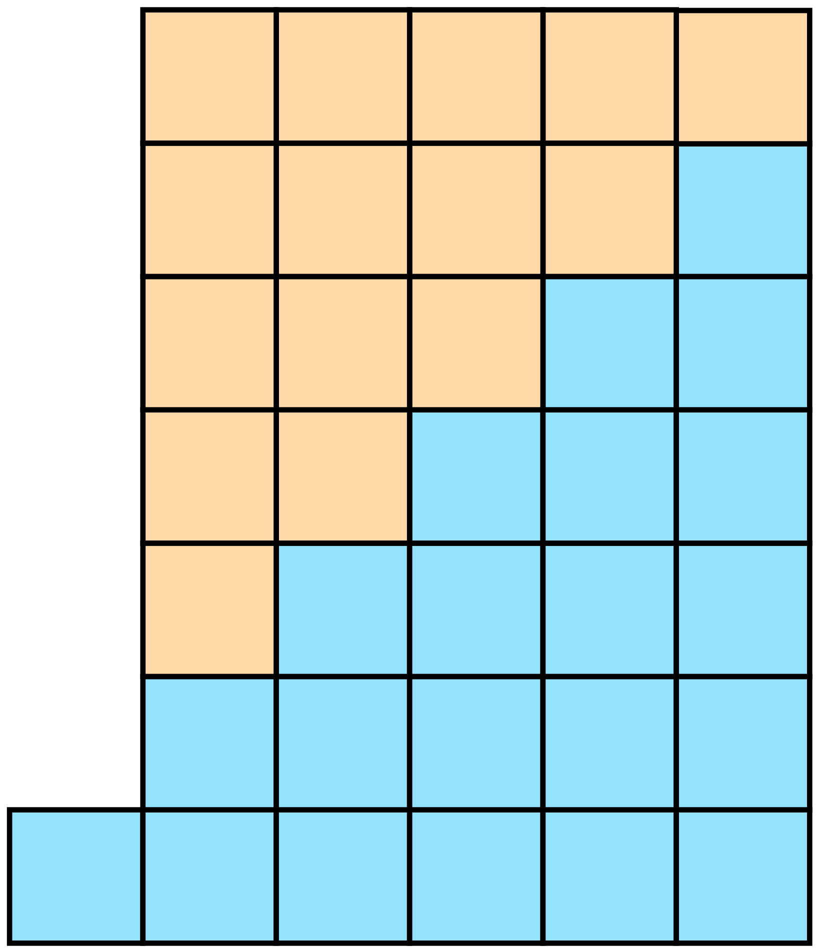


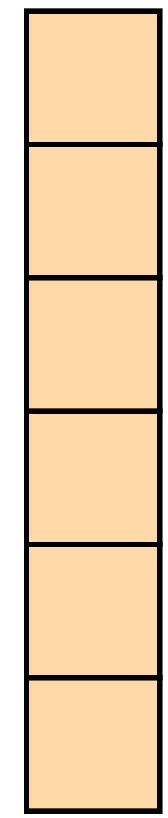
$$\sum_{k=1}^{6} k$$



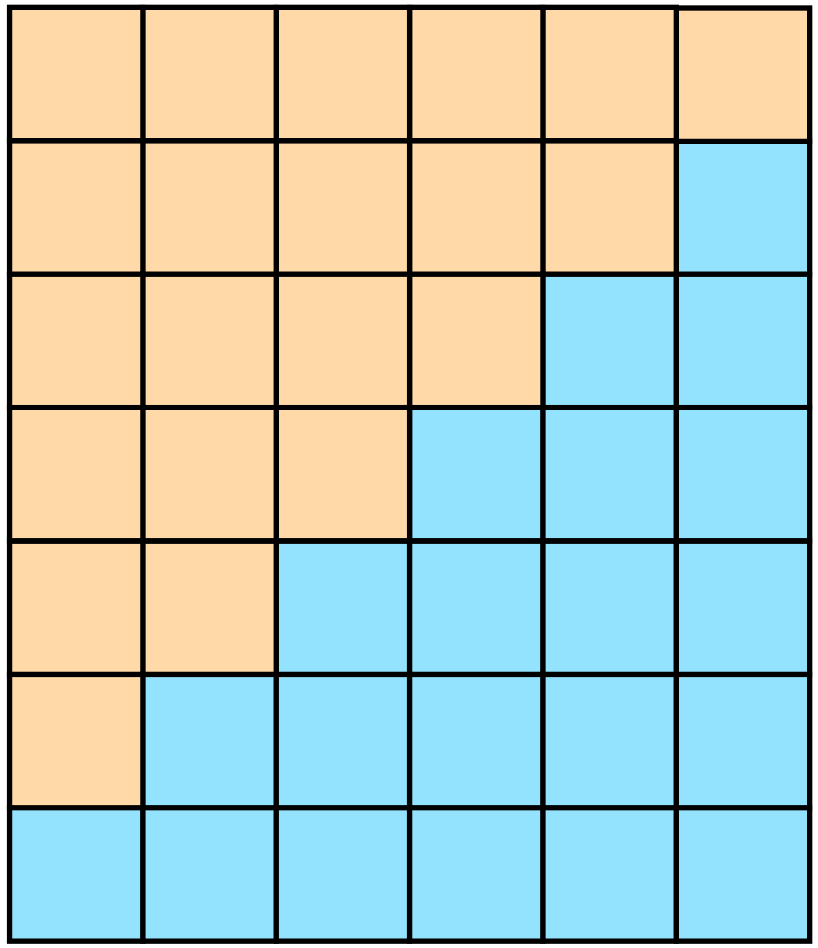


$$\sum_{k=1}^{6} k$$

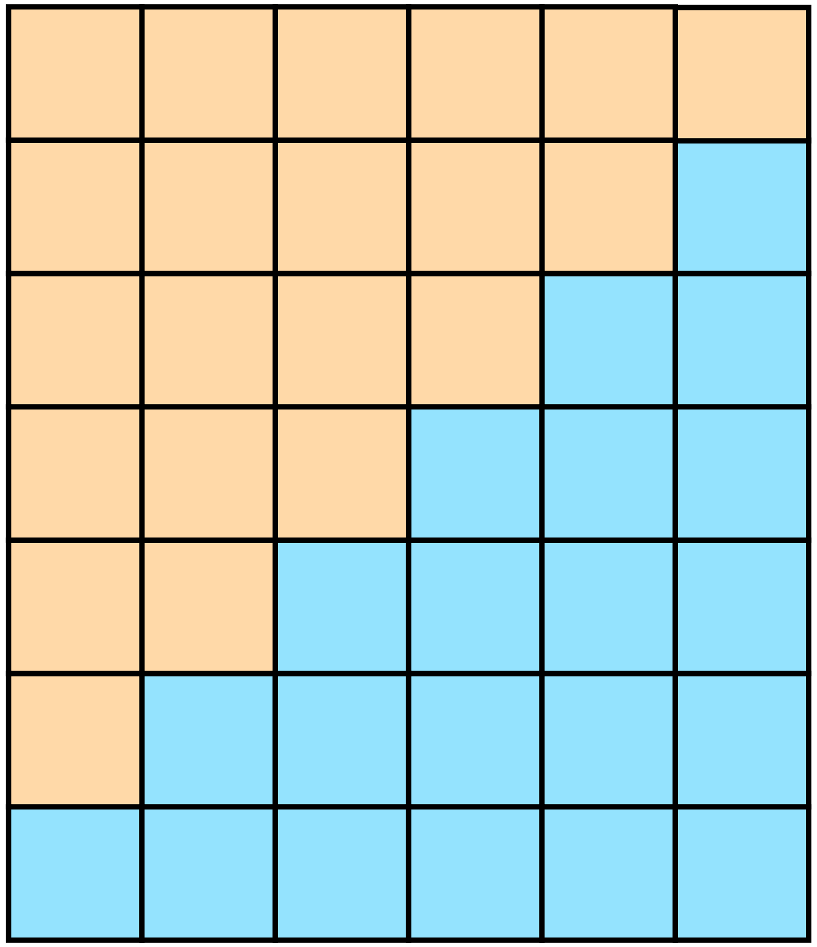




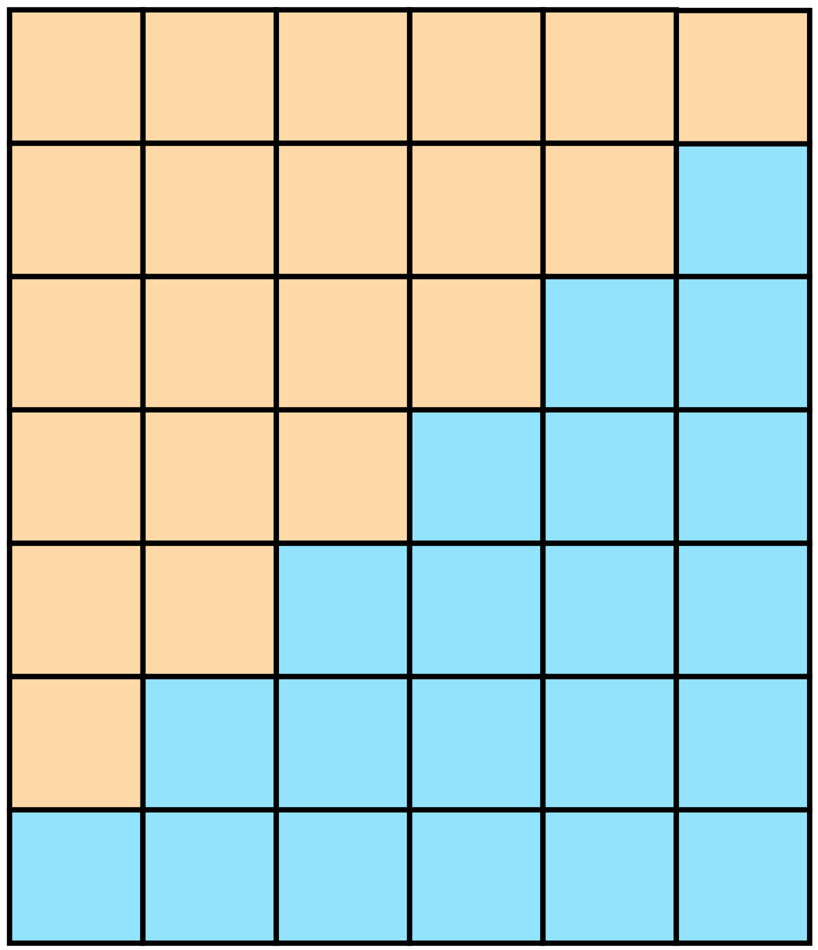
$$\sum_{k=1}^{6} k$$



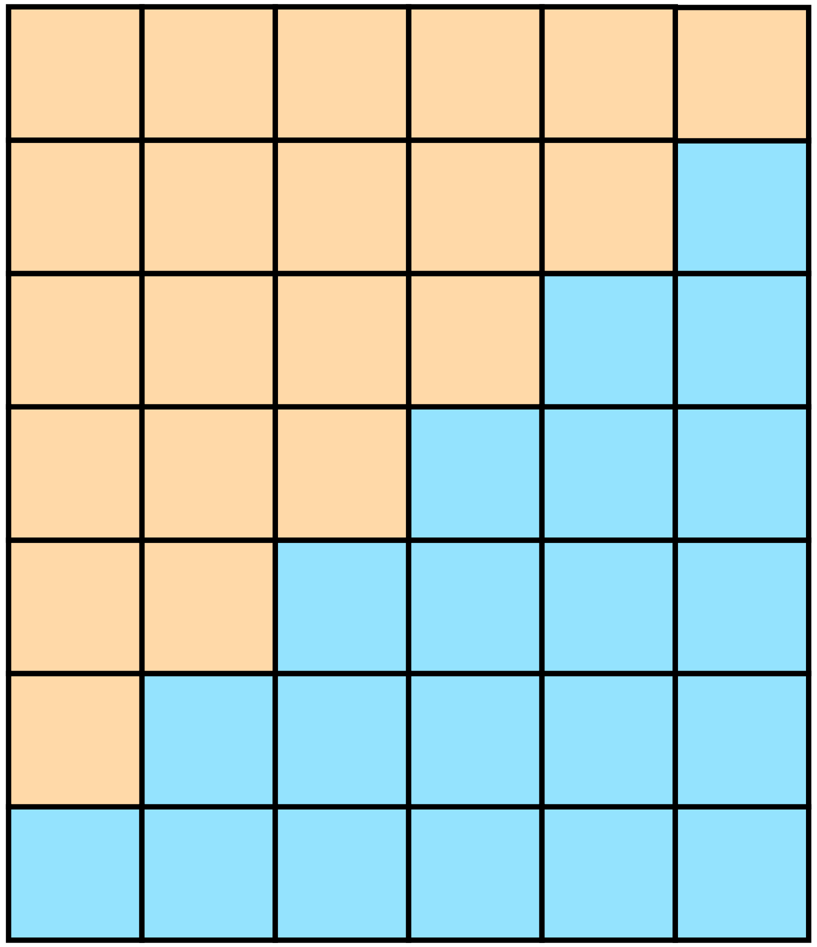
$$\sum_{k=1}^{6} k$$



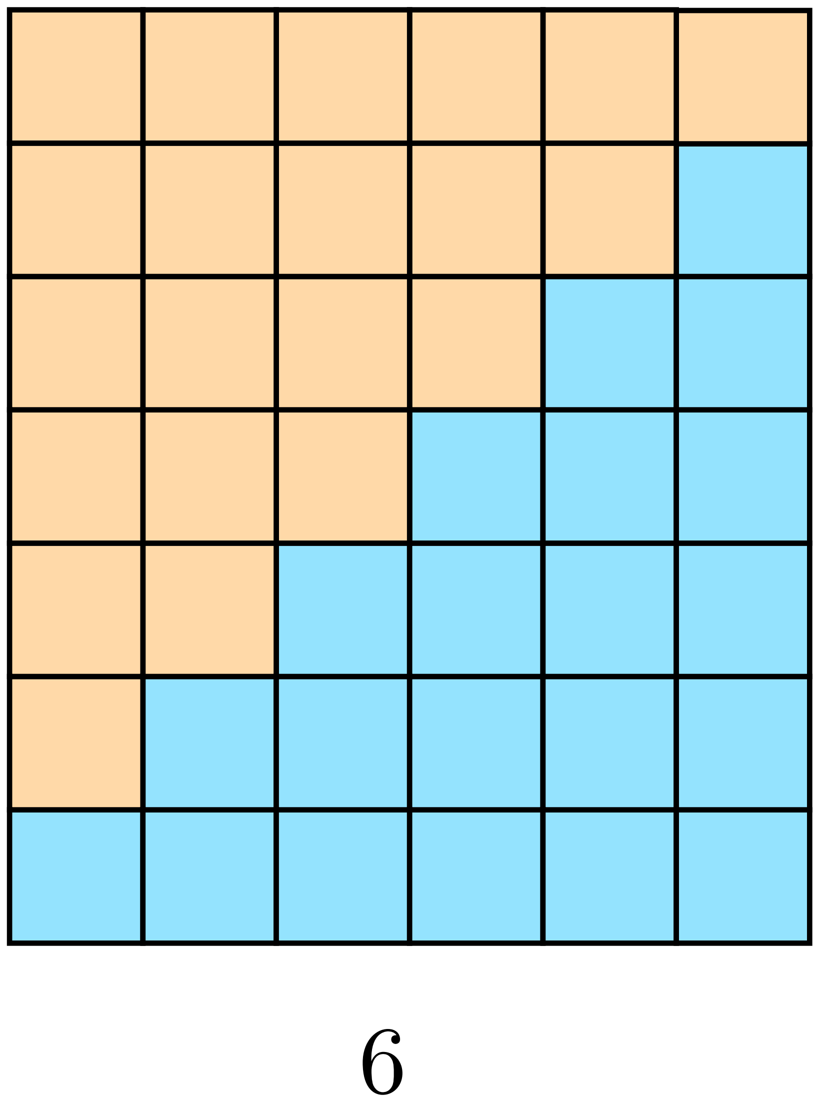
$$\sum_{k=1}^{6} k = \frac{1}{2}\mathrm{Aire}_{\mathrm{rectangle}}$$



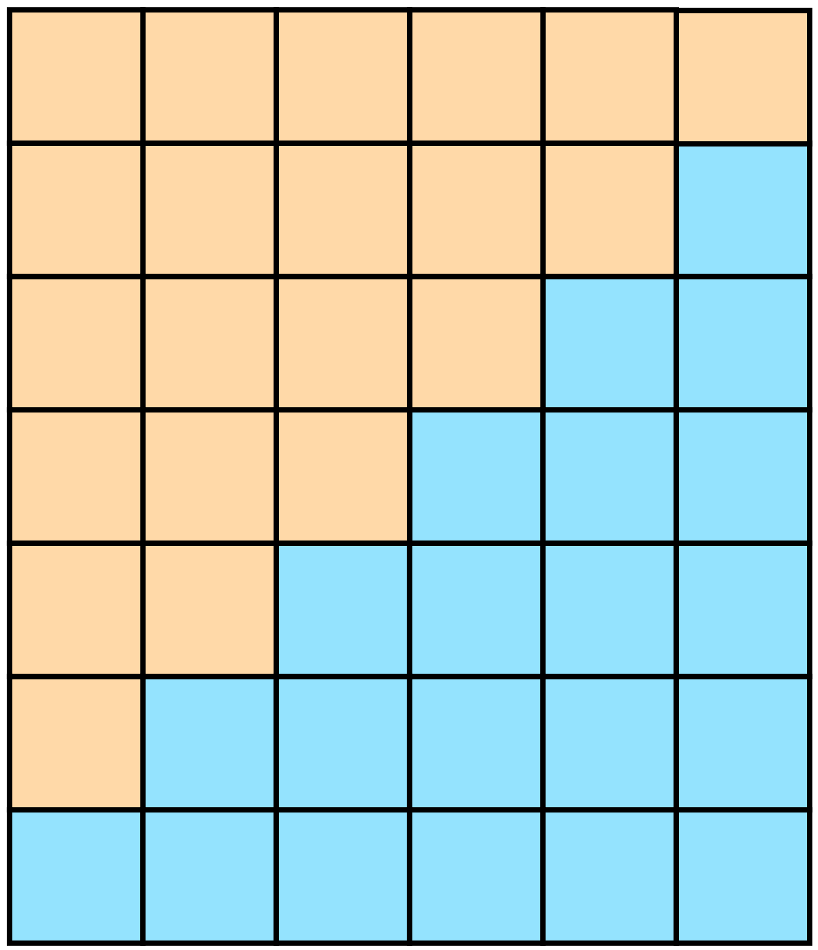
$$\boxed{\sum_{k=1}^{6} k} = \frac{1}{2}\text{Aire}_{\text{rectangle}} = \frac{bh}{2}$$



$$\sum_{k=1}^{6} k = \frac{1}{2}\text{Aire}_{\text{rectangle}} = \frac{bh}{2}$$



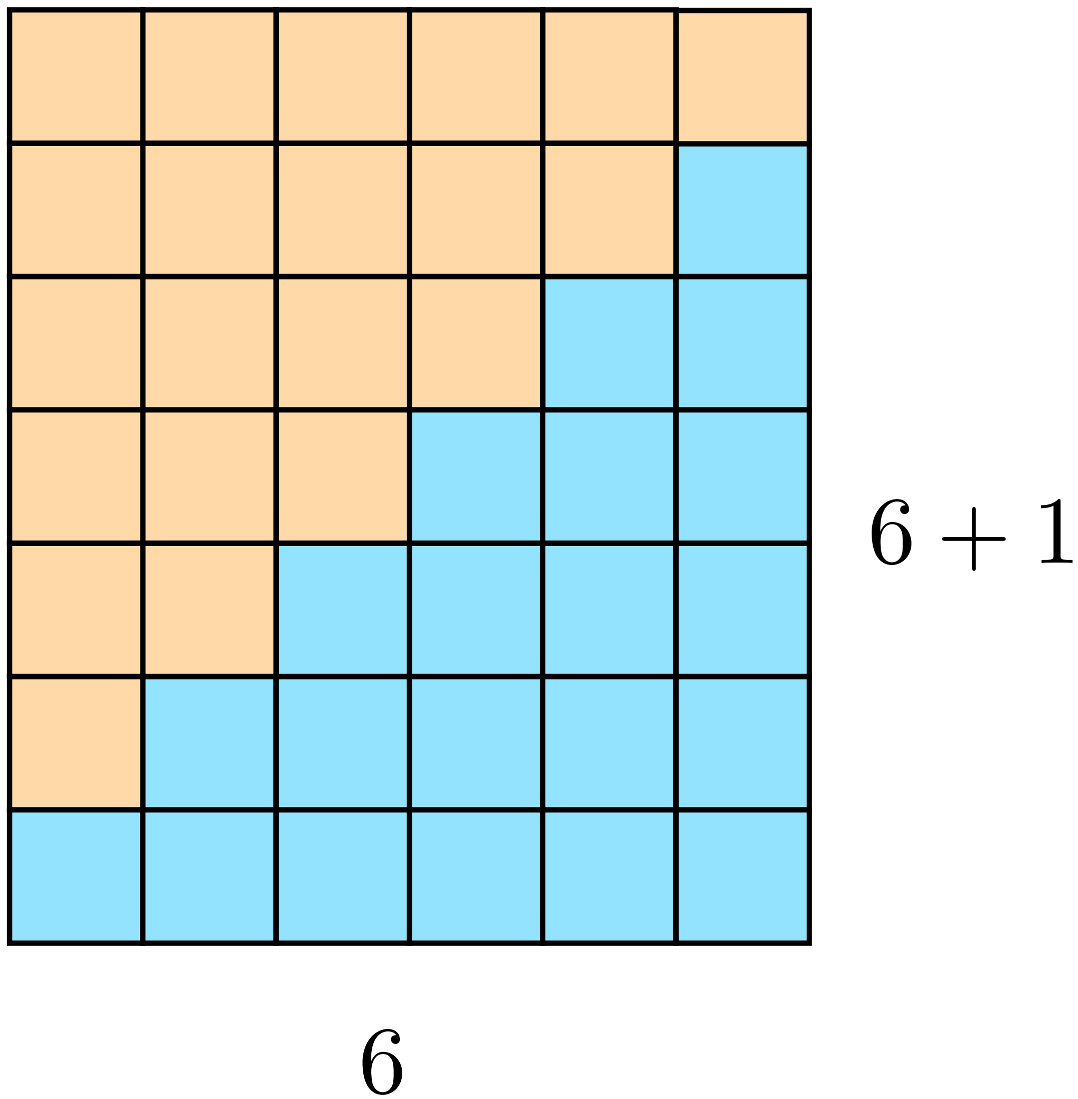
$$\sum_{k=1}^{6} k = \frac{1}{2}\text{Aire}_{\text{rectangle}} = \frac{bh}{2}$$



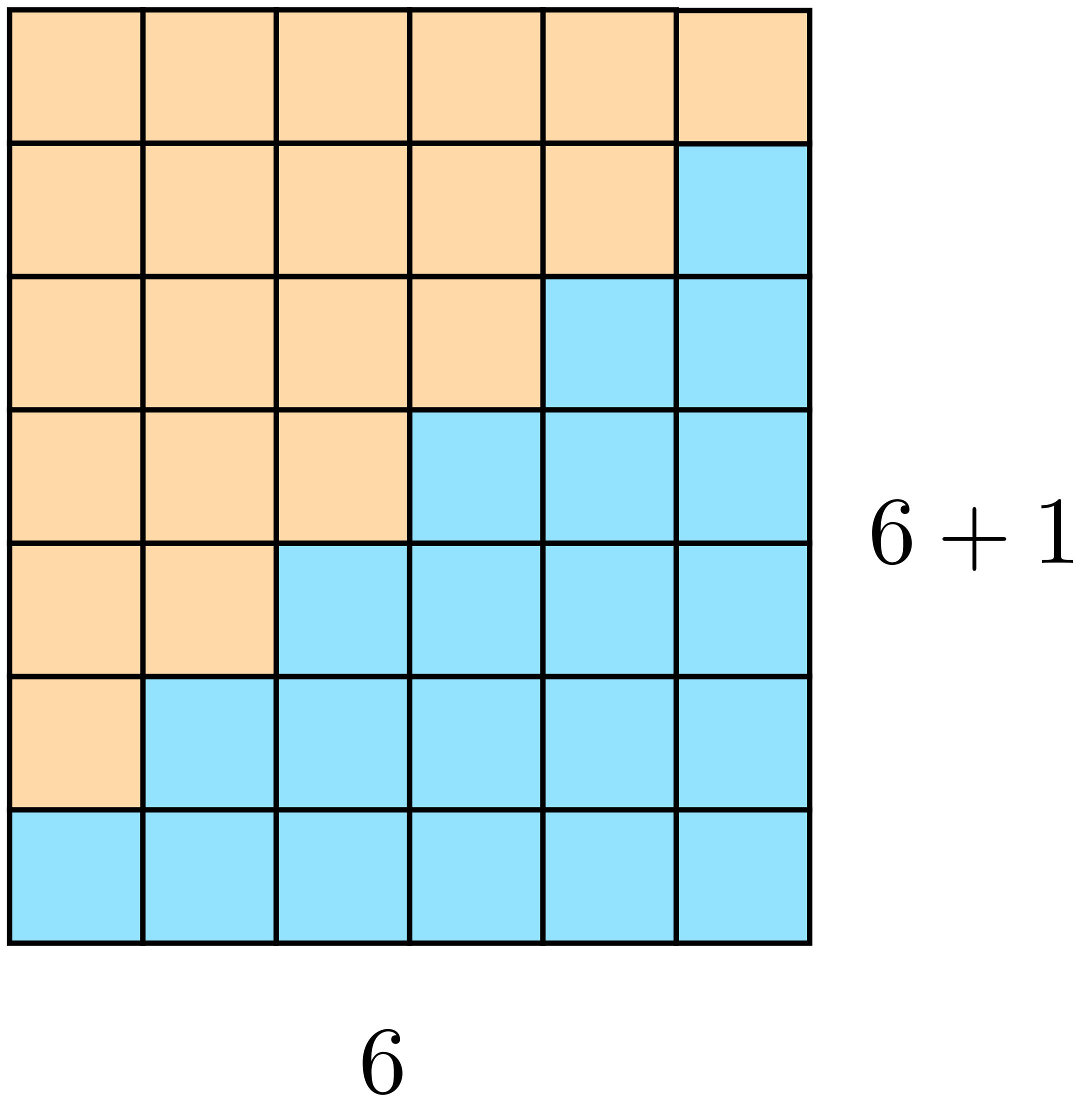
$6 + 1$

6

$$\sum_{k=1}^{6} k = \frac{1}{2}\text{Aire}_{\text{rectangle}} = \frac{bh}{2} = \frac{6(6+1)}{2}$$

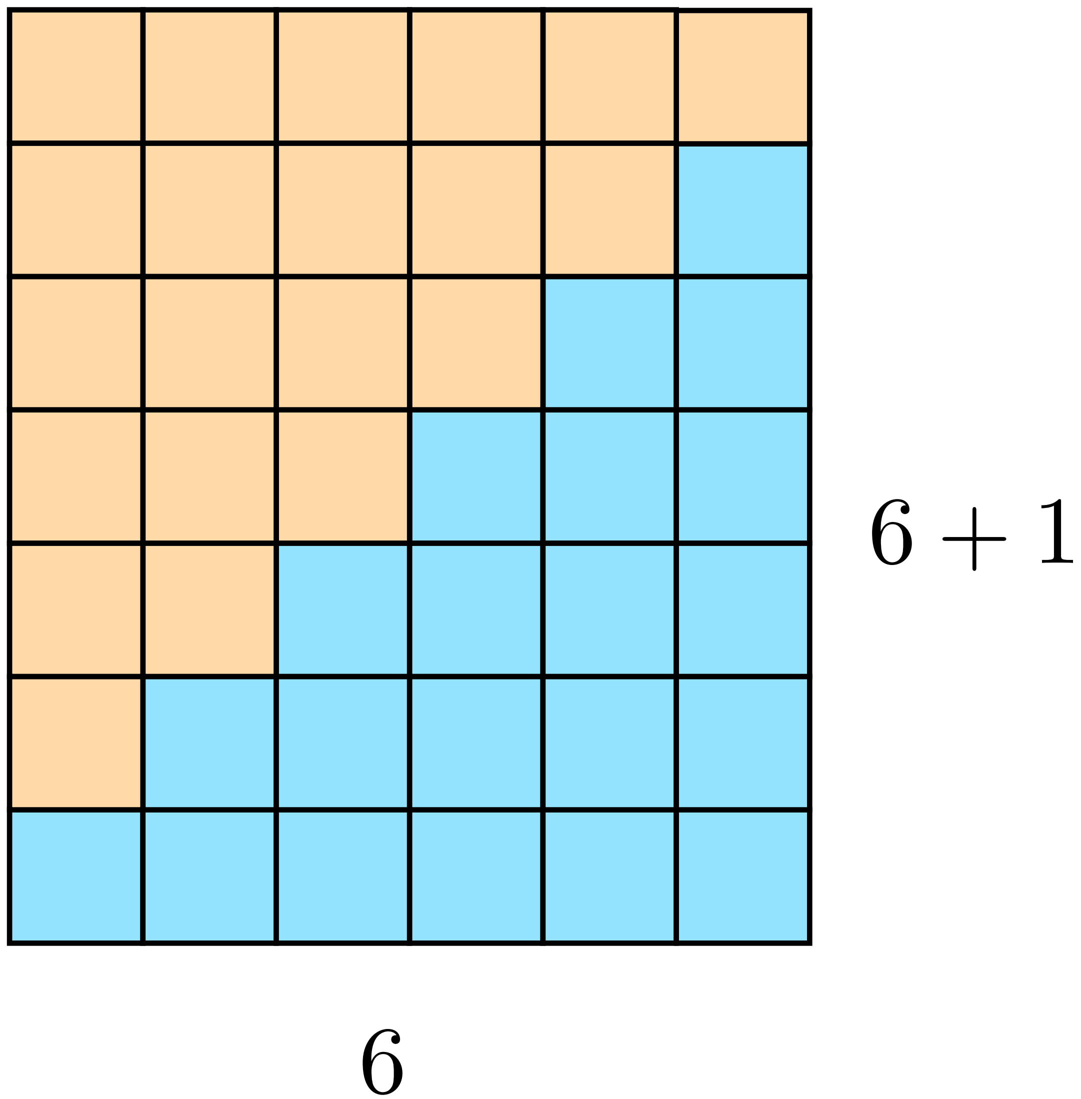


$$\sum_{k=1}^{6} k = \frac{1}{2}\text{Aire}_{\text{rectangle}} = \frac{bh}{2} = \frac{6(6+1)}{2}$$



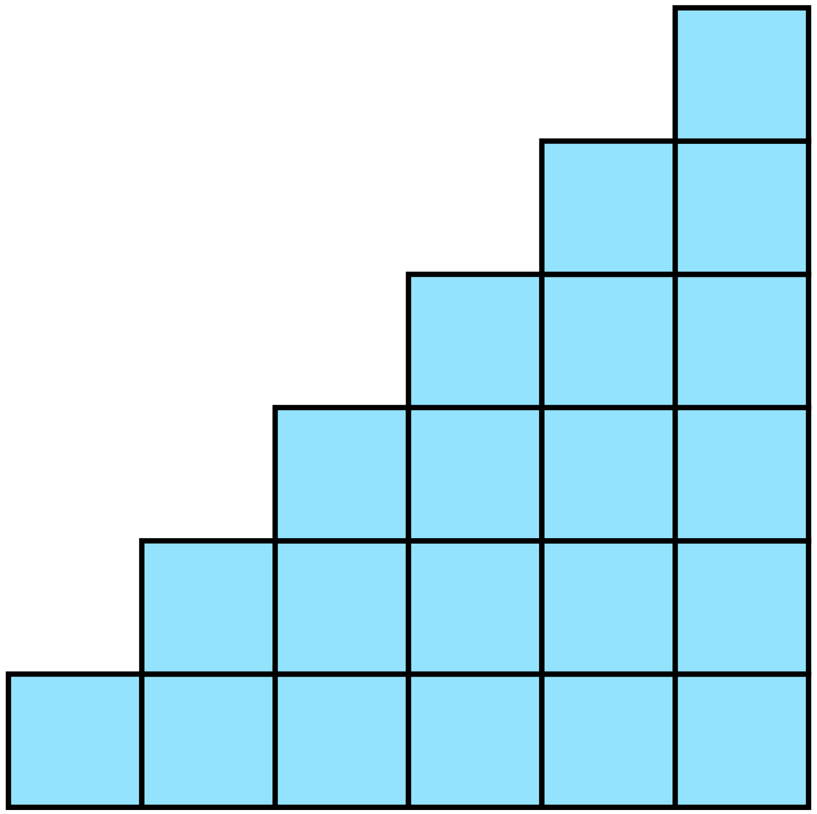
$$\sum_{k=1}^{n} k$$

$$\boxed{\sum_{k=1}^{6} k} = \frac{1}{2}\text{Aire}_{\text{rectangle}} = \frac{bh}{2} = \frac{6(6+1)}{2}$$

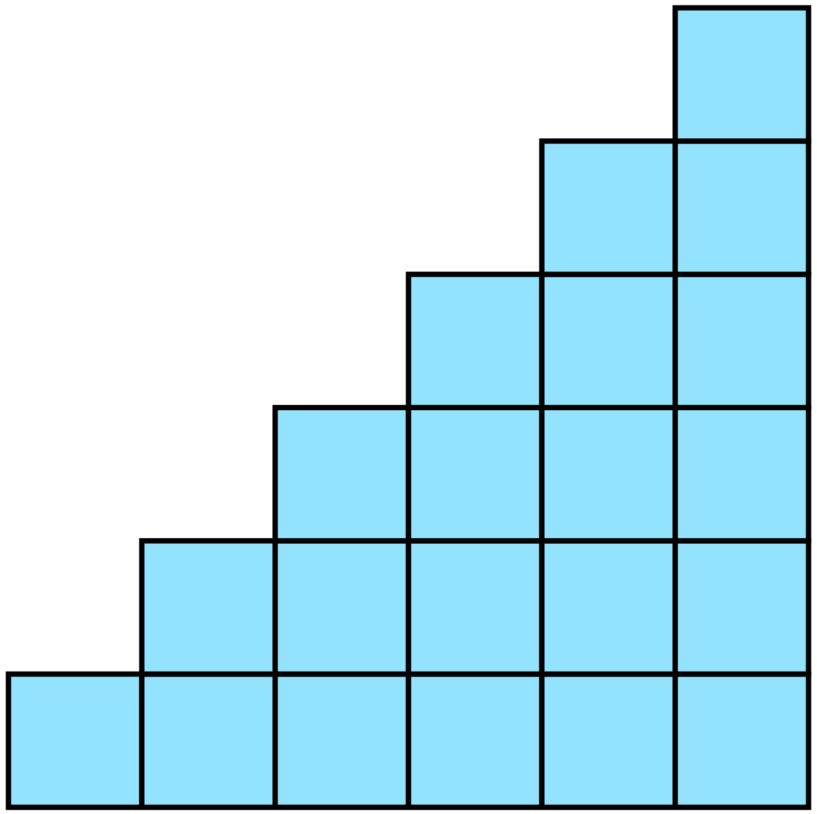


$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

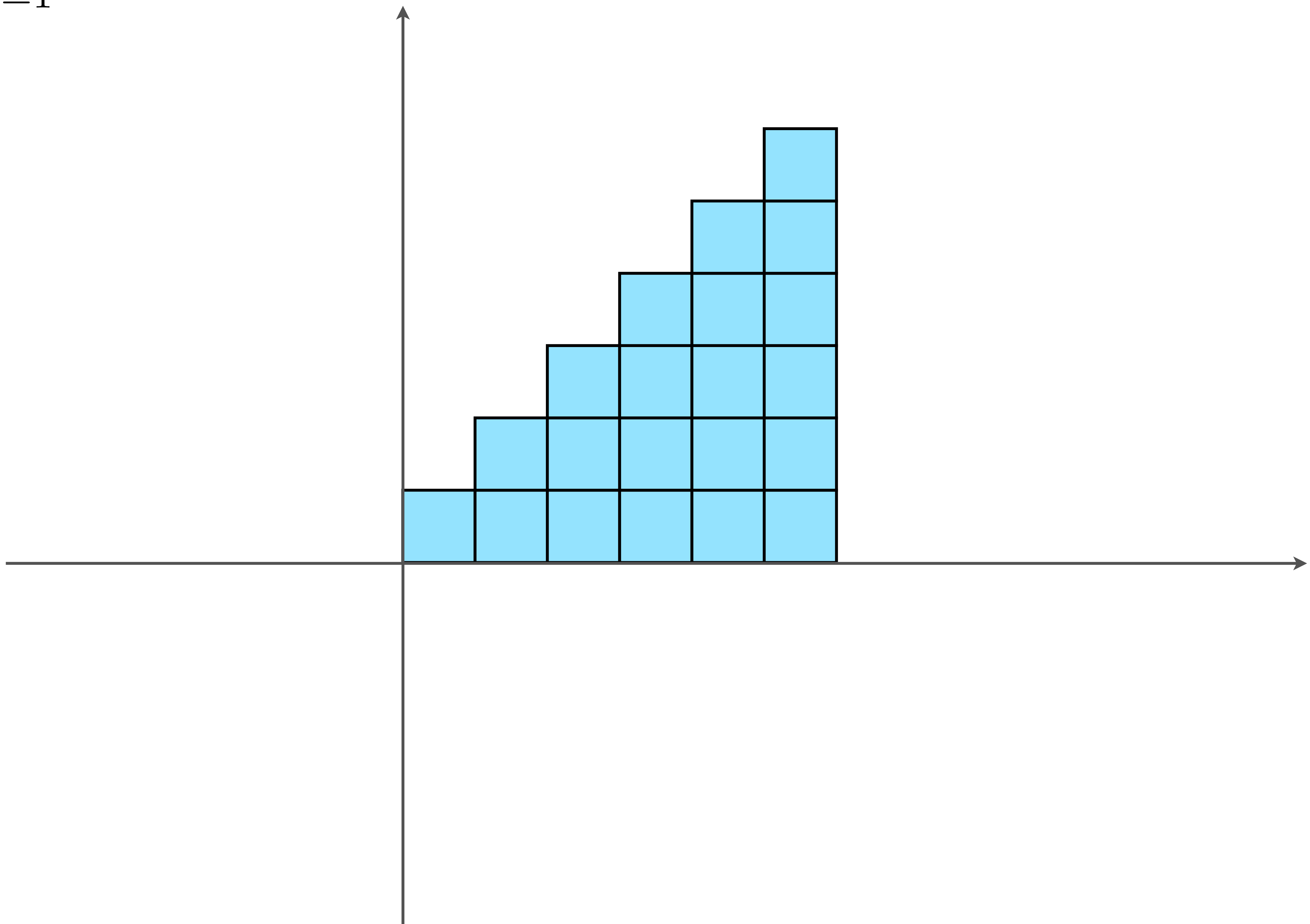
$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$



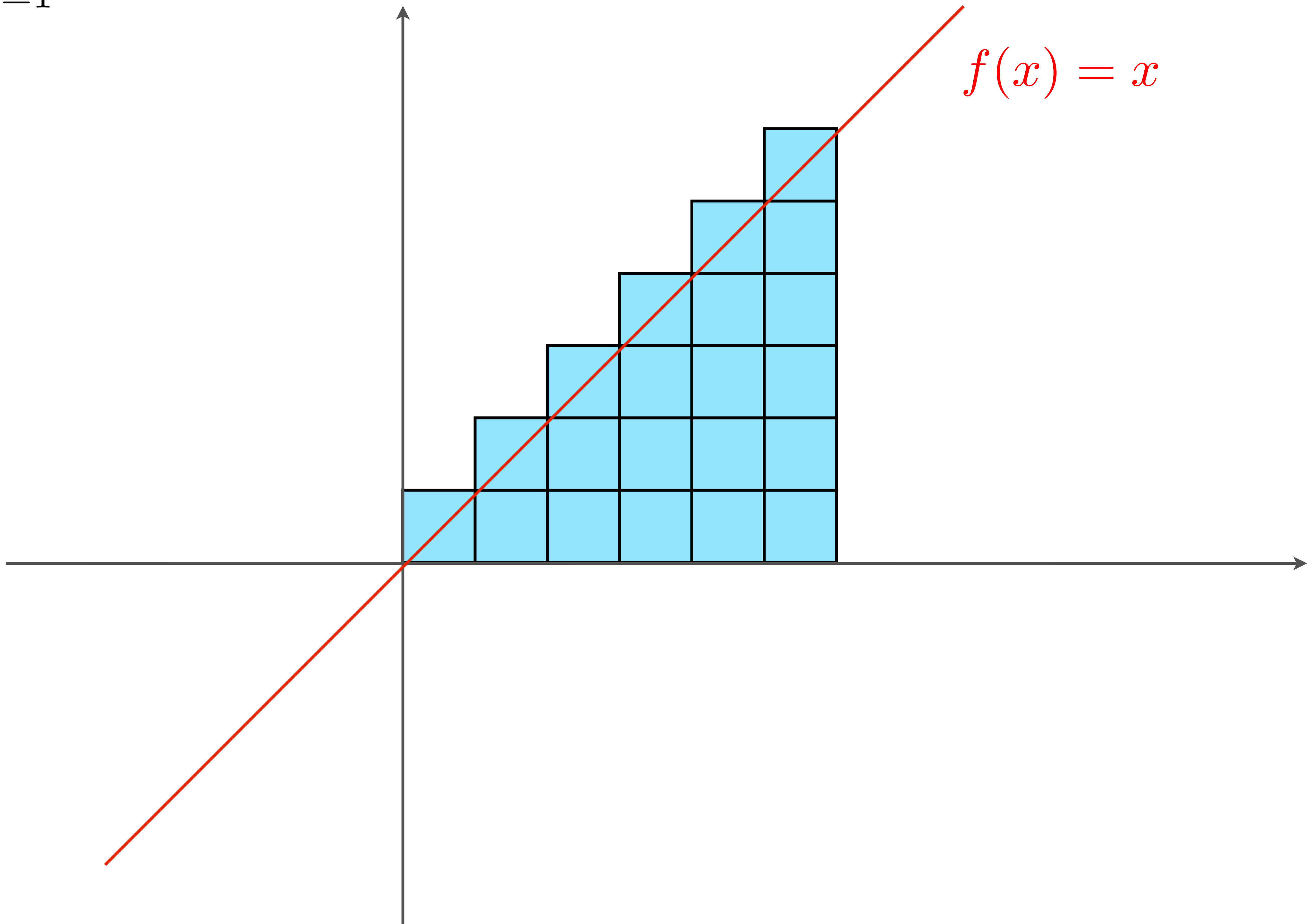
$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}$$



$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}$$

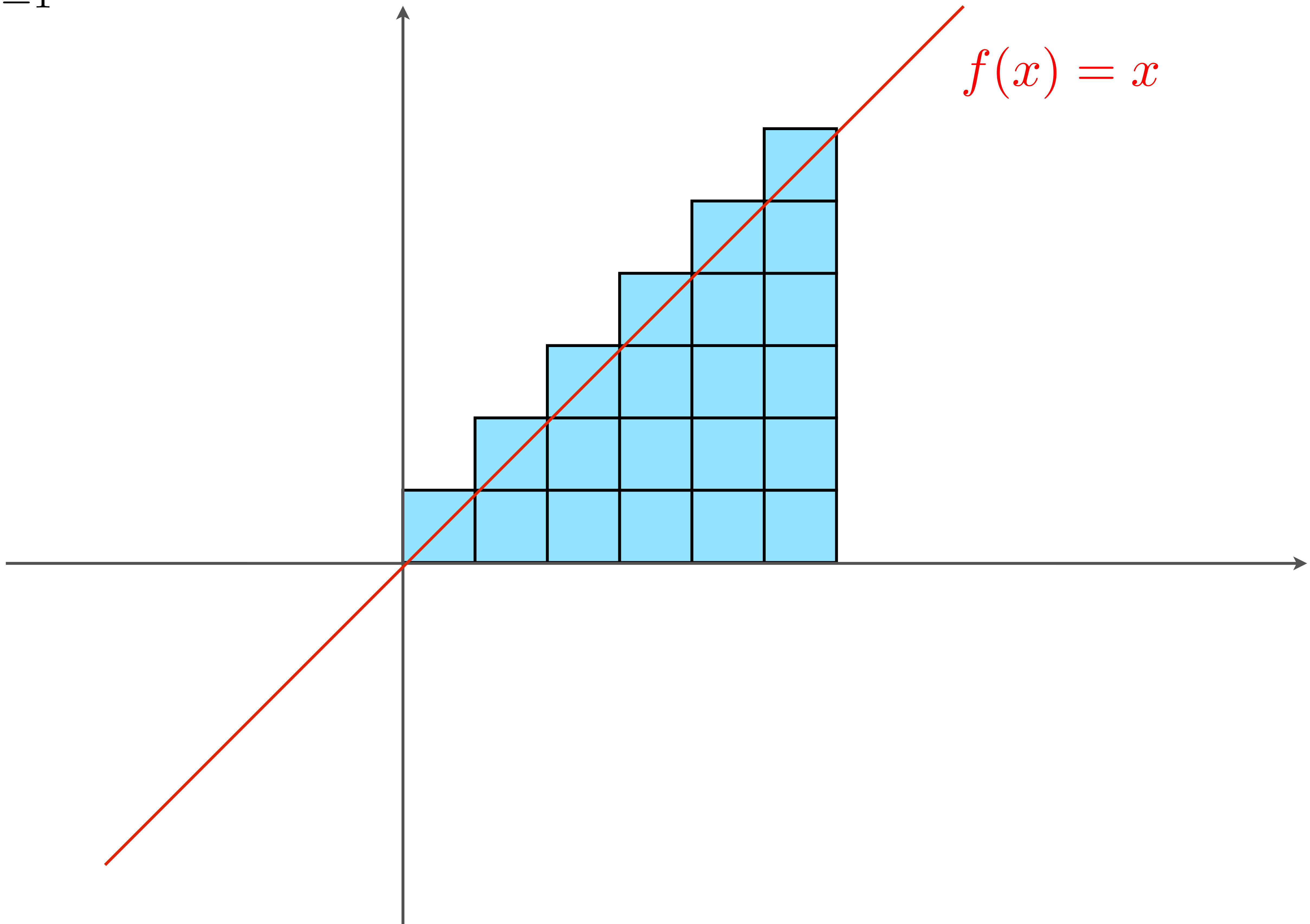


$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}$$

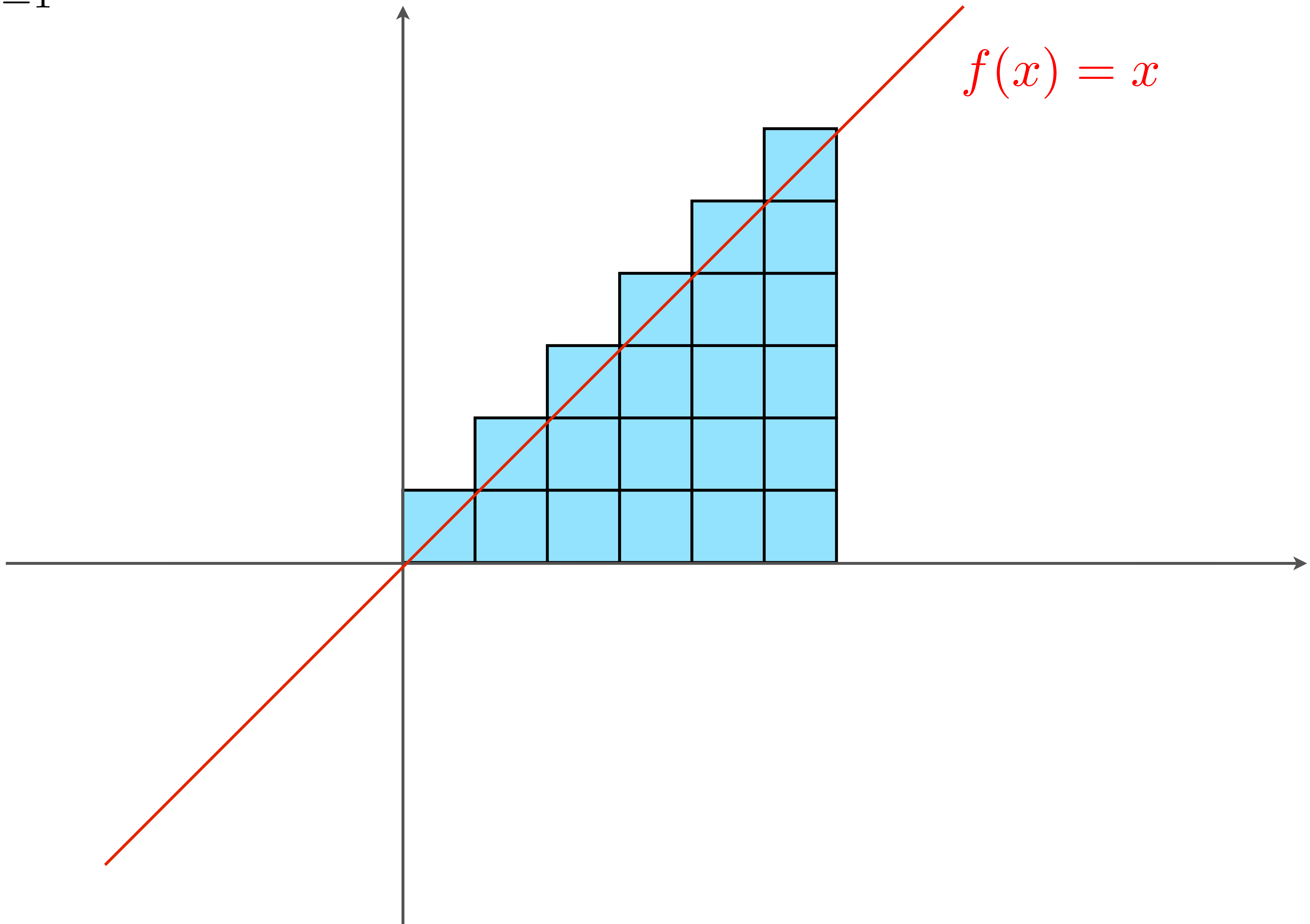


$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}$$

$$\int x \, dx = \frac{x^2}{2} + C$$

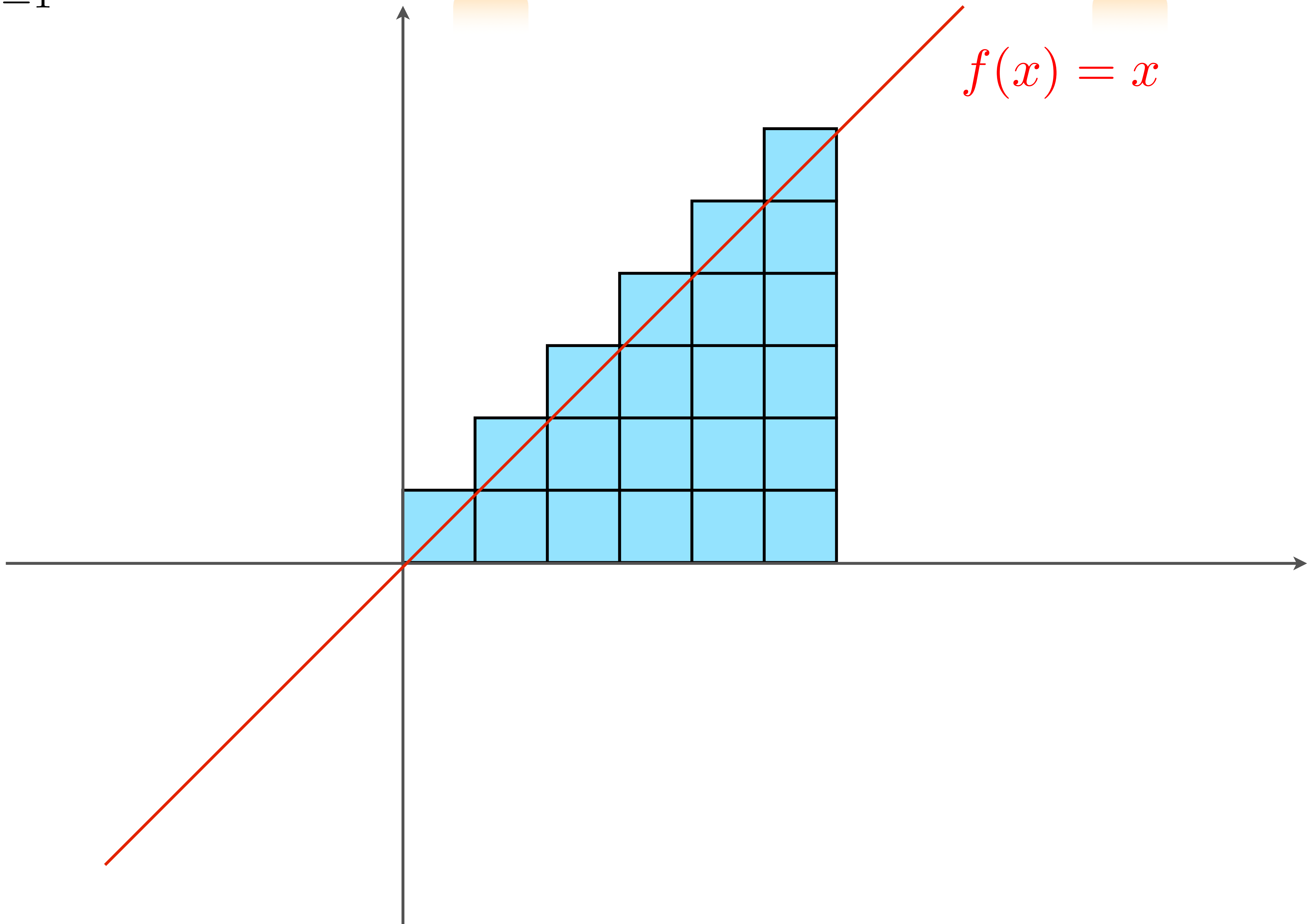


$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2} \qquad\qquad \int x \, dx = \frac{x^2}{2} + C$$



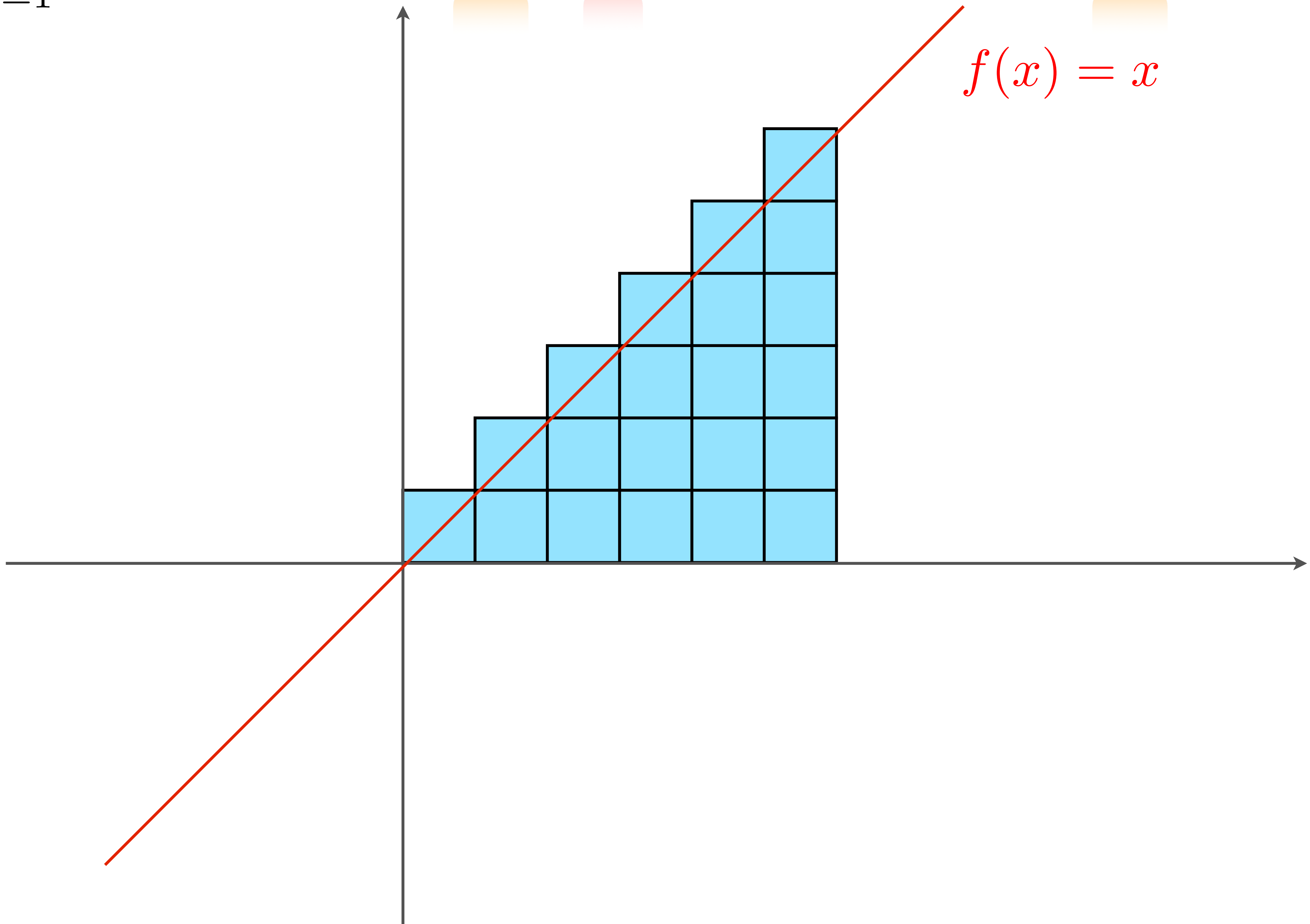
$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}$$

$$\int x \, dx = \frac{x^2}{2} + C$$



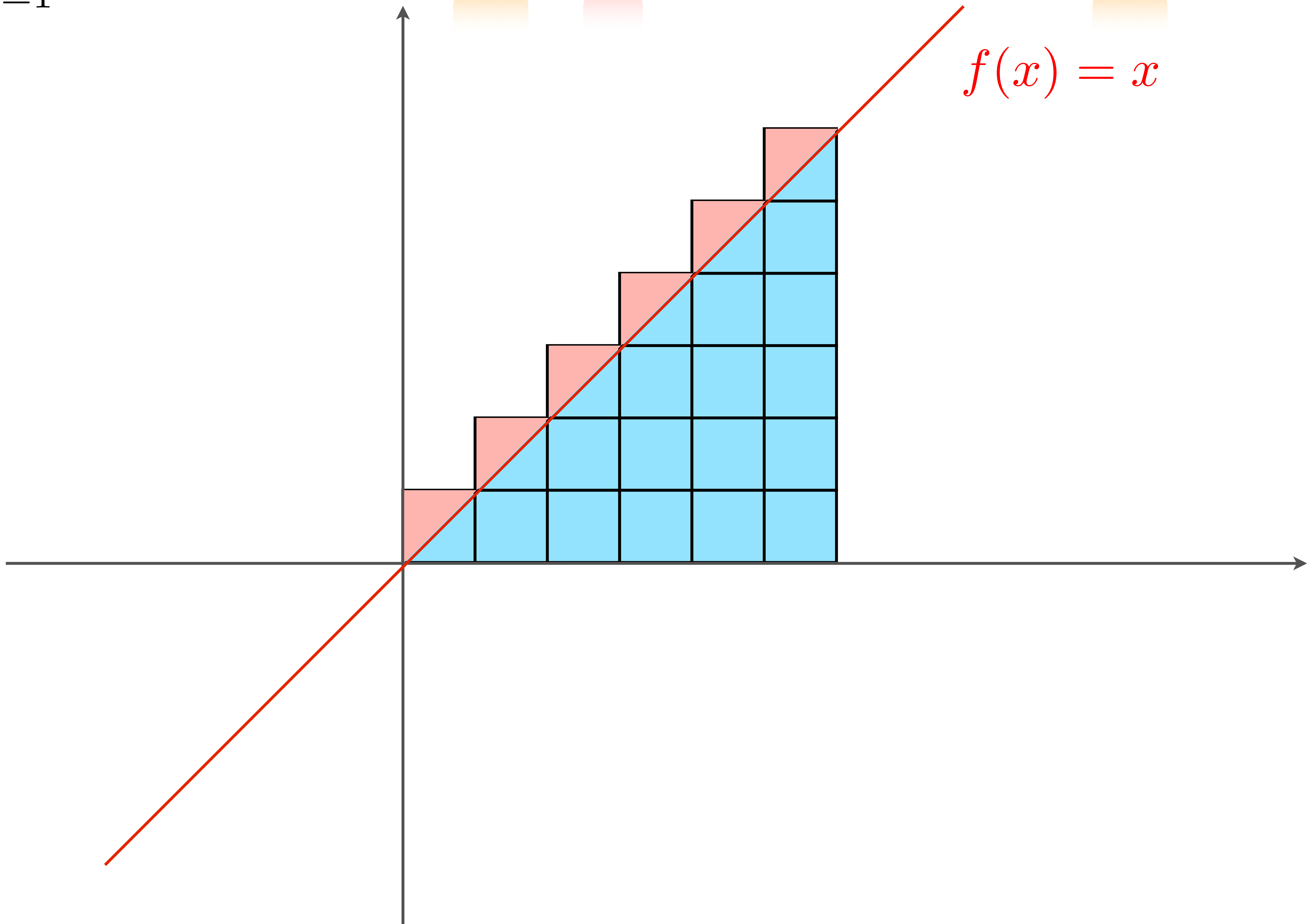
$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}$$

$$\int x \, dx = \frac{x^2}{2} + C$$



$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}$$

$$\int x \, dx = \frac{x^2}{2} + C$$



$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = ?$$

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = ?$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = ?$$

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 =?$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 =?$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^4 =?$$

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = ? \qquad \sum_{k=1}^{n} k^3 = ? \qquad \sum_{k=1}^{n} k^4 = ?$$

etc.

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\boxed{\sum_{k=1}^{n} k^2} = ? \qquad \sum_{k=1}^{n} k^3 = ? \qquad \sum_{k=1}^{n} k^4 = ? \qquad \text{etc.}$$

La méthode que nous utiliserons pour trouver

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\boxed{\sum_{k=1}^{n} k^2} = ? \qquad \sum_{k=1}^{n} k^3 = ? \qquad \sum_{k=1}^{n} k^4 = ? \qquad \text{etc.}$$

La méthode que nous utiliserons pour trouver

peut être utilisé pour trouver les autres.

$$(n+1)^3 - n^3$$

$$(n+1)^3 - n^3 = (n^3 + 3n^2 + 3n + 1) - n^3$$

$$(n+1)^3 - n^3 = (n^3 + 3n^2 + 3n + 1) - n^3 \quad = 3n^2 + 3n + 1$$

$$(n+1)^3 - n^3 = (n^3 + 3n^2 + 3n + 1) - n^3 \quad = 3n^2 + 3n + 1$$

$$(n+1)^3 - n^3$$

$$(n+1)^3 - n^3 = (n^3 + 3n^2 + 3n + 1) - n^3 \quad = 3n^2 + 3n + 1$$

$$(n+1)^3 - n^3 \quad = 3n^2 + 3n + 1$$

$$(n+1)^3 - n^3 = (n^3 + 3n^2 + 3n + 1) - n^3 \quad = 3n^2 + 3n + 1$$

$$(n+1)^3 - n^3 \quad = 3n^2 + 3n + 1$$

$$n^3 - (n-1)^3 = 3(n-1)^2 + 3(n-1) + 1$$

$$(n+1)^3 - n^3 = (n^3 + 3n^2 + 3n + 1) - n^3 \quad = 3n^2 + 3n + 1$$

$$(n+1)^3 - n^3 \quad = 3n^2 + 3n + 1$$

$$n^3 - (n-1)^3 = 3(n-1)^2 + 3(n-1) + 1$$

$$(n+1)^3 - n^3 = (n^3 + 3n^2 + 3n + 1) - n^3 \quad = 3n^2 + 3n + 1$$

$$(n+1)^3 - n^3 \quad = 3n^2 + 3n + 1$$

$$n^3 - (n-1)^3 = 3(n-1)^2 + 3(n-1) + 1$$

$$(n+1)^3 - n^3 = (n^3 + 3n^2 + 3n + 1) - n^3 \quad = 3n^2 + 3n + 1$$

$$(n+1)^3 - n^3 \quad = 3n^2 + 3n + 1$$

$$n^3 - (n-1)^3 = 3(n-1)^2 + 3(n-1) + 1$$

$$(n-1)^3 - (n-2)^3 = 3(n-2)^2 + 3(n-2) + 1$$

$$(n+1)^3 - n^3 = (n^3 + 3n^2 + 3n + 1) - n^3 \quad = 3n^2 + 3n + 1$$

$$(n+1)^3 - n^3 \quad = 3n^2 + 3n + 1$$

$$n^3 - (n-1)^3 = 3(n-1)^2 + 3(n-1) + 1$$

$$(n-1)^3 - (n-2)^3 = 3(n-2)^2 + 3(n-2) + 1$$

$$\vdots$$

$$(n+1)^3 - n^3 = (n^3 + 3n^2 + 3n + 1) - n^3 \quad = 3n^2 + 3n + 1$$

$$(n+1)^3 - n^3 \quad = 3n^2 + 3n + 1$$

$$n^3 - (n-1)^3 = 3(n-1)^2 + 3(n-1) + 1$$

$$(n-1)^3 - (n-2)^3 = 3(n-2)^2 + 3(n-2) + 1$$

$$\vdots$$

$$(3)^3 - (2)^3 = 3(2)^2 + 3(2) + 1$$

$$(n+1)^3 - n^3 = (n^3 + 3n^2 + 3n + 1) - n^3 \;\; = 3n^2 + 3n + 1$$

$$(n+1)^3 - n^3 \;\; = 3n^2 + 3n + 1$$

$$n^3 - (n-1)^3 = 3(n-1)^2 + 3(n-1) + 1$$

$$(n-1)^3 - (n-2)^3 = 3(n-2)^2 + 3(n-2) + 1$$

$$\vdots$$

$$(3)^3 - (2)^3 = 3(2)^2 + 3(2) + 1$$

$$(2)^3 - (1)^3 = 3(1)^2 + 3(1) + 1$$

$$(n+1)^3 - n^3 = (n^3 + 3n^2 + 3n + 1) - n^3 \;\; = 3n^2 + 3n + 1$$

$$\begin{aligned}
(n+1)^3 - n^3 &= 3n^2 + 3n + 1 \\
n^3 - (n-1)^3 &= 3(n-1)^2 + 3(n-1) + 1 \\
(n-1)^3 - (n-2)^3 &= 3(n-2)^2 + 3(n-2) + 1 \\
&\vdots \\
(3)^3 - (2)^3 &= 3(2)^2 + 3(2) + 1 \\
(2)^3 - (1)^3 &= 3(1)^2 + 3(1) + 1
\end{aligned}$$

$$(n+1)^3 - n^3 = (n^3 + 3n^2 + 3n + 1) - n^3 \quad = 3n^2 + 3n + 1$$

$$(n+1)^3 - \cancel{n^3} \quad = 3n^2 + 3n + 1$$

$$\cancel{n^3} - (n-1)^3 = 3(n-1)^2 + 3(n-1) + 1$$

$$(n-1)^3 - (n-2)^3 = 3(n-2)^2 + 3(n-2) + 1$$

$$+$$

$$\vdots$$

$$(3)^3 - (2)^3 = 3(2)^2 + 3(2) + 1$$

$$(2)^3 - (1)^3 = 3(1)^2 + 3(1) + 1$$

$$(n+1)^3 - n^3 = (n^3 + 3n^2 + 3n + 1) - n^3 \quad = 3n^2 + 3n + 1$$

$$(n+1)^3 - \cancel{n^3} = 3n^2 + 3n + 1$$

$$\cancel{n^3} - (n \cancel{-} 1)^3 = 3(n-1)^2 + 3(n-1) + 1$$

$$(n \cancel{-} 1)^3 - (n-2)^3 = 3(n-2)^2 + 3(n-2) + 1$$

$+$

$$\vdots$$

$$(3)^3 - (2)^3 = 3(2)^2 + 3(2) + 1$$

$$(2)^3 - (1)^3 = 3(1)^2 + 3(1) + 1$$

$$(n+1)^3 - n^3 = (n^3 + 3n^2 + 3n + 1) - n^3 \quad = 3n^2 + 3n + 1$$

$$(n+1)^3 - \cancel{n^3} \quad = 3n^2 + 3n + 1$$

$$\cancel{n^3} - \cancel{(n-1)^3} = 3(n-1)^2 + 3(n-1) + 1$$

$$\cancel{(n-1)^3} - \cancel{(n-2)^3} = 3(n-2)^2 + 3(n-2) + 1$$

$+$

$$\vdots$$

$$(3)^3 - (2)^3 = 3(2)^2 + 3(2) + 1$$

$$(2)^3 - (1)^3 = 3(1)^2 + 3(1) + 1$$

$$(n+1)^3 - n^3 = (n^3 + 3n^2 + 3n + 1) - n^3 \quad = 3n^2 + 3n + 1$$

$$
\begin{array}{rrcl}
 & (n+1)^3 - \cancel{n^3} & = & 3n^2 + 3n + 1 \\
 & \cancel{n^3} - \cancel{(n-1)^3} & = & 3(n-1)^2 + 3(n-1) + 1 \\
+ & \cancel{(n-1)^3} - \cancel{(n-2)^3} & = & 3(n-2)^2 + 3(n-2) + 1 \\
 & & \vdots & \\
 & \cancel{(3)^3} - (2)^3 & = & 3(2)^2 + 3(2) + 1 \\
 & (2)^3 - (1)^3 & = & 3(1)^2 + 3(1) + 1 \\
\hline
\end{array}
$$

$$(n+1)^3 - n^3 = (n^3 + 3n^2 + 3n + 1) - n^3 \quad = 3n^2 + 3n + 1$$

$$(n+1)^3 - \cancel{n^3} \quad = 3n^2 + 3n + 1$$

$$\cancel{n^3} - \cancel{(n-1)^3} = 3(n-1)^2 + 3(n-1) + 1$$

$$\cancel{(n-1)^3} - \cancel{(n-2)^3} = 3(n-2)^2 + 3(n-2) + 1$$

$$+$$

$$\vdots$$

$$\cancel{(3)^3} - \cancel{(2)^3} = 3(2)^2 + 3(2) + 1$$

$$\cancel{(2)^3} - (1)^3 = 3(1)^2 + 3(1) + 1$$

$$(n+1)^3 - n^3 = (n^3 + 3n^2 + 3n + 1) - n^3 = 3n^2 + 3n + 1$$

$$(n+1)^3 - \cancel{n^3} = 3n^2 + 3n + 1$$

$$\cancel{n^3} - \cancel{(n-1)^3} = 3(n-1)^2 + 3(n-1) + 1$$

$$\cancel{(n-1)^3} - \cancel{(n-2)^3} = 3(n-2)^2 + 3(n-2) + 1$$

$$+ \qquad \vdots$$

$$\cancel{(3)^3} - \cancel{(2)^3} = 3(2)^2 + 3(2) + 1$$

$$\cancel{(2)^3} - (1)^3 = 3(1)^2 + 3(1) + 1$$

$$(n+1)^3 - 1$$

$$(n+1)^3 - n^3 = (n^3 + 3n^2 + 3n + 1) - n^3 \quad = 3n^2 + 3n + 1$$

$$(n+1)^3 - \cancel{n^3} = 3n^2 + 3n + 1$$

$$\cancel{n^3} - \cancel{(n-1)^3} = 3(n-1)^2 + 3(n-1) + 1$$

$$\cancel{(n-1)^3} - \cancel{(n-2)^3} = 3(n-2)^2 + 3(n-2) + 1$$

$+$

$$\vdots$$

$$\cancel{(3)^3} - \cancel{(2)^3} = 3(2)^2 + 3(2) + 1$$

$$\cancel{(2)^3} - (1)^3 = 3(1)^2 + 3(1) + 1$$

$$(n+1)^3 - 1$$

$$(n+1)^3 - n^3 = (n^3 + 3n^2 + 3n + 1) - n^3 \quad = 3n^2 + 3n + 1$$

$$\begin{aligned}
(n+1)^3 - \cancel{n^3} &= 3n^2 + 3n + 1 \\
\cancel{n^3} - \cancel{(n-1)^3} &= 3(n-1)^2 + 3(n-1) + 1 \\
+ \quad \cancel{(n-1)^3} - \cancel{(n-2)^3} &= 3(n-2)^2 + 3(n-2) + 1 \\
&\vdots \\
\cancel{(3)^3} - \cancel{(2)^3} &= 3(2)^2 + 3(2) + 1 \\
\cancel{(2)^3} - (1)^3 &= 3(1)^2 + 3(1) + 1
\end{aligned}$$

$$(n+1)^3 - 1 \quad = 3\sum_{k=1}^{n} k^2$$

$$(n+1)^3 - n^3 = (n^3 + 3n^2 + 3n + 1) - n^3 \quad = 3n^2 + 3n + 1$$

$$(n+1)^3 - \cancel{n^3} = 3\boxed{n^2} + 3n + 1$$

$$\cancel{n^3} - (n \cancel{-} 1)^3 = 3\boxed{(n-1)^2} + 3(n-1) + 1$$

$$(n \cancel{-} 1)^3 - (n \cancel{-} 2)^3 = 3\boxed{(n-2)^2} + 3(n-2) + 1$$

$$+ \qquad \vdots$$

$$\cancel{(3)}^3 - \cancel{(2)}^3 = 3\boxed{(2)^2} + 3(2) + 1$$

$$\cancel{(2)}^3 - (1)^3 = 3\boxed{(1)^2} + 3(1) + 1$$

$$(n+1)^3 - 1 \quad = 3\boxed{\sum_{k=1}^{n} k^2}$$

$$(n+1)^3 - n^3 = (n^3 + 3n^2 + 3n + 1) - n^3 \quad = 3n^2 + 3n + 1$$

$$
\begin{aligned}
(n+1)^3 - \cancel{n^3} &= 3n^2 + 3n + 1 \\
\cancel{n^3} - \cancel{(n-1)^3} &= 3(n-1)^2 + 3(n-1) + 1 \\
+ \qquad \cancel{(n-1)^3} - \cancel{(n-2)^3} &= 3(n-2)^2 + 3(n-2) + 1 \\
&\vdots \\
\cancel{(3)^3} - \cancel{(2)^3} &= 3(2)^2 + 3(2) + 1 \\
\cancel{(2)^3} - (1)^3 &= 3(1)^2 + 3(1) + 1 \\
\hline
(n+1)^3 - 1 &= 3\sum_{k=1}^{n} k^2 + 3\sum_{k=1}^{n} k
\end{aligned}
$$

$$(n+1)^3 - n^3 = (n^3 + 3n^2 + 3n + 1) - n^3 \quad = 3n^2 + 3n + 1$$

$$(n+1)^3 - \cancel{n^3} = 3n^2 + 3n + 1$$

$$\cancel{n^3} - \cancel{(n-1)^3} = 3(n-1)^2 + 3(n-1) + 1$$

$$\cancel{(n-1)^3} - \cancel{(n-2)^3} = 3(n-2)^2 + 3(n-2) + 1$$

$+$

$$\vdots$$

$$\cancel{(3)^3} - \cancel{(2)^3} = 3(2)^2 + 3(2) + 1$$

$$\cancel{(2)^3} - (1)^3 = 3(1)^2 + 3(1) + 1$$

$$(n+1)^3 - 1 \quad = 3\sum_{k=1}^{n} k^2 + 3\sum_{k=1}^{n} k$$

$$(n+1)^3 - n^3 = (n^3 + 3n^2 + 3n + 1) - n^3 \;\; = 3n^2 + 3n + 1$$

$$\begin{aligned}
(n+1)^3 - \cancel{n^3} &= 3n^2 + 3n + 1 \\
\cancel{n^3} - \cancel{(n-1)^3} &= 3(n-1)^2 + 3(n-1) + 1 \\
+ \qquad \cancel{(n-1)^3} - \cancel{(n-2)^3} &= 3(n-2)^2 + 3(n-2) + 1 \\
&\vdots \\
\cancel{(3)^3} - \cancel{(2)^3} &= 3(2)^2 + 3(2) + 1 \\
\cancel{(2)^3} - (1)^3 &= 3(1)^2 + 3(1) + 1 \\
\hline
(n+1)^3 - 1 &= 3\sum_{k=1}^{n} k^2 + 3\sum_{k=1}^{n} k
\end{aligned}$$

$$(n+1)^3 - n^3 = (n^3 + 3n^2 + 3n + 1) - n^3 \quad = 3n^2 + 3n + 1$$

$$
\begin{array}{rcl}
(n+1)^3 - \cancel{n^3} & = & 3n^2 + 3n + 1 \\
\cancel{n^3} - \cancel{(n-1)^3} & = & 3(n-1)^2 + 3(n-1) + 1 \\
\cancel{(n-1)^3} - \cancel{(n-2)^3} & = & 3(n-2)^2 + 3(n-2) + 1 \\
+ \qquad & \vdots & \\
\cancel{(3)^3} - \cancel{(2)^3} & = & 3(2)^2 + 3(2) + 1 \\
\cancel{(2)^3} - (1)^3 & = & 3(1)^2 + 3(1) + 1 \\
\hline
(n+1)^3 - 1 & = & 3\sum_{k=1}^{n} k^2 + 3\sum_{k=1}^{n} k + n
\end{array}
$$

$$(n+1)^3 - n^3 = (n^3 + 3n^2 + 3n + 1) - n^3 \quad = 3n^2 + 3n + 1$$

$$
\begin{aligned}
(n+1)^3 - \cancel{n^3} &= 3n^2 + 3n + 1 \\
\cancel{n^3} - \cancel{(n-1)^3} &= 3(n-1)^2 + 3(n-1) + 1 \\
\cancel{(n-1)^3} - \cancel{(n-2)^3} &= 3(n-2)^2 + 3(n-2) + 1 \\
&\vdots \\
\cancel{(3)^3} - \cancel{(2)^3} &= 3(2)^2 + 3(2) + 1 \\
+ \quad \cancel{(2)^3} - (1)^3 &= 3(1)^2 + 3(1) + 1
\end{aligned}
$$

$$(n+1)^3 - 1 \quad = 3\sum_{k=1}^{n} k^2 + 3\sum_{k=1}^{n} k + n$$

$$(n+1)^3 - n^3 = (n^3 + 3n^2 + 3n + 1) - n^3 \quad = 3n^2 + 3n + 1$$

$$
\begin{aligned}
(n+1)^3 - \cancel{n^3} &= 3n^2 + 3n + 1 \\
\cancel{n^3} - \cancel{(n-1)^3} &= 3(n-1)^2 + 3(n-1) + 1 \\
\cancel{(n-1)^3} - \cancel{(n-2)^3} &= 3(n-2)^2 + 3(n-2) + 1 \\
+ \qquad \cancel{} \quad & \vdots \quad \cancel{} \\
\cancel{(3)^3} - \cancel{(2)^3} &= 3(2)^2 + 3(2) + 1 \\
\cancel{(2)^3} - (1)^3 &= 3(1)^2 + 3(1) + 1 \\
\hline
(n+1)^3 - 1 \quad &= 3\sum_{k=1}^{n} k^2 + 3\sum_{k=1}^{n} k + n
\end{aligned}
$$

$$(n+1)^3 - 1 = 3\sum_{k=1}^{n} k^2 + 3\sum_{k=1}^{n} k + n$$

$$(n+1)^3 - 1 = 3\sum_{k=1}^{n} k^2 + \boxed{3\sum_{k=1}^{n} k + n}$$

$$(n+1)^3 - 1 = 3\sum_{k=1}^{n} k^2 + \boxed{3\sum_{k=1}^{n} k + n}$$

$$3\sum_{k=1}^{n} k^2 = (n+1)^3 - 1 - 3\sum_{k=1}^{n} k - n$$

$$(n+1)^3 - 1 = 3\sum_{k=1}^{n} k^2 + 3\sum_{k=1}^{n} k + n$$

$$3\sum_{k=1}^{n} k^2 = (n+1)^3 - 1 - 3\sum_{k=1}^{n} k - n$$

$$= n^3 + 3n^2 + 3n + 1 - 1 - 3\sum_{k=1}^{n} k - n$$

$$(n+1)^3 - 1 = 3\sum_{k=1}^{n} k^2 + \boxed{3\sum_{k=1}^{n} k + n}$$

$$3\sum_{k=1}^{n} k^2 = (n+1)^3 - 1 - 3\sum_{k=1}^{n} k - n$$

$$= n^3 + 3n^2 + 3n + 1 - 1 - 3\sum_{k=1}^{n} k - n$$

$$(n+1)^3 - 1 = 3\sum_{k=1}^{n} k^2 + \boxed{3\sum_{k=1}^{n} k + n}$$

$$3\sum_{k=1}^{n} k^2 = \boxed{(n+1)^3} - 1 - 3\sum_{k=1}^{n} k - n$$

$$= \boxed{n^3 + 3n^2 + 3n + 1} - 1 - 3\sum_{k=1}^{n} k - n$$

$$= n^3 + 3n^2 + 3n - 3\sum_{k=1}^{n} k - n$$

$$(n+1)^3 - 1 = 3\sum_{k=1}^{n} k^2 + \boxed{3\sum_{k=1}^{n} k + n}$$

$$3\sum_{k=1}^{n} k^2 = (n+1)^3 - 1 - 3\sum_{k=1}^{n} k - n$$

$$= n^3 + 3n^2 + 3n + \cancel{1} - \cancel{1} - 3\sum_{k=1}^{n} k - n$$

$$= n^3 + 3n^2 + 3n - 3\sum_{k=1}^{n} k - n$$

$$(n+1)^3 - 1 = 3\sum_{k=1}^{n} k^2 + 3\sum_{k=1}^{n} k + n$$

$$3\sum_{k=1}^{n} k^2 = (n+1)^3 - 1 - 3\sum_{k=1}^{n} k - n$$

$$= n^3 + 3n^2 + 3n + \cancel{1} - \cancel{1} - 3\sum_{k=1}^{n} k - n$$

$$= n^3 + 3n^2 + 3n - 3\sum_{k=1}^{n} k - n$$

$$= n^3 + 3n^2 + 2n - 3\frac{n(n+1)}{2}$$

$$(n+1)^3 - 1 = 3\sum_{k=1}^{n} k^2 + 3\sum_{k=1}^{n} k + n$$

$$3\sum_{k=1}^{n} k^2 = (n+1)^3 - 1 - 3\sum_{k=1}^{n} k - n$$

$$= n^3 + 3n^2 + 3n + \cancel{1} - \cancel{1} - 3\sum_{k=1}^{n} k - n$$

$$= n^3 + 3n^2 + 3n - 3\sum_{k=1}^{n} k - n$$

$$= n^3 + 3n^2 + 2n - 3\frac{n(n+1)}{2}$$

$$(n+1)^3 - 1 = 3\sum_{k=1}^{n} k^2 + \boxed{3\sum_{k=1}^{n} k + n}$$

$$3\sum_{k=1}^{n} k^2 = (n+1)^3 - 1 - 3\sum_{k=1}^{n} k - n$$

$$= n^3 + 3n^2 + 3n + \cancel{1} - \cancel{1} - 3\sum_{k=1}^{n} k - n$$

$$= n^3 + 3n^2 + 3n - 3\sum_{k=1}^{n} k - n$$

$$= n^3 + 3n^2 + 2n - 3\frac{n(n+1)}{2}$$

$$(n+1)^3 - 1 = 3\sum_{k=1}^{n} k^2 + \boxed{3\sum_{k=1}^{n} k + n}$$

$$3\sum_{k=1}^{n} k^2 = (n+1)^3 - 1 - 3\sum_{k=1}^{n} k - n$$

$$= n^3 + 3n^2 + 3n + \cancel{1} - \cancel{1} - 3\sum_{k=1}^{n} k - n$$

$$= n^3 + 3n^2 + 3n - 3\sum_{k=1}^{n} k - n$$

$$= n^3 + 3n^2 + 2n - 3\frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{2n^3 + 6n^2 + 4n - 3n(n+1)}{6}$$

$$(n+1)^3 - 1 = 3\sum_{k=1}^{n} k^2 + 3\sum_{k=1}^{n} k + n$$

$$3\sum_{k=1}^{n} k^2 = (n+1)^3 - 1 - 3\sum_{k=1}^{n} k - n$$

$$= n^3 + 3n^2 + 3n + \cancel{1} - \cancel{1} - 3\sum_{k=1}^{n} k - n$$

$$= n^3 + 3n^2 + 3n - 3\sum_{k=1}^{n} k - n$$

$$= n^3 + 3n^2 + 2n - 3\frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{2n^3 + 6n^2 + 4n - 3n(n+1)}{6}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{2n^3 + 6n^2 + 4n - 3n(n+1)}{6}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{2n^3 + 6n^2 + 4n - 3n(n+1)}{6}$$

$$= \frac{2n^3 + 6n^2 + 4n - 3n^2 - 3n}{6}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{2n^3 + 6n^2 + 4n - 3n(n+1)}{6}$$

$$= \frac{2n^3 + 6n^2 + 4n - 3n^2 - 3n}{6}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{2n^3 + 6n^2 + 4n - 3n(n+1)}{6}$$

$$= \frac{2n^3 + 6n^2 + 4n - 3n^2 - 3n}{6}$$

$$= \frac{2n^3 + 3n^2 + n}{6}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{2n^3 + 6n^2 + 4n - 3n(n+1)}{6}$$

$$= \frac{2n^3 + 6n^2 + 4n - 3n^2 - 3n}{6}$$

$$= \frac{2n^3 + 3n^2 + n}{6}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{2n^3 + 6n^2 + 4n - 3n(n+1)}{6}$$

$$= \frac{2n^3 + 6n^2 + 4n - 3n^2 - 3n}{6}$$

$$= \frac{2n^3 + 3n^2 + n}{6}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{2n^3 + 6n^2 + 4n - 3n(n+1)}{6}$$

$$= \frac{2n^3 + \boxed{6n^2} + \boxed{4n} - \boxed{3n^2} - \boxed{3n}}{6}$$

$$= \frac{2n^3 + \boxed{3n^2} + \boxed{n}}{6}$$

$$= \frac{n(2n^2 + 3n + 1)}{6}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{2n^3 + 6n^2 + 4n - 3n(n+1)}{6}$$

$$= \frac{2n^3 + 6n^2 + 4n - 3n^2 - 3n}{6}$$

$$= \frac{2n^3 + 3n^2 + n}{6}$$

$$= \frac{n(2n^2 + 3n + 1)}{6}$$

$$= \frac{n(2n+1)(n+1)}{6}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{2n^3 + 6n^2 + 4n - 3n(n+1)}{6}$$

$$= \frac{2n^3 + 6n^2 + 4n - 3n^2 - 3n}{6}$$

$$= \frac{2n^3 + 3n^2 + n}{6}$$

$$= \frac{n(2n^2 + 3n + 1)}{6}$$

$$= \frac{n(2n+1)(n+1)}{6}$$

Ouf!

Faites les exercices suivants

Section 1.4 # 20 et 22

$$\sum_{k=0}^{5} 2^k$$

$$\sum_{k=0}^{5} 2^k = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5$$

$$2\sum_{k=0}^{5} 2^k = 2(2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5)$$

$$\sum_{k=0}^{5} 2^k = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5$$

$$
\begin{aligned}
2\sum_{k=0}^{5} 2^k &= 2(2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5) \\
&= 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6
\end{aligned}
$$

$$
\sum_{k=0}^{5} 2^k = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5
$$

$$
\begin{aligned}
2\sum_{k=0}^{5} 2^k &= 2(2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5) \\
&= 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6
\end{aligned}
$$

$$\sum_{k=0}^{5} 2^k = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5$$

$$2\sum_{k=0}^{5} 2^k = 2(2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5)$$
$$= 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6$$

$$\sum_{k=0}^{5} 2^k = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5$$

$$2\sum_{k=0}^{5} 2^k - \sum_{k=0}^{5} 2^k$$

$$2\sum_{k=0}^{5} 2^k = 2(2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5)$$
$$= 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \cancel{2^5} + 2^6$$

$$-$$

$$\sum_{k=0}^{5} 2^k = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \cancel{2^5}$$

$$2\sum_{k=0}^{5} 2^k - \sum_{k=0}^{5} 2^k$$

$$2\sum_{k=0}^{5} 2^k = 2(2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5)$$
$$= 2^1 + 2^2 + 2^3 + \cancel{2^4} + \cancel{2^5} + 2^6$$

$$\sum_{k=0}^{5} 2^k = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \cancel{2^4} + \cancel{2^5}$$

$$2\sum_{k=0}^{5} 2^k - \sum_{k=0}^{5} 2^k$$

$$2\sum_{k=0}^{5} 2^k = 2(2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5)$$

$$= 2^1 + 2^2 + \cancel{2^3} + \cancel{2^4} + \cancel{2^5} + 2^6$$

$$-$$

$$\sum_{k=0}^{5} 2^k = 2^0 + 2^1 + 2^2 + \cancel{2^3} + \cancel{2^4} + \cancel{2^5}$$

$$2\sum_{k=0}^{5} 2^k - \sum_{k=0}^{5} 2^k$$

$$2\sum_{k=0}^{5} 2^k = 2(2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5)$$
$$= 2^1 + \cancel{2^2} + \cancel{2^3} + \cancel{2^4} + \cancel{2^5} + 2^6$$

$-$

$$\sum_{k=0}^{5} 2^k = 2^0 + 2^1 + \cancel{2^2} + \cancel{2^3} + \cancel{2^4} + \cancel{2^5}$$

$$2\sum_{k=0}^{5} 2^k - \sum_{k=0}^{5} 2^k$$

$$2\sum_{k=0}^{5} 2^k = 2(2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5)$$

$$= \cancel{2^1} + \cancel{2^2} + \cancel{2^3} + \cancel{2^4} + \cancel{2^5} + 2^6$$

$$-$$

$$\sum_{k=0}^{5} 2^k = 2^0 + \cancel{2^1} + \cancel{2^2} + \cancel{2^3} + \cancel{2^4} + \cancel{2^5}$$

$$2\sum_{k=0}^{5} 2^k - \sum_{k=0}^{5} 2^k$$

$$2\sum_{k=0}^{5} 2^k = 2(2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5)$$

$$= \cancel{2^1} + \cancel{2^2} + \cancel{2^3} + \cancel{2^4} + \cancel{2^5} + 2^6$$

$$\sum_{k=0}^{5} 2^k = 2^0 + \cancel{2^1} + \cancel{2^2} + \cancel{2^3} + \cancel{2^4} + \cancel{2^5}$$

$$2\sum_{k=0}^{5} 2^k - \sum_{k=0}^{5} 2^k = 2^6 - 2^0$$

$$2\sum_{k=0}^{5} 2^k = 2(2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5)$$

$$= \cancel{2^1} + \cancel{2^2} + \cancel{2^3} + \cancel{2^4} + \cancel{2^5} + 2^6$$

$$\sum_{k=0}^{5} 2^k = 2^0 + \cancel{2^1} + \cancel{2^2} + \cancel{2^3} + \cancel{2^4} + \cancel{2^5}$$

$$2\sum_{k=0}^{5} 2^k - \sum_{k=0}^{5} 2^k = 2^6 - 2^0$$

$$(2-1)\sum_{k=0}^{5} 2^k = 2^{5+1} - 1$$

$$2\sum_{k=0}^{5} 2^k = 2(2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5)$$

$$= \cancel{2^1} + \cancel{2^2} + \cancel{2^3} + \cancel{2^4} + \cancel{2^5} + 2^6$$

$$\sum_{k=0}^{5} 2^k = 2^0 + \cancel{2^1} + \cancel{2^2} + \cancel{2^3} + \cancel{2^4} + \cancel{2^5}$$

$$2\sum_{k=0}^{5} 2^k - \sum_{k=0}^{5} 2^k = 2^6 - 2^0$$

$$(2-1)\sum_{k=0}^{5} 2^k = 2^{5+1} - 1$$

$$\sum_{k=0}^{5} 2^k = \frac{2^{5+1} - 1}{2-1}$$

$$2\sum_{k=0}^{5} 2^k = 2(2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5)$$

$$= \cancel{2^1} + \cancel{2^2} + \cancel{2^3} + \cancel{2^4} + \cancel{2^5} + 2^6$$

$$\sum_{k=0}^{5} 2^k = 2^0 + \cancel{2^1} + \cancel{2^2} + \cancel{2^3} + \cancel{2^4} + \cancel{2^5}$$

$$2\sum_{k=0}^{5} 2^k - \sum_{k=0}^{5} 2^k = 2^6 - 2^0$$

$$(2-1)\sum_{k=0}^{5} 2^k = 2^{5+1} - 1$$

$$\sum_{k=0}^{5} 2^k = \frac{2^{5+1} - 1}{2-1}$$

$$\sum_{k=0}^{n} a^k = \frac{a^{n+1} - 1}{a-1}$$

$$2\sum_{k=0}^{5} 2^k = 2(2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5)$$

$$= \cancel{2^1} + \cancel{2^2} + \cancel{2^3} + \cancel{2^4} + \cancel{2^5} + 2^6$$

$$\sum_{k=0}^{5} 2^k = 2^0 + \cancel{2^1} + \cancel{2^2} + \cancel{2^3} + \cancel{2^4} + \cancel{2^5}$$

$$2\sum_{k=0}^{5} 2^k - \sum_{k=0}^{5} 2^k = 2^6 - 2^0$$

$$(2-1)\sum_{k=0}^{5} 2^k = 2^{5+1} - 1 \qquad \sum_{k=0}^{5} 2^k = \frac{2^{5+1}-1}{2-1}$$

$$\sum_{k=0}^{n} a^k = \frac{a^{n+1}-1}{a-1}$$

Aujourd'hui, nous avons vu

Aujourd’hui, nous avons vu

- ✓ Notation sigma

Aujourd'hui, nous avons vu

- ✓ Notation sigma
- ✓ Règles de sommation

Aujourd'hui, nous avons vu

- ✓ Notation sigma
- ✓ Règles de sommation

$$\sum_{k=r}^{n} cf(k) = c\sum_{k=r}^{n} f(k)$$

Aujourd'hui, nous avons vu

✓ Notation sigma

✓ Règles de sommation

$$\sum_{k=r}^{n} cf(k) = c\sum_{k=r}^{n} f(k)$$

$$\sum_{k=r}^{n} f(k) + g(k) = \sum_{k=r}^{n} f(k) + \sum_{k=r}^{n} g(k)$$

Aujourd'hui, nous avons vu

✓ Notation sigma

✓ Règles de sommation

$$\sum_{k=r}^{n} cf(k) = c\sum_{k=r}^{n} f(k)$$

$$\sum_{k=r}^{n} f(k) + g(k) = \sum_{k=r}^{n} f(k) + \sum_{k=r}^{n} g(k)$$

$$\sum_{k=r}^{n} f(k) = \sum_{k=r}^{t} f(k) + \sum_{k=t+1}^{n} f(k)$$

Aujourd'hui, nous avons vu

- ✓ Notation sigma

- ✓ Règles de sommation

$$\sum_{k=r}^{n} cf(k) = c\sum_{k=r}^{n} f(k)$$

$$\sum_{k=r}^{n} f(k) + g(k) = \sum_{k=r}^{n} f(k) + \sum_{k=r}^{n} g(k)$$

$$\sum_{k=r}^{n} f(k) = \sum_{k=r}^{t} f(k) + \sum_{k=t+1}^{n} f(k)$$

- ✓ Induction

Aujourd'hui, nous avons vu

Aujourd’hui, nous avons vu

- ✓ Les sommations suivantes

Aujourd'hui, nous avons vu

- ✓ Les sommations suivantes

$$\sum_{k=a}^{b} c = (b - a + 1)c$$

Aujourd'hui, nous avons vu

✓ Les sommations suivantes

$$\sum_{k=a}^{b} c = (b - a + 1)c$$

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

Aujourd'hui, nous avons vu

- ✓ Les sommations suivantes

$$\sum_{k=a}^{b} c = (b-a+1)c$$

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(2n+1)(n+1)}{6}$$

Aujourd'hui, nous avons vu

✓ Les sommations suivantes

$$\sum_{k=a}^{b} c = (b-a+1)c$$

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(2n+1)(n+1)}{6}$$

$$\sum_{k=0}^{n} a^k = \frac{a^{n+1}-1}{a-1}$$

Devoir: Section 1.4