1.5 THÉORÈME FONDAMENTAL DU CALCUL

cours 5

Au dernier cours, nous avons vu

Au dernier cours, nous avons vu

- ✓ Notation sigma

Au dernier cours, nous avons vu

- ✓ Notation sigma
- ✓ Règles de sommation

Au dernier cours, nous avons vu

- ✓ Notation sigma
- ✓ Règles de sommation

$$\sum_{k=r}^{n} cf(k) = c\sum_{k=r}^{n} f(k)$$

Au dernier cours, nous avons vu

- ✓ Notation sigma
- ✓ Règles de sommation

$$\sum_{k=r}^{n} cf(k) = c\sum_{k=r}^{n} f(k)$$

$$\sum_{k=r}^{n} f(k) + g(k) = \sum_{k=r}^{n} f(k) + \sum_{k=r}^{n} g(k)$$

Au dernier cours, nous avons vu

- ✓ Notation sigma
- ✓ Règles de sommation

$$\sum_{k=r}^{n} cf(k) = c\sum_{k=r}^{n} f(k)$$

$$\sum_{k=r}^{n} f(k) + g(k) = \sum_{k=r}^{n} f(k) + \sum_{k=r}^{n} g(k)$$

$$\sum_{k=r}^{n} f(k) = \sum_{k=r}^{t} f(k) + \sum_{k=t+1}^{n} f(k)$$

Au dernier cours, nous avons vu

- ✓ Notation sigma

- ✓ Règles de sommation

$$\sum_{k=r}^{n} cf(k) = c\sum_{k=r}^{n} f(k)$$

$$\sum_{k=r}^{n} f(k) + g(k) = \sum_{k=r}^{n} f(k) + \sum_{k=r}^{n} g(k)$$

$$\sum_{k=r}^{n} f(k) = \sum_{k=r}^{t} f(k) + \sum_{k=t+1}^{n} f(k)$$

- ✓ Induction

Au dernier cours, nous avons vu

Au dernier cours, nous avons vu

- ✓ Les sommations suivantes

Au dernier cours, nous avons vu

- Les sommations suivantes

$$\sum_{k=a}^{b} c = (b - a + 1)c$$

Au dernier cours, nous avons vu

- Les sommations suivantes

$$\sum_{k=a}^{b} c = (b - a + 1)c$$

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

Au dernier cours, nous avons vu

✓ Les sommations suivantes

$$\sum_{k=a}^{b} c = (b - a + 1)c$$

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(2n+1)(n+1)}{6}$$

Au dernier cours, nous avons vu

✓ Les sommations suivantes

$$\sum_{k=a}^{b} c = (b-a+1)c$$

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(2n+1)(n+1)}{6}$$

$$\sum_{k=0}^{n} a^k = \frac{a^{n+1}-1}{a-1}$$

Aujourd’hui, nous allons voir

Aujourd'hui, nous allons voir

- ✓ Intégrale définie

Aujourd’hui, nous allons voir

- ✓ Intégrale définie
- ✓ Somme de Riemann

Aujourd'hui, nous allons voir

- Intégrale définie
- Somme de Riemann
- Théorème fondamental du calcul

Depuis le début de la session, on a vu qu'il semble y avoir un lien entre somme, primitive et aire sous la courbe.

Depuis le début de la session, on a vu qu'il semble y avoir un lien entre somme, primitive et aire sous la courbe.

Nous expliciterons ce lien ici.

Définition On nomme l'aire signée entre une fonction et l'axe des x et entre $x = a$ et $x = b$, l'intégrale définie de $f(x)$ et on la note.

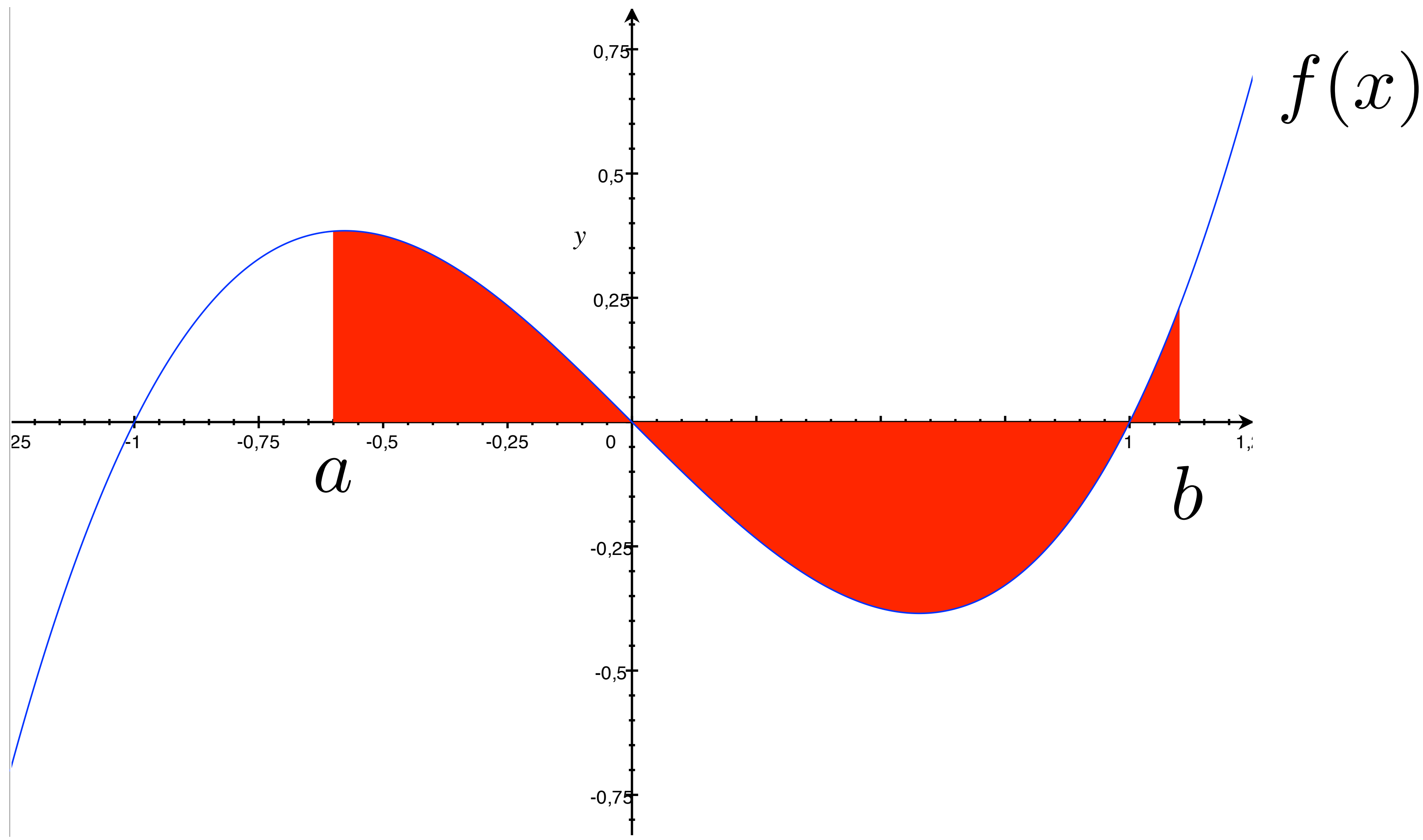
Définition On nomme l'aire signée entre une fonction et l'axe des x et entre $x = a$ et $x = b$, l'intégrale définie de $f(x)$ et on la note.

$$\int_a^b f(x)\ dx$$

Définition

On nomme l'aire signée entre une fonction et l'axe des x et entre $x = a$ et $x = b$, l'intégrale définie de $f(x)$ et on la note.

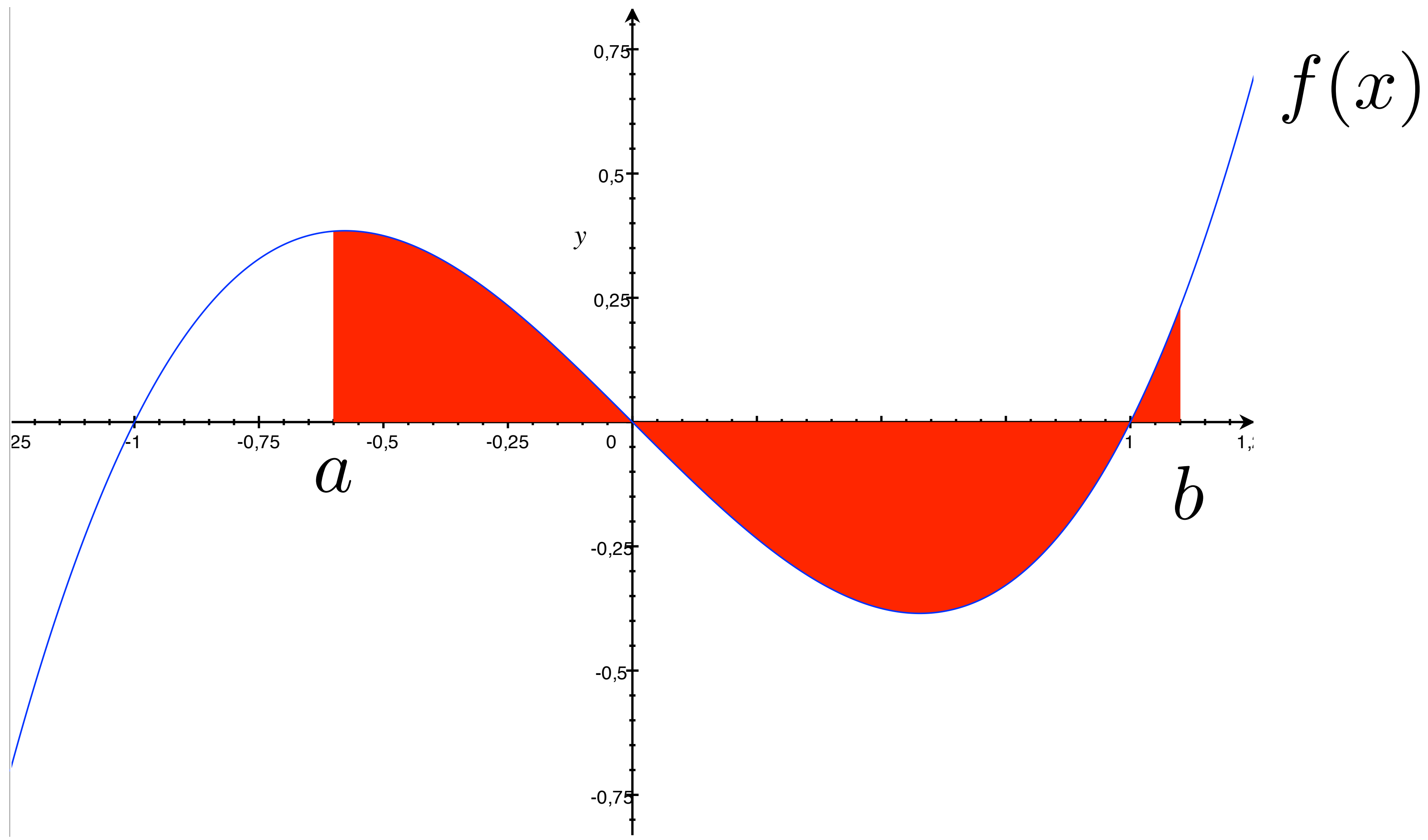
$$\int_a^b f(x)\ dx$$



Définition

On nomme l'aire signée entre une fonction et l'axe des x et entre $x = a$ et $x = b$, l'intégrale définie de $f(x)$ et on la note.

$$\int_a^b f(x)\ dx$$

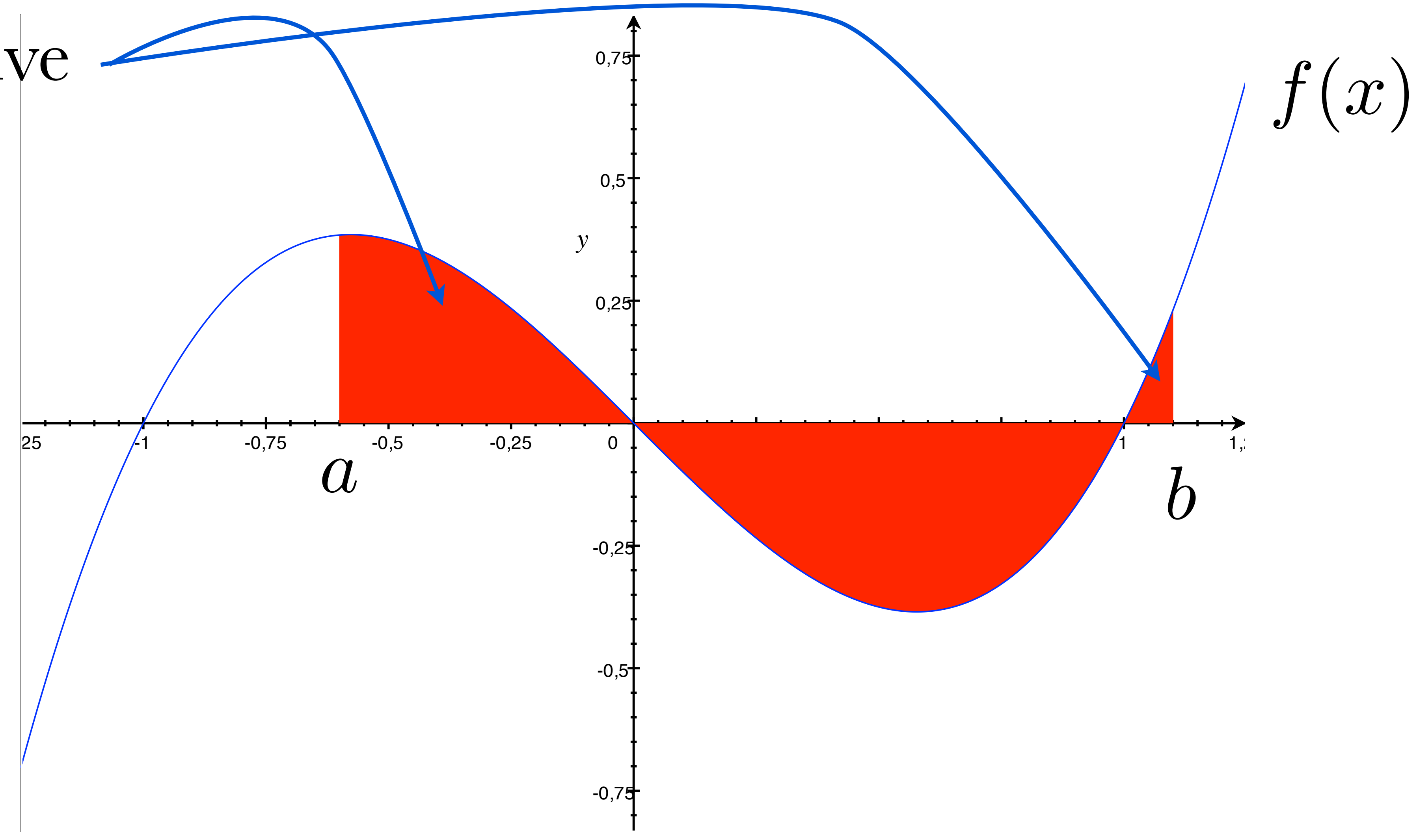


Définition

On nomme l'aire signée entre une fonction et l'axe des x et entre $x = a$ et $x = b$, l'intégrale définie de $f(x)$ et on la note.

$$\int_a^b f(x)\ dx$$

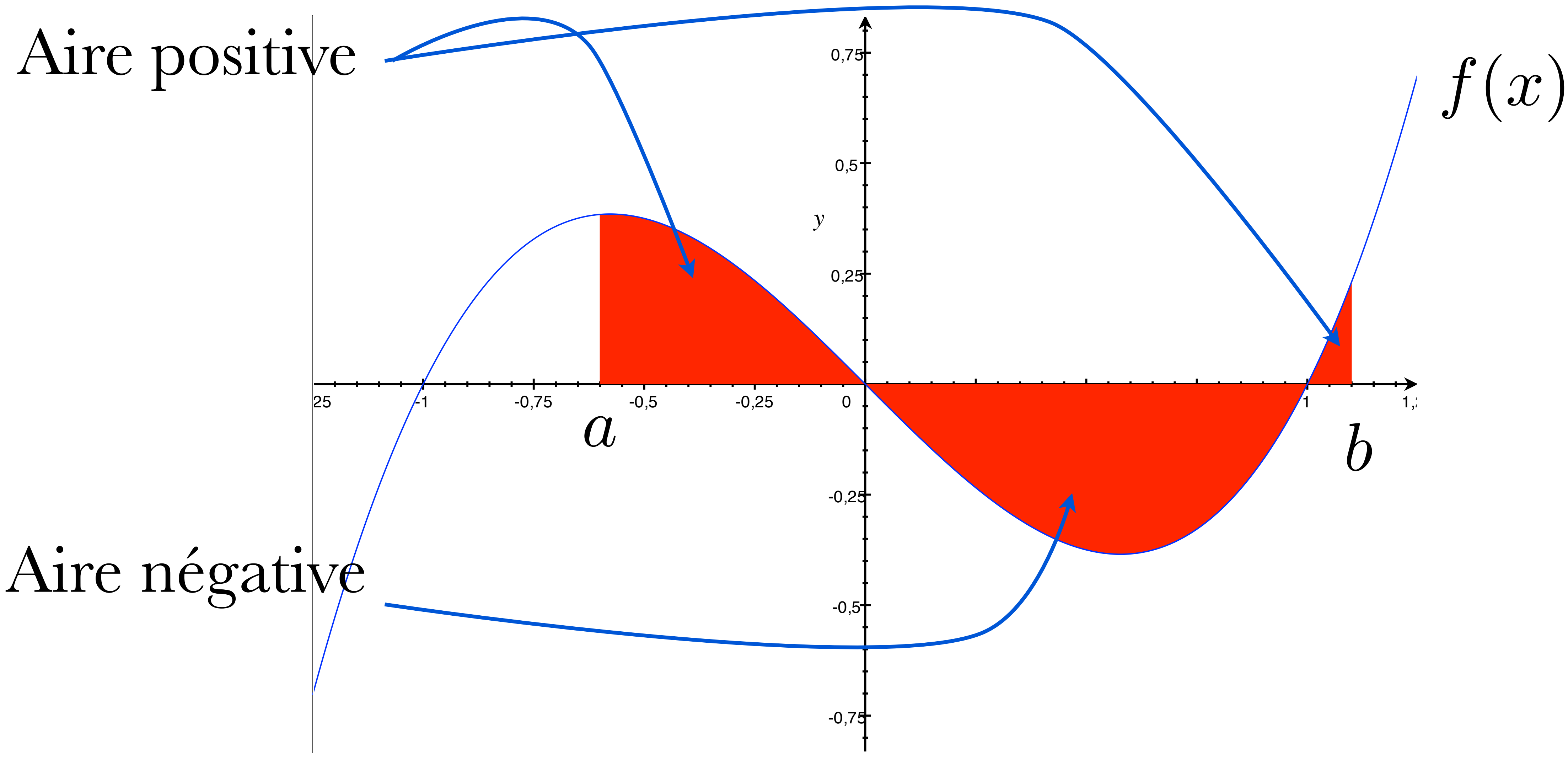
Aire positive



Définition

On nomme l'aire signée entre une fonction et l'axe des x et entre $x = a$ et $x = b$, l'intégrale définie de $f(x)$ et on la note.

$$\int_a^b f(x)\ dx$$

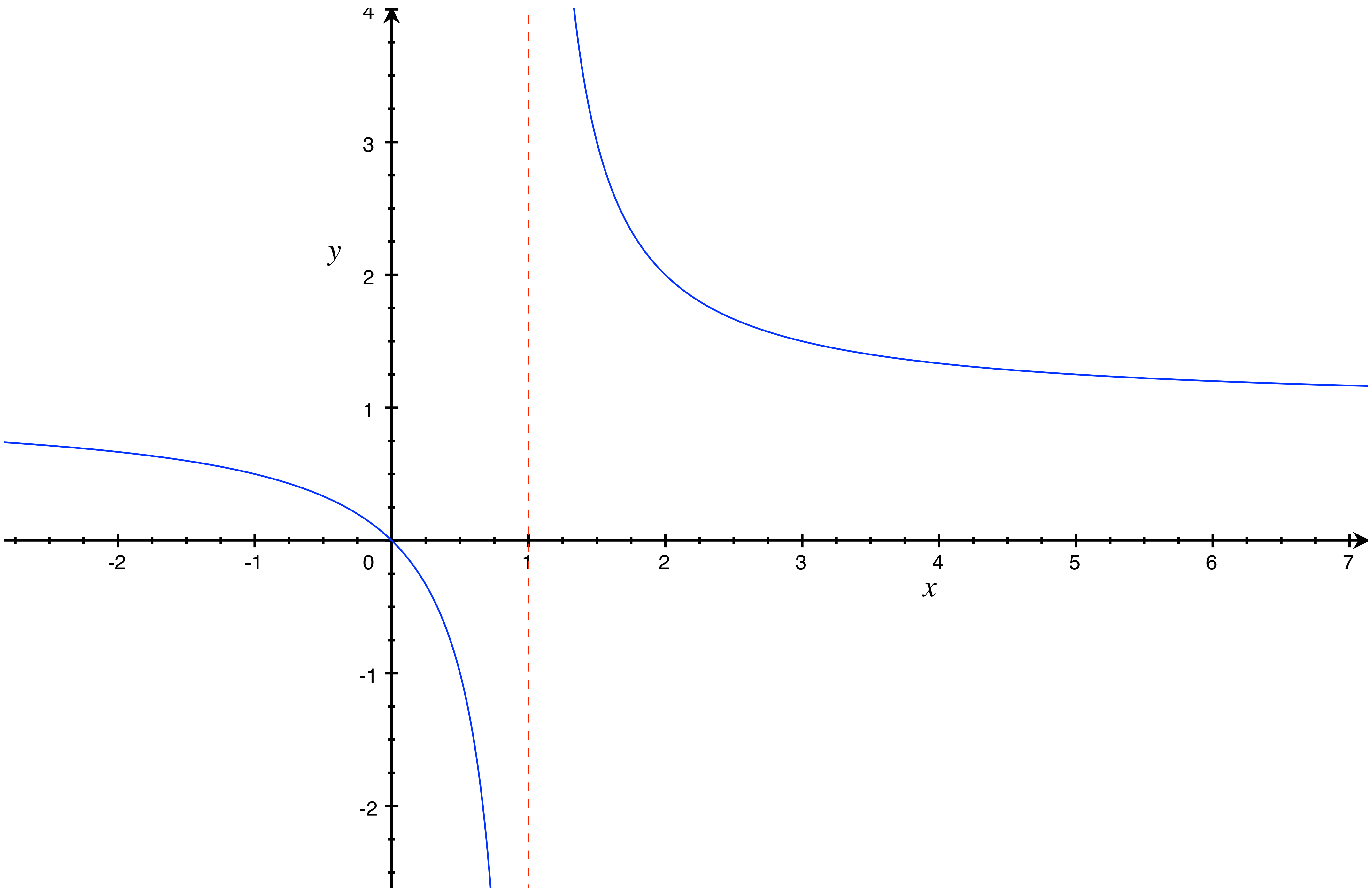


Remarque:

Pour que l'intégrale définie ait un sens, il faut que la fonction soit continue sur l'intervalle.

Remarque:

Pour que l'intégrale définie ait un sens, il faut que la fonction soit continue sur l'intervalle.



Outre la notation et le nom, l'intégrale indéfinie et l'intégrale définie sont deux concepts très différents.

Outtre la notation et le nom, l'intégrale indéfinie et l'intégrale définie sont deux concepts très différents.

$$\int f(x)\ dx \quad = F(x) + C$$ Un ensemble infini de primitives

Outre la notation et le nom, l'intégrale indéfinie et l'intégrale définie sont deux concepts très différents.

$$\int f(x)\ dx \quad = F(x) + C$$ Un ensemble infini de primitives

$$\int_a^b f(x)\ dx$$ Une aire délimitée par une fonction

Comprendre ce qu'est $\int_a^b f(x)\ dx$ est une chose

Comprendre ce qu'est $\int_a^b f(x)\ dx$ est une chose

mais la calculer en est une autre.

Comprendre ce qu'est $\int_a^b f(x)\ dx$ est une chose

mais la calculer en est une autre.

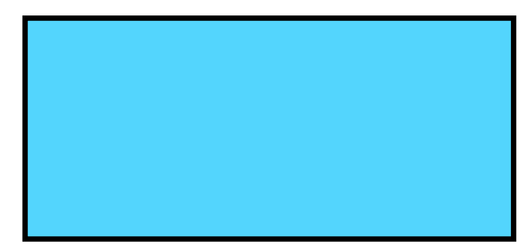
Quels sont les objets géométriques dont on sait calculer l'aire?

Comprendre ce qu'est $\int_a^b f(x)\ dx$ est une chose

mais la calculer en est une autre.

Quels sont les objets géométriques dont on sait calculer l'aire?

Les rectangles

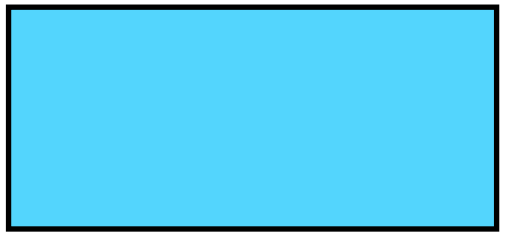


Comprendre ce qu'est $\int_a^b f(x)\ dx$ est une chose

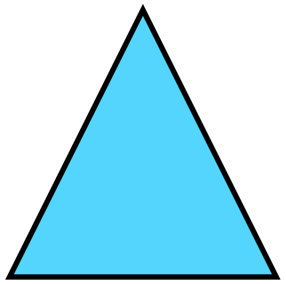
mais la calculer en est une autre.

Quels sont les objets géométriques dont on sait calculer l'aire?

Les rectangles



Les triangles

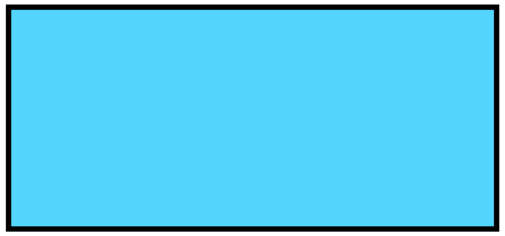


Comprendre ce qu'est $\int_a^b f(x)\ dx$ est une chose

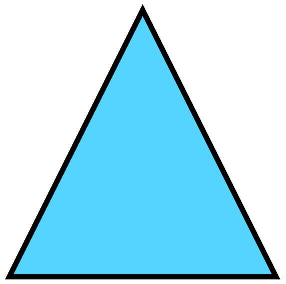
mais la calculer en est une autre.

Quels sont les objets géométriques dont on sait calculer l'aire?

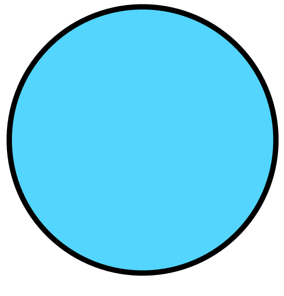
Les rectangles



Les triangles

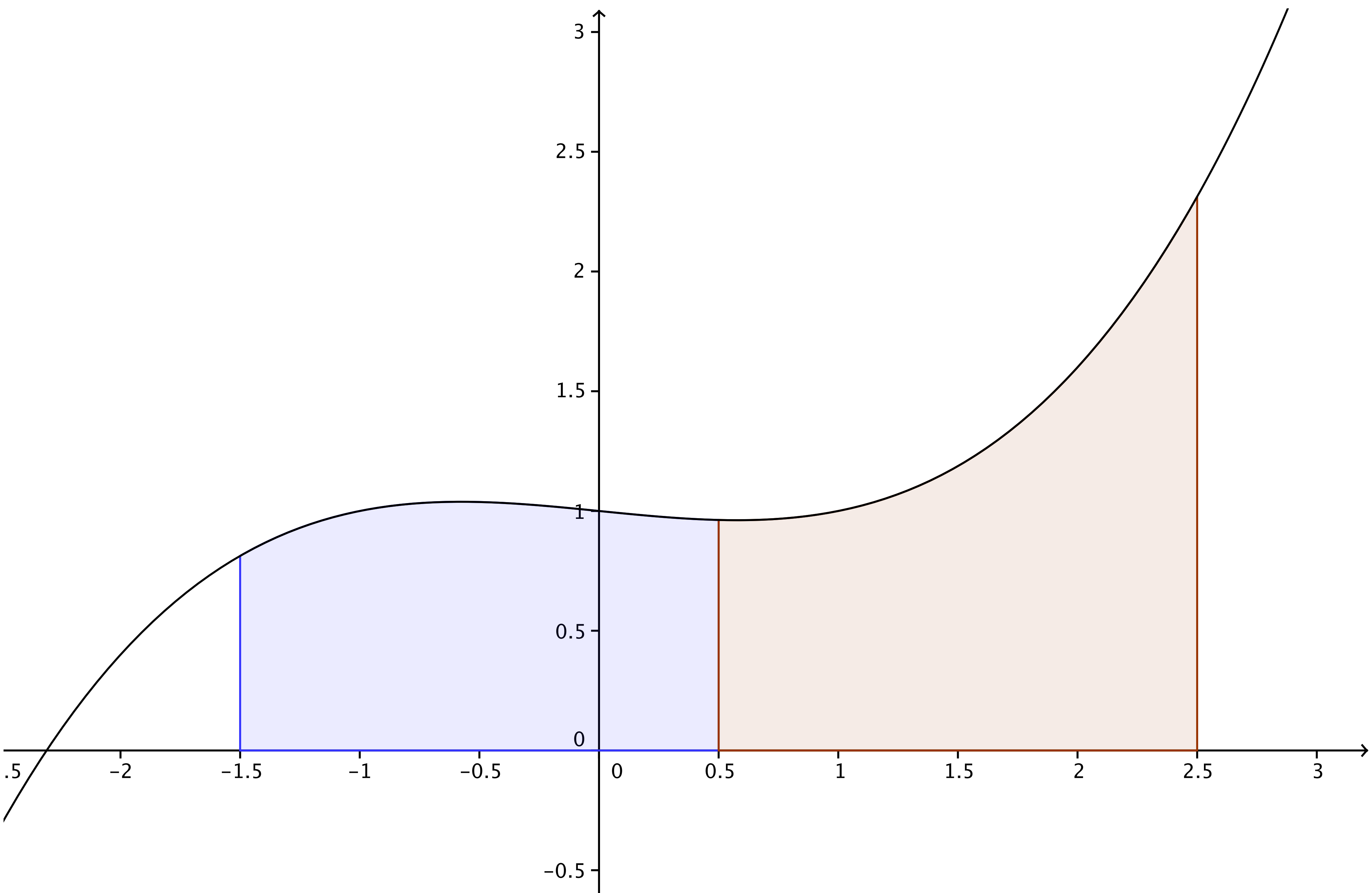


Les cercles

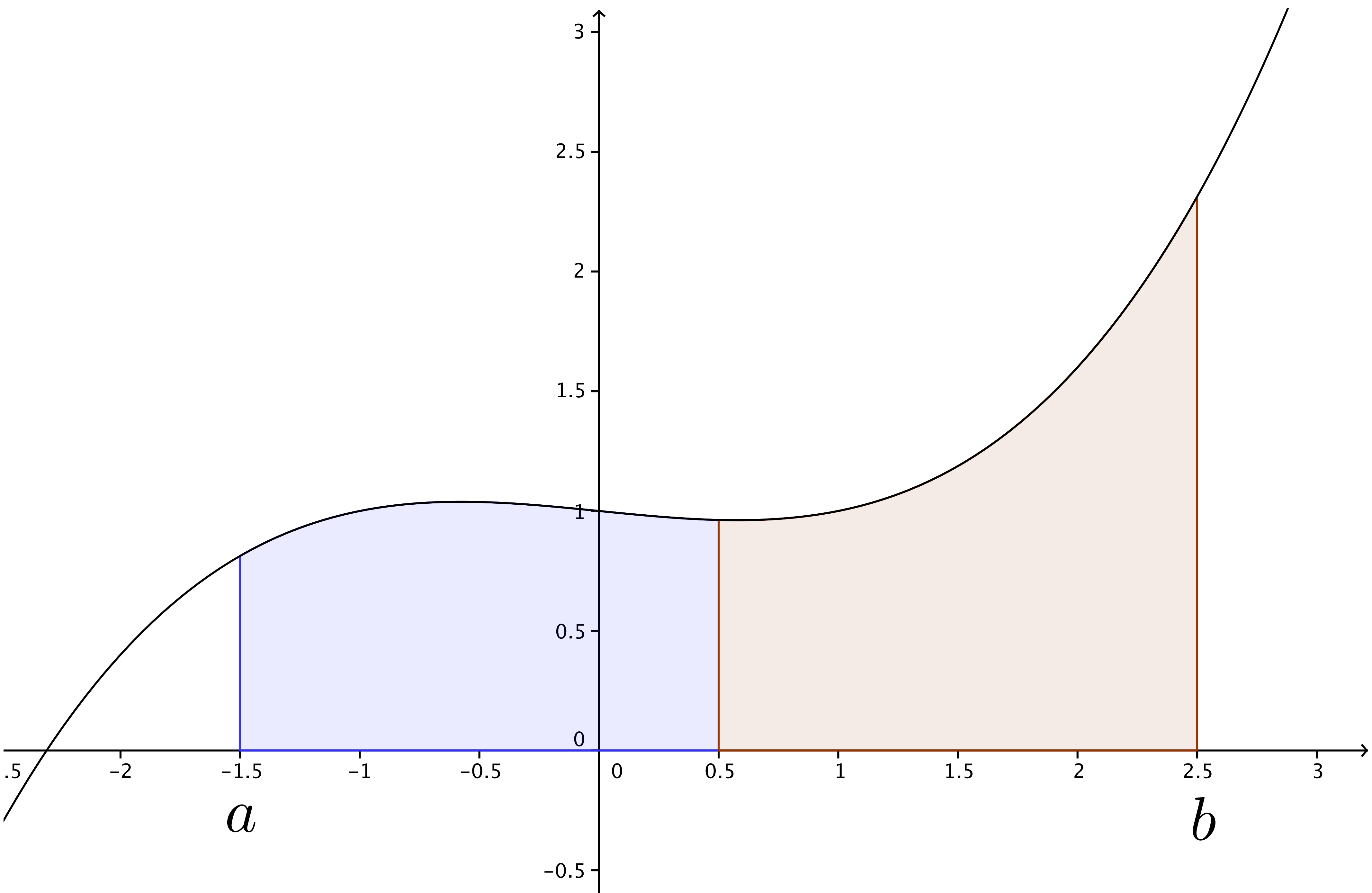


$$\int_a^b f(x)\ dx = \int_a^c f(x)\ dx + \int_c^b f(x)\ dx$$

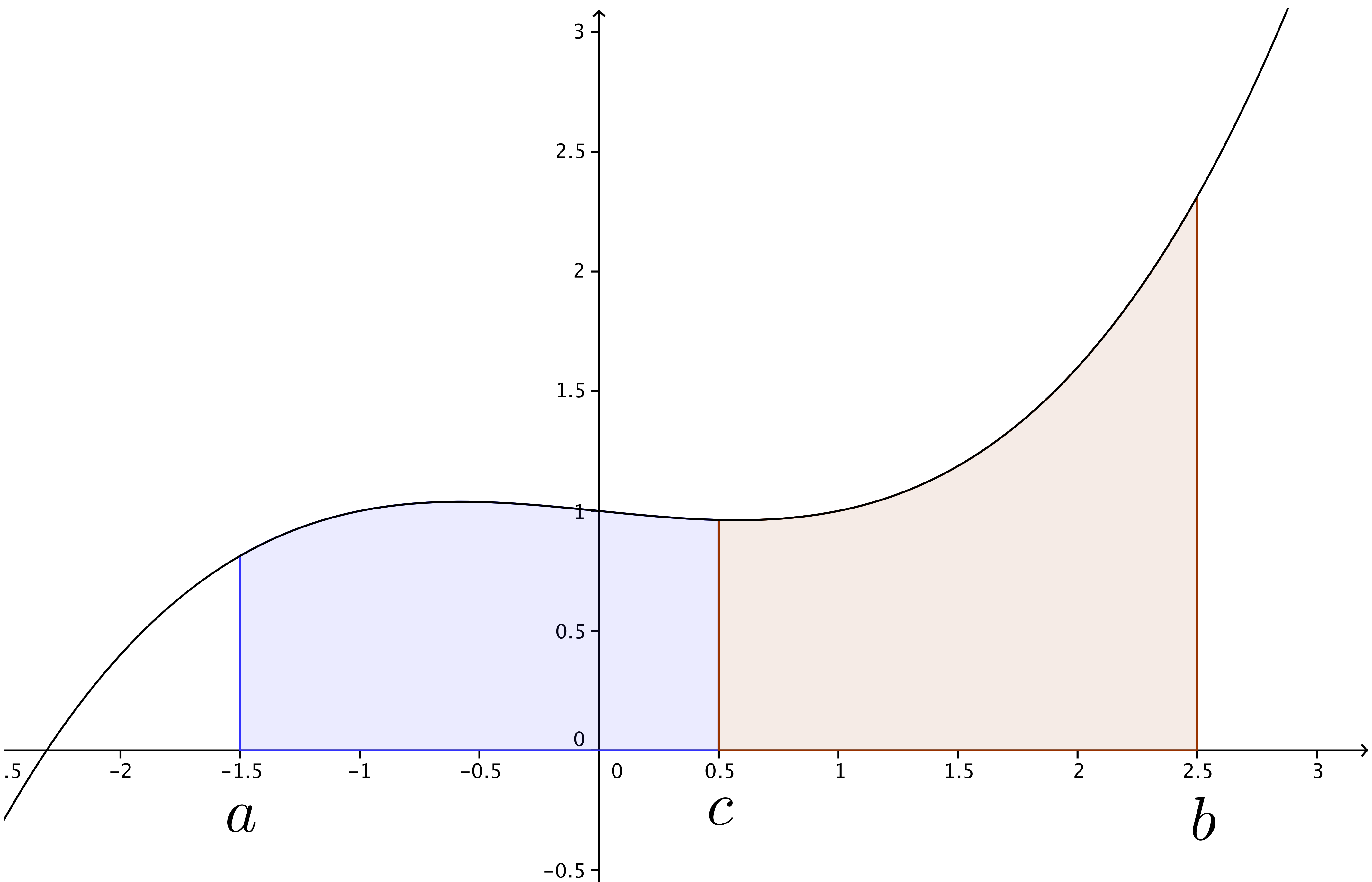
$$\int_a^b f(x)\ dx = \int_a^c f(x)\ dx + \int_c^b f(x)\ dx$$



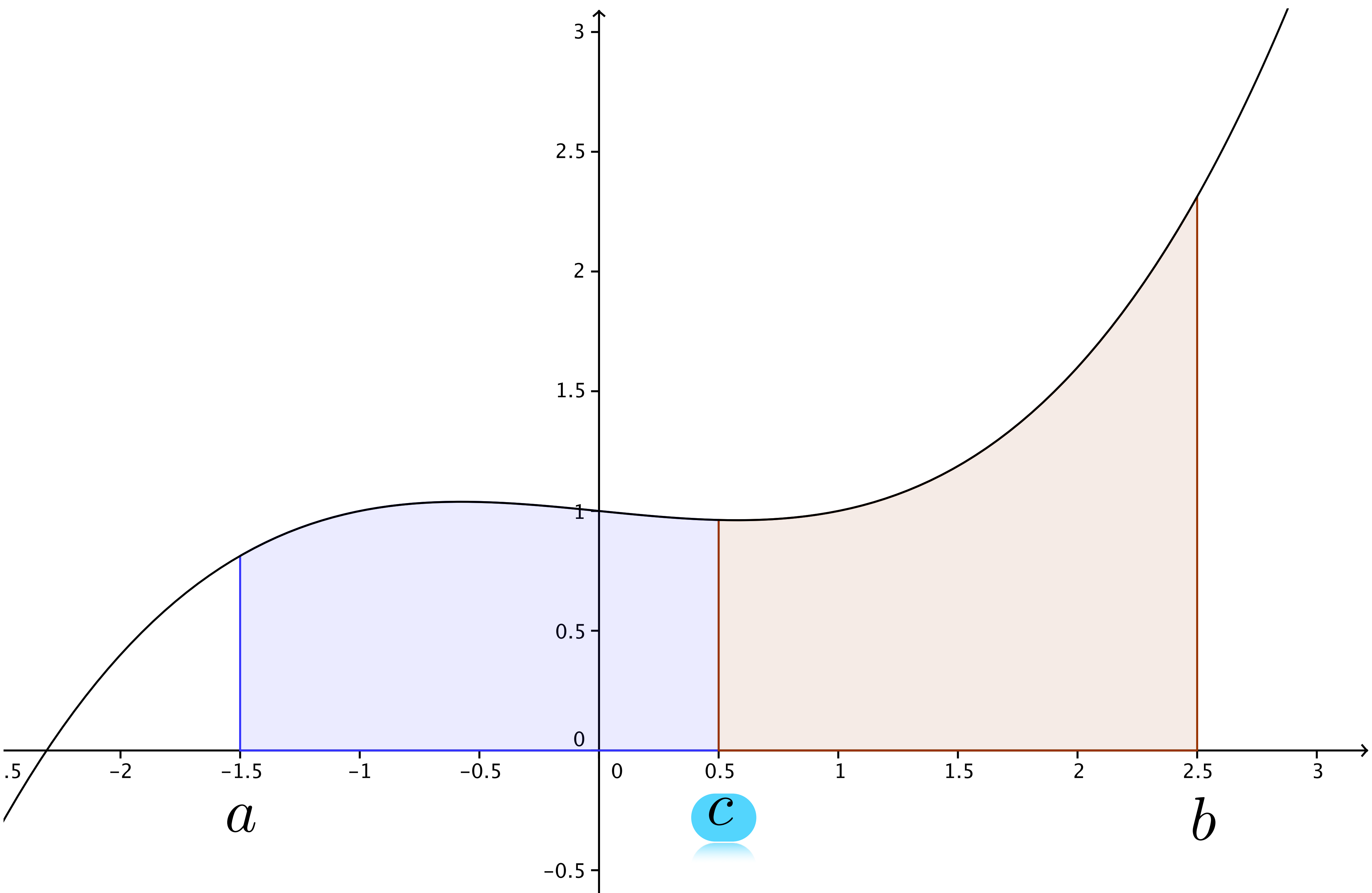
$$\int_a^b f(x)\ dx = \int_a^c f(x)\ dx + \int_c^b f(x)\ dx$$



$$\int_a^b f(x)\ dx = \int_a^c f(x)\ dx + \int_c^b f(x)\ dx$$

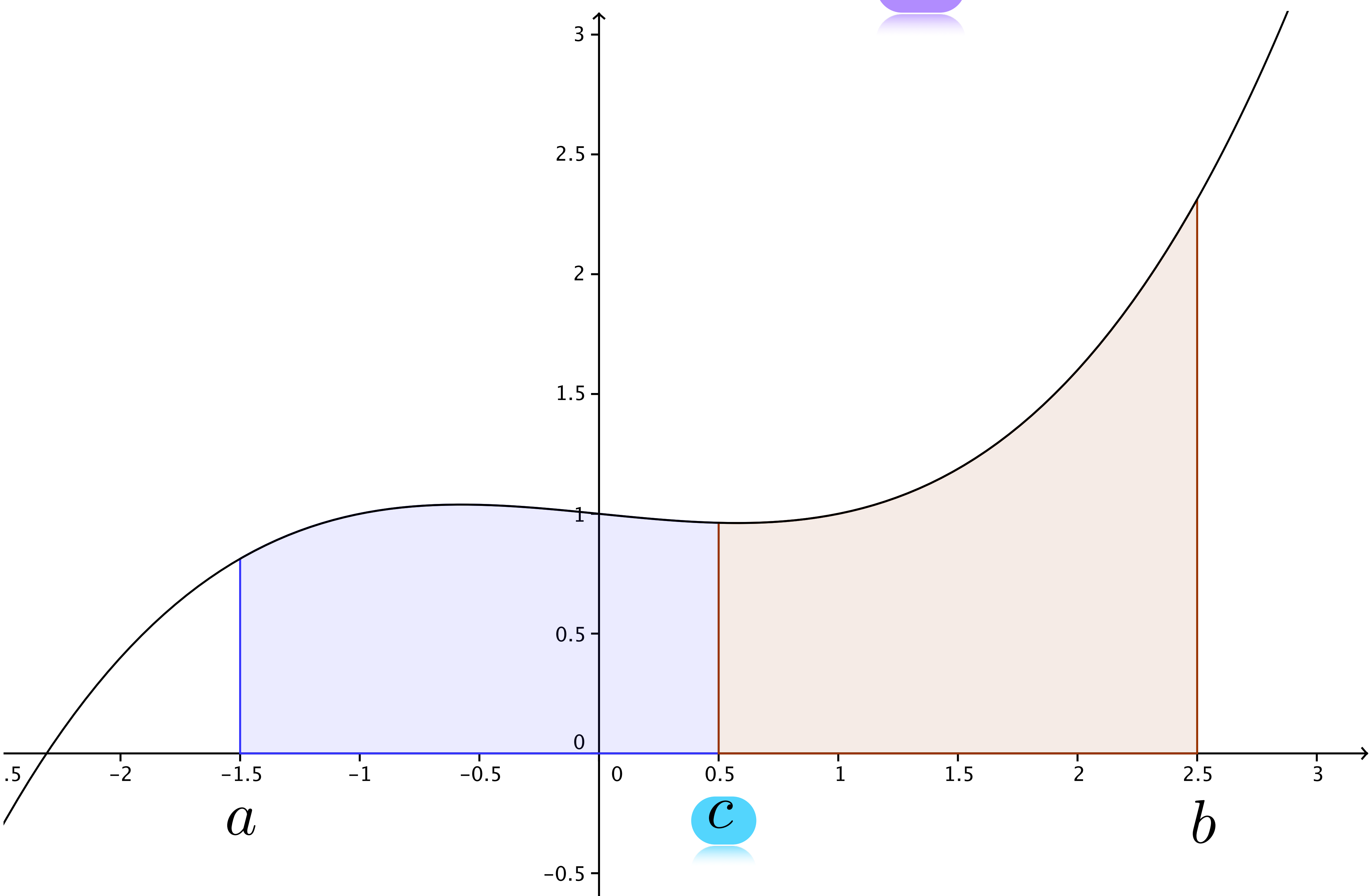


$$\int_a^b f(x)\ dx = \int_a^c f(x)\ dx + \int_c^b f(x)\ dx$$



$$\int_a^b f(x)\ dx = \int_a^c f(x)\ dx + \int_c^b f(x)\ dx$$

$$\sum_{k=r}^{n} f(k) = \sum_{k=r}^{t} f(k) + \sum_{k=t+1}^{n} f(k)$$



Somme de Riemann

Pour pousser un plus loin notre compréhension de l'intégrale, il nous faut comprendre les sommes de Riemann.

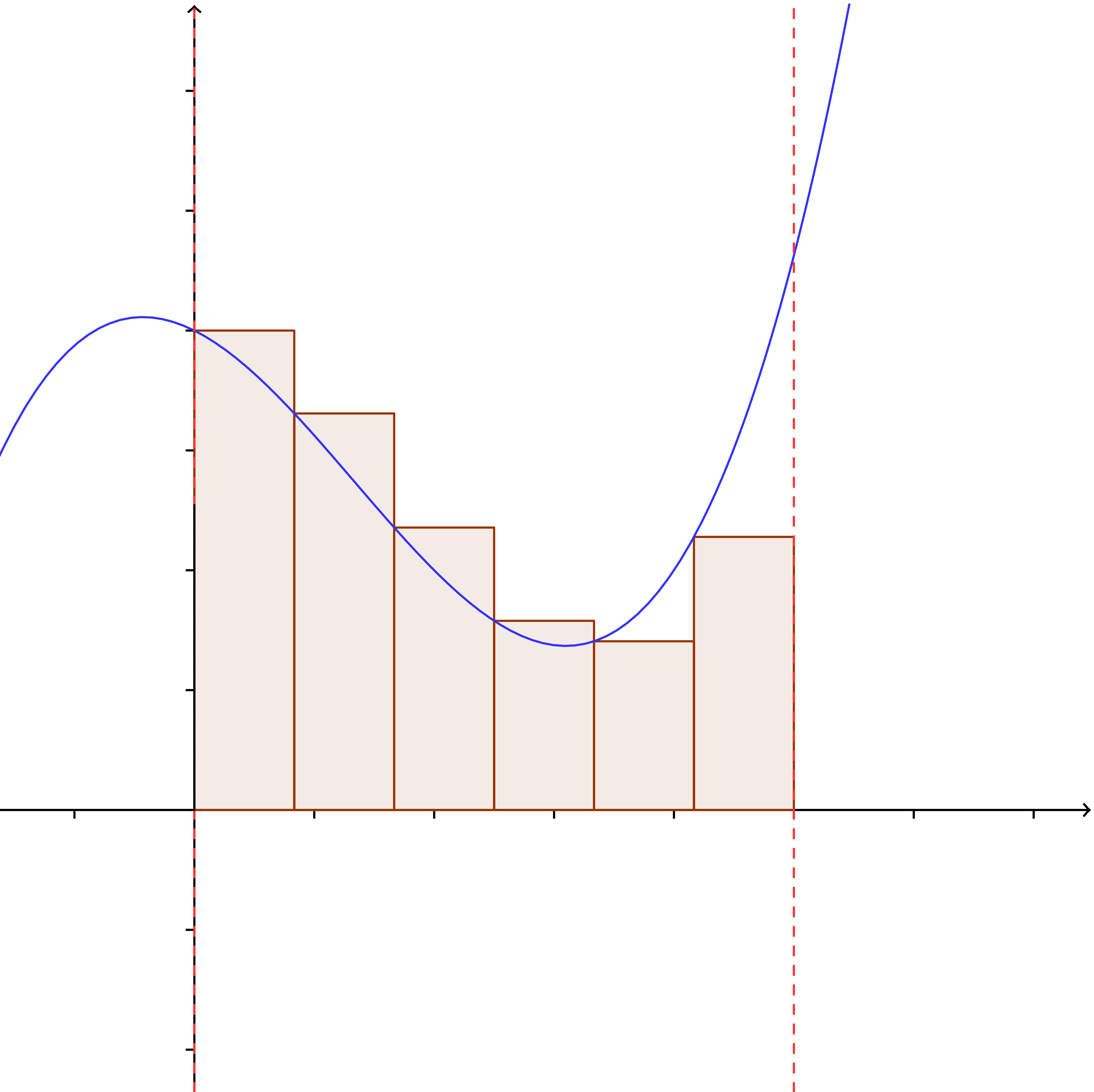
Somme de Riemann

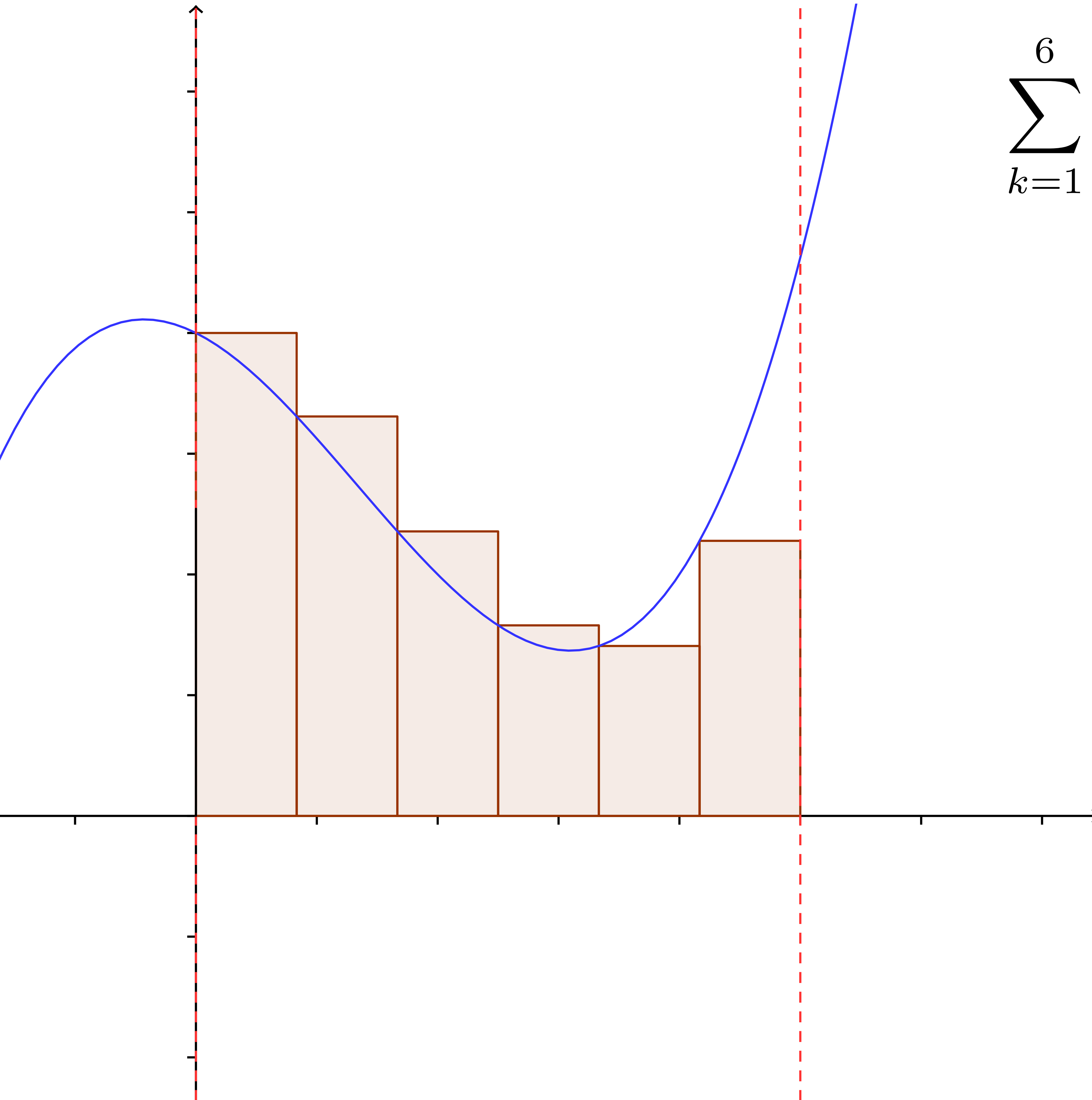
Pour pousser un plus loin notre compréhension de l'intégrale, il nous faut comprendre les sommes de Riemann.

GeoGebra

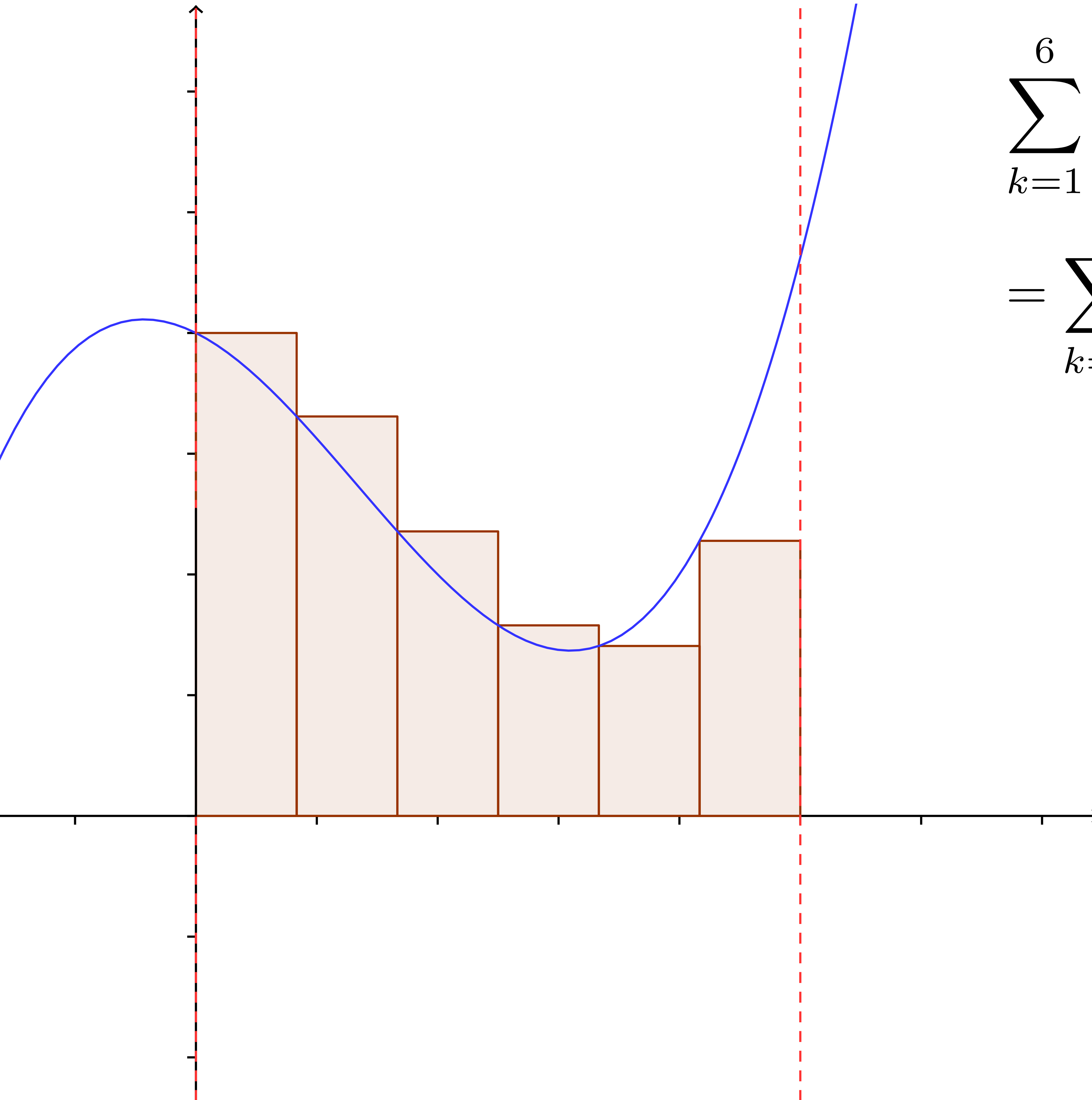
Faites les exercices suivants

Section 1.5 # 26

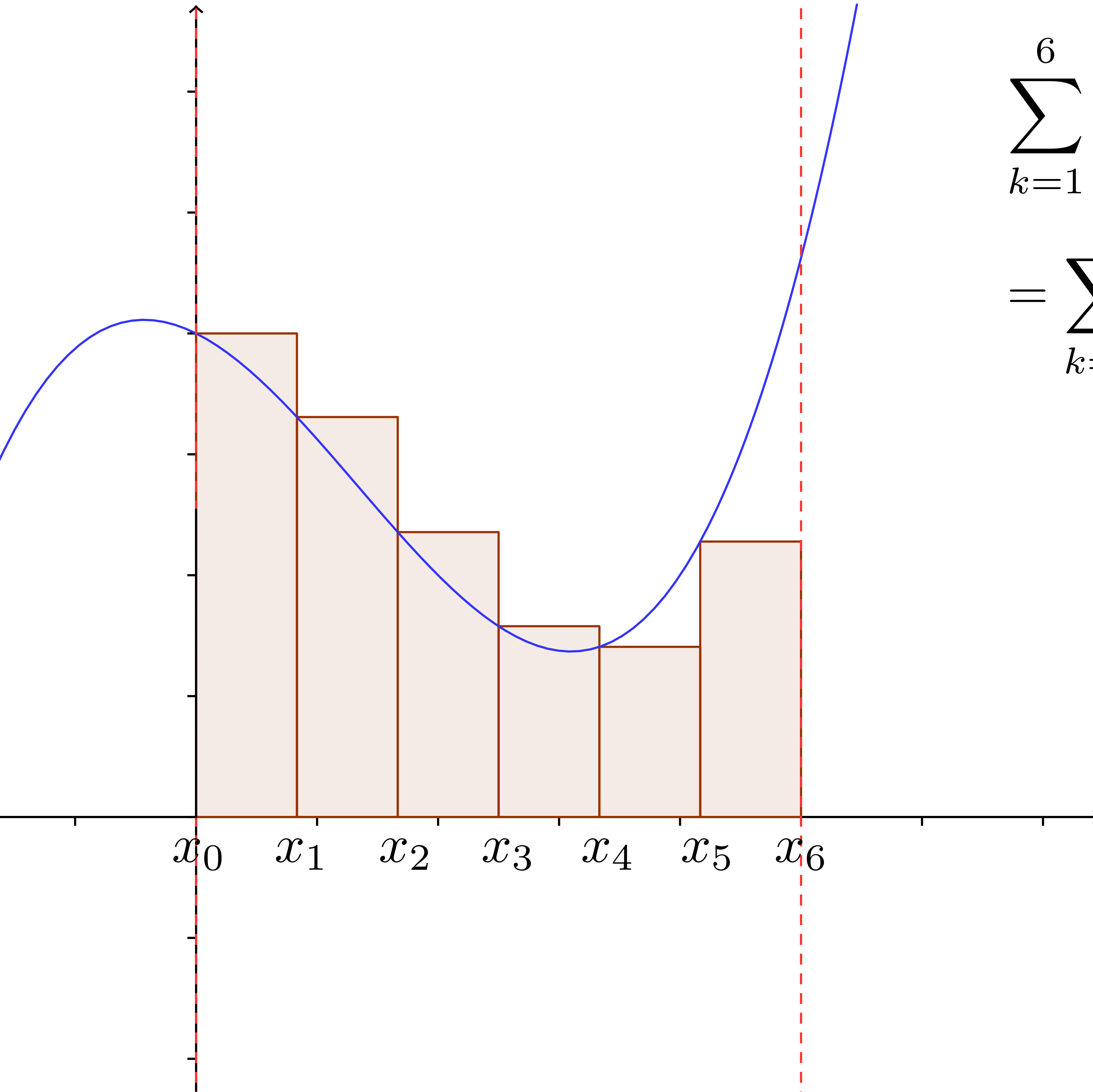




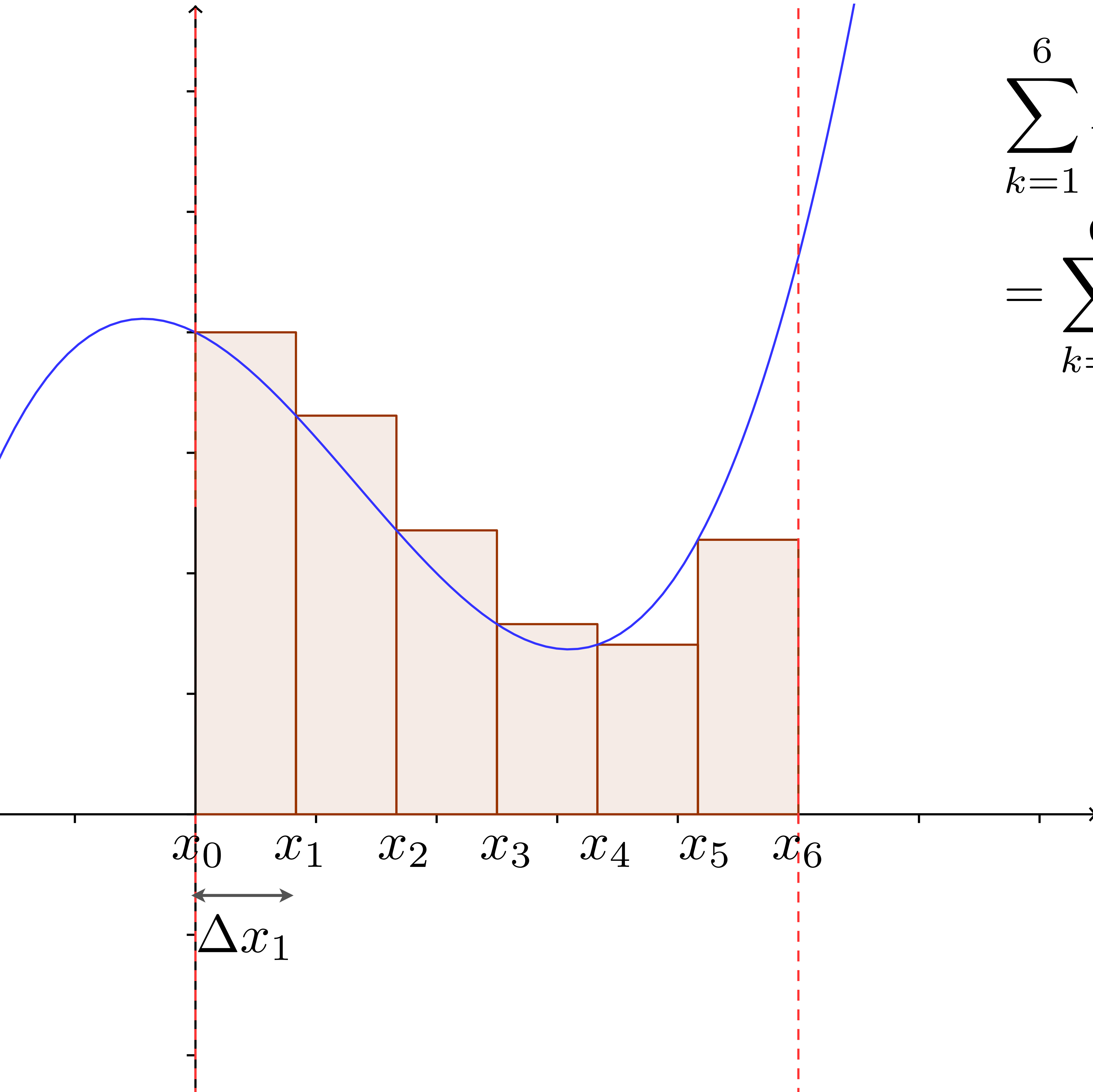
$$\sum_{k=1}^{6} \text{Aire rectangle } k$$



$$\sum_{k=1}^{6} \text{Aire rectangle } k$$
$$= \sum_{k=1}^{6} \text{Base}_k \text{Hauteur}_k$$

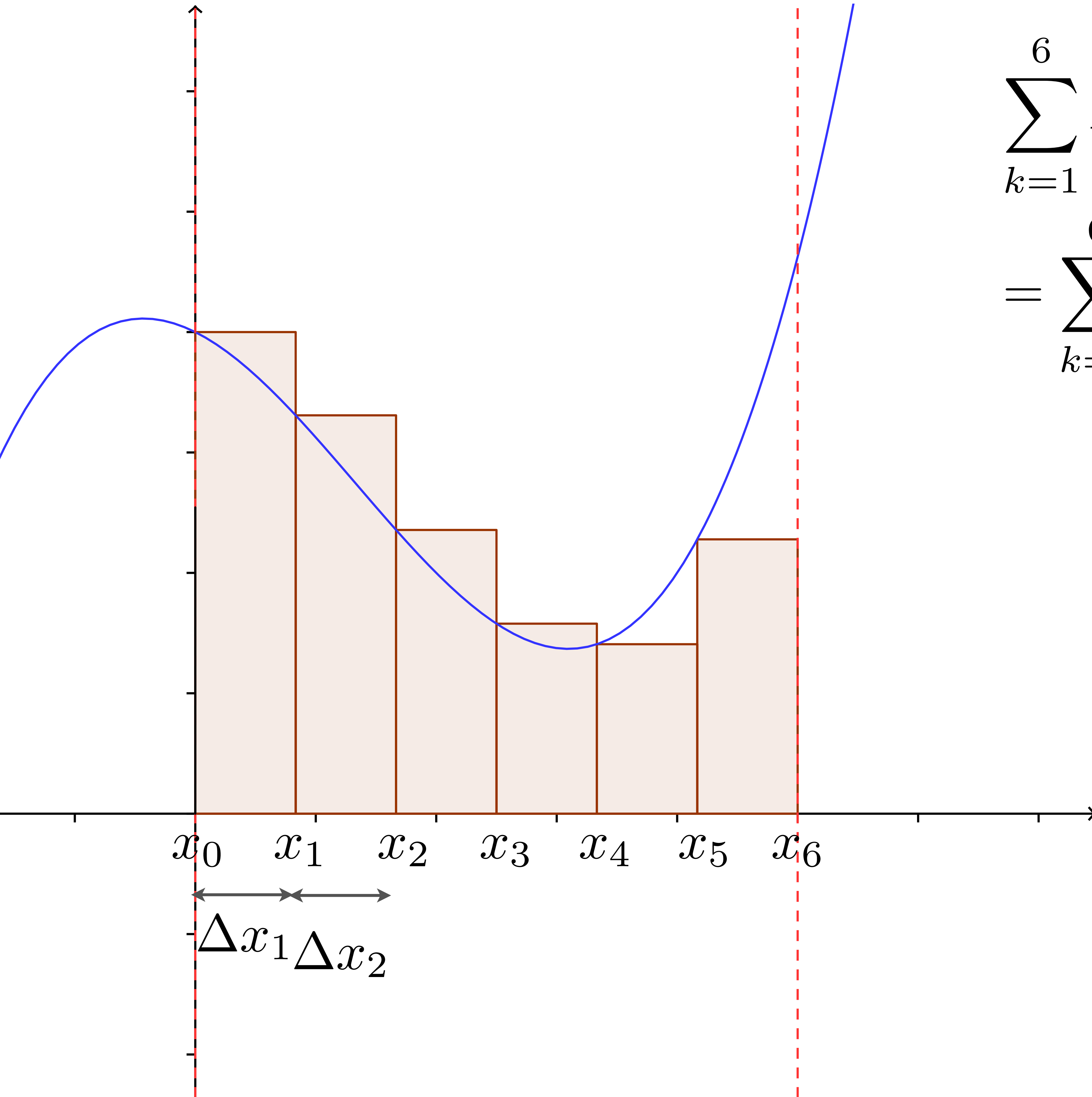


$$\sum_{k=1}^{6} \text{Aire rectangle } k$$
$$= \sum_{k=1}^{6} \text{Base}_k \text{Hauteur}_k$$



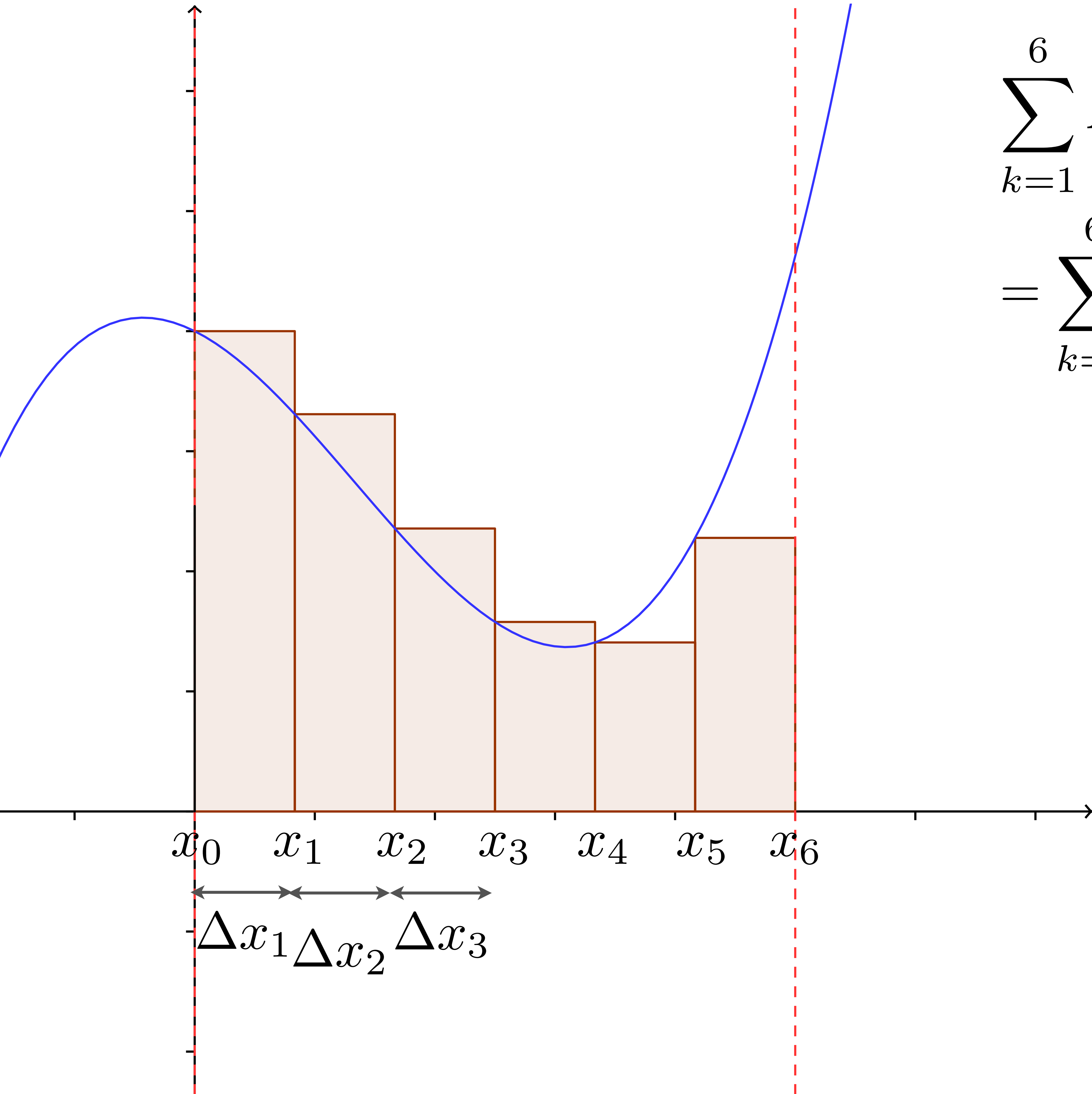
$$\sum_{k=1}^{6} \text{Aire rectangle } k$$

$$= \sum_{k=1}^{6} \text{Base}_k \text{Hauteur}_k$$



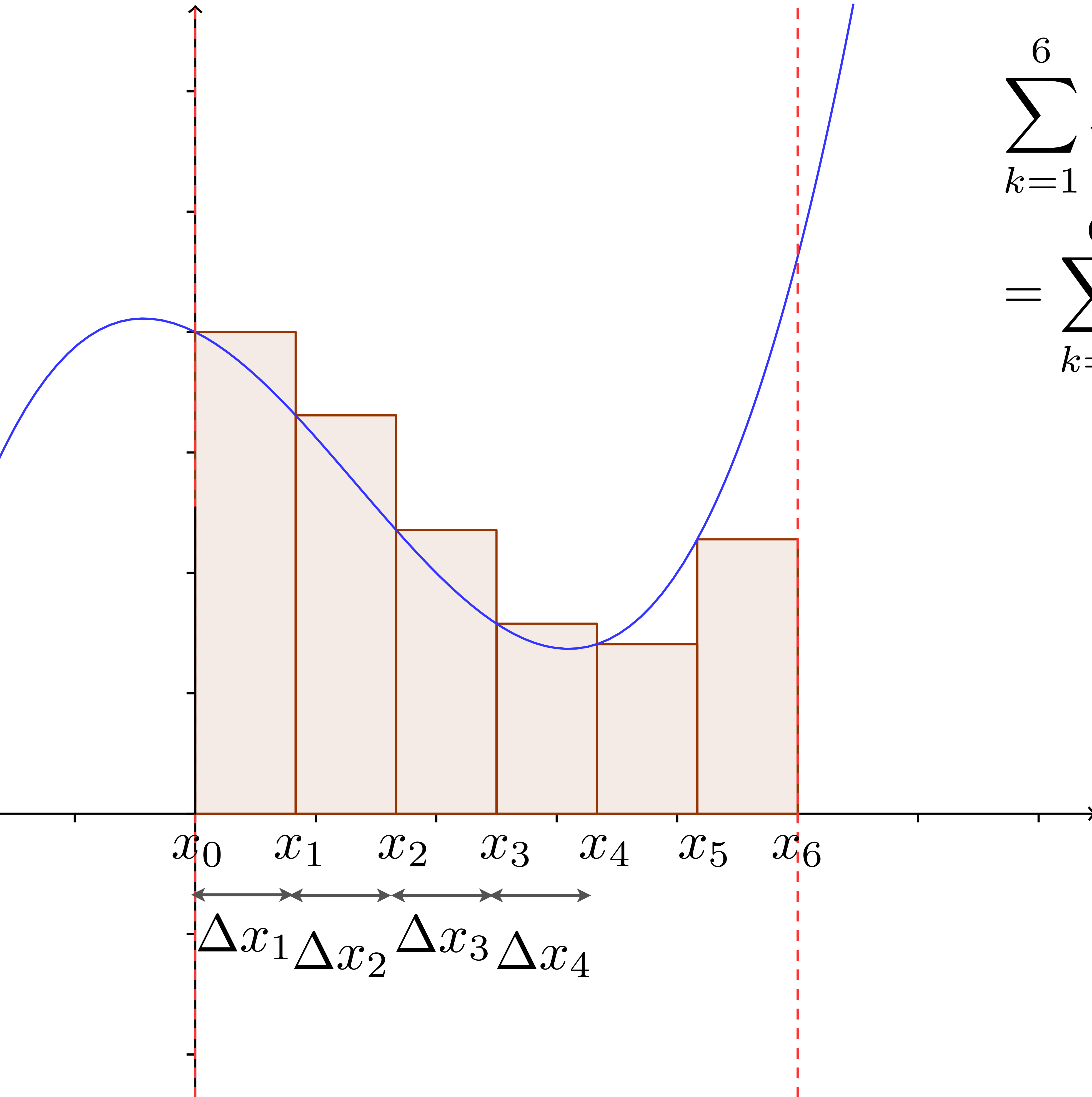
$$\sum_{k=1}^{6} \text{Aire rectangle } k$$

$$= \sum_{k=1}^{6} \text{Base}_k \text{Hauteur}_k$$



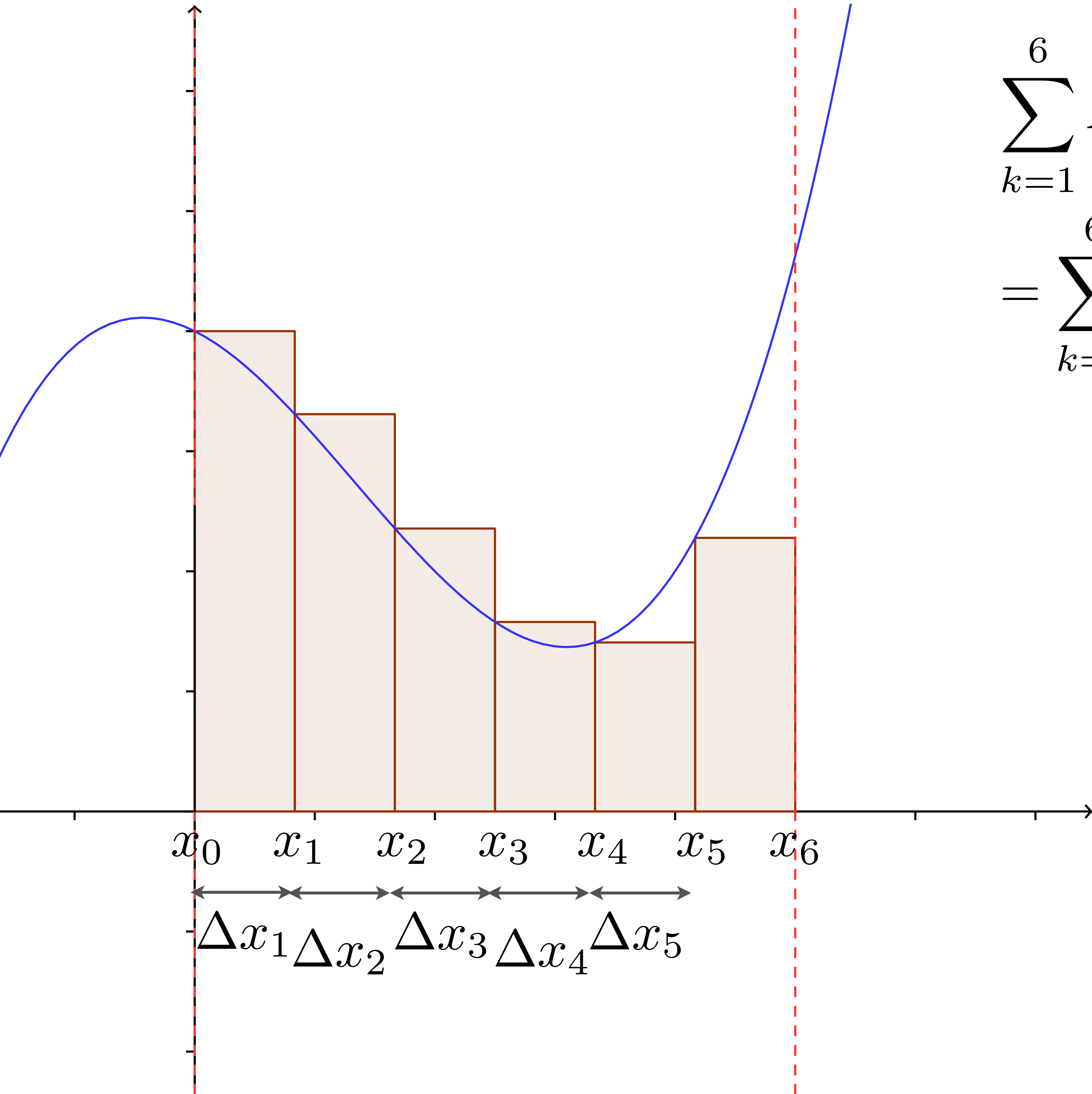
$$\sum_{k=1}^{6} \text{Aire rectangle } k$$

$$= \sum_{k=1}^{6} \text{Base}_k \text{Hauteur}_k$$



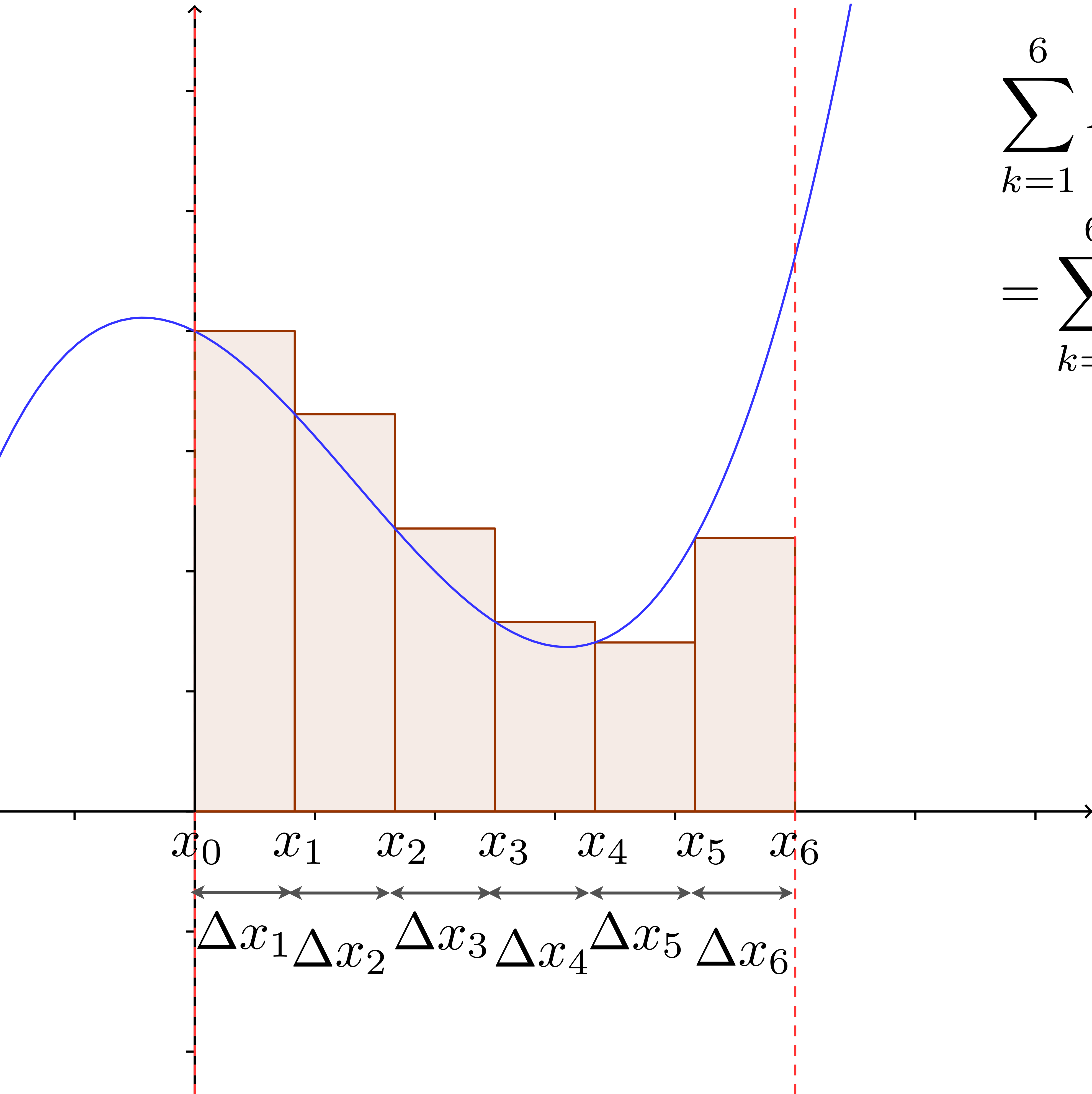
$$\sum_{k=1}^{6} \text{Aire rectangle } k$$

$$= \sum_{k=1}^{6} \text{Base}_k \text{Hauteur}_k$$



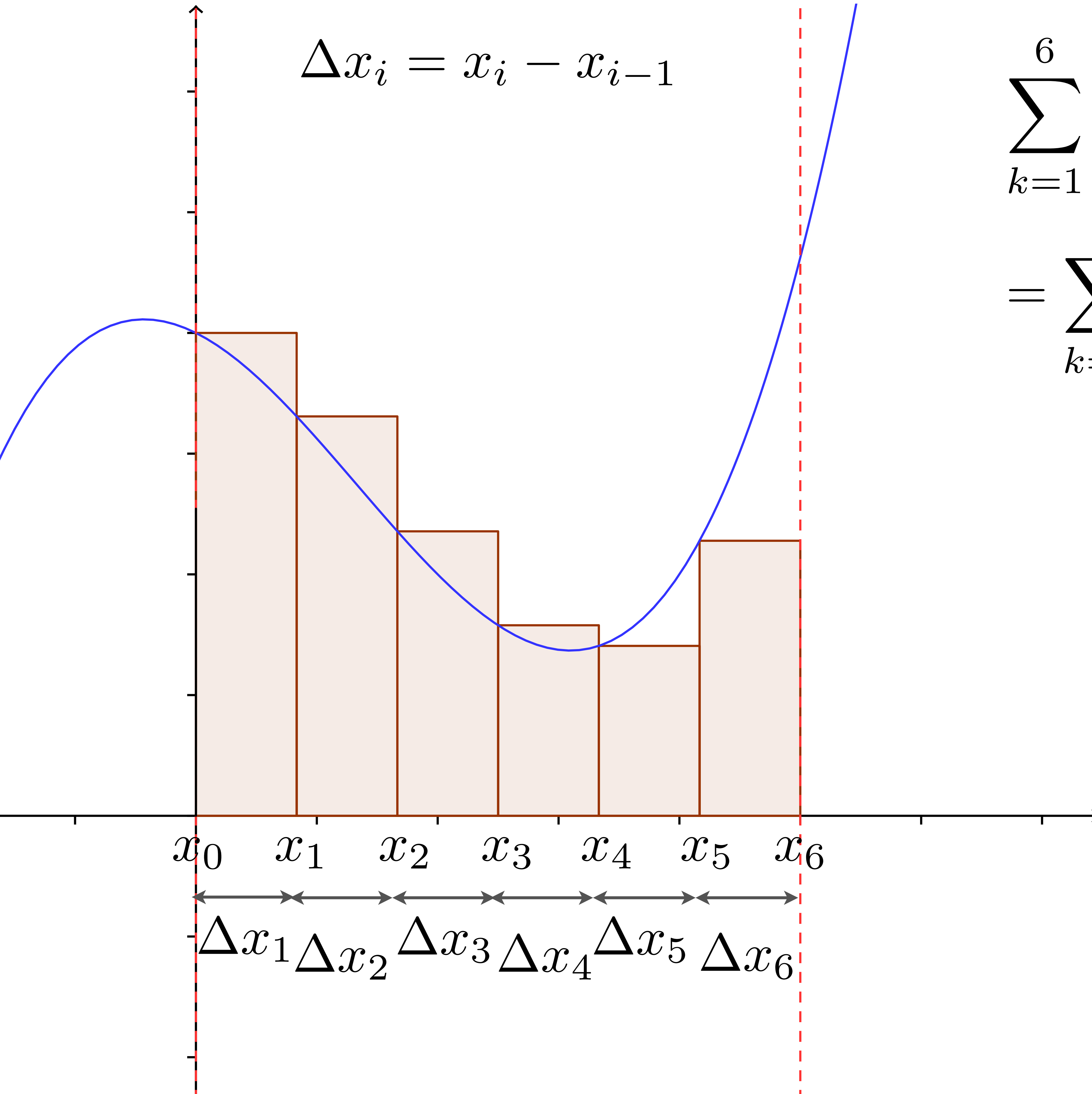
$$\sum_{k=1}^{6} \text{Aire rectangle } k$$

$$= \sum_{k=1}^{6} \text{Base}_k \text{Hauteur}_k$$



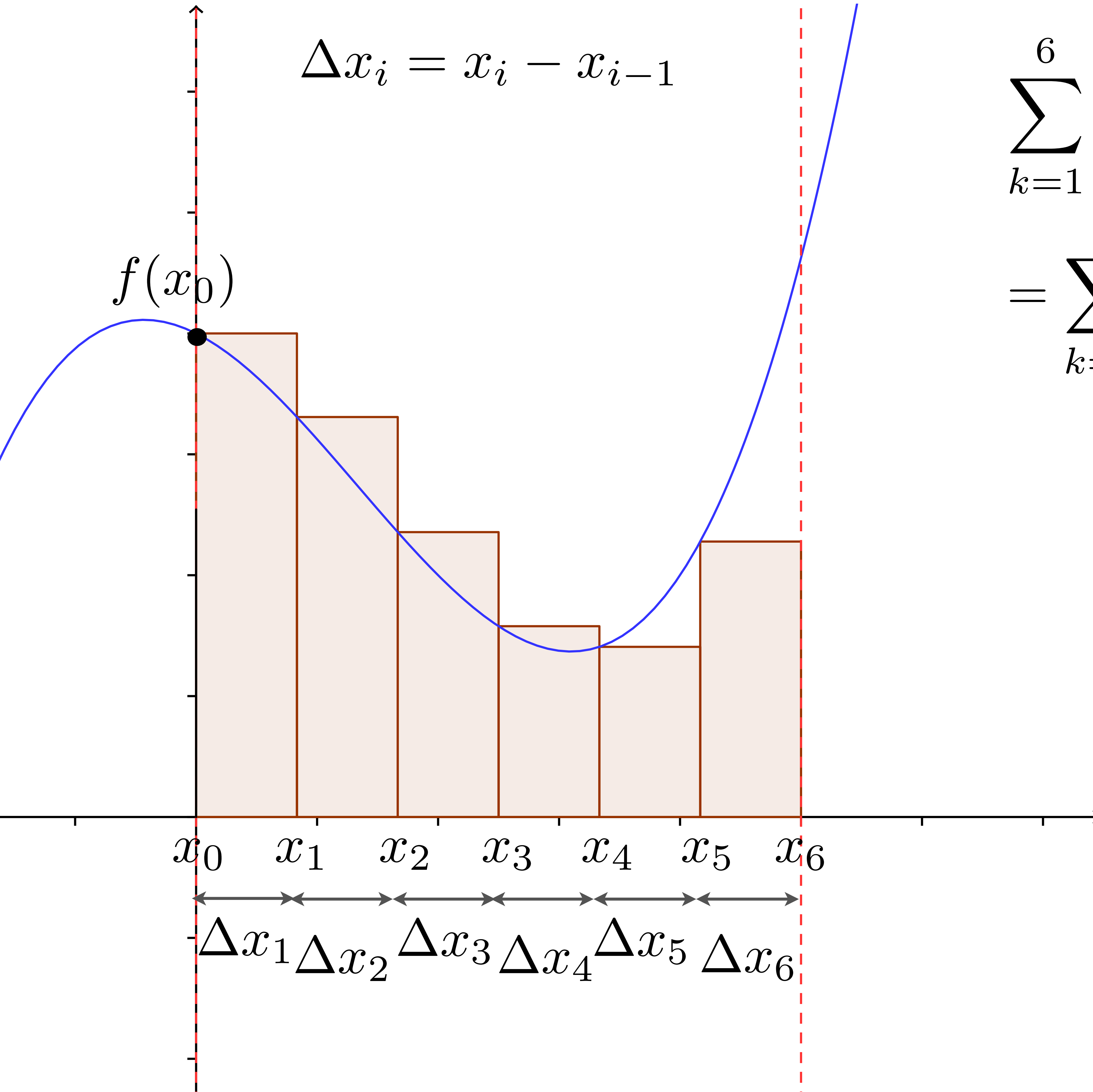
$$\sum_{k=1}^{6} \text{Aire rectangle } k$$

$$= \sum_{k=1}^{6} \text{Base}_k \text{Hauteur}_k$$

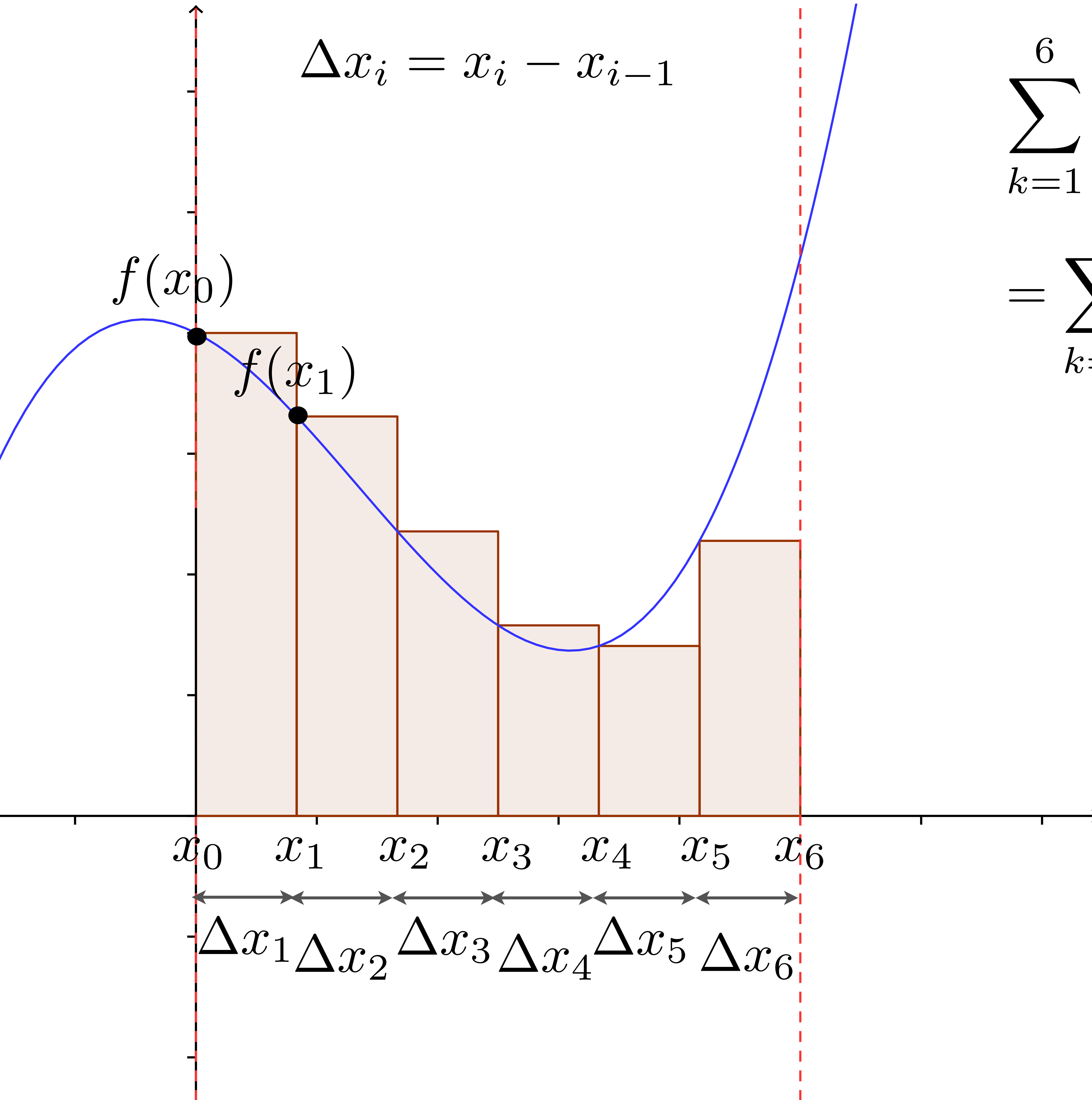


$$\sum_{k=1}^{6} \text{Aire rectangle } k$$

$$= \sum_{k=1}^{6} \text{Base}_k \text{Hauteur}_k$$

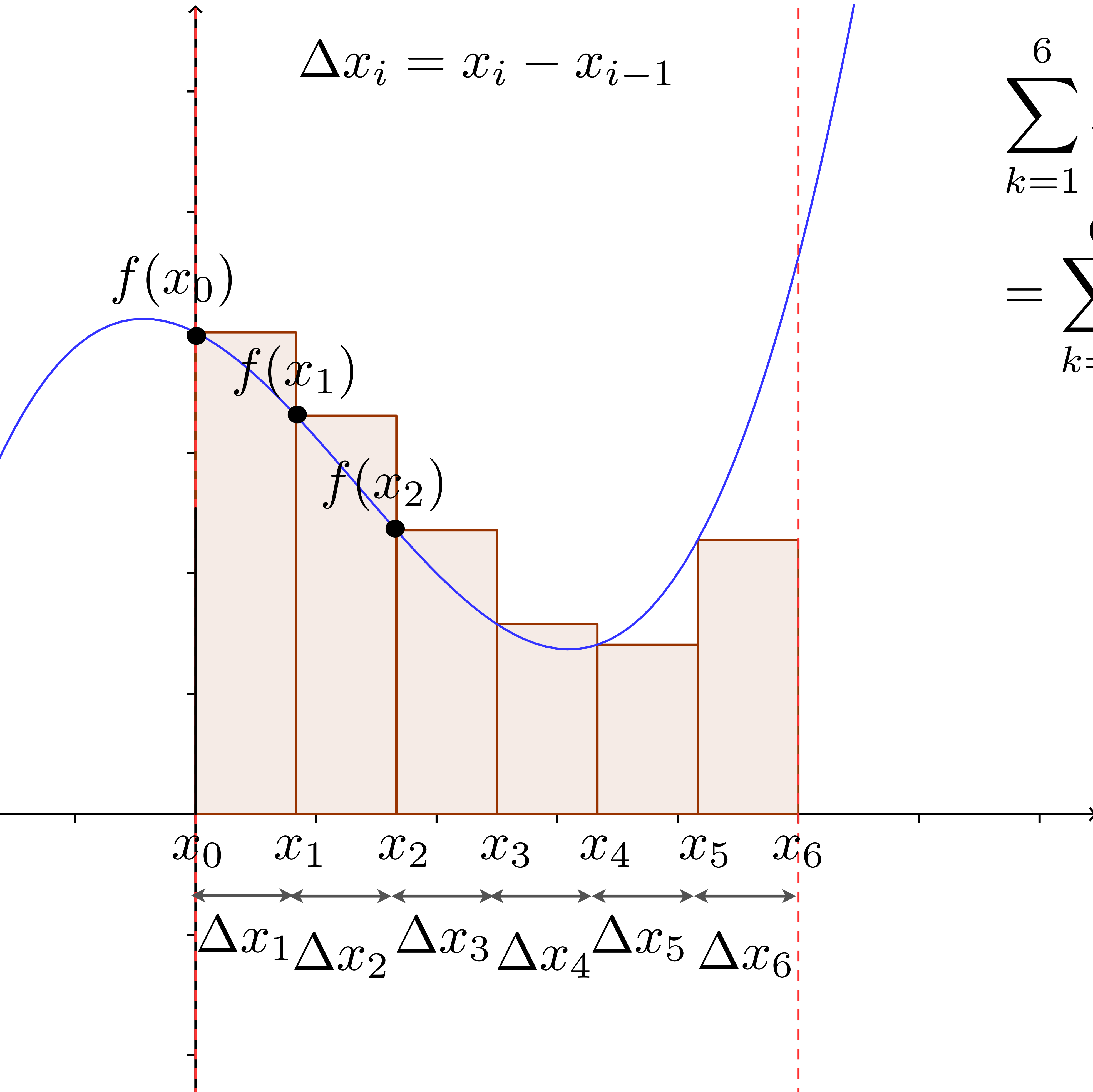


$$\sum_{k=1}^{6} \text{Aire rectangle } k$$
$$= \sum_{k=1}^{6} \text{Base}_k \text{Hauteur}_k$$



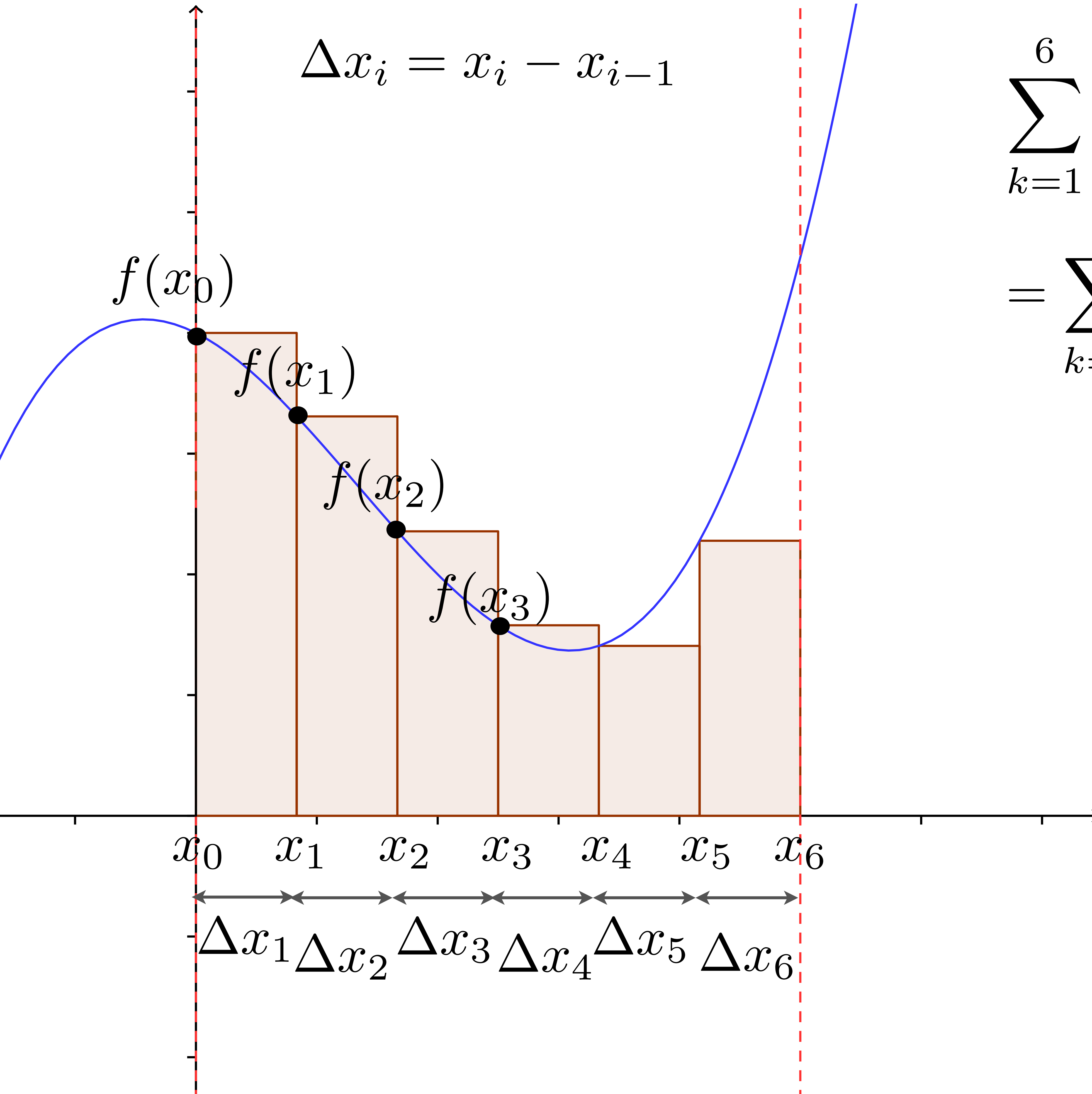
$$\sum_{k=1}^{6} \text{Aire rectangle } k$$

$$= \sum_{k=1}^{6} \text{Base}_k \text{Hauteur}_k$$

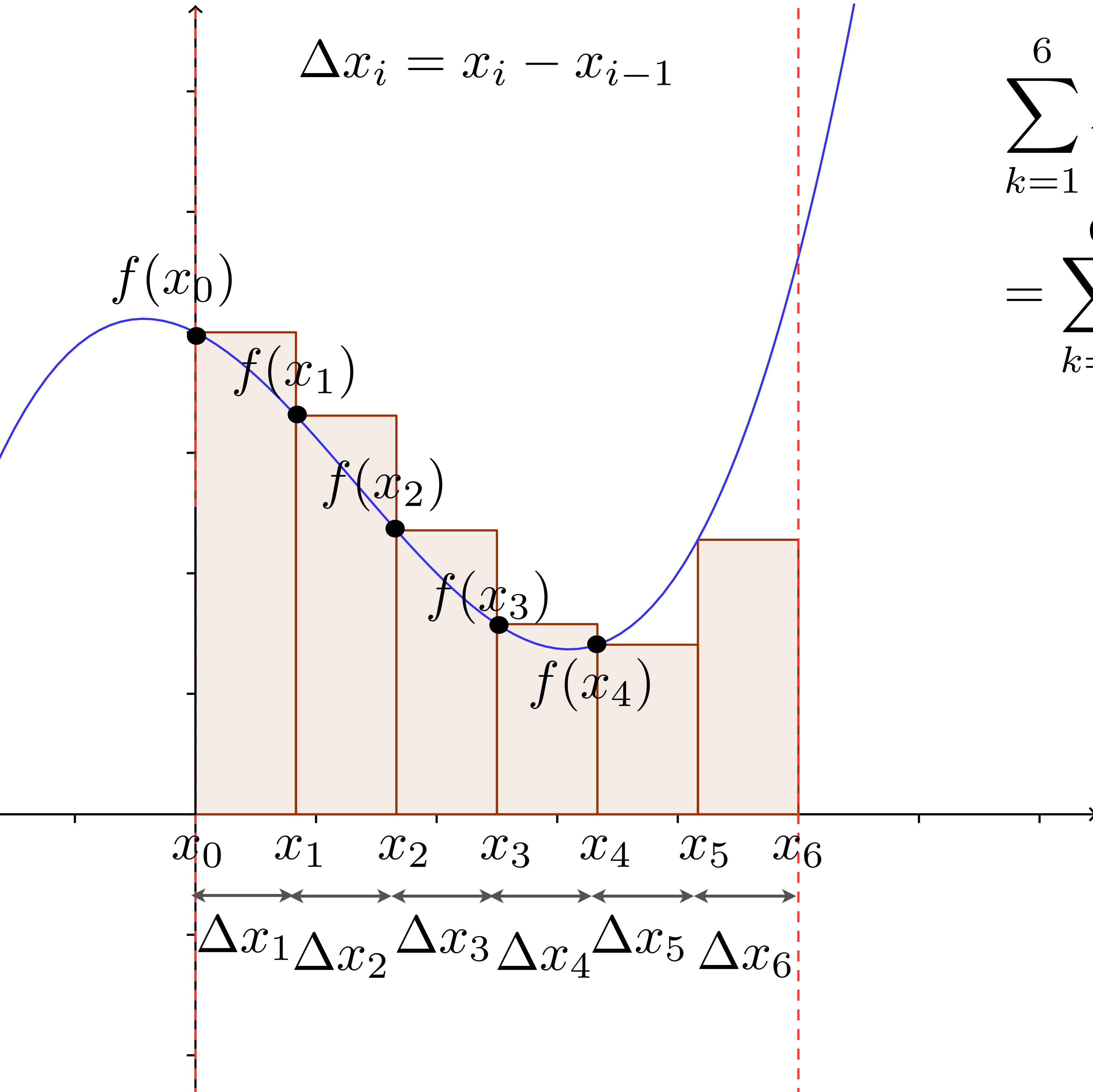


$$\sum_{k=1}^{6} \text{Aire rectangle } k$$

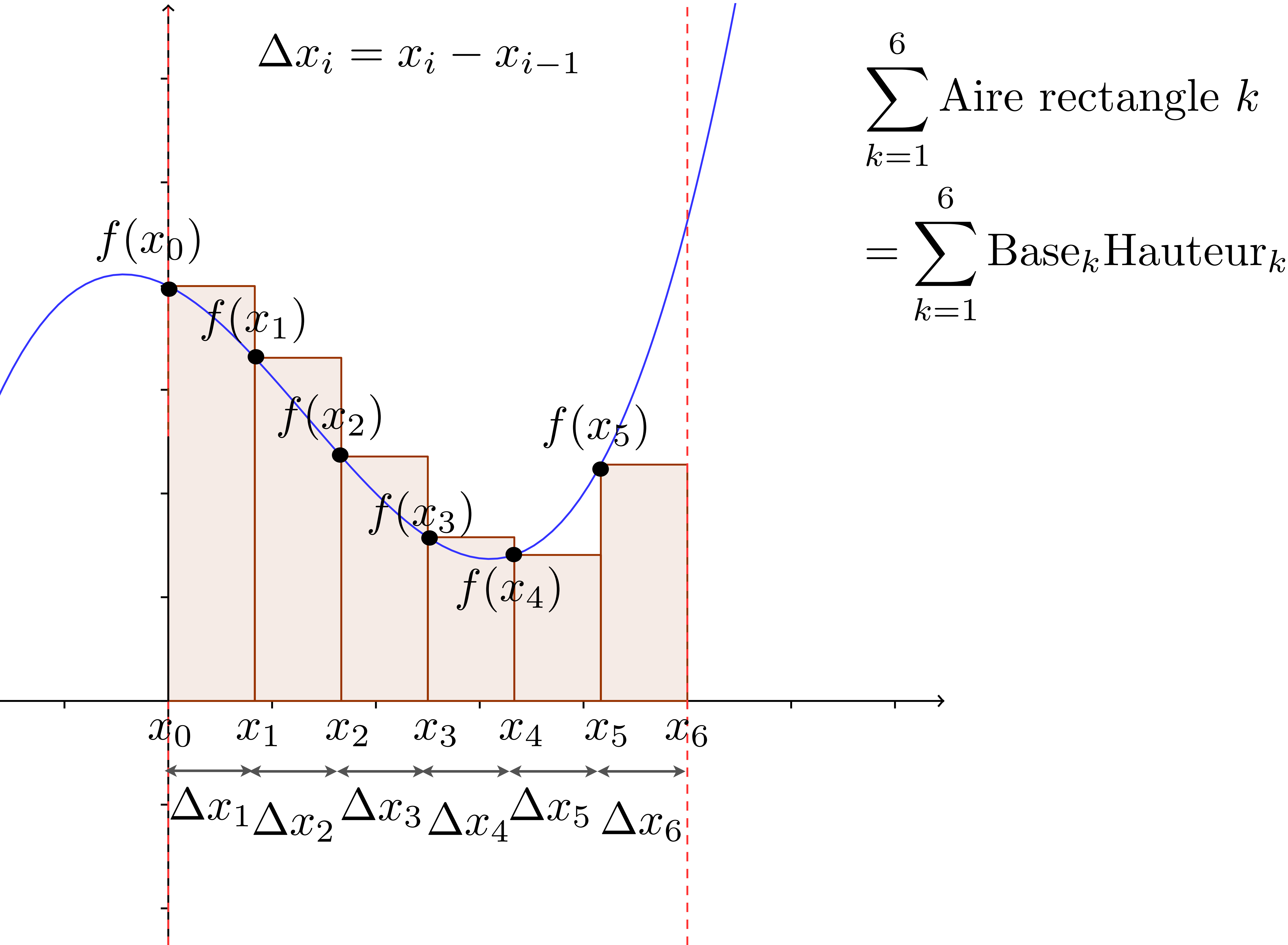
$$= \sum_{k=1}^{6} \text{Base}_k \text{Hauteur}_k$$



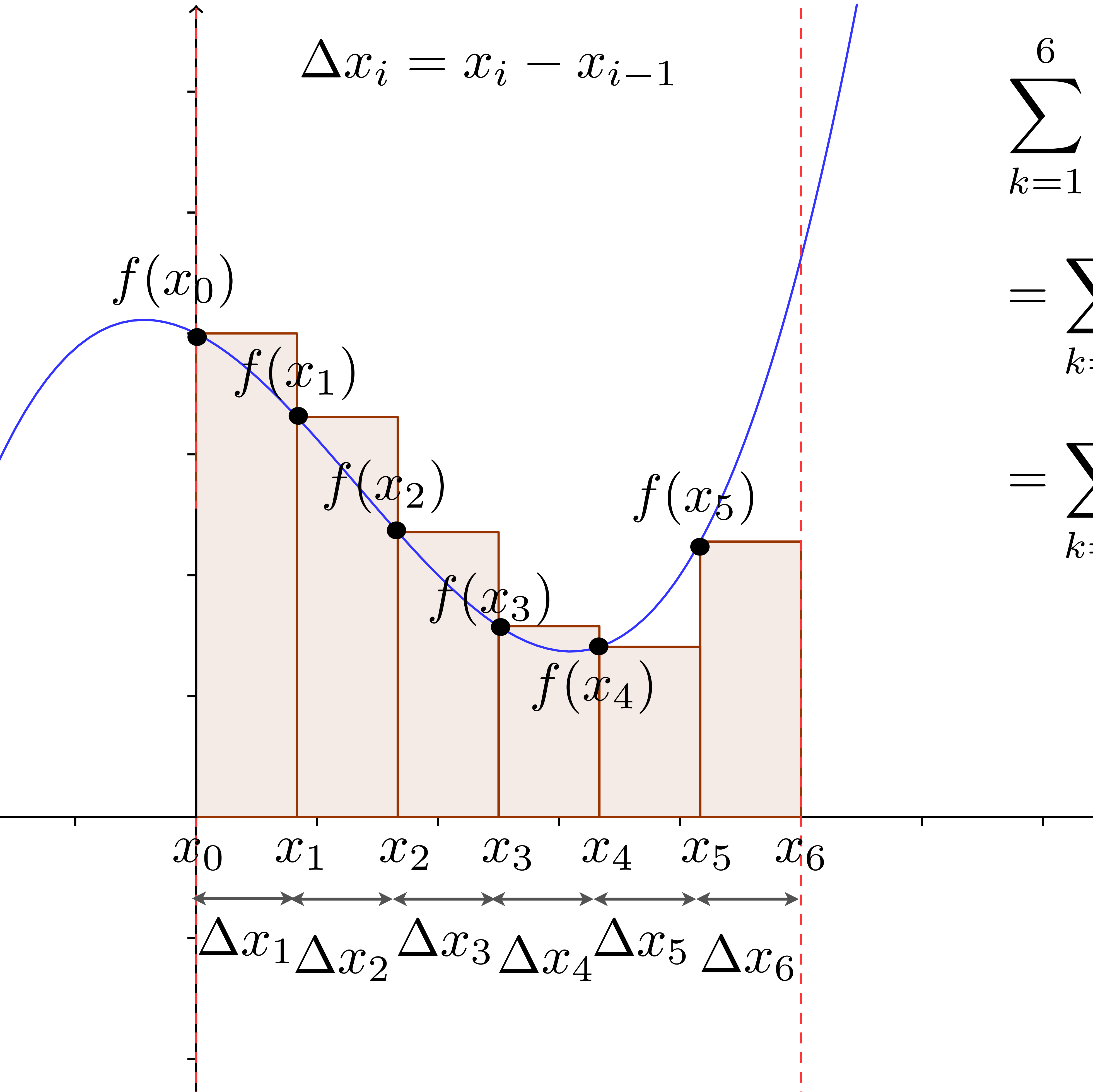
$$\sum_{k=1}^{6} \text{Aire rectangle } k$$
$$= \sum_{k=1}^{6} \text{Base}_k \text{Hauteur}_k$$



$$\sum_{k=1}^{6} \text{Aire rectangle } k$$
$$= \sum_{k=1}^{6} \text{Base}_k \text{Hauteur}_k$$



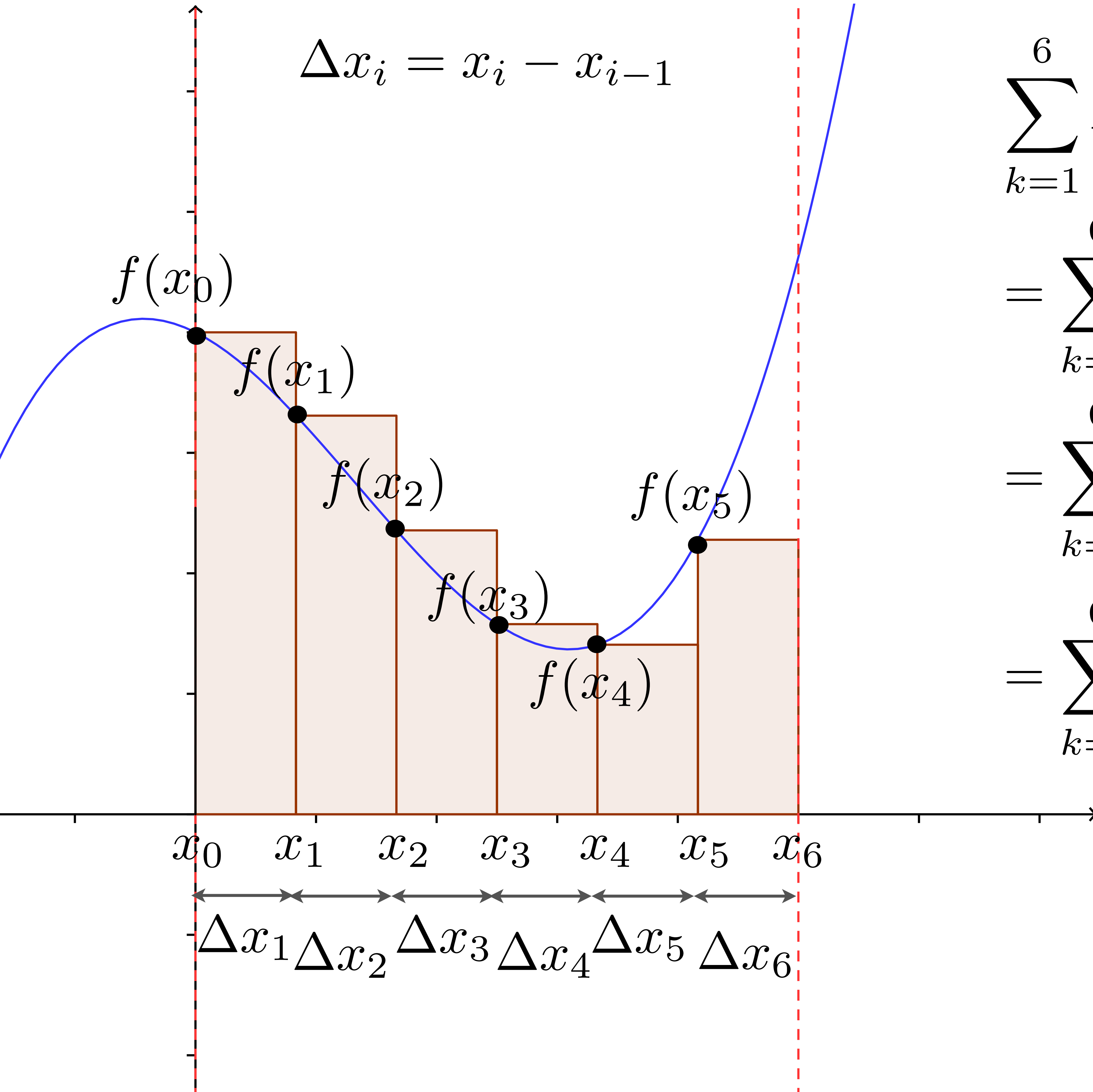
$\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$
$\sum_{k=1}^{6}$ Aire rectangle k
$= \sum_{k=1}^{6} \text{Base}_k \text{Hauteur}_k$
$f(x_0)$
$f(x_1)$
$f(x_2)$
$f(x_3)$
$f(x_4)$
$f(x_5)$
x_0 x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6
Δx_1 Δx_2 Δx_3 Δx_4 Δx_5 Δx_6



$$\sum_{k=1}^{6} \text{Aire rectangle } k$$

$$= \sum_{k=1}^{6} \text{Base}_k \text{Hauteur}_k$$

$$= \sum_{k=1}^{6} \Delta x_k f(x_{k-1})$$

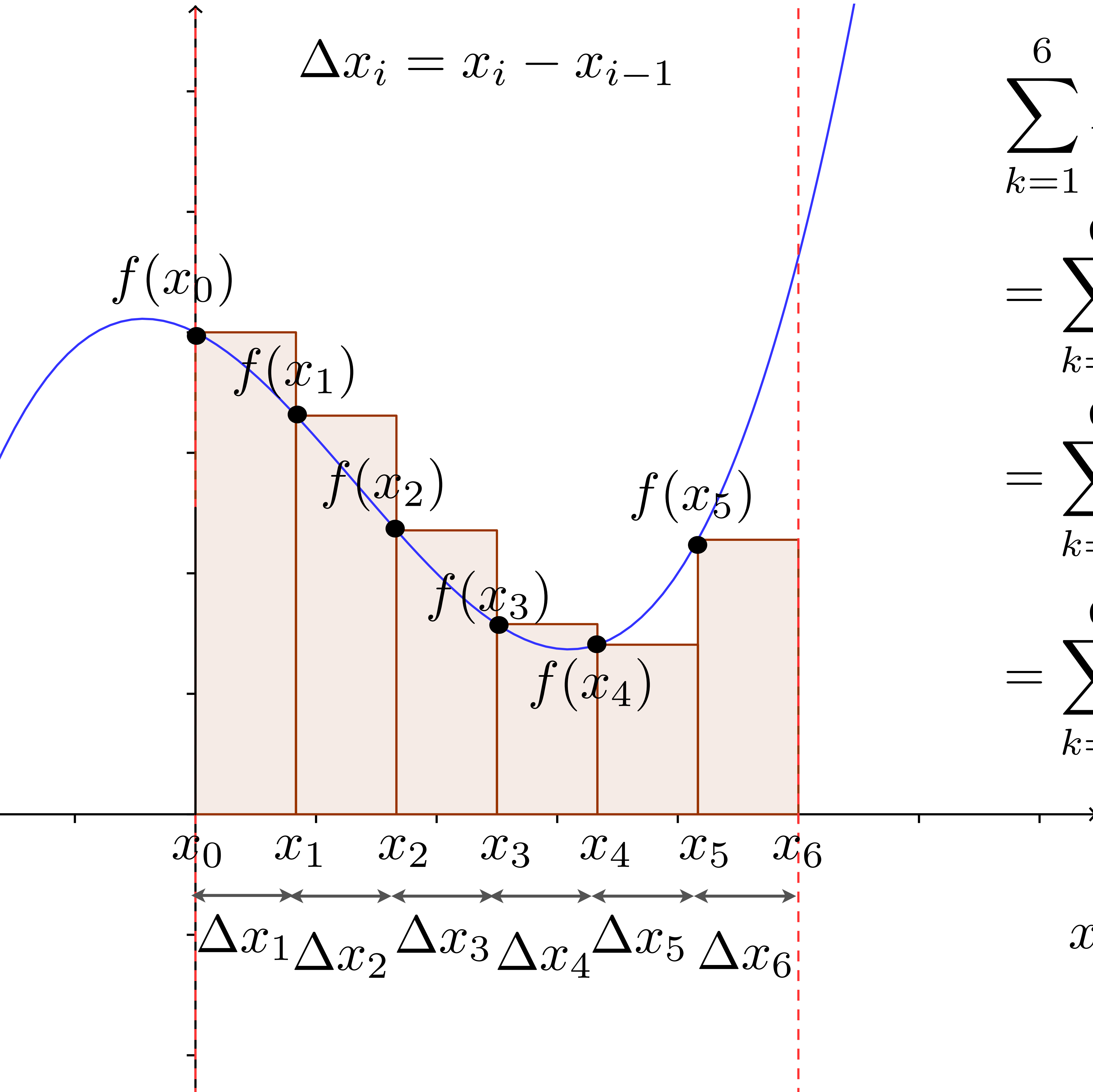


$$\sum_{k=1}^{6} \text{Aire rectangle } k$$

$$= \sum_{k=1}^{6} \text{Base}_k \text{Hauteur}_k$$

$$= \sum_{k=1}^{6} \Delta x_k f(x_{k-1})$$

$$= \sum_{k=1}^{6} f(x_k^*) \Delta x_k$$



$$\sum_{k=1}^{6} \text{Aire rectangle } k$$

$$= \sum_{k=1}^{6} \text{Base}_k \text{Hauteur}_k$$

$$= \sum_{k=1}^{6} \Delta x_k f(x_{k-1})$$

$$= \sum_{k=1}^{6} f(x_k^*) \Delta x_k$$

$$x_k^* \in [x_{k-1}, x_k]$$

L’approximation de l’aire si on subdivise en n partie est

L'approximation de l'aire si on subdivise en n partie est

$$x_0 = a$$

L'approximation de l'aire si on subdivise en n partie est

$$x_0 = a \qquad\qquad x_n = b$$

L'approximation de l'aire si on subdivise en n partie est

$$x_0 = a \qquad\qquad x_n = b$$

$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_i$$

L'approximation de l'aire si on subdivise en n partie est

$$x_0 = a \qquad\qquad x_n = b$$

$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_i \qquad\qquad x_k^* \in [x_{k-1},x_k]$$

L'approximation de l'aire si on subdivise en n partie est

$$x_0 = a \qquad\qquad x_n = b$$

$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_i \qquad\qquad x_k^* \in [x_{k-1}, x_k]$$

Pour avoir une meilleure approximation il faut prendre un n plus grand.

L'approximation de l'aire si on subdivise en n partie est

$$x_0 = a \qquad\qquad x_n = b$$

$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_i \qquad\qquad x_k^* \in [x_{k-1}, x_k]$$

Pour avoir une meilleure approximation il faut prendre un n plus grand.

Pour avoir exactement l'aire, il faut...

L'approximation de l'aire si on subdivise en n partie est

$$x_0 = a \qquad\qquad x_n = b$$

$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_i \qquad\qquad x_k^* \in [x_{k-1}, x_k]$$

Pour avoir une meilleure approximation il faut prendre un n plus grand.

Pour avoir exactement l'aire, il faut...

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_i$$

L'approximation de l'aire si on subdivise en n partie est

$$x_0 = a \qquad\qquad x_n = b$$

$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_i \qquad\qquad\qquad x_k^* \in [x_{k-1},x_k]$$

Pour avoir une meilleure approximation il faut prendre un n plus grand.

Pour avoir exactement l'aire, il faut...

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_i = \int_a^b f(x)\ dx$$

L'approximation de l'aire si on subdivise en n partie est

$$x_0 = a \qquad x_n = b$$

$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_i \qquad x_k^* \in [x_{k-1}, x_k]$$

Pour avoir une meilleure approximation il faut prendre un n plus grand.

Pour avoir exactement l'aire, il faut...

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_i = \int_a^b f(x)\, dx$$

Somme

L'approximation de l'aire si on subdivise en n partie est

$$x_0 = a \qquad\qquad x_n = b$$

$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_i \qquad\qquad\qquad x_k^* \in [x_{k-1}, x_k]$$

Pour avoir une meilleure approximation il faut prendre un n plus grand.

Pour avoir exactement l'aire, il faut...

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_i = \int_a^b f(x)\, dx$$

Somme de hauteurs

L'approximation de l'aire si on subdivise en n partie est

$$x_0 = a \qquad x_n = b$$

$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_i \qquad x_k^* \in [x_{k-1}, x_k]$$

Pour avoir une meilleure approximation il faut prendre un n plus grand.

Pour avoir exactement l'aire, il faut...

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_i = \int_a^b f(x)\,dx$$

Somme de hauteurs fois des bases.

De cette égalité

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_i \quad = \int_a^b f(x)\ dx$$

De cette égalité

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_i \quad = \int_a^b f(x)\ dx$$

et notre connaissance des sommes, on peut déduire que

De cette égalité

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_i \quad = \int_a^b f(x)\ dx$$

et notre connaissance des sommes, on peut déduire que

$$\int_a^b cf(x)\ dx = c\int_a^b f(x)\ dx$$

De cette égalité

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_i \quad = \int_a^b f(x)\ dx$$

et notre connaissance des sommes, on peut déduire que

$$\int_a^b cf(x)\ dx = c\int_a^b f(x)\ dx$$

$$\int_a^b f(x) + g(x)\ dx = \int_a^b f(x)\ dx + \int_a^b g(x)\ dx$$

Exemple

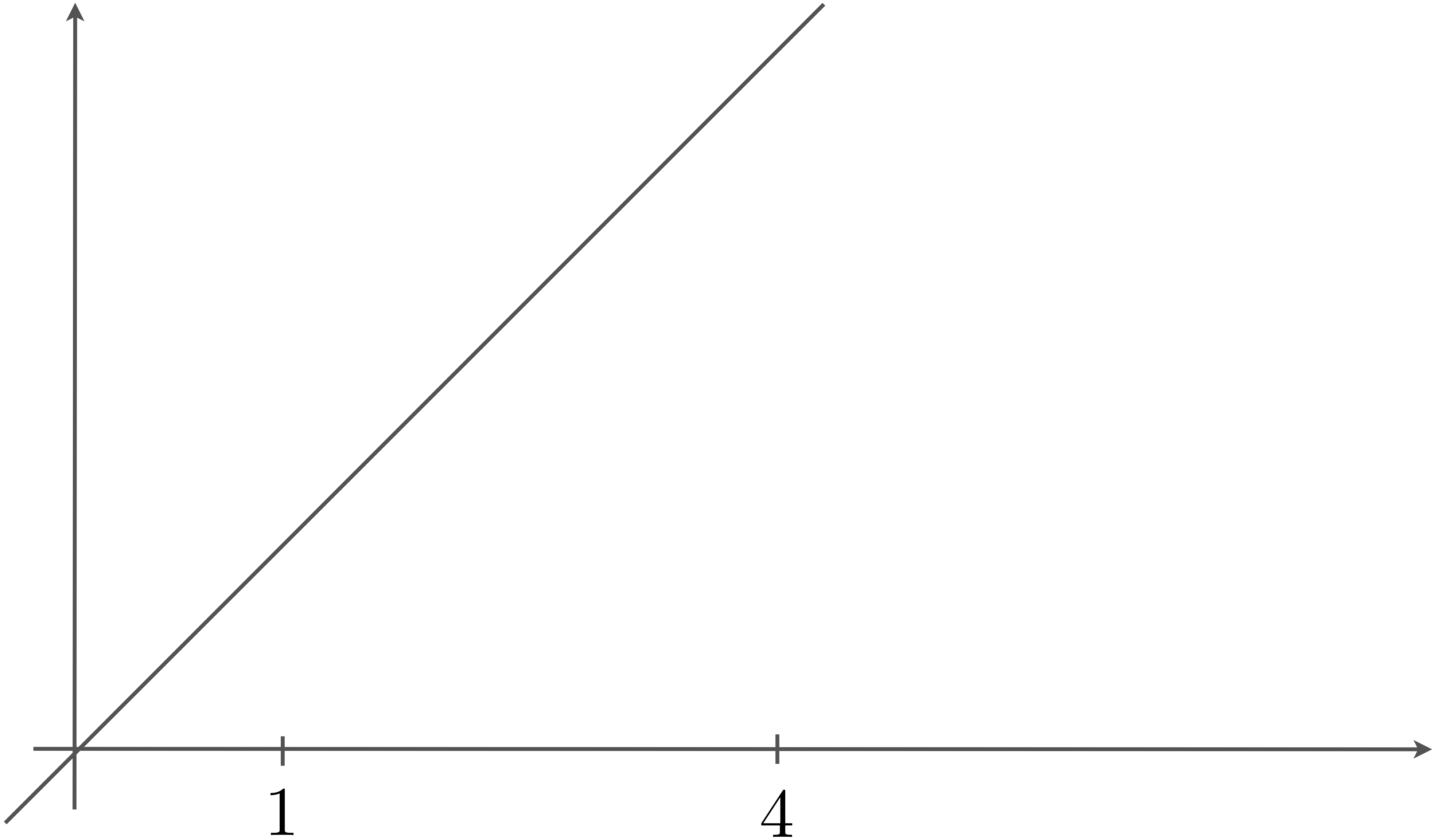
Calculer

Exemple

Calculer $\displaystyle\int_1^4 x \; dx$

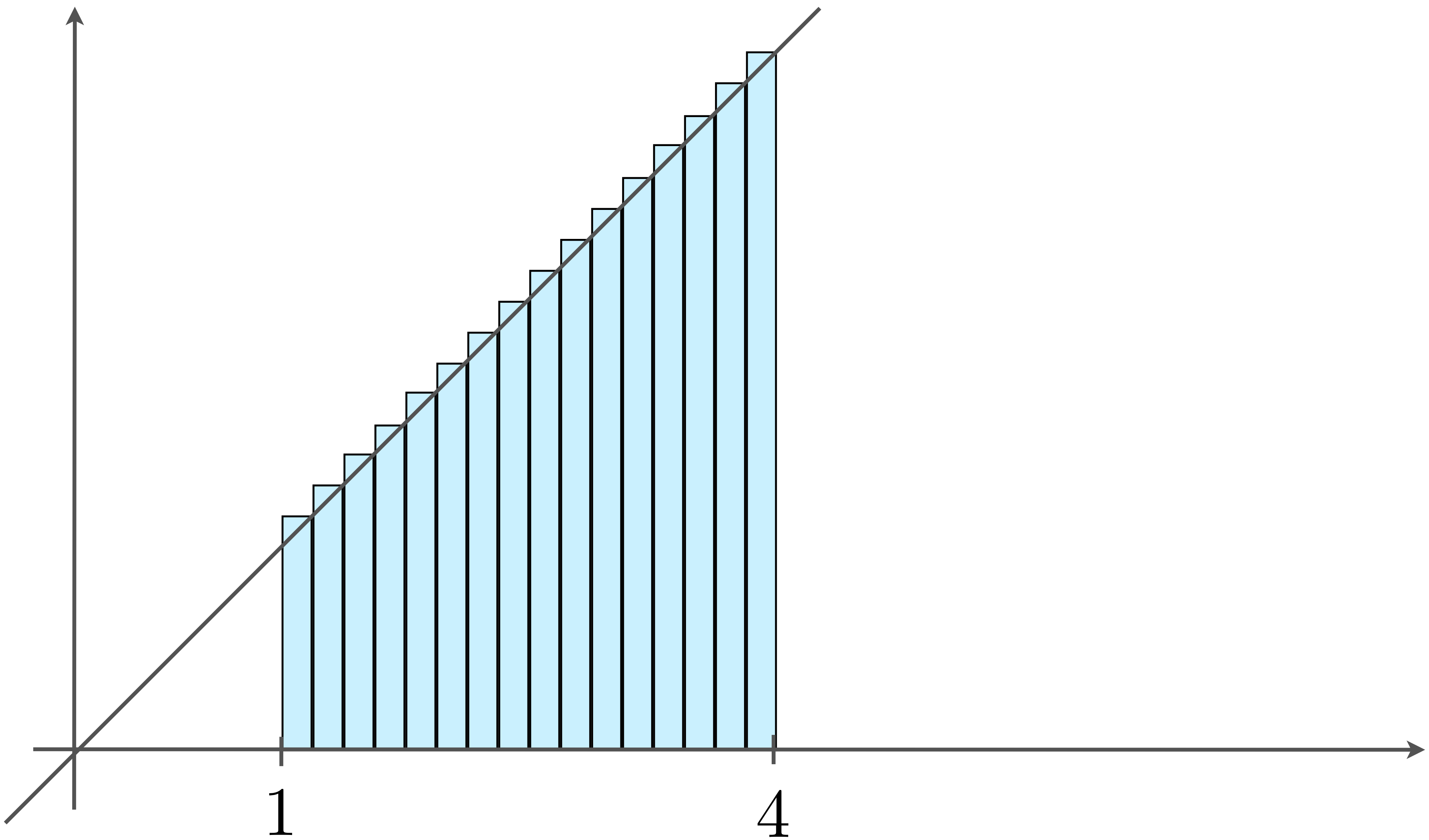
Exemple

Calculer $\displaystyle\int_1^4 x \; dx$



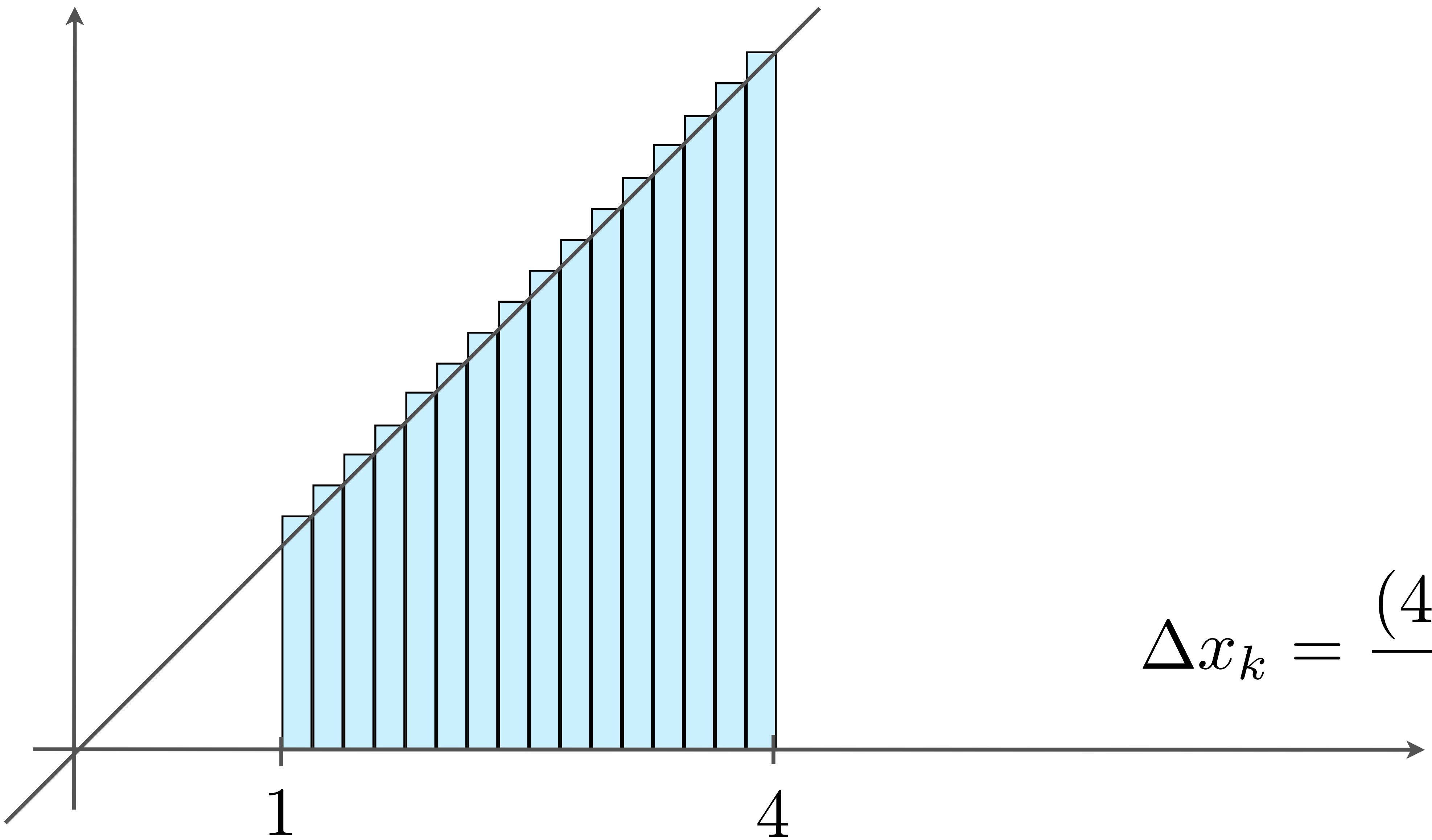
Exemple

Calculer $\int_1^4 x \; dx$



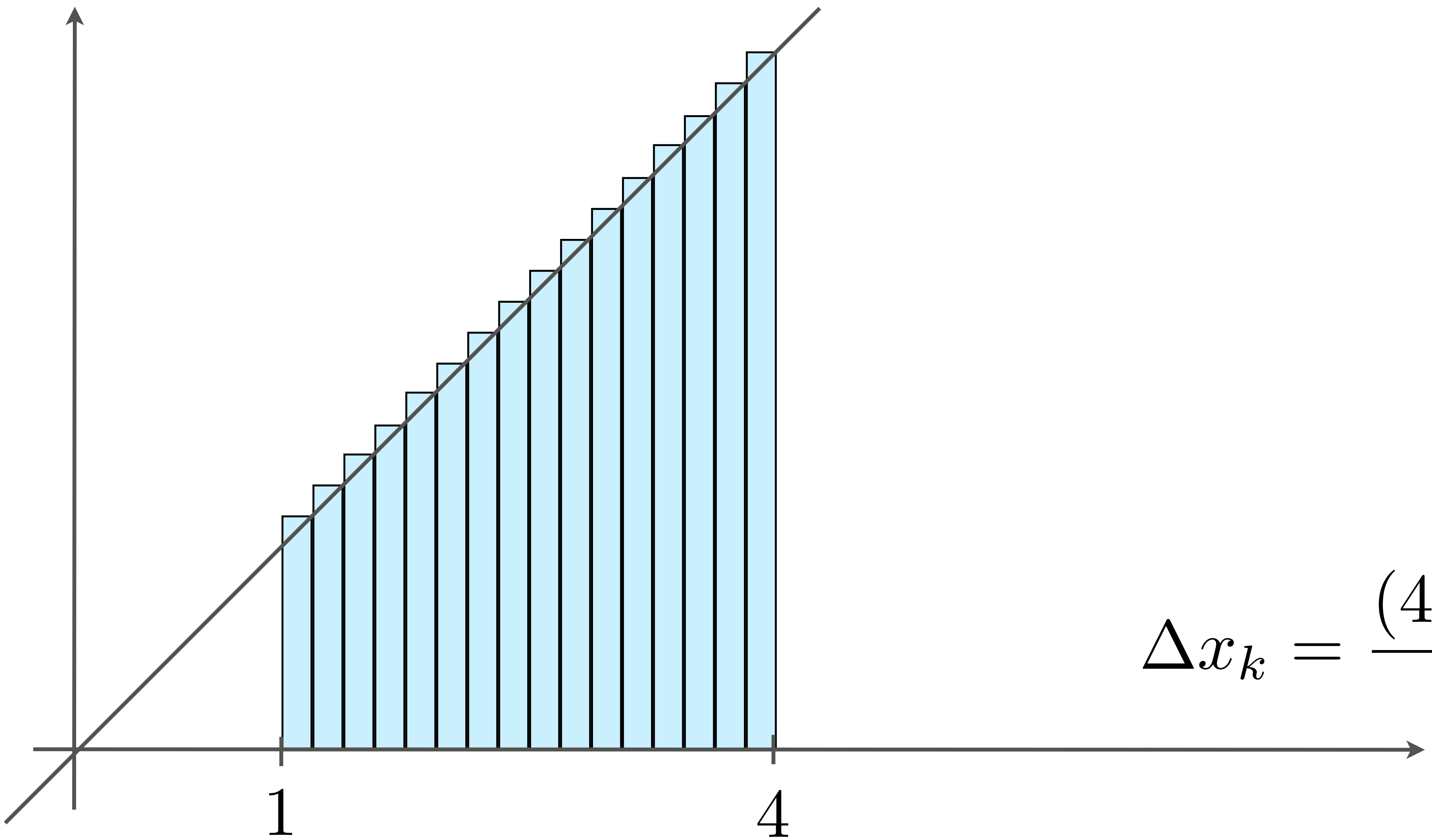
Exemple

Calculer $\displaystyle\int_1^4 x\ dx$



$$\Delta x_k = \frac{(4-1)}{n}$$

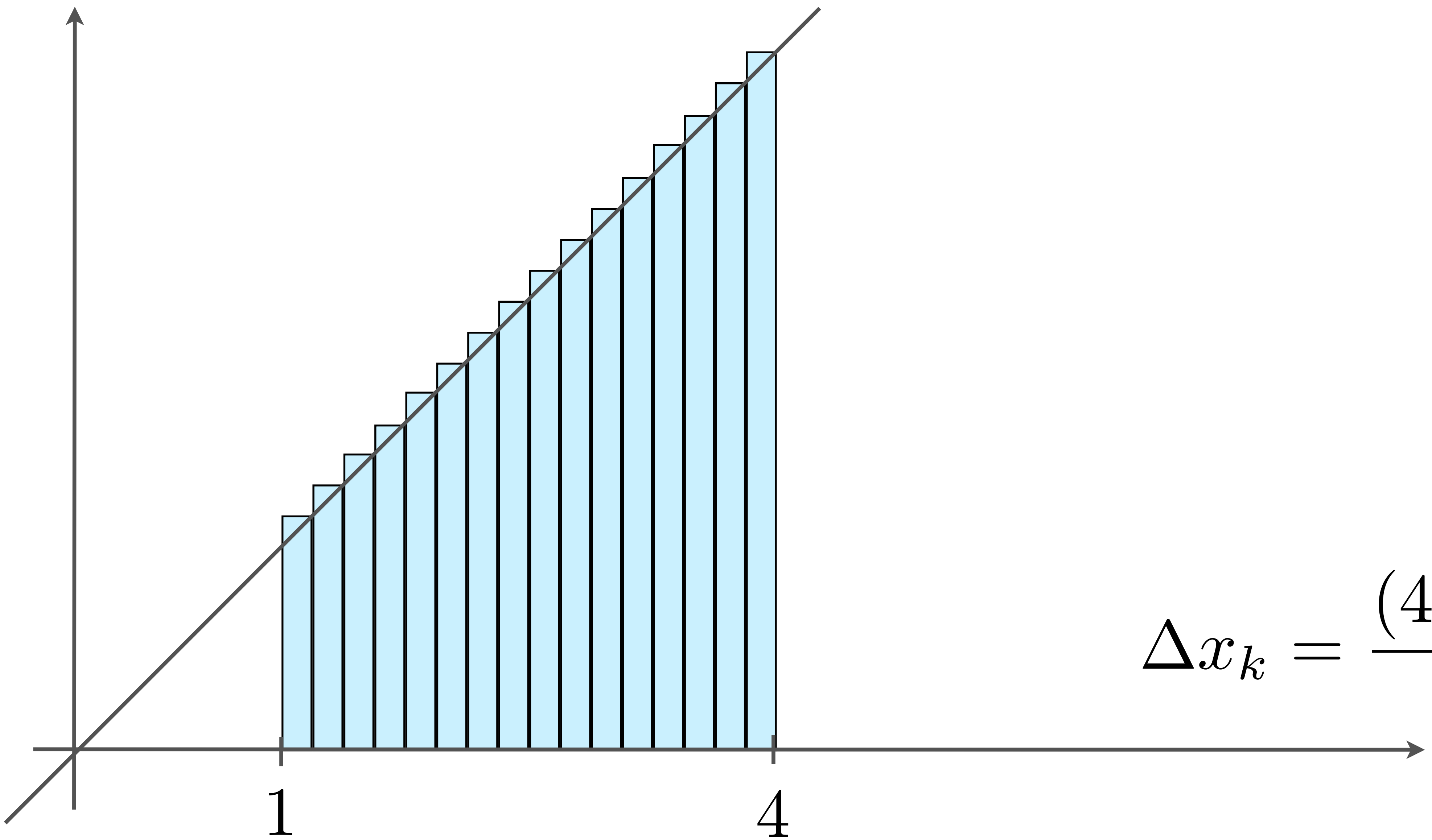
Exemple Calculer $\int_1^4 x \; dx$



$$\Delta x_k = \frac{(4-1)}{n} = \frac{3}{n}$$

Exemple Calculer $\int_1^4 x \, dx$

$x_0 = 1$

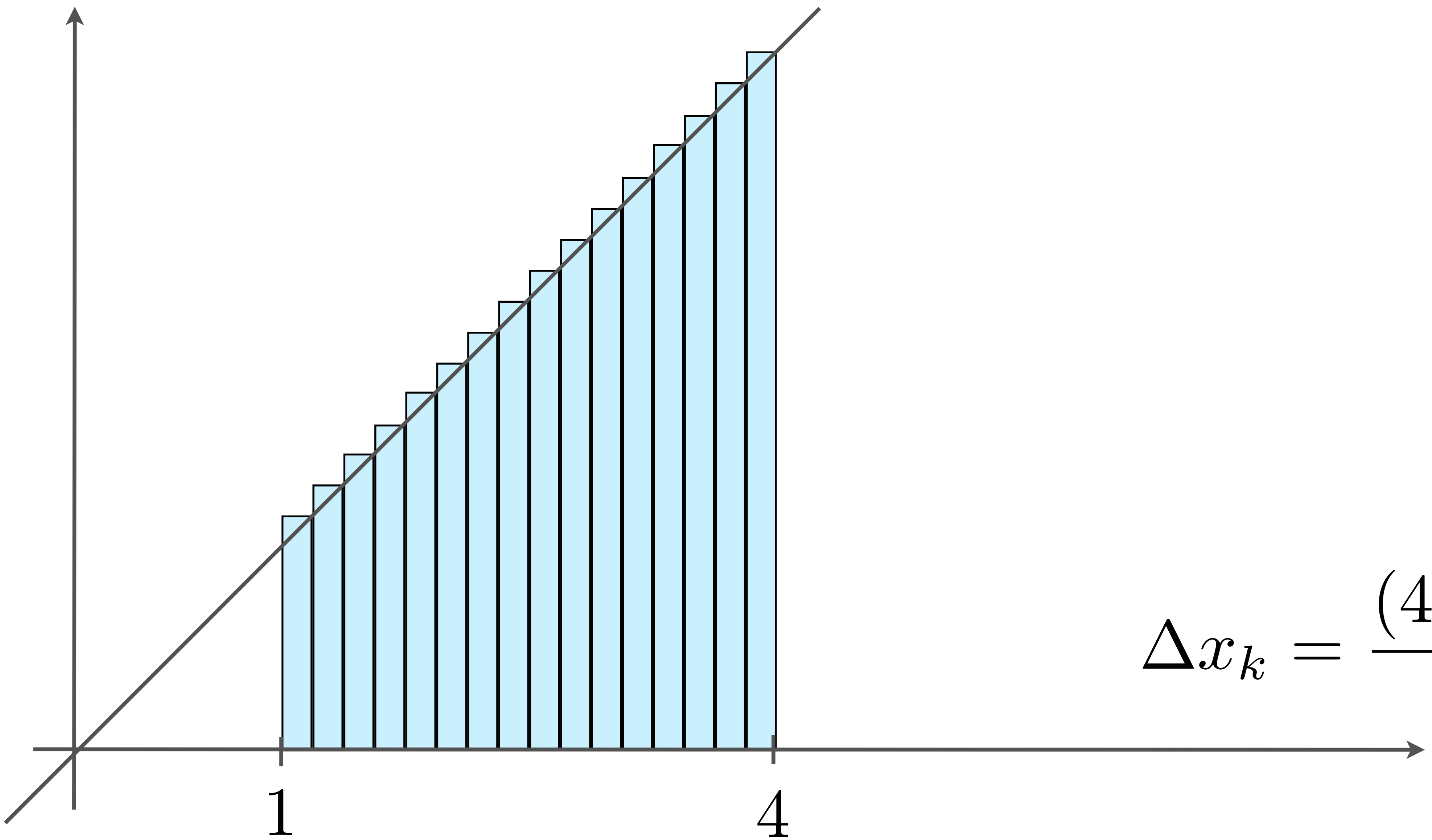


$$\Delta x_k = \frac{(4-1)}{n} = \frac{3}{n}$$

Exemple

Calculer $\int_1^4 x \; dx$

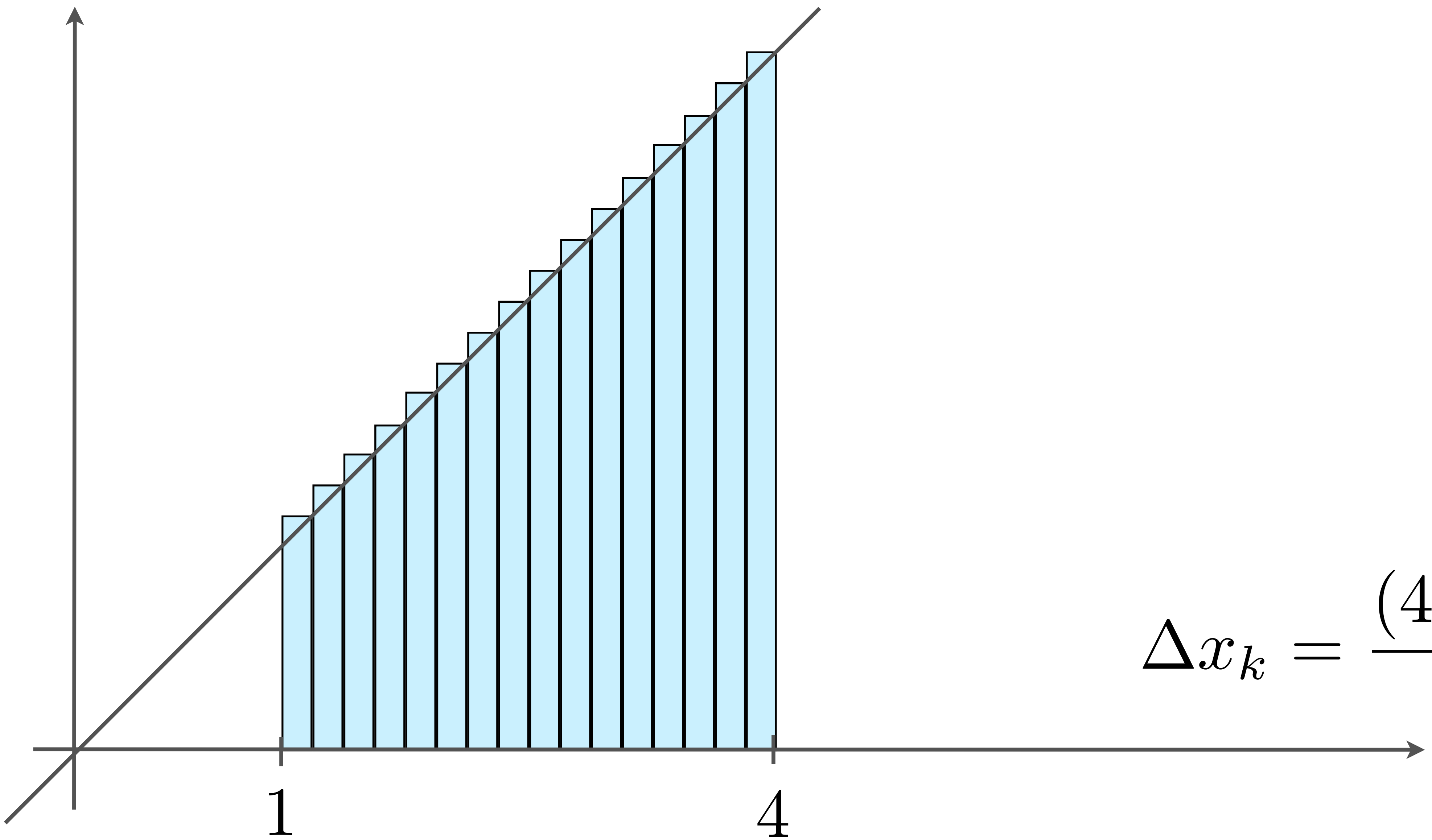
$x_0 = 1 \qquad x_1 = 1 + \frac{3}{n}$



$$\Delta x_k = \frac{(4-1)}{n} = \frac{3}{n}$$

Exemple Calculer $\displaystyle\int_1^4 x\ dx$

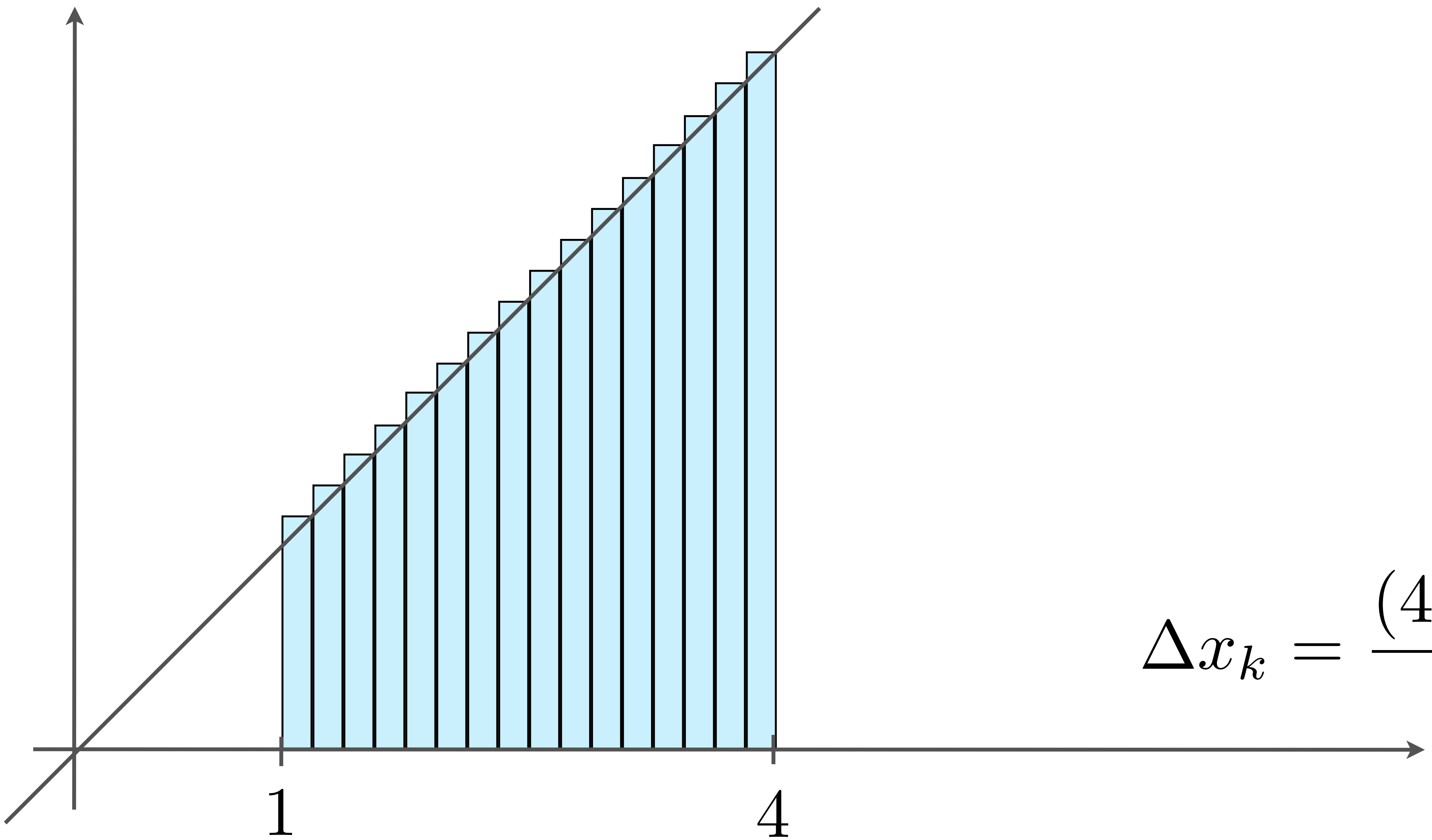
$x_0 = 1 \qquad x_1 = 1 + \dfrac{3}{n} \qquad x_2 = 1 + 2\dfrac{3}{n}$



$$\Delta x_k = \frac{(4-1)}{n} = \frac{3}{n}$$

Exemple Calculer $\int_1^4 x \; dx$

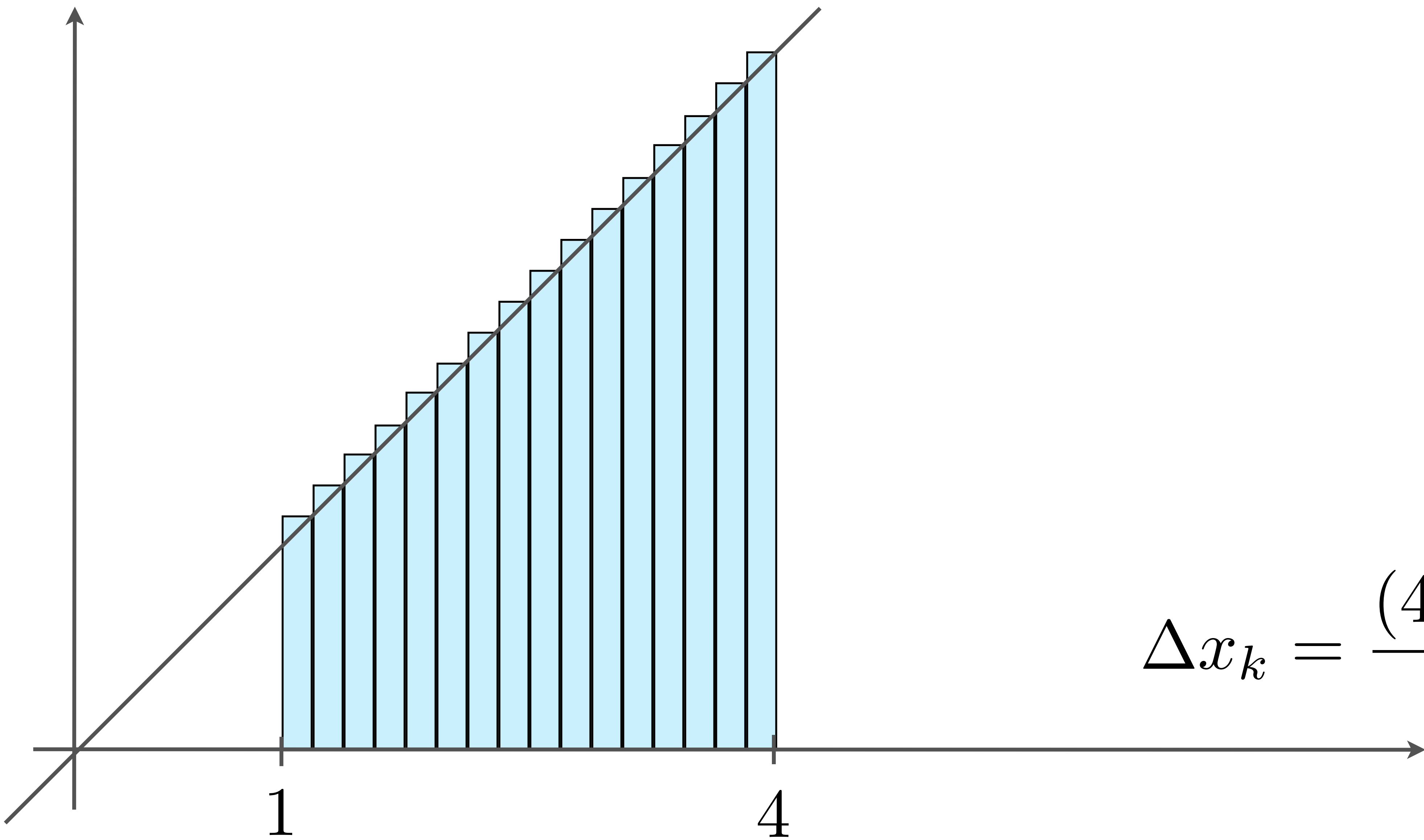
$$x_0 = 1 \qquad x_1 = 1 + \frac{3}{n} \qquad x_2 = 1 + 2\frac{3}{n} \qquad \ldots$$



$$\Delta x_k = \frac{(4-1)}{n} = \frac{3}{n}$$

Exemple Calculer $\displaystyle\int_1^4 x\ dx$

$$x_0 = 1 \qquad x_1 = 1 + \frac{3}{n} \qquad x_2 = 1 + 2\frac{3}{n} \qquad \ldots \qquad x_n = 1 + n\frac{3}{n}$$

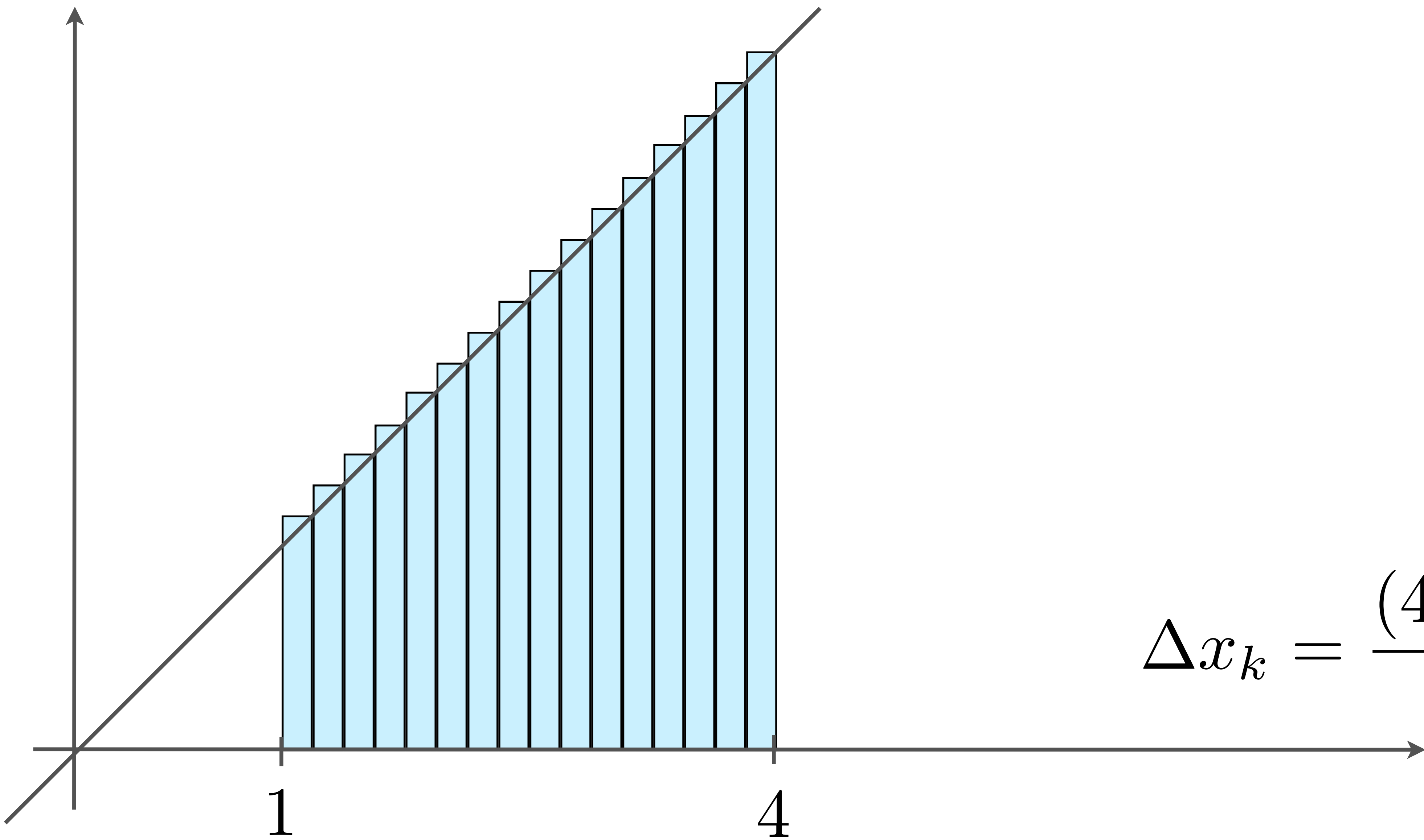


$$\Delta x_k = \frac{(4-1)}{n} = \frac{3}{n}$$

Exemple

Calculer $\displaystyle\int_1^4 x\ dx$

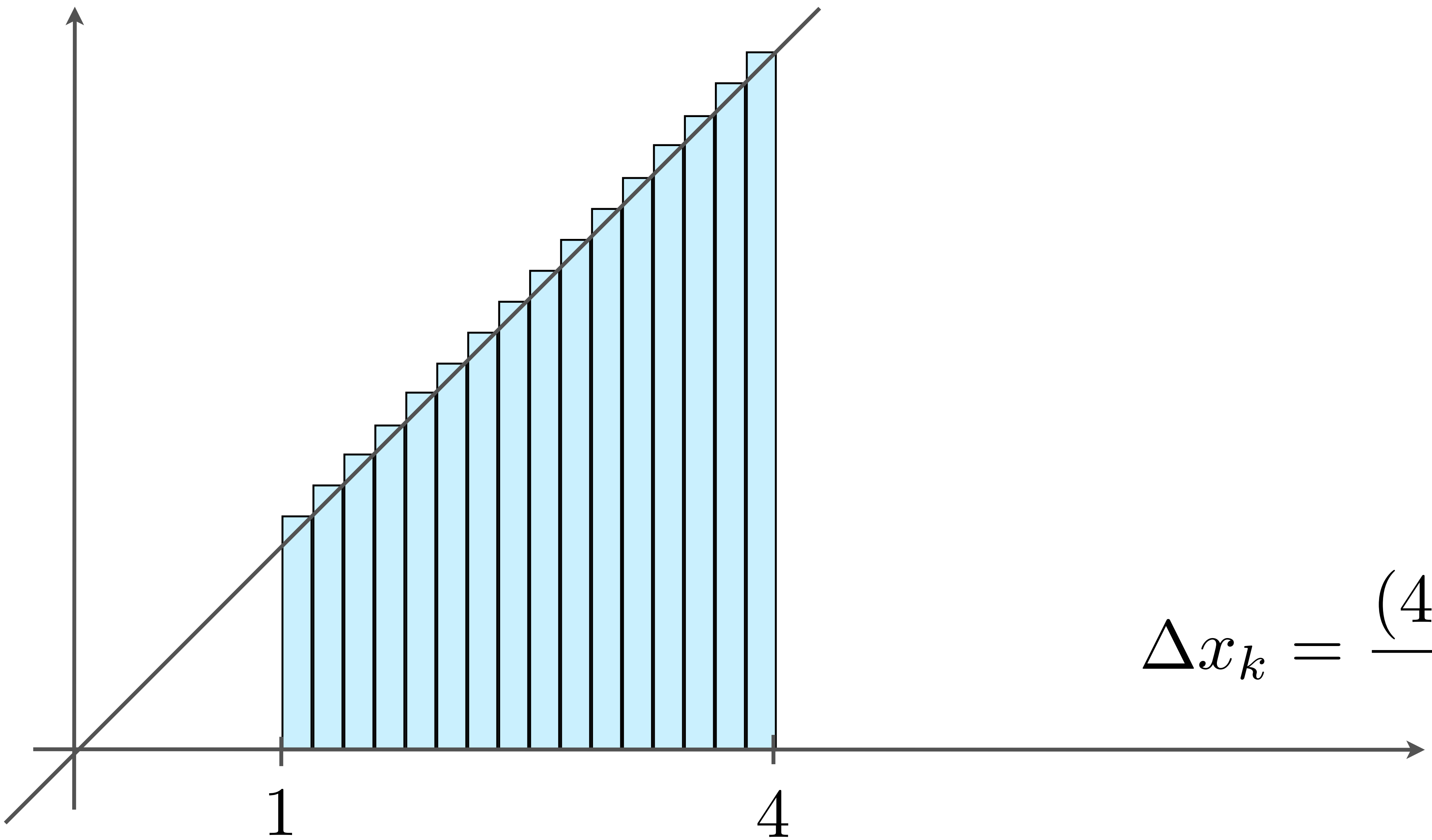
$$x_0 = 1 \qquad x_1 = 1 + \frac{3}{n} \qquad x_2 = 1 + 2\frac{3}{n} \qquad \ldots \qquad x_n = 1 + \cancel{n}\frac{3}{\cancel{n}}$$



$$\Delta x_k = \frac{(4-1)}{n} = \frac{3}{n}$$

Exemple Calculer $\displaystyle\int_1^4 x\ dx$

$x_0 = 1 \qquad x_1 = 1 + \dfrac{3}{n} \qquad x_2 = 1 + 2\dfrac{3}{n} \qquad \ldots \qquad x_n = 1 + \cancel{n}\dfrac{3}{\cancel{n}} = 4$

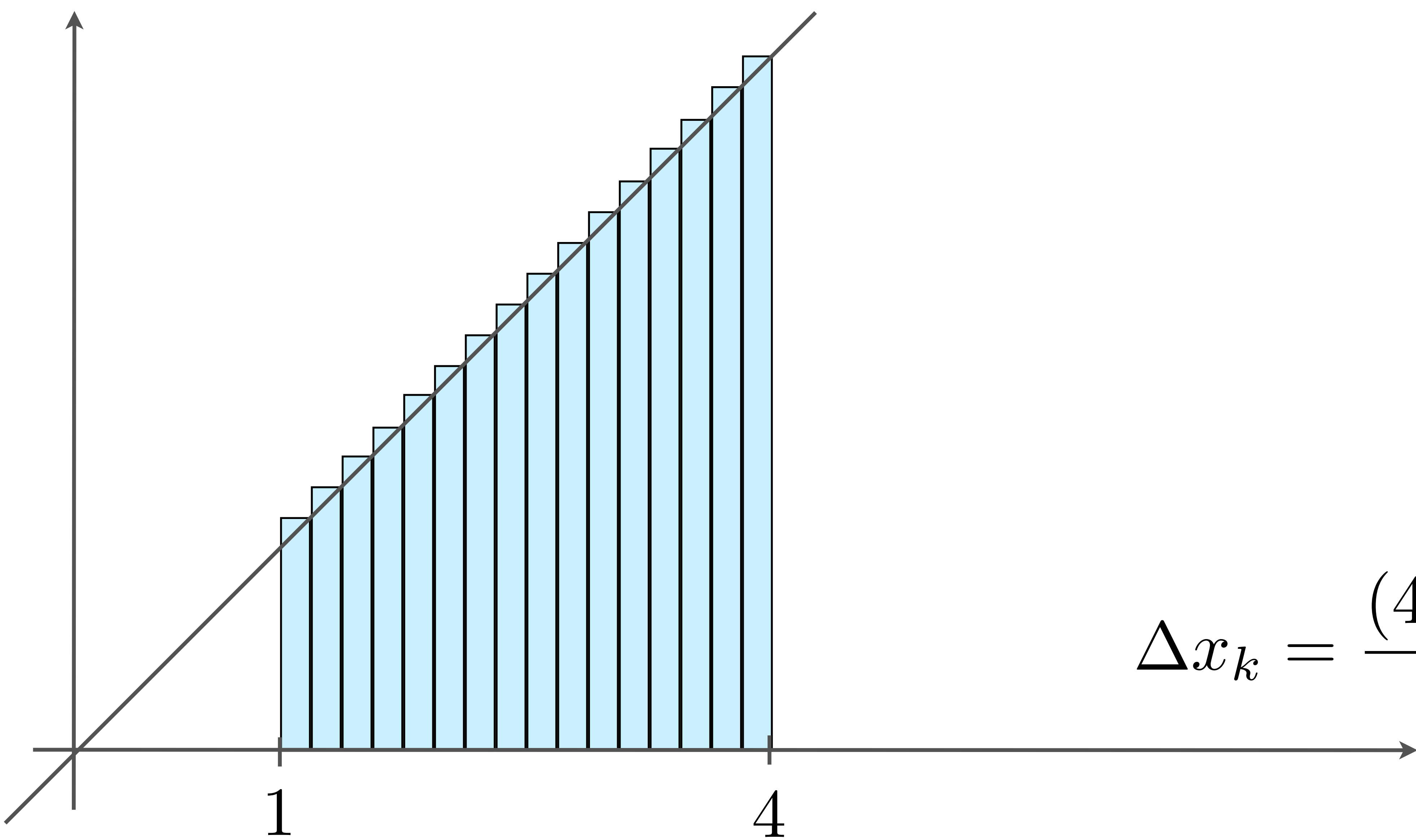


$$\Delta x_k = \frac{(4-1)}{n} = \frac{3}{n}$$

Exemple Calculer $\displaystyle\int_1^4 x \; dx$

$$x_0 = 1 \qquad x_1 = 1 + \frac{3}{n} \qquad x_2 = 1 + 2\frac{3}{n} \qquad \dots \qquad x_n = 1 + \cancel{n}\frac{3}{\cancel{n}} = 4$$

$$f(x_k^*) = x_k$$

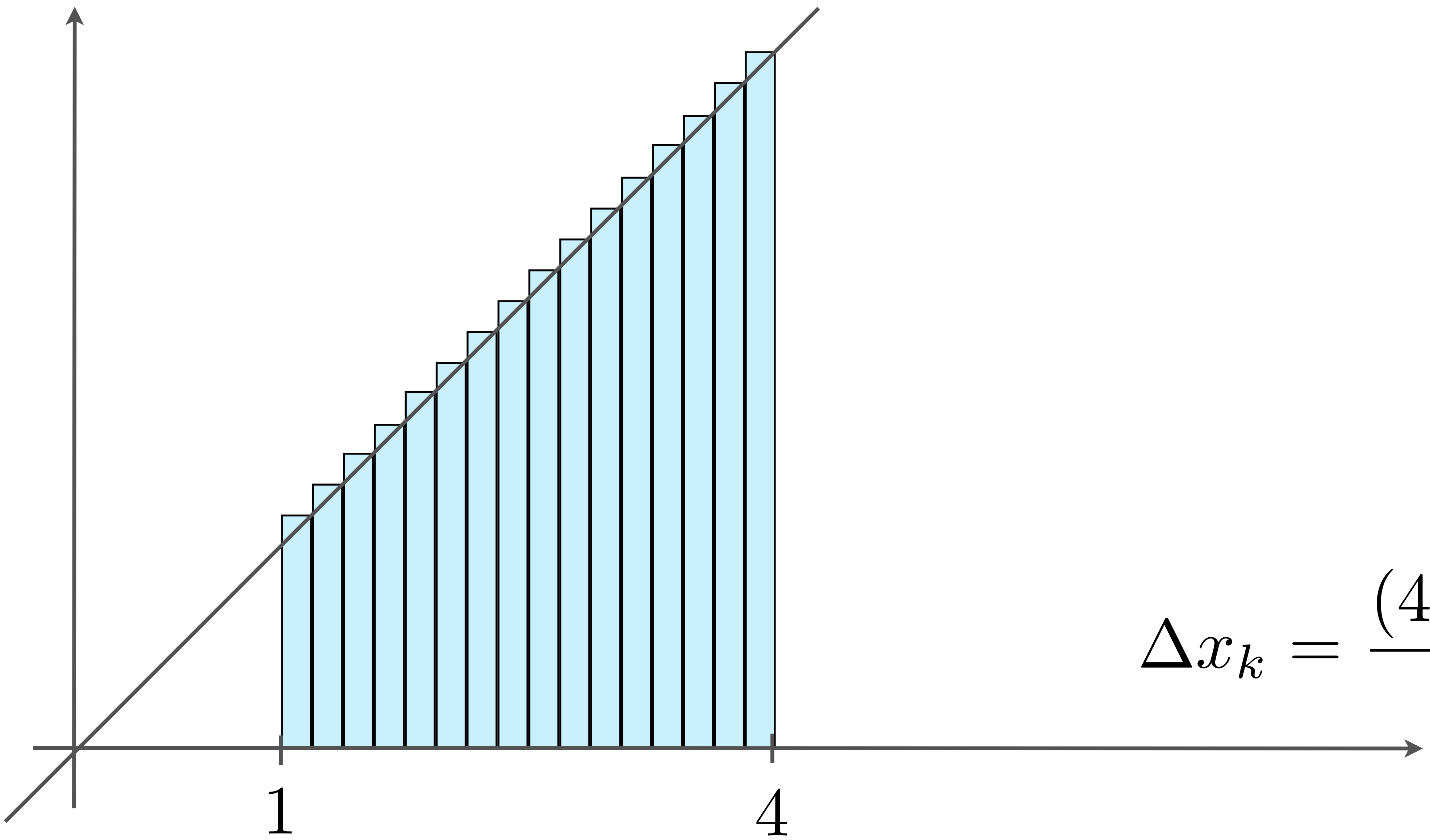


$$\Delta x_k = \frac{(4-1)}{n} = \frac{3}{n}$$

Exemple Calculer $\int_1^4 x \; dx$

$$x_0 = 1 \qquad x_1 = 1 + \frac{3}{n} \qquad x_2 = 1 + 2\frac{3}{n} \qquad \dots \qquad x_n = 1 + \cancel{n}\frac{3}{\cancel{n}} = 4$$

$$f(x_k^*) = x_k = 1 + k\frac{3}{n}$$

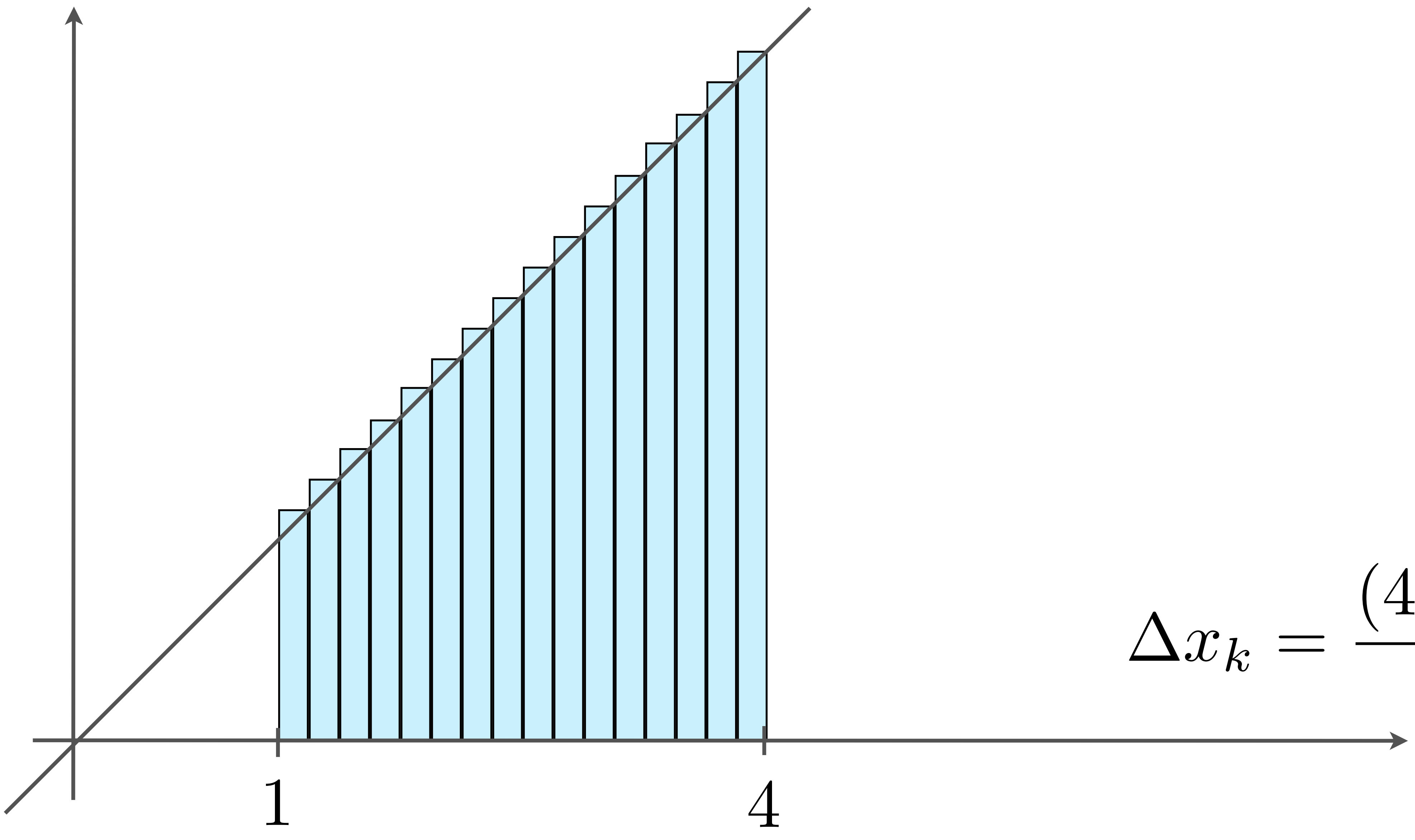


$$\Delta x_k = \frac{(4-1)}{n} = \frac{3}{n}$$

Exemple Calculer $\displaystyle\int_1^4 x\ dx$

$$x_0 = 1 \qquad x_1 = 1 + \frac{3}{n} \qquad x_2 = 1 + 2\frac{3}{n} \quad \dots \quad x_n = 1 + \cancel{n}\frac{3}{\cancel{n}} = 4$$

$$f(x_k^*) = x_k = 1 + k\frac{3}{n} \qquad\qquad \sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k$$



$$\Delta x_k = \frac{(4-1)}{n} = \frac{3}{n}$$

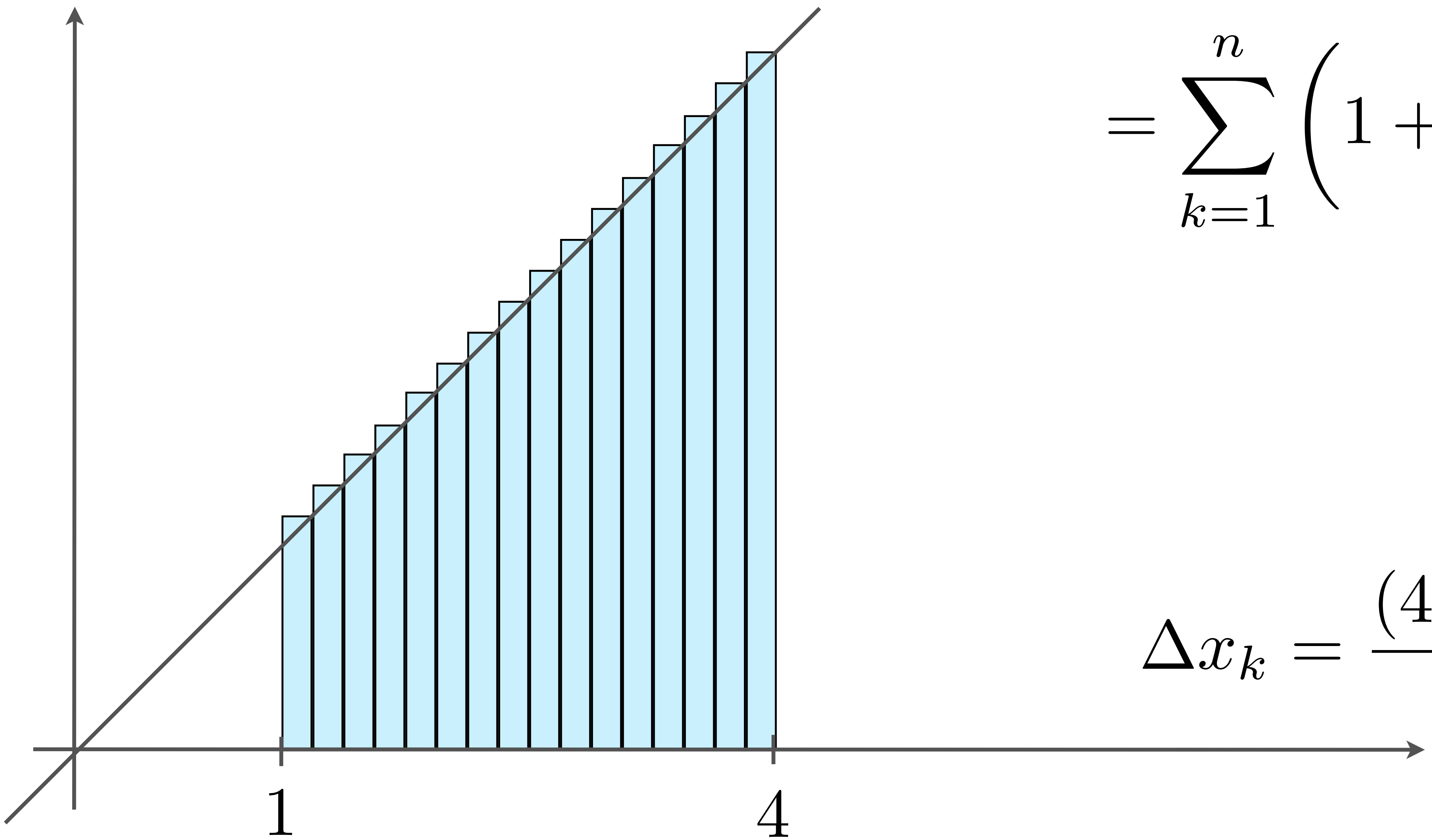
Exemple Calculer $\displaystyle\int_1^4 x\ dx$

$$x_0 = 1 \qquad x_1 = 1 + \frac{3}{n} \qquad x_2 = 1 + 2\frac{3}{n} \quad \dots \quad x_n = 1 + \cancel{n}\frac{3}{\cancel{n}} = 4$$

$$f(x_k^*) = x_k = 1 + k\frac{3}{n}$$

$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \left(1 + k\frac{3}{n}\right)\frac{3}{n}$$



$$\Delta x_k = \frac{(4-1)}{n} = \frac{3}{n}$$

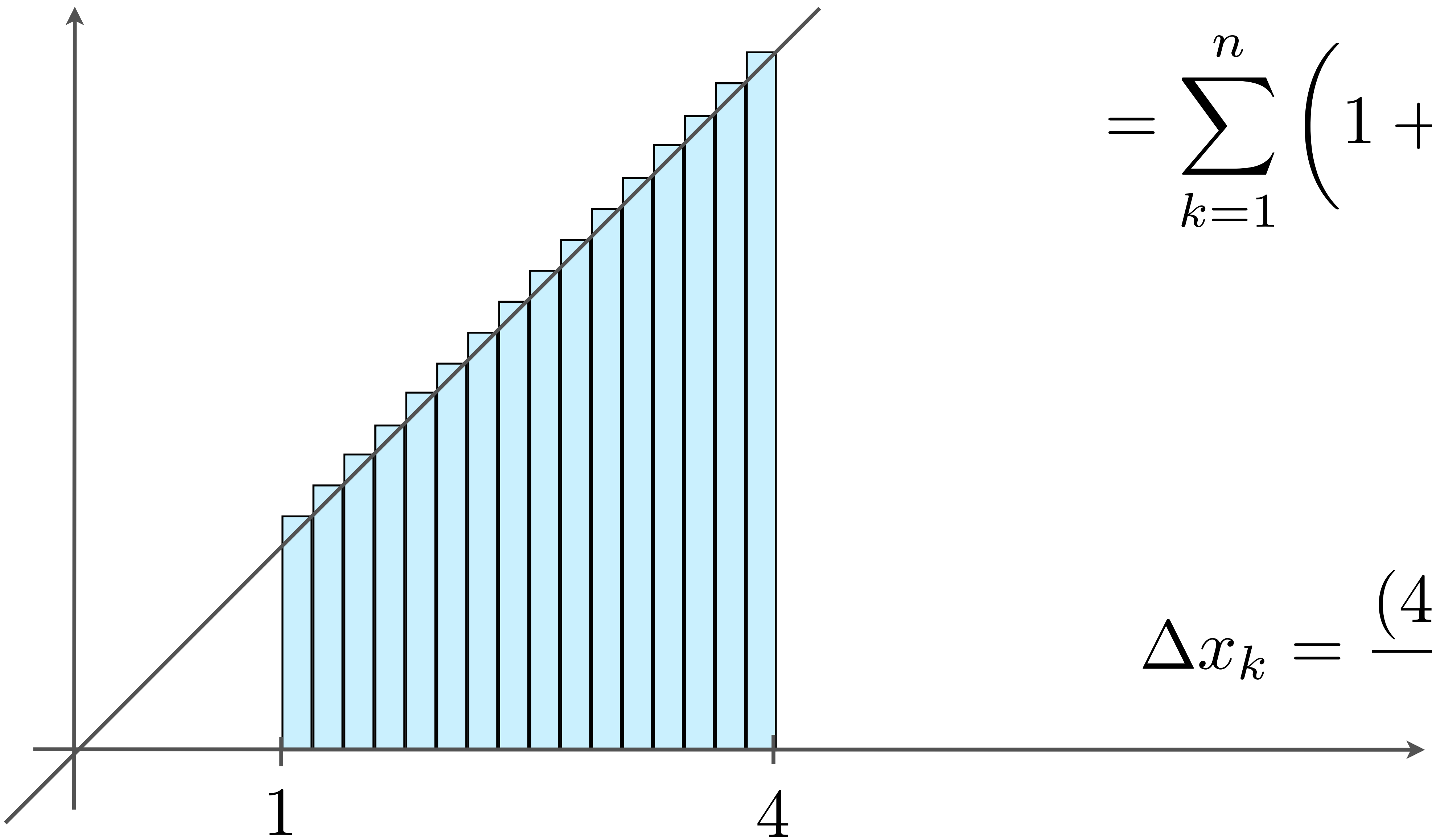
Exemple Calculer $\displaystyle\int_1^4 x\ dx$

$$x_0 = 1 \qquad x_1 = 1 + \frac{3}{n} \qquad x_2 = 1 + 2\frac{3}{n} \qquad \dots \qquad x_n = 1 + \cancel{n}\frac{3}{\cancel{n}} = 4$$

$$\boxed{f(x_k^*)} = x_k = 1 + k\frac{3}{n}$$

$$\sum_{k=1}^{n} \boxed{f(x_k^*)}\Delta x_k$$

$$= \sum_{k=1}^{n}\left(1 + k\frac{3}{n}\right)\frac{3}{n}$$



$$\Delta x_k = \frac{(4-1)}{n} = \frac{3}{n}$$

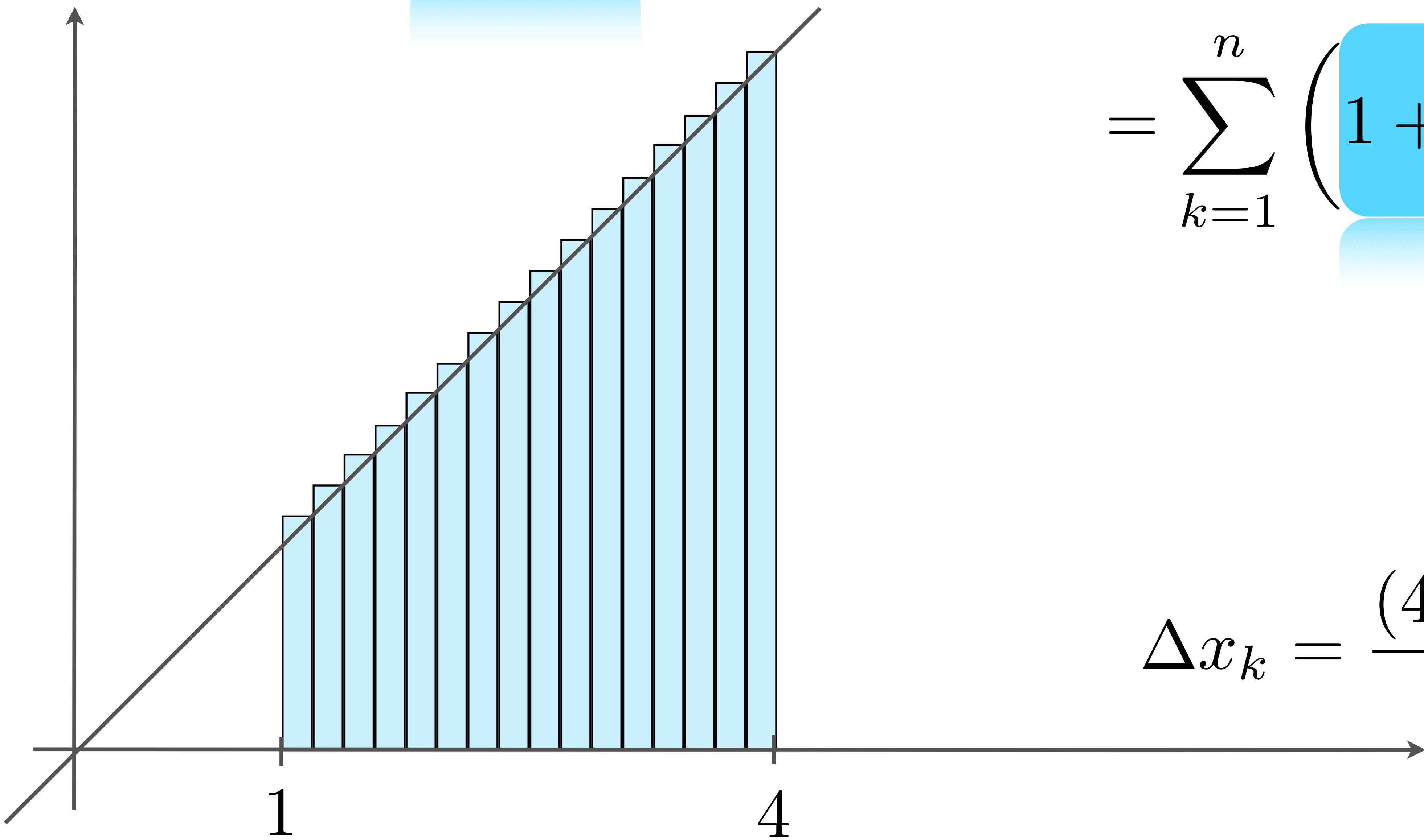
Exemple Calculer $\displaystyle\int_1^4 x\ dx$

$$x_0 = 1 \qquad x_1 = 1 + \frac{3}{n} \qquad x_2 = 1 + 2\frac{3}{n} \qquad \dots \qquad x_n = 1 + \cancel{n}\frac{3}{\cancel{n}} = 4$$

$$f(x_k^*) = x_k = 1 + k\frac{3}{n}$$

$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \left(1 + k\frac{3}{n}\right)\frac{3}{n}$$



$$\Delta x_k = \frac{(4-1)}{n} = \frac{3}{n}$$

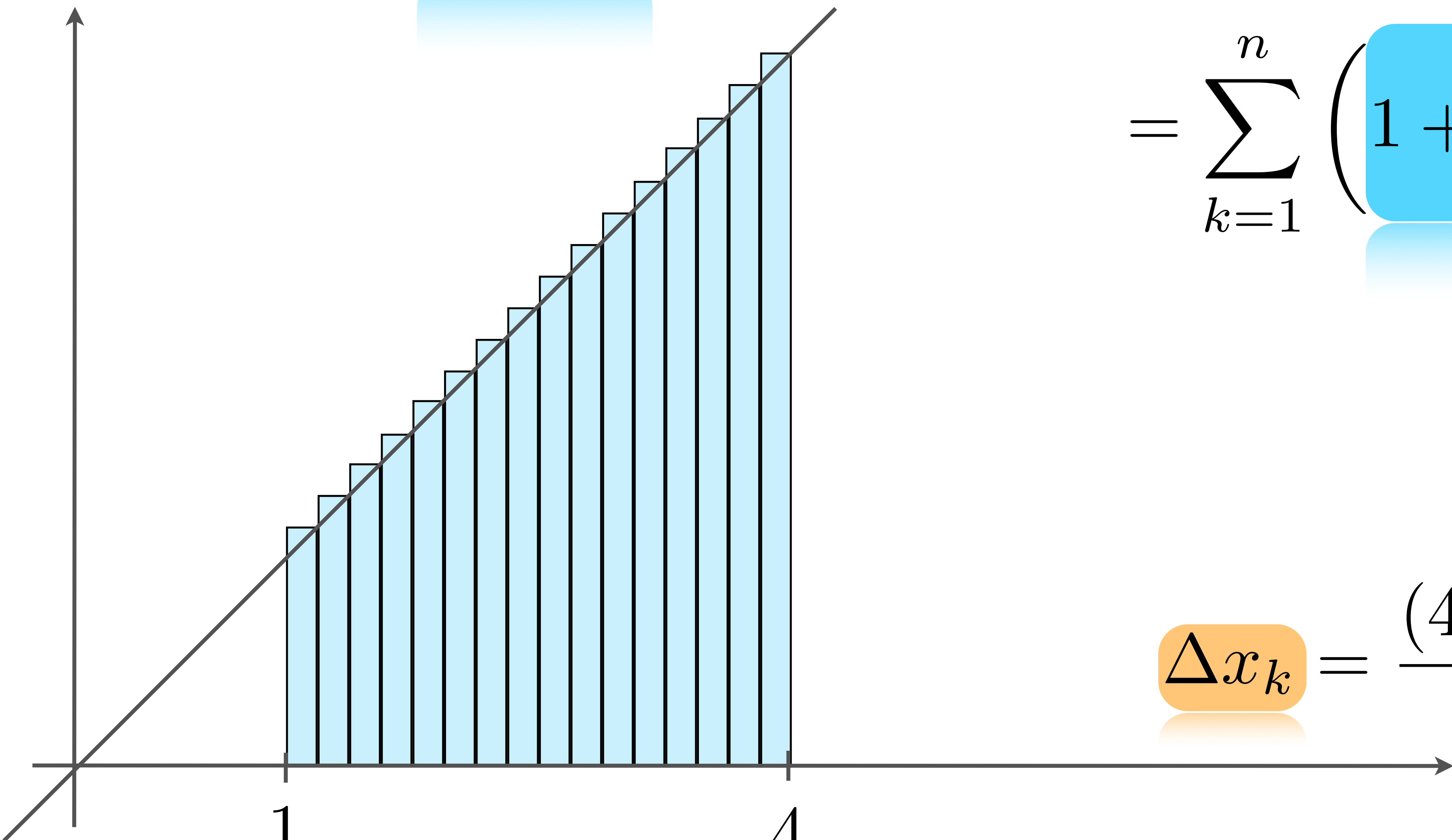
Exemple Calculer $\displaystyle\int_1^4 x\ dx$

$$x_0 = 1 \qquad x_1 = 1 + \frac{3}{n} \qquad x_2 = 1 + 2\frac{3}{n} \qquad \dots \qquad x_n = 1 + \cancel{n}\frac{3}{\cancel{n}} = 4$$

$$f(x_k^*) = x_k = 1 + k\frac{3}{n}$$

$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \left(1 + k\frac{3}{n}\right)\frac{3}{n}$$



$$\Delta x_k = \frac{(4-1)}{n} = \frac{3}{n}$$

Exemple

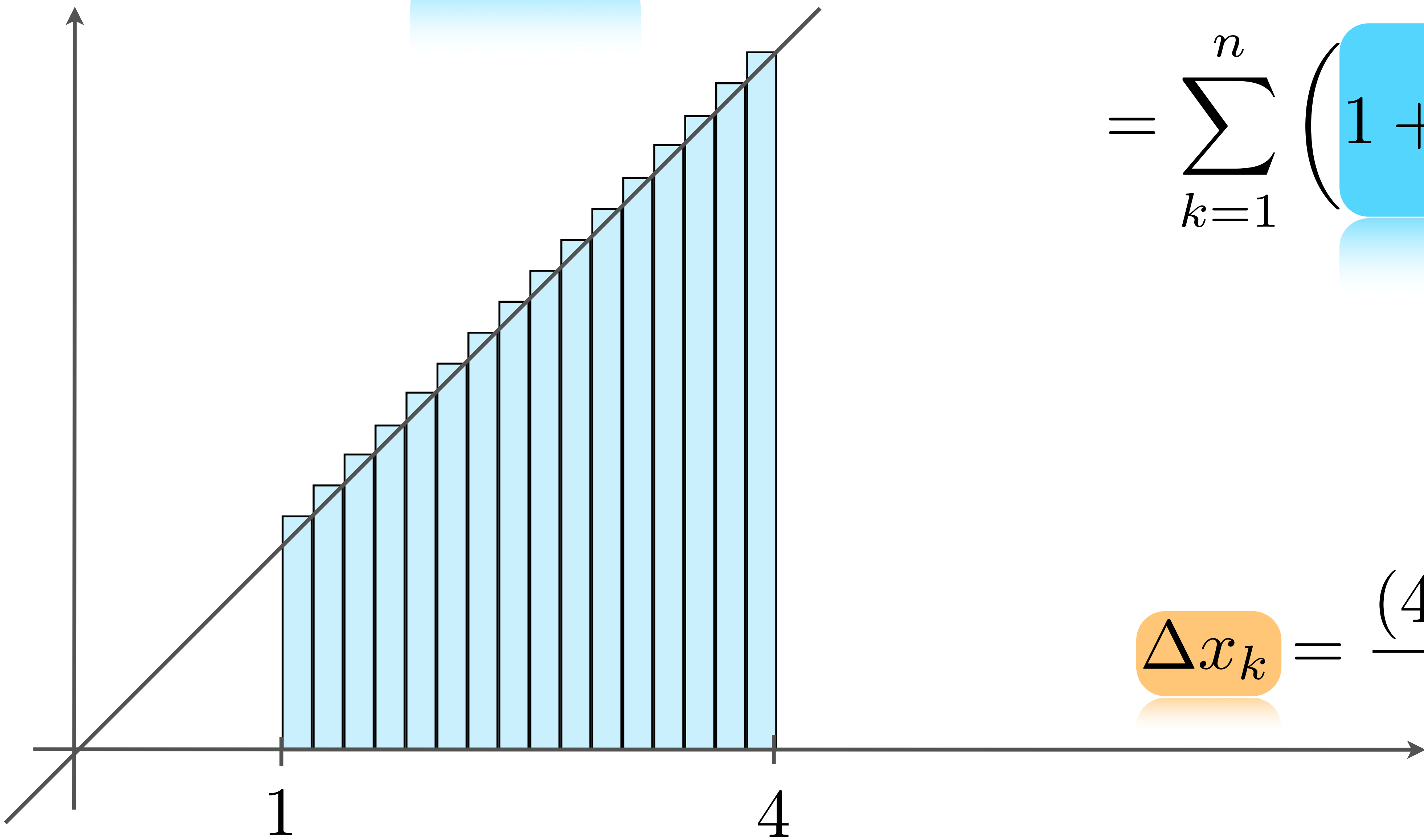
Calculer $\displaystyle\int_1^4 x\ dx$

$$x_0 = 1 \qquad x_1 = 1 + \frac{3}{n} \qquad x_2 = 1 + 2\frac{3}{n} \quad \ldots \quad x_n = 1 + \cancel{n}\frac{3}{\cancel{n}} = 4$$

$$f(x_k^*) = x_k = 1 + k\frac{3}{n}$$

$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \left(1 + k\frac{3}{n}\right)\frac{3}{n}$$



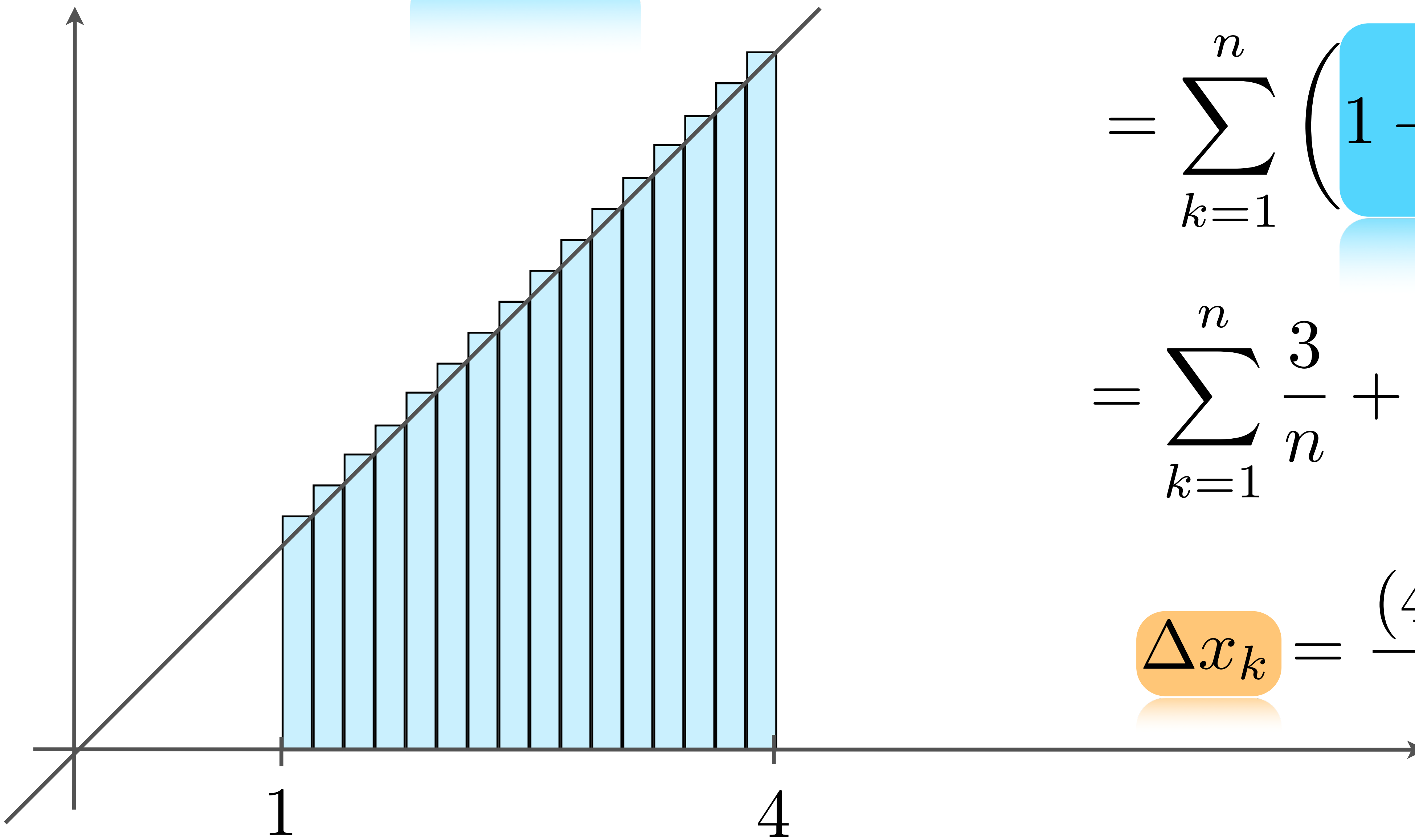
$$\Delta x_k = \frac{(4-1)}{n} = \frac{3}{n}$$

Exemple

Calculer $\displaystyle\int_1^4 x \; dx$

$$x_0 = 1 \qquad x_1 = 1 + \frac{3}{n} \qquad x_2 = 1 + 2\frac{3}{n} \qquad \ldots \qquad x_n = 1 + \cancel{n}\frac{3}{\cancel{n}} = 4$$

$$f(x_k^*) = x_k = 1 + k\frac{3}{n}$$



$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \left(1 + k\frac{3}{n}\right)\frac{3}{n}$$

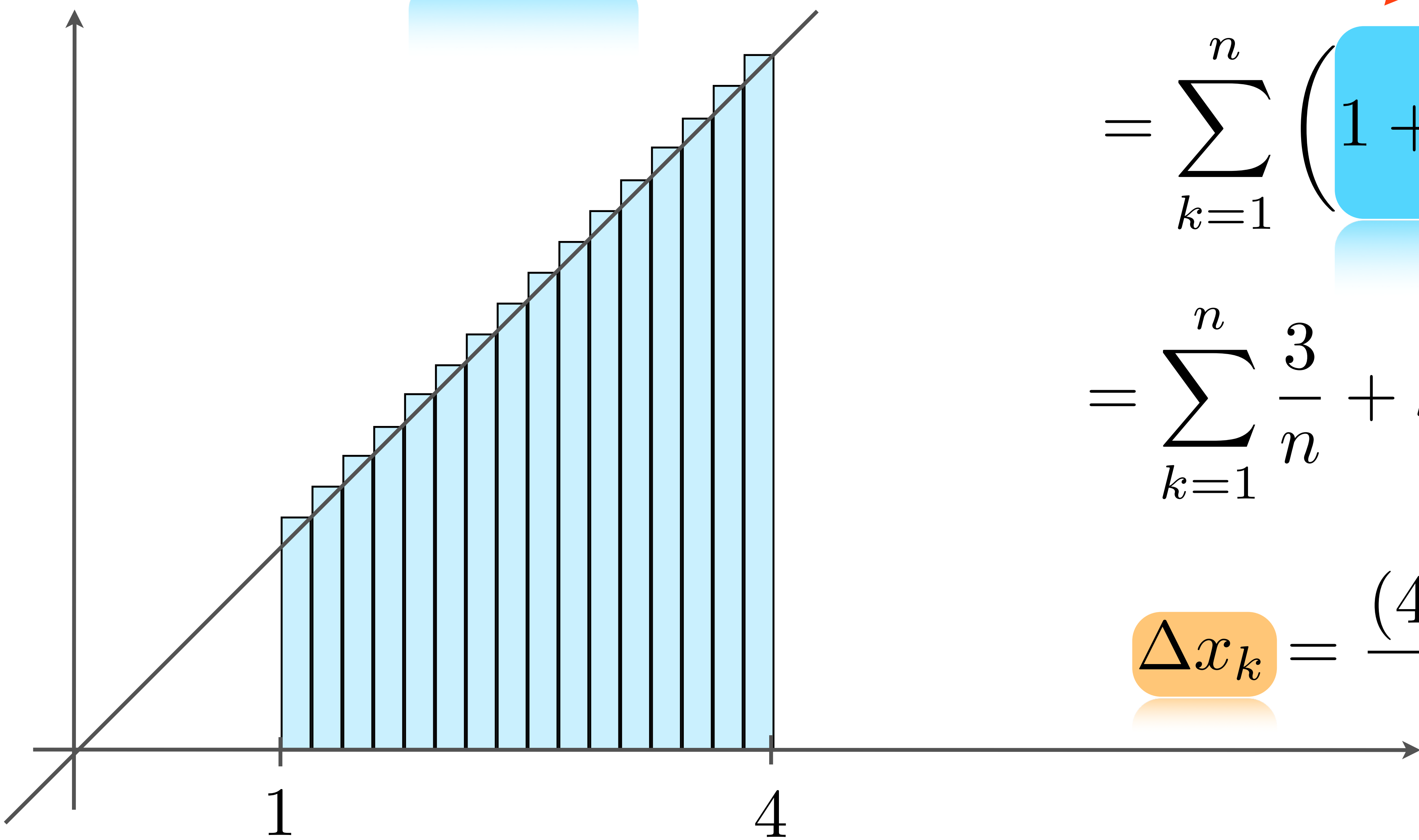
$$= \sum_{k=1}^{n} \frac{3}{n} + k\frac{3^2}{n^2}$$

$$\Delta x_k = \frac{(4-1)}{n} = \frac{3}{n}$$

Exemple Calculer $\displaystyle\int_1^4 x\ dx$

$$x_0 = 1 \qquad x_1 = 1 + \frac{3}{n} \qquad x_2 = 1 + 2\frac{3}{n} \qquad \dots \qquad x_n = 1 + \cancel{n}\frac{3}{\cancel{n}} = 4$$

$$f(x_k^*) = x_k = 1 + k\frac{3}{n}$$



$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k$$

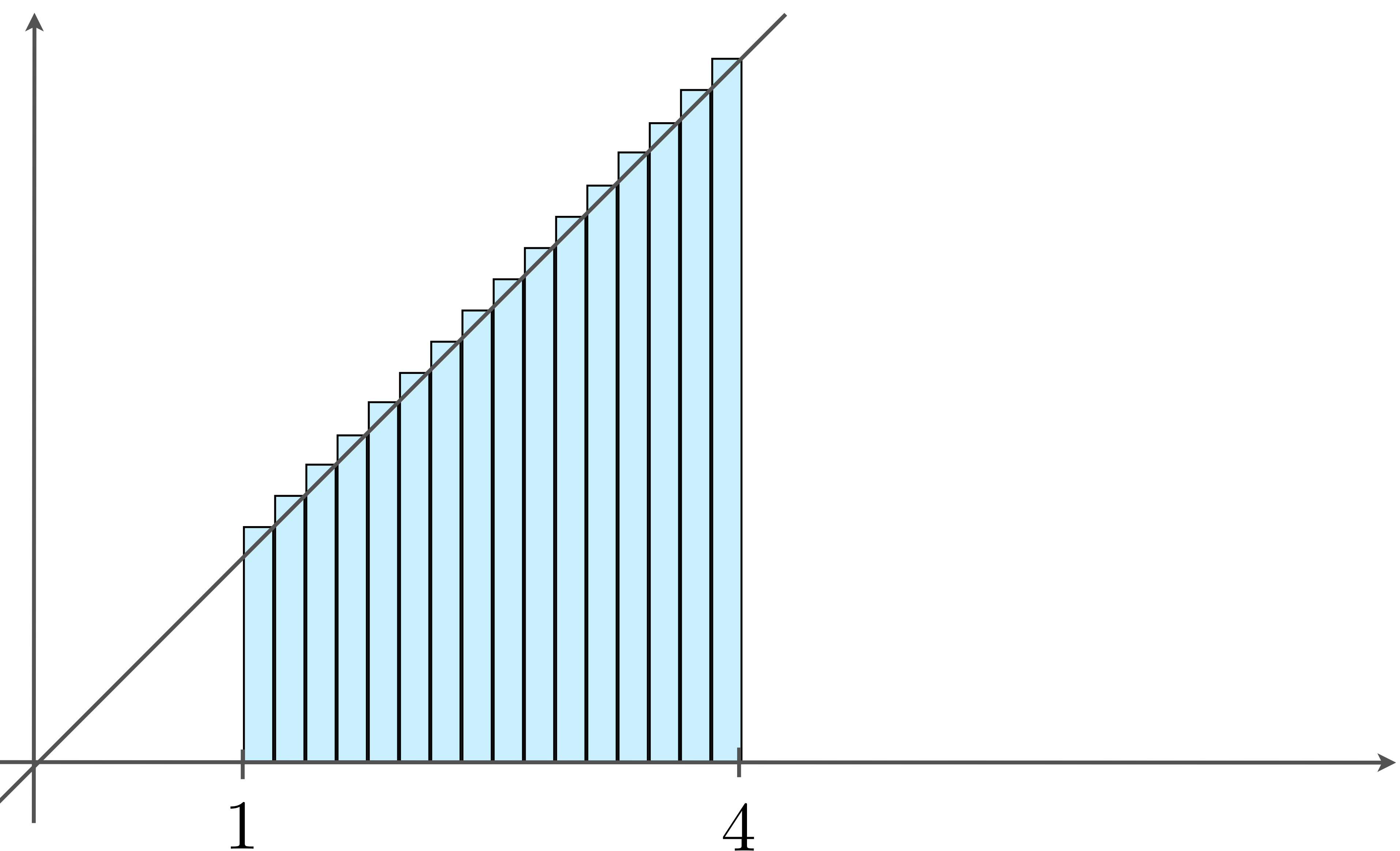
$$= \sum_{k=1}^{n} \left(1 + k\frac{3}{n}\right)\frac{3}{n}$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \frac{3}{n} + k\frac{3^2}{n^2}$$

$$\Delta x_k = \frac{(4-1)}{n} = \frac{3}{n}$$

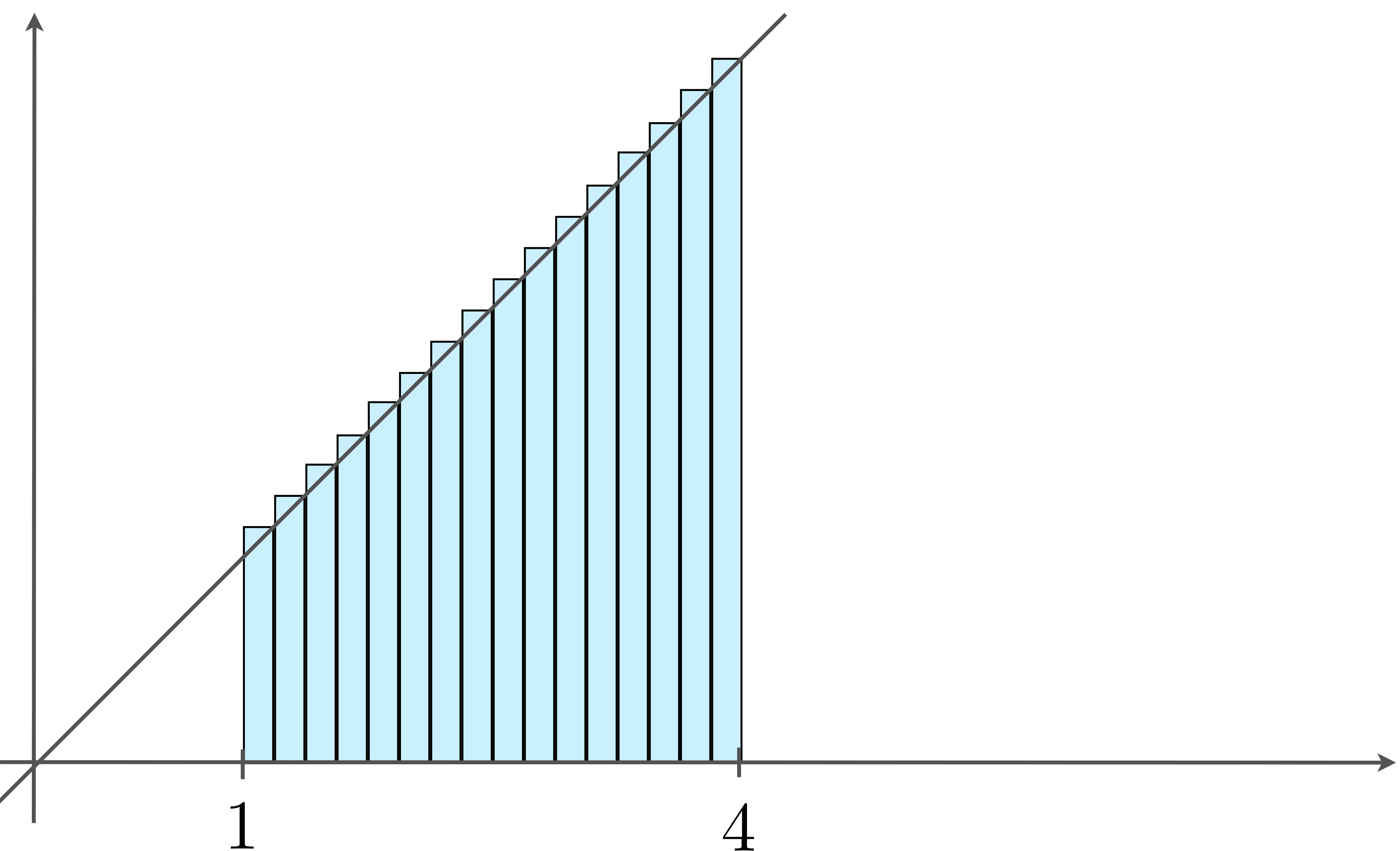
Exemple Calculer $\int_1^4 x \; dx$

$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k = \sum_{k=1}^{n} \frac{3}{n} + k\frac{3^2}{n^2}$$



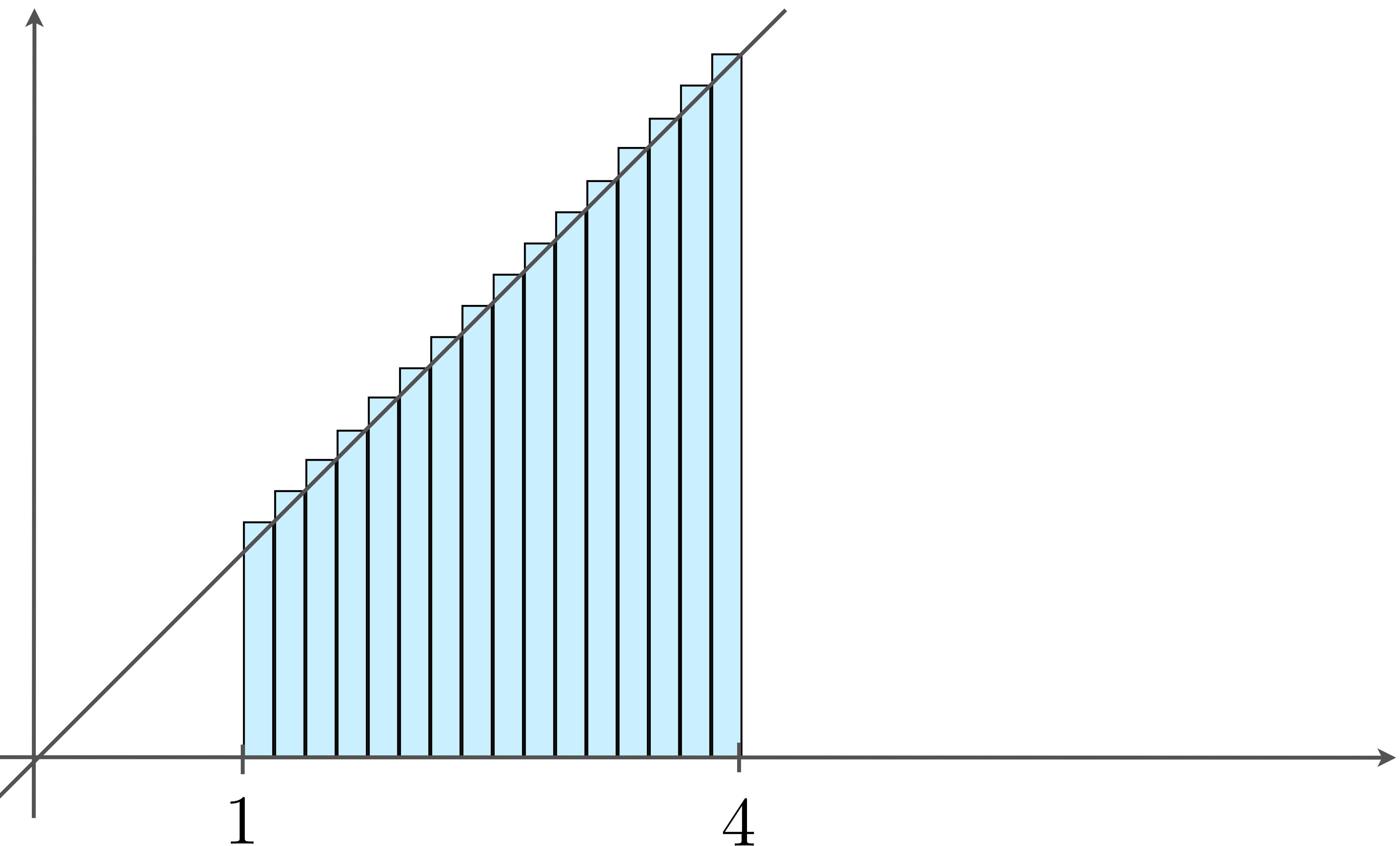
Exemple Calculer $\int_1^4 x \; dx$

$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k = \sum_{k=1}^{n} \frac{3}{n} + k\frac{3^2}{n^2} \quad = \frac{3}{n}\sum_{k=1}^{n} 1 + \frac{3^2}{n^2}\sum_{k=1}^{n} k$$



Exemple Calculer $\int_1^4 x \; dx$

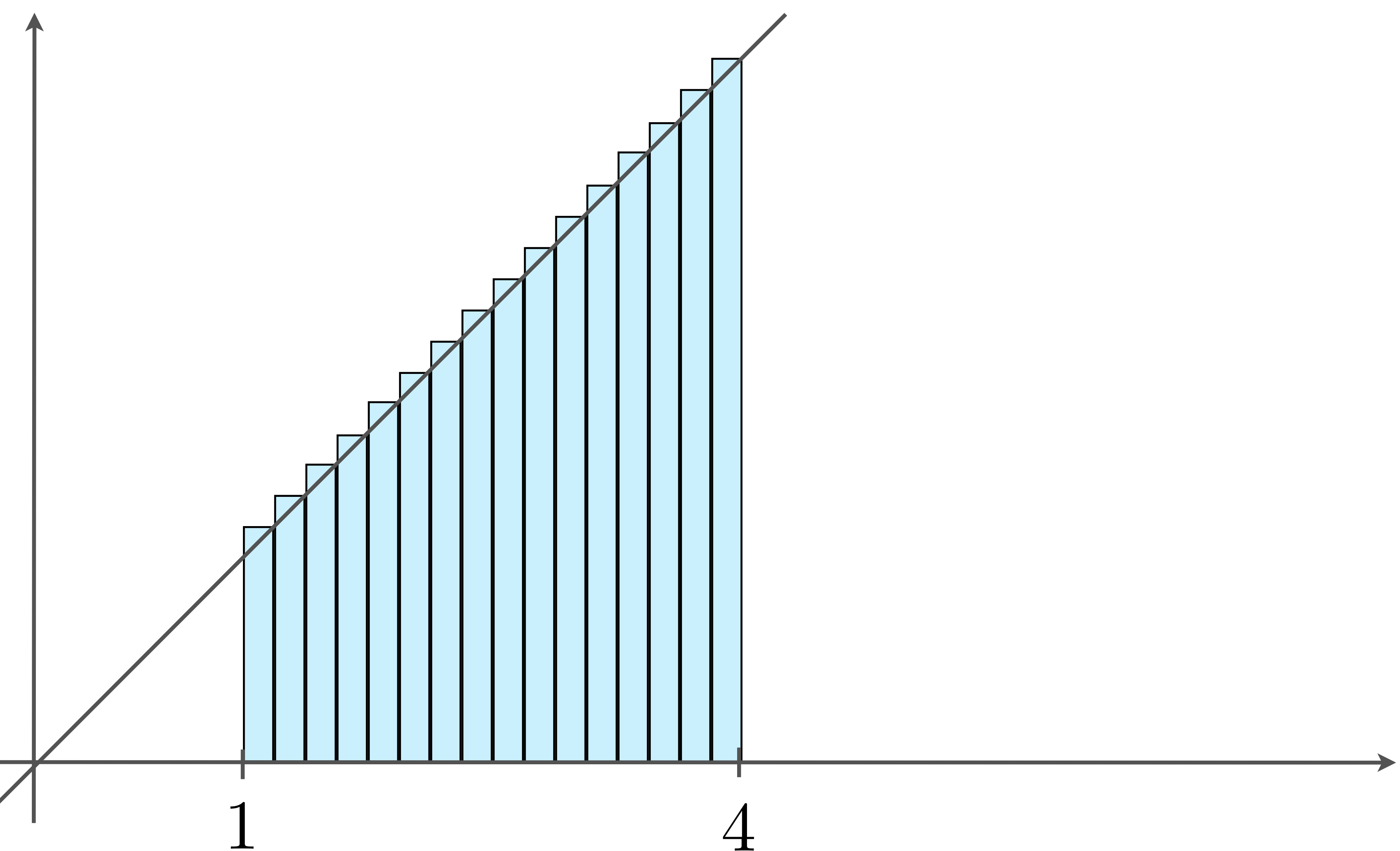
$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k = \sum_{k=1}^{n} \frac{3}{n} + k\frac{3^2}{n^2} = \frac{3}{n}\sum_{k=1}^{n} 1 + \frac{3^2}{n^2}\sum_{k=1}^{n} k$$



Exemple

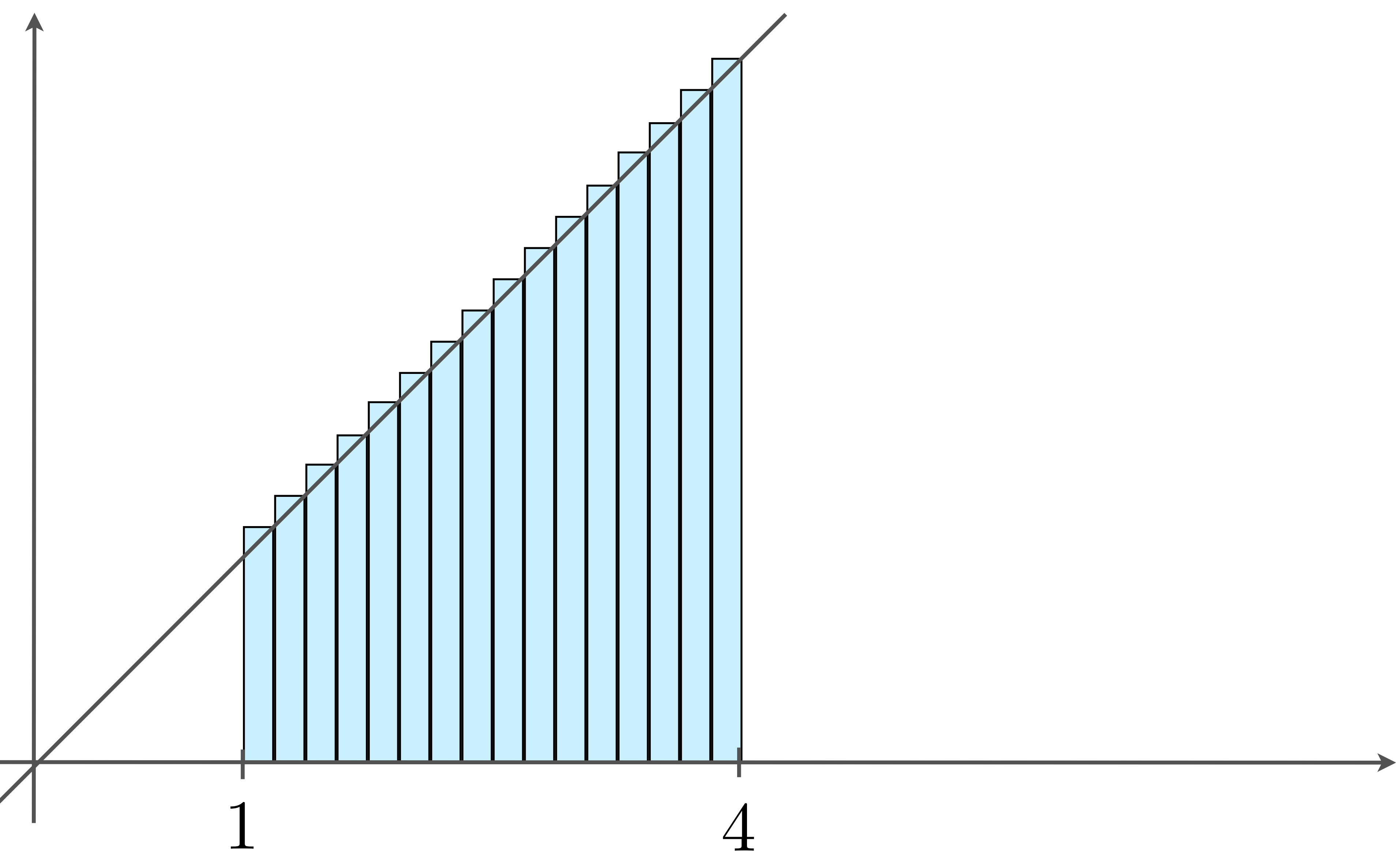
Calculer $\displaystyle\int_1^4 x\ dx$

$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k = \sum_{k=1}^{n} \frac{3}{n} + k\frac{3^2}{n^2} = \frac{3}{n}\sum_{k=1}^{n} 1 + \frac{3^2}{n^2}\sum_{k=1}^{n} k$$



Exemple Calculer $\displaystyle\int_1^4 x\ dx$

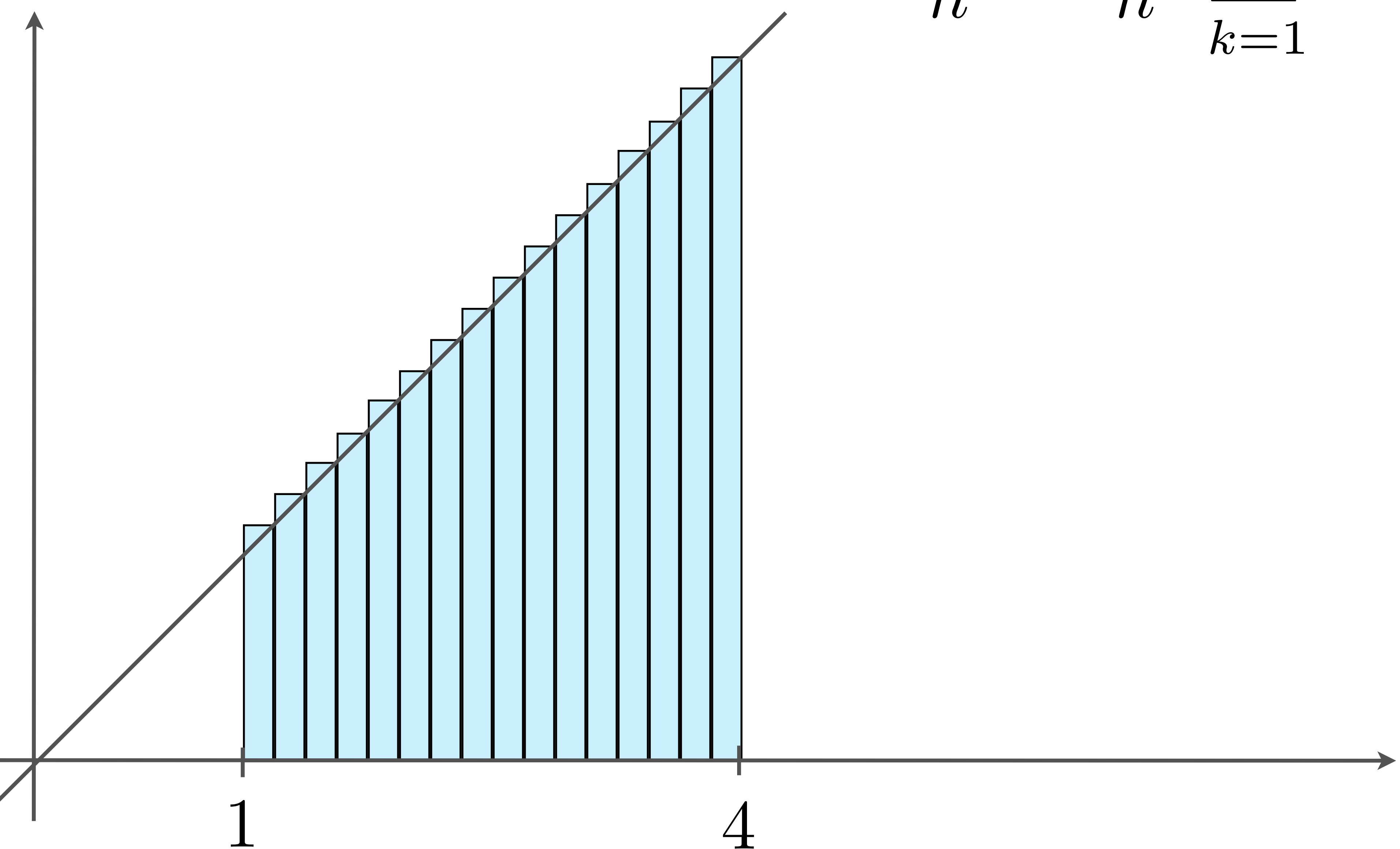
$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k = \sum_{k=1}^{n} \frac{3}{n} + k\frac{3^2}{n^2} = \frac{3}{n}\sum_{k=1}^{n} 1 + \frac{3^2}{n^2}\sum_{k=1}^{n} k$$



Exemple Calculer $\int_1^4 x \, dx$

$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k = \sum_{k=1}^{n} \frac{3}{n} + k\frac{3^2}{n^2} = \frac{3}{n}\sum_{k=1}^{n} 1 + \frac{3^2}{n^2}\sum_{k=1}^{n} k$$

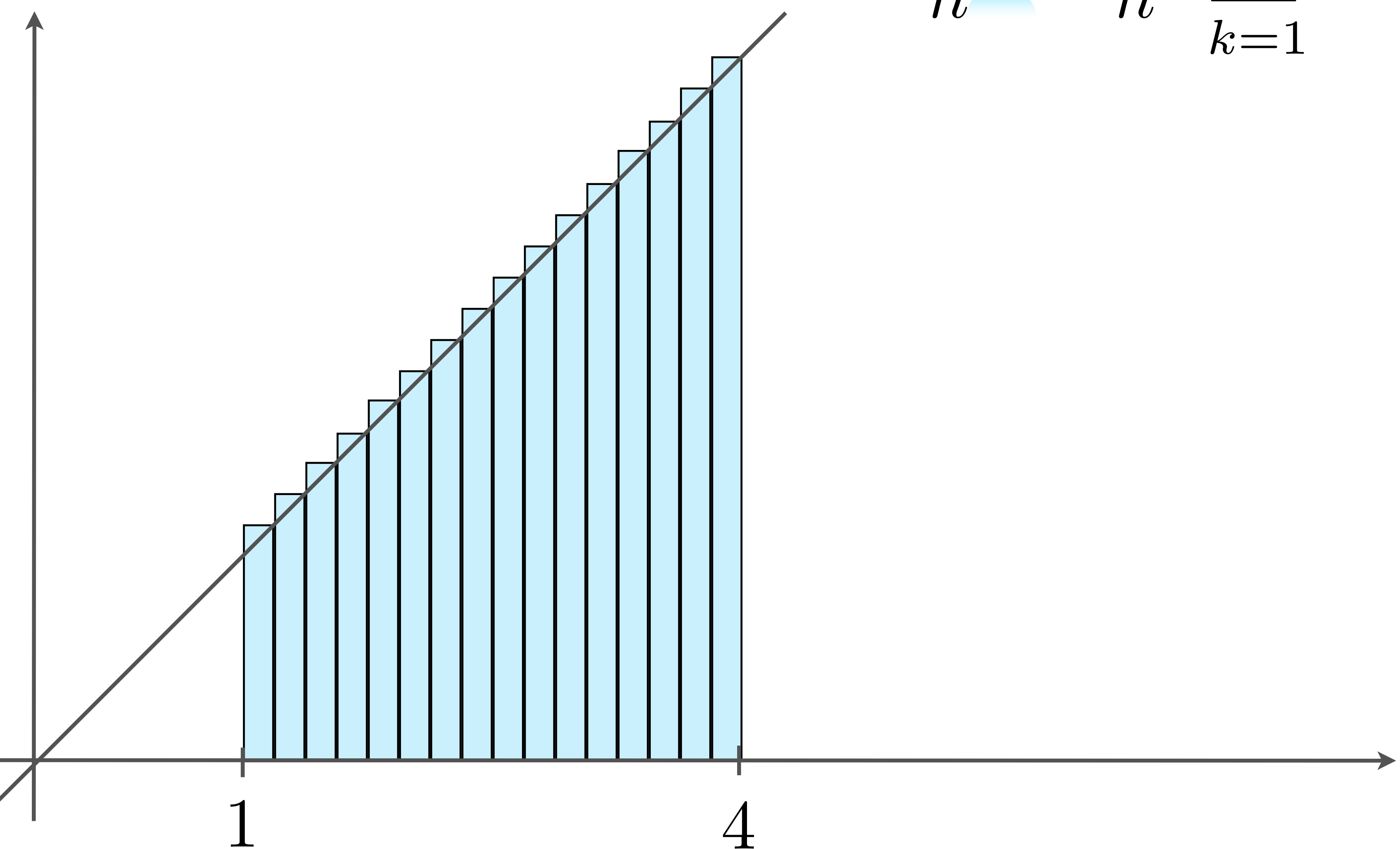
$$= \frac{3}{n}n + \frac{3^2}{n^2}\sum_{k=1}^{n} k$$



Exemple Calculer $\displaystyle\int_1^4 x\ dx$

$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k = \sum_{k=1}^{n} \frac{3}{n} + k\frac{3^2}{n^2} = \frac{3}{n}\sum_{k=1}^{n} 1 + \frac{3^2}{n^2}\sum_{k=1}^{n} k$$

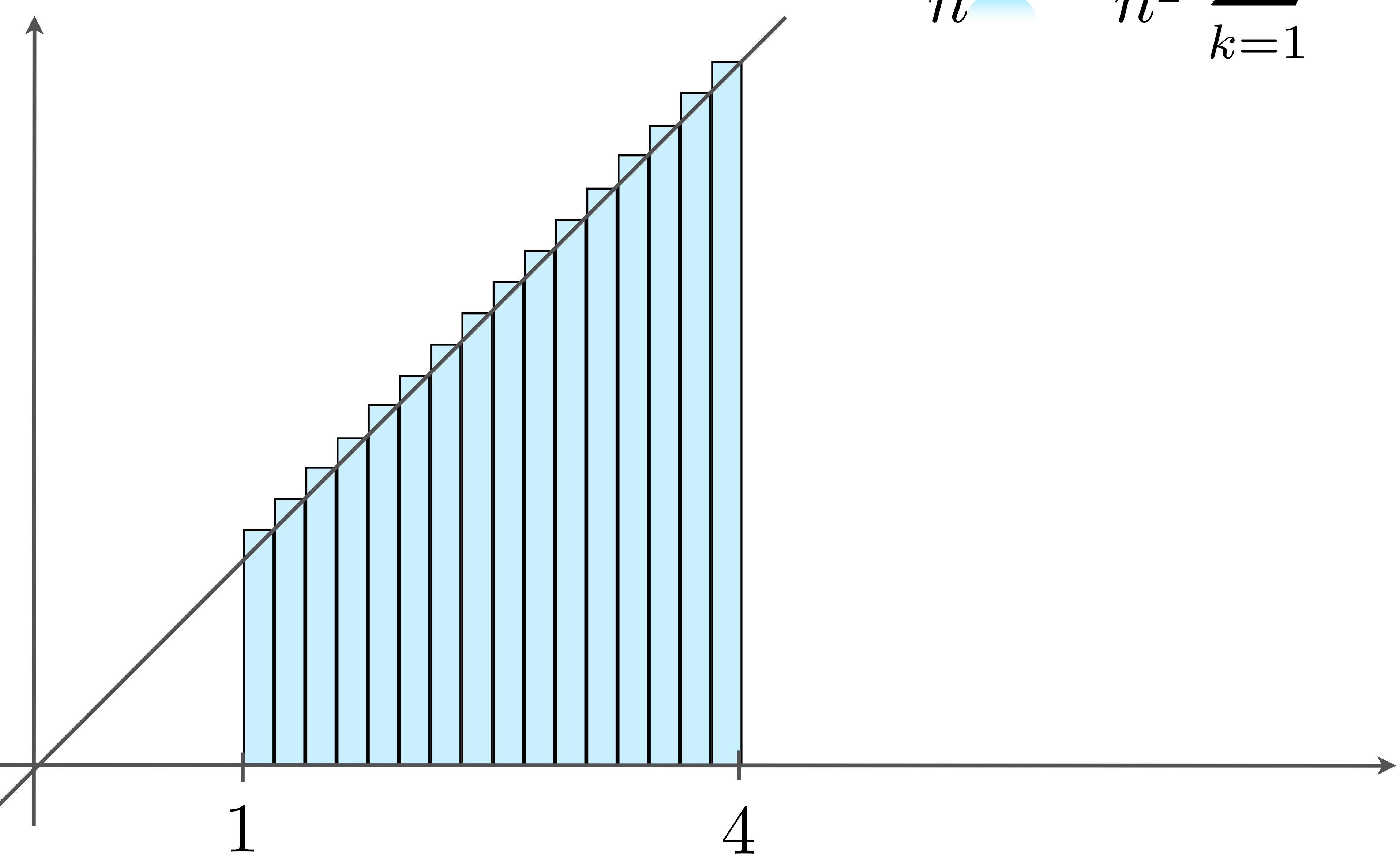
$$= \frac{3}{n}n + \frac{3^2}{n^2}\sum_{k=1}^{n} k$$



Exemple Calculer $\int_1^4 x \; dx$

$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k = \sum_{k=1}^{n} \frac{3}{n} + k\frac{3^2}{n^2} = \frac{3}{n}\sum_{k=1}^{n} 1 + \frac{3^2}{n^2}\sum_{k=1}^{n} k$$

$$= \frac{3}{n} n + \frac{3^2}{n^2}\sum_{k=1}^{n} k = 3 + \frac{3^2}{n^2}\sum_{k=1}^{n} k$$

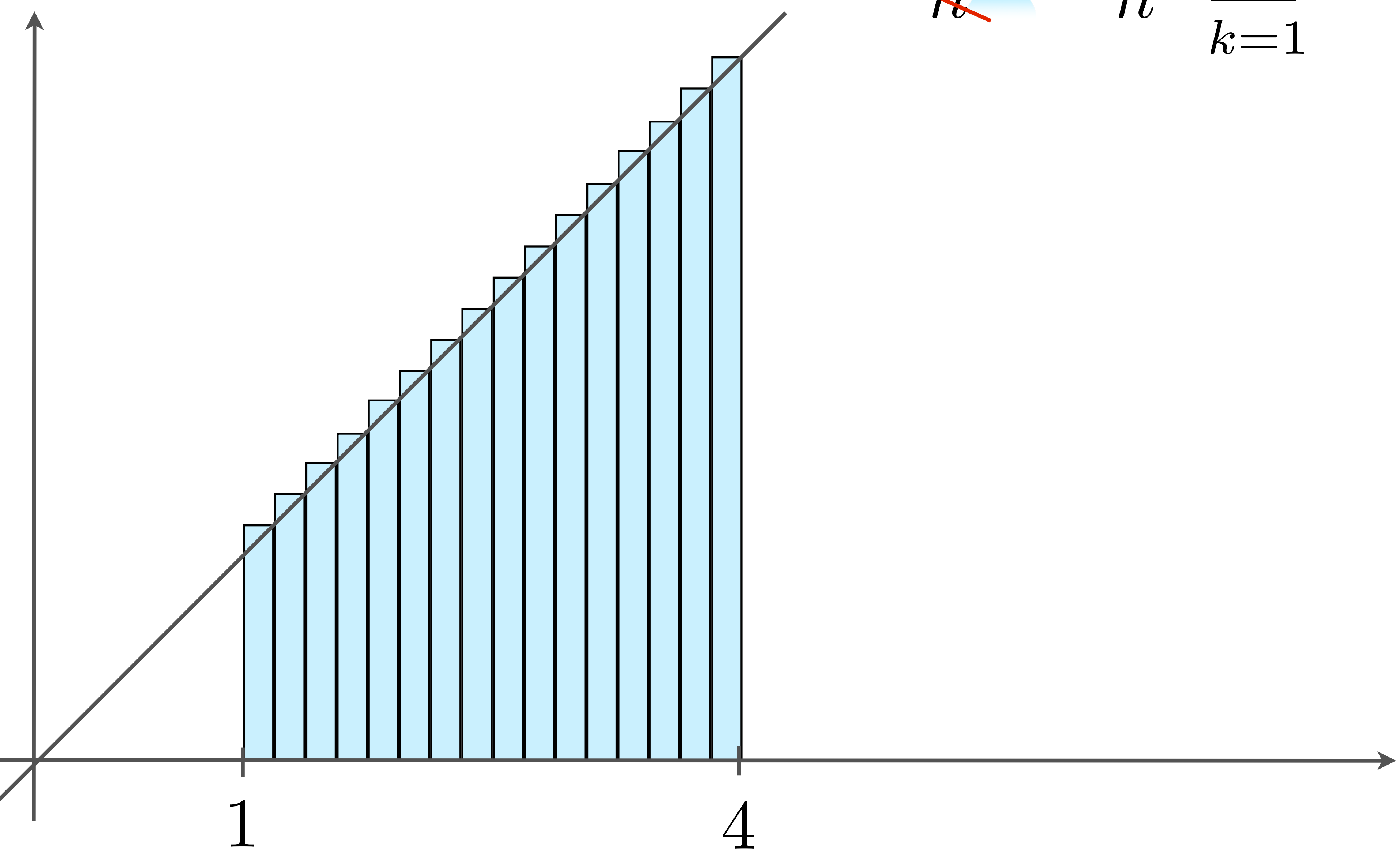


Exemple

Calculer $\displaystyle\int_1^4 x\ dx$

$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k = \sum_{k=1}^{n} \frac{3}{n} + k\frac{3^2}{n^2} = \frac{3}{n}\sum_{k=1}^{n} 1 + \frac{3^2}{n^2}\sum_{k=1}^{n} k$$

$$= \frac{3}{\cancel{n}}\cancel{n} + \frac{3^2}{n^2}\sum_{k=1}^{n} k = 3 + \frac{3^2}{n^2}\sum_{k=1}^{n} k$$

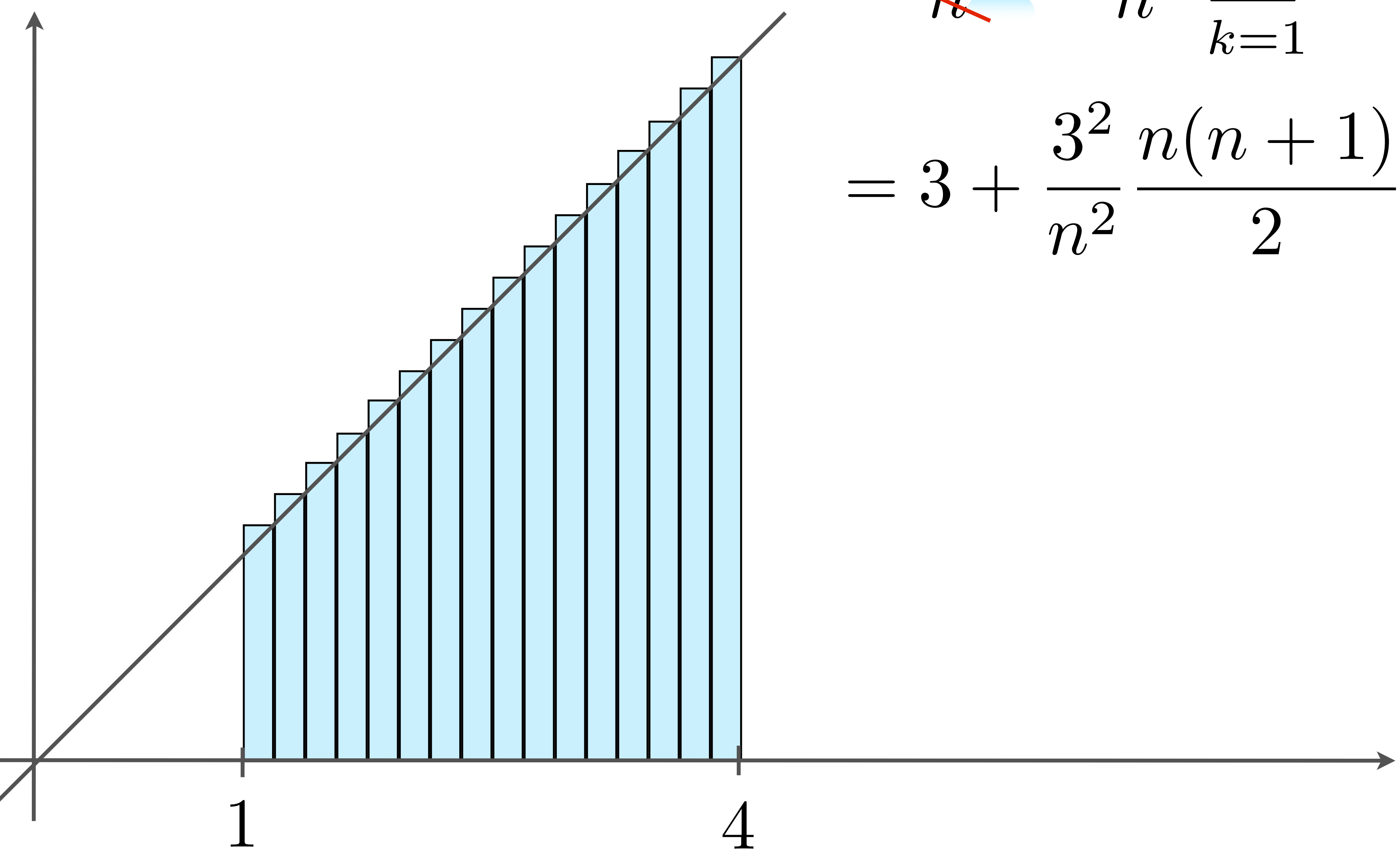


Exemple Calculer $\displaystyle\int_1^4 x\ dx$

$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k = \sum_{k=1}^{n} \frac{3}{n} + k\frac{3^2}{n^2} = \frac{3}{n}\sum_{k=1}^{n} 1 + \frac{3^2}{n^2}\sum_{k=1}^{n} k$$

$$= \frac{3\cancel{n}}{\cancel{n}} + \frac{3^2}{n^2}\sum_{k=1}^{n} k = 3 + \frac{3^2}{n^2}\sum_{k=1}^{n} k$$

$$= 3 + \frac{3^2}{n^2}\frac{n(n+1)}{2}$$

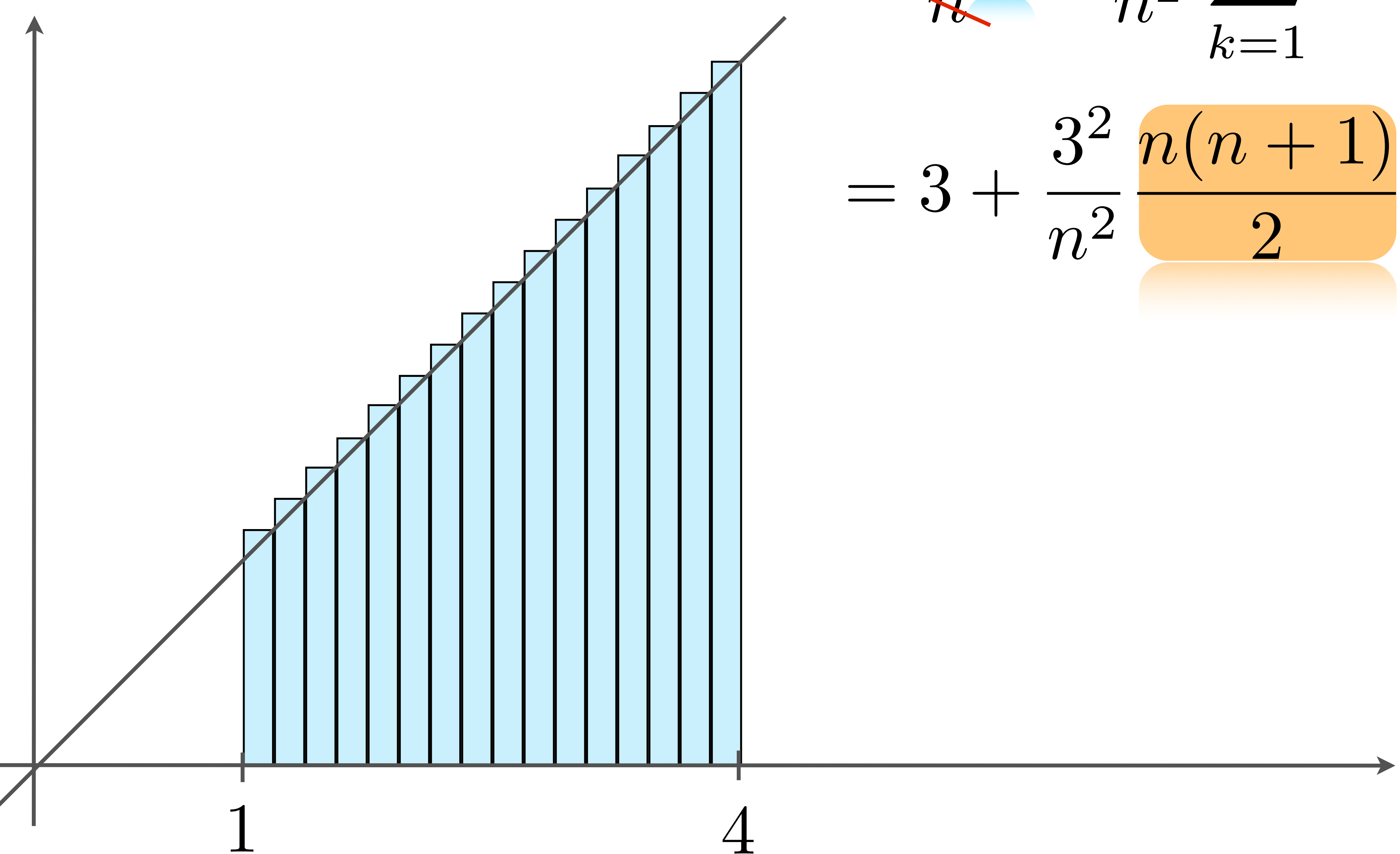


Exemple Calculer $\int_1^4 x\; dx$

$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k = \sum_{k=1}^{n} \frac{3}{n} + k\frac{3^2}{n^2} = \frac{3}{n}\sum_{k=1}^{n} 1 + \frac{3^2}{n^2}\sum_{k=1}^{n} k$$

$$= \frac{3}{\cancel{n}}\cancel{n} + \frac{3^2}{n^2}\sum_{k=1}^{n} k = 3 + \frac{3^2}{n^2}\sum_{k=1}^{n} k$$

$$= 3 + \frac{3^2}{n^2}\,\frac{n(n+1)}{2}$$

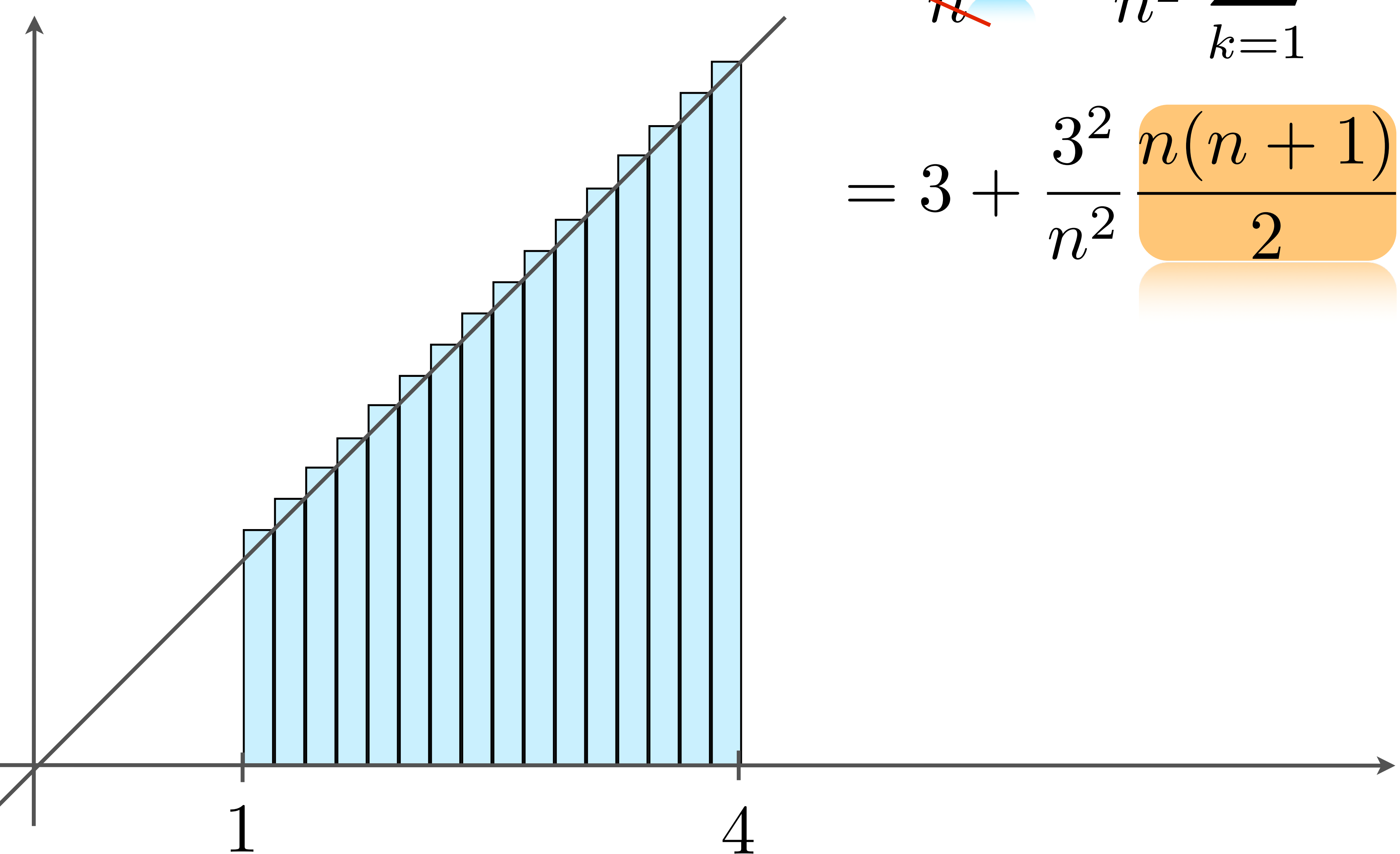


Exemple Calculer $\displaystyle\int_1^4 x\ dx$

$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k = \sum_{k=1}^{n} \frac{3}{n} + k\frac{3^2}{n^2} = \frac{3}{n}\sum_{k=1}^{n} 1 + \frac{3^2}{n^2}\sum_{k=1}^{n} k$$

$$= \frac{3}{\cancel{n}}\cancel{n} + \frac{3^2}{n^2}\sum_{k=1}^{n} k = 3 + \frac{3^2}{n^2}\sum_{k=1}^{n} k$$

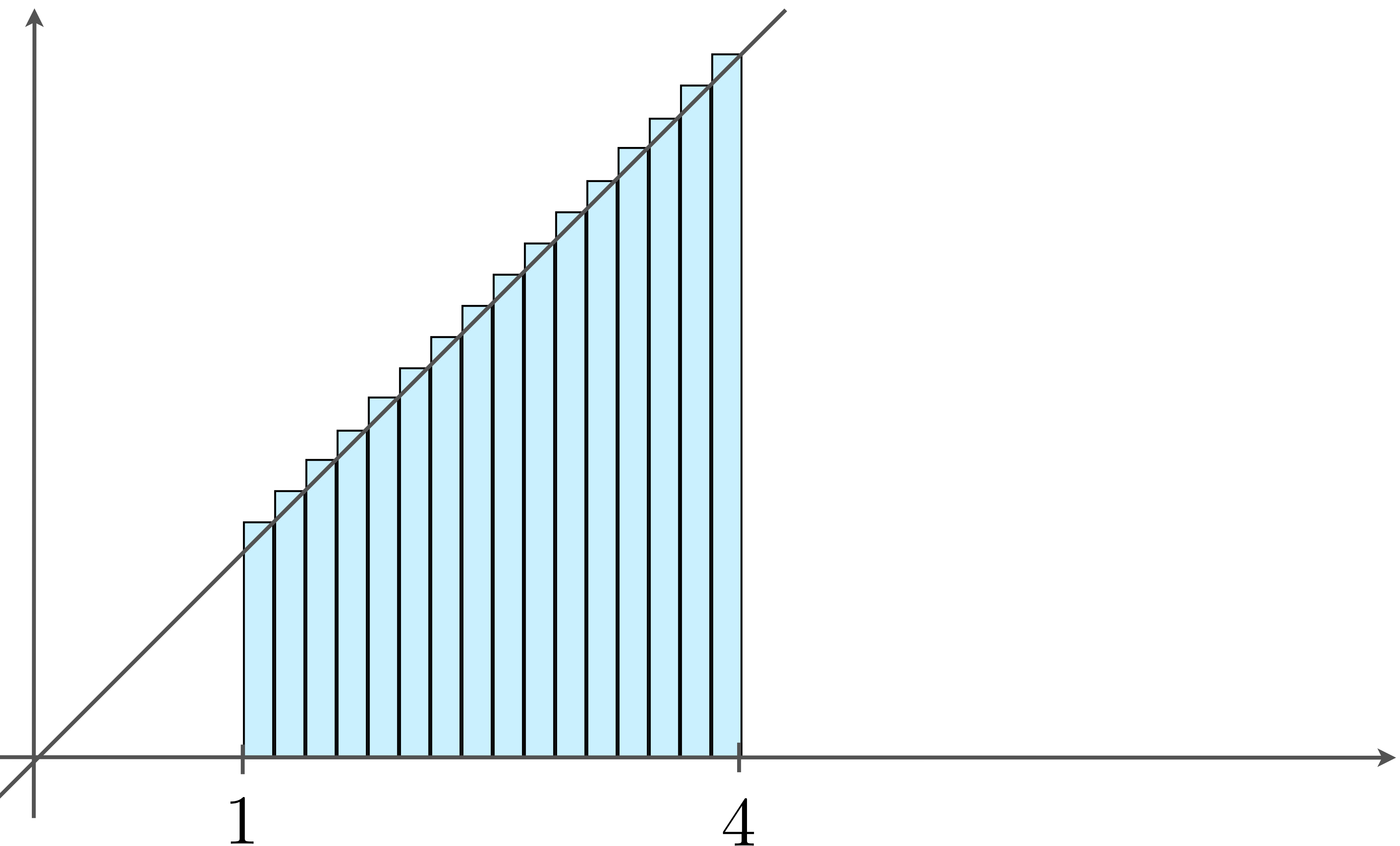
$$= 3 + \frac{3^2}{n^2}\frac{n(n+1)}{2} = 3 + \frac{3^2 n(n+1)}{2n^2}$$



Exemple

Calculer $\displaystyle\int_1^4 x \; dx$

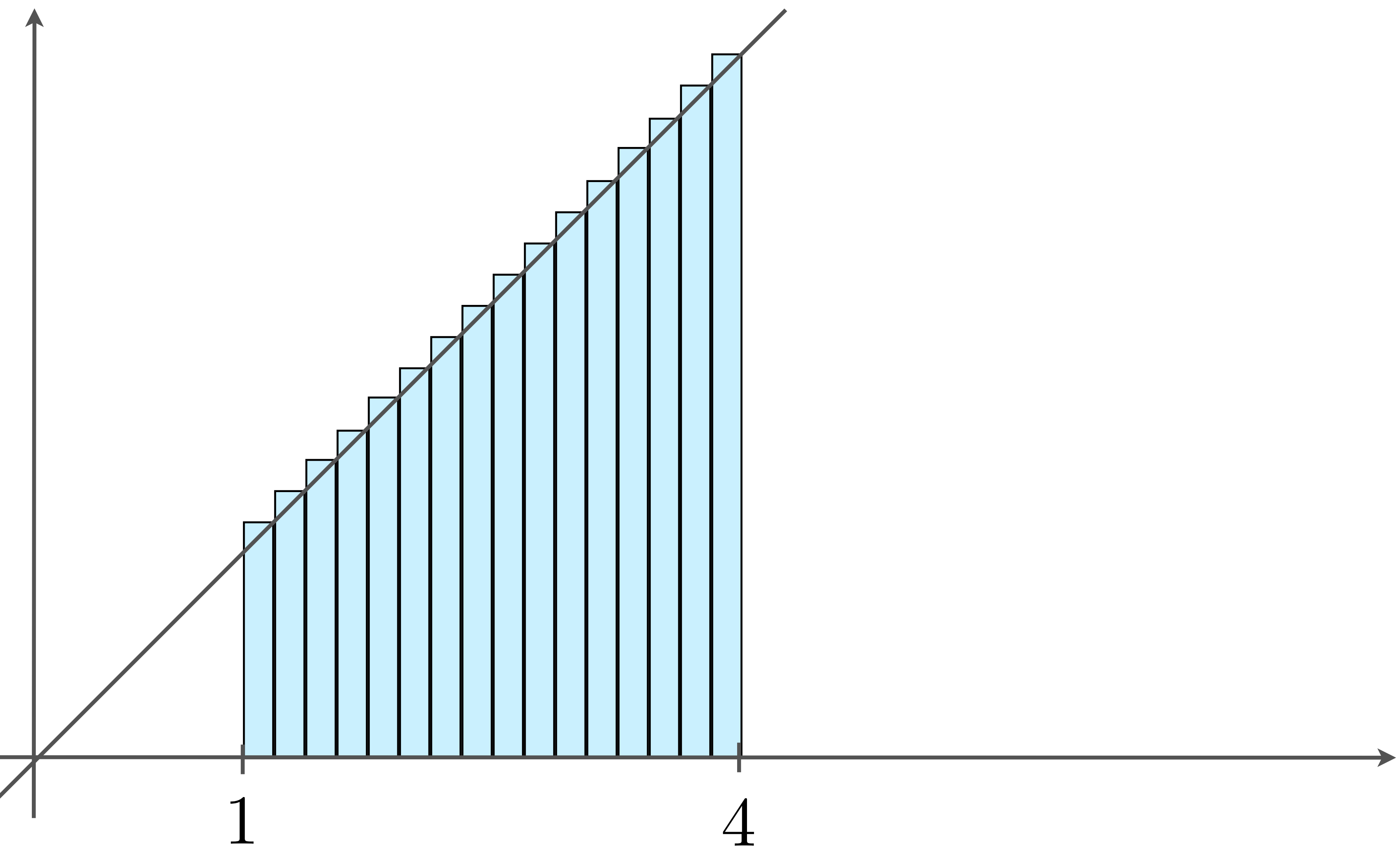
$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k = 3 + \frac{3^2 n(n+1)}{2n^2}$$



Exemple

Calculer $\displaystyle\int_1^4 x\ dx = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k$

$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k = 3 + \frac{3^2 n(n+1)}{2n^2}$$

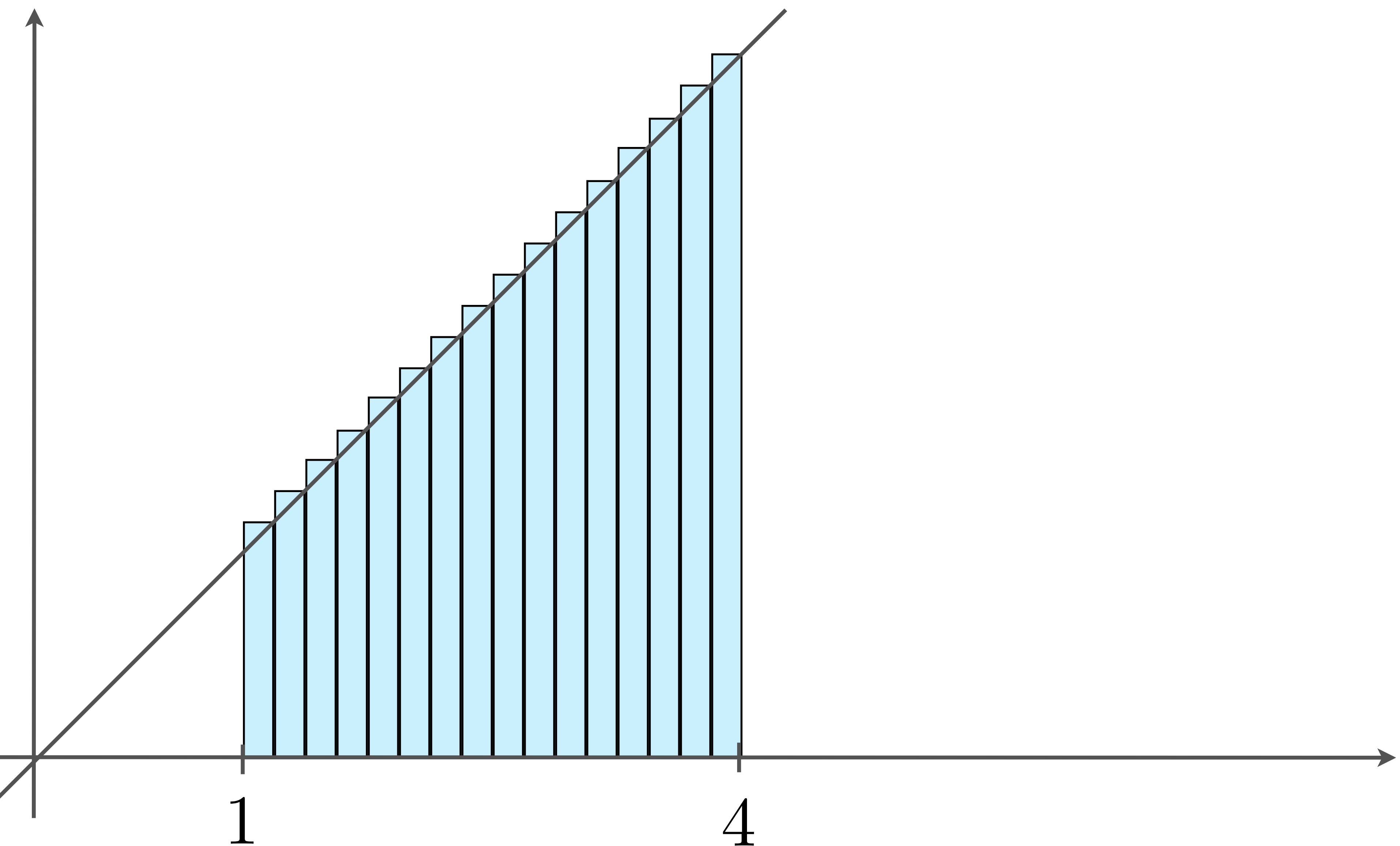


Exemple

Calculer $\int_1^4 x \; dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k$

$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k = 3 + \frac{3^2 n(n+1)}{2n^2}$$

$$\lim_{n\to\infty} 3 + \frac{9n(n+1)}{2n^2}$$



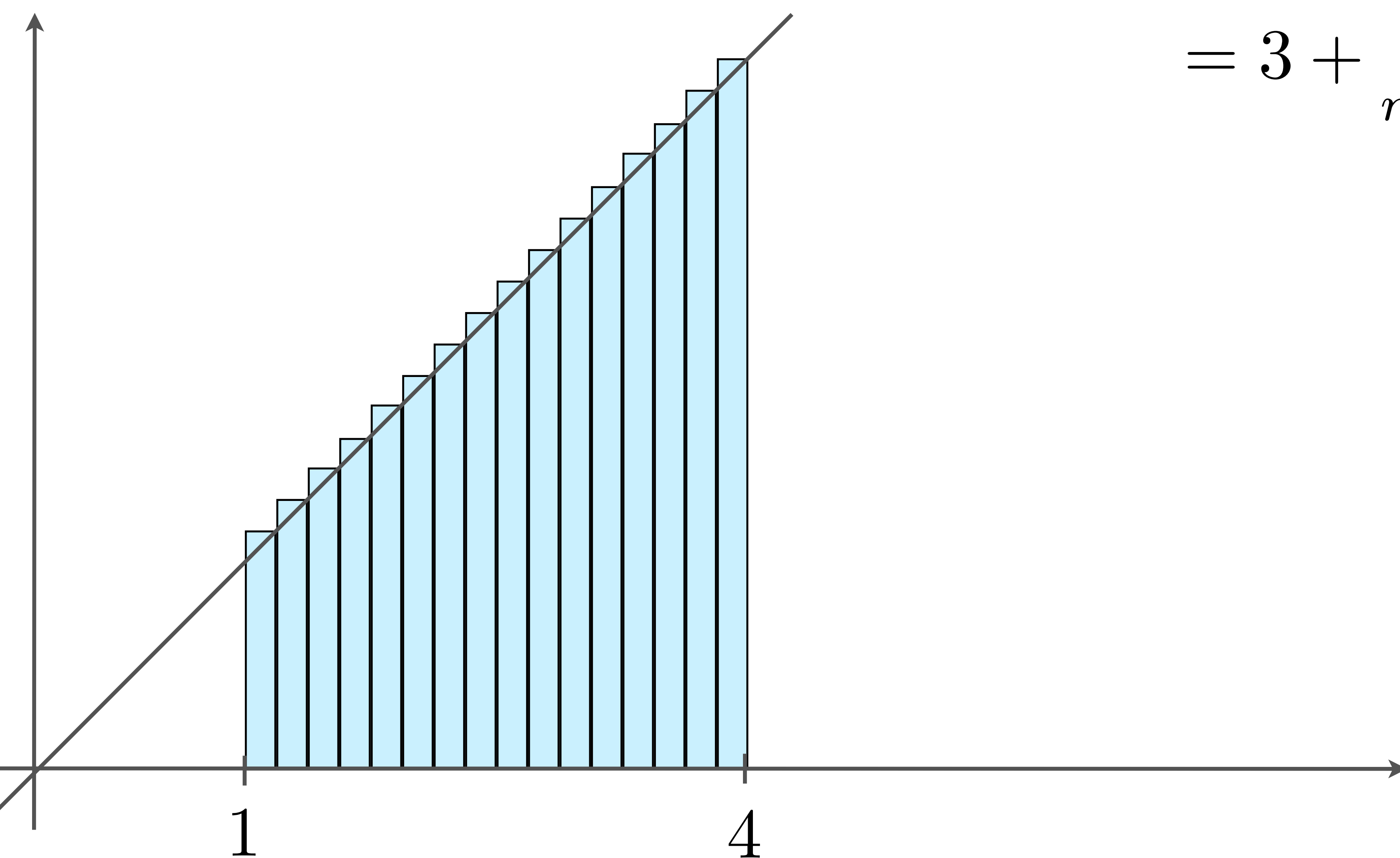
Exemple

Calculer $\displaystyle\int_1^4 x\ dx = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k$

$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k = 3 + \frac{3^2 n(n+1)}{2n^2}$$

$$\lim_{n\to\infty} 3 + \frac{9n(n+1)}{2n^2}$$

$$= 3 + \lim_{n\to\infty}\frac{9n^2(1+\frac{1}{n})}{2n^2}$$



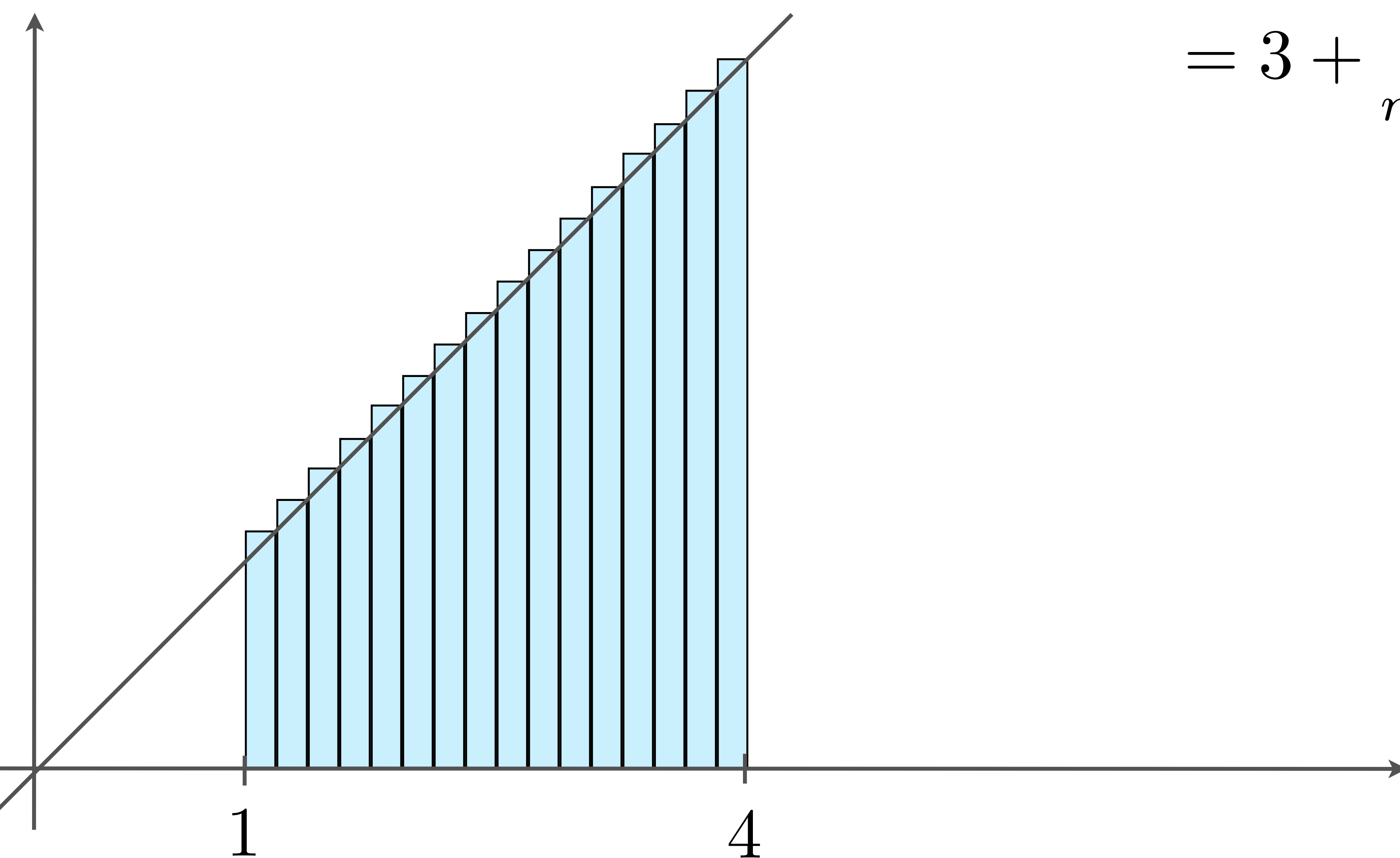
Exemple

Calculer $\displaystyle\int_1^4 x \; dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k$

$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k = 3 + \frac{3^2 n(n+1)}{2n^2}$$

$$\lim_{n\to\infty} 3 + \frac{9n(n+1)}{2n^2}$$

$$= 3 + \lim_{n\to\infty} \frac{9\cancel{n}^2(1+\frac{1}{n})}{2\cancel{n}^2}$$



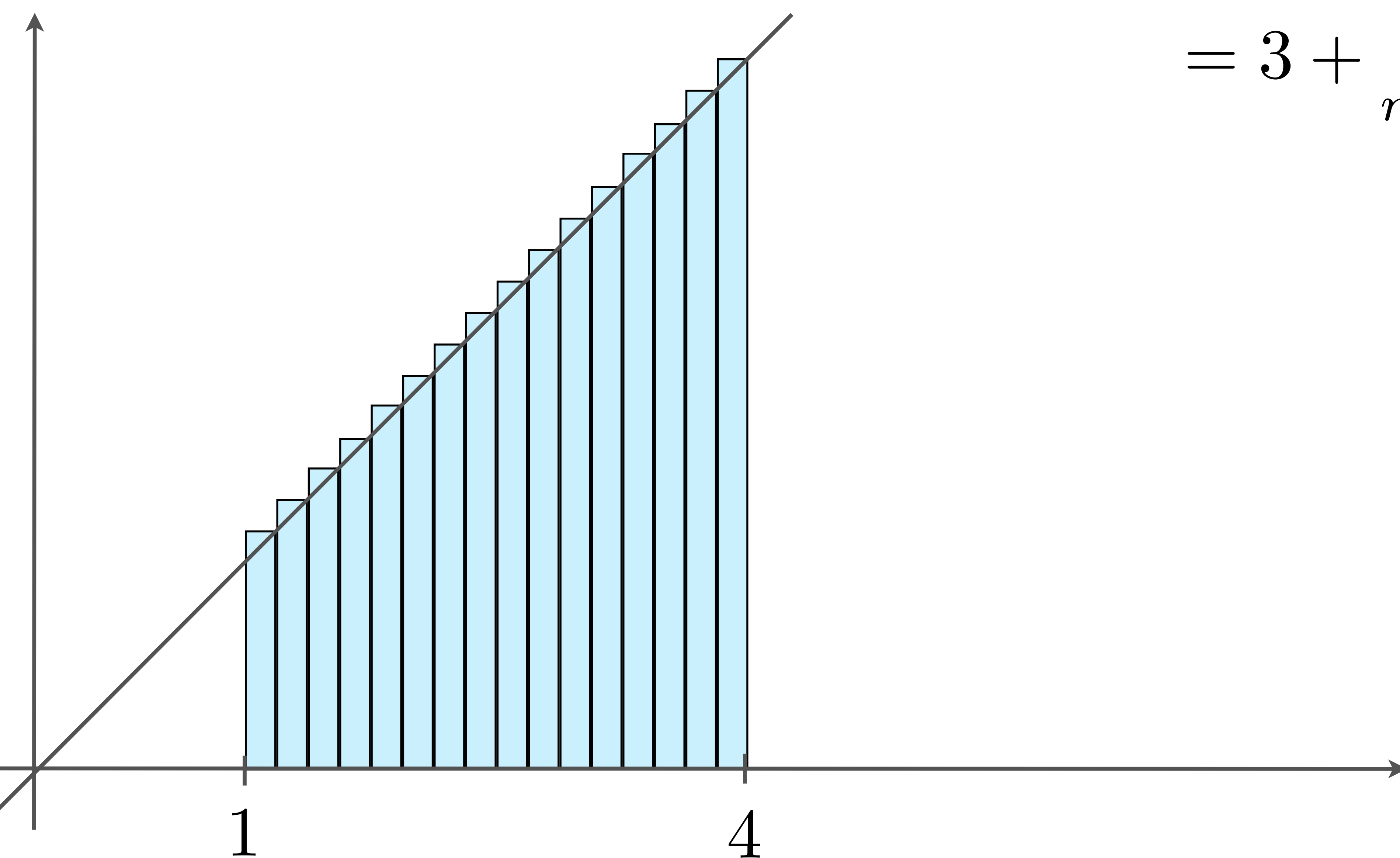
Exemple

Calculer $\displaystyle\int_1^4 x\ dx = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k$

$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k = 3 + \frac{3^2 n(n+1)}{2n^2}$$

$$\lim_{n\to\infty} 3 + \frac{9n(n+1)}{2n^2}$$

$$= 3 + \lim_{n\to\infty} \frac{9\cancel{n^2}(1+\cancelto{0}{\frac{1}{n}})}{2\cancel{n^2}}$$



Exemple

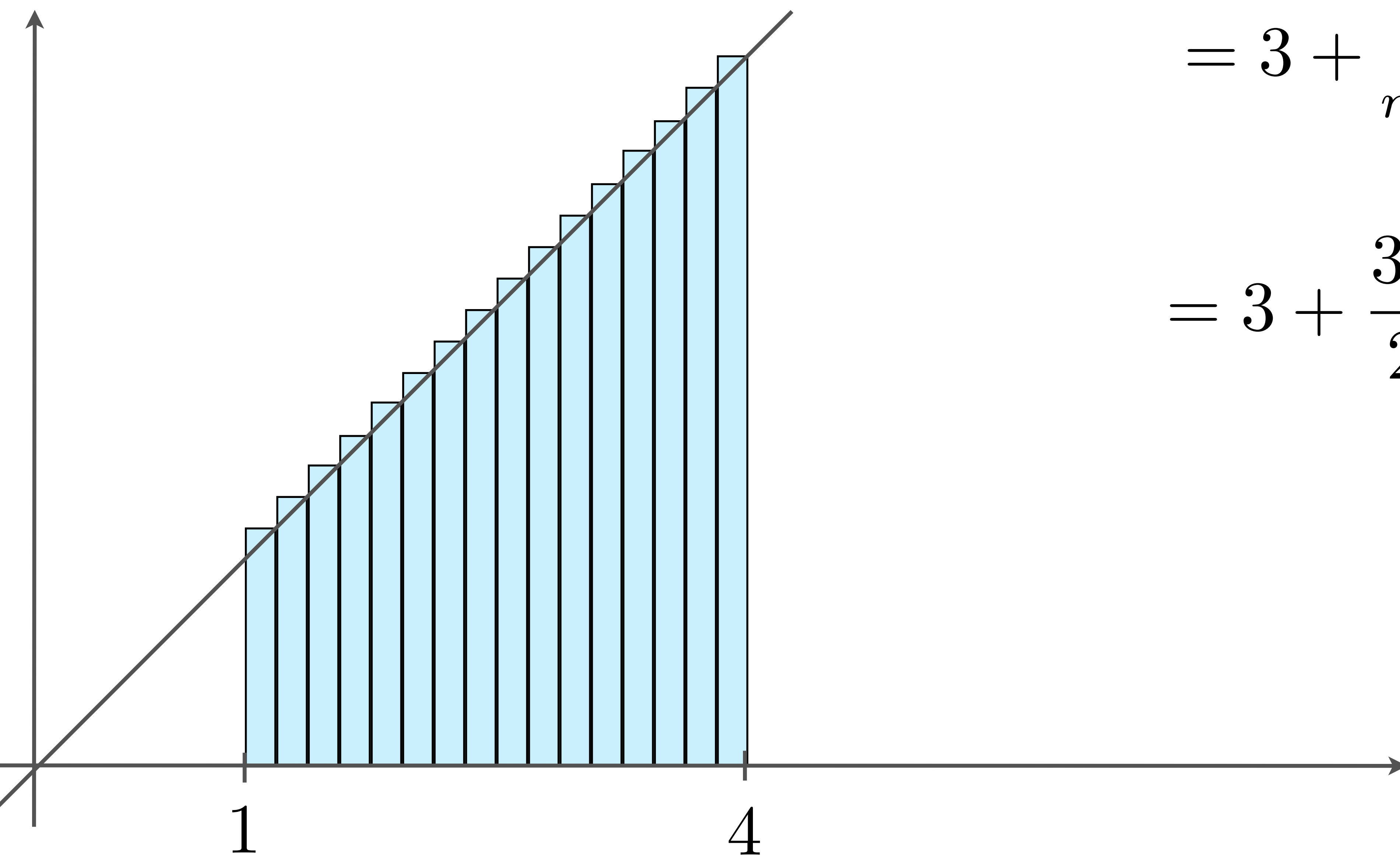
Calculer $\displaystyle\int_1^4 x\ dx \quad = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k$

$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k = 3 + \frac{3^2 n(n+1)}{2n^2}$$

$$\lim_{n\to\infty} 3 + \frac{9n(n+1)}{2n^2}$$

$$= 3 + \lim_{n\to\infty} \frac{9\cancel{n}^2(1+\cancelto{0}{\frac{1}{n}})}{2\cancel{n}^2}$$

$$= 3 + \frac{3^2}{2}$$



Exemple

Calculer $\int_1^4 x\ dx \quad = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k$

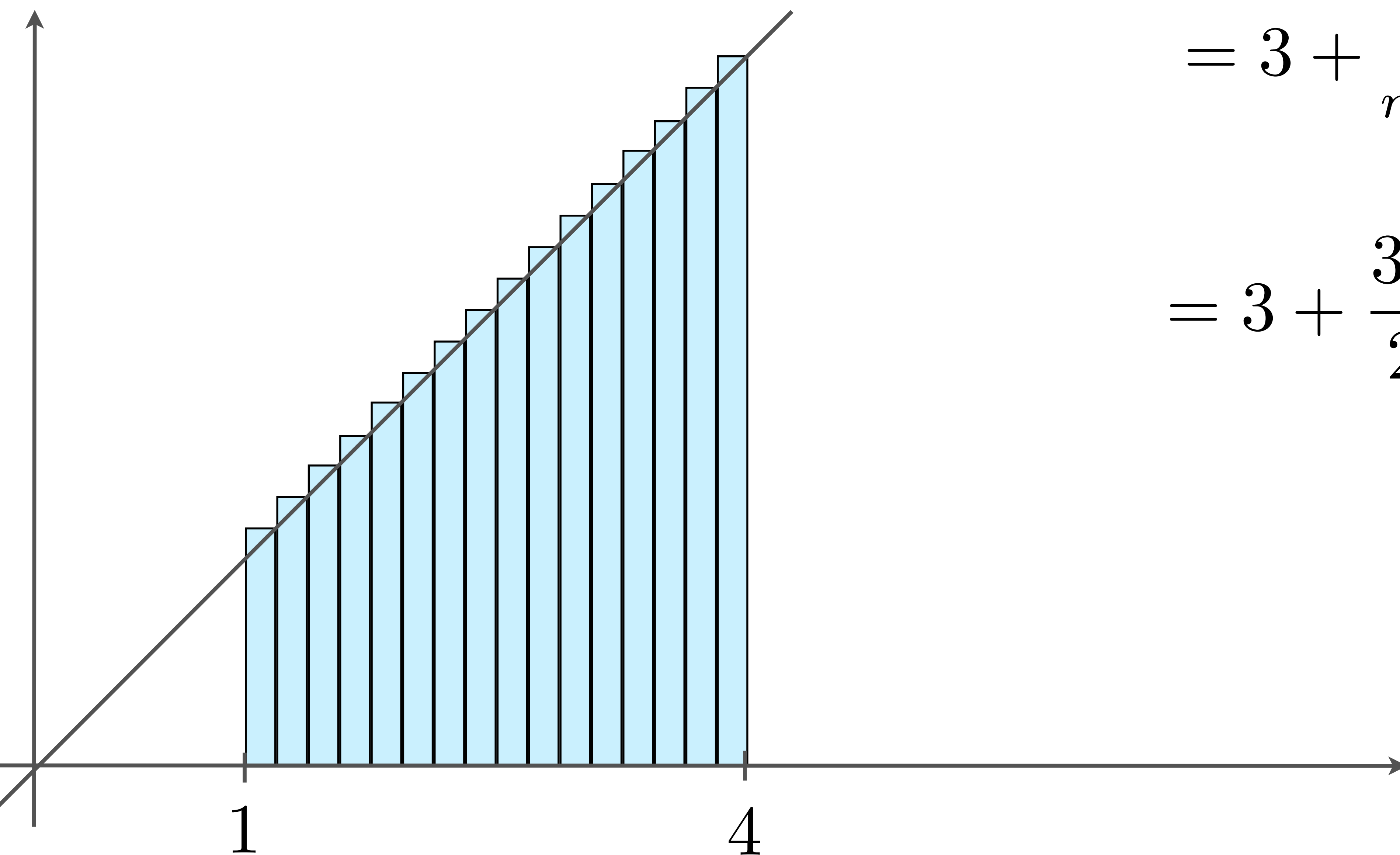
$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k = 3 + \frac{3^2 n(n+1)}{2n^2}$$

$$\lim_{n\to\infty} 3 + \frac{9n(n+1)}{2n^2}$$

0

$$= 3 + \lim_{n\to\infty} \frac{9\cancel{n}^2(1+\frac{1}{n})}{2\cancel{n}^2}$$

$$= 3 + \frac{3^2}{2} \quad = \frac{6+9}{2}$$



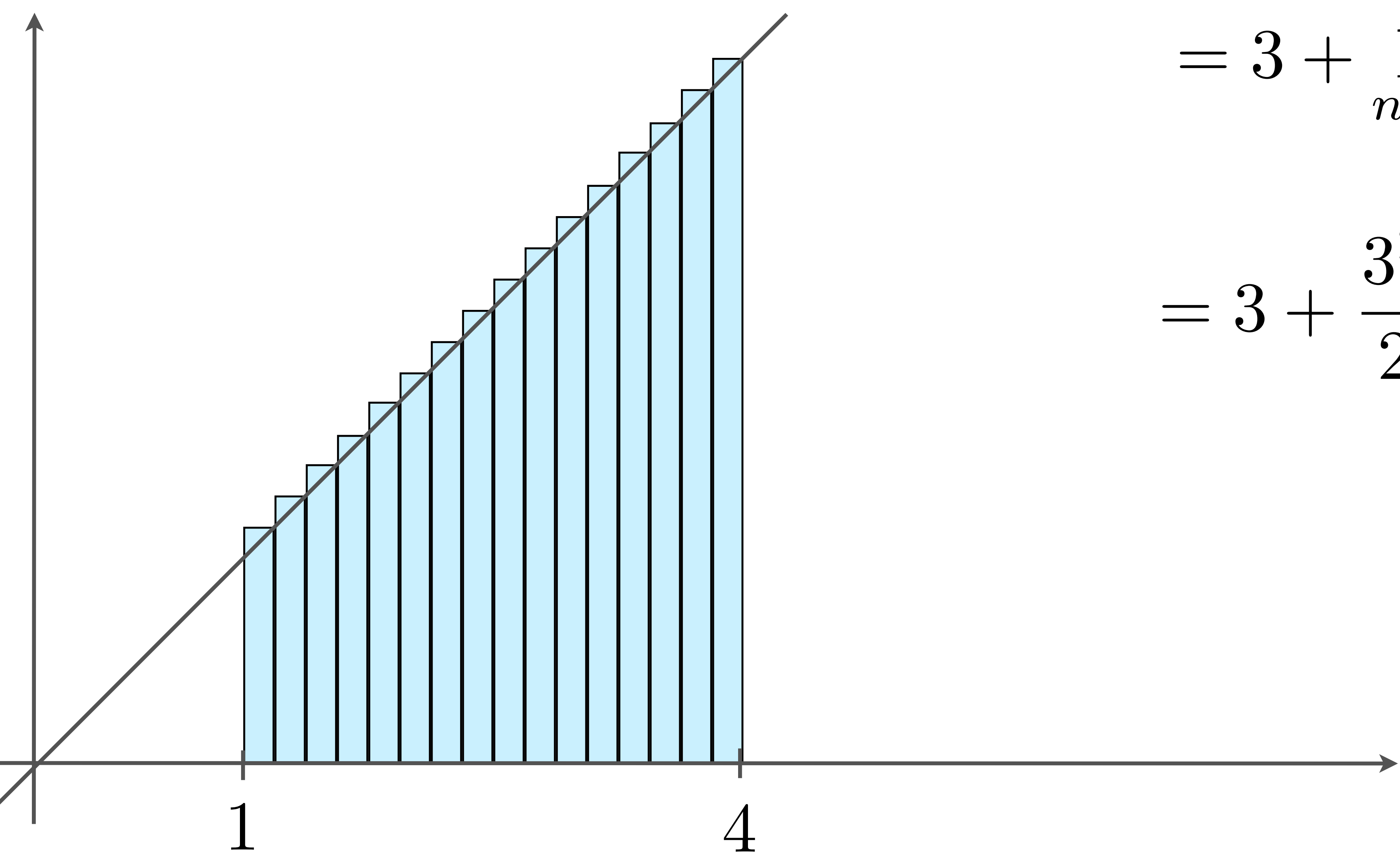
Exemple Calculer $\int_1^4 x \, dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k$

$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k = 3 + \frac{3^2 n(n+1)}{2n^2}$$

$$\lim_{n\to\infty} 3 + \frac{9n(n+1)}{2n^2}$$

$$= 3 + \lim_{n\to\infty} \frac{9\cancel{n}^2(1+\overset{0}{\cancel{\frac{1}{n}}})}{2\cancel{n}^2}$$

$$= 3 + \frac{3^2}{2} = \frac{6+9}{2} = \frac{15}{2}$$



Exemple

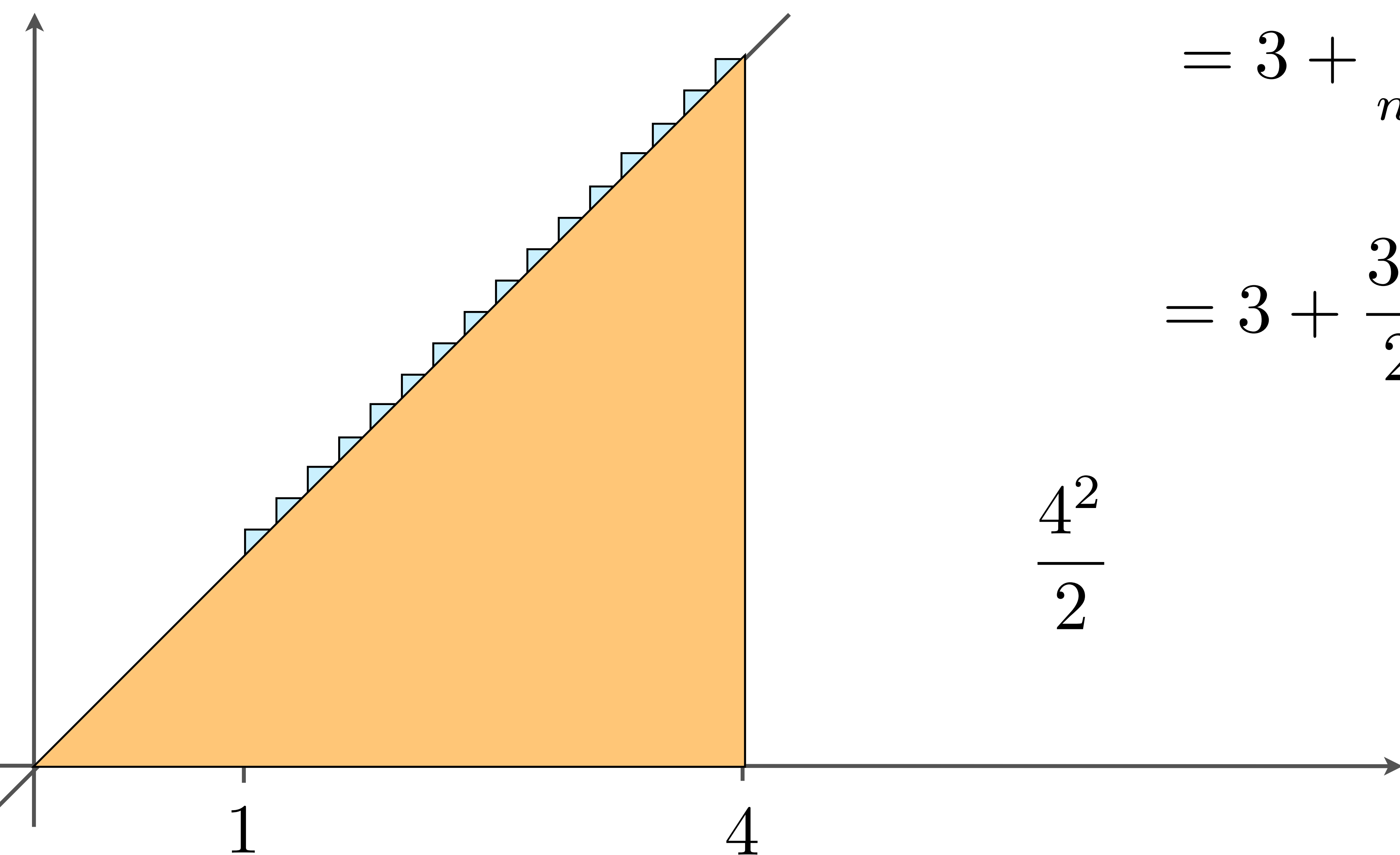
Calculer $\displaystyle\int_1^4 x\ dx \quad = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k$

$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k = 3 + \frac{3^2 n(n+1)}{2n^2}$$

$$\lim_{n\to\infty} 3 + \frac{9n(n+1)}{2n^2}$$

$$= 3 + \lim_{n\to\infty} \frac{9\cancel{n}^2\left(1+\overset{0}{\cancel{\frac{1}{n}}}\right)}{2\cancel{n}^2}$$

$$= 3 + \frac{3^2}{2} \quad = \frac{6+9}{2} \quad = \frac{15}{2}$$



$$\frac{4^2}{2}$$

Exemple

Calculer $\displaystyle\int_1^4 x\ dx \;=\; \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k$

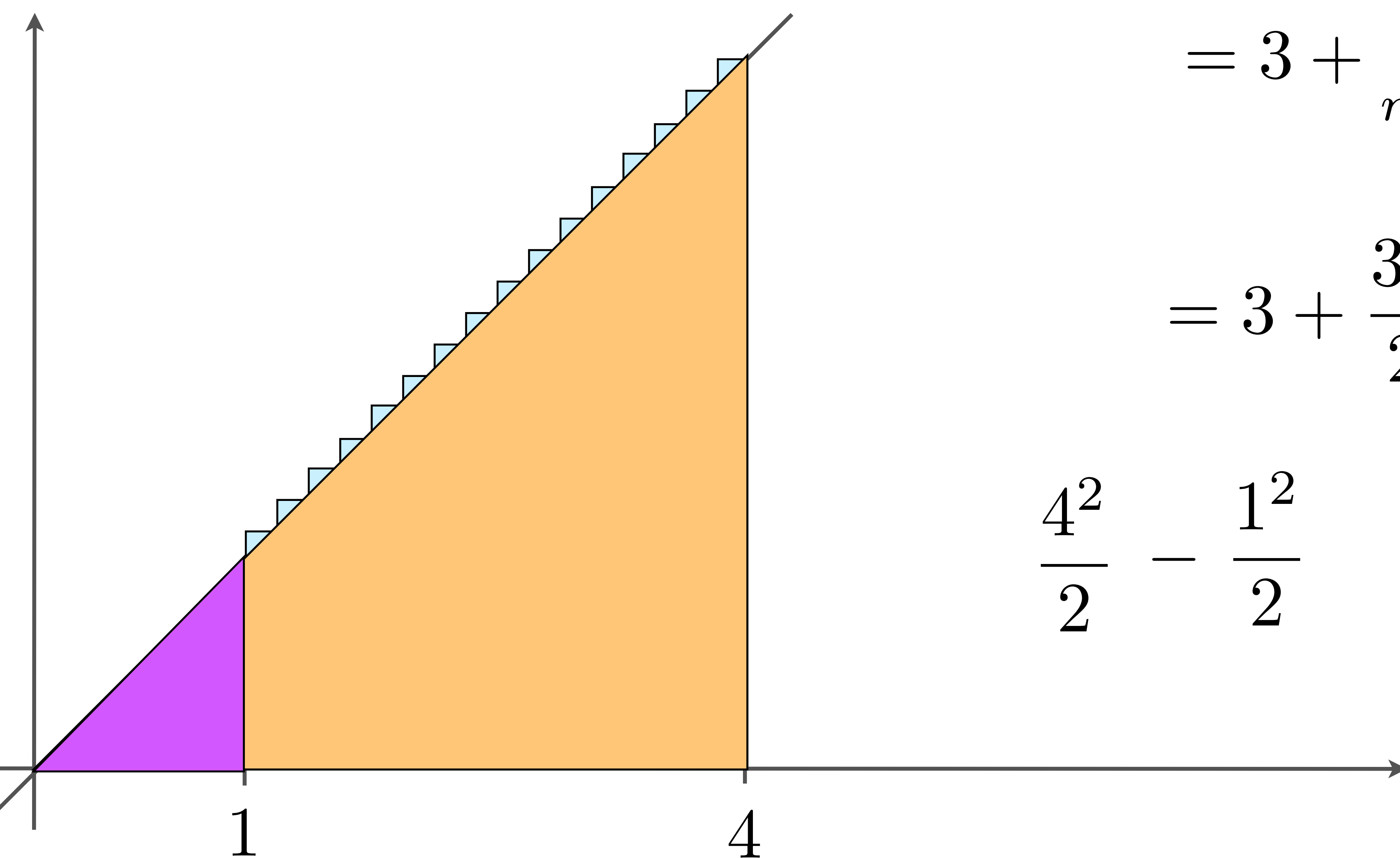
$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k = 3 + \frac{3^2 n(n+1)}{2n^2}$$

$$\lim_{n\to\infty} 3 + \frac{9n(n+1)}{2n^2}$$

$$= 3 + \lim_{n\to\infty} \frac{9\cancel{n}^2(1+\overset{0}{\cancel{\tfrac{1}{n}}})}{2\cancel{n}^2}$$

$$= 3 + \frac{3^2}{2} \;=\; \frac{6+9}{2} \;=\; \frac{15}{2}$$

$$\frac{4^2}{2} - \frac{1^2}{2}$$



Exemple Calculer $\displaystyle\int_1^4 x\ dx = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k$

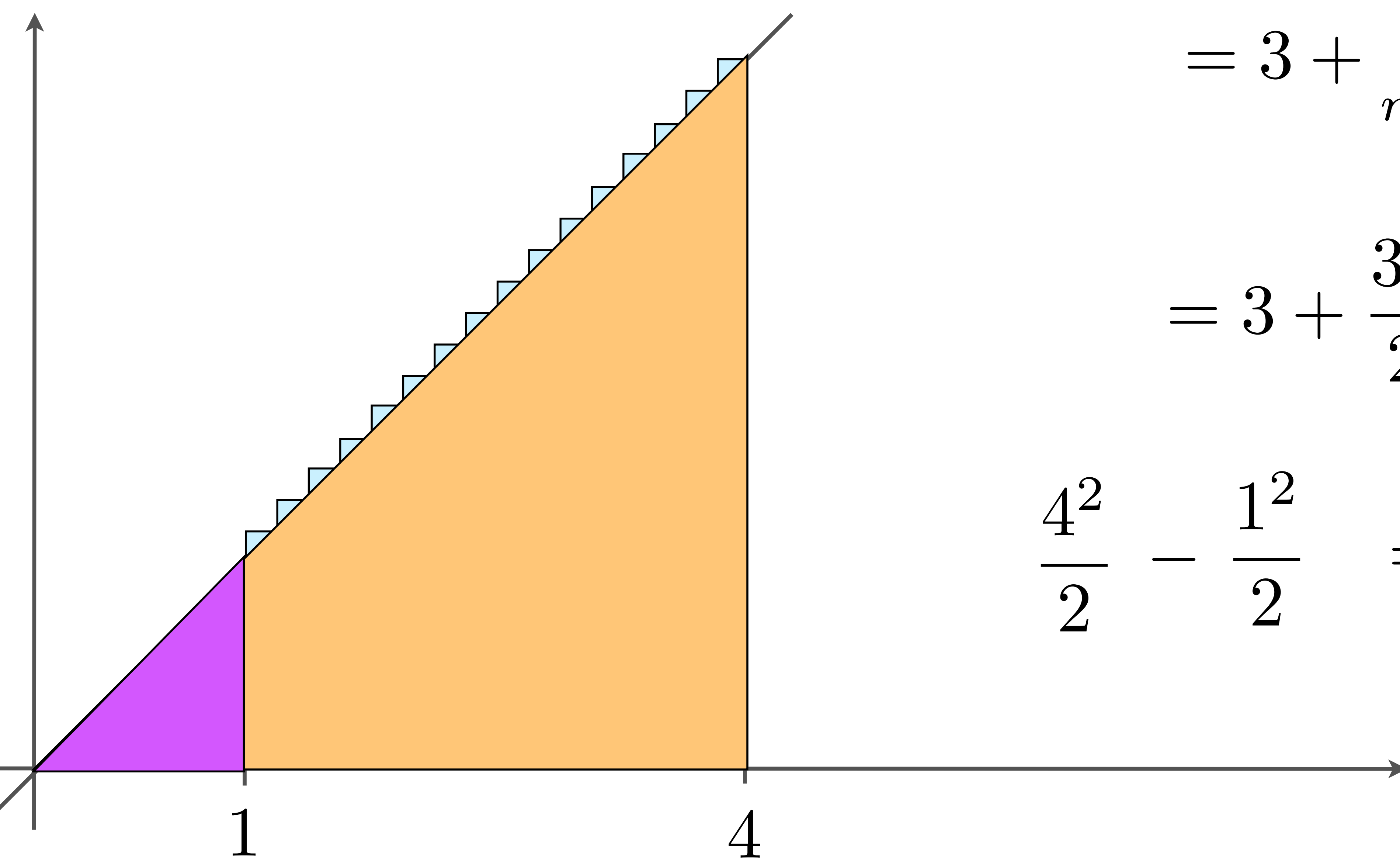
$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k = 3 + \frac{3^2 n(n+1)}{2n^2}$$

$$\lim_{n\to\infty} 3 + \frac{9n(n+1)}{2n^2}$$

$$= 3 + \lim_{n\to\infty} \frac{9\cancel{n}^2(1+\overset{0}{\cancel{\tfrac{1}{n}}})}{2\cancel{n}^2}$$

$$= 3 + \frac{3^2}{2} = \frac{6+9}{2} = \frac{15}{2}$$

$$\frac{4^2}{2} - \frac{1^2}{2} = \frac{16-1}{2}$$



Exemple

Calculer $\int_1^4 x\ dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k$

$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k = 3 + \frac{3^2 n(n+1)}{2n^2}$$

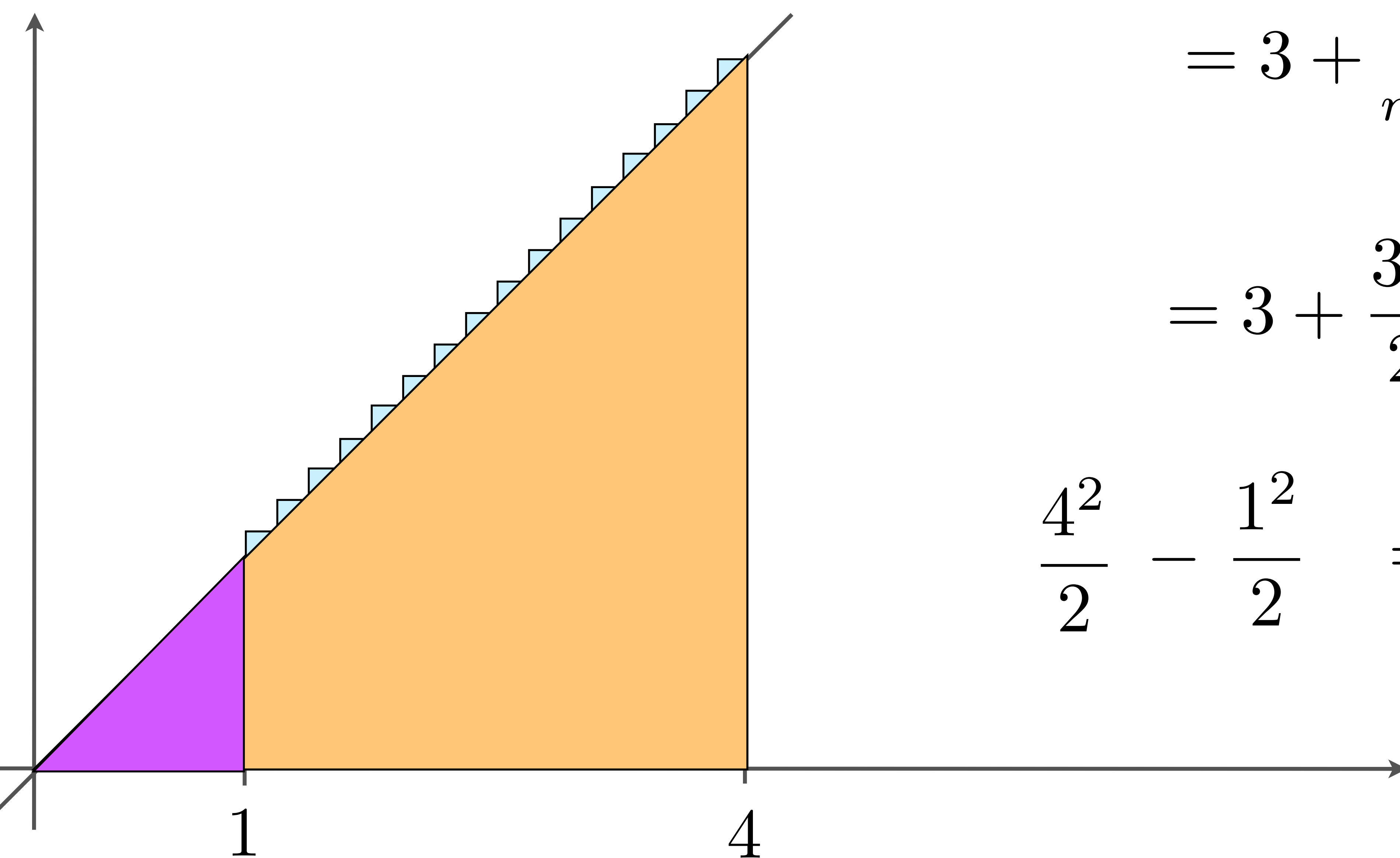
$$\lim_{n\to\infty} 3 + \frac{9n(n+1)}{2n^2}$$

$$= 3 + \lim_{n\to\infty} \frac{9\cancel{n}^2(1+\frac{1}{n})}{2\cancel{n}^2}$$

0

$$= 3 + \frac{3^2}{2} = \frac{6+9}{2} = \frac{15}{2}$$

$$\frac{4^2}{2} - \frac{1^2}{2} = \frac{16-1}{2} = \frac{15}{2}$$



Faites les exercices suivants

Section 1.5 # 27 et 28

Ouin, ça marche, mais ce n’est pas simple!

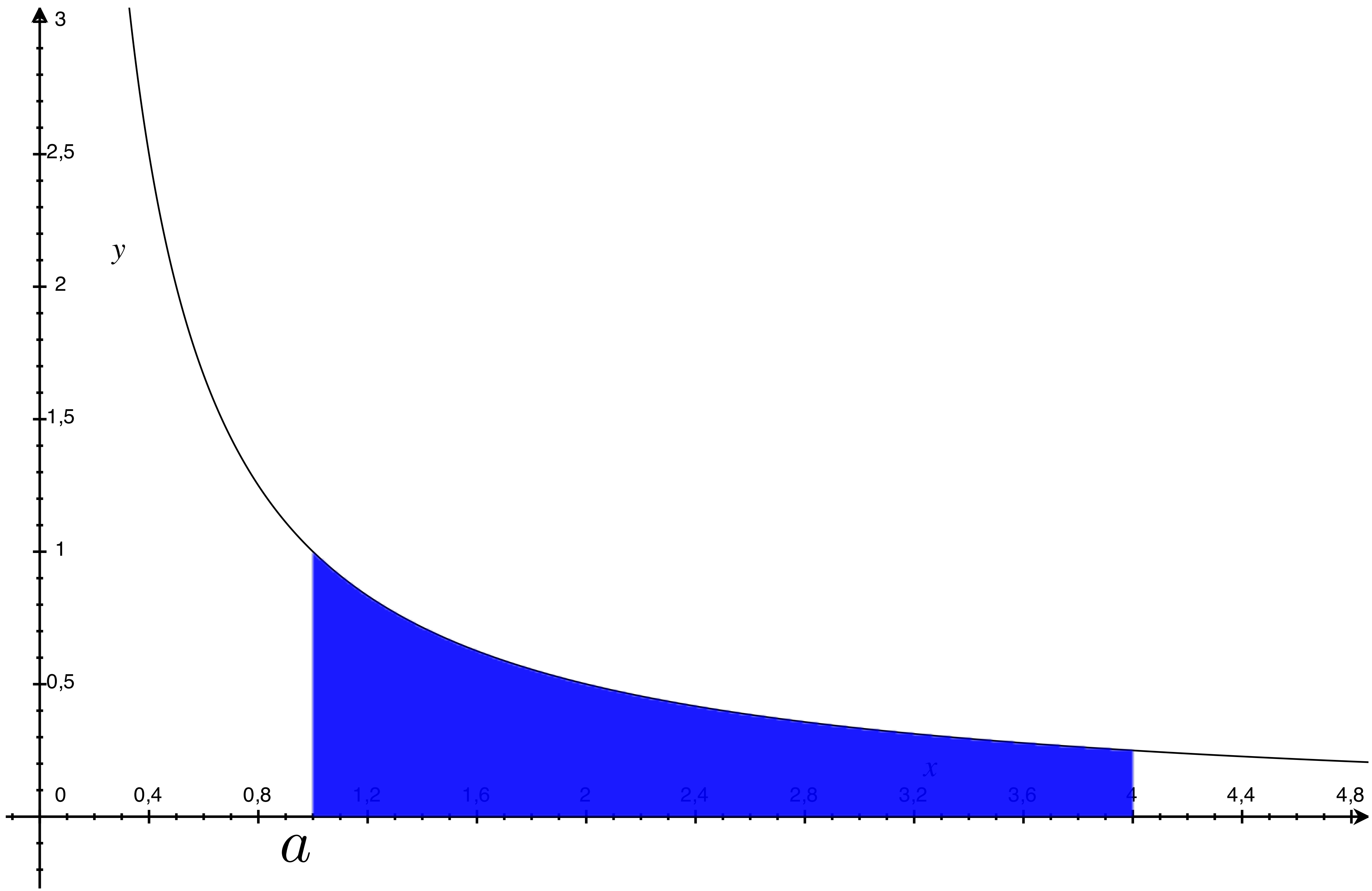
Ouin, ça marche, mais ce n’est pas simple!

Ça serait bien d’avoir une méthode pour faire tout ça qui soit moins compliquée.

$$A(x) =$$

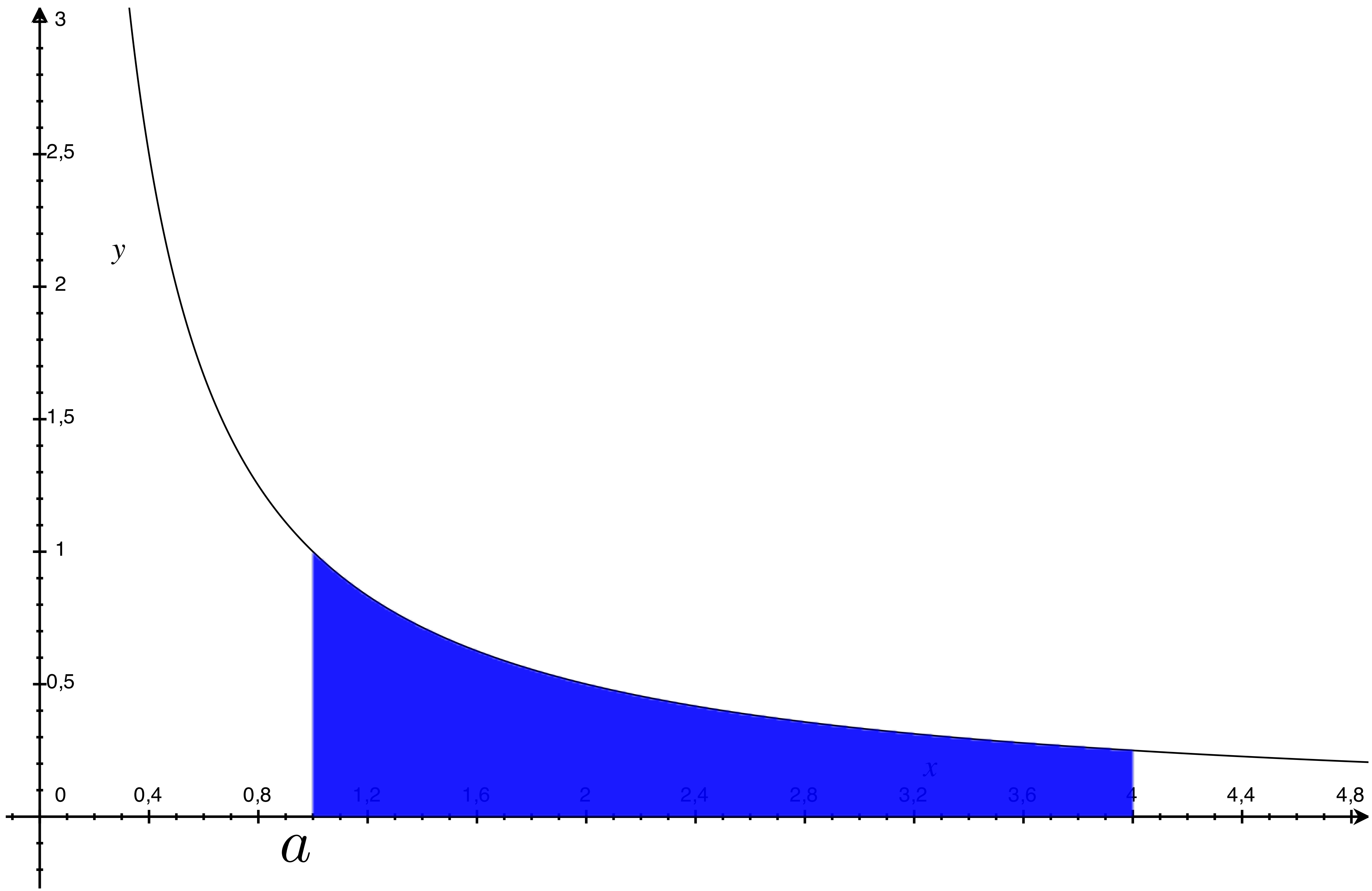
$$A(x) = A_{(f(x),a)}(x) = \int_a^x f(x)\ dx$$

$$A(x) = A_{(f(x),a)}(x) = \int_a^x f(x)\ dx$$



$$A(x) = A_{(f(x),a)}(x) = \int_a^x f(x)\ dx$$

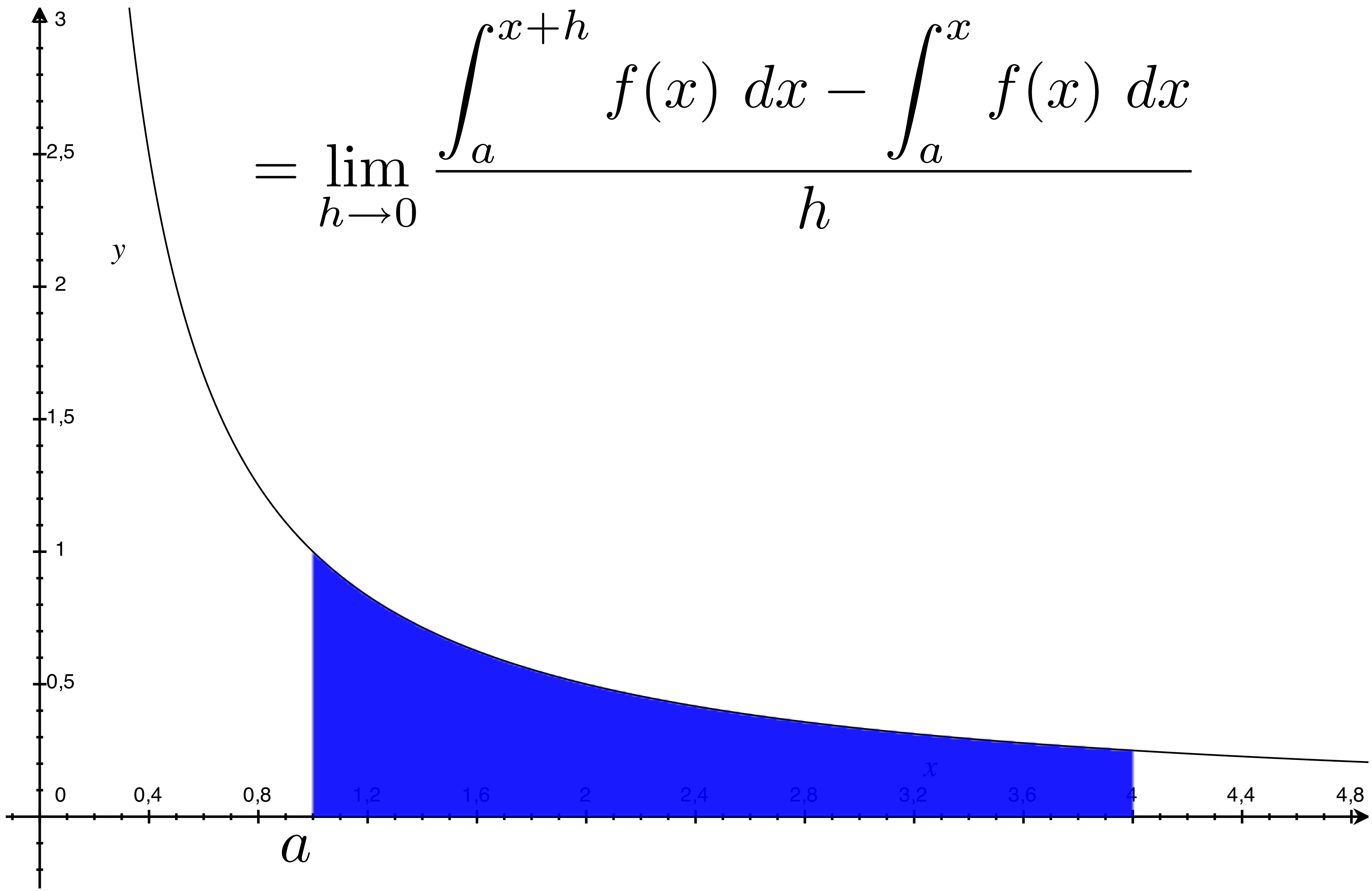
$$A'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{A(x+h) - A(x)}{h}$$



$$A(x) = A_{(f(x),a)}(x) = \int_a^x f(x)\, dx$$

$$A'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{A(x+h) - A(x)}{h}$$

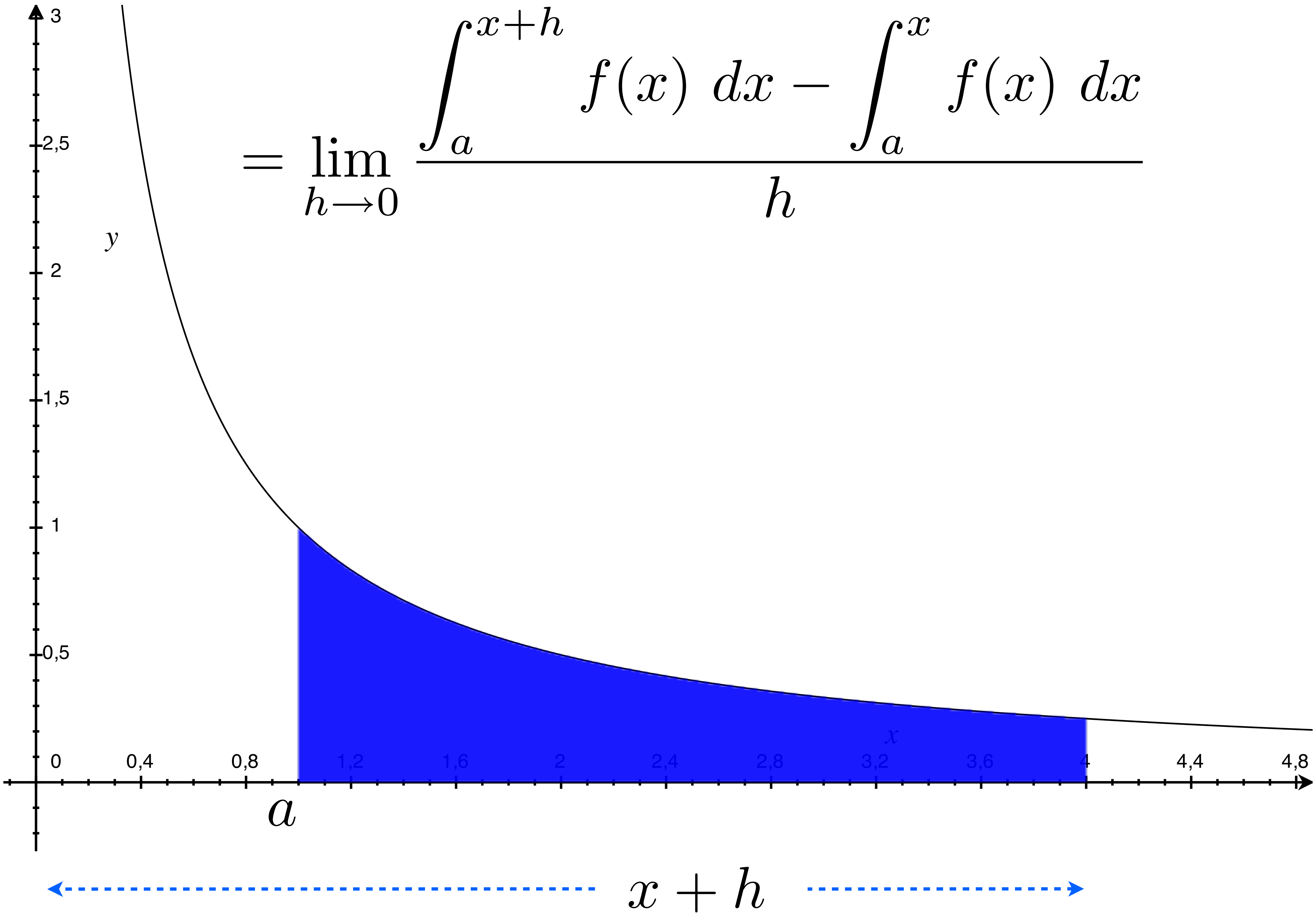
$$= \lim_{h \to 0} \frac{\int_a^{x+h} f(x)\, dx - \int_a^x f(x)\, dx}{h}$$



$$A(x) = A_{(f(x),a)}(x) = \int_a^x f(x)\ dx$$

$$A'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{A(x+h) - A(x)}{h}$$

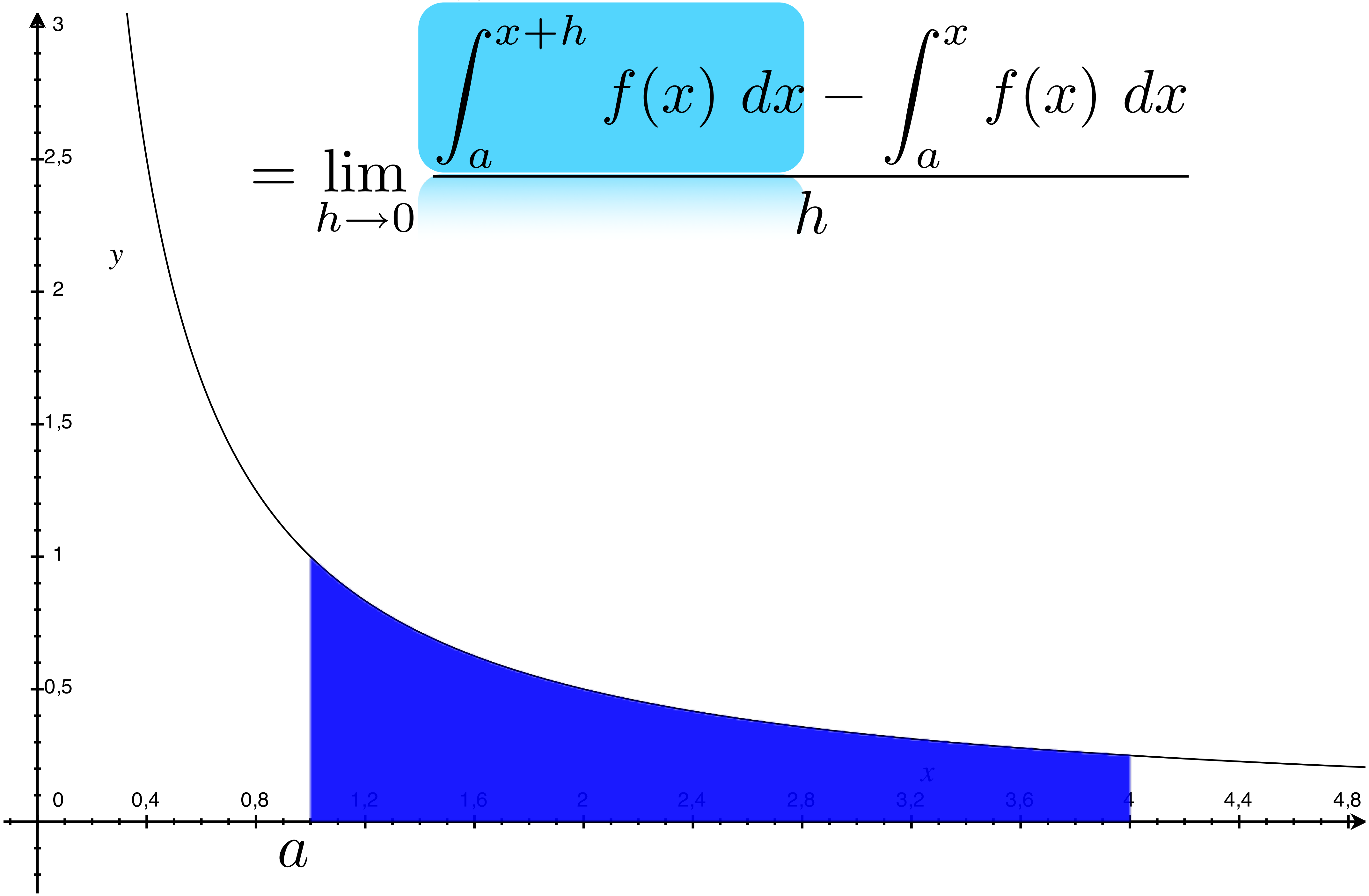
$$= \lim_{h \to 0} \frac{\displaystyle\int_a^{x+h} f(x)\ dx - \int_a^x f(x)\ dx}{h}$$



$$A(x) = A_{(f(x),a)}(x) = \int_a^x f(x)\ dx$$

$$A'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{A(x+h) - A(x)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\boxed{\int_a^{x+h} f(x)\ dx} - \int_a^x f(x)\ dx}{h}$$

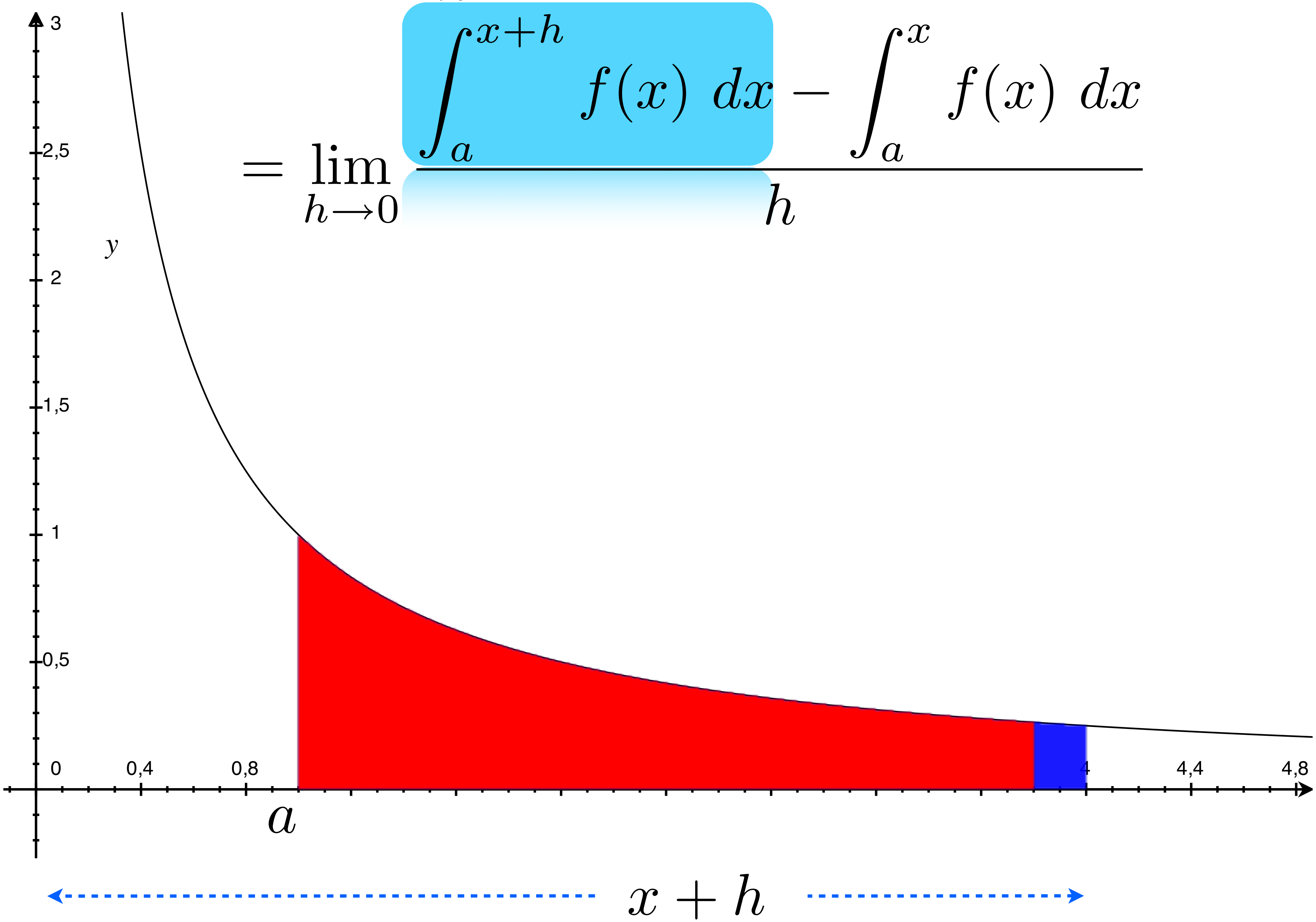


$x + h$

$$A(x) = A_{(f(x),a)}(x) = \int_a^x f(x)\ dx$$

$$A'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{A(x+h) - A(x)}{h}$$

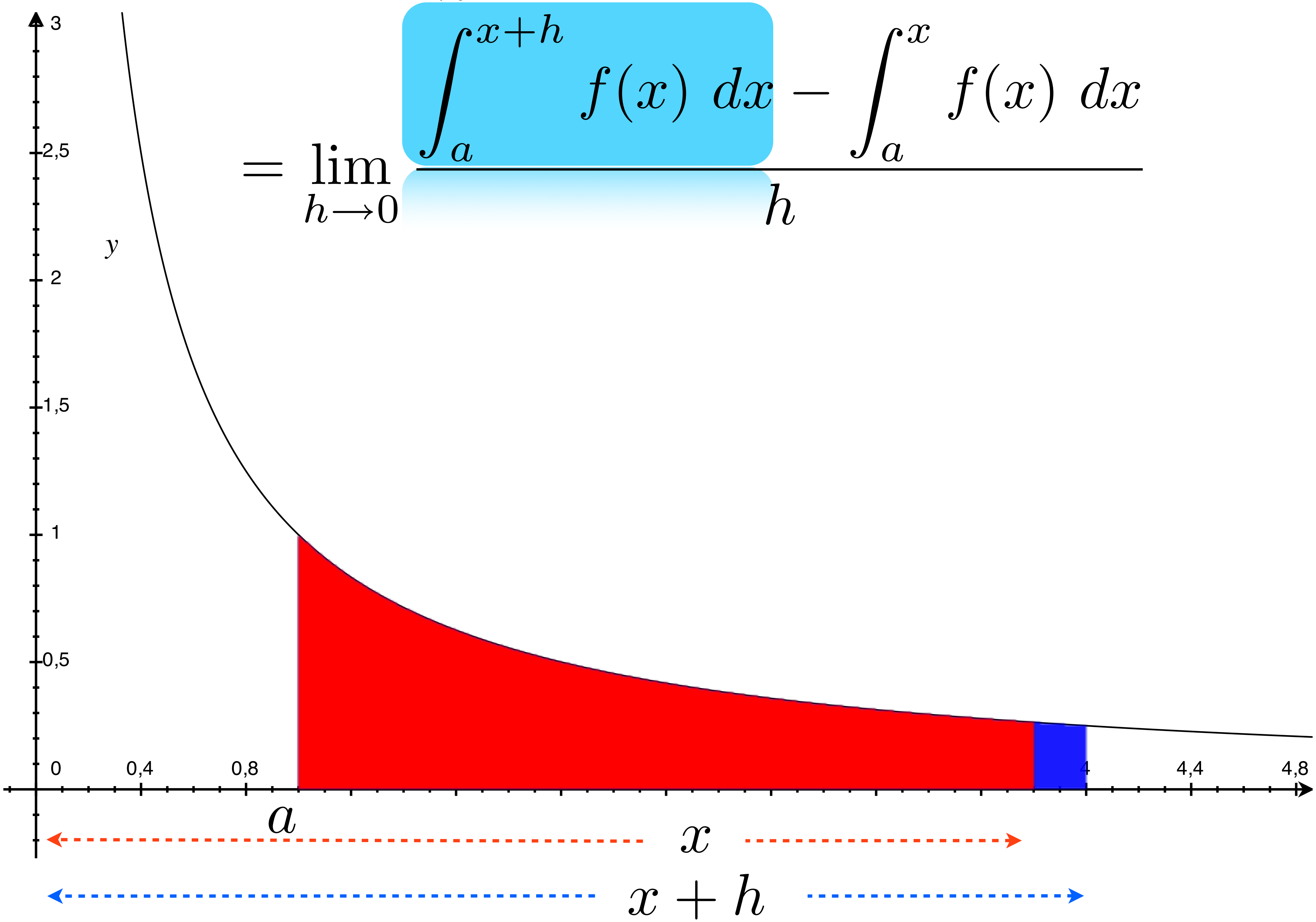
$$= \lim_{h \to 0} \frac{\int_a^{x+h} f(x)\ dx - \int_a^x f(x)\ dx}{h}$$



$$A(x) = A_{(f(x),a)}(x) = \int_a^x f(x)\ dx$$

$$A'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{A(x+h) - A(x)}{h}$$

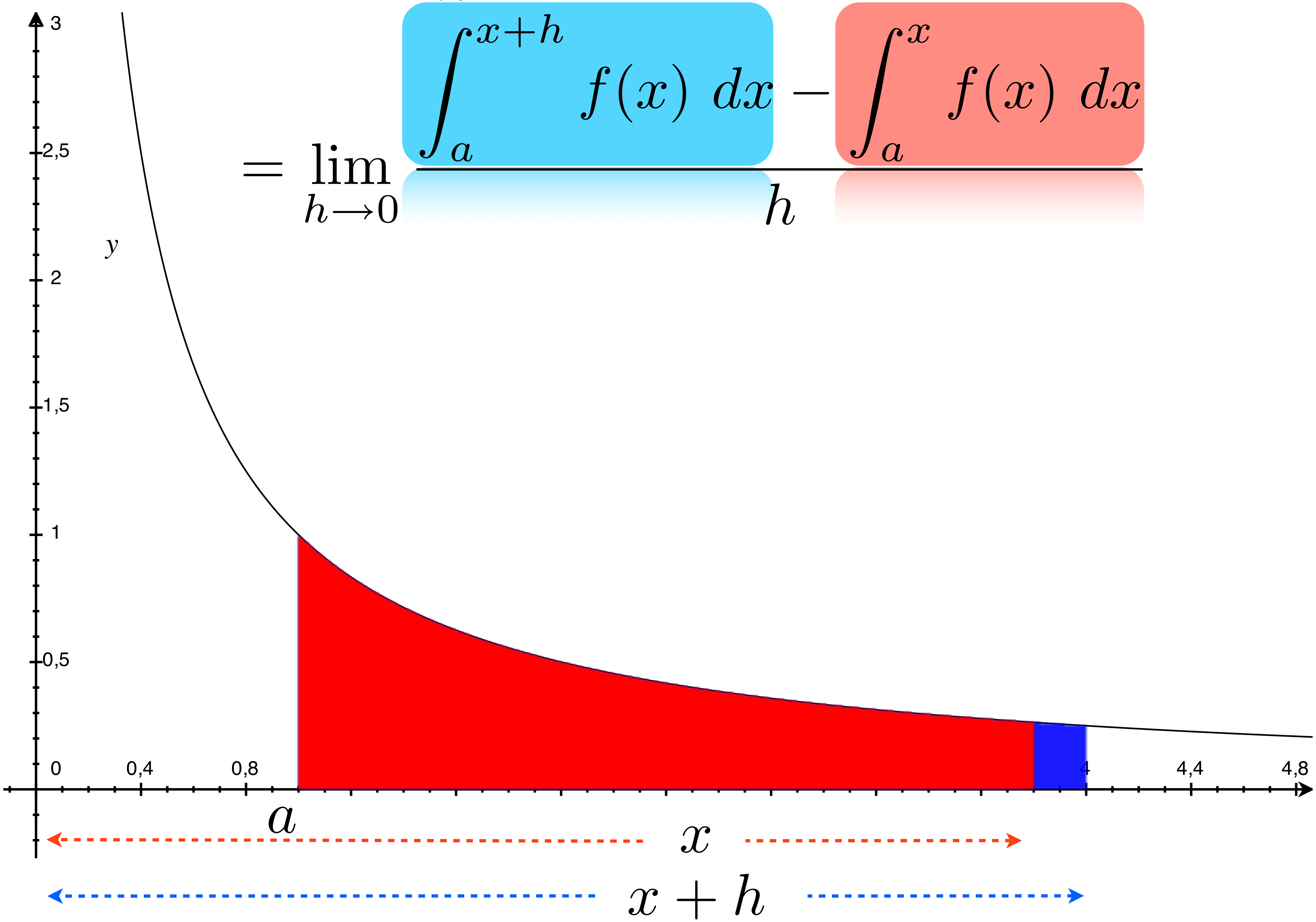
$$= \lim_{h \to 0} \frac{\boxed{\int_a^{x+h} f(x)\ dx} - \int_a^x f(x)\ dx}{h}$$



$$A(x) = A_{(f(x),a)}(x) = \int_a^x f(x)\,dx$$

$$A'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{A(x+h) - A(x)}{h}$$

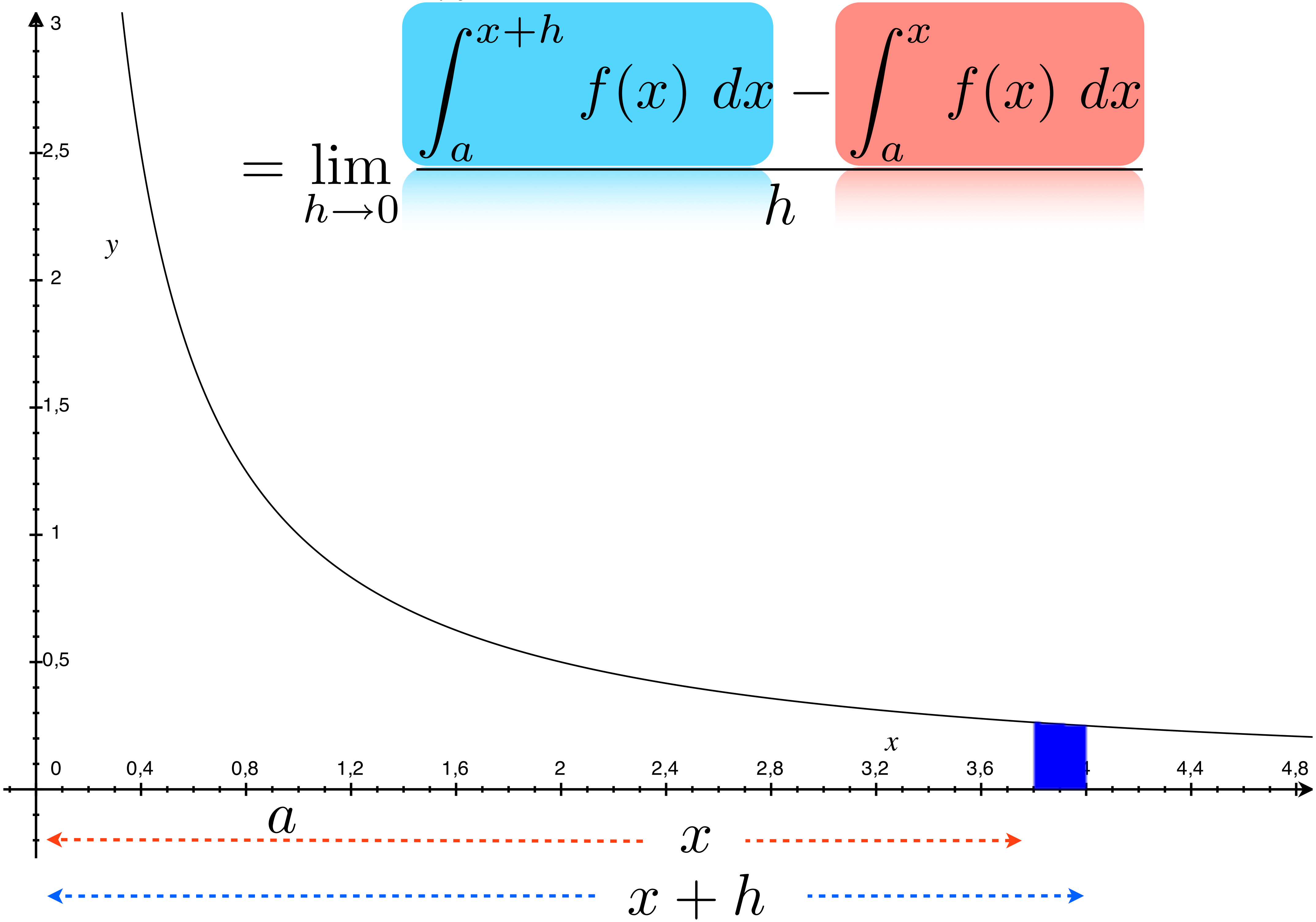
$$= \lim_{h \to 0} \frac{\int_a^{x+h} f(x)\,dx - \int_a^{x} f(x)\,dx}{h}$$



$$A(x) = A_{(f(x),a)}(x) = \int_a^x f(x)\ dx$$

$$A'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{A(x+h) - A(x)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\int_a^{x+h} f(x)\ dx - \int_a^x f(x)\ dx}{h}$$

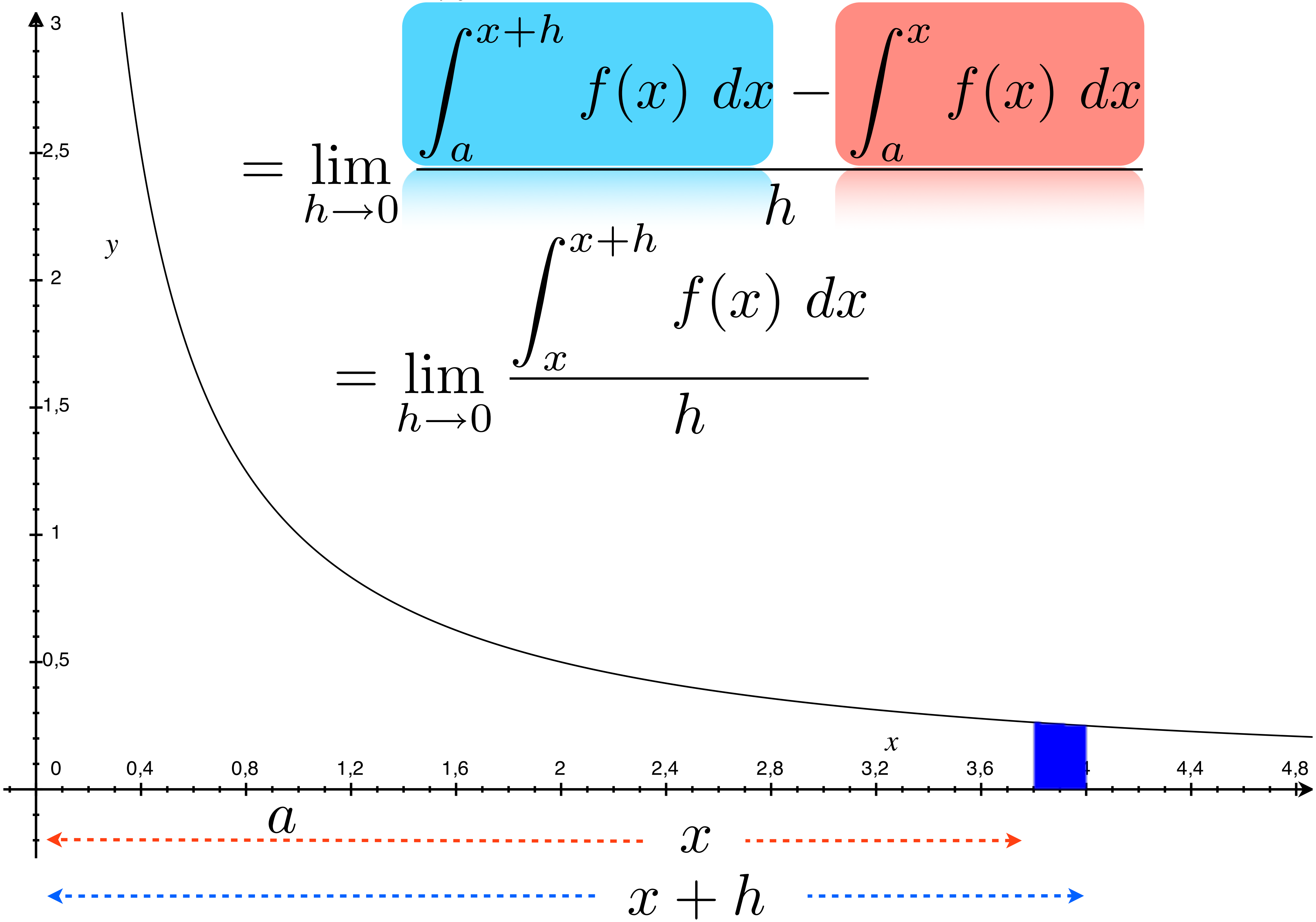


$$A(x) = A_{(f(x),a)}(x) = \int_a^x f(x)\ dx$$

$$A'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{A(x+h) - A(x)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\boxed{\int_a^{x+h} f(x)\ dx} - \boxed{\int_a^{x} f(x)\ dx}}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\int_x^{x+h} f(x)\ dx}{h}$$



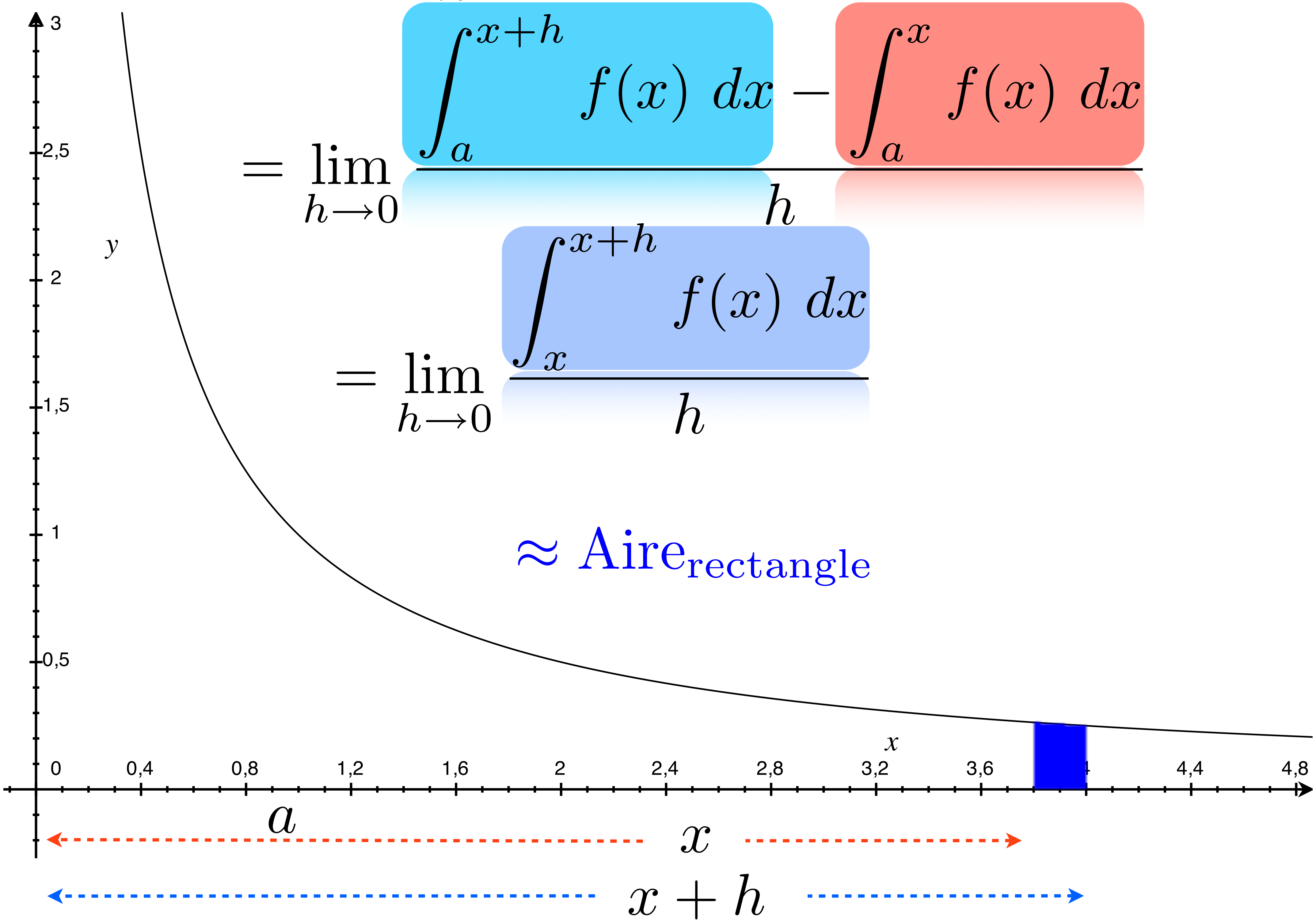
$$A(x) = A_{(f(x),a)}(x) = \int_a^x f(x)\ dx$$

$$A'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{A(x+h) - A(x)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\int_a^{x+h} f(x)\ dx - \int_a^x f(x)\ dx}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\int_x^{x+h} f(x)\ dx}{h}$$

$$\approx \text{Aire}_{\text{rectangle}}$$



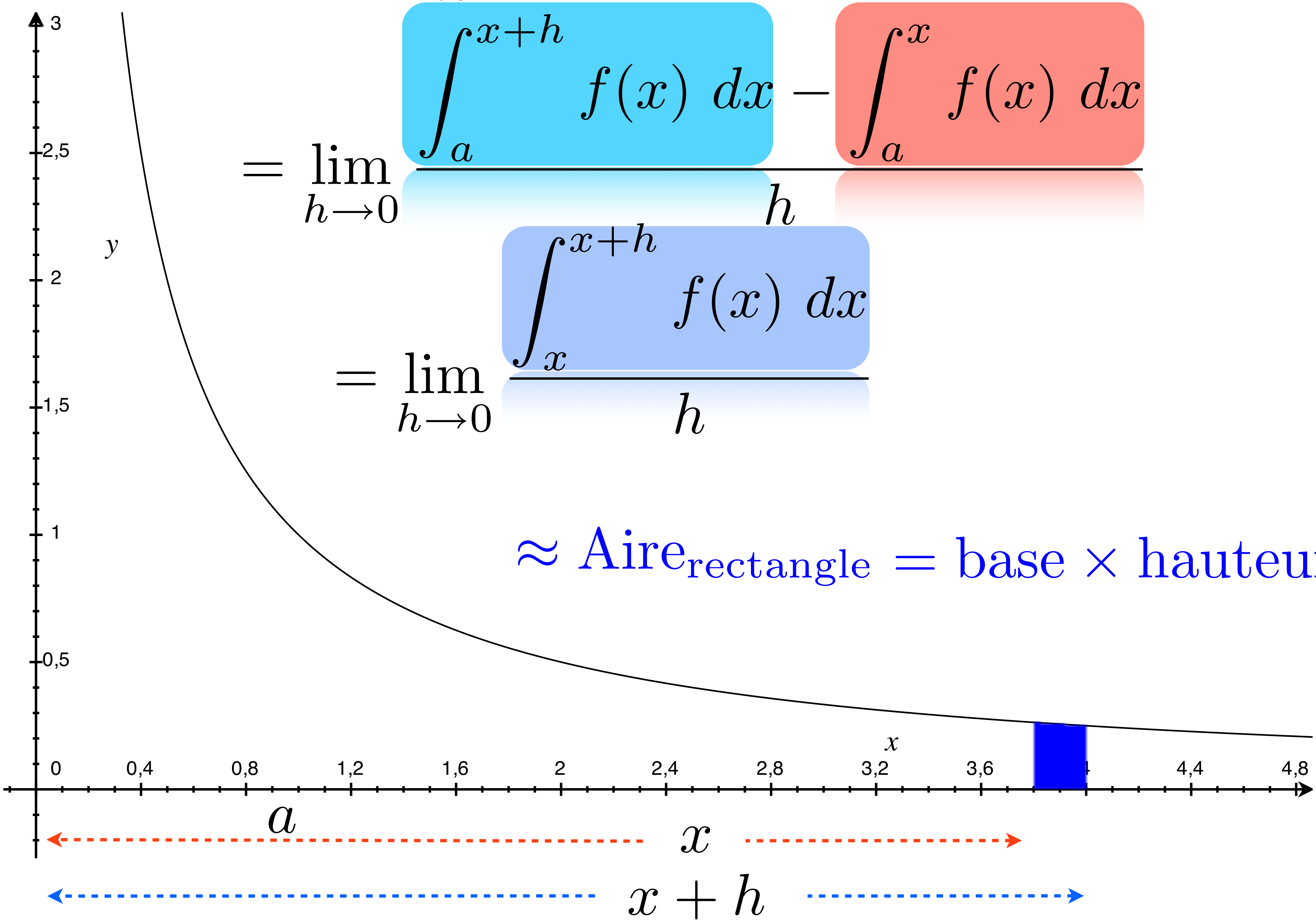
$$A(x) = A_{(f(x),a)}(x) = \int_a^x f(x)\ dx$$

$$A'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{A(x+h) - A(x)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\int_a^{x+h} f(x)\ dx - \int_a^{x} f(x)\ dx}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\int_x^{x+h} f(x)\ dx}{h}$$

$$\approx \text{Aire}_{\text{rectangle}} = \text{base} \times \text{hauteur}$$



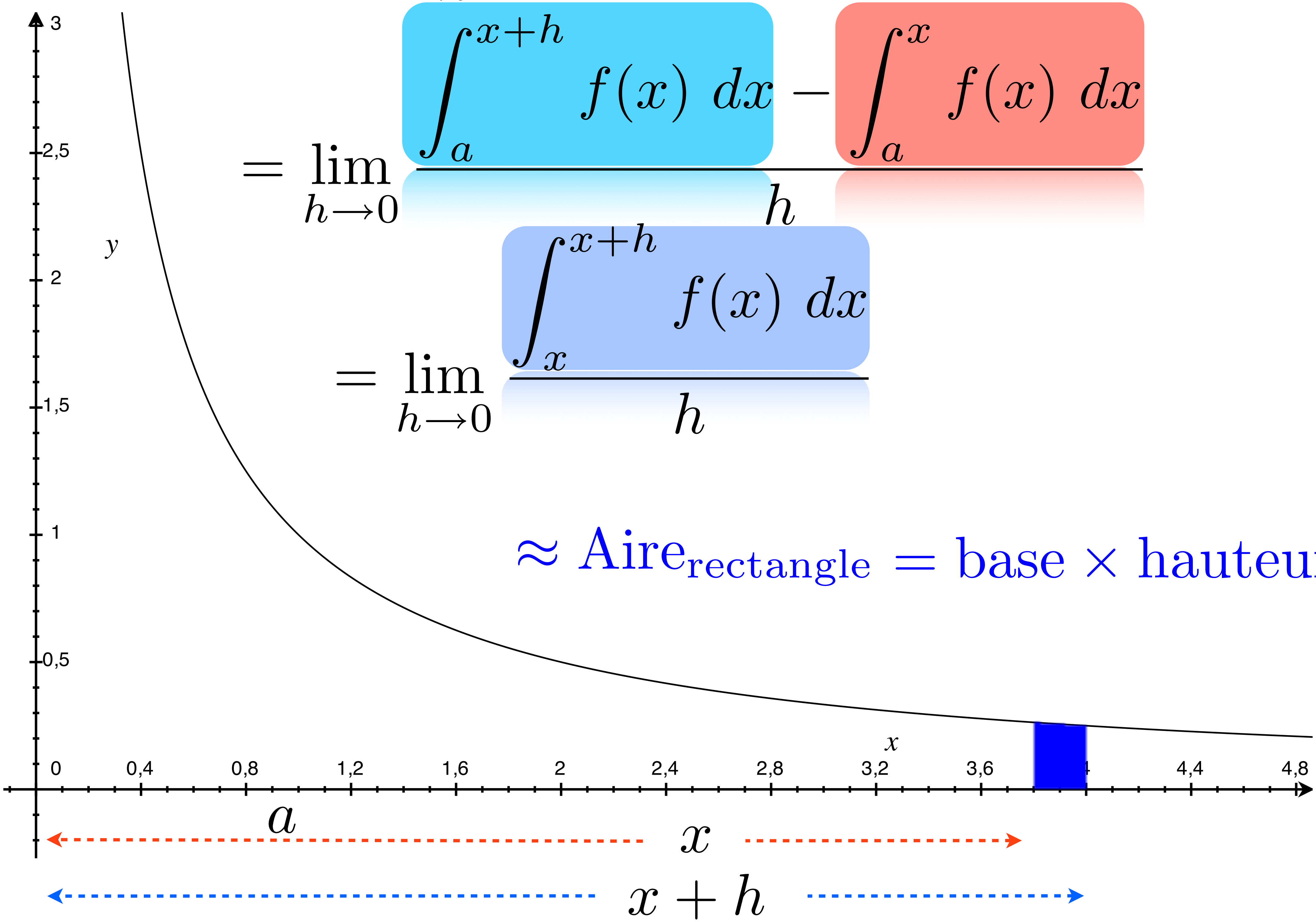
$$A(x) = A_{(f(x),a)}(x) = \int_a^x f(x)\ dx$$

$$A'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{A(x+h) - A(x)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\int_a^{x+h} f(x)\ dx - \int_a^{x} f(x)\ dx}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\int_x^{x+h} f(x)\ dx}{h}$$

$$\approx \text{Aire}_{\text{rectangle}} = \text{base} \times \text{hauteur} = h f(x)$$



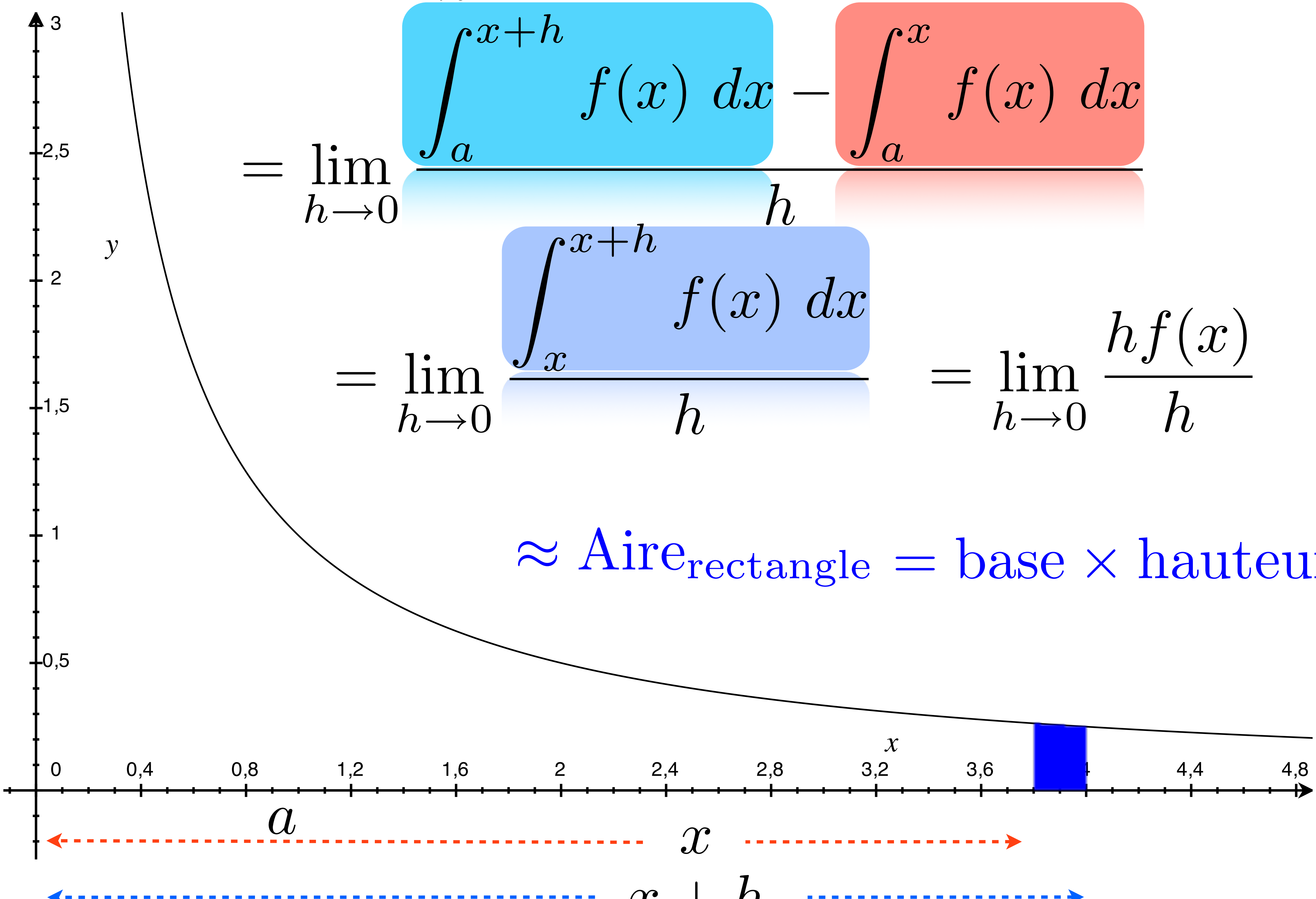
$$A(x) = A_{(f(x),a)}(x) = \int_a^x f(x)\ dx$$

$$A'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{A(x+h) - A(x)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\int_a^{x+h} f(x)\ dx - \int_a^{x} f(x)\ dx}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\int_x^{x+h} f(x)\ dx}{h} \quad = \lim_{h\to 0} \frac{hf(x)}{h}$$

$$\approx \text{Aire}_{\text{rectangle}} = \text{base} \times \text{hauteur} = hf(x)$$



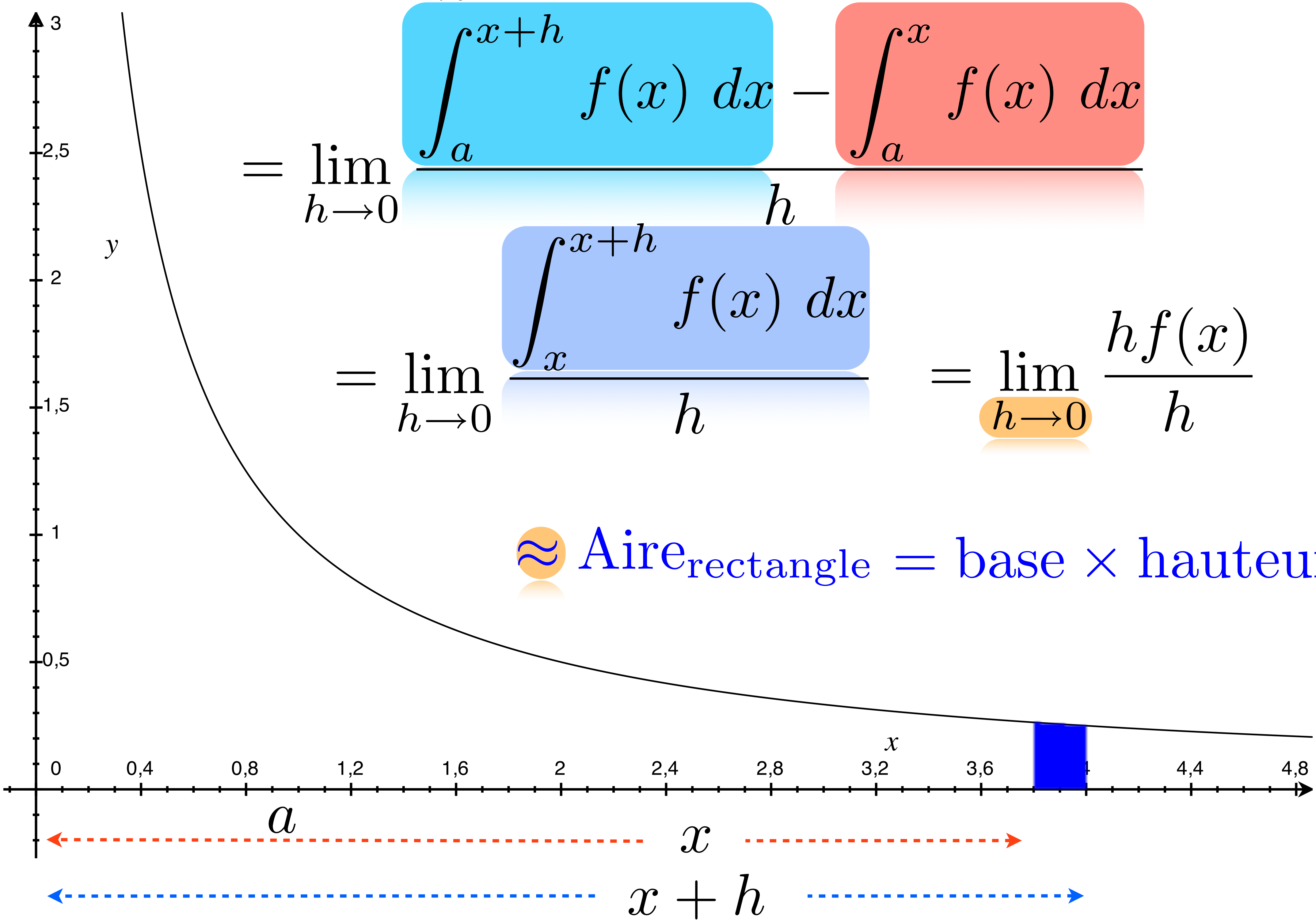
$$A(x) = A_{(f(x),a)}(x) = \int_a^x f(x)\ dx$$

$$A'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{A(x+h) - A(x)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\int_a^{x+h} f(x)\ dx - \int_a^{x} f(x)\ dx}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\int_x^{x+h} f(x)\ dx}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{hf(x)}{h}$$

$$\approx \text{Aire}_{\text{rectangle}} = \text{base} \times \text{hauteur} = hf(x)$$



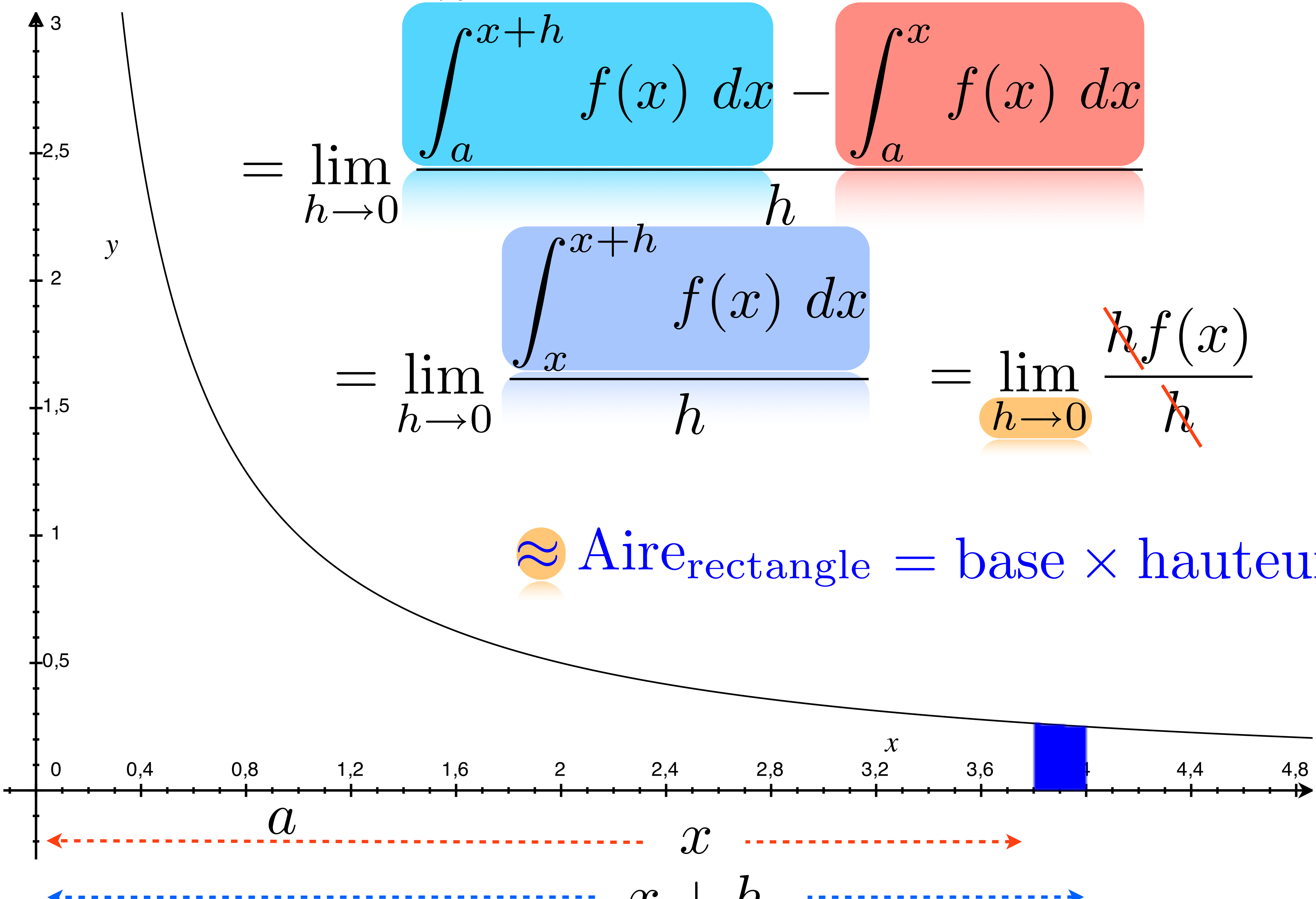
$$A(x) = A_{(f(x),a)}(x) = \int_a^x f(x)\ dx$$

$$A'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{A(x+h) - A(x)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\int_a^{x+h} f(x)\ dx - \int_a^{x} f(x)\ dx}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\int_x^{x+h} f(x)\ dx}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\cancel{h} f(x)}{\cancel{h}}$$

$$\approx \text{Aire}_{\text{rectangle}} = \text{base} \times \text{hauteur} = h f(x)$$



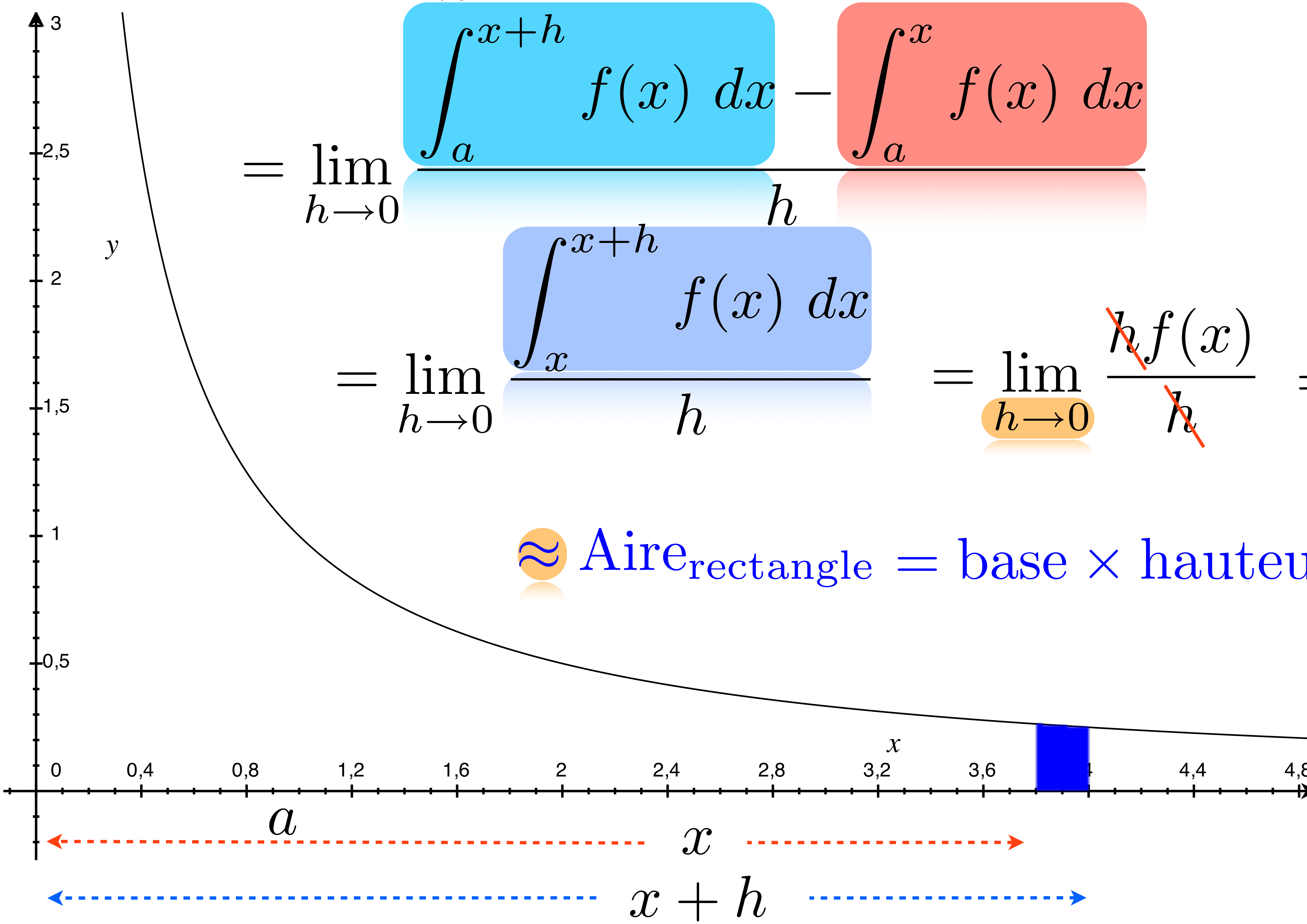
$$A(x) = A_{(f(x),a)}(x) = \int_a^x f(x)\,dx$$

$$A'(x) = \lim_{h\longrightarrow 0} \frac{A(x+h)-A(x)}{h}$$

$$= \lim_{h\longrightarrow 0} \frac{\int_a^{x+h} f(x)\,dx - \int_a^{x} f(x)\,dx}{h}$$

$$= \lim_{h\longrightarrow 0} \frac{\int_x^{x+h} f(x)\,dx}{h} = \lim_{h\longrightarrow 0} \frac{\cancel{h} f(x)}{\cancel{h}} = f(x)$$

$$\approx \text{Aire}_{\text{rectangle}} = \text{base} \times \text{hauteur} = h f(x)$$



En d'autres termes

$$A'(x)$$

En d'autres termes

$$A'(x) \quad = \left(\int_a^x f(x)\ dx \right)'$$

En d'autres termes

$$A'(x) \quad = \left(\int_a^x f(x)\ dx \right)' \quad = f(x)$$

En d'autres termes

$$A'(x) \quad = \left(\int_a^x f(x)\ dx \right)' \quad = f(x)$$

c'est-à-dire

En d’autres termes

$$A'(x) \quad = \left(\int_a^x f(x)\ dx\right)' \quad = f(x)$$

c’est-à-dire

$$\int_a^x f(x)\ dx$$

En d'autres termes

$$A'(x) \quad = \left(\int_a^x f(x)\ dx\right)' \quad = f(x)$$

c'est-à-dire

$$\int_a^x f(x)\ dx \qquad \text{est une primitive de} \qquad f(x)$$

En d’autres termes

$$A'(x) = \left(\int_a^x f(x)\ dx\right)' = f(x)$$

c’est-à-dire

$\displaystyle\int_a^x f(x)\ dx$ est une primitive de $f(x)$

On peut donc écrire

En d'autres termes

$$A'(x) \quad = \left(\int_a^x f(x)\ dx \right)' \quad = f(x)$$

c'est-à-dire

$$\int_a^x f(x)\ dx \qquad \text{est une primitive de} \qquad f(x)$$

On peut donc écrire

$$\int_a^x f(x)\ dx = F(x) + C$$

$$\int_a^x f(x)\ dx = F(x) + C$$

$$\int_a^x f(x)\ dx = F(x) + C$$

Ici on est en mesure de trouver la constante

$$\int_a^x f(x)\ dx = F(x) + C$$

Ici on est en mesure de trouver la constante

$$\int_a^a f(x)\ dx = 0$$

$$\int_a^x f(x)\ dx = F(x) + C$$

Ici on est en mesure de trouver la constante

$$\int_a^a f(x)\ dx = 0\ \ = F(a) + C$$

$$\int_a^x f(x)\ dx = F(x) + C$$

Ici on est en mesure de trouver la constante

$$\int_a^a f(x)\ dx = 0\ = F(a) + C$$

$$\int_a^x f(x)\ dx = F(x) + C$$

Ici on est en mesure de trouver la constante

$$\int_a^a f(x)\ dx = 0\ = F(a) + C$$

$$C = -F(a)$$

$$\int_a^x f(x)\ dx = F(x) + C$$

Ici on est en mesure de trouver la constante

$$\int_a^a f(x)\ dx = 0 \ = F(a) + C$$

$$C = -F(a)$$

$$\int_a^x f(x)\ dx = F(x) + C$$

Ici on est en mesure de trouver la constante

$$\int_a^a f(x)\ dx = 0 \quad = F(a) + C$$

$$C = -F(a)$$

$$\int_a^x f(x)\ dx = F(x) - F(a)$$

$$\int_a^x f(x)\ dx = F(x) + C$$

Ici on est en mesure de trouver la constante

$$\int_a^a f(x)\ dx = 0 \ = F(a) + C$$

$$C = -F(a)$$

$$\int_a^x f(x)\ dx = F(x) - F(a)$$

$$\int_a^b f(x)\ dx = F(b) - F(a)$$

$$\int_a^x f(x)\ dx = F(x) + C$$

Ici on est en mesure de trouver la constante

$$\int_a^a f(x)\ dx = 0 \quad = F(a) + C$$

$$C = -F(a)$$

$$\int_a^x f(x)\ dx = F(x) - F(a)$$

$$\int_a^b f(x)\ dx = F(b) - F(a)$$

$$\int_a^x f(x)\ dx = F(x) + C$$

Ici on est en mesure de trouver la constante

$$\int_a^a f(x)\ dx = 0 \ = F(a) + C$$

$$C = -F(a)$$

$$\int_a^x f(x)\ dx = F(x) - F(a)$$

$$\boxed{\int_a^b f(x)\ dx = F(b) - F(a)}$$

Le théorème fondamental du calcul.

Théorème fondamental du calcul (version 2)

Théorème fondamental du calcul (version 2)

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

Théorème fondamental du calcul (version 2)

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

$$\int f(x)dx = \int F'(x)dx$$

Théorème fondamental du calcul (version 2)

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

$$y = F(x)$$

$$\int f(x)dx = \int F'(x)dx$$

Théorème fondamental du calcul (version 2)

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

$$y = F(x)$$

$$dy = F'(x)dx$$

$$\int f(x)dx = \int F'(x)dx$$

Théorème fondamental du calcul (version 2)

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

$$y = F(x)$$

$$dy = F'(x)dx$$

$$\int f(x)dx = \int F'(x)dx = \int dy$$

Théorème fondamental du calcul (version 2)

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

$$y = F(x)$$

$$dy = F'(x)dx$$

$$\int f(x)dx = \int F'(x)dx = \int dy$$

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b dy$$

Théorème fondamental du calcul (version 2)

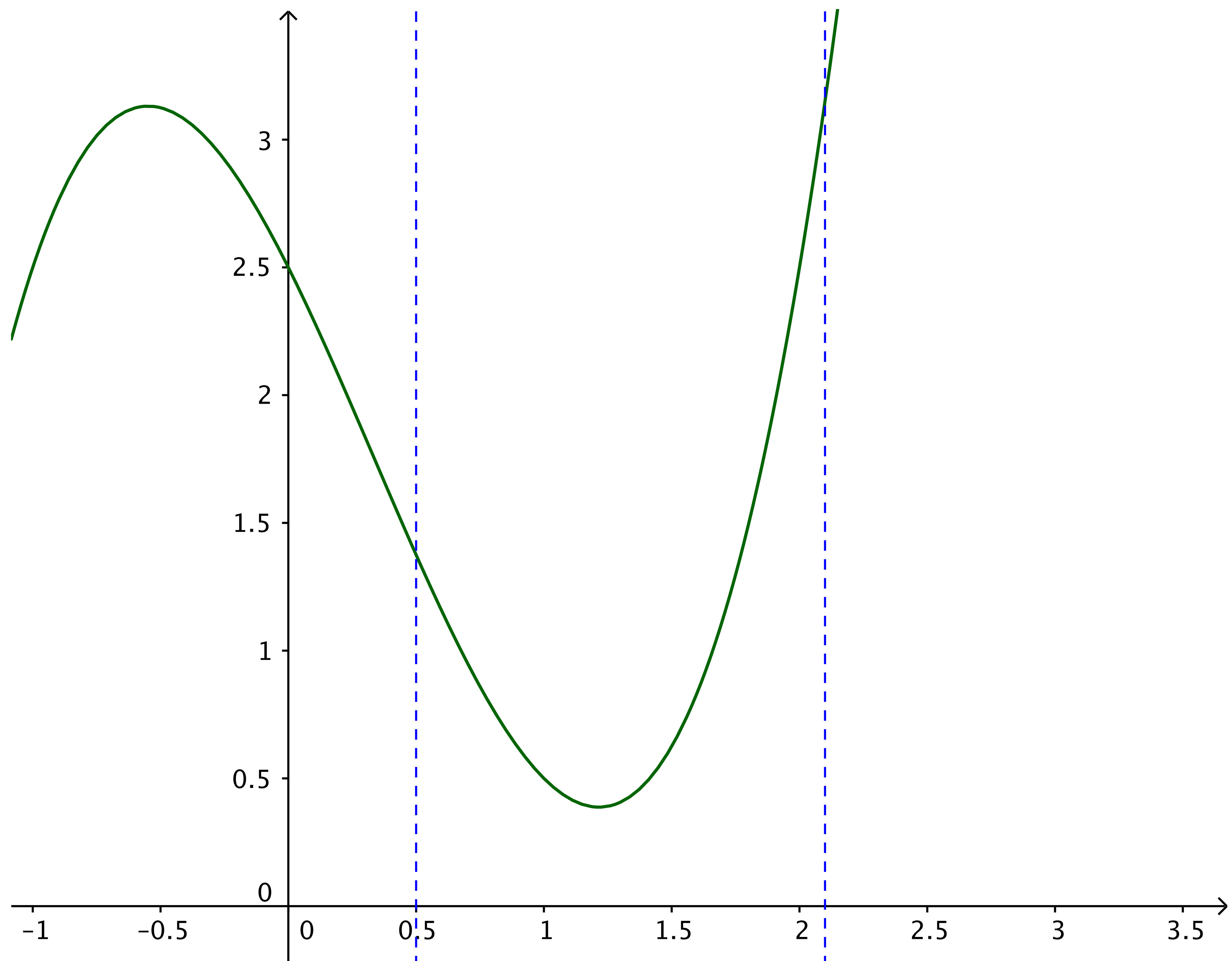
$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

$$y = F(x)$$

$$dy = F'(x)dx$$

$$\int f(x)dx = \int F'(x)dx = \int dy$$

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b dy$$



Théorème fondamental du calcul (version 2)

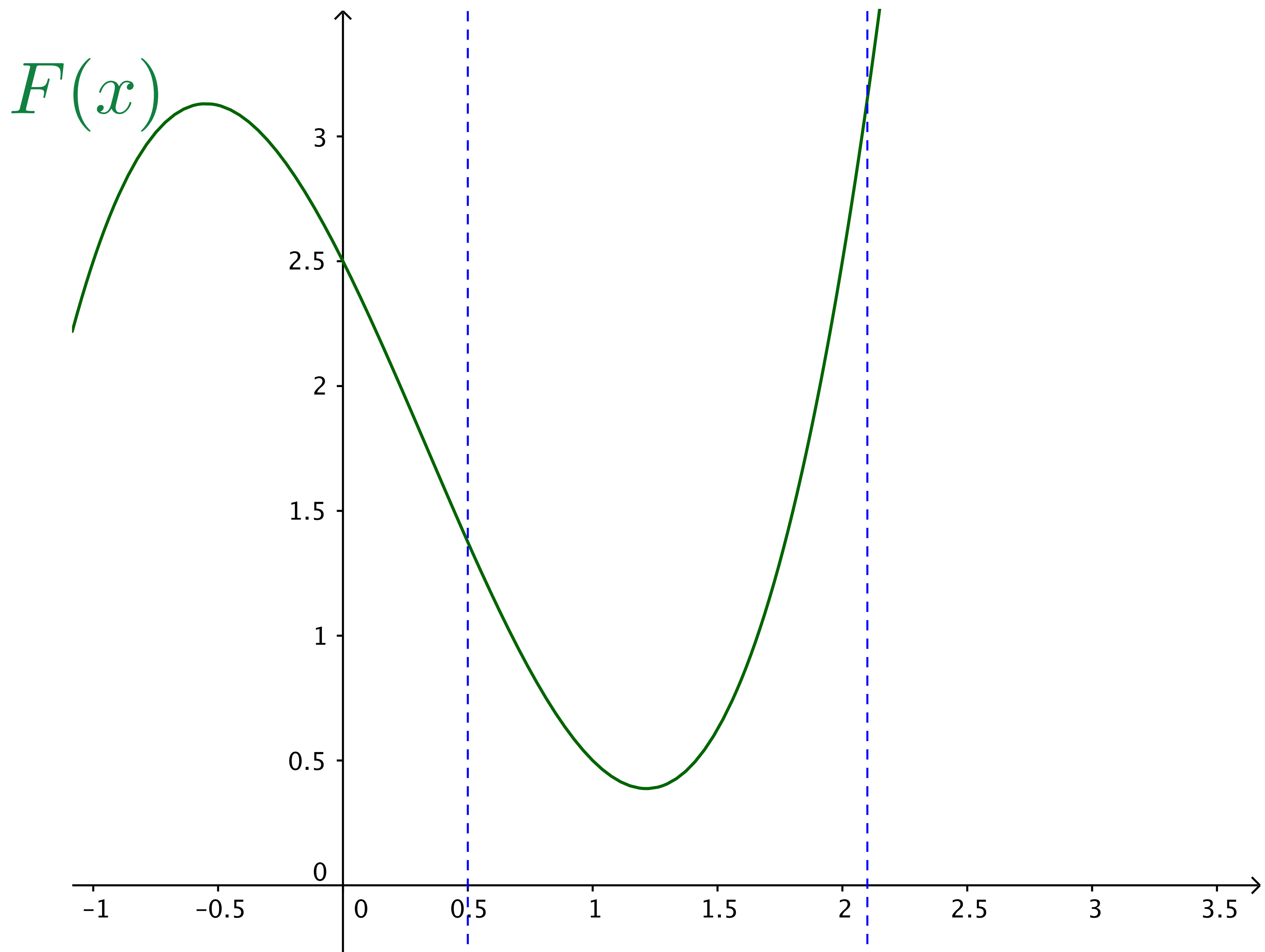
$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

$$y = F(x)$$

$$dy = F'(x)dx$$

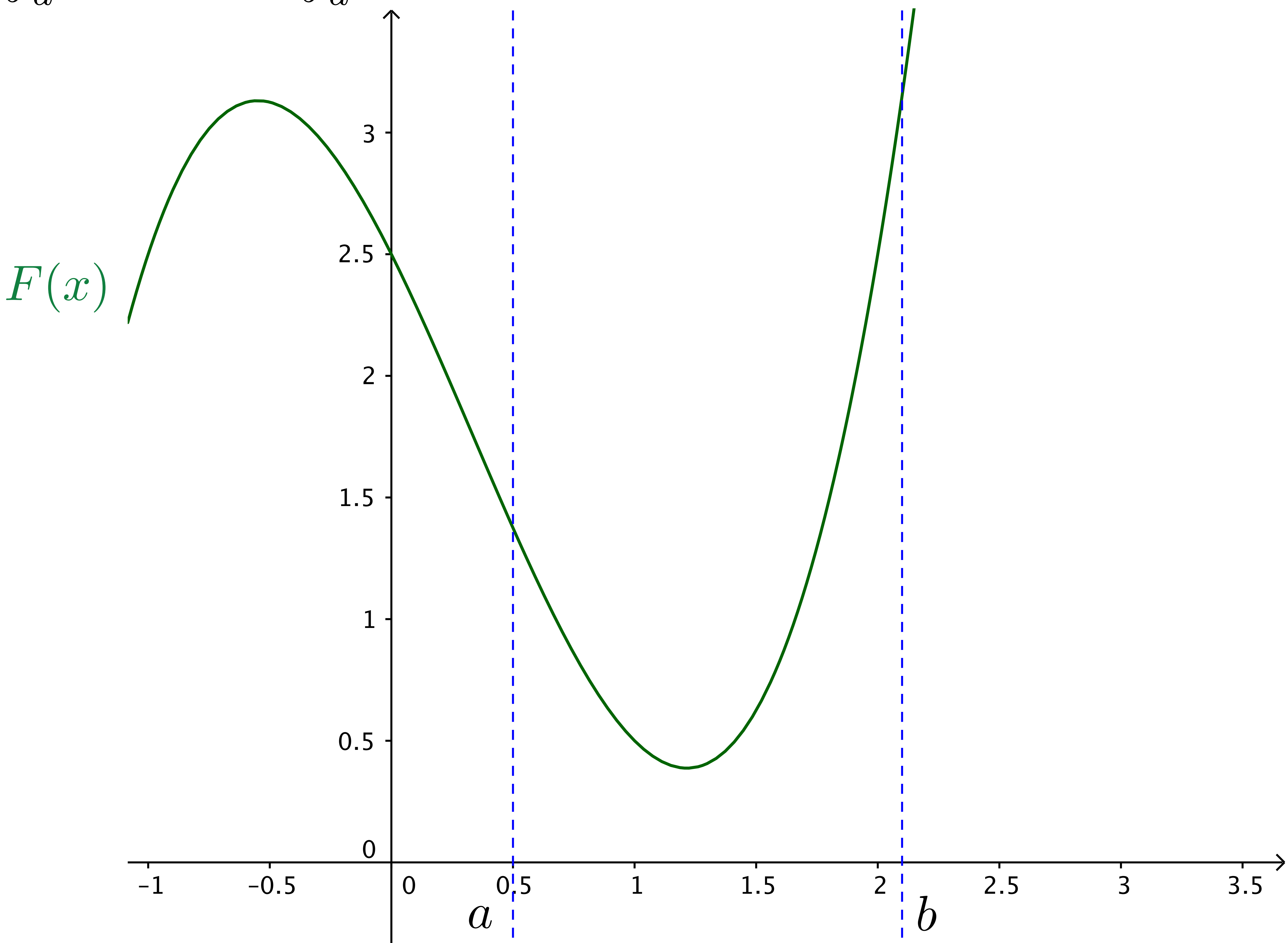
$$\int f(x)dx = \int F'(x)dx = \int dy$$

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b dy$$

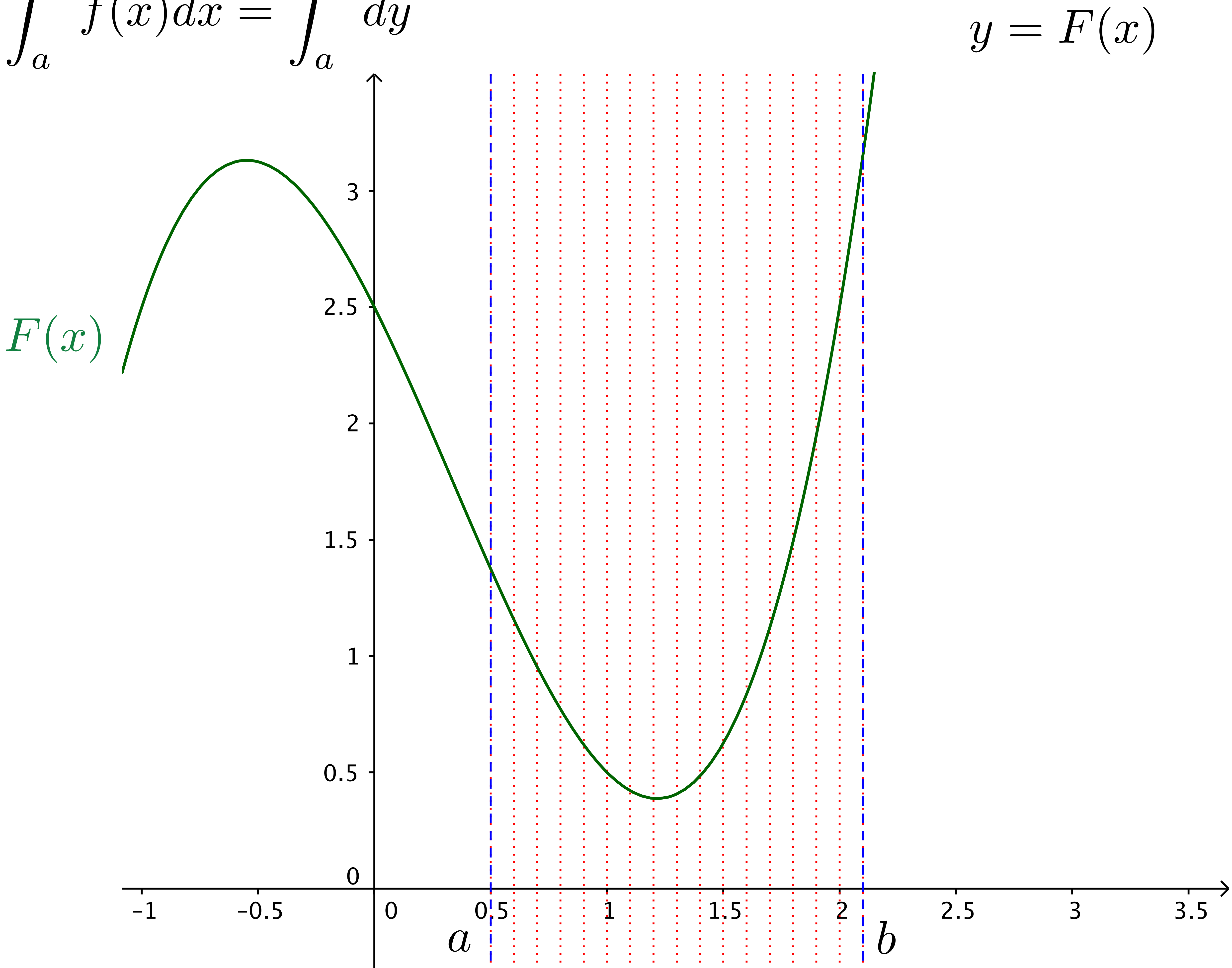


$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b dy$$

$$y = F(x)$$

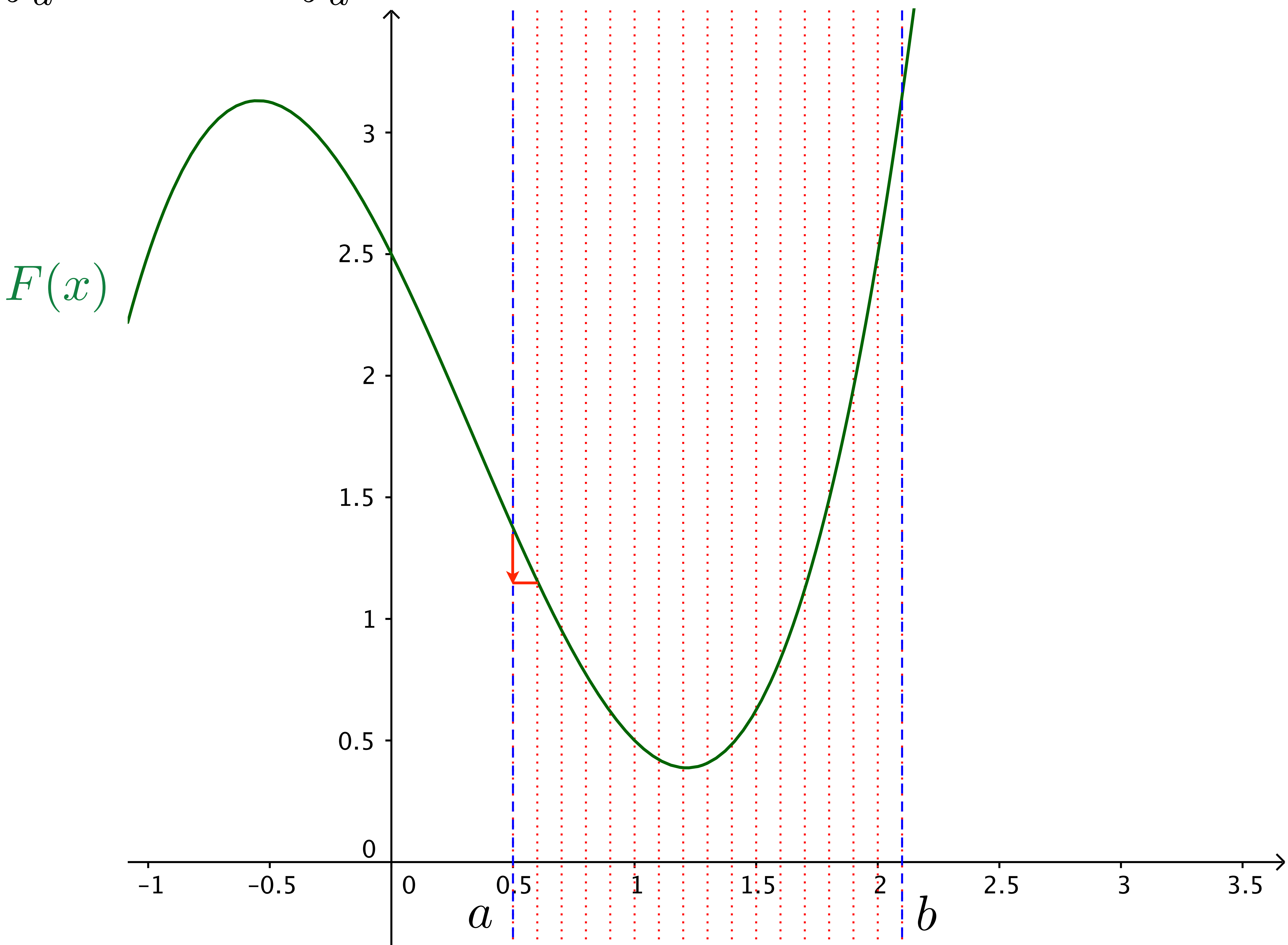


$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b dy$$

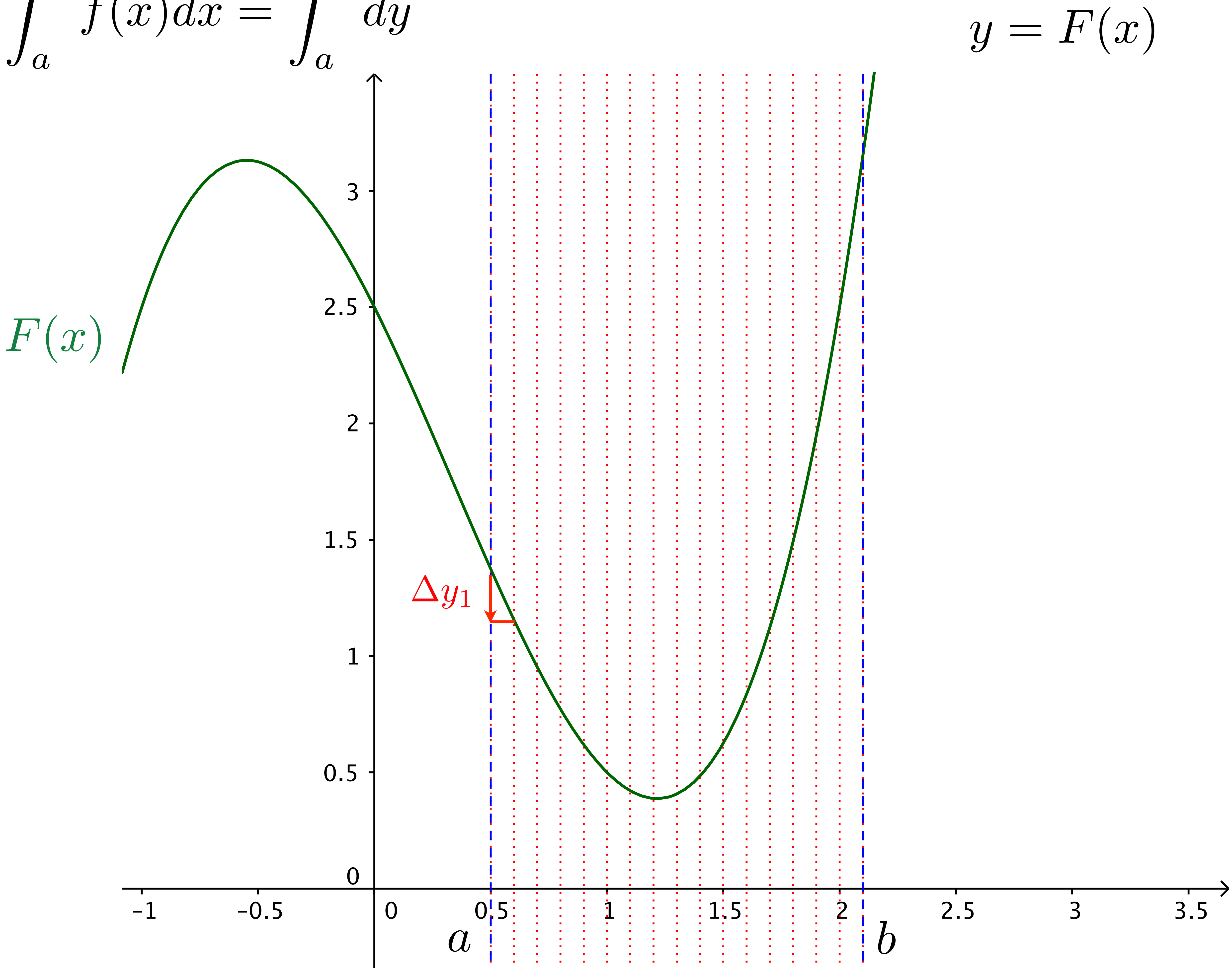


$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b dy$$

$$y = F(x)$$

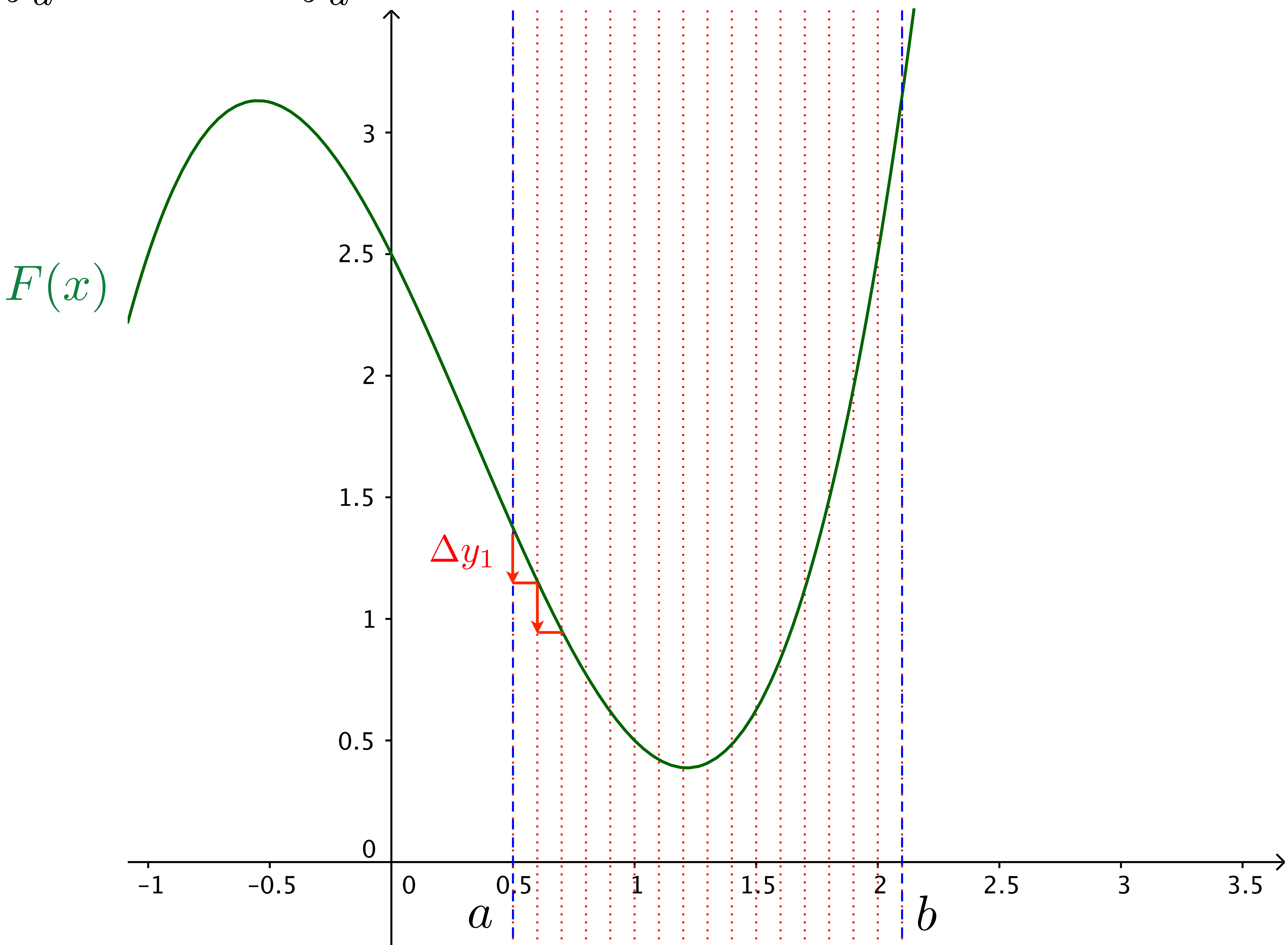


$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b dy$$

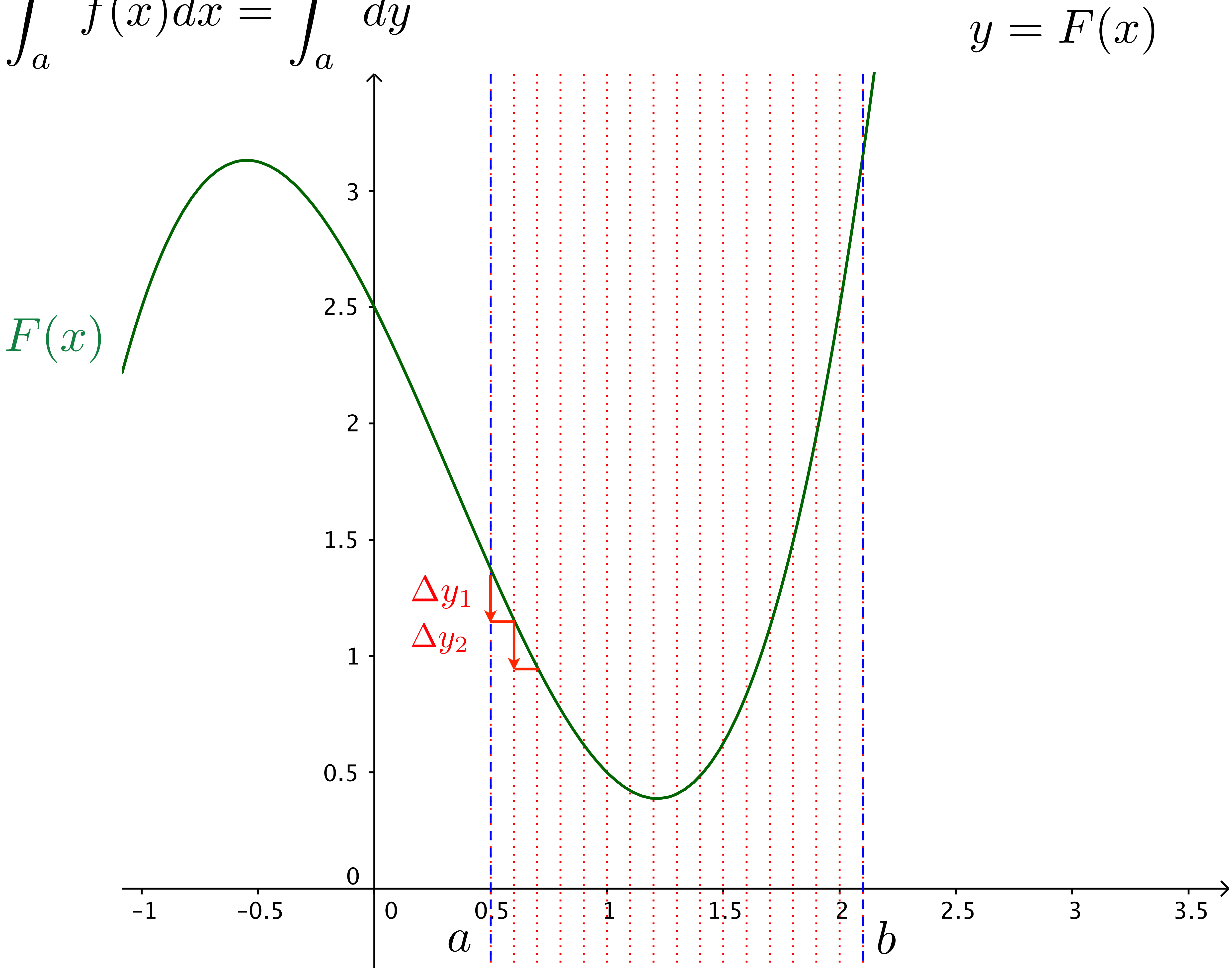


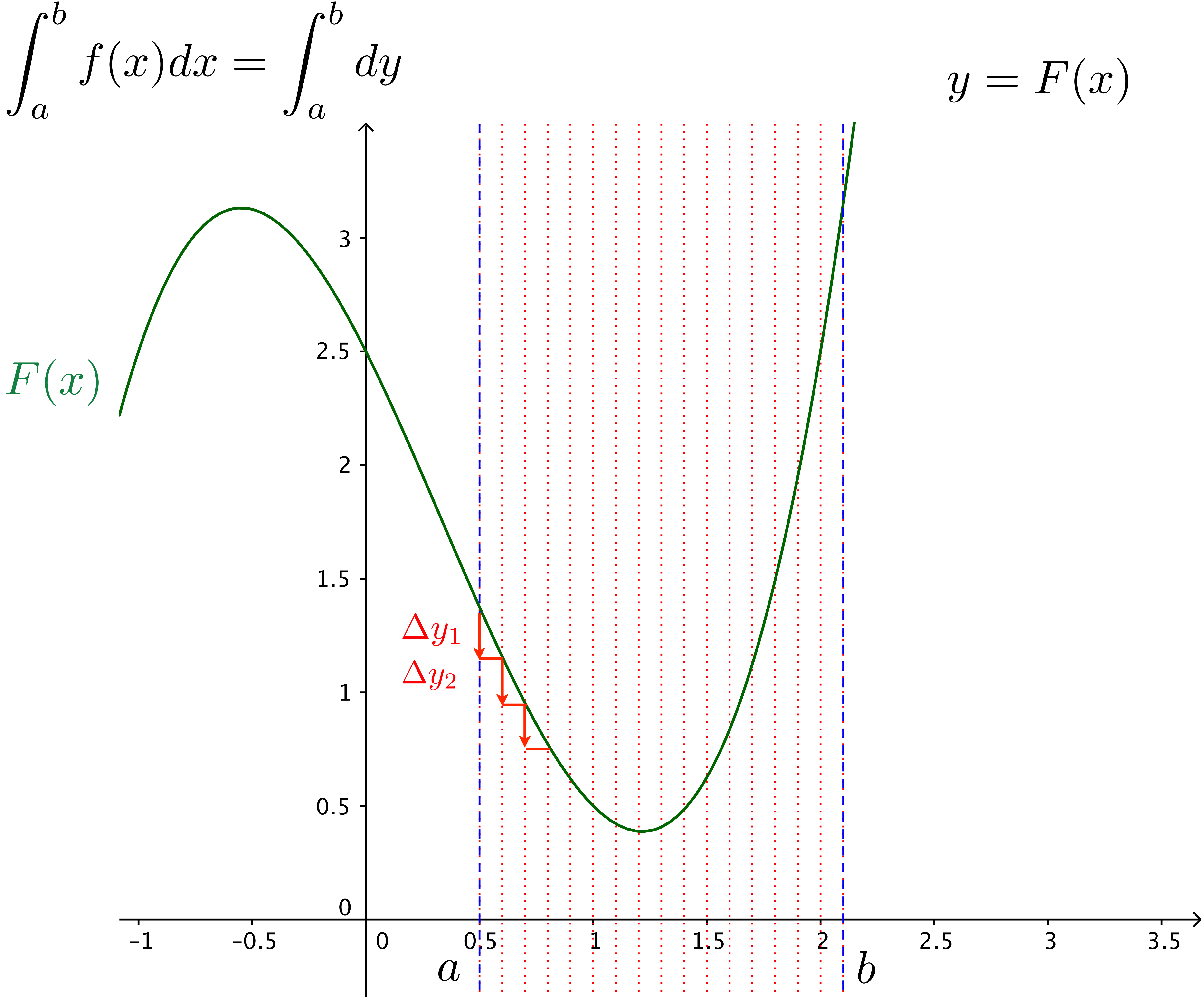
$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b dy$$

$$y = F(x)$$

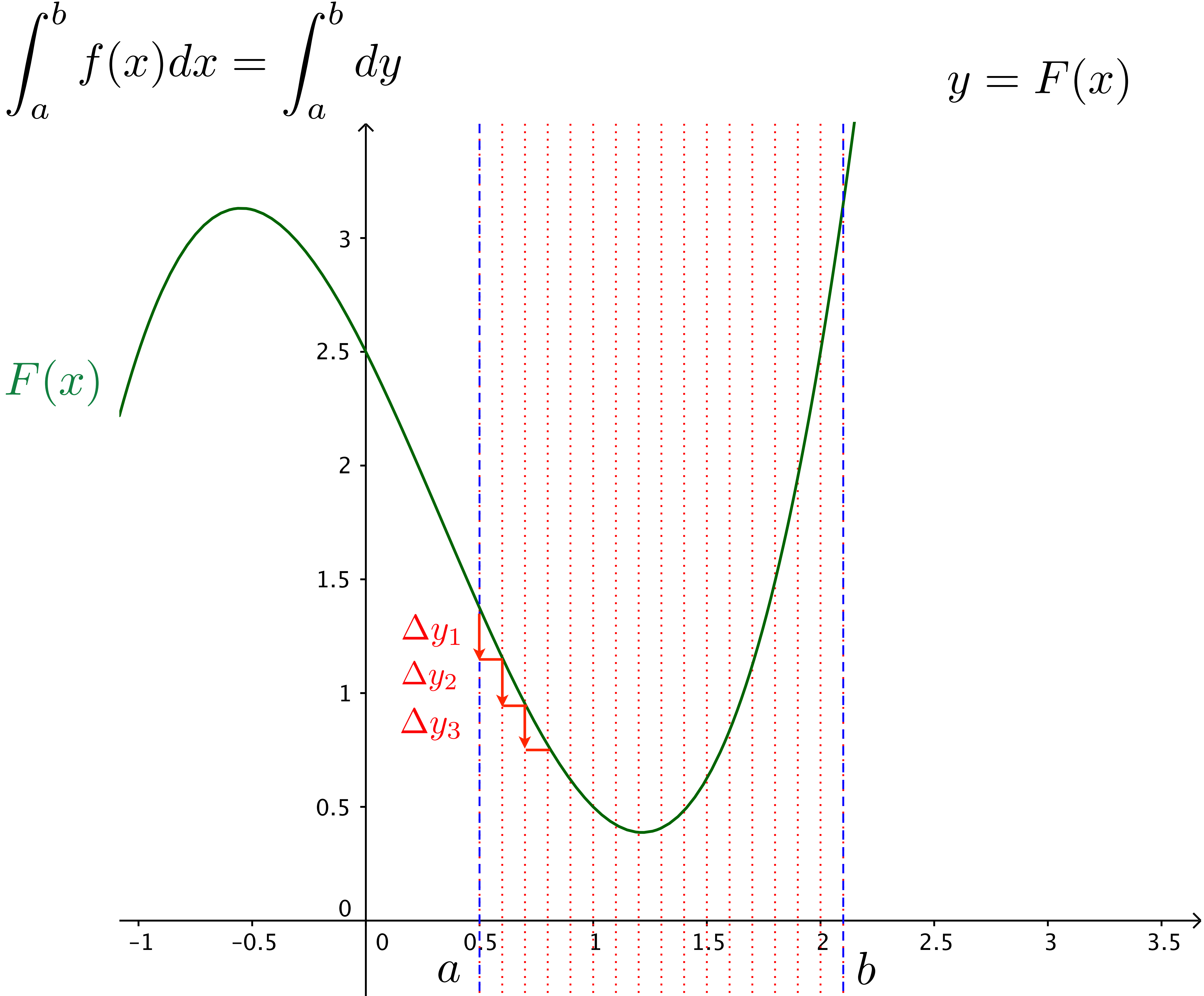


$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b dy$$

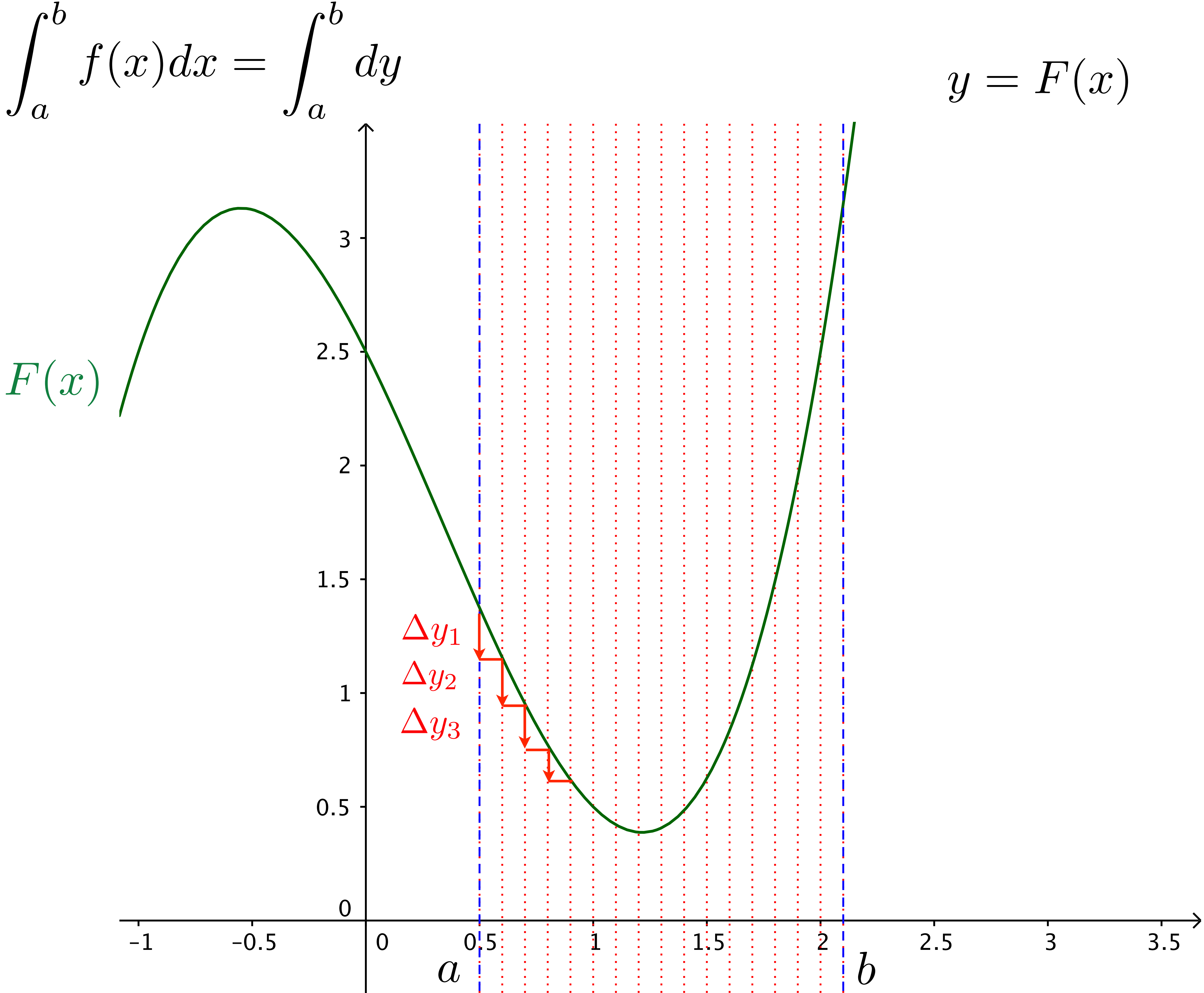




$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b dy$
$y = F(x)$
$F(x)$
Δy_1
Δy_2
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
a
b



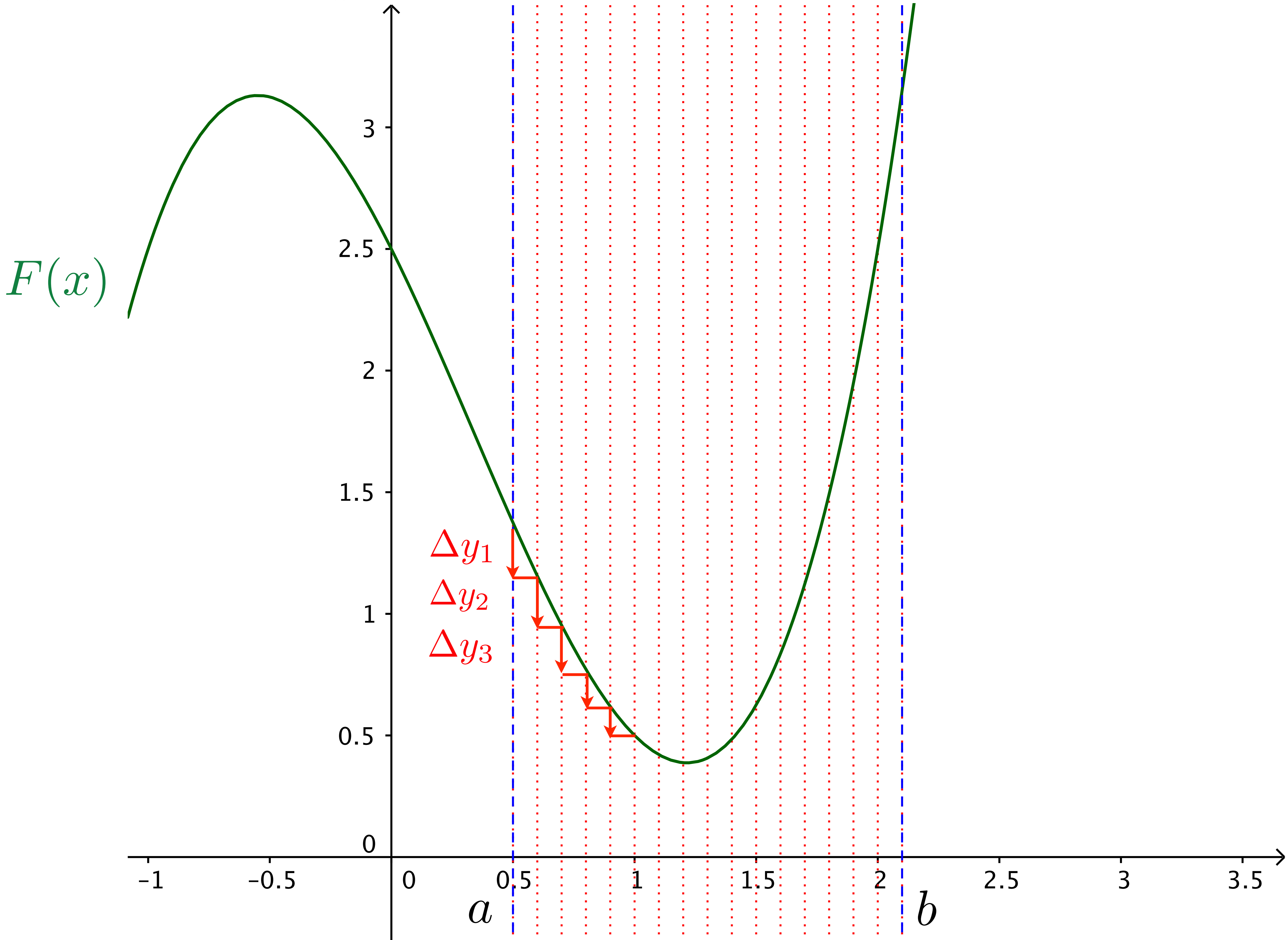
$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b dy$
$y = F(x)$
$F(x)$
Δy_1
Δy_2
Δy_3
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
a
b

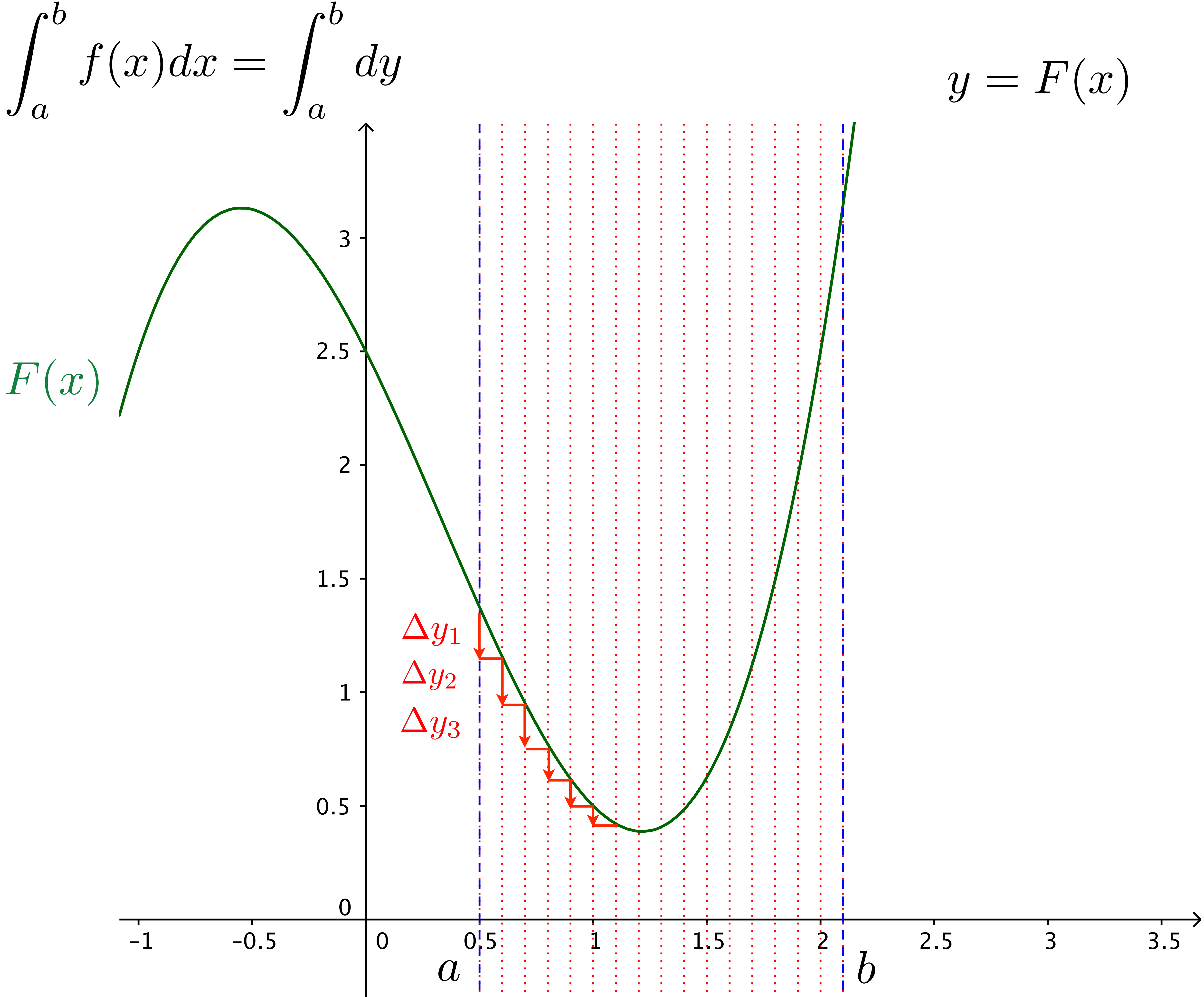


$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b dy$
$y = F(x)$
$F(x)$
Δy_1
Δy_2
Δy_3
a
b
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
0.5
1
1.5
2
2.5
3

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b dy$$

$$y = F(x)$$

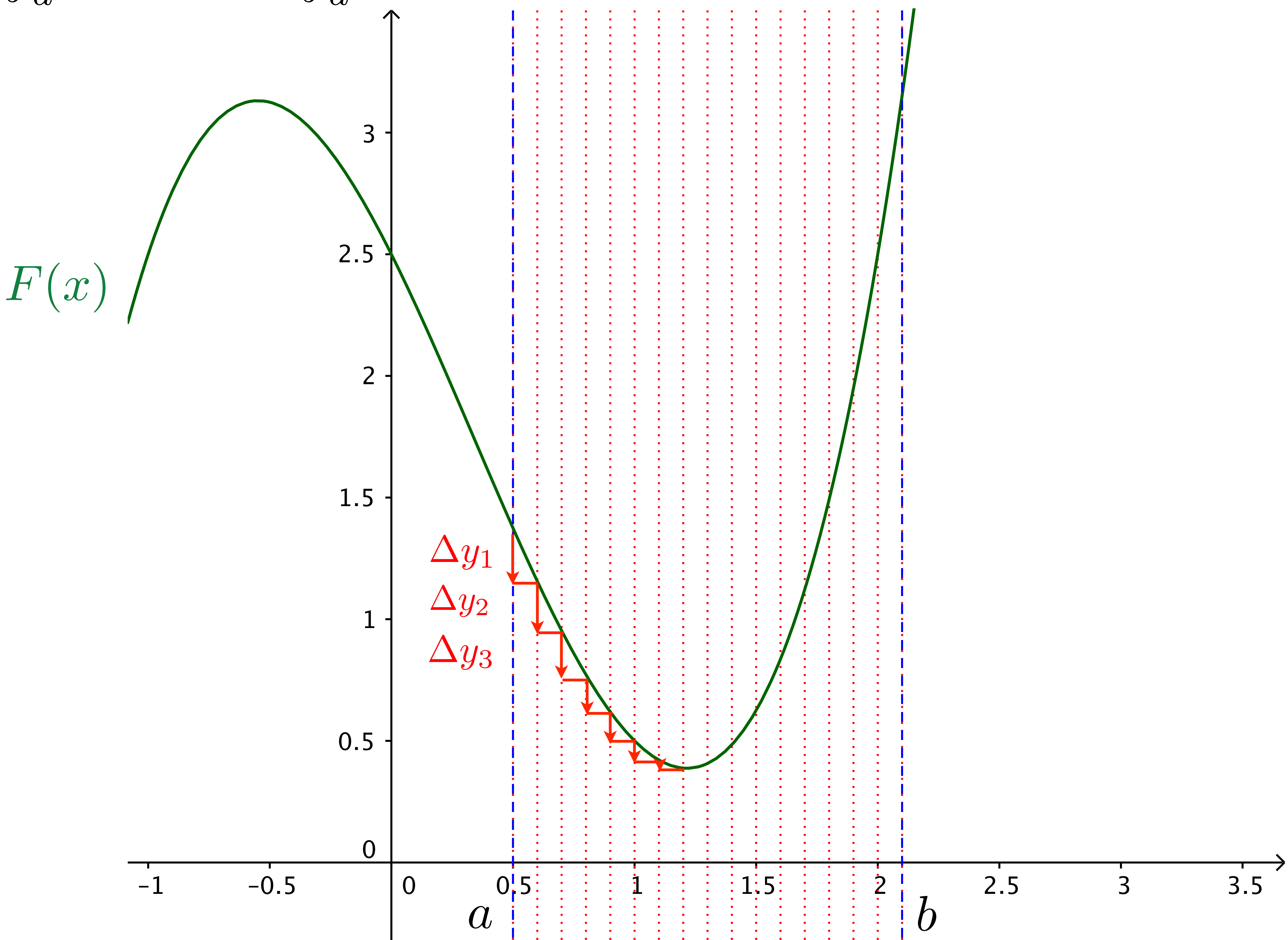




$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b dy$
$y = F(x)$
$F(x)$
Δy_1
Δy_2
Δy_3
a
b
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5

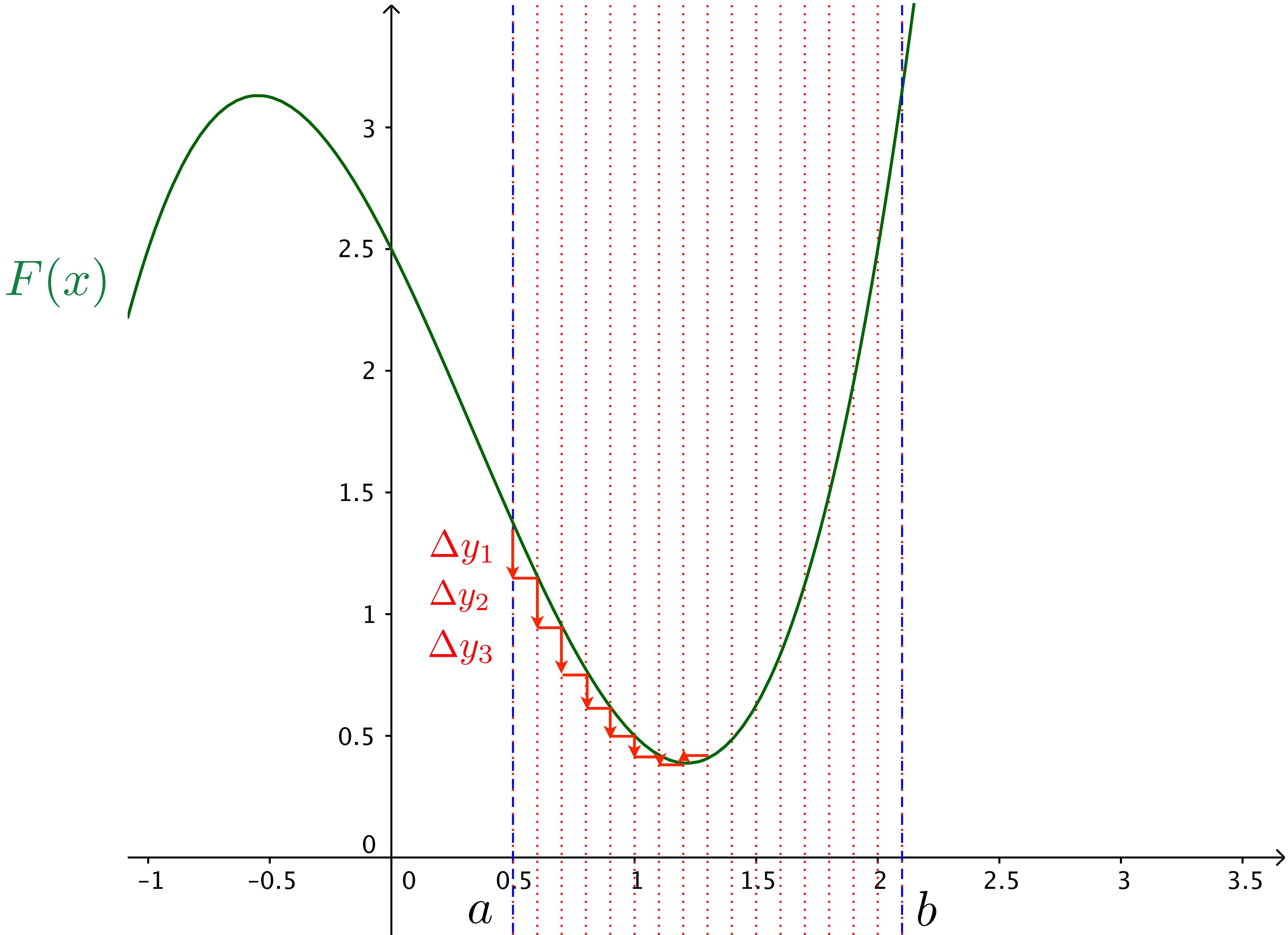
$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b dy$$

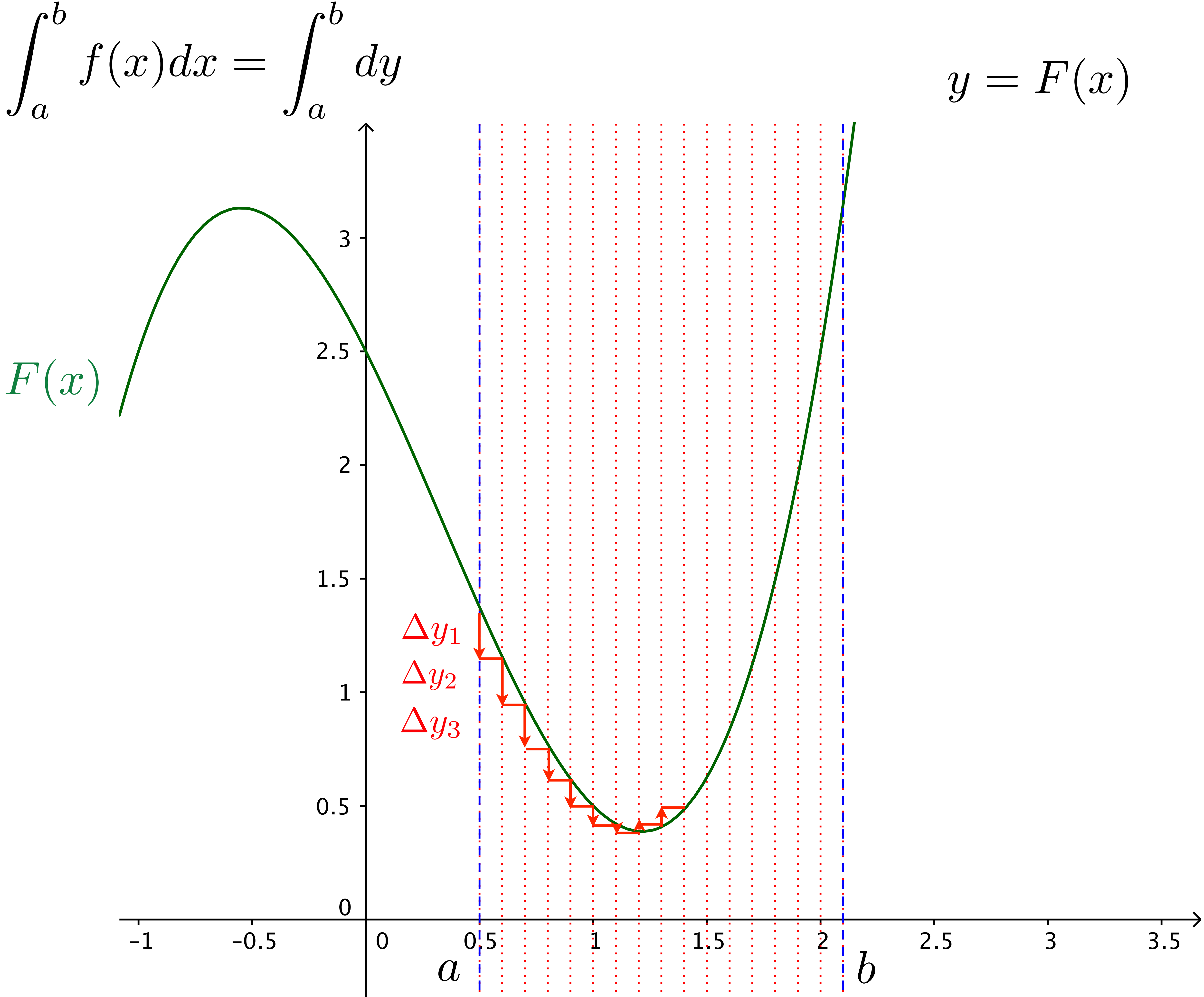
$$y = F(x)$$



$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b dy$$

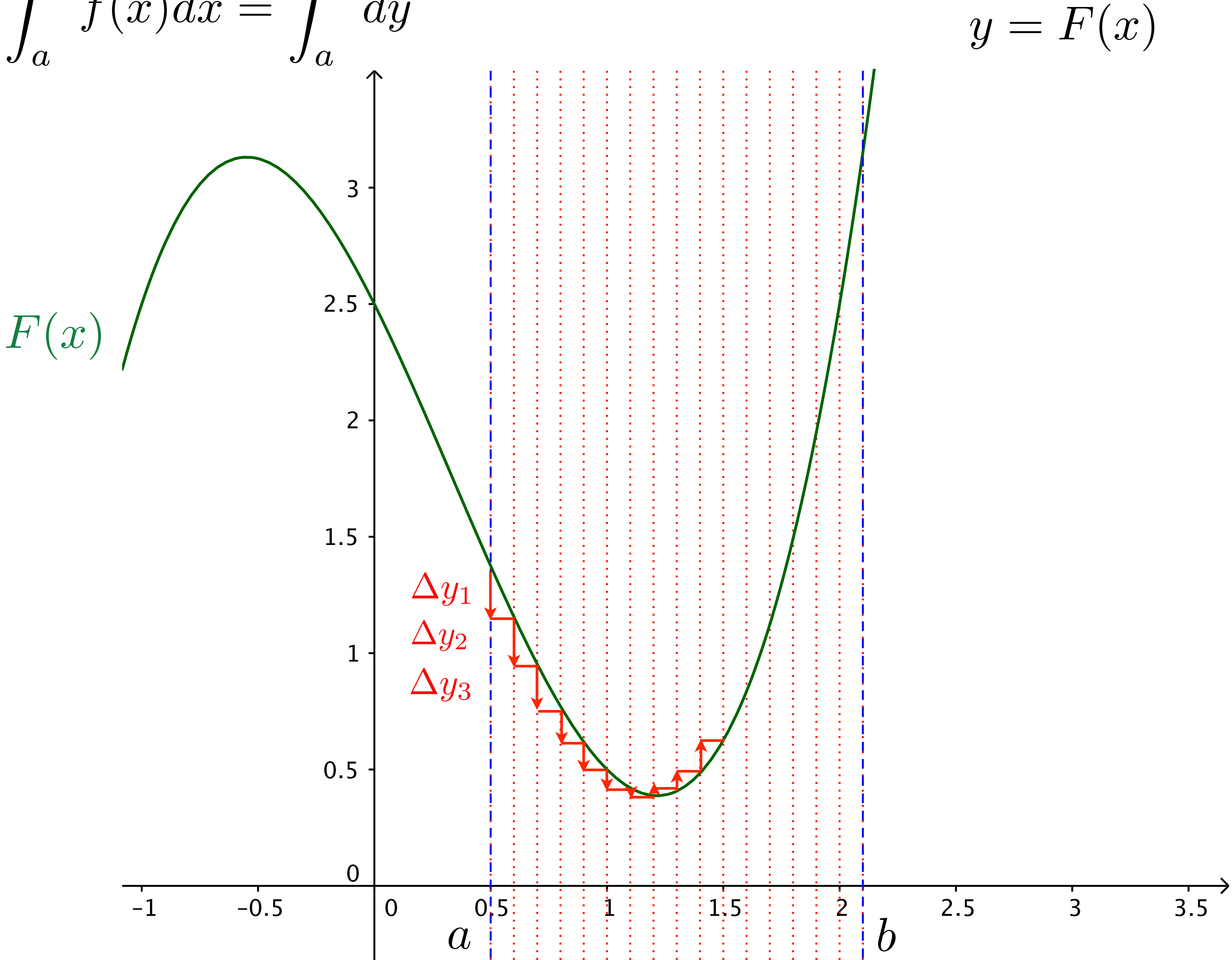
$$y = F(x)$$



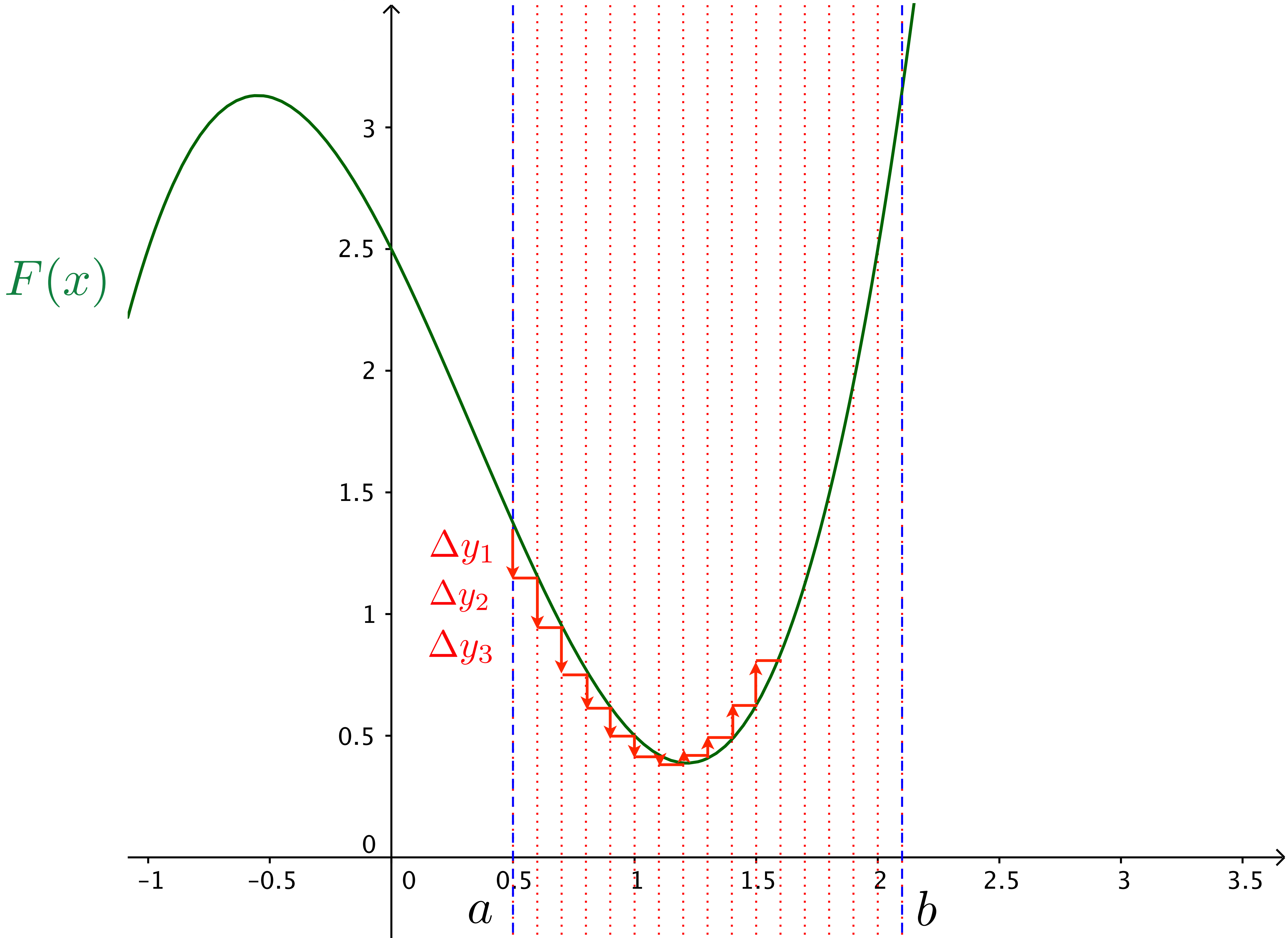


$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b dy$
$y = F(x)$
$F(x)$
Δy_1
Δy_2
Δy_3
a
b
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
0.5
1
1.5
2
2.5
3

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b dy$$

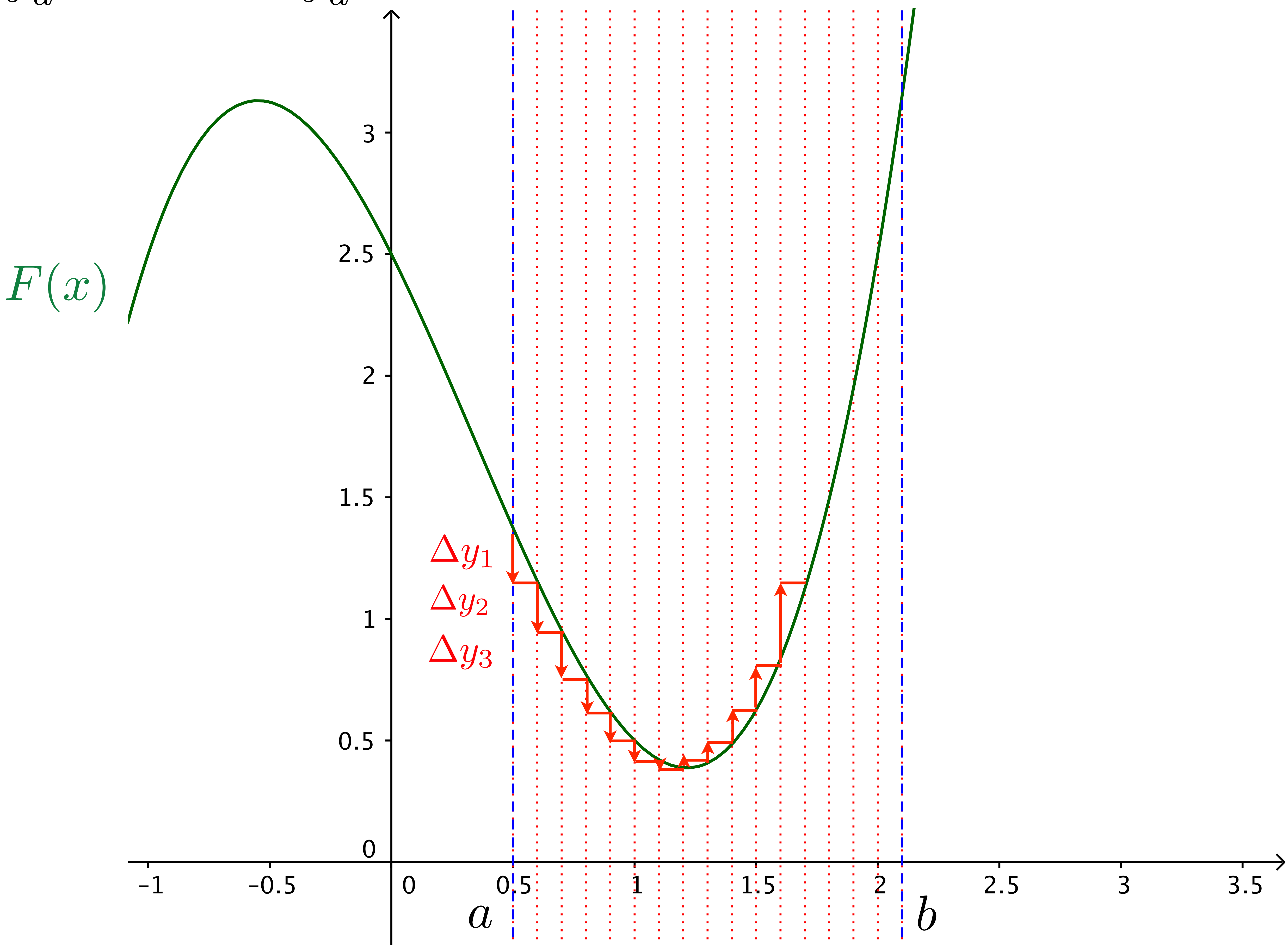


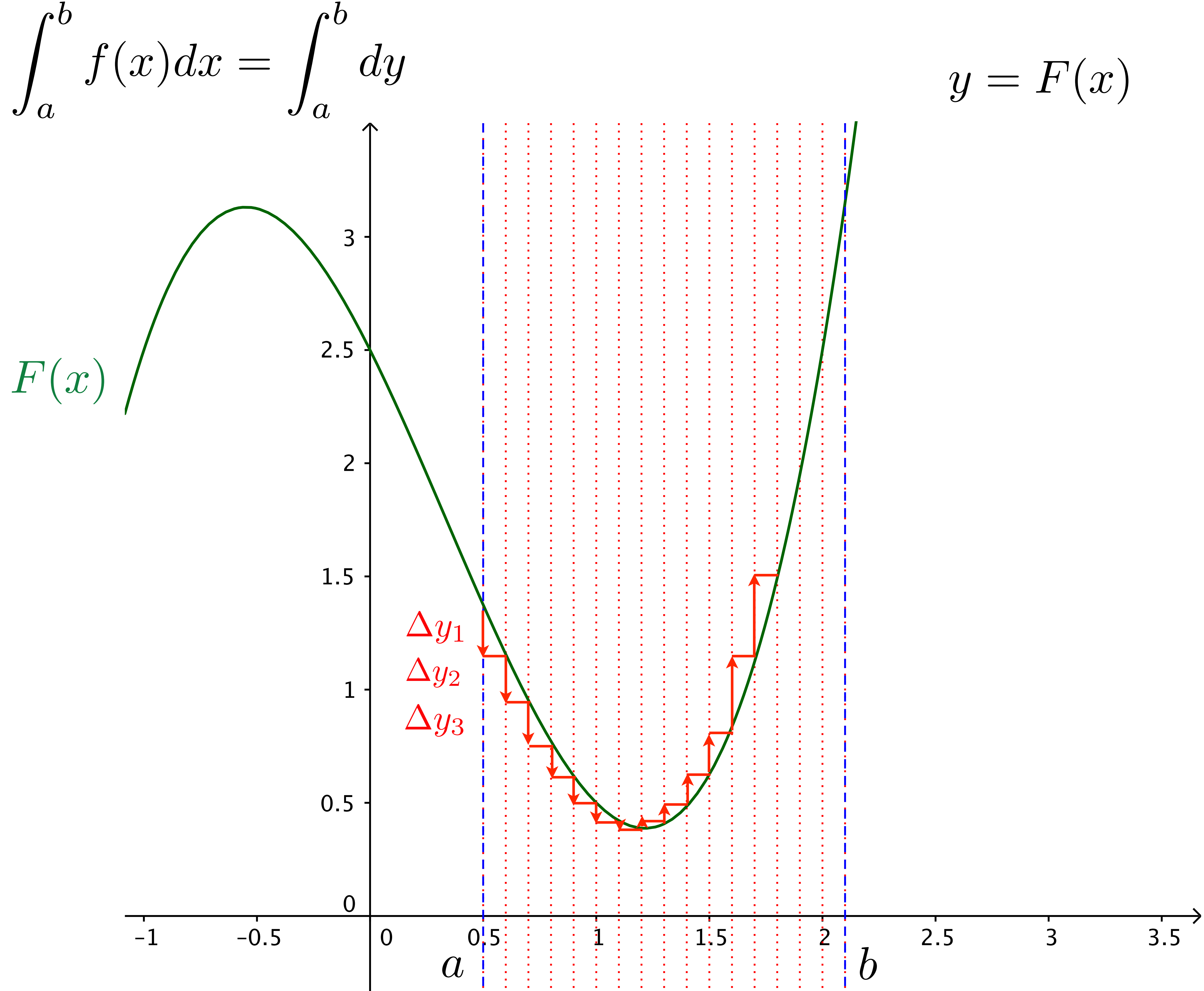
$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b dy$$



$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b dy$$

$$y = F(x)$$

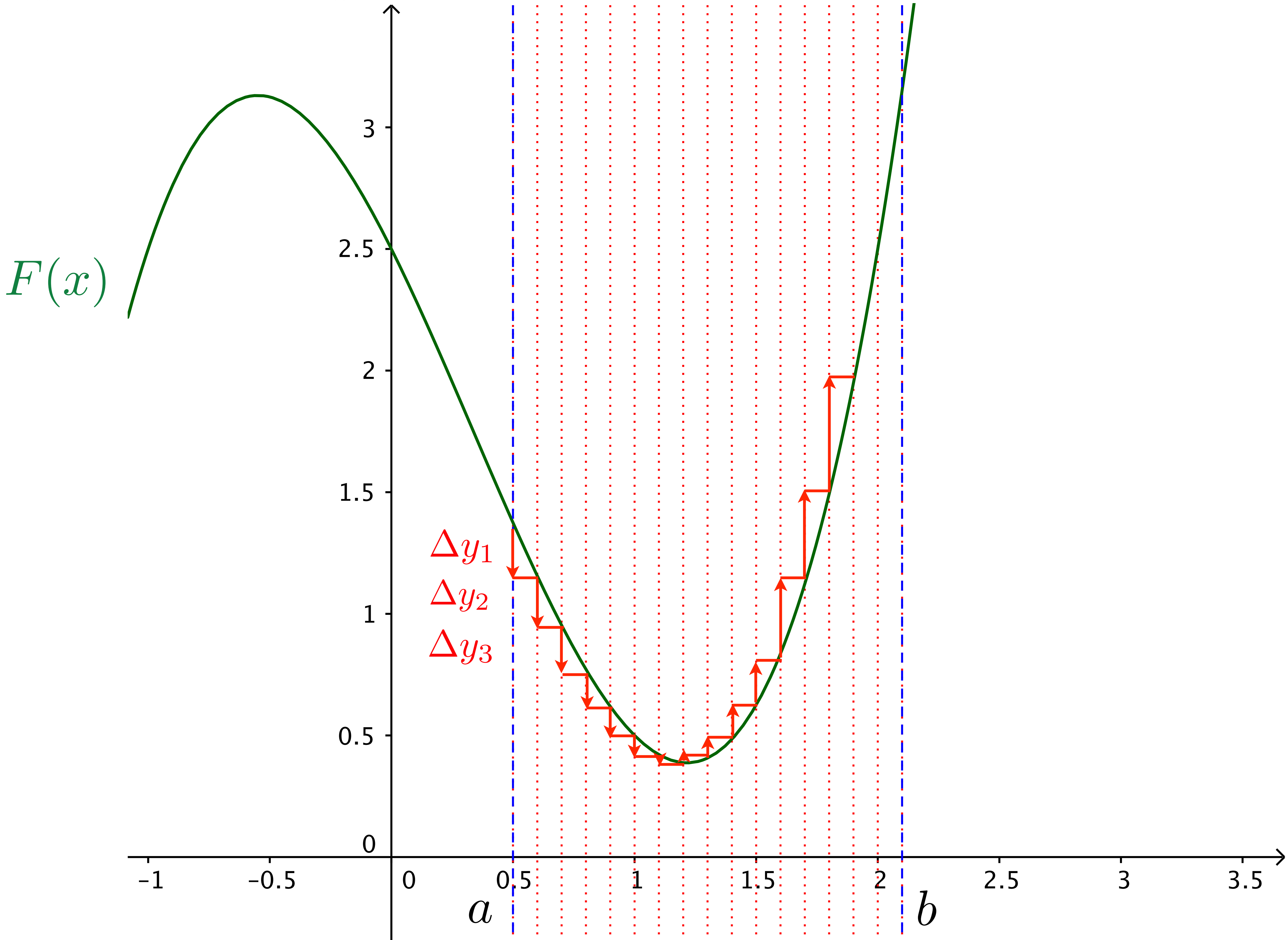




$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b dy$
$y = F(x)$
$F(x)$
Δy_1
Δy_2
Δy_3
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
a
b

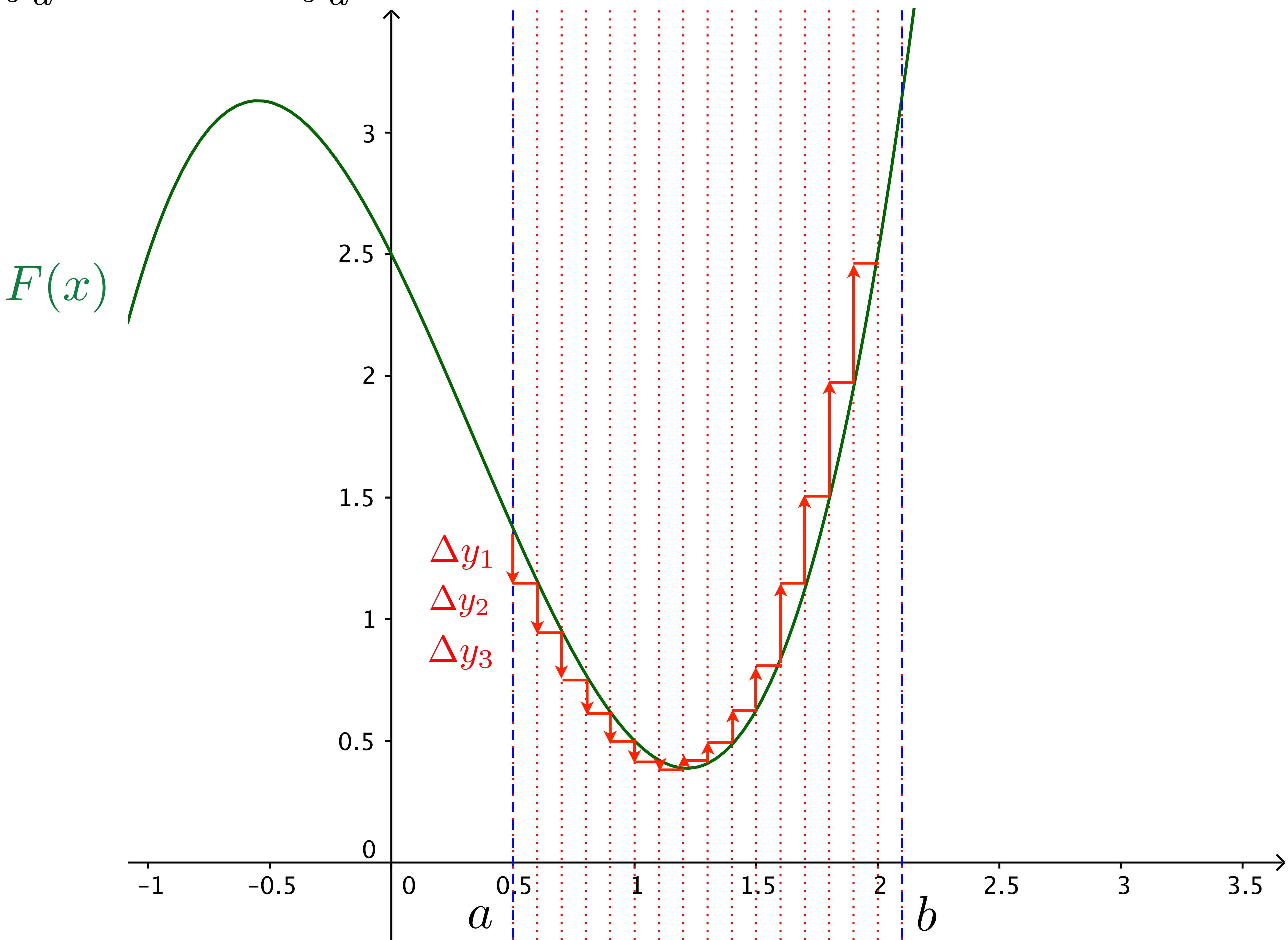
$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b dy$$

$$y = F(x)$$

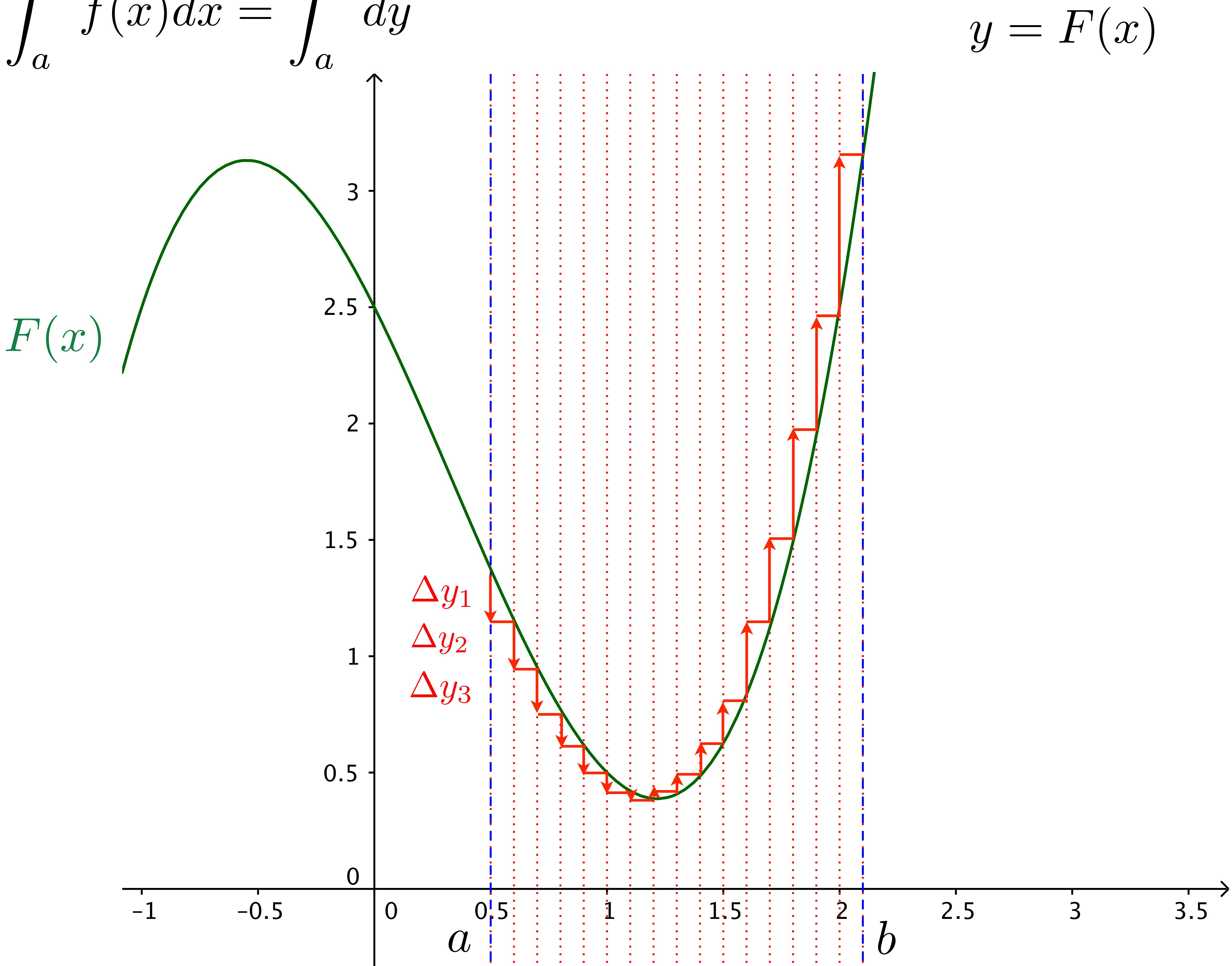


$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b dy$$

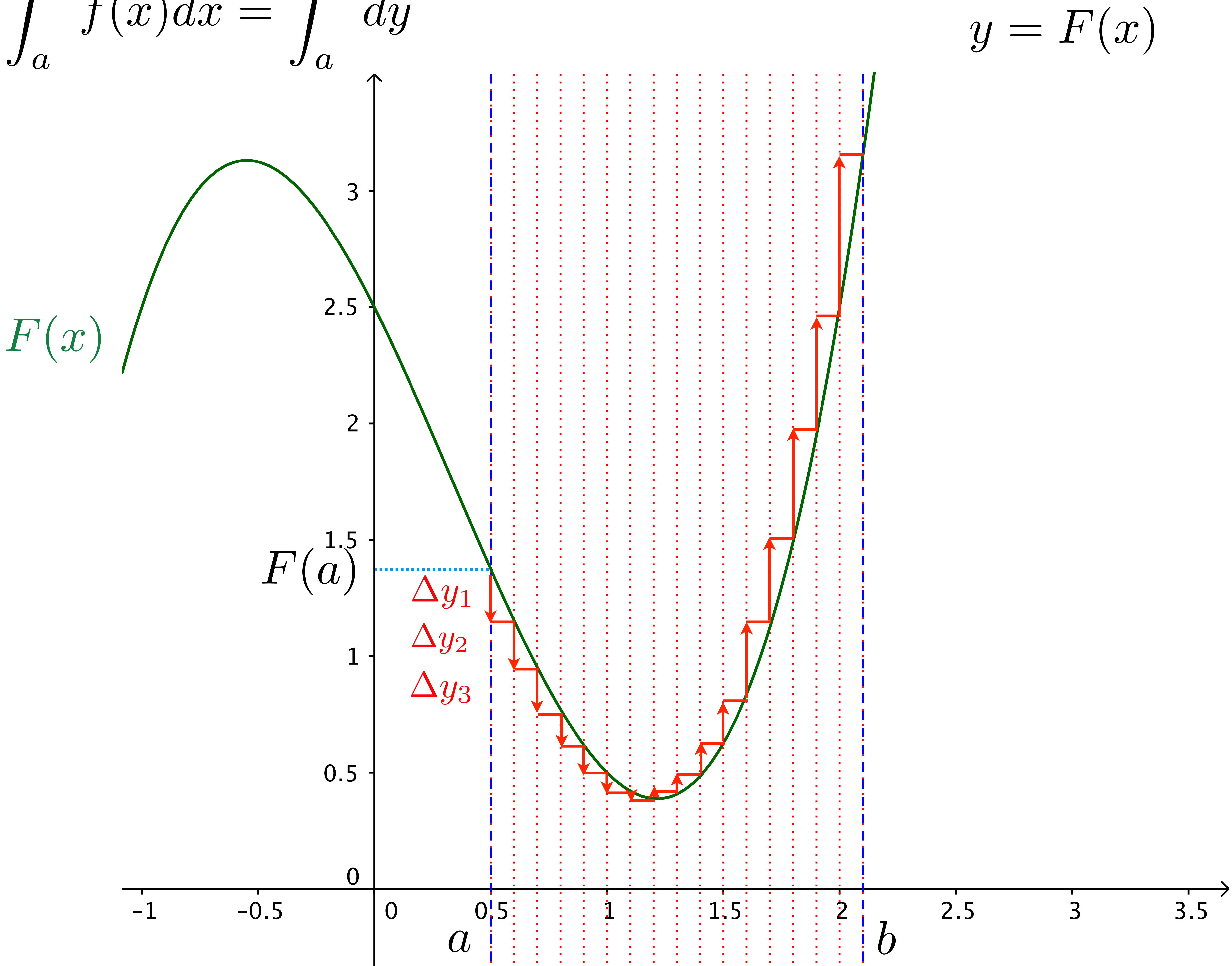
$$y = F(x)$$



$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b dy$$

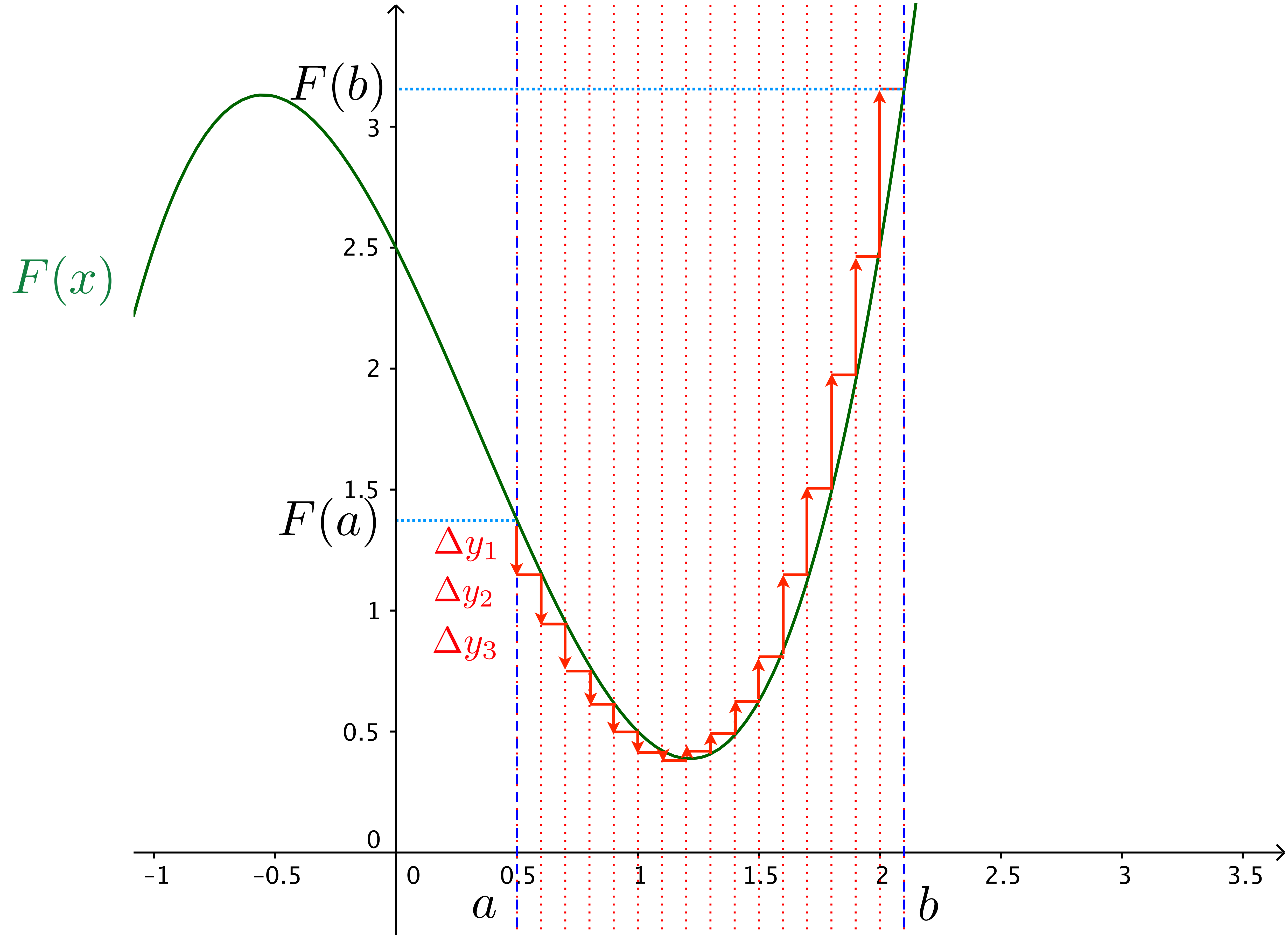


$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b dy$$



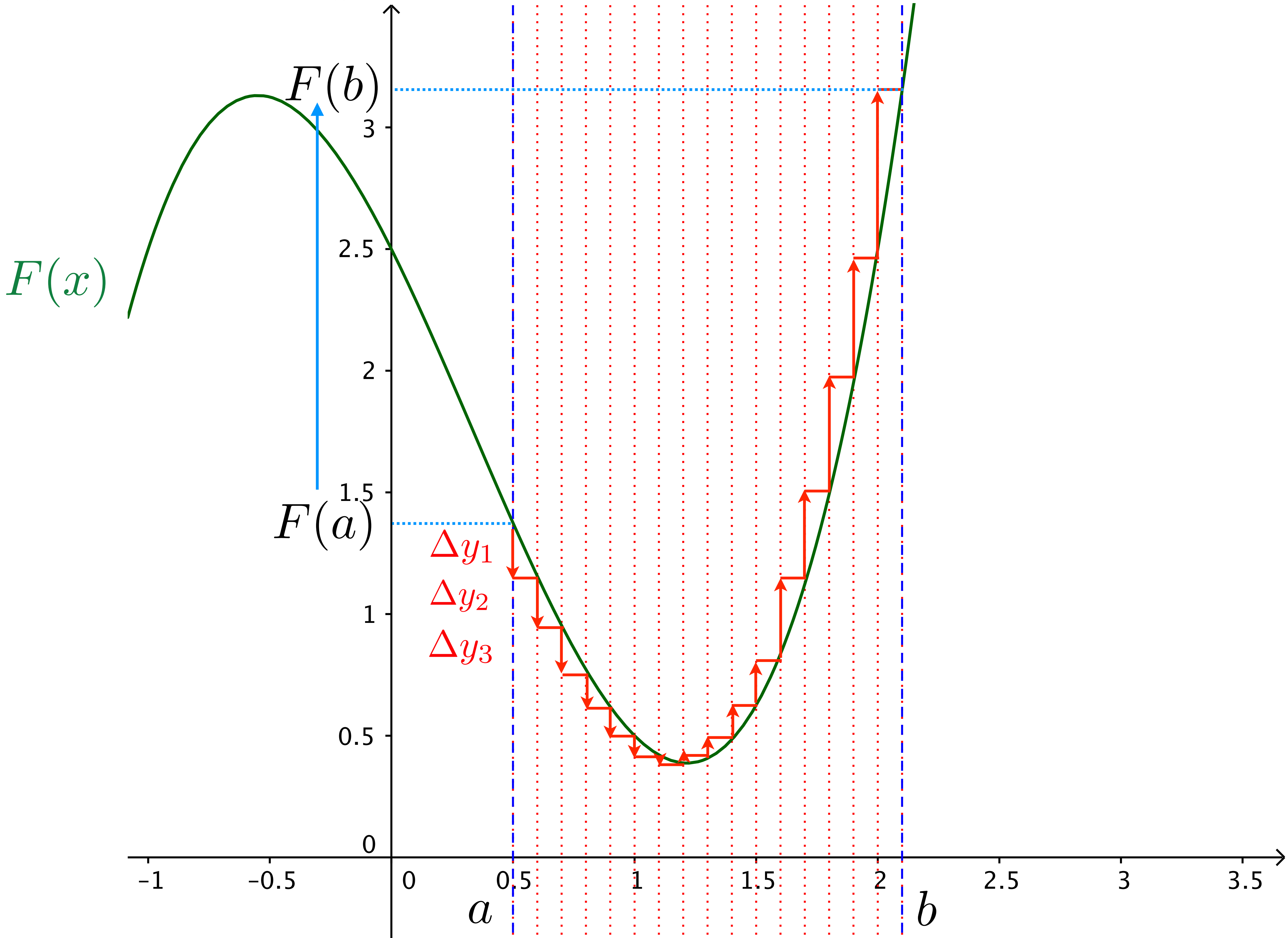
$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b dy$$

$$y = F(x)$$



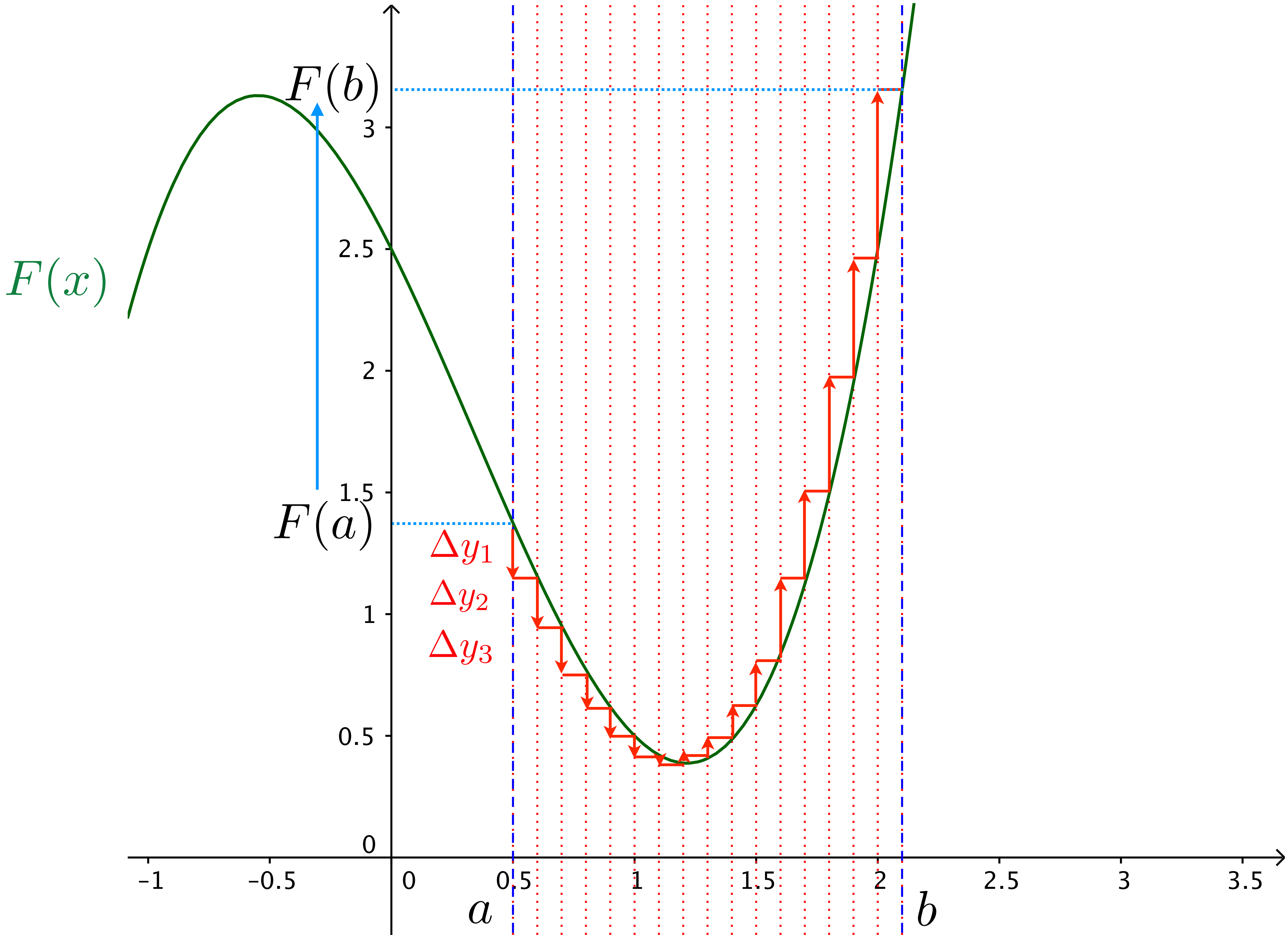
$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b dy$$

$$y = F(x)$$



$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b dy \;= F(b) - F(a)$$

$$y = F(x)$$



Exemple

$$\int_1^4 x \, dx$$

Exemple

$$\int_1^4 x \ dx$$

$$\int x \ dx$$

Exemple

$$\int_1^4 x \; dx$$

$$\int x \; dx = \frac{x^2}{2} + C$$

Exemple

$$\int_1^4 x \; dx$$

$$\int x \; dx \; = \frac{x^2}{2} + C \; = F(x) + C$$

Exemple

$$\int_1^4 x \; dx$$

$$\int x \; dx \; = \frac{x^2}{2} + C \; = F(x) + C$$

$$\int_1^4 x \; dx = F(4) - F(1)$$

Exemple

$$\int_1^4 x \; dx$$

$$\int x \; dx = \frac{x^2}{2} + C = F(x) + C$$

$$\int_1^4 x \; dx = F(4) - F(1) = \frac{4^2}{2} - \frac{1^2}{2}$$

Exemple

$$\int_1^4 x \; dx$$

$$\int x \; dx \;= \frac{x^2}{2} + C \;= F(x) + C$$

$$\int_1^4 x \; dx = F(4) - F(1) \;= \frac{4^2}{2} - \frac{1^2}{2} \;= \frac{16-1}{2}$$

Exemple

$$\int_1^4 x \ dx$$

$$\int x \ dx \ = \frac{x^2}{2} + C \ = F(x) + C$$

$$\int_1^4 x \ dx = F(4) - F(1) \ = \frac{4^2}{2} - \frac{1^2}{2} \ = \frac{16-1}{2} \ = \frac{15}{2}$$

Exemple

$$\int_1^4 x \; dx$$

$$\int x \; dx \; = \frac{x^2}{2} + C \; = F(x) + C$$

$$\int_1^4 x \; dx = F(4) - F(1) \; = \frac{4^2}{2} - \frac{1^2}{2} \; = \frac{16-1}{2} \; = \frac{15}{2}$$

Habituellement on écrit plutôt:

Exemple

$$\int_1^4 x \; dx$$

$$\int x \; dx \;=\frac{x^2}{2}+C \;= F(x)+C$$

$$\int_1^4 x \; dx = F(4) - F(1) \;= \frac{4^2}{2} - \frac{1^2}{2} \;= \frac{16-1}{2} \;= \frac{15}{2}$$

Habituellement on écrit plutôt:

$$\int_1^4 x \; dx$$

Exemple

$$\int_1^4 x\ dx$$

$$\int x\ dx = \frac{x^2}{2} + C = F(x) + C$$

$$\int_1^4 x\ dx = F(4) - F(1) = \frac{4^2}{2} - \frac{1^2}{2} = \frac{16-1}{2} = \frac{15}{2}$$

Habituellement on écrit plutôt:

$$\int_1^4 x\ dx = \frac{x^2}{2}\Bigg|_1^4$$

Exemple

$$\int_1^4 x \; dx$$

$$\int x \; dx \; = \frac{x^2}{2} + C \; = F(x) + C$$

$$\int_1^4 x \; dx = F(4) - F(1) \; = \frac{4^2}{2} - \frac{1^2}{2} \; = \frac{16-1}{2} \; = \frac{15}{2}$$

Habituellement on écrit plutôt:

$$\int_1^4 x \; dx \; = \frac{x^2}{2}\Bigg|_1^4 \; = \frac{4^2}{2} - \frac{1^2}{2}$$

Exemple

$$\int_1^4 x\ dx$$

$$\int x\ dx \ = \frac{x^2}{2} + C \ = F(x) + C$$

$$\int_1^4 x\ dx = F(4) - F(1) \ = \frac{4^2}{2} - \frac{1^2}{2} \ = \frac{16-1}{2} \ = \frac{15}{2}$$

Habituellement on écrit plutôt:

$$\int_1^4 x\ dx \ = \frac{x^2}{2}\Big|_1^4 \ = \frac{4^2}{2} - \frac{1^2}{2}$$

Exemple

$$\int_1^4 x\ dx$$

$$\int x\ dx \ = \frac{x^2}{2} + C \ = F(x) + C$$

$$\int_1^4 x\ dx = F(4) - F(1) \ = \frac{4^2}{2} - \frac{1^2}{2} \quad = \frac{16-1}{2} \quad = \frac{15}{2}$$

Habituellement on écrit plutôt:

$$\int_1^4 x\ dx \ = \frac{x^2}{2}\Big|_1^4 \ = \frac{4^2}{2} - \frac{1^2}{2}$$

Exemple

$$\int_1^4 x\ dx$$

$$\int x\ dx \;=\; \frac{x^2}{2} + C \;=\; F(x) + C$$

$$\int_1^4 x\ dx = F(4) - F(1) \;=\; \frac{4^2}{2} - \frac{1^2}{2} \;=\; \frac{16-1}{2} \;=\; \frac{15}{2}$$

Habituellement on écrit plutôt:

$$\int_1^4 x\ dx = \left.\frac{x^2}{2}\right|_1^4 = \frac{4^2}{2} - \frac{1^2}{2} = \frac{15}{2}$$

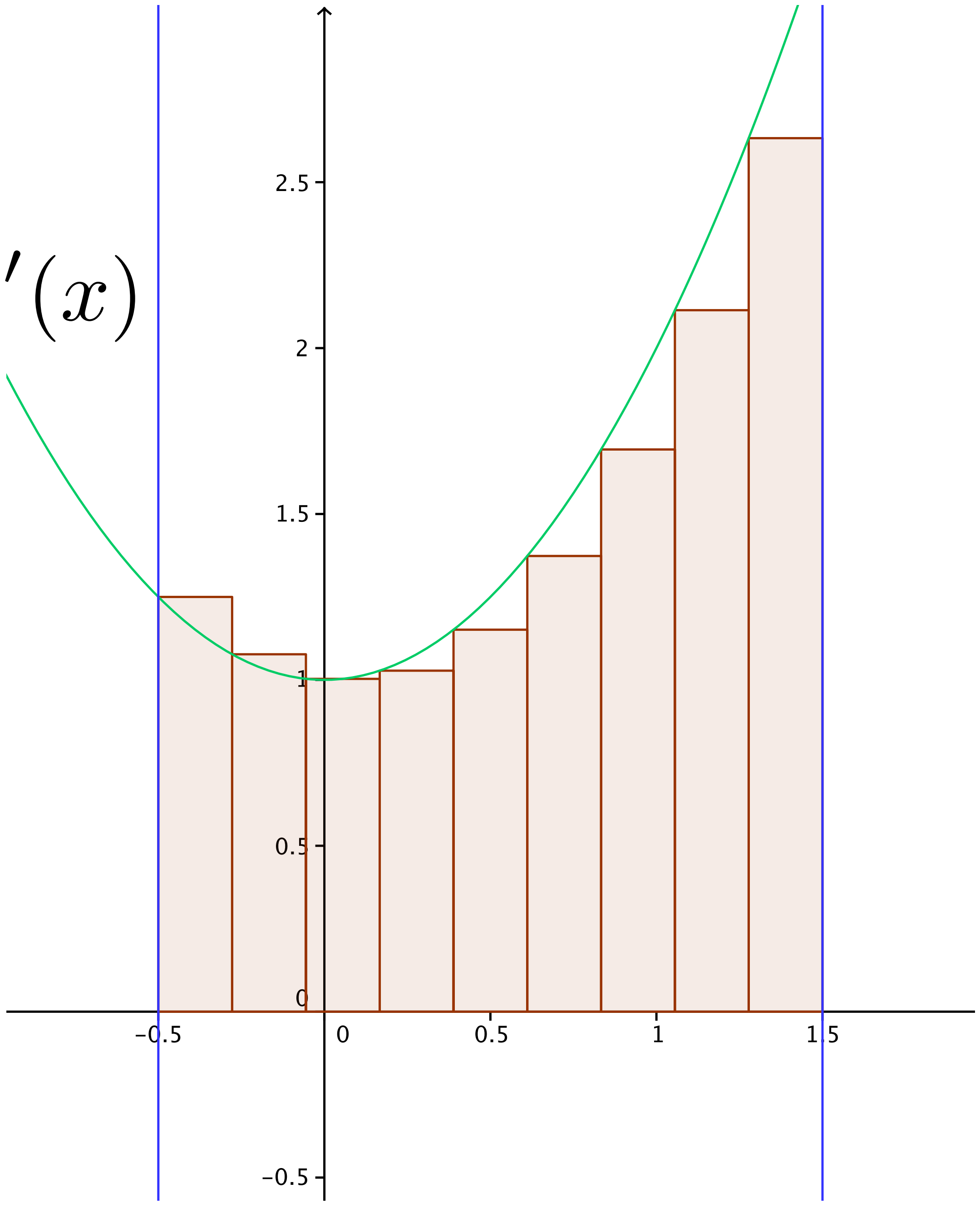
Faites les exercices suivants

Section 1.5 # 29 et 32

$$\int_a^x f'(x)\ dx = f(x) + C$$

$$\int_a^x f'(x)\ dx = f(x) + C$$

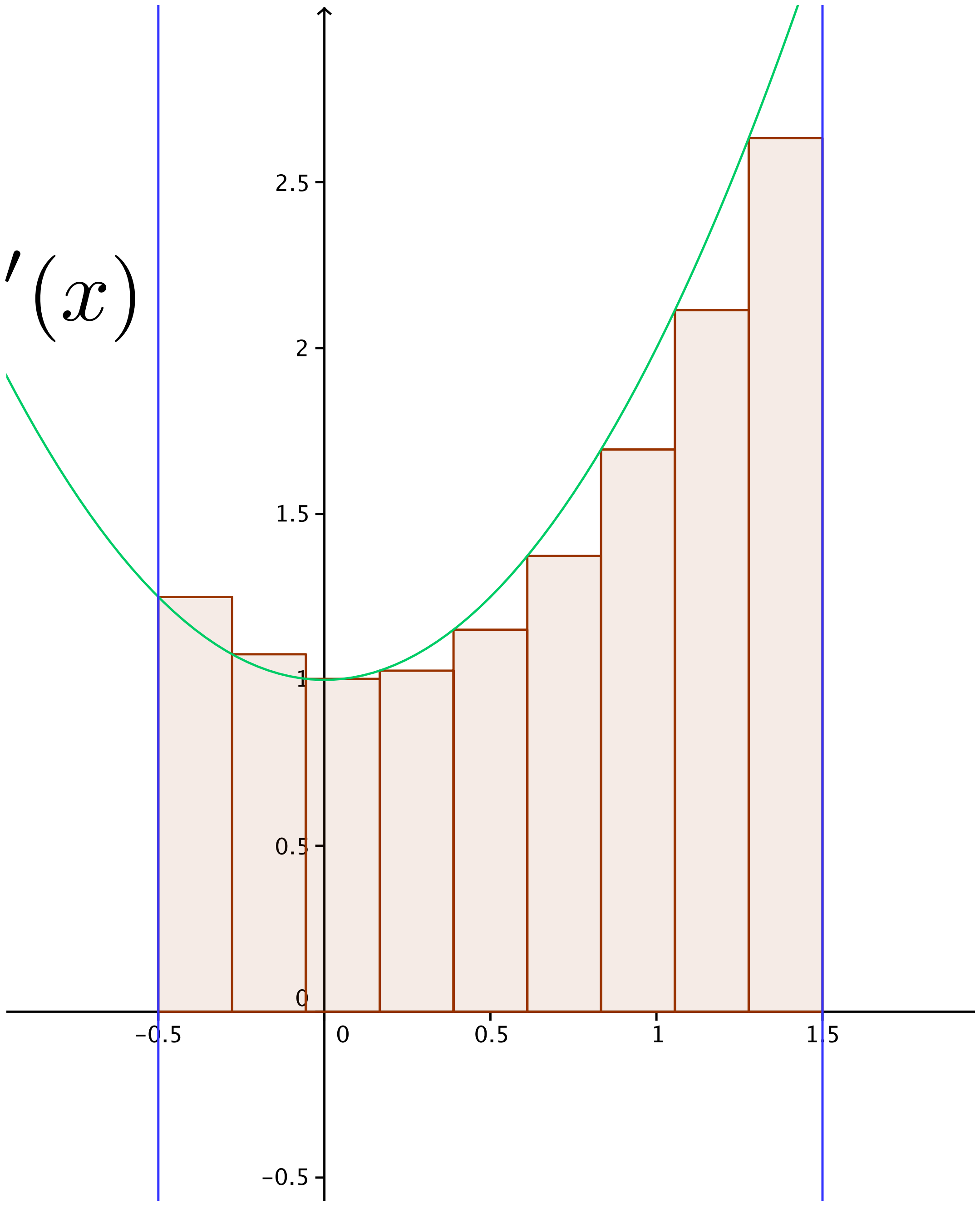
$f'(x)$



$$\int_a^x f'(x)\ dx = f(x) + C$$

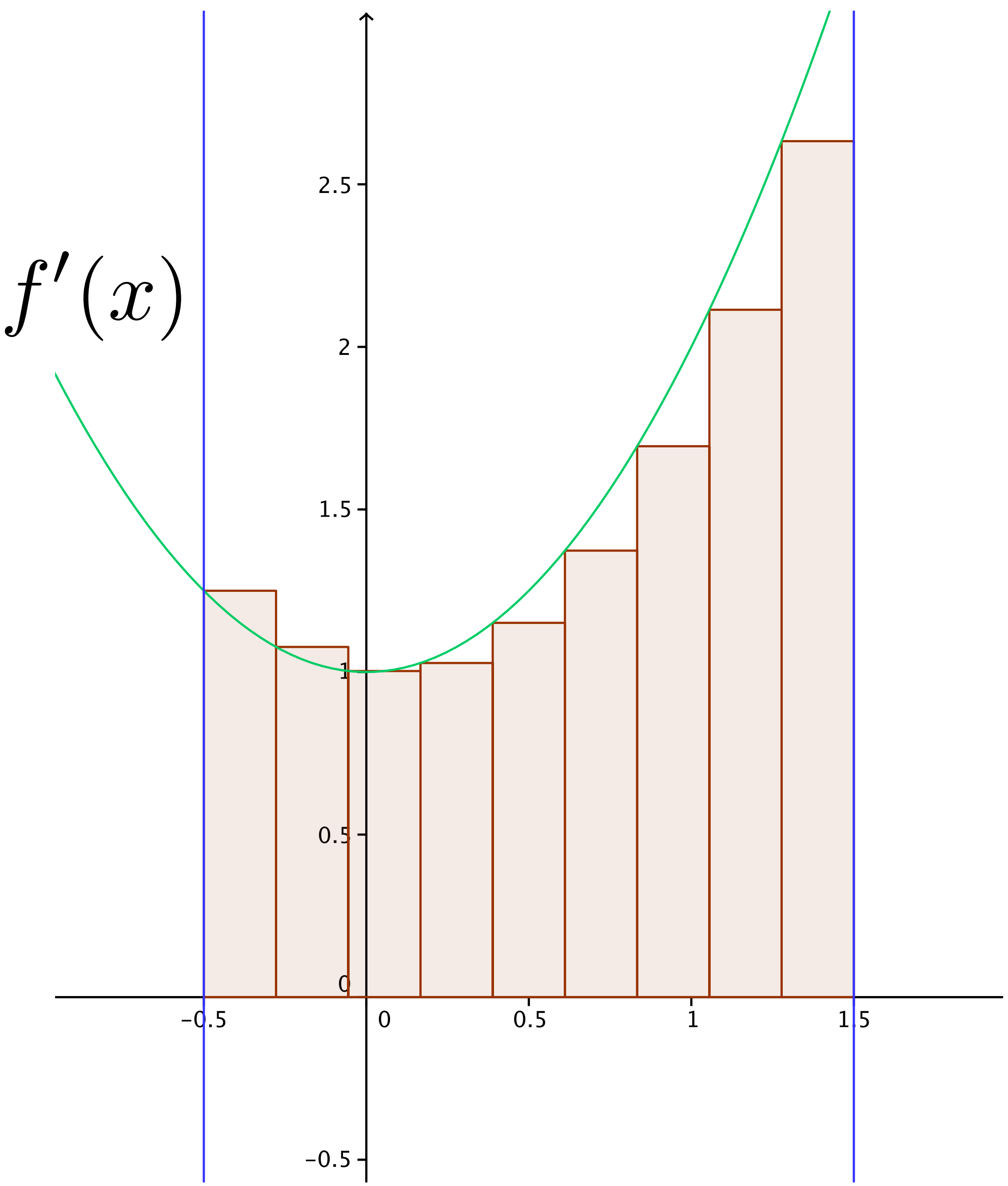
$$\int_a^x dy = y + C$$

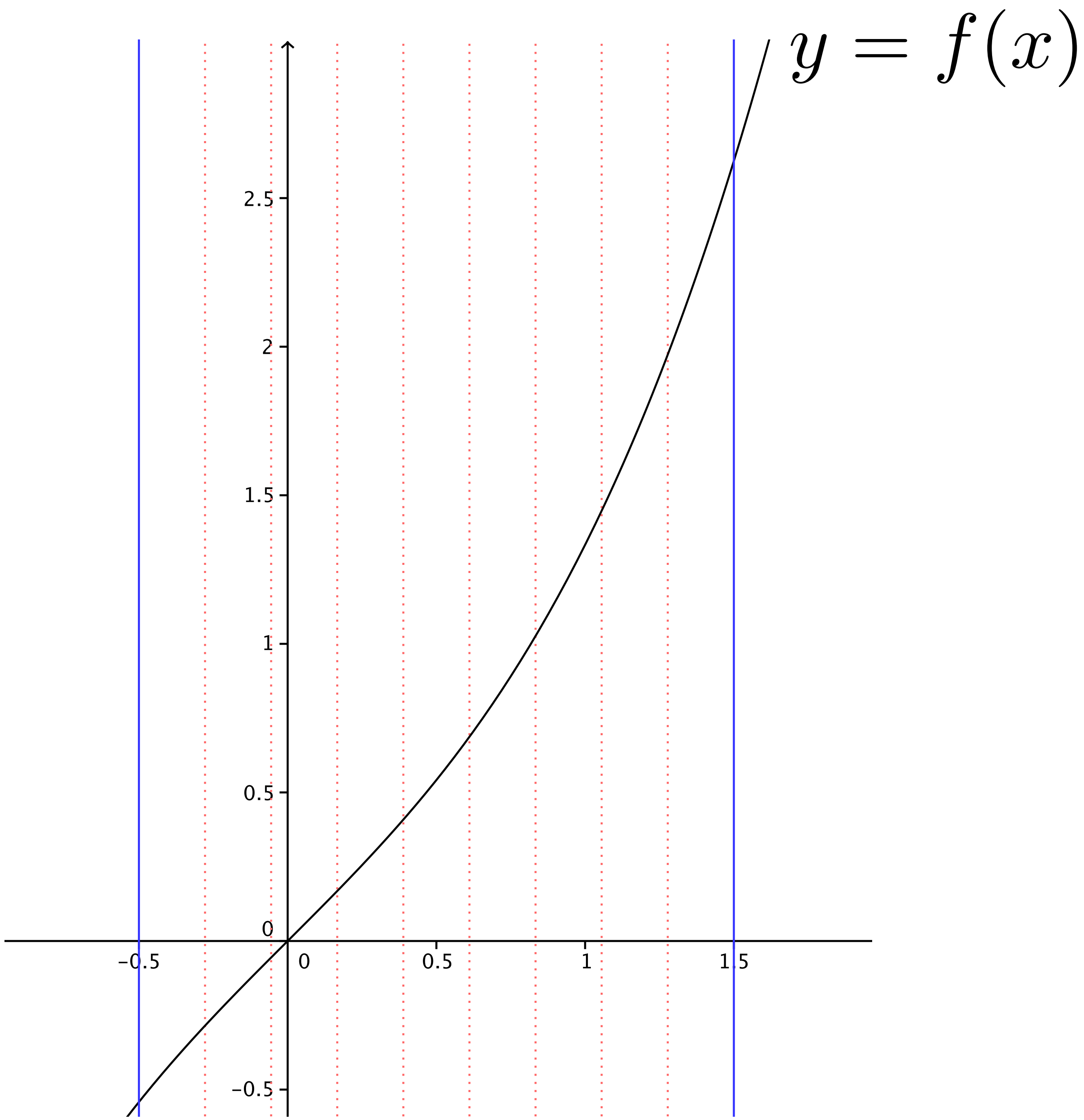
$f'(x)$



$$\int_a^x f'(x)\ dx = f(x) + C$$

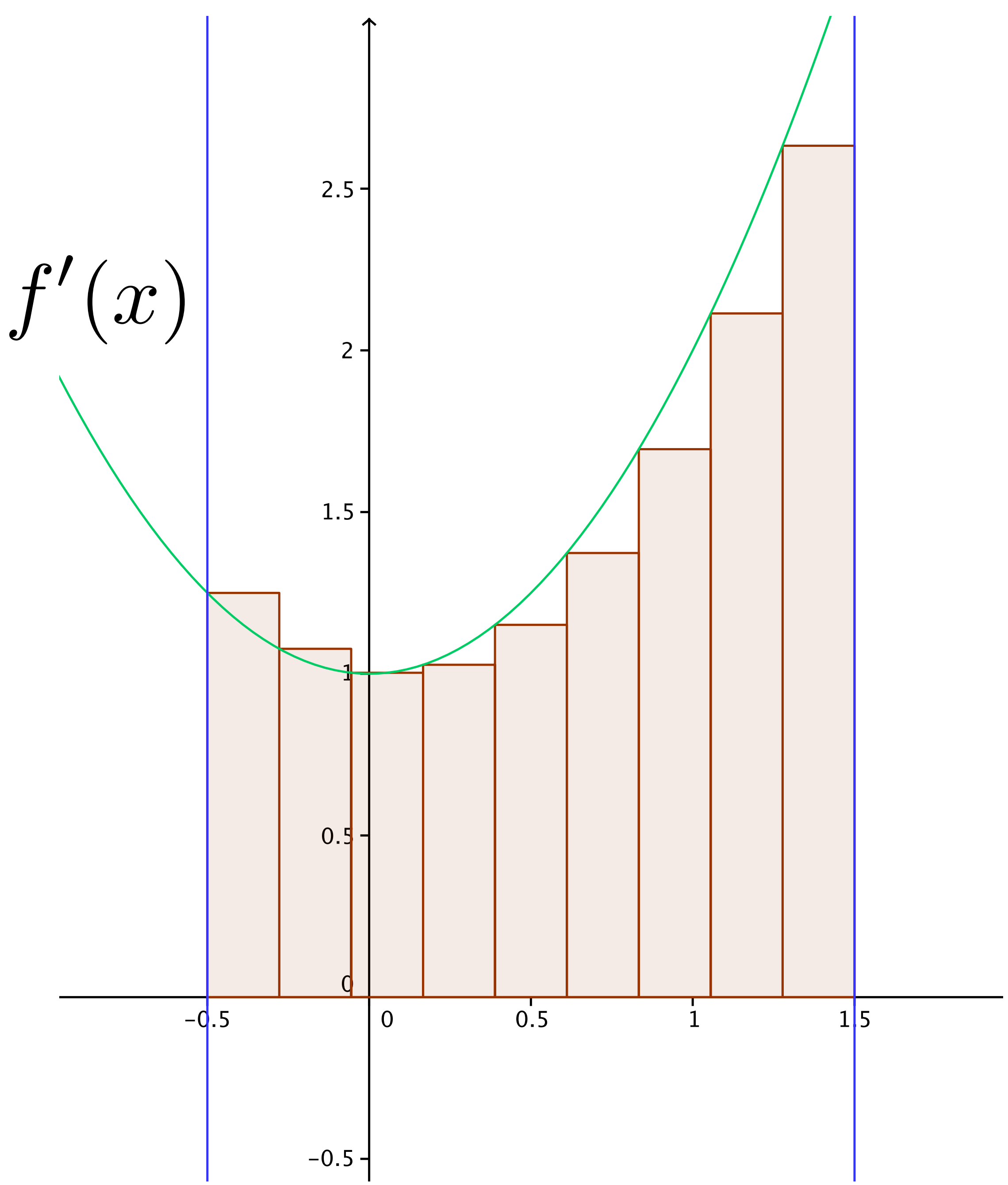
$$\int_a^x dy = y + C$$

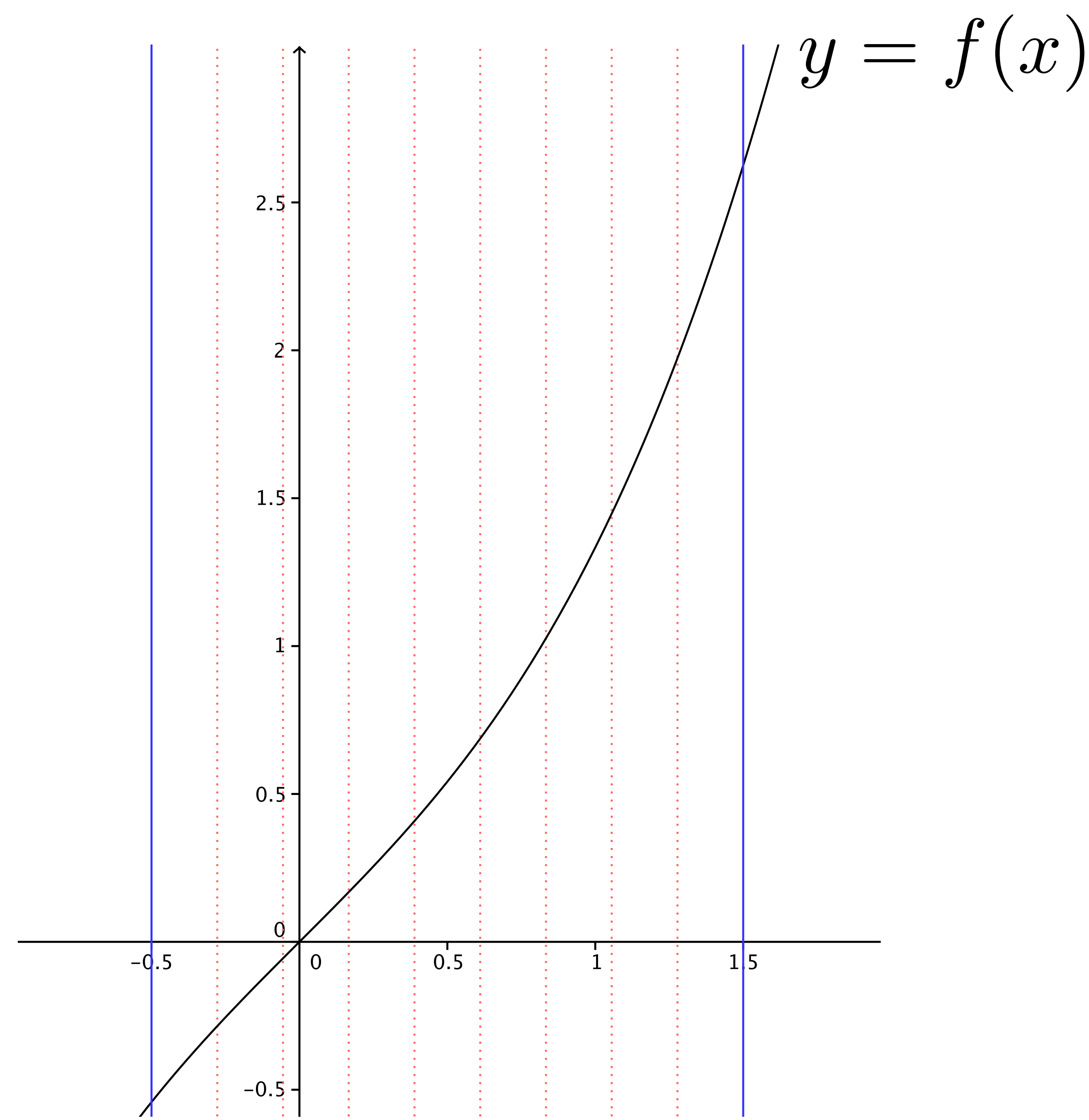




$$\int_a^x f'(x)\ dx = f(x) + C \qquad \int_a^x dy = y + C$$

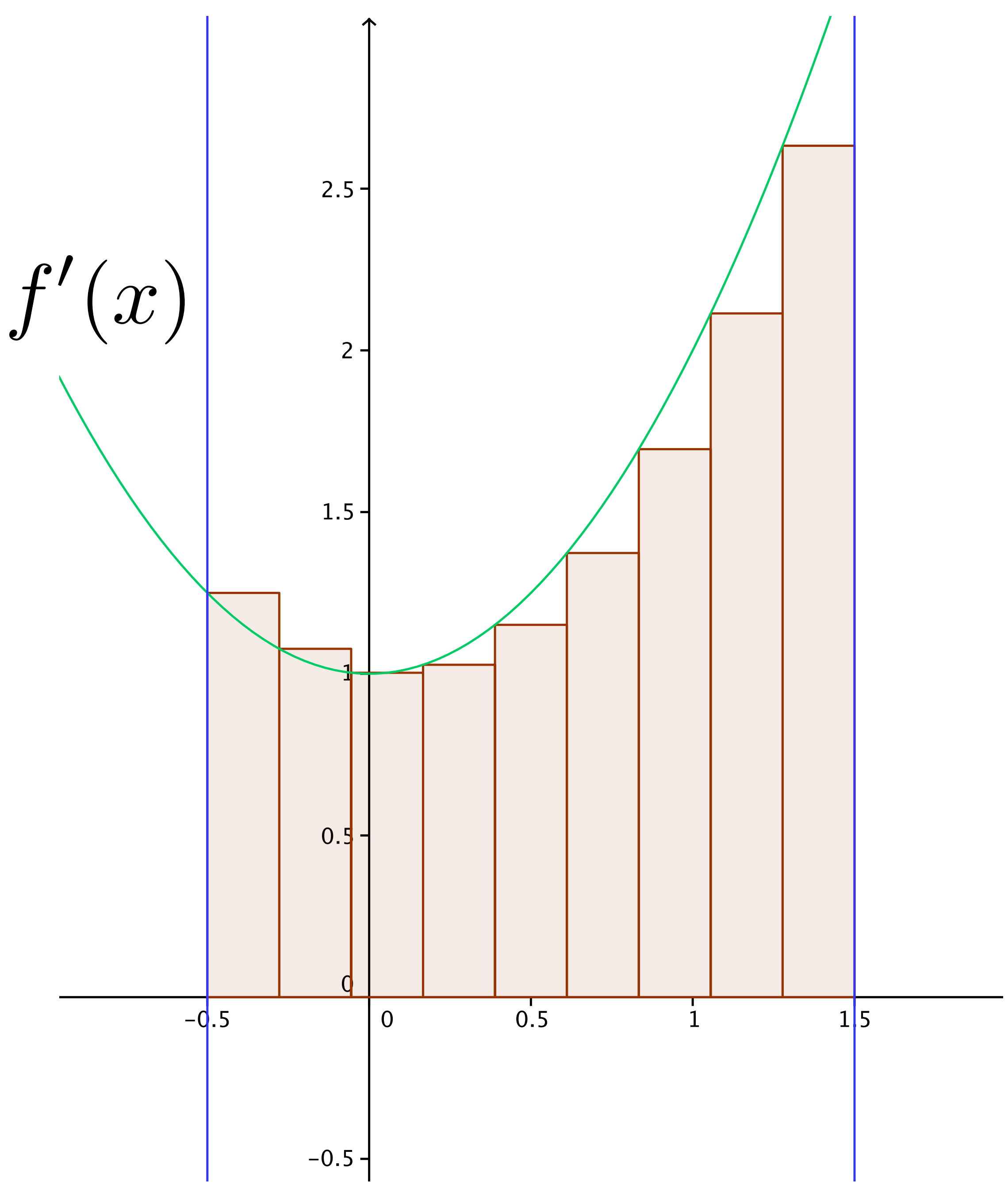
$$\sum_{k=1}^{n} f'(x_k^*)\Delta x_k$$

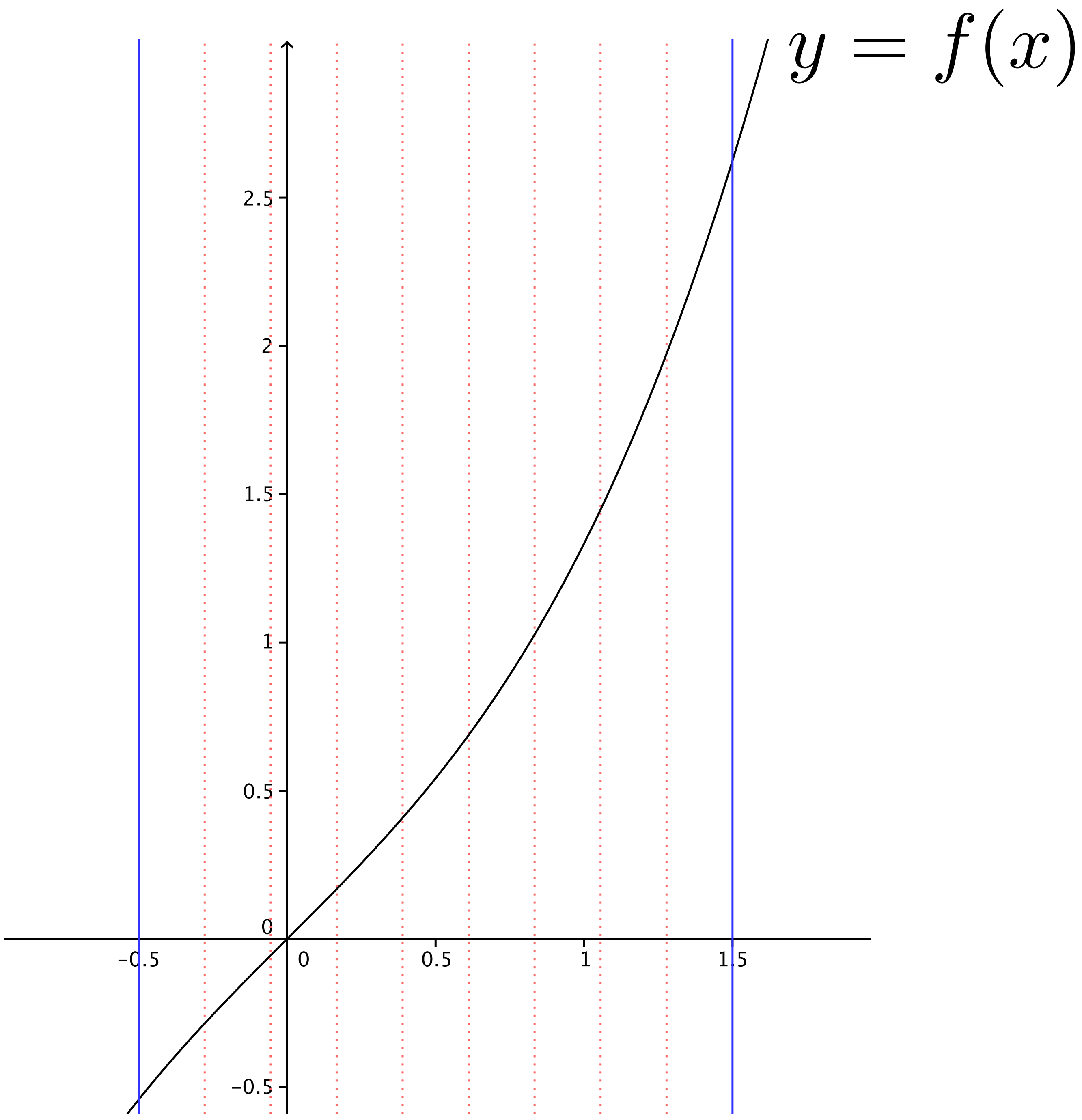




$$\int_a^x f'(x)\;dx = f(x) + C \qquad \int_a^x dy = y + C$$

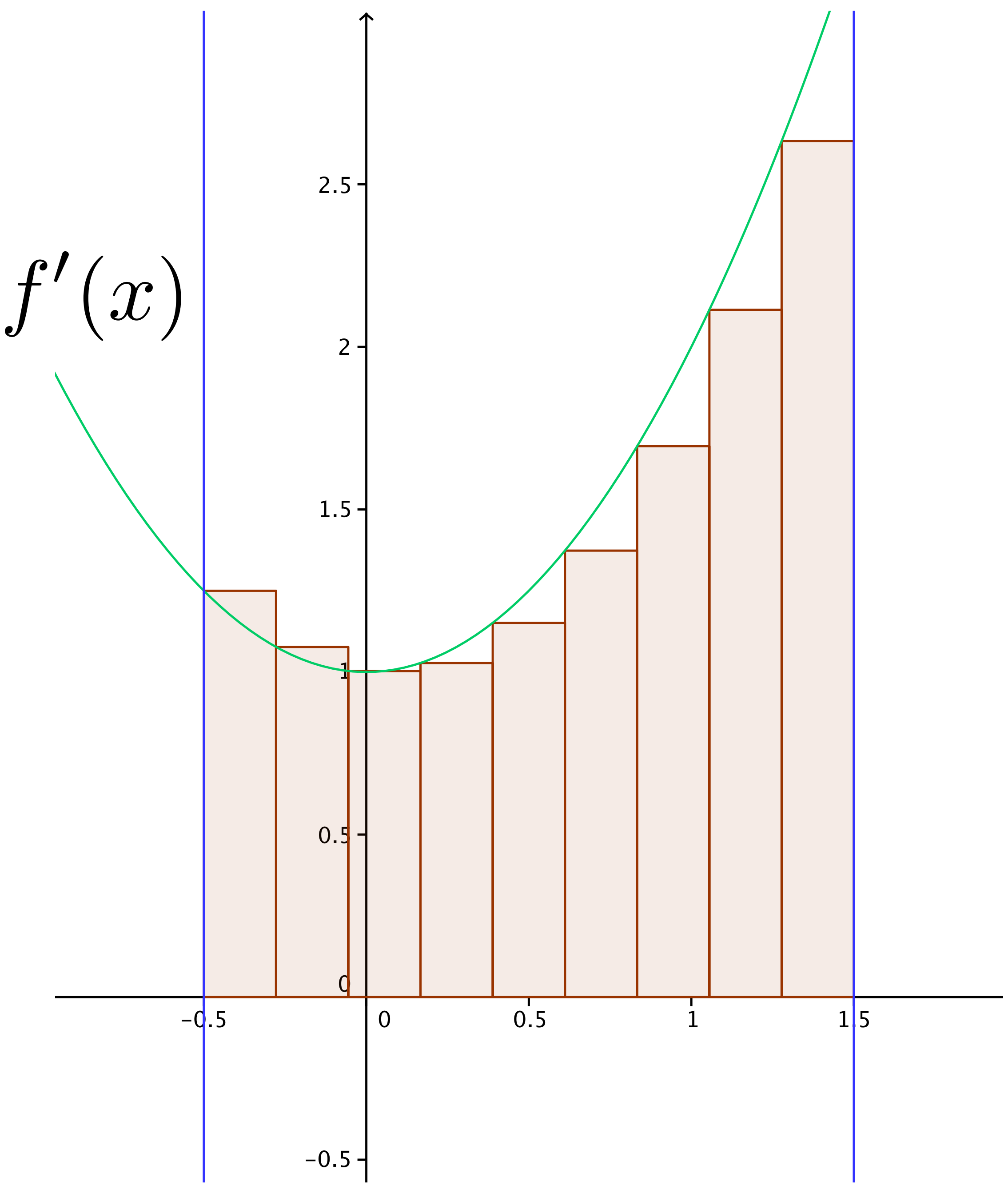
$$\sum_{k=1}^{n} f'(x_k^*)\Delta x_k = \text{Aire}$$





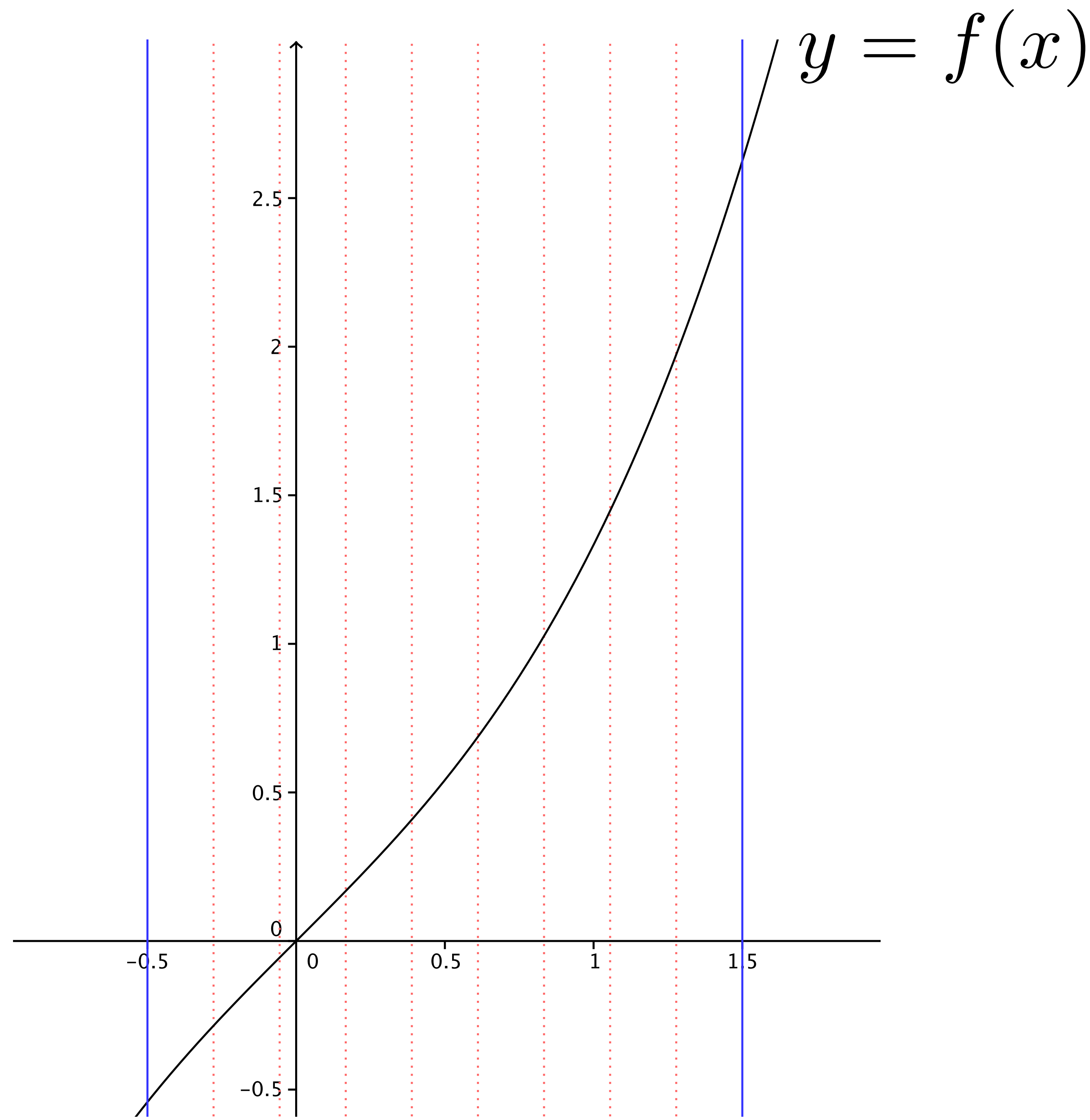
$$\int_a^x f'(x)\ dx = f(x) + C$$

$$\sum_{k=1}^{n} f'(x_k^*)\Delta x_k = \text{Aire}$$



$$\int_a^x dy = y + C$$

$$\sum_{k=1}^{n} \Delta y_k$$

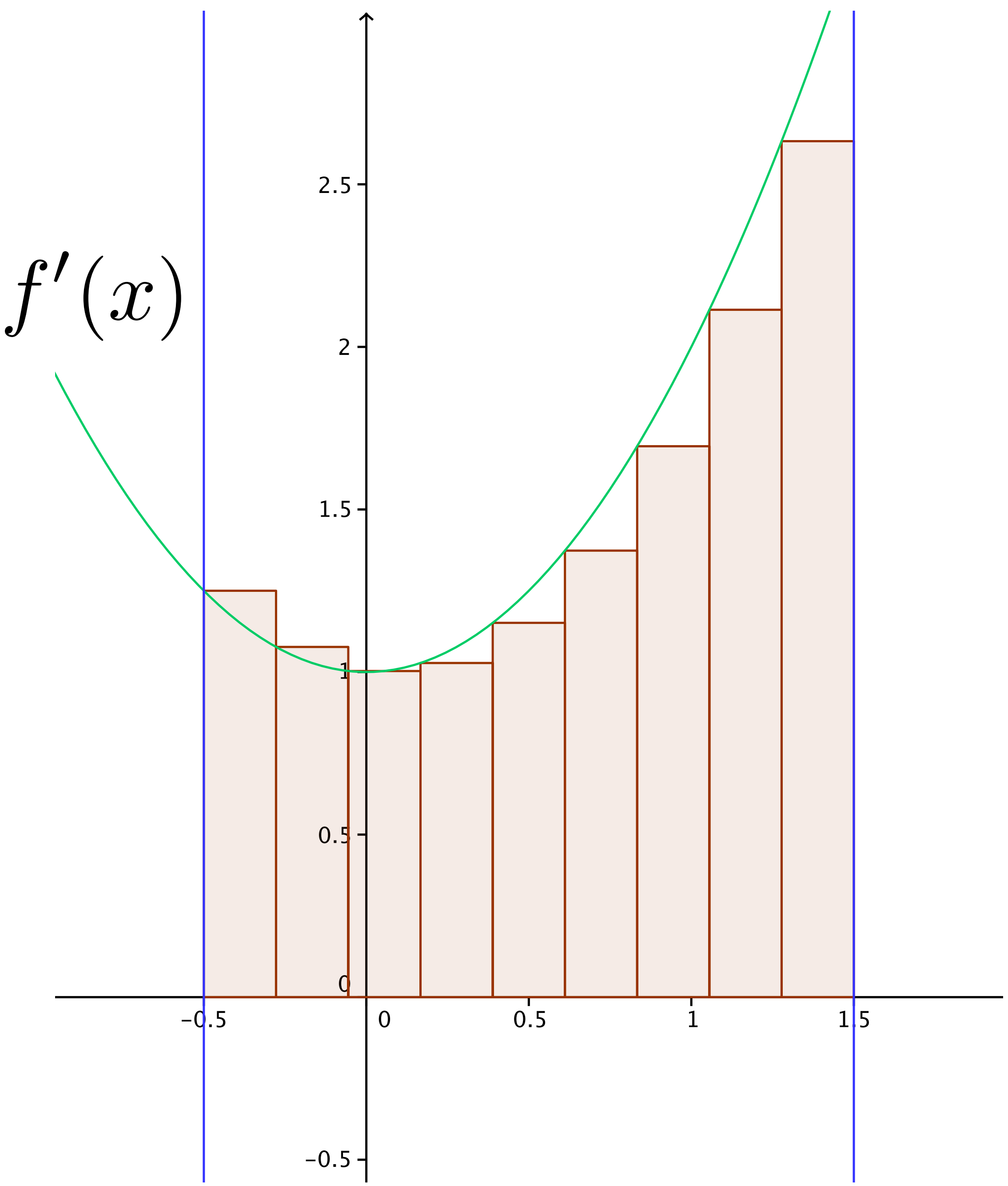


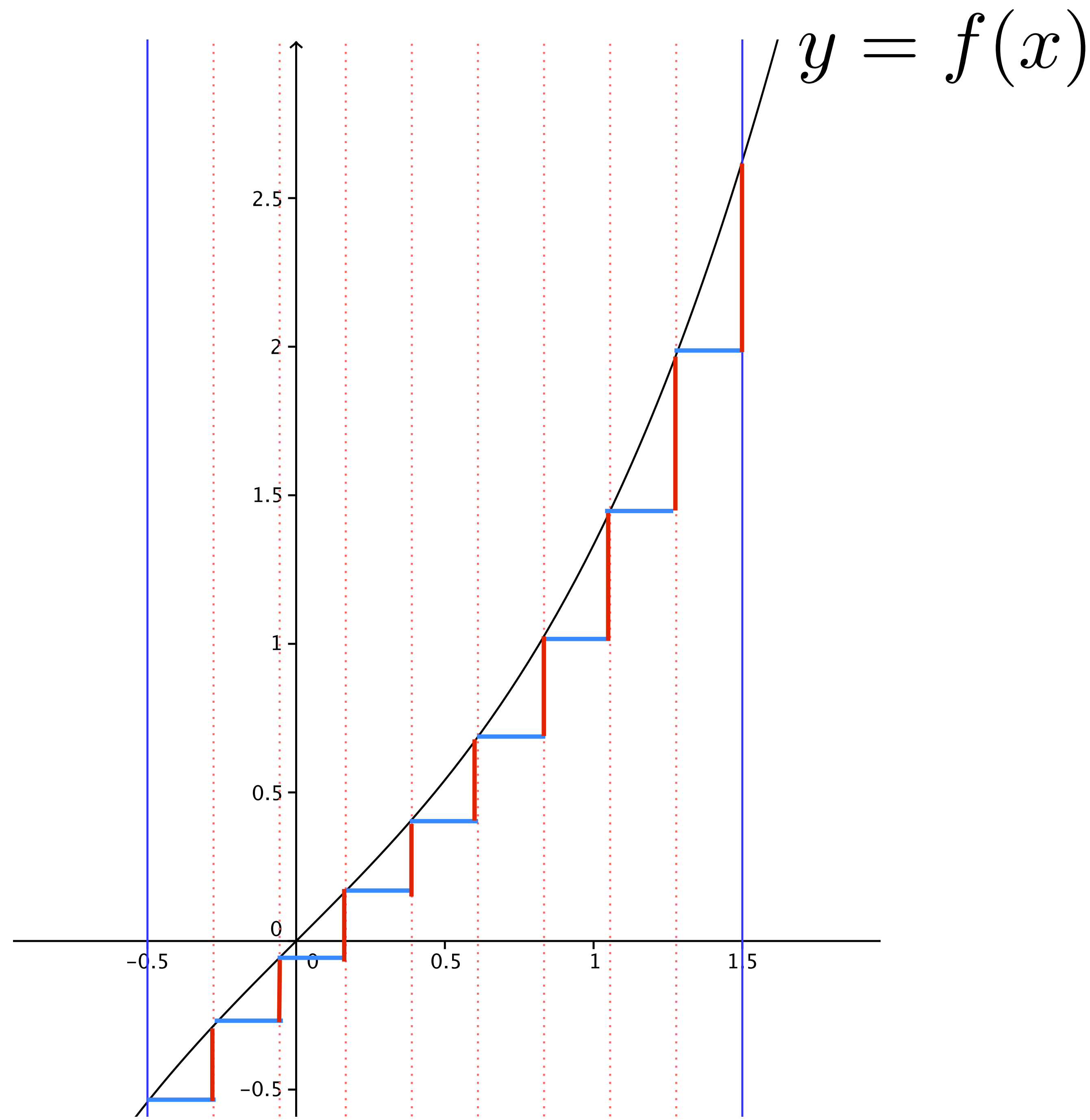
$$\int_a^x f'(x)\ dx = f(x) + C$$

$$\int_a^x dy = y + C$$

$$\sum_{k=1}^{n} f'(x_k^*)\Delta x_k = \text{Aire}$$

$$\sum_{k=1}^{n} \Delta y_k$$



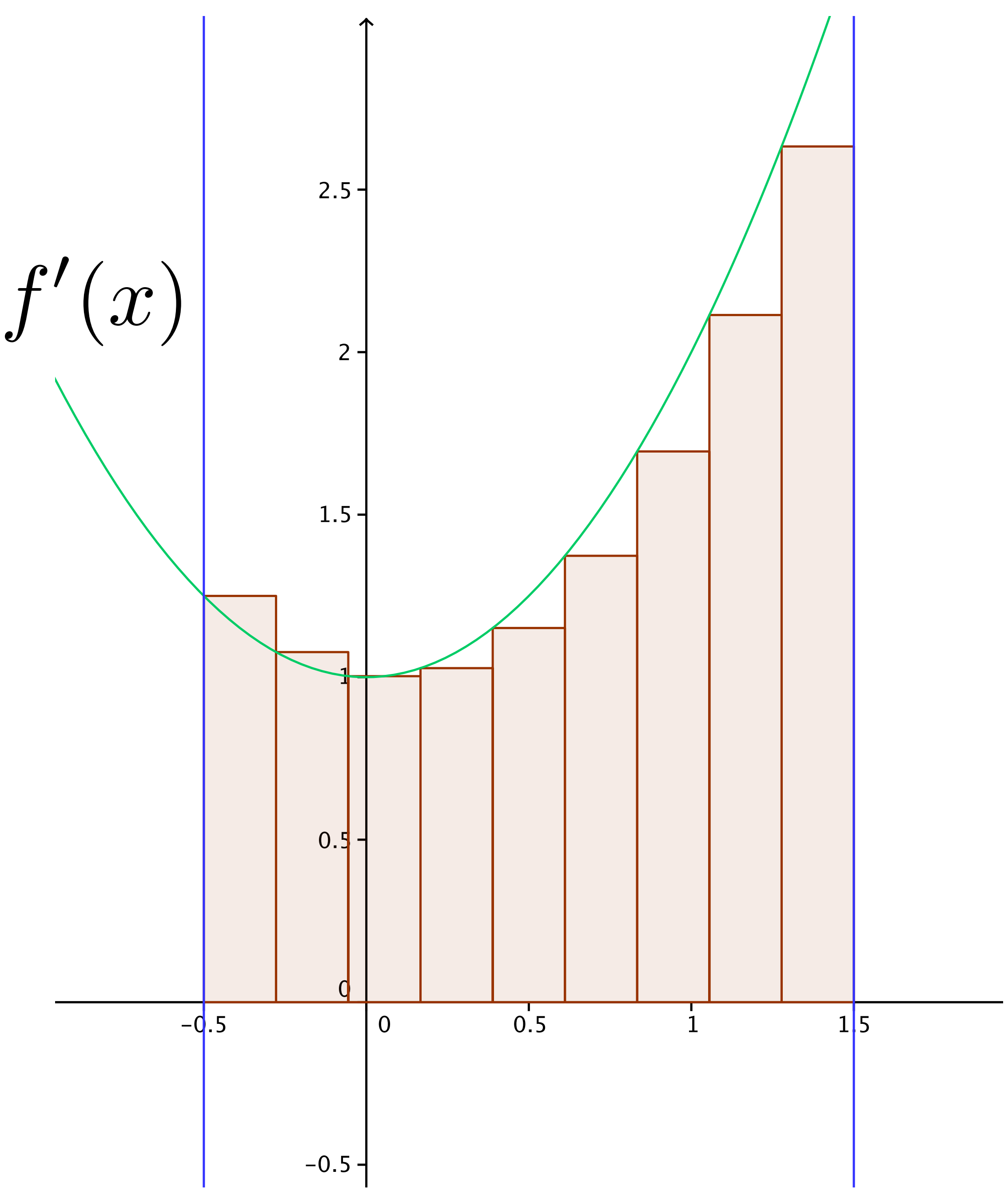


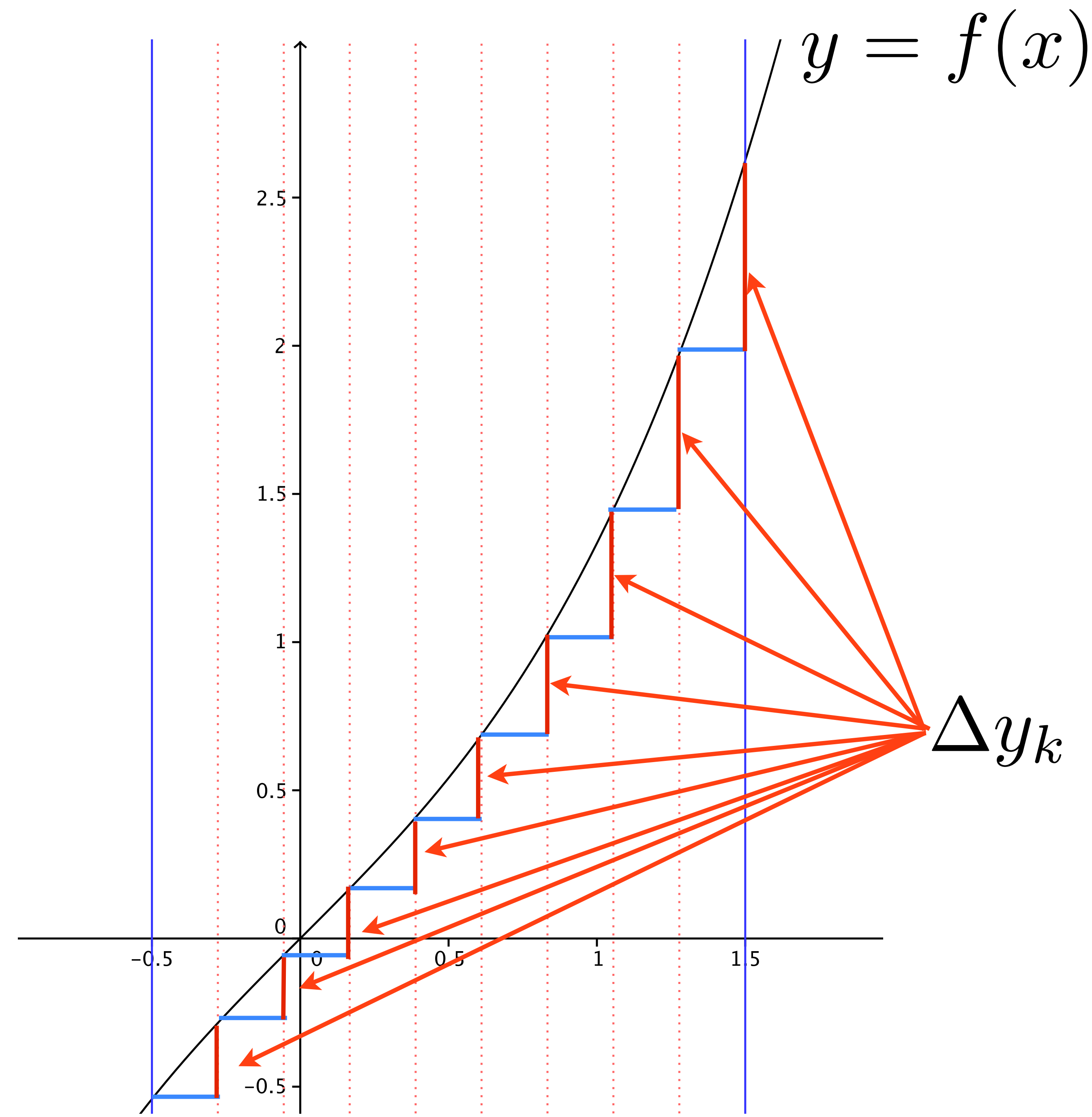
$$\int_a^x f'(x)\ dx = f(x) + C$$

$$\int_a^x dy = y + C$$

$$\sum_{k=1}^{n} f'(x_k^*)\Delta x_k = \text{Aire}$$

$$\sum_{k=1}^{n} \Delta y_k$$



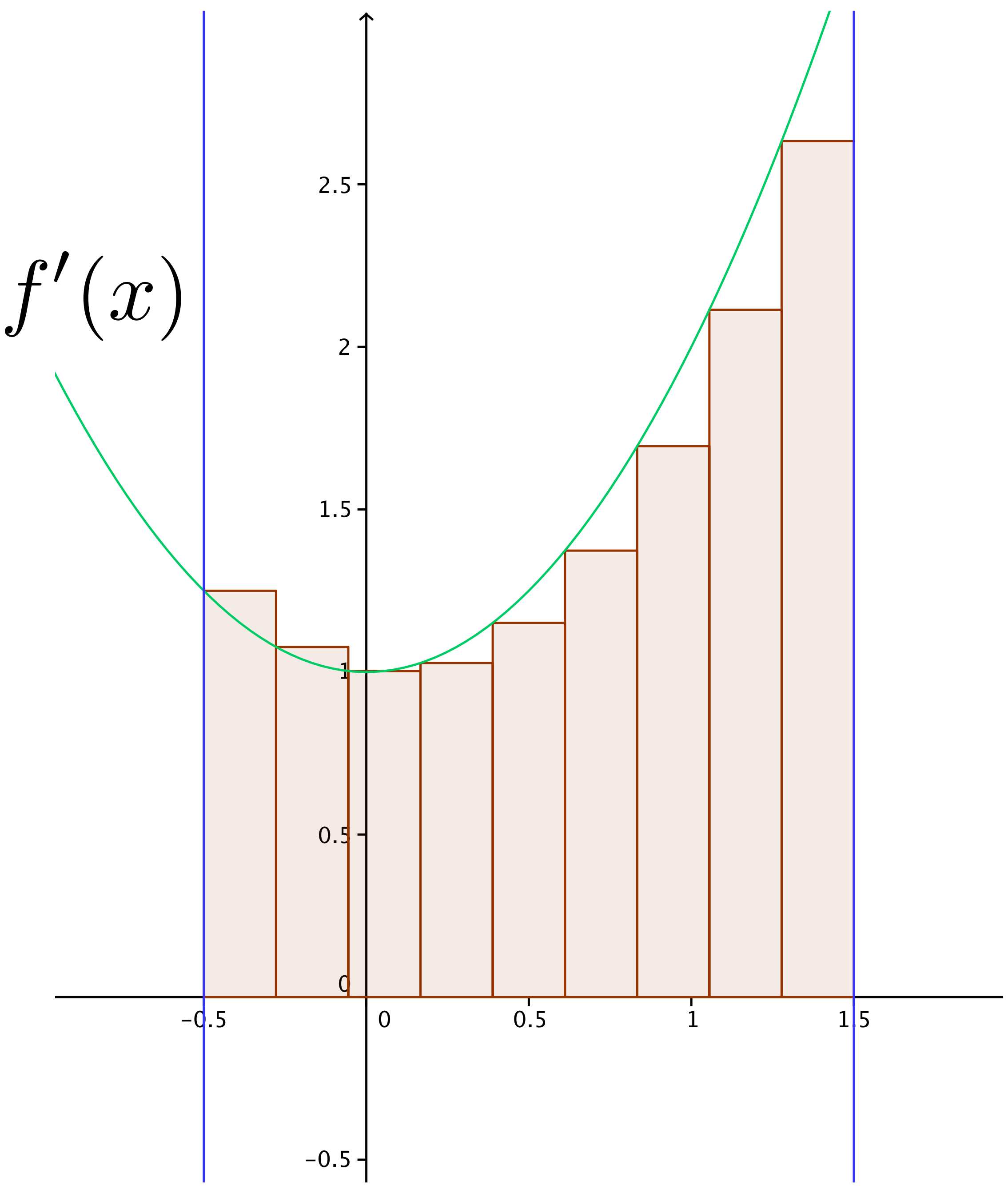


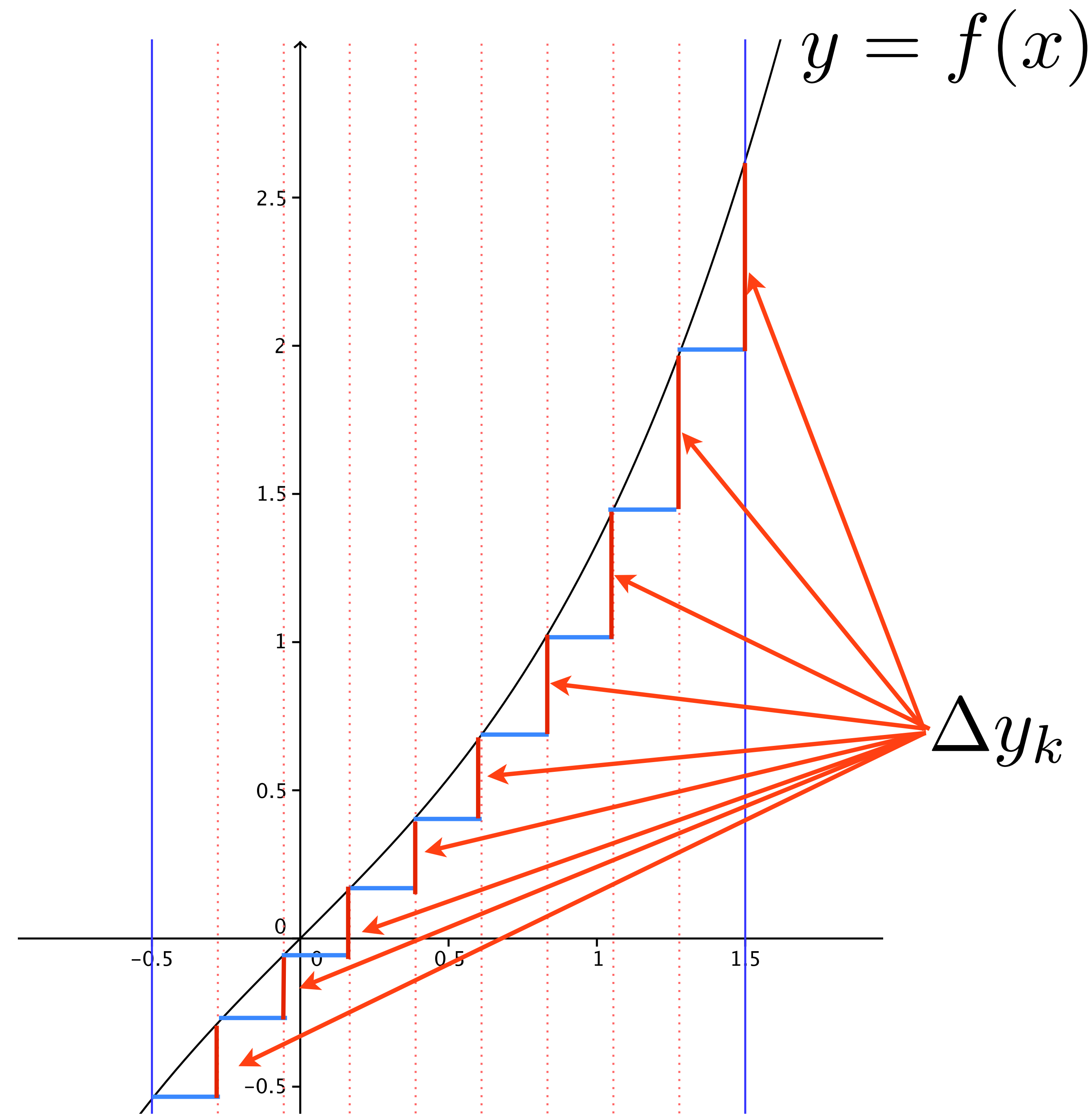
$$\int_a^x f'(x)\,dx = f(x) + C$$

$$\int_a^x dy = y + C$$

$$\sum_{k=1}^{n} f'(x_k^*)\Delta x_k = \text{Aire}$$

$$\sum_{k=1}^{n} \Delta y_k = \text{Déplacement}$$





Il est important de bien comprendre la distinction et le lien entre les 3 concepts suivants:

Il est important de bien comprendre la distinction et le lien entre les 3 concepts suivants:

Intégrale indéfinie

Il est important de bien comprendre la distinction et le lien entre les 3 concepts suivants:

Intégrale indéfinie

Intégrale définie

Il est important de bien comprendre la distinction et le lien entre les 3 concepts suivants:

Intégrale indéfinie Intégrale définie Somme de Riemann

Il est important de bien comprendre la distinction et le lien entre les 3 concepts suivants:

Intégrale indéfinie | Intégrale définie | Somme de Riemann

$$\int f(x)\ dx$$

Il est important de bien comprendre la distinction et le lien entre les 3 concepts suivants:

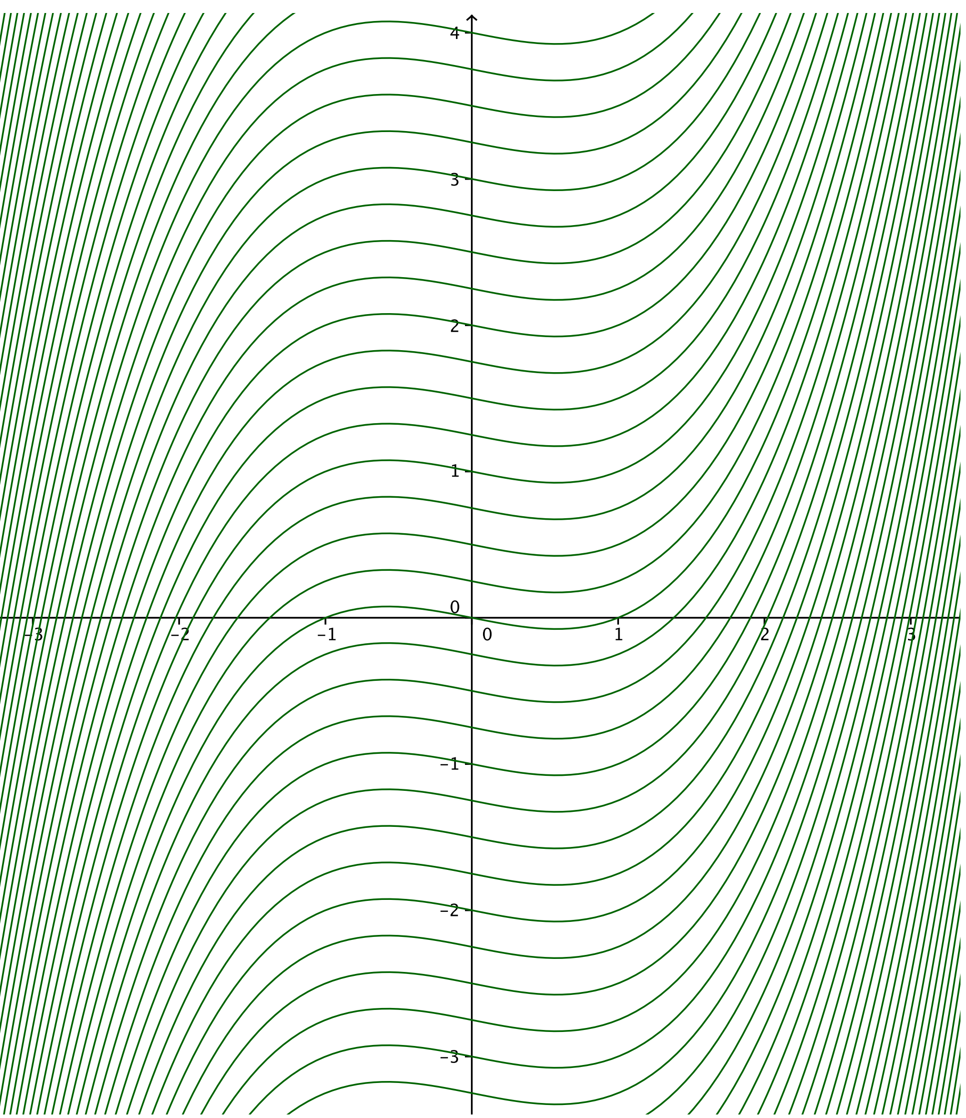
Intégrale indéfinie	Intégrale définie	Somme de Riemann
$\int f(x)\ dx$	$\int_a^b f(x)\ dx$	

Il est important de bien comprendre la distinction et le lien entre les 3 concepts suivants:

Intégrale indéfinie	Intégrale définie	Somme de Riemann
$\int f(x)\ dx$	$\int_a^b f(x)\ dx$	$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k$

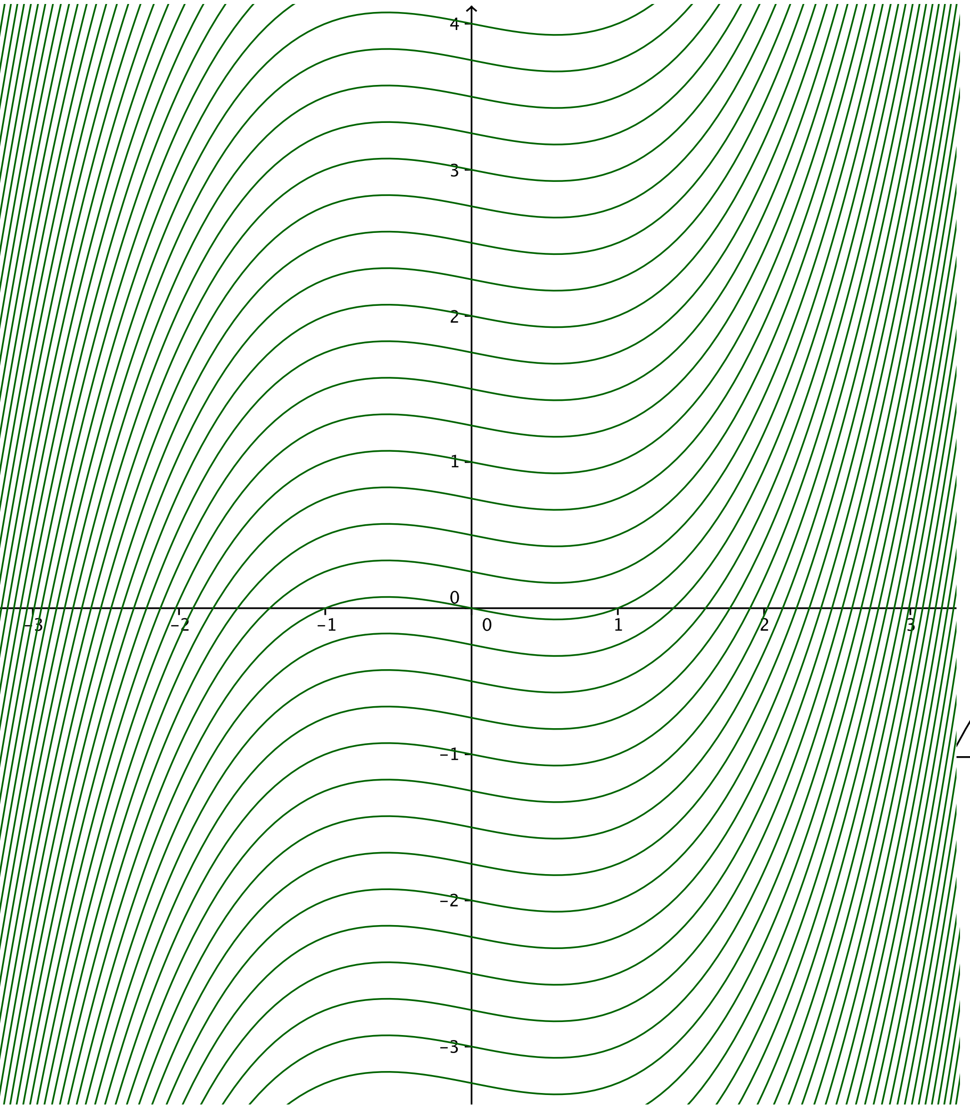
Il est important de bien comprendre la distinction et le lien entre les 3 concepts suivants:

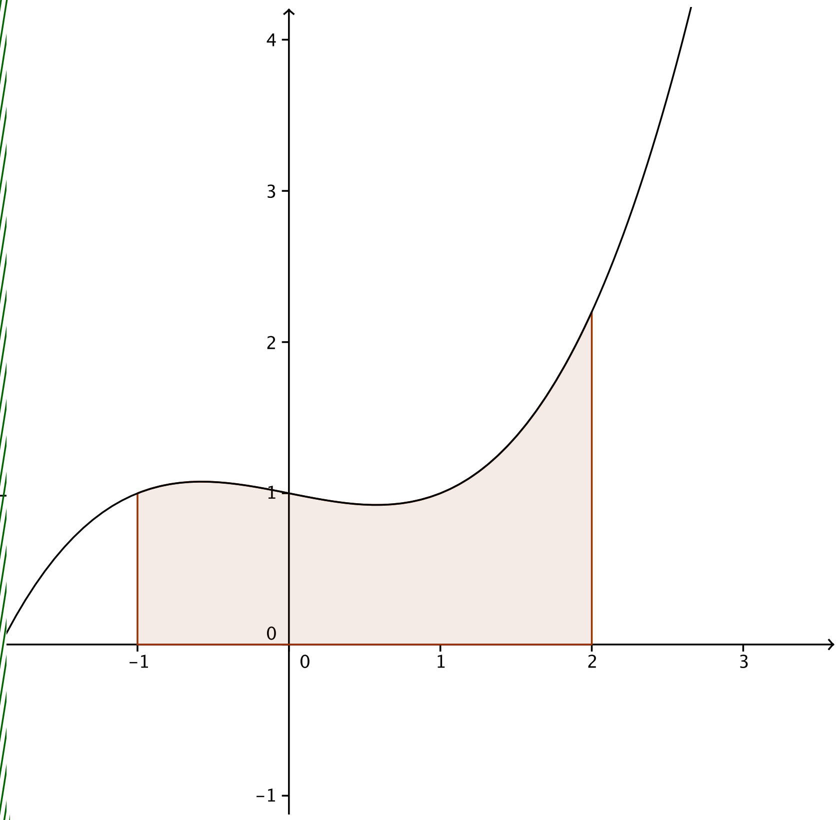
Intégrale indéfinie	Intégrale définie	Somme de Riemann
$\int f(x)\ dx$	$\int_a^b f(x)\ dx$	$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k$



Il est important de bien comprendre la distinction et le lien entre les 3 concepts suivants:

Intégrale indéfinie	Intégrale définie	Somme de Riemann
$\int f(x)\ dx$	$\int_a^b f(x)\ dx$	$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k$

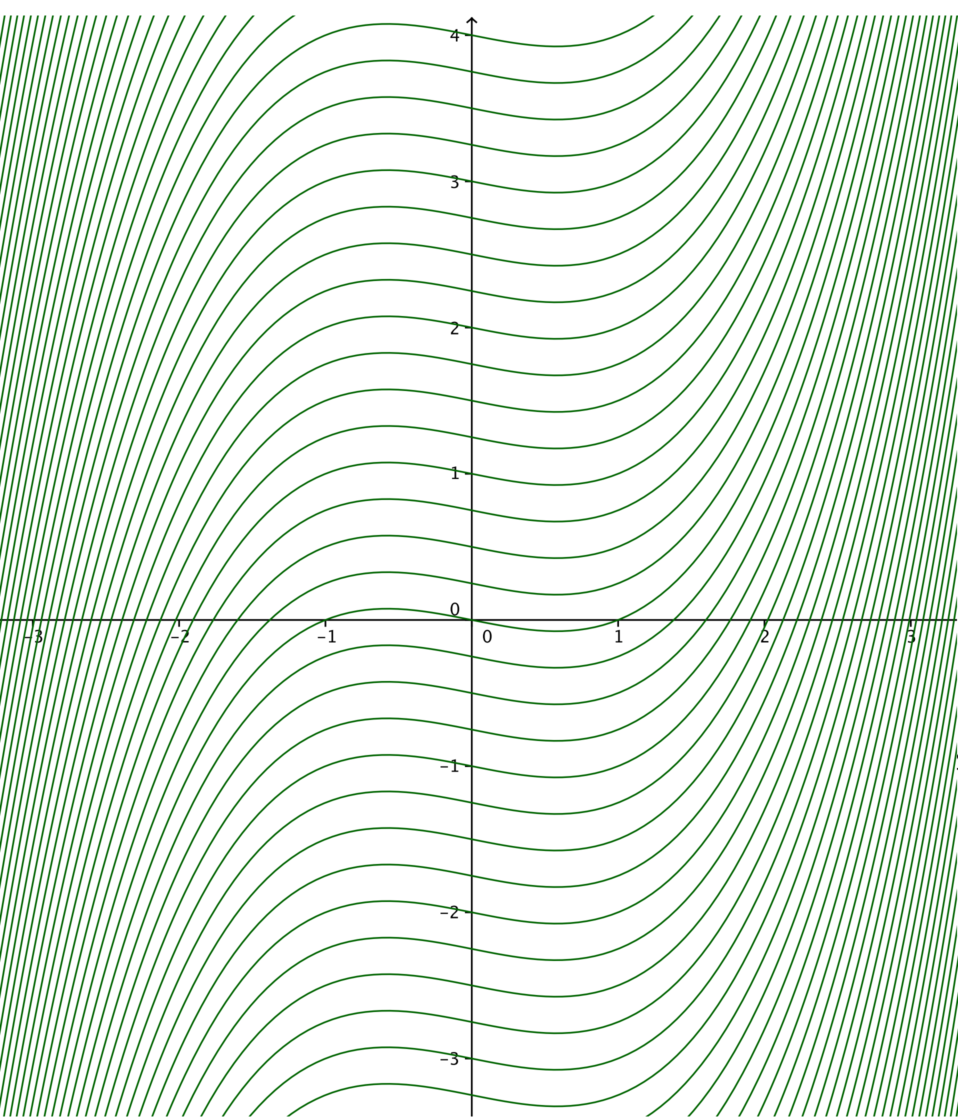




Il est important de bien comprendre la distinction et le lien entre les 3 concepts suivants:

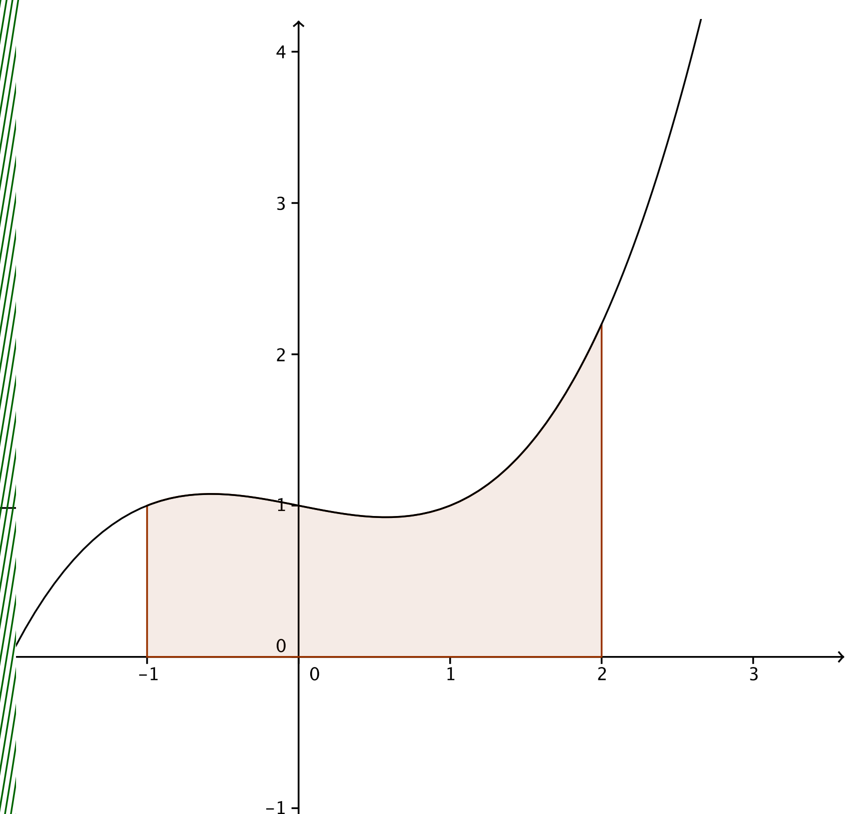
Intégrale indéfinie

$$\int f(x)\ dx$$



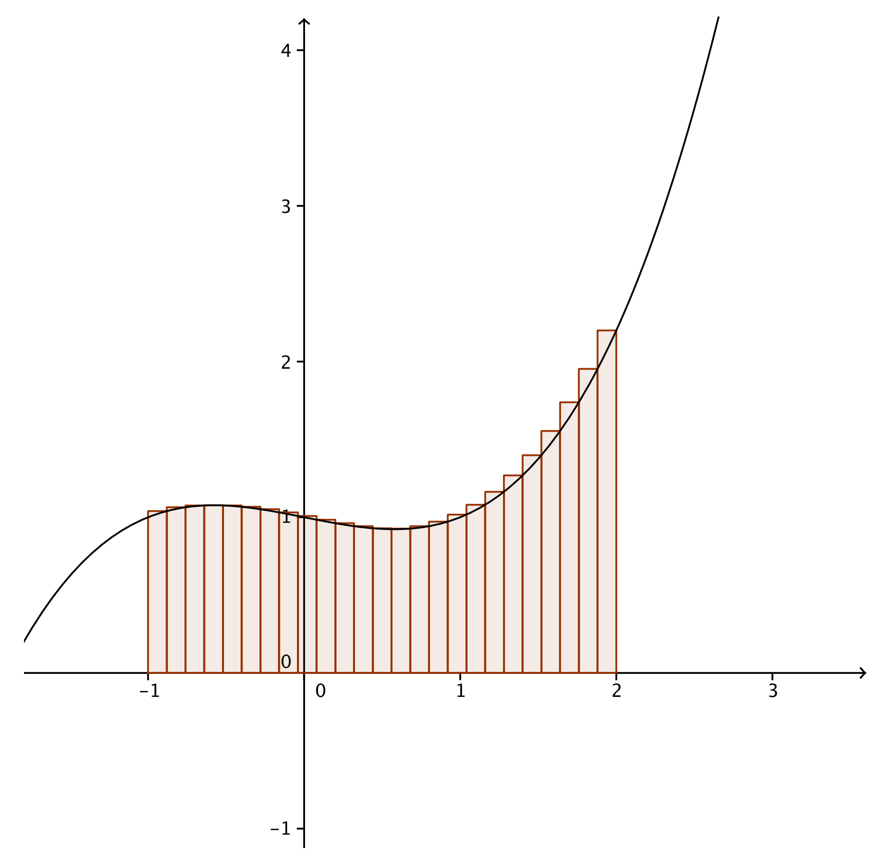
Intégrale définie

$$\int_a^b f(x)\ dx$$



Somme de Riemann

$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k^*)\Delta x_k$$



Aujourd'hui, nous avons vu

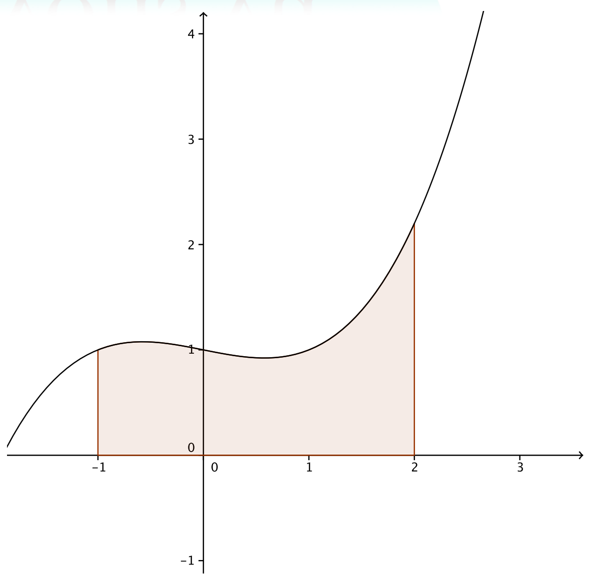
Aujourd'hui, nous avons vu

- ✓ Intégrale définie

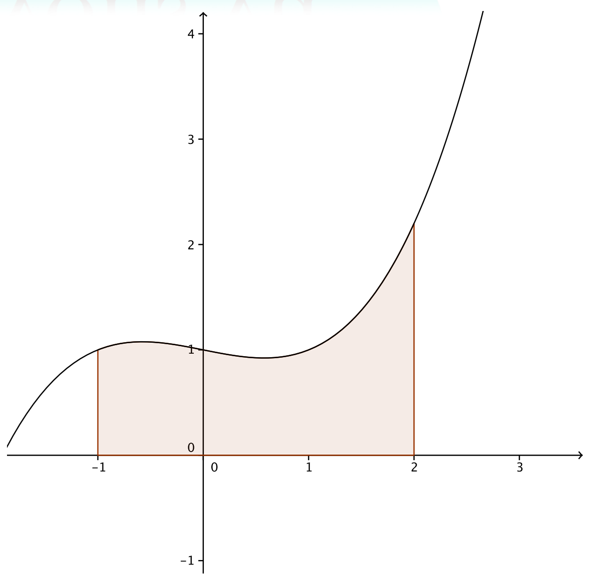
Aujourd'hui, nous avons vu

Aujourd'hui, nous avons vu

- ✓ Intégrale définie



Aujourd’hui, nous avons vu

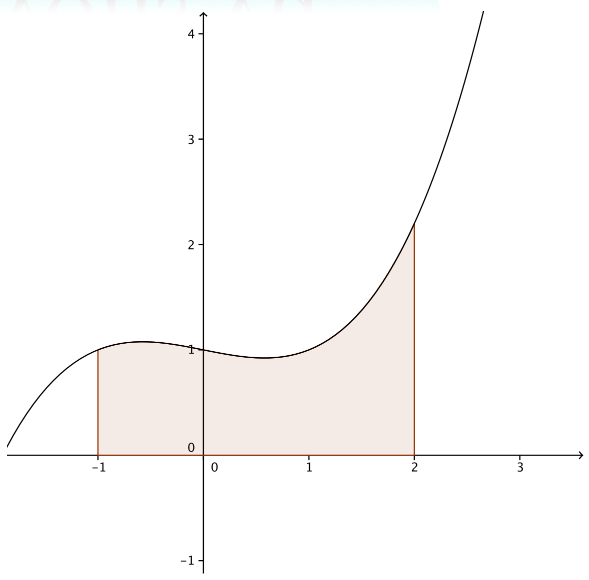


✓ Intégrale définie

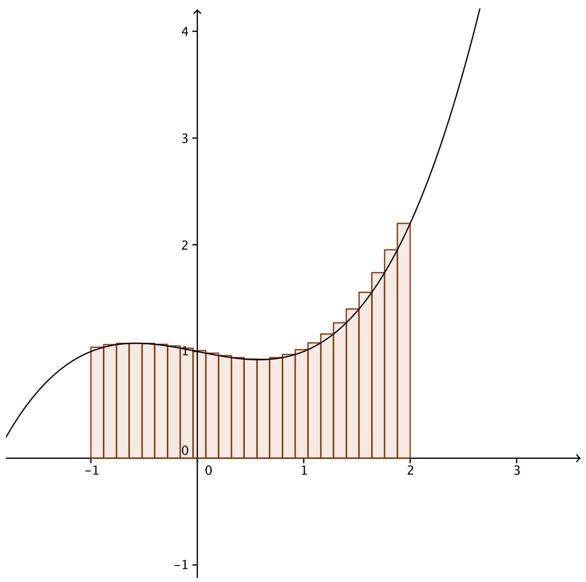
✓ Somme de Riemann

Aujourd'hui, nous avons vu

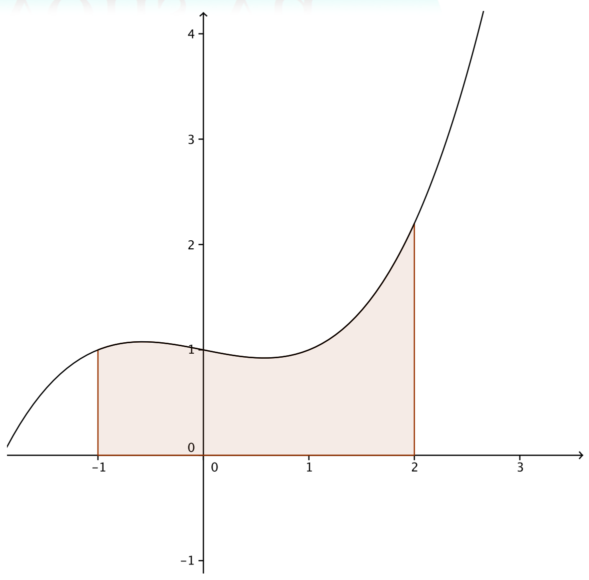
✓ Intégrale définie



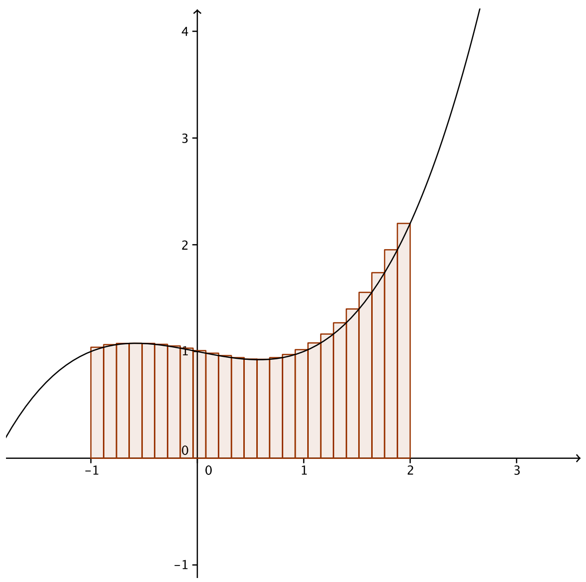
✓ Somme de Riemann



Aujourd'hui, nous avons vu



✓ Intégrale définie

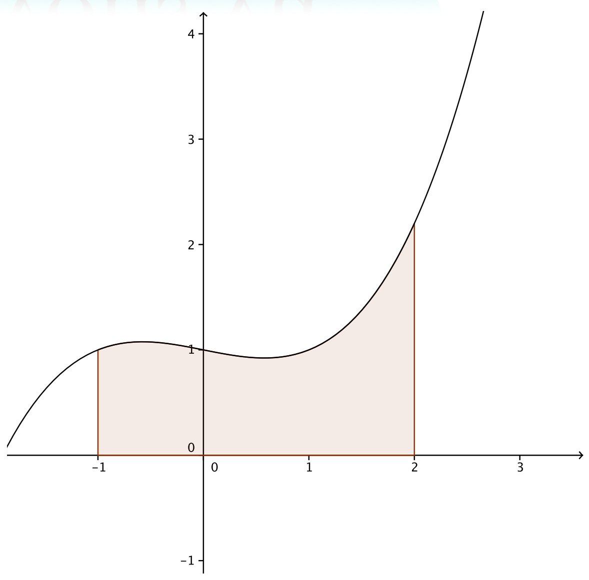


✓ Somme de Riemann

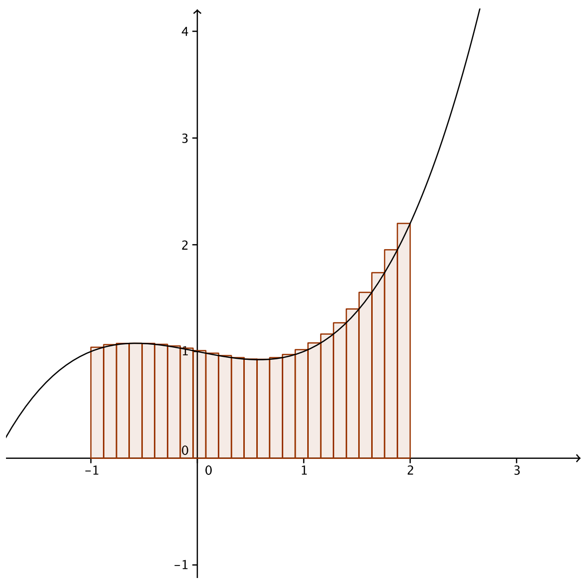
✓ Théorème fondamental du calcul

Aujourd’hui, nous avons vu

✓ Intégrale définie



✓ Somme de Riemann



✓ Théorème fondamental du calcul

$$\int_a^b f(x)\ dx = F(b) - F(a)$$

Devoir: Section 1.5