2.2 INTÉGRATION DE FONCTION TRIGONOMÉTRIQUE

cours 10

Au dernier cours, nous avons vu

Au dernier cours, nous avons vu

✓ Intégration par partie

Au dernier cours, nous avons vu

✓ Intégration par partie

$$\int u \, dv = uv - \int v \, du$$

Au dernier cours, nous avons vu

✓ Intégration par partie

$$\int u \, dv = uv - \int v \, du$$

$$I = \int f(x) \, dx$$

Aujourd'hui, nous allons voir

Aujourd’hui, nous allons voir

- ✓ Comment intégrer des produits de puissance de fonctions trigonométriques.

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \implies \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \Longrightarrow \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\Longrightarrow \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \Longrightarrow \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\Longrightarrow \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x} \quad \Longrightarrow \left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)^2 + 1 = \left(\frac{1}{\cos x}\right)^2$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \Longrightarrow \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\Longrightarrow \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x} \quad \Longrightarrow \left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)^2 + 1 = \left(\frac{1}{\cos x}\right)^2$$

$$\Longrightarrow \tan^2 x + 1 = \sec^2 x$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \Longrightarrow \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\Longrightarrow \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x} \quad \Longrightarrow \left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)^2 + 1 = \left(\frac{1}{\cos x}\right)^2$$

$$\Longrightarrow \tan^2 x + 1 = \sec^2 x$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \Longrightarrow \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\Longrightarrow \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x} \Longrightarrow \left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)^2 + 1 = \left(\frac{1}{\cos x}\right)^2$$

$$\Longrightarrow \tan^2 x + 1 = \sec^2 x$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Longrightarrow \frac{\sin^2 x}{\sin^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \Longrightarrow \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\Longrightarrow \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x} \quad \Longrightarrow \left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)^2 + 1 = \left(\frac{1}{\cos x}\right)^2$$

$$\Longrightarrow \tan^2 x + 1 = \sec^2 x$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Longrightarrow \frac{\sin^2 x}{\sin^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\Longrightarrow 1 + \cot^2 x = \csc^2 x$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \Longrightarrow \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\Longrightarrow \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x} \quad \Longrightarrow \left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)^2 + 1 = \left(\frac{1}{\cos x}\right)^2$$

$$\Longrightarrow \tan^2 x + 1 = \sec^2 x$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \Longrightarrow \frac{\sin^2 x}{\sin^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\Longrightarrow \boxed{1 + \cot^2 x = \csc^2 x}$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \Longrightarrow \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\Longrightarrow \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x} \quad \Longrightarrow \left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)^2 + 1 = \left(\frac{1}{\cos x}\right)^2$$

$$\Longrightarrow \boxed{\tan^2 x + 1 = \sec^2 x}$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \Longrightarrow \frac{\sin^2 x}{\sin^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\Longrightarrow \boxed{1 + \cot^2 x = \csc^2 x}$$

$$\boxed{\sin^2 x + \cos^2 x = 1} \implies \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\implies \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x} \implies \left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)^2 + 1 = \left(\frac{1}{\cos x}\right)^2$$

$$\implies \boxed{\tan^2 x + 1 = \sec^2 x}$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \implies \frac{\sin^2 x}{\sin^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\implies \boxed{1 + \cot^2 x = \csc^2 x}$$

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$\sin(2x)$

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(2x) = \sin(x+x)$$

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(2x) = \sin(x+x) = \sin x \cos x + \cos x \sin x$$

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\begin{aligned}\sin(2x) = \sin(x + x) &= \sin x \cos x + \cos x \sin x \\ &= 2 \sin x \cos x\end{aligned}$$

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\begin{aligned}\sin(2x) = \sin(x+x) &= \sin x \cos x + \cos x \sin x \\ &= 2 \sin x \cos x\end{aligned}$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\begin{aligned} \sin(2x) = \sin(x+x) &= \sin x \cos x + \cos x \sin x \\ &= 2 \sin x \cos x \end{aligned}$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\cos(2x)$$

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\begin{aligned}\sin(2x) = \sin(x+x) &= \sin x \cos x + \cos x \sin x \\ &= 2 \sin x \cos x\end{aligned}$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\cos(2x) = \cos(x+x)$$

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\begin{aligned} \sin(2x) = \sin(x+x) &= \sin x \cos x + \cos x \sin x \\ &= 2 \sin x \cos x \end{aligned}$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\cos(2x) = \cos(x+x) = \cos x \cos x - \sin x \sin x$$

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\begin{aligned} \sin(2x) = \sin(x+x) &= \sin x \cos x + \cos x \sin x \\ &= 2 \sin x \cos x \end{aligned}$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\begin{aligned} \cos(2x) = \cos(x+x) &= \cos x \cos x - \sin x \sin x \\ &= \cos^2 x - \sin^2 x \end{aligned}$$

$$\boxed{\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y}$$

$$\begin{aligned}\sin(2x) = \sin(x+x) &= \sin x \cos x + \cos x \sin x \\ &= 2 \sin x \cos x\end{aligned}$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\begin{aligned}\cos(2x) = \cos(x+x) &= \cos x \cos x - \sin x \sin x \\ &= \cos^2 x - \sin^2 x\end{aligned}$$

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\begin{aligned} \sin(2x) = \sin(x+x) &= \sin x \cos x + \cos x \sin x \\ &= 2 \sin x \cos x \end{aligned}$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\begin{aligned} \cos(2x) = \cos(x+x) &= \cos x \cos x - \sin x \sin x \\ &= \cos^2 x - \sin^2 x \end{aligned}$$

$$\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$
\begin{aligned}
1 &= \cos^2 x + \sin^2 x \\
\cos(2x) &= \cos^2 x - \sin^2 x
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
+ \quad 1 &= \cos^2 x + \sin^2 x \\
\cos(2x) &= \cos^2 x - \sin^2 x \\
\hline
\end{aligned}
$$

$$\begin{aligned} 1 &= \cos^2 x + \sin^2 x \\ + \quad \cos(2x) &= \cos^2 x - \sin^2 x \end{aligned}$$

$$1 + \cos(2x)$$

$$
\begin{array}{r r l}
 & 1 &= \cos^2 x + \sin^2 x \\
+ & & \\
 & \cos(2x) &= \cos^2 x - \sin^2 x \\
\hline
 & 1 + \cos(2x) &= 2\cos^2 x
\end{array}
$$

$$
\begin{aligned}
&& 1 &= \cos^2 x + \sin^2 x \\
+ && \cos(2x) &= \cos^2 x - \sin^2 x \\
\hline
&& 1 + \cos(2x) &= 2\cos^2 x
\end{aligned}
$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$$

$$
\begin{aligned}
1 &= \cos^2 x + \sin^2 x \\
+ \quad \cos(2x) &= \cos^2 x - \sin^2 x \\
\hline
1 + \cos(2x) &= 2\cos^2 x
\end{aligned}
$$

$$\cos^2 x = \frac{1+\cos(2x)}{2}$$

$$1 = \cos^2 x + \sin^2 x$$

$$
\begin{aligned}
1 &= \cos^2 x + \sin^2 x \\
+ \quad \cos(2x) &= \cos^2 x - \sin^2 x \\
\hline
1 + \cos(2x) &= 2\cos^2 x
\end{aligned}
$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$$

$$
\begin{aligned}
1 &= \cos^2 x + \sin^2 x \\
\cos(2x) &= \cos^2 x - \sin^2 x
\end{aligned}
$$

$$
\begin{array}{lrl}
+ & 1 &= \cos^2 x + \sin^2 x \\
& \cos(2x) &= \cos^2 x - \sin^2 x \\
\hline
& 1 + \cos(2x) &= 2\cos^2 x
\end{array}
$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$$

$$
\begin{array}{lrl}
- & 1 &= \cos^2 x + \sin^2 x \\
& \cos(2x) &= \cos^2 x - \sin^2 x \\
\hline
\end{array}
$$

$$+ \quad \begin{aligned} 1 &= \cos^2 x + \sin^2 x \\ \cos(2x) &= \cos^2 x - \sin^2 x \end{aligned}$$

$$1 + \cos(2x) = 2\cos^2 x$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$$

$$- \quad \begin{aligned} 1 &= \cos^2 x + \sin^2 x \\ \cos(2x) &= \cos^2 x - \sin^2 x \end{aligned}$$

$$1 - \cos(2x)$$

$$
\begin{array}{rl}
 & 1 = \cos^2 x + \sin^2 x \\
+ & \\
 & \cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x \\
\hline
 & 1 + \cos(2x) = 2\cos^2 x
\end{array}
$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$$

$$
\begin{array}{rl}
 & 1 = \cos^2 x + \sin^2 x \\
- & \\
 & \cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x \\
\hline
 & 1 - \cos(2x) = 2\sin^2 x
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lr}
+ & 1 = \cos^2 x + \sin^2 x \\
 & \cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x \\
\hline
\end{array}
$$

$$1 + \cos(2x) = 2\cos^2 x \qquad \cos^2 x = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$$

$$
\begin{array}{lr}
- & 1 = \cos^2 x + \sin^2 x \\
 & \cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x \\
\hline
\end{array}
$$

$$1 - \cos(2x) = 2\sin^2 x \qquad \sin^2 x = \frac{1 - \cos(2x)}{2}$$

$$
\begin{array}{lr}
+ & 1 = \cos^2 x + \sin^2 x \\
& \cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x \\
\hline
& 1 + \cos(2x) = 2\cos^2 x
\end{array}
$$

$$\boxed{\cos^2 x = \frac{1 + \cos(2x)}{2}}$$

$$
\begin{array}{lr}
- & 1 = \cos^2 x + \sin^2 x \\
& \cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x \\
\hline
& 1 - \cos(2x) = 2\sin^2 x
\end{array}
$$

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos(2x)}{2}$$

$$+\quad \begin{aligned} 1 &= \cos^2 x + \sin^2 x \\ \cos(2x) &= \cos^2 x - \sin^2 x \end{aligned}$$

$$1 + \cos(2x) = 2\cos^2 x$$

$$\boxed{\cos^2 x = \frac{1+\cos(2x)}{2}}$$

$$-\quad \begin{aligned} 1 &= \cos^2 x + \sin^2 x \\ \cos(2x) &= \cos^2 x - \sin^2 x \end{aligned}$$

$$1 - \cos(2x) = 2\sin^2 x$$

$$\boxed{\sin^2 x = \frac{1-\cos(2x)}{2}}$$

Lorsqu'on mélange les fonctions trigonométriques et le calcul différentiel, certaines fonctions vont naturellement ensemble.

Lorsqu'on mélange les fonctions trigonométriques et le calcul différentiel, certaines fonctions vont naturellement ensemble.

$$\sin x \longleftrightarrow \cos x$$

Lorsqu'on mélange les fonctions trigonométriques et le calcul différentiel, certaines fonctions vont naturellement ensemble.

$$\sin x \longleftrightarrow \cos x$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

Lorsqu'on mélange les fonctions trigonométriques et le calcul différentiel, certaines fonctions vont naturellement ensemble.

$$\sin x \longleftrightarrow \cos x$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

Lorsqu'on mélange les fonctions trigonométriques et le calcul différentiel, certaines fonctions vont naturellement ensemble.

$$\sin x \longleftrightarrow \cos x$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

Lorsqu'on mélange les fonctions trigonométriques et le calcul différentiel, certaines fonctions vont naturellement ensemble.

$$\sin x \longleftrightarrow \cos x$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$\tan x \longleftrightarrow \sec x$$

Lorsqu'on mélange les fonctions trigonométriques et le calcul différentiel, certaines fonctions vont naturellement ensemble.

$$\sin x \longleftrightarrow \cos x$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\tan x \longleftrightarrow \sec x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

Lorsqu'on mélange les fonctions trigonométriques et le calcul différentiel, certaines fonctions vont naturellement ensemble.

$$\sin x \longleftrightarrow \cos x$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$\tan x \longleftrightarrow \sec x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

Lorsqu'on mélange les fonctions trigonométriques et le calcul différentiel, certaines fonctions vont naturellement ensemble.

$$\sin x \longleftrightarrow \cos x$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\tan x \longleftrightarrow \sec x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

$$\tan^2 x + 1 = \sec^2 x$$

Lorsqu'on mélange les fonctions trigonométriques et le calcul différentiel, certaines fonctions vont naturellement ensemble.

$$\sin x \longleftrightarrow \cos x$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$\tan x \longleftrightarrow \sec x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

$$\tan^2 x + 1 = \sec^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

$$\cot x \longleftrightarrow \csc x$$

Lorsqu'on mélange les fonctions trigonométriques et le calcul différentiel, certaines fonctions vont naturellement ensemble.

$$\sin x \longleftrightarrow \cos x$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\tan x \longleftrightarrow \sec x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

$$\tan^2 x + 1 = \sec^2 x$$

$$\cot x \longleftrightarrow \csc x$$

$$(\cot x)' = -\csc^2 x$$

Lorsqu'on mélange les fonctions trigonométriques et le calcul différentiel, certaines fonctions vont naturellement ensemble.

$$\sin x \longleftrightarrow \cos x$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\tan x \longleftrightarrow \sec x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

$$\tan^2 x + 1 = \sec^2 x$$

$$\cot x \longleftrightarrow \csc x$$

$$(\cot x)' = -\csc^2 x$$

$$(\csc x)' = -\csc x \cot x$$

Lorsqu'on mélange les fonctions trigonométriques et le calcul différentiel, certaines fonctions vont naturellement ensemble.

$$\sin x \longleftrightarrow \cos x$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$\tan x \longleftrightarrow \sec x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

$$\tan^2 x + 1 = \sec^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

$$\cot x \longleftrightarrow \csc x$$

$$(\cot x)' = -\csc^2 x$$

$$\cot^2 x + 1 = \csc^2 x$$

$$(\csc x)' = -\csc x \cot x$$

Lorsqu'on a une intégrale de la forme

Lorsqu'on a une intégrale de la forme

$$\int \sin^n x \cos^m x \; dx$$

Lorsqu'on a une intégrale de la forme

$$\int \sin^n x \underbrace{\cos^m x}_{} \, dx$$

$\cos x$

Lorsqu'on a une intégrale de la forme

$$\cos x$$

$$\int \sin^n x \boxed{\cos^m x}\, dx$$

Lorsqu'on a une intégrale de la forme

$$u = \sin x$$

$$\cos x$$

$$\int \sin^n x \, \boxed{\cos^m x} \, dx$$

Lorsqu'on a une intégrale de la forme

$$u = \sin x$$

$$\cos x$$

$$du = \cos x \; dx$$

$$\int \sin^n x \boxed{\cos^m x} \, dx$$

Lorsqu'on a une intégrale de la forme

$$u = \sin x$$

$$\cos x$$

$$du = \cos x \; dx$$

$$\int \sin^n x \cos^m x \, dx$$

Lorsqu'on a une intégrale de la forme

$$u = \sin x$$

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

$$du = \cos x \; dx$$

$$\cos x$$

$$\int \sin^n x \cos^m x \; dx$$

Lorsqu'on a une intégrale de la forme

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

$$u = \sin x$$

$$\cos x$$

$$du = \cos x \; dx$$

$$\int \sin^n x \cos^m x \; dx$$

Lorsqu'on a une intégrale de la forme

$$u = \sin x$$

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

$$\cos x$$

$$du = \boxed{\cos x \ dx}$$

$$\int \sin^n x \cos^m x \, dx$$

$$\sin x$$

Lorsqu'on a une intégrale de la forme

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

$$u = \sin x$$

$$du = \cos x \; dx$$

$$\cos x$$

$$\int \sin^n x \cos^m x \, dx$$

$$\sin x$$

Lorsqu'on a une intégrale de la forme

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

$$\cos x$$

$$\int \sin^n x \cos^m x \, dx$$

$$\sin x$$

$$u = \sin x$$

$$du = \cos x \; dx$$

$$u = \cos x$$

Lorsqu'on a une intégrale de la forme

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

$$\cos x$$

$$u = \sin x$$

$$du = \cos x \; dx$$

$$\int \sin^n x \cos^m x \, dx$$

$$\sin x$$

$$u = \cos x$$

$$du = -\sin x \; dx$$

Lorsqu'on a une intégrale de la forme

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

$$u = \sin x$$

$$du = \cos x \; dx$$

$$\cos x$$

$$\int \sin^n x \cos^m x \, dx$$

$$\sin x$$

$$u = \cos x$$

$$du = -\sin x \; dx$$

Lorsqu'on a une intégrale de la forme

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

$$\cos x$$

$$\int \sin^n x \cos^m x \, dx$$

$$\sin x$$

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$$

$$u = \sin x$$

$$du = \cos x \; dx$$

$$u = \cos x$$

$$du = -\sin x \; dx$$

Faites les exercices suivants

1) $$\int \sin^3 x \cos^2 x \; dx$$

2) $$\int \sin^4 x \cos x \; dx$$

3) $$\int \cos^3 x \; dx$$

4) $$\int \sin^2 x \cos^2 x \; dx$$

On voit que la situation est relativement simple si une des deux puissances est impaire.

On voit que la situation est relativement simple si une des deux puissances est impaire.

Exemple

On voit que la situation est relativement simple si une des deux puissances est impaire.

Exemple

$$\int \sin^2 x \cos^2 x \ dx$$

On voit que la situation est relativement simple si une des deux puissances est impaire.

Exemple

$$\int \sin^2 x \cos^2 x \; dx$$

$$= \int \left(\frac{1 - \cos(2x)}{2}\right)\left(\frac{1 + \cos(2x)}{2}\right) \; dx$$

On voit que la situation est relativement simple si une des deux puissances est impaire.

Exemple

$$\int \sin^2 x \cos^2 x \; dx$$

$$= \int \left(\frac{1 - \cos(2x)}{2} \right) \left(\frac{1 + \cos(2x)}{2} \right) \; dx$$

$$= \frac{1}{4} \int (1 - \cos(2x))(1 + \cos(2x)) \; dx$$

On voit que la situation est relativement simple si une des deux puissances est impaire.

Exemple

$$\int \sin^2 x \cos^2 x \; dx$$

$$= \int \left(\frac{1-\cos(2x)}{2}\right)\left(\frac{1+\cos(2x)}{2}\right) \; dx$$

$$= \frac{1}{4}\int (1-\cos(2x))(1+\cos(2x)) \; dx \quad = \frac{1}{4}\int 1-\cos^2(2x) \; dx$$

On voit que la situation est relativement simple si une des deux puissances est impaire.

Exemple $\displaystyle\int \sin^2 x \cos^2 x \; dx$

$$= \int \left(\frac{1-\cos(2x)}{2}\right)\left(\frac{1+\cos(2x)}{2}\right) \; dx$$

$$= \frac{1}{4}\int (1-\cos(2x))(1+\cos(2x)) \; dx \quad = \frac{1}{4}\int 1-\cos^2(2x) \; dx$$

$$= \frac{1}{4}\int \sin^2(2x) \; dx$$

On voit que la situation est relativement simple si une des deux puissances est impaire.

Exemple

$$\int \sin^2 x \cos^2 x \; dx$$

$$= \int \left(\frac{1-\cos(2x)}{2}\right)\left(\frac{1+\cos(2x)}{2}\right) \; dx$$

$$= \frac{1}{4}\int (1-\cos(2x))(1+\cos(2x)) \; dx \quad = \frac{1}{4}\int 1-\cos^2(2x) \; dx$$

$$= \frac{1}{4}\int \sin^2(2x) \; dx \; = \frac{1}{4}\int \frac{1-\cos(4x)}{2} \; dx$$

On voit que la situation est relativement simple si une des deux puissances est impaire.

Exemple

$$\int \sin^2 x \cos^2 x \; dx$$

$$= \int \left(\frac{1-\cos(2x)}{2}\right)\left(\frac{1+\cos(2x)}{2}\right) \; dx$$

$$= \frac{1}{4}\int (1-\cos(2x))(1+\cos(2x)) \; dx \quad = \frac{1}{4}\int 1-\cos^2(2x) \; dx$$

$$= \frac{1}{4}\int \sin^2(2x) \; dx \; = \frac{1}{4}\int \frac{1-\cos(4x)}{2} \; dx$$

$$= \frac{1}{8}\int 1-\cos(4x) \; dx$$

On voit que la situation est relativement simple si une des deux puissances est impaire.

Exemple

$$\int \sin^2 x \cos^2 x \; dx$$

$$= \int \left(\frac{1-\cos(2x)}{2}\right)\left(\frac{1+\cos(2x)}{2}\right) \; dx$$

$$= \frac{1}{4}\int (1-\cos(2x))(1+\cos(2x)) \; dx \quad = \frac{1}{4}\int 1-\cos^2(2x) \; dx$$

$$= \frac{1}{4}\int \sin^2(2x) \; dx \; = \frac{1}{4}\int \frac{1-\cos(4x)}{2} \; dx$$

$$= \frac{1}{8}\int 1-\cos(4x) \; dx \quad = \frac{1}{8}\left(x - \frac{\sin(4x)}{4}\right) + C$$

Exemple

$$\int \sin^2 x \cos^2 x \; dx$$

$$u = \cos x$$

Exemple

$$\int \sin^2 x \cos^2 x \ dx$$

Exemple

$$u = \cos x \qquad dv = \sin^2 x \cos x \; dx$$

$$\int \sin^2 x \cos^2 x \; dx$$

Exemple

$$u = \cos x \qquad dv = \sin^2 x \cos x \; dx$$

$$du = -\sin x \; dx$$

$$\int \sin^2 x \cos^2 x \; dx$$

Exemple

$$\int \sin^2 x \cos^2 x \; dx$$

$$u = \cos x \qquad dv = \sin^2 x \cos x \; dx$$

$$du = -\sin x \; dx \qquad v = \int \sin^2 x \cos x \; dx$$

Exemple

$$\int \sin^2 x \cos^2 x \; dx$$

$$u = \cos x$$

$$du = -\sin x \; dx$$

$$dv = \sin^2 x \cos x \; dx$$

$$v = \int \sin^2 x \cos x \; dx$$

$$= \int \omega^2 \; d\omega$$

Exemple

$$\int \sin^2 x \cos^2 x \; dx$$

$$u = \cos x$$

$$du = -\sin x \; dx$$

$$dv = \sin^2 x \cos x \; dx$$

$$v = \int \sin^2 x \cos x \; dx$$

$$= \int \omega^2 \; d\omega = \frac{\sin^3 x}{3}$$

Exemple

$$\int \sin^2 x \cos^2 x \; dx$$

$$u = \cos x \qquad dv = \sin^2 x \cos x \; dx$$

$$du = -\sin x \; dx \qquad v = \int \sin^2 x \cos x \; dx$$

$$= \int \omega^2 \; d\omega = \frac{\sin^3 x}{3}$$

$$= \frac{\sin^3 x \cos x}{3} + \frac{1}{3} \int \sin^4 x \; dx$$

Exemple

$$\int \sin^2 x \cos^2 x \; dx$$

$$u = \boxed{\cos x} \qquad dv = \sin^2 x \cos x \; dx$$

$$du = -\sin x \; dx \qquad v = \int \sin^2 x \cos x \; dx$$

$$= \int \omega^2 \; d\omega = \boxed{\frac{\sin^3 x}{3}}$$

$$= \boxed{\frac{\sin^3 x \cos x}{3}} + \frac{1}{3} \int \sin^4 x \; dx$$

Exemple

$$\int \sin^2 x \cos^2 x \; dx$$

$$u = \cos x \qquad dv = \sin^2 x \cos x \; dx$$

$$du = -\sin x \; dx \qquad v = \int \sin^2 x \cos x \; dx$$

$$= \int \omega^2 \; d\omega = \frac{\sin^3 x}{3}$$

$$= \frac{\sin^3 x \cos x}{3} + \frac{1}{3} \int \sin^4 x \; dx$$

Exemple

$$\int \sin^2 x \cos^2 x \; dx$$

$$u = \cos x \qquad dv = \sin^2 x \cos x \; dx$$

$$du = -\sin x \; dx \qquad v = \int \sin^2 x \cos x \; dx$$

$$= \int \omega^2 \; d\omega = \frac{\sin^3 x}{3}$$

$$= \frac{\sin^3 x \cos x}{3} + \frac{1}{3} \int \sin^4 x \; dx$$

On peut se ramener à intégrer une puissance de sinus (ou cosinus).

Parfois lorsqu'on répète une même procédure, ça vaut la peine de s'en faire une formule.

Parfois lorsqu'on répète une même procédure, ça vaut la peine de s'en faire une formule.

$$\int \sin^{20} x \, dx$$

Parfois lorsqu'on répète une même procédure, ça vaut la peine de s'en faire une formule.

$$\int \sin^{20} x \ dx$$

$$= \int \sin^{19} x \sin x \ dx$$

Parfois lorsqu'on répète une même procédure, ça vaut la peine de s'en faire une formule.

$$u = \sin^{19} x$$

$$\int \sin^{20} x \; dx$$

$$= \int \sin^{19} x \sin x \; dx$$

Parfois lorsqu'on répète une même procédure, ça vaut la peine de s'en faire une formule.

$$u = \sin^{19} x \qquad\qquad dv = \sin x \; dx$$

$$\int \sin^{20} x \; dx$$

$$= \int \sin^{19} x \sin x \; dx$$

Parfois lorsqu'on répète une même procédure, ça vaut la peine de s'en faire une formule.

$$u = \sin^{19} x \qquad dv = \sin x \, dx$$

$$\int \sin^{20} x \, dx$$

$$du = 19 \sin^{18} x \cos x \, dx$$

$$= \int \sin^{19} x \sin x \, dx$$

Parfois lorsqu'on répète une même procédure, ça vaut la peine de s'en faire une formule.

$$\int \sin^{20} x \; dx$$

$$u = \sin^{19} x \qquad dv = \sin x \; dx$$

$$du = 19 \sin^{18} x \cos x \; dx \qquad v = -\cos x$$

$$= \int \sin^{19} x \sin x \; dx$$

Parfois lorsqu'on répète une même procédure, ça vaut la peine de s'en faire une formule.

$$\int \sin^{20} x \; dx$$

$$u = \sin^{19} x \qquad dv = \sin x \; dx$$

$$du = 19 \sin^{18} x \cos x \; dx \qquad v = -\cos x$$

$$= \int \sin^{19} x \sin x \; dx$$

$$= -\sin^{19} x \cos x + 19 \int \sin^{18} x \cos^2 x \; dx$$

Parfois lorsqu'on répète une même procédure, ça vaut la peine de s'en faire une formule.

$$u = \boxed{\sin^{19} x} \qquad dv = \sin x \; dx$$

$$\int \sin^{20} x \; dx$$

$$du = 19 \sin^{18} x \cos x \; dx \qquad v = \boxed{-\cos x}$$

$$= \int \sin^{19} x \sin x \; dx$$

$$= \boxed{-\sin^{19} x \cos x} + 19 \int \sin^{18} x \cos^2 x \; dx$$

Parfois lorsqu'on répète une même procédure, ça vaut la peine de s'en faire une formule.

$$u = \sin^{19} x \qquad dv = \sin x \ dx$$

$$\int \sin^{20} x \ dx$$

$$du = 19 \sin^{18} x \cos x \ dx \qquad v = -\cos x$$

$$= \int \sin^{19} x \sin x \ dx$$

$$= -\sin^{19} x \cos x + 19 \int \sin^{18} x \cos^2 x \ dx$$

Parfois lorsqu'on répète une même procédure, ça vaut la peine de s'en faire une formule.

$$u = \sin^{19} x \qquad dv = \sin x \; dx$$

$$\int \sin^{20} x \; dx$$

$$du = 19 \sin^{18} x \cos x \; dx \qquad v = -\cos x$$

$$= \int \sin^{19} x \sin x \; dx$$

$$= -\sin^{19} x \cos x + 19 \int \sin^{18} x \cos^2 x \; dx$$

$$= -\sin^{19} x \cos x + 19 \int \sin^{18} x (1 - \sin^2 x) \; dx$$

Parfois lorsqu'on répète une même procédure, ça vaut la peine de s'en faire une formule.

$$u = \sin^{19} x \qquad dv = \sin x \; dx$$

$$\int \sin^{20} x \; dx$$

$$du = 19 \sin^{18} x \cos x \; dx \qquad v = -\cos x$$

$$= \int \sin^{19} x \sin x \; dx$$

$$= -\sin^{19} x \cos x + 19 \int \sin^{18} x \cos^2 x \; dx$$

$$= -\sin^{19} x \cos x + 19 \int \sin^{18} x (1 - \sin^2 x) \; dx$$

$$= -\sin^{19} x \cos x + 19 \int \sin^{18} x - \sin^{20} x \; dx$$

Parfois lorsqu'on répète une même procédure, ça vaut la peine de s'en faire une formule.

$$\int \sin^{20} x \; dx = -\sin^{19} x \cos x + 19 \int \sin^{18} x - \sin^{20} x \; dx$$

Parfois lorsqu'on répète une même procédure, ça vaut la peine de s'en faire une formule.

$$\int \sin^{20} x \; dx = -\sin^{19} x \cos x + 19 \int \sin^{18} x - \sin^{20} x \; dx$$

$$= -\sin^{19} x \cos x + 19 \int \sin^{18} x \; dx - 19 \int \sin^{20} x \; dx$$

Parfois lorsqu'on répète une même procédure, ça vaut la peine de s'en faire une formule.

$$\boxed{\int \sin^{20} x \; dx} = -\sin^{19} x \cos x + 19 \int \sin^{18} x - \sin^{20} x \; dx$$

$$= -\sin^{19} x \cos x + 19 \int \sin^{18} x \; dx - 19 \boxed{\int \sin^{20} x \; dx}$$

Parfois lorsqu'on répète une même procédure, ça vaut la peine de s'en faire une formule.

$$I = \boxed{\int \sin^{20} x \; dx} = -\sin^{19} x \cos x + 19 \int \sin^{18} x - \sin^{20} x \; dx$$

$$= -\sin^{19} x \cos x + 19 \int \sin^{18} x \; dx - 19 \boxed{\int \sin^{20} x \; dx}$$

Parfois lorsqu'on répète une même procédure, ça vaut la peine de s'en faire une formule.

$$I = \boxed{\int \sin^{20} x \; dx} = -\sin^{19} x \cos x + 19 \int \sin^{18} x - \sin^{20} x \; dx$$

$$= -\sin^{19} x \cos x + 19 \int \sin^{18} x \; dx - 19 \boxed{\int \sin^{20} x \; dx}$$

$$I = -\sin^{19} x \cos x + 19 \int \sin^{18} x \; dx - 19I$$

Parfois lorsqu'on répète une même procédure, ça vaut la peine de s'en faire une formule.

$$I = \boxed{\int \sin^{20} x \; dx} = -\sin^{19} x \cos x + 19 \int \sin^{18} x - \sin^{20} x \; dx$$

$$= -\sin^{19} x \cos x + 19 \int \sin^{18} x \; dx - 19 \boxed{\int \sin^{20} x \; dx}$$

$$I = -\sin^{19} x \cos x + 19 \int \sin^{18} x \; dx - 19I$$

$$20I = -\sin^{19} x \cos x + 19 \int \sin^{18} x \; dx$$

Parfois lorsqu'on répète une même procédure, ça vaut la peine de s'en faire une formule.

$$I = \boxed{\int \sin^{20} x \; dx} = -\sin^{19} x \cos x + 19 \int \sin^{18} x - \sin^{20} x \; dx$$

$$= -\sin^{19} x \cos x + 19 \int \sin^{18} x \; dx - 19 \boxed{\int \sin^{20} x \; dx}$$

$$I = -\sin^{19} x \cos x + 19 \int \sin^{18} x \; dx - 19I$$

$$20I = -\sin^{19} x \cos x + 19 \int \sin^{18} x \; dx$$

Parfois lorsqu'on répète une même procédure, ça vaut la peine de s'en faire une formule.

$$I = \boxed{\int \sin^{20} x \ dx} = -\sin^{19} x \cos x + 19 \int \sin^{18} x - \sin^{20} x \ dx$$

$$= -\sin^{19} x \cos x + 19 \int \sin^{18} x \ dx - 19 \boxed{\int \sin^{20} x \ dx}$$

$$I = -\sin^{19} x \cos x + 19 \int \sin^{18} x \ dx - 19I$$

$$20I = -\sin^{19} x \cos x + 19 \int \sin^{18} x \ dx$$

$$I = -\frac{\sin^{19} x \cos x}{20} + \frac{19}{20} \int \sin^{18} x \ dx$$

Parfois lorsqu'on répète une même procédure, ça vaut la peine de s'en faire une formule.

$$I = \int \sin^{20} x \; dx = -\sin^{19} x \cos x + 19 \int \sin^{18} x - \sin^{20} x \; dx$$

$$= -\sin^{19} x \cos x + 19 \int \sin^{18} x \; dx - 19 \int \sin^{20} x \; dx$$

$$I = -\sin^{19} x \cos x + 19 \int \sin^{18} x \; dx - 19I$$

$$20I = -\sin^{19} x \cos x + 19 \int \sin^{18} x \; dx$$

$$I = -\frac{\sin^{19} x \cos x}{20} + \frac{19}{20} \int \sin^{18} x \; dx$$

$$\int \sin^n x \; dx$$

$$\int \sin^n x \ dx$$

$$= \int \sin^{n-1} x \sin x \ dx$$

$$u = \sin^{n-1} x$$

$$\int \sin^n x \ dx$$

$$= \int \sin^{n-1} x \sin x \ dx$$

$$u = \sin^{n-1} x$$

$$\int \sin^n x \ dx$$

$$dv = \sin x \ dx$$

$$= \int \sin^{n-1} x \sin x \ dx$$

$$u = \sin^{n-1} x$$

$$\int \sin^n x \ dx$$

$$du = (n-1)\sin^{n-2} x \cos x \ dx$$

$$dv = \sin x \ dx$$

$$= \int \sin^{n-1} x \sin x \ dx$$

$$\int \sin^n x \; dx$$

$$= \int \sin^{n-1} x \sin x \; dx$$

$$u = \sin^{n-1} x$$

$$du = (n-1) \sin^{n-2} x \cos x \; dx$$

$$dv = \sin x \; dx \qquad v = -\cos x$$

$$\int \sin^n x \; dx$$

$$u = \sin^{n-1} x$$

$$du = (n-1)\sin^{n-2} x \cos x \; dx$$

$$dv = \sin x \; dx \qquad v = -\cos x$$

$$= \int \sin^{n-1} x \sin x \; dx$$

$$= -\sin^{n-1} x \cos x + (n-1) \int \sin^{n-2} x \cos^2 x \; dx$$

$$u = \sin^{n-1} x$$

$$du = (n-1)\sin^{n-2} x \cos x \; dx$$

$$\int \sin^n x \; dx$$

$$dv = \sin x \; dx \qquad v = -\cos x$$

$$= \int \sin^{n-1} x \sin x \; dx$$

$$= -\sin^{n-1} x \cos x + (n-1) \int \sin^{n-2} x \cos^2 x \; dx$$

$$\int \sin^n x \; dx$$

$$u = \sin^{n-1} x$$

$$du = (n-1)\sin^{n-2} x \cos x \; dx$$

$$dv = \sin x \; dx \qquad v = -\cos x$$

$$= \int \sin^{n-1} x \sin x \; dx$$

$$= -\sin^{n-1} x \cos x + (n-1) \int \sin^{n-2} x \cos^2 x \; dx$$

$$u = \sin^{n-1} x$$

$$\int \sin^n x \; dx \qquad du = (n-1)\sin^{n-2} x \cos x \; dx$$

$$dv = \sin x \; dx \qquad v = -\cos x$$

$$= \int \sin^{n-1} x \sin x \; dx$$

$$= -\sin^{n-1} x \cos x + (n-1) \int \sin^{n-2} x \cos^2 x \; dx$$

$$= -\sin^{n-1} x \cos x + (n-1) \int \sin^{n-2} x (1 - \sin^2 x) \; dx$$

$$\int \sin^n x \; dx$$

$$u = \sin^{n-1} x$$

$$du = (n-1)\sin^{n-2} x \cos x \; dx$$

$$dv = \sin x \; dx \qquad v = -\cos x$$

$$= \int \sin^{n-1} x \sin x \; dx$$

$$= -\sin^{n-1} x \cos x + (n-1) \int \sin^{n-2} x \cos^2 x \; dx$$

$$= -\sin^{n-1} x \cos x + (n-1) \int \sin^{n-2} x (1 - \sin^2 x) \; dx$$

$$= -\sin^{n-1} x \cos x + (n-1) \int \sin^{n-2} x \; dx - (n-1) \int \sin^n x \; dx$$

$$\int \sin^n x \ dx$$

$$= -\sin^{n-1} x \cos x + (n-1) \int \sin^{n-2} x \ dx - (n-1) \int \sin^n x \ dx$$

$$\boxed{\int \sin^n x \, dx}$$

$$= -\sin^{n-1} x \cos x + (n-1) \int \sin^{n-2} x \, dx - (n-1) \boxed{\int \sin^n x \, dx}$$

$$I = \int \sin^n x \; dx$$

$$= -\sin^{n-1} x \cos x + (n-1) \int \sin^{n-2} x \; dx - (n-1) \int \sin^n x \; dx$$

$$I = \boxed{\int \sin^n x \; dx}$$

$$= -\sin^{n-1} x \cos x + (n-1) \int \sin^{n-2} x \; dx - (n-1) \boxed{\int \sin^n x \; dx}$$

$$I = -\sin^{n-1} x \cos x + (n-1) \int \sin^{n-2} x \; dx - (n-1) I$$

$$I = \int \sin^n x \; dx$$

$$= -\sin^{n-1} x \cos x + (n-1) \int \sin^{n-2} x \; dx - (n-1) \int \sin^n x \; dx$$

$$I = -\sin^{n-1} x \cos x + (n-1) \int \sin^{n-2} x \; dx - (n-1) I$$

$$I + (n-1) I = -\sin^{n-1} x \cos x + (n-1) \int \sin^{n-2} x \; dx$$

$$I = \boxed{\int \sin^n x \; dx}$$

$$= -\sin^{n-1} x \cos x + (n-1) \int \sin^{n-2} x \; dx - (n-1) \boxed{\int \sin^n x \; dx}$$

$$I = -\sin^{n-1} x \cos x + (n-1) \int \sin^{n-2} x \; dx - (n-1) I$$

$$I + (n-1)I = -\sin^{n-1} x \cos x + (n-1) \int \sin^{n-2} x \; dx$$

$$I = \boxed{\int \sin^n x \ dx}$$

$$= -\sin^{n-1} x \cos x + (n-1) \int \sin^{n-2} x \ dx - (n-1) \boxed{\int \sin^n x \ dx}$$

$$I = -\sin^{n-1} x \cos x + (n-1) \int \sin^{n-2} x \ dx - (n-1) I$$

$$nI = I + (n-1)I = -\sin^{n-1} x \cos x + (n-1) \int \sin^{n-2} x \ dx$$

$$I = \boxed{\int \sin^n x \; dx}$$

$$= -\sin^{n-1} x \cos x + (n-1) \int \sin^{n-2} x \; dx - (n-1) \boxed{\int \sin^n x \; dx}$$

$$I = -\sin^{n-1} x \cos x + (n-1) \int \sin^{n-2} x \; dx - (n-1) I$$

$$nI = I + (n-1)I = -\sin^{n-1} x \cos x + (n-1) \int \sin^{n-2} x \; dx$$

$$I = -\frac{\sin^{n-1} x \cos x}{n} + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} x \; dx$$

$$I = \boxed{\int \sin^n x \; dx}$$

$$= -\sin^{n-1} x \cos x + (n-1) \int \sin^{n-2} x \; dx - (n-1) \boxed{\int \sin^n x \; dx}$$

$$I = -\sin^{n-1} x \cos x + (n-1) \int \sin^{n-2} x \; dx - (n-1) I$$

$$nI = I + (n-1)I = -\sin^{n-1} x \cos x + (n-1) \int \sin^{n-2} x \; dx$$

$$\int \sin^n x \; dx = \; I = -\frac{\sin^{n-1} x \cos x}{n} + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} x \; dx$$

$$I = \boxed{\int \sin^n x \; dx}$$

$$= -\sin^{n-1} x \cos x + (n-1)\int \sin^{n-2} x \; dx - (n-1)\boxed{\int \sin^n x \; dx}$$

$$I = -\sin^{n-1} x \cos x + (n-1)\int \sin^{n-2} x \; dx - (n-1)I$$

$$nI = I + (n-1)I = -\sin^{n-1} x \cos x + (n-1)\int \sin^{n-2} x \; dx$$

$$\int \sin^n x \; dx = \; I = -\frac{\sin^{n-1} x \cos x}{n} + \frac{n-1}{n}\int \sin^{n-2} x \; dx$$

Formule qui réduit l’exposant.

$$\int \sin^n x \; dx \; = -\frac{\sin^{n-1} x \cos x}{n} + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} x \; dx$$

$$\int \sin^n x \; dx = -\frac{\sin^{n-1} x \cos x}{n} + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} x \; dx$$

Exemple

$$\int \sin^n x \, dx = -\frac{\sin^{n-1} x \cos x}{n} + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} x \, dx$$

Exemple

$$\int \sin^6 x \, dx$$

$$\int \sin^n x \; dx = -\frac{\sin^{n-1} x \cos x}{n} + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} x \; dx$$

Exemple

$$\int \sin^6 x \; dx = -\frac{\sin^5 x \cos x}{6} + \frac{5}{6} \int \sin^4 x \; dx$$

$$\int \sin^n x \; dx = -\frac{\sin^{n-1} x \cos x}{n} + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} x \; dx$$

Exemple

$$\int \sin^6 x \; dx \quad = -\frac{\sin^5 x \cos x}{6} + \frac{5}{6} \int \sin^4 x \; dx$$

$$= -\frac{\sin^5 x \cos x}{6} + \frac{5}{6} \left(-\frac{\sin^3 x \cos x}{4} + \frac{3}{4} \int \sin^2 x \; dx \right)$$

$$\int \sin^n x \; dx = -\frac{\sin^{n-1} x \cos x}{n} + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} x \; dx$$

Exemple

$$\int \sin^6 x \; dx \quad = -\frac{\sin^5 x \cos x}{6} + \frac{5}{6} \int \sin^4 x \; dx$$

$$= -\frac{\sin^5 x \cos x}{6} + \frac{5}{6} \left(-\frac{\sin^3 x \cos x}{4} + \frac{3}{4} \int \sin^2 x \; dx \right)$$

$$= -\frac{\sin^5 x \cos x}{6} + \frac{5}{6} \left(-\frac{\sin^3 x \cos x}{4} + \frac{3}{4} \left(-\frac{\sin x \cos x}{2} + \frac{1}{2} \int dx \right) \right)$$

$$\int \sin^n x \; dx = -\frac{\sin^{n-1} x \cos x}{n} + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} x \; dx$$

Exemple

$$\int \sin^6 x \; dx = -\frac{\sin^5 x \cos x}{6} + \frac{5}{6} \int \sin^4 x \; dx$$

$$= -\frac{\sin^5 x \cos x}{6} + \frac{5}{6} \left(-\frac{\sin^3 x \cos x}{4} + \frac{3}{4} \int \sin^2 x \; dx \right)$$

$$= -\frac{\sin^5 x \cos x}{6} + \frac{5}{6} \left(-\frac{\sin^3 x \cos x}{4} + \frac{3}{4} \left(-\frac{\sin x \cos x}{2} + \frac{1}{2} \int dx \right) \right)$$

$$= -\frac{\sin^5 x \cos x}{6} + \frac{5}{6} \left(-\frac{\sin^3 x \cos x}{4} + \frac{3}{4} \left(-\frac{\sin x \cos x}{2} + \frac{1}{2} x + C \right) \right)$$

Faites les exercices suivants

1) $$\int \sin^8 x \; dx$$

2) $$\int \cos^4 x \; dx$$

Lorsqu'on a une intégrale de la forme

Lorsqu'on a une intégrale de la forme

$$\int \tan^n x \sec^m x \ dx$$

Lorsqu'on a une intégrale de la forme

$$\sec^2 x$$

$$\int \tan^n x \boxed{\sec^m x}\, dx$$

Lorsqu'on a une intégrale de la forme

$$\sec^2 x$$

$$\int \tan^n x \sec^m x \, dx$$

Lorsqu'on a une intégrale de la forme

$$u = \tan x$$

$$\sec^2 x$$

$$\int \tan^n x \boxed{\sec^m x}\, dx$$

Lorsqu'on a une intégrale de la forme

$$\sec^2 x$$

$$\int \tan^n x \boxed{\sec^m x}\, dx$$

$$u = \tan x$$

$$du = \sec^2 x \; dx$$

Lorsqu'on a une intégrale de la forme

$$\sec^2 x$$

$$\int \tan^n x \sec^m x \, dx$$

$$u = \tan x$$

$$du = \sec^2 x \, dx$$

Lorsqu'on a une intégrale de la forme

$$\sec^2 x = 1 + \tan^2 x$$

$$u = \tan x$$

$$\sec^2 x$$

$$du = \sec^2 x \; dx$$

$$\int \tan^n x \sec^m x \; dx$$

Lorsqu'on a une intégrale de la forme

$$u = \tan x$$

$$\sec^2 x = 1 + \tan^2 x$$

$$\sec^2 x$$

$$du = \sec^2 x \; dx$$

$$\int \tan^n x \sec^m x \; dx$$

Lorsqu'on a une intégrale de la forme

$$u = \tan x$$

$$\sec^2 x = 1 + \tan^2 x$$

$$\sec^2 x$$

$$du = \sec^2 x \; dx$$

$$\int \tan^n x \sec^m x \, dx$$

$$\tan x \sec x$$

Lorsqu'on a une intégrale de la forme

$$u = \tan x$$

$$\sec^2 x = 1 + \tan^2 x$$

$$\sec^2 x$$

$$du = \sec^2 x \; dx$$

$$\int \tan^n x \sec^m x \, dx$$

$$\tan x \sec x$$

Lorsqu'on a une intégrale de la forme

$$u = \tan x$$

$$\sec^2 x = 1 + \tan^2 x$$

$$\sec^2 x$$

$$du = \boxed{\sec^2 x \; dx}$$

$$\int \boxed{\tan^n x} \, \boxed{\sec^m x} \, \boxed{dx}$$

$$\tan x \sec x$$

$$u = \sec x$$

Lorsqu'on a une intégrale de la forme

$$u = \tan x$$

$$\sec^2 x = 1 + \tan^2 x$$

$$\boxed{\sec^2 x}$$

$$du = \boxed{\sec^2 x \;\, dx}$$

$$\int \boxed{\tan^n x}\boxed{\sec^m x}\,\boxed{dx}$$

$$\tan x \sec x$$

$$u = \sec x$$

$$du = \tan x \sec x \;\, dx$$

Lorsqu'on a une intégrale de la forme

$$u = \tan x$$

$$\sec^2 x = 1 + \tan^2 x$$

$$\sec^2 x$$

$$du = \sec^2 x \; dx$$

$$\int \tan^n x \sec^m x \; dx$$

$$\tan x \sec x$$

$$u = \sec x$$

$$du = \tan x \sec x \; dx$$

Lorsqu'on a une intégrale de la forme

$$u = \tan x$$

$$\sec^2 x = 1 + \tan^2 x$$

$$\sec^2 x$$

$$du = \sec^2 x \; dx$$

$$\int \tan^n x \sec^m x \, dx$$

$$\tan x \sec x$$

$$u = \sec x$$

$$\tan^2 x = \sec^2 x - 1$$

$$du = \tan x \sec x \; dx$$

Lorsqu'on a une intégrale de la forme

$$\sec^2 x = 1 + \tan^2 x$$

$$\sec^2 x$$

$$u = \tan x$$

$$du = \sec^2 x \;dx$$

$$\int \tan^n x \sec^m x \, dx$$

$$\tan x \sec x$$

$$\tan^2 x = \sec^2 x - 1$$

$$u = \sec x$$

$$du = \tan x \sec x \;dx$$

À quelques signes près, c'est la même chose pour

Lorsqu’on a une intégrale de la forme

$$u = \tan x$$

$$\sec^2 x = 1 + \tan^2 x$$

$$\sec^2 x$$

$$du = \sec^2 x \; dx$$

$$\int \tan^n x \sec^m x \; dx$$

$$\tan x \sec x$$

$$\tan^2 x = \sec^2 x - 1$$

$$u = \sec x$$

$$du = \tan x \sec x \; dx$$

À quelques signes près, c’est la même chose pour

$$\int \cot^n x \csc^m x \; dx$$

Faites les exercices suivants

1) $$\int \sec^4 x \tan^3 x \; dx$$

2) $$\int \sec^3 x \tan^3 x \; dx$$

3) $$\int \sec^3 x \tan^4 x \; dx$$

Exemple

$$\int \sec^3 x \; dx$$

Exemple

$$u = \sec x$$

$$\int \sec^3 x \; dx$$

Exemple

$$u = \sec x \qquad dv = \sec^2 x \ dx$$

$$\int \sec^3 x \ dx$$

Exemple

$$u = \sec x \qquad dv = \sec^2 x \ dx$$

$$du = \sec x \tan x \ dx$$

$$\int \sec^3 x \ dx$$

Exemple

$$\int \sec^3 x \ dx$$

$$u = \sec x \qquad dv = \sec^2 x \ dx$$

$$du = \sec x \tan x \ dx \qquad v = \tan x$$

Exemple

$$u = \sec x \qquad dv = \sec^2 x \; dx$$

$$du = \sec x \tan x \; dx \qquad v = \tan x$$

$$\int \sec^3 x \; dx = \sec x \tan x - \int \tan^2 x \sec x \; dx$$

Exemple

$$u = \sec x \qquad dv = \sec^2 x \ dx$$

$$du = \sec x \tan x \ dx \qquad v = \tan x$$

$$\int \sec^3 x \ dx = \sec x \tan x - \int \tan^2 x \sec x \ dx$$

$$= \sec x \tan x - \int (\sec^2 x - 1) \sec x \ dx$$

Exemple

$$u = \sec x \qquad dv = \sec^2 x \; dx$$

$$du = \sec x \tan x \; dx \qquad v = \tan x$$

$$\int \sec^3 x \; dx = \sec x \tan x - \int \tan^2 x \sec x \; dx$$

$$= \sec x \tan x - \int (\sec^2 x - 1) \sec x \; dx$$

Exemple

$$u = \sec x \qquad dv = \sec^2 x \; dx$$

$$du = \sec x \tan x \; dx \qquad v = \tan x$$

$$\int \sec^3 x \; dx = \sec x \tan x - \int \tan^2 x \sec x \; dx$$

$$= \sec x \tan x - \int (\sec^2 x - 1) \sec x \; dx$$

$$= \sec x \tan x - \int \sec^3 x - \sec x \; dx$$

Exemple

$$u = \sec x \qquad dv = \sec^2 x \; dx$$

$$du = \sec x \tan x \; dx \qquad v = \tan x$$

$$\int \sec^3 x \; dx = \sec x \tan x - \int \tan^2 x \sec x \; dx$$

$$= \sec x \tan x - \int (\sec^2 x - 1) \sec x \; dx$$

$$= \sec x \tan x - \int \sec^3 x - \sec x \; dx$$

Exemple

$$u = \sec x \qquad dv = \sec^2 x \; dx$$

$$du = \sec x \tan x \; dx \qquad v = \tan x$$

$$\int \sec^3 x \; dx = \sec x \tan x - \int \tan^2 x \sec x \; dx$$

$$= \sec x \tan x - \int (\sec^2 x - 1) \sec x \; dx$$

$$= \sec x \tan x - \int \sec^3 x - \sec x \; dx$$

$$= \sec x \tan x - \int \sec^3 x \; dx + \int \sec x \; dx$$

Exemple

$$u = \sec x \qquad dv = \sec^2 x \; dx$$

$$du = \sec x \tan x \; dx \qquad v = \tan x$$

$$\boxed{\int \sec^3 x \; dx} = \sec x \tan x - \int \tan^2 x \sec x \; dx$$

$$= \sec x \tan x - \int (\sec^2 x - 1) \sec x \; dx$$

$$= \sec x \tan x - \int \sec^3 x - \sec x \; dx$$

$$= \sec x \tan x - \boxed{\int \sec^3 x \; dx} + \int \sec x \; dx$$

Exemple

$$u = \sec x \qquad dv = \sec^2 x \; dx$$

$$du = \sec x \tan x \; dx \qquad v = \tan x$$

$$\boxed{\int \sec^3 x \; dx} = \sec x \tan x - \int \tan^2 x \sec x \; dx$$

$$= \sec x \tan x - \int (\sec^2 x - 1) \sec x \; dx$$

$$= \sec x \tan x - \int \sec^3 x - \sec x \; dx$$

$$= \sec x \tan x - \boxed{\int \sec^3 x \; dx} + \int \sec x \; dx$$

$$= \sec x \tan x + \ln|\sec x + \tan x| - I$$

Exemple

$$u = \sec x \qquad dv = \sec^2 x \; dx$$

$$du = \sec x \tan x \; dx \qquad v = \tan x$$

$$\int \sec^3 x \; dx = \sec x \tan x - \int \tan^2 x \sec x \; dx$$

$$= \sec x \tan x - \int (\sec^2 x - 1) \sec x \; dx$$

$$= \sec x \tan x - \int \sec^3 x - \sec x \; dx$$

$$= \sec x \tan x - \int \sec^3 x \; dx + \int \sec x \; dx$$

$$= \sec x \tan x + \ln|\sec x + \tan x| - I$$

Exemple

$$u = \sec x \qquad dv = \sec^2 x \; dx$$

$$du = \sec x \tan x \; dx \qquad v = \tan x$$

$$\int \sec^3 x \; dx = \sec x \tan x - \int \tan^2 x \sec x \; dx$$

$$= \sec x \tan x - \int (\sec^2 x - 1) \sec x \; dx$$

$$= \sec x \tan x - \int \sec^3 x - \sec x \; dx$$

$$= \sec x \tan x - \int \sec^3 x \; dx + \int \sec x \; dx$$

$$= \sec x \tan x + \ln|\sec x + \tan x| - I$$

$$2I = \sec x \tan x + \ln|\sec x + \tan x|$$

Exemple

$$u = \sec x \qquad dv = \sec^2 x \; dx$$

$$du = \sec x \tan x \; dx \qquad v = \tan x$$

$$\int \sec^3 x \; dx = \sec x \tan x - \int \tan^2 x \sec x \; dx$$

$$= \sec x \tan x - \int (\sec^2 x - 1) \sec x \; dx$$

$$= \sec x \tan x - \int \sec^3 x - \sec x \; dx$$

$$= \sec x \tan x - \int \sec^3 x \; dx + \int \sec x \; dx$$

$$= \sec x \tan x + \ln|\sec x + \tan x| - I$$

$$2I = \sec x \tan x + \ln|\sec x + \tan x|$$

$$I = \frac{\sec x \tan x + \ln|\sec x + \tan x|}{2}$$

Exemple

$$u = \sec x \qquad dv = \sec^2 x \; dx$$

$$du = \sec x \tan x \; dx \qquad v = \tan x$$

$$\int \sec^3 x \; dx = \sec x \tan x - \int \tan^2 x \sec x \; dx$$

$$= \sec x \tan x - \int (\sec^2 x - 1) \sec x \; dx$$

$$= \sec x \tan x - \int \sec^3 x - \sec x \; dx$$

$$= \sec x \tan x - \int \sec^3 x \; dx + \int \sec x \; dx$$

$$= \sec x \tan x + \ln|\sec x + \tan x| - I$$

$$2I = \sec x \tan x + \ln|\sec x + \tan x|$$

$$\int \sec^3 x \; dx = I = \frac{\sec x \tan x + \ln|\sec x + \tan x|}{2}$$

Exemple

$$u = \sec x \qquad dv = \sec^2 x \; dx$$

$$du = \sec x \tan x \; dx \qquad v = \tan x$$

$$\int \sec^3 x \; dx = \sec x \tan x - \int \tan^2 x \sec x \; dx$$

$$= \sec x \tan x - \int (\sec^2 x - 1) \sec x \; dx$$

$$= \sec x \tan x - \int \sec^3 x - \sec x \; dx$$

$$= \sec x \tan x - \int \sec^3 x \; dx + \int \sec x \; dx$$

$$= \sec x \tan x + \ln|\sec x + \tan x| - I$$

$$2I = \sec x \tan x + \ln|\sec x + \tan x|$$

$$\int \sec^3 x \; dx = I = \frac{\sec x \tan x + \ln|\sec x + \tan x|}{2} + C$$

Faites les exercices suivants

10

Aujourd’hui, nous avons vu

Aujourd'hui, nous avons vu

✓ Identités trigonométriques

Aujourd'hui, nous avons vu

✓ Identités trigonométriques

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

Aujourd'hui, nous avons vu

✓ Identités trigonométriques

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \qquad \tan^2 x + 1 = \sec^2 x$$

Aujourd'hui, nous avons vu

✓ Identités trigonométriques

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \qquad \tan^2 x + 1 = \sec^2 x \qquad \cot^2 x + 1 = \csc^2 x$$

Aujourd'hui, nous avons vu

✓ Identités trigonométriques

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \qquad \tan^2 x + 1 = \sec^2 x \qquad \cot^2 x + 1 = \csc^2 x$$

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

Aujourd'hui, nous avons vu

✓ Identités trigonométriques

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \qquad \tan^2 x + 1 = \sec^2 x \qquad \cot^2 x + 1 = \csc^2 x$$

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

Aujourd'hui, nous avons vu

✓ Identités trigonométriques

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \qquad \tan^2 x + 1 = \sec^2 x \qquad \cot^2 x + 1 = \csc^2 x$$

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\cos^2 x = \frac{1+\cos(2x)}{2}$$

Aujourd'hui, nous avons vu

✓ Identités trigonométriques

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \qquad \tan^2 x + 1 = \sec^2 x \qquad \cot^2 x + 1 = \csc^2 x$$

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\cos^2 x = \frac{1+\cos(2x)}{2} \qquad \sin^2 x = \frac{1-\cos(2x)}{2}$$

Aujourd'hui, nous avons vu

✓ Identités trigonométriques

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \qquad \tan^2 x + 1 = \sec^2 x \qquad \cot^2 x + 1 = \csc^2 x$$

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\cos^2 x = \frac{1+\cos(2x)}{2} \qquad \sin^2 x = \frac{1-\cos(2x)}{2}$$

✓ Intégrale de la forme

Aujourd'hui, nous avons vu

✓ Identités trigonométriques

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \qquad \tan^2 x + 1 = \sec^2 x \qquad \cot^2 x + 1 = \csc^2 x$$

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\cos^2 x = \frac{1+\cos(2x)}{2} \qquad \sin^2 x = \frac{1-\cos(2x)}{2}$$

✓ Intégrale de la forme

$$\int \sin^n x \cos^m x \; dx$$

Aujourd'hui, nous avons vu

✓ Identités trigonométriques

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \qquad \tan^2 x + 1 = \sec^2 x \qquad \cot^2 x + 1 = \csc^2 x$$

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\cos^2 x = \frac{1+\cos(2x)}{2} \qquad \sin^2 x = \frac{1-\cos(2x)}{2}$$

✓ Intégrale de la forme

$$\int \sin^n x \cos^m x \; dx \qquad \int \tan^n x \sec^m x \; dx$$

Aujourd’hui, nous avons vu

Aujourd'hui, nous avons vu

✓ Formule de réduction

Aujourd'hui, nous avons vu

✓ Formule de réduction

$$\int \sin^n x \; dx = -\frac{\sin^{n-1} x \cos x}{n} + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} x \; dx$$

Aujourd'hui, nous avons vu

✓ Formule de réduction

$$\int \sin^{n} x \; dx = -\frac{\sin^{n-1} x \cos x}{n} + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} x \; dx$$

Devoir: Section 2.2