3.5 ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE

cours 20

Au dernier cours, nous avons vu

✓ Intégrales impropres.

Aujourd'hui, nous allons voir

✓ Équations différentielles

Lorsqu'on vous présente des applications des mathématiques, la très grande majorité du temps, les équations qui régissent le système vous sont données.

Lorsqu'on vous présente des applications des mathématiques, la très grande majorité du temps, les équations qui régissent le système vous sont données.

Or, il a bien fallu que quelqu'un, un jour, la trouve cette équation.

Lorsqu’on vous présente des applications des mathématiques, la très grande majorité du temps, les équations qui régissent le système vous sont données.

Or, il a bien fallu que quelqu’un, un jour, la trouve cette équation.

Habituellement, les équations sont trouvé en se basant sur des observations et des raisonnement.

Lorsqu’on vous présente des applications des mathématiques, la très grande majorité du temps, les équations qui régissent le système vous sont données.

Or, il a bien fallu que quelqu’un, un jour, la trouve cette équation.

Habituellement, les équations sont trouvé en se basant sur des observations et des raisonnement.

Souvent, comprendre comment un système varie, peut nous permettre de trouver l’équation.

Exemple

Un objet en chute libre sur terre. $a = -9{,}8 m/sec^2$

Exemple Un objet en chute libre sur terre. $a = -9{,}8m/sec^2$

$$a = \frac{dv}{dt}$$

Exemple Un objet en chute libre sur terre. $a = -9{,}8 m/sec^2$

$$a = \frac{dv}{dt} \quad = -9{,}8$$

Exemple Un objet en chute libre sur terre. $a = -9{,}8 m/sec^2$

$$a = \frac{dv}{dt} = -9{,}8 \qquad dv = -9{,}8 dt$$

Exemple Un objet en chute libre sur terre. $a = -9{,}8 m/sec^2$

$$a = \frac{dv}{dt} = -9{,}8 \qquad dv = -9{,}8dt$$

Exemple Un objet en chute libre sur terre. $a = -9{,}8 m/sec^2$

$$a = \frac{dv}{dt} = -9{,}8 \qquad dv = -9{,}8dt \qquad \int dv = \int -9{,}8dt$$

Exemple Un objet en chute libre sur terre. $a = -9{,}8m/sec^2$

$$a = \frac{dv}{dt} = -9{,}8 \qquad dv = -9{,}8dt \qquad \int dv = \int -9{,}8dt$$

$$v(t) = -9{,}8t + C$$

Exemple Un objet en chute libre sur terre. $a = -9{,}8 m/sec^2$

$$a = \frac{dv}{dt} \quad = -9{,}8 \qquad dv = -9{,}8dt \qquad \int dv = \int -9{,}8dt$$

$$v(t) = -9{,}8t + C \qquad v(0) = -9{,}8(0) + C$$

Exemple

Un objet en chute libre sur terre. $a = -9{,}8m/sec^2$

$$a = \frac{dv}{dt} = -9{,}8 \qquad dv = -9{,}8dt \qquad \int dv = \int -9{,}8dt$$

$$v(t) = -9{,}8t + C \qquad v(0) = -9{,}8(0) + C = C$$

Exemple Un objet en chute libre sur terre. $a = -9{,}8 m/sec^2$

$$a = \frac{dv}{dt} = -9{,}8 \qquad dv = -9{,}8dt \qquad \int dv = \int -9{,}8dt$$

$$v(t) = -9{,}8t + C \qquad v(0) = -9{,}8(0) + C = C = v_0$$

Exemple

Un objet en chute libre sur terre. $a = -9{,}8 m/sec^2$

$$a = \frac{dv}{dt} = -9{,}8 \qquad dv = -9{,}8dt \qquad \int dv = \int -9{,}8dt$$

$$v(t) = -9{,}8t + C \qquad v(0) = -9{,}8(0) + C = C = v_0$$

$$v = -9{,}8t + v_0$$

Exemple Un objet en chute libre sur terre. $a = -9{,}8m/sec^2$

$$a = \frac{dv}{dt} \quad = -9{,}8 \qquad dv = -9{,}8dt \qquad \int dv = \int -9{,}8dt$$

$$v(t) = -9{,}8t + C \qquad v(0) = -9{,}8(0) + C \;= C \;= v_0$$

$$v = -9{,}8t + v_0$$

$$v = \frac{dx}{dt}$$

Exemple Un objet en chute libre sur terre. $a = -9{,}8m/sec^2$

$$a = \frac{dv}{dt} = -9{,}8 \qquad dv = -9{,}8dt \qquad \int dv = \int -9{,}8dt$$

$$v(t) = -9{,}8t + C \qquad v(0) = -9{,}8(0) + C = C = v_0$$

$$v = -9{,}8t + v_0$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -9{,}8t + v_0$$

Exemple

Un objet en chute libre sur terre. $a = -9{,}8 m/sec^2$

$$a = \frac{dv}{dt} = -9{,}8 \qquad dv = -9{,}8 dt \qquad \int dv = \int -9{,}8 dt$$

$$v(t) = -9{,}8t + C \qquad v(0) = -9{,}8(0) + C = C = v_0$$

$$v = -9{,}8t + v_0$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -9{,}8t + v_0 \qquad dx = -9{,}8t + v_0 \; dt$$

Exemple Un objet en chute libre sur terre. $a = -9{,}8 m/sec^2$

$$a = \frac{dv}{dt} = -9{,}8 \qquad dv = -9{,}8dt \qquad \int dv = \int -9{,}8dt$$

$$v(t) = -9{,}8t + C \qquad v(0) = -9{,}8(0) + C = C = v_0$$

$$v = -9{,}8t + v_0$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -9{,}8t + v_0 \qquad dx = -9{,}8t + v_0 \; dt$$

Exemple Un objet en chute libre sur terre. $a = -9{,}8m/sec^2$

$$a = \frac{dv}{dt} = -9{,}8 \qquad dv = -9{,}8dt \qquad \int dv = \int -9{,}8dt$$

$$v(t) = -9{,}8t + C \qquad v(0) = -9{,}8(0) + C = C = v_0$$

$$v = -9{,}8t + v_0$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -9{,}8t + v_0 \qquad dx = -9{,}8t + v_0\ dt$$

$$\int dx = \int -9{,}8t + v_0\ dt$$

Exemple Un objet en chute libre sur terre. $a = -9{,}8 m/sec^2$

$$a = \frac{dv}{dt} = -9{,}8 \qquad dv = -9{,}8 dt \qquad \int dv = \int -9{,}8 dt$$

$$v(t) = -9{,}8t + C \qquad v(0) = -9{,}8(0) + C = C = v_0$$

$$v = -9{,}8t + v_0$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -9{,}8t + v_0 \qquad dx = -9{,}8t + v_0 \ dt$$

$$\int dx = \int -9{,}8t + v_0 \ dt$$

$$x(t) = -4{,}9t^2 + v_0 t + C$$

Exemple Un objet en chute libre sur terre. $a = -9{,}8 m/sec^2$

$$a = \frac{dv}{dt} = -9{,}8 \qquad dv = -9{,}8dt \qquad \int dv = \int -9{,}8dt$$

$$v(t) = -9{,}8t + C \qquad v(0) = -9{,}8(0) + C = C = v_0$$

$$v = -9{,}8t + v_0$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -9{,}8t + v_0 \qquad dx = -9{,}8t + v_0 \; dt$$

$$\int dx = \int -9{,}8t + v_0 \; dt$$

$$x(t) = -4{,}9t^2 + v_0 t + C$$

$$x(0) = -4{,}9(0)^2 + v_0(0) + C$$

Exemple Un objet en chute libre sur terre. $a = -9{,}8 m/sec^2$

$$a = \frac{dv}{dt} = -9{,}8 \qquad dv = -9{,}8dt \qquad \int dv = \int -9{,}8dt$$

$$v(t) = -9{,}8t + C \qquad v(0) = -9{,}8(0) + C = C = v_0$$

$$v = -9{,}8t + v_0$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -9{,}8t + v_0 \qquad dx = -9{,}8t + v_0 \; dt$$

$$\int dx = \int -9{,}8t + v_0 \; dt$$

$$x(t) = -4{,}9t^2 + v_0 t + C$$

$$x(0) = -4{,}9(0)^2 + v_0(0) + C = C$$

Exemple Un objet en chute libre sur terre. $a = -9{,}8 m/sec^2$

$$a = \frac{dv}{dt} = -9{,}8 \qquad dv = -9{,}8 dt \qquad \int dv = \int -9{,}8 dt$$

$$v(t) = -9{,}8t + C \qquad v(0) = -9{,}8(0) + C = C = v_0$$

$$v = -9{,}8t + v_0$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -9{,}8t + v_0 \qquad dx = -9{,}8t + v_0 \; dt$$

$$\int dx = \int -9{,}8t + v_0 \; dt$$

$$x(t) = -4{,}9t^2 + v_0 t + C$$

$$x(0) = -4{,}9(0)^2 + v_0(0) + C = C = x_0$$

Exemple Un objet en chute libre sur terre. $a = -9{,}8m/sec^2$

$$a = \frac{dv}{dt} = -9{,}8 \qquad dv = -9{,}8dt \qquad \int dv = \int -9{,}8dt$$

$$v(t) = -9{,}8t + C \qquad v(0) = -9{,}8(0) + C = C = v_0$$

$$v = -9{,}8t + v_0$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -9{,}8t + v_0 \qquad dx = -9{,}8t + v_0 \ dt$$

$$\int dx = \int -9{,}8t + v_0 \ dt$$

$$x(t) = -4{,}9t^2 + v_0 t + C$$

$$x(0) = -4{,}9(0)^2 + v_0(0) + C = C = x_0$$

$$x(t) = -4{,}9t^2 + v_0 t + x_0$$

Exemple Un objet en chute libre sur terre. $\boxed{a = -9{,}8 m/sec^2}$

$$a = \frac{dv}{dt} = -9{,}8 \qquad dv = -9{,}8dt \qquad \int dv = \int -9{,}8dt$$

$$v(t) = -9{,}8t + C \qquad v(0) = -9{,}8(0) + C = C = v_0$$

$$\boxed{v = -9{,}8t + v_0}$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -9{,}8t + v_0 \qquad dx = -9{,}8t + v_0 \; dt$$

$$\int dx = \int -9{,}8t + v_0 \; dt$$

$$x(t) = -4{,}9t^2 + v_0 t + C$$

$$x(0) = -4{,}9(0)^2 + v_0(0) + C = C = x_0$$

$$\boxed{x(t) = -4{,}9t^2 + v_0 t + x_0}$$

Définition: Une équation différentielle est une équation qui fait intervenir une fonction, sa variable ainsi que ses dérivées d’ordre n.

Définition: Une équation différentielle est une équation qui fait intervenir une fonction, sa variable ainsi que ses dérivées d'ordre n.

Exemple

Définition: Une équation différentielle est une équation qui fait intervenir une fonction, sa variable ainsi que ses dérivées d'ordre n.

Exemple

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -y$$

Définition: Une équation différentielle est une équation qui fait intervenir une fonction, sa variable ainsi que ses dérivées d'ordre n.

Exemple

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -y \qquad y'' = -y$$

Définition: Une équation différentielle est une équation qui fait intervenir une fonction, sa variable ainsi que ses dérivées d'ordre n.

Exemple

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -y \qquad\qquad y'' = -y$$

Définition:

Définition: Une équation différentielle est une équation qui fait intervenir une fonction, sa variable ainsi que ses dérivées d'ordre n.

Exemple

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -y \qquad\qquad y'' = -y$$

Définition: Une solution d'une équation différentielle est une fonction qui satisfait à l'équation.

Définition: Une équation différentielle est une équation qui fait intervenir une fonction, sa variable ainsi que ses dérivées d'ordre n.

Exemple

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -y \qquad\qquad y'' = -y$$

Définition: Une solution d'une équation différentielle est une fonction qui satisfait à l'équation.

Exemple

Définition: Une équation différentielle est une équation qui fait intervenir une fonction, sa variable ainsi que ses dérivées d'ordre n.

Exemple

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -y \qquad y'' = -y$$

Définition: Une solution d'une équation différentielle est une fonction qui satisfait à l'équation.

Exemple $y = \sin x$ est une solution de $y'' = -y$

Définition: Une équation différentielle est une équation qui fait intervenir une fonction, sa variable ainsi que ses dérivées d'ordre n.

Exemple

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -y \qquad y'' = -y$$

Définition: Une solution d'une équation différentielle est une fonction qui satisfait à l'équation.

Exemple $y = \sin x$ est une solution de $y'' = -y$

$$y'' = (\sin x)''$$

Définition: Une équation différentielle est une équation qui fait intervenir une fonction, sa variable ainsi que ses dérivées d'ordre n.

Exemple

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -y \qquad y'' = -y$$

Définition: Une solution d'une équation différentielle est une fonction qui satisfait à l'équation.

Exemple $y = \sin x$ est une solution de $y'' = -y$

$$y'' = (\sin x)'' = (\cos x)'$$

Définition: Une équation différentielle est une équation qui fait intervenir une fonction, sa variable ainsi que ses dérivées d'ordre n.

Exemple

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -y \qquad\qquad y'' = -y$$

Définition: Une solution d'une équation différentielle est une fonction qui satisfait à l'équation.

Exemple

$y = \sin x$ est une solution de $y'' = -y$

$$y'' = (\sin x)'' = (\cos x)' = -\sin x$$

Définition: Une équation différentielle est une équation qui fait intervenir une fonction, sa variable ainsi que ses dérivées d'ordre n.

Exemple

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -y \qquad y'' = -y$$

Définition: Une solution d'une équation différentielle est une fonction qui satisfait à l'équation.

Exemple

$y = \sin x$ est une solution de $y'' = -y$

$$y'' = (\sin x)'' = (\cos x)' = -\sin x = -y$$

Définition: Une équation différentielle est une équation qui fait intervenir une fonction, sa variable ainsi que ses dérivées d'ordre n.

Exemple

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -y \qquad y'' = -y$$

Définition: Une solution d'une équation différentielle est une fonction qui satisfait à l'équation.

Exemple $y = \sin x$ est une solution de $y'' = -y$

$$\boxed{y''} = (\sin x)'' = (\cos x)' = -\sin x \boxed{= -y}$$

Définition: Une équation différentielle est une équation qui fait intervenir une fonction, sa variable ainsi que ses dérivées d'ordre n.

Exemple

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -y \qquad y'' = -y$$

Définition: Une solution d'une équation différentielle est une fonction qui satisfait à l'équation.

Exemple $y = \sin x$ est une solution de $\boxed{y'' = -y}$

$$\boxed{y''} = (\sin x)'' = (\cos x)' = -\sin x \boxed{= -y}$$

Définition: Une équation différentielle est une équation qui fait intervenir une fonction, sa variable ainsi que ses dérivées d'ordre n.

Exemple

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -y \qquad y'' = -y$$

Définition: Une solution d'une équation différentielle est une fonction qui satisfait à l'équation.

Exemple

$y = \sin x$ est une solution de $y'' = -y$

$$y'' = (\sin x)'' = (\cos x)' = -\sin x = -y$$

Mais $y = \cos x$ aussi

Définition: Une équation différentielle est une équation qui fait intervenir une fonction, sa variable ainsi que ses dérivées d'ordre n.

Exemple $\frac{d^2y}{dx^2} = -y$ $\quad\quad$ $y'' = -y$

Définition: Une solution d'une équation différentielle est une fonction qui satisfait à l'équation.

Exemple $y = \sin x$ est une solution de $y'' = -y$

$$y'' = (\sin x)'' = (\cos x)' = -\sin x = -y$$

Mais $y = \cos x$ aussi

$$y'' = (\cos x)''$$

Définition: Une équation différentielle est une équation qui fait intervenir une fonction, sa variable ainsi que ses dérivées d'ordre n.

Exemple

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -y \qquad y'' = -y$$

Définition: Une solution d'une équation différentielle est une fonction qui satisfait à l'équation.

Exemple $y = \sin x$ est une solution de $y'' = -y$

$$y'' = (\sin x)'' = (\cos x)' = -\sin x = -y$$

Mais $y = \cos x$ aussi

$$y'' = (\cos x)'' = (-\sin x)'$$

Définition: Une équation différentielle est une équation qui fait intervenir une fonction, sa variable ainsi que ses dérivées d'ordre n.

Exemple

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -y \qquad y'' = -y$$

Définition: Une solution d'une équation différentielle est une fonction qui satisfait à l'équation.

Exemple $y = \sin x$ est une solution de $y'' = -y$

$$y'' = (\sin x)'' = (\cos x)' = -\sin x = -y$$

Mais $y = \cos x$ aussi

$$y'' = (\cos x)'' = (-\sin x)' = -\cos x$$

Définition: Une équation différentielle est une équation qui fait intervenir une fonction, sa variable ainsi que ses dérivées d'ordre n.

Exemple

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -y \qquad y'' = -y$$

Définition: Une solution d'une équation différentielle est une fonction qui satisfait à l'équation.

Exemple $y = \sin x$ est une solution de $y'' = -y$

$$y'' = (\sin x)'' = (\cos x)' = -\sin x = -y$$

Mais $y = \cos x$ aussi

$$y'' = (\cos x)'' = (-\sin x)' = -\cos x = -y$$

Définition: Une équation différentielle est une équation qui fait intervenir une fonction, sa variable ainsi que ses dérivées d'ordre n.

Exemple

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -y \qquad y'' = -y$$

Définition: Une solution d'une équation différentielle est une fonction qui satisfait à l'équation.

Exemple

$y = \sin x$ est une solution de $y'' = -y$

$$y'' = (\sin x)'' = (\cos x)' = -\sin x = -y$$

Mais $y = \cos x$ aussi

$$y'' = (\cos x)'' = (-\sin x)' = -\cos x = -y$$

Faites les exercices suivants

Section 3 # 24

Il est en générale très difficile de résoudre une équation différentielle.

Il est en générale très difficile de résoudre une équation différentielle.

Par contre certains types d’équations différentielles
sont à notre portées.

Il est en générale très difficile de résoudre une équation différentielle.

Par contre certains types d'équations différentielles
sont à notre portées.

Un équation différentielle qui peut s'écrire sous la forme

Il est en générale très difficile de résoudre une équation différentielle.

Par contre certains types d'équations différentielles
sont à notre portées.

Un équation différentielle qui peut s'écrire sous la forme

$$f(x)\ dx = g(y)\ dy$$

Il est en générale très difficile de résoudre une équation différentielle.

Par contre certains types d'équations différentielles
sont à notre portées.

Un équation différentielle qui peut s'écrire sous la forme

$$f(x)\ dx = g(y)\ dy$$

est dite séparable.

Exemple

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + 3}{y}$$

Exemple

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2+3}{y} \qquad \Longrightarrow y\ dy = x^2 + 3\ dx$$

Exemple

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2+3}{y} \quad \Longrightarrow y\ dy = x^2 + 3\ dx$$

$$\Longrightarrow \int y\ dy = \int x^2 + 3\ dx$$

Exemple

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + 3}{y} \implies y\ dy = x^2 + 3\ dx$$

$$\implies \int y\ dy = \int x^2 + 3\ dx \implies \frac{y^2}{2} = \frac{x^3}{3} + 3x + C$$

Exemple

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + 3}{y} \implies y\ dy = x^2 + 3\ dx$$

$$\implies \int y\ dy = \int x^2 + 3\ dx \implies \frac{y^2}{2} = \frac{x^3}{3} + 3x + C$$

$$\implies y^2 = \frac{2x^3}{3} + 6x + C$$

Exemple

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2+3}{y} \qquad \Longrightarrow y\ dy = x^2 + 3\ dx$$

$$\Longrightarrow \int y\ dy = \int x^2 + 3\ dx \qquad \Longrightarrow \frac{y^2}{2} = \frac{x^3}{3} + 3x + C$$

$$\Longrightarrow y^2 = \frac{2x^3}{3} + 6x + C \qquad \Longrightarrow y = \sqrt{\frac{2x^3}{3} + 6x + C}$$

Exemple

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2+3}{y} \qquad \Longrightarrow y\ dy = x^2+3\ dx$$

$$\Longrightarrow \int y\ dy = \int x^2+3\ dx \qquad \Longrightarrow \frac{y^2}{2} = \frac{x^3}{3} + 3x + C$$

$$\Longrightarrow y^2 = \frac{2x^3}{3} + 6x + C \qquad \Longrightarrow y = \sqrt{\frac{2x^3}{3} + 6x + C}$$

$$\Longrightarrow y = -\sqrt{\frac{2x^3}{3} + 6x + C}$$

Exemple

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2+3}{y} \qquad \Longrightarrow y\ dy = x^2 + 3\ dx$$

$$\Longrightarrow \int y\ dy = \int x^2 + 3\ dx \qquad \Longrightarrow \frac{y^2}{2} = \frac{x^3}{3} + 3x + C$$

$$\Longrightarrow y^2 = \frac{2x^3}{3} + 6x + C \qquad \Longrightarrow y = \sqrt{\frac{2x^3}{3} + 6x + C}$$

ou

$$\Longrightarrow y = -\sqrt{\frac{2x^3}{3} + 6x + C}$$

Faites les exercices suivants

Section 3 # 25

Exemple Population $P(t) = ?$

Exemple Population $P(t) = ?$

$$\frac{dP}{dt} = kP$$

Exemple Population $P(t) = ?$

Dépend du taux de mortalité et du taux de naissance

$$\frac{dP}{dt} = kP$$

Exemple Population $P(t) = ?$

Dépend du taux de mortalité et du taux de naissance

$$\frac{dP}{dt} = kP \qquad\qquad \frac{dP}{P} = k\ dt$$

Exemple Population $P(t) = ?$

Dépend du taux de mortalité et du taux de naissance

$$\frac{dP}{dt} = kP \qquad \frac{dP}{P} = k\ dt$$

$$\int \frac{1}{P}\ dP = \int k\ dt$$

Exemple Population $P(t) = ?$

Dépend du taux de mortalité et du taux de naissance

$$\frac{dP}{dt} = kP \qquad \frac{dP}{P} = k\ dt$$

$$\int \frac{1}{P}\ dP = \int k\ dt$$

$$\ln P = kt + C$$

Exemple Population $P(t) = ?$

Dépend du taux de mortalité et du taux de naissance

$$\frac{dP}{dt} = kP \qquad \frac{dP}{P} = k\ dt$$

$$\int \frac{1}{P}\ dP = \int k\ dt$$

$$\ln P = kt + C$$

$$e^{\ln P} = e^{kt+C}$$

Exemple Population $P(t) = ?$

Dépend du taux de mortalité et du taux de naissance

$$\frac{dP}{dt} = kP \qquad \frac{dP}{P} = k\ dt$$

$$\int \frac{1}{P}\ dP = \int k\ dt$$

$$\ln P = kt + C$$

$$P = e^{\ln P} = e^{kt+C}$$

Exemple Population $P(t) = ?$

Dépend du taux de mortalité et du taux de naissance

$$\frac{dP}{dt} = kP \qquad\qquad \frac{dP}{P} = k\ dt$$

$$\int \frac{1}{P}\ dP = \int k\ dt$$

$$\ln P = kt + C$$

$$P = e^{\ln P} = e^{kt+C} = e^{kt}e^{C}$$

Exemple Population $P(t) = ?$

Dépend du taux de mortalité et du taux de naissance

$$\frac{dP}{dt} = kP \qquad \frac{dP}{P} = k\ dt$$

$$\int \frac{1}{P}\ dP = \int k\ dt$$

$$\ln P = kt + C$$

$$P = e^{\ln P} = e^{kt+C} = e^{kt}e^{C} = C_1 e^{kt}$$

Exemple Population $P(t) =?$

Dépend du taux de mortalité et du taux de naissance

$$\frac{dP}{dt} = kP \qquad \frac{dP}{P} = k\ dt$$

$$\int \frac{1}{P}\, dP = \int k\ dt$$

$$\ln P = kt + C$$

$$P = e^{\ln P} = e^{kt+C} = e^{kt}e^{C} = C_1e^{kt}$$

$$P(t) = Ce^{kt}$$

Exemple Population $P(t) = ?$

Dépend du taux de mortalité et du taux de naissance

$$\frac{dP}{dt} = kP \qquad \frac{dP}{P} = k\ dt$$

$$\int \frac{1}{P}\ dP = \int k\ dt$$

$$\ln P = kt + C$$

$$P = e^{\ln P} = e^{kt+C} = e^{kt}e^{C} = C_1 e^{kt}$$

$$P(t) = Ce^{kt} \qquad P(0) = Ce^{0}$$

Exemple Population $P(t) = ?$

Dépend du taux de mortalité et du taux de naissance

$$\frac{dP}{dt} = kP \qquad \frac{dP}{P} = k\ dt$$

$$\int \frac{1}{P}\, dP = \int k\ dt$$

$$\ln P = kt + C$$

$$P = e^{\ln P} = e^{kt+C} = e^{kt}e^{C} = C_1 e^{kt}$$

$$P(t) = Ce^{kt} \qquad P(0) = Ce^{0} = C$$

Exemple Population $P(t) = ?$

Dépend du taux de mortalité et du taux de naissance

$$\frac{dP}{dt} = kP \qquad \frac{dP}{P} = k\ dt$$

$$\int \frac{1}{P}\ dP = \int k\ dt$$

$$\ln P = kt + C$$

$$P = e^{\ln P} = e^{kt+C} = e^{kt}e^{C} = C_1 e^{kt}$$

$$P(t) = Ce^{kt} \qquad P(0) = Ce^{0} = C = P_0$$

Exemple Population $P(t) = ?$

Dépend du taux de mortalité et du taux de naissance

$$\frac{dP}{dt} = kP \qquad \frac{dP}{P} = k\ dt$$

$$\int \frac{1}{P}\ dP = \int k\ dt$$

$$\ln P = kt + C$$

$$P = e^{\ln P} = e^{kt+C} = e^{kt}e^{C} = C_1 e^{kt}$$

$$P(t) = Ce^{kt} \qquad P(0) = Ce^{0} = C = P_0$$

$$P(t) = P_0 e^{kt}$$

Exemple

Loi de refroidissement de Newton.

Exemple Loi de refroidissement de Newton.

T : température d'un objet

Exemple Loi de refroidissement de Newton.

T : température d'un objet $\quad$ A : température ambiante

Exemple Loi de refroidissement de Newton.

T : température d'un objet A : température ambiante

$$\frac{dT}{dt} = k(T - A)$$

Exemple Loi de refroidissement de Newton.

T : température d'un objet $\quad A$: température ambiante

$$\frac{dT}{dt} = k(T - A)$$

k : constante de proportionnalité qui dépend de l'objet.

Exemple Loi de refroidissement de Newton.

T : température d'un objet A : température ambiante

$$\frac{dT}{dt} = k(T - A)$$

k : constante de proportionnalité qui dépend de l'objet.

$$\frac{1}{T - A}\, dT = k\ dt$$

Exemple Loi de refroidissement de Newton.

T : température d'un objet $\qquad$ A : température ambiante

$$\frac{dT}{dt} = k(T - A)$$

k : constante de proportionnalité qui dépend de l'objet.

$$\frac{1}{T - A}\, dT = k\ dt \qquad \int \frac{1}{T - A}\, dT = \int k\ dt$$

Exemple Loi de refroidissement de Newton.

T : température d'un objet $\qquad$ A : température ambiante

$$\frac{dT}{dt} = k(T - A)$$

k : constante de proportionnalité qui dépend de l'objet.

$$\frac{1}{T - A}\, dT = k\ dt \qquad \int \frac{1}{T - A}\, dT = \int k\ dt$$

$$\ln|T - A| = kt + C$$

Exemple Loi de refroidissement de Newton.

T : température d'un objet $\quad A$: température ambiante

$$\frac{dT}{dt} = k(T - A)$$

k : constante de proportionnalité qui dépend de l'objet.

$$\frac{1}{T-A}\, dT = k\ dt \qquad \int \frac{1}{T-A}\, dT = \int k\ dt$$

$$\ln|T - A| = kt + C \qquad |T - A| = e^{kt+C}$$

Faites les exercices suivants

Section 3 # 27, 28

Exemple

Équation logistique

Exemple Équation logistique

$$\frac{dP}{dt} = kP\left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

Exemple Équation logistique

$$\frac{dP}{dt} = kP\left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

$$\frac{dP}{P\left(1 - \frac{P}{K}\right)} = k\ dt$$

Exemple Équation logistique

$$\frac{dP}{dt} = kP\left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

$$\frac{dP}{P\left(1 - \frac{P}{K}\right)} = k\ dt$$

$$\int \frac{dP}{P\left(1 - \frac{P}{K}\right)} =$$

Exemple

Équation logistique

$$\frac{dP}{dt} = kP\left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

$$\frac{dP}{P\left(1 - \frac{P}{K}\right)} = k\ dt$$

$$\int \frac{dP}{P\left(1 - \frac{P}{K}\right)} = \int k\ dt$$

Exemple Équation logistique

$$\frac{dP}{dt} = kP\left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

$$\frac{dP}{P\left(1 - \frac{P}{K}\right)} = k\ dt$$

$$\int \frac{dP}{P\left(1 - \frac{P}{K}\right)} = \int k\ dt$$

$$\frac{1}{P\left(1 - \frac{P}{K}\right)} = \frac{A}{P} + \frac{B}{1 - \frac{P}{K}}$$

Exemple Équation logistique

$$\frac{dP}{dt} = kP\left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

$$\frac{dP}{P\left(1 - \frac{P}{K}\right)} = k\ dt$$

$$\int \frac{dP}{P\left(1 - \frac{P}{K}\right)} = \int k\ dt$$

$$\frac{1}{P\left(1 - \frac{P}{K}\right)} = \frac{A}{P} + \frac{B}{1 - \frac{P}{K}} = \frac{A\left(1 - \frac{P}{K}\right) + BP}{P\left(1 - \frac{P}{K}\right)}$$

Exemple Équation logistique

$$\frac{dP}{dt} = kP\left(1 - \frac{P}{K}\right) \qquad \frac{dP}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)} = k\ dt$$

$$\int \frac{dP}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)} = \int k\ dt$$

$$\frac{1}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)} = \frac{A}{P} + \frac{B}{1-\frac{P}{K}} \quad = \frac{A\left(1-\frac{P}{K}\right) + BP}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)}$$

$$= \frac{\left(B - \frac{A}{K}\right)P + A}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)}$$

Exemple Équation logistique

$$\frac{dP}{dt} = kP\left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

$$\frac{dP}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)} = k\ dt$$

$$\int \frac{dP}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)} = \int k\ dt$$

$$\frac{1}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)} = \frac{A}{P} + \frac{B}{1-\frac{P}{K}} = \frac{A\left(1-\frac{P}{K}\right) + BP}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)}$$

$$= \frac{\left(B - \frac{A}{K}\right)P + A}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)}$$

$$A = 1$$

Exemple Équation logistique

$$\frac{dP}{dt} = kP\left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

$$\frac{dP}{P\left(1 - \frac{P}{K}\right)} = k\ dt$$

$$\int \frac{dP}{P\left(1 - \frac{P}{K}\right)} = \int k\ dt$$

$$\frac{1}{P\left(1 - \frac{P}{K}\right)} = \frac{A}{P} + \frac{B}{1 - \frac{P}{K}} = \frac{A\left(1 - \frac{P}{K}\right) + BP}{P\left(1 - \frac{P}{K}\right)}$$

$$= \frac{\left(B - \frac{A}{K}\right)P + A}{P\left(1 - \frac{P}{K}\right)}$$

$$A = 1$$

Exemple Équation logistique

$$\frac{dP}{dt} = kP\left(1-\frac{P}{K}\right)$$

$$\frac{dP}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)} = k\ dt$$

$$\int \frac{dP}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)} = \int k\ dt$$

$$\frac{1}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)} = \frac{A}{P} + \frac{B}{1-\frac{P}{K}} = \frac{A\left(1-\frac{P}{K}\right)+BP}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)}$$

$$= \frac{\left(B-\frac{A}{K}\right)P + A}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)}$$

$$A = 1$$

$$B - \frac{A}{K} = 0$$

Exemple Équation logistique

$$\frac{dP}{dt} = kP\left(1 - \frac{P}{K}\right) \qquad \frac{dP}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)} = k\ dt$$

$$\int \frac{dP}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)} = \int k\ dt$$

$$\frac{1}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)} = \frac{A}{P} + \frac{B}{1-\frac{P}{K}} = \frac{A\left(1-\frac{P}{K}\right)+BP}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)}$$

$$= \frac{\left(B-\frac{A}{K}\right)P + A}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)}$$

$$A = 1$$

$$B - \frac{A}{K} = 0$$

Exemple Équation logistique

$$\frac{dP}{dt} = kP\left(1 - \frac{P}{K}\right) \qquad \frac{dP}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)} = k\ dt$$

$$\int \frac{dP}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)} = \int k\ dt$$

$$\frac{1}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)} = \frac{A}{P} + \frac{B}{1-\frac{P}{K}} = \frac{A\left(1-\frac{P}{K}\right)+BP}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)}$$

$$= \frac{\left(B-\frac{A}{K}\right)P + A}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)}$$

$$A = 1$$

$$B - \frac{A}{K} = 0 \implies B = \frac{1}{K}$$

Exemple

Équation logistique

$$\frac{dP}{dt} = kP\left(1 - \frac{P}{K}\right) \qquad \frac{dP}{P\left(1 - \frac{P}{K}\right)} = k\ dt$$

$$\int \frac{dP}{P\left(1 - \frac{P}{K}\right)} = \int k\ dt$$

$$\frac{1}{P\left(1 - \frac{P}{K}\right)} = \frac{A}{P} + \frac{B}{1 - \frac{P}{K}} = \frac{A\left(1 - \frac{P}{K}\right) + BP}{P\left(1 - \frac{P}{K}\right)}$$

$$= \frac{\left(B - \frac{A}{K}\right)P + A}{P\left(1 - \frac{P}{K}\right)} = \frac{1}{P} + \frac{1}{K\left(1 - \frac{P}{K}\right)}$$

$$A = 1$$

$$B - \frac{A}{K} = 0 \qquad \Longrightarrow B = \frac{1}{K}$$

Exemple Équation logistique

$$\frac{dP}{dt} = kP\left(1 - \frac{P}{K}\right) \qquad\qquad \frac{dP}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)} = k\ dt$$

$$\int \frac{dP}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)} = \int k\ dt$$

$$\frac{1}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)} = \frac{A}{P} + \frac{B}{1-\frac{P}{K}} = \frac{A\left(1-\frac{P}{K}\right) + BP}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)}$$

$$= \frac{\left(B - \frac{A}{K}\right)P + A}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)} = \frac{1}{P} + \frac{1}{K\left(1-\frac{P}{K}\right)}$$

$$A = 1$$

$$B - \frac{A}{K} = 0 \qquad \Longrightarrow B = \frac{1}{K}$$

Exemple

Équation logistique

$$\frac{dP}{dt} = kP\left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

$$\frac{dP}{P\left(1 - \frac{P}{K}\right)} = k\ dt$$

$$\int \frac{dP}{P\left(1 - \frac{P}{K}\right)} = \int k\ dt$$

$$\frac{1}{P\left(1 - \frac{P}{K}\right)} = \frac{A}{P} + \frac{B}{1 - \frac{P}{K}} = \frac{A\left(1 - \frac{P}{K}\right) + BP}{P\left(1 - \frac{P}{K}\right)}$$

$$= \frac{\left(B - \frac{A}{K}\right)P + A}{P\left(1 - \frac{P}{K}\right)} = \frac{1}{P} + \frac{1}{K\left(1 - \frac{P}{K}\right)}$$

$$A = 1$$

$$B - \frac{A}{K} = 0 \quad \Longrightarrow B = \frac{1}{K}$$

Exemple Équation logistique

$$\frac{dP}{dt} = kP\left(1 - \frac{P}{K}\right) \qquad \frac{dP}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)} = k\ dt$$

$$\int \frac{dP}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)} = \int k\ dt$$

$$\frac{1}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)} = \frac{A}{P} + \frac{B}{1-\frac{P}{K}} = \frac{A\left(1-\frac{P}{K}\right) + BP}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)}$$

$$= \frac{\left(B - \frac{A}{K}\right)P + A}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)} = \frac{1}{P} + \frac{1}{K\left(1-\frac{P}{K}\right)}$$

$$A = 1$$

$$B - \frac{A}{K} = 0 \qquad \Longrightarrow B = \frac{1}{K}$$

Exemple Équation logistique

$$\frac{dP}{dt} = kP\left(1 - \frac{P}{K}\right) \qquad \frac{dP}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)} = k\ dt$$

$$\int \frac{1}{P} + \frac{1}{K\left(1-\frac{P}{K}\right)}\ dP = \int \frac{dP}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)} = \int k\ dt$$

$$\frac{1}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)} = \frac{A}{P} + \frac{B}{1-\frac{P}{K}} = \frac{A\left(1-\frac{P}{K}\right)+BP}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)}$$

$$= \frac{\left(B-\frac{A}{K}\right)P + A}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)} = \frac{1}{P} + \frac{1}{K\left(1-\frac{P}{K}\right)}$$

$$A = 1$$

$$B - \frac{A}{K} = 0 \qquad \Longrightarrow B = \frac{1}{K}$$

Exemple

Équation logistique $$\frac{dP}{dt} = kP\left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

$$\int \frac{1}{P} + \frac{1}{K\left(1 - \frac{P}{K}\right)}\, dP = \int k\ dt$$

Exemple

Équation logistique $$\frac{dP}{dt} = kP\left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

$$\int \frac{1}{P} + \frac{1}{K\left(1 - \frac{P}{K}\right)}\, dP = \int k\ dt$$

$$u = 1 - \frac{P}{K}$$

Exemple

Équation logistique $$\frac{dP}{dt} = kP\left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

$$\int \frac{1}{P} + \frac{1}{K\left(1 - \frac{P}{K}\right)}\, dP = \int k\ dt$$

$$u = 1 - \frac{P}{K}$$

Exemple

Équation logistique $$\frac{dP}{dt} = kP\left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

$$\int \frac{1}{P} + \frac{1}{K\left(1 - \frac{P}{K}\right)}\, dP = \int k\ dt$$

$$u = 1 - \frac{P}{K}$$

$$du = -\frac{1}{K} dP$$

Exemple

Équation logistique $$\frac{dP}{dt} = kP\left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

$$\int \frac{1}{P} + \frac{1}{K\left(1 - \frac{P}{K}\right)}\, dP = \int k\ dt$$

$$u = 1 - \frac{P}{K}$$

$$du = -\frac{1}{K} dP$$

$$-K du = dP$$

Exemple

Équation logistique $\frac{dP}{dt} = kP\left(1 - \frac{P}{K}\right)$

$$\int \frac{1}{P} + \frac{1}{K\left(1 - \frac{P}{K}\right)}\, dP = \int k\ dt$$

$$u = 1 - \frac{P}{K}$$

$$\ln|P| - \ln\left|1 - \frac{P}{K}\right| = kt + C$$

$$du = -\frac{1}{K}dP$$

$$-K du = dP$$

Exemple

Équation logistique $$\frac{dP}{dt} = kP\left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

$$\int \frac{1}{P} + \frac{1}{\cancel{K}\left(\boxed{1 - \frac{P}{K}}\right)}\, dP = \int k\ dt$$

$$u = \boxed{1 - \frac{P}{K}}$$

$$du = -\frac{1}{K}dP$$

$$-\cancel{K}du = dP$$

$$\ln|P| - \ln\left|1 - \frac{P}{K}\right| = kt + C$$

Exemple Équation logistique $\dfrac{dP}{dt} = kP\left(1 - \dfrac{P}{K}\right)$

$$\int \frac{1}{P} + \frac{1}{\cancel{K}\left(1 - \frac{P}{K}\right)}\, dP = \int k\ dt$$

$$u = \boxed{1 - \frac{P}{K}}$$

$$du = -\frac{1}{K}dP$$

$$-\cancel{K}du = dP$$

$$\ln|P| - \ln\left|1 - \frac{P}{K}\right| = kt + C$$

Exemple

Équation logistique $$\frac{dP}{dt} = kP\left(1-\frac{P}{K}\right)$$

$$\int \frac{1}{P} + \frac{1}{\cancel{K}\left(\boxed{1-\frac{P}{K}}\right)}\, dP = \int k\ dt$$

$$u = \boxed{1-\frac{P}{K}}$$

$$du = -\frac{1}{K}dP$$

$$-\cancel{K}du = dP$$

$$\ln\left|\frac{P}{1-\frac{P}{K}}\right| = \ln|P| - \ln\left|1-\frac{P}{K}\right| = kt + C$$

Exemple

Équation logistique $$\frac{dP}{dt} = kP\left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

$$\int \frac{1}{P} + \frac{1}{\cancel{K}\left(\boxed{1 - \frac{P}{K}}\right)}\, dP = \int k\ dt$$

$$u = \boxed{1 - \frac{P}{K}}$$

$$du = -\frac{1}{K}dP$$

$$-\cancel{K}du = dP$$

$$\ln\left|\frac{P}{1 - \frac{P}{K}}\right| = \ln|P| - \ln\left|1 - \frac{P}{K}\right| = kt + C$$

$$\frac{P}{1 - \frac{P}{K}} = e^{kt+C}$$

Exemple

Équation logistique $$\frac{dP}{dt} = kP\left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

$$\int \frac{1}{P} + \frac{1}{\cancel{K}\left(\boxed{1 - \frac{P}{K}}\right)}\, dP = \int k\ dt$$

$$u = \boxed{1 - \frac{P}{K}}$$

$$du = -\frac{1}{K}dP$$

$$-\cancel{K}du = dP$$

$$\ln\left|\frac{P}{1-\frac{P}{K}}\right| = \ln|P| - \ln\left|1 - \frac{P}{K}\right| = kt + C$$

$$\frac{P}{1-\frac{P}{K}} = e^{kt+C} = e^{kt}e^{C}$$

Exemple

Équation logistique $$\frac{dP}{dt} = kP\left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

$$\int \frac{1}{P} + \frac{1}{\cancel{K}\left(\boxed{1 - \frac{P}{K}}\right)}\, dP = \int k\ dt$$

$$u = \boxed{1 - \frac{P}{K}}$$

$$du = -\frac{1}{K} dP$$

$$-\cancel{K} du = dP$$

$$\ln\left|\frac{P}{1 - \frac{P}{K}}\right| = \ln|P| - \ln\left|1 - \frac{P}{K}\right| = kt + C$$

$$\frac{P}{1 - \frac{P}{K}} = e^{kt+C} = e^{kt}e^{C} = e^{kt}C$$

Exemple

Équation logistique $$\frac{dP}{dt} = kP\left(1-\frac{P}{K}\right)$$

$$\int \frac{1}{P} + \frac{1}{\cancel{K}\left(\boxed{1-\frac{P}{K}}\right)}\, dP = \int k\, dt$$

$$u = \boxed{1-\frac{P}{K}}$$

$$du = -\frac{1}{K}dP$$

$$-\cancel{K}du = dP$$

$$\ln\left|\frac{P}{1-\frac{P}{K}}\right| = \ln|P| - \ln\left|1-\frac{P}{K}\right| = kt + C$$

$$\frac{P}{1-\frac{P}{K}} = e^{kt+C} = e^{kt}e^{C} = e^{kt}C$$

$$t = 0$$

Exemple

Équation logistique $\frac{dP}{dt} = kP\left(1 - \frac{P}{K}\right)$

$$\int \frac{1}{P} + \frac{1}{\cancel{K}\left(\boxed{1 - \frac{P}{K}}\right)}\, dP = \int k\ dt$$

$$u = \boxed{1 - \frac{P}{K}}$$

$$du = -\frac{1}{K}dP$$

$$-\cancel{K}du = dP$$

$$\ln\left|\frac{P}{1-\frac{P}{K}}\right| = \ln|P| - \ln\left|1 - \frac{P}{K}\right| = kt + C$$

$$\frac{P}{1-\frac{P}{K}} = e^{kt+C} = e^{kt}e^{C} = e^{kt}C$$

$$t = 0 \qquad C = \frac{P_0}{1 - \frac{P_0}{K}}$$

Exemple

Équation logistique

$$\frac{dP}{dt} = kP\left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

$$t = 0 \qquad C = \frac{P_0}{1 - \frac{P_0}{K}}$$

$$\frac{P}{1 - \frac{P}{K}} = e^{kt}C$$

Exemple

Équation logistique

$$\frac{dP}{dt} = kP\left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

$$t = 0 \qquad C = \frac{P_0}{1 - \frac{P_0}{K}}$$

$$\frac{P}{1 - \frac{P}{K}} = e^{kt}C$$

$$P = Ce^{kt} - \frac{P}{K}Ce^{kt}$$

Exemple

Équation logistique

$$\frac{dP}{dt} = kP\left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

$$t = 0 \qquad C = \frac{P_0}{1 - \frac{P_0}{K}}$$

$$\frac{P}{1 - \frac{P}{K}} = e^{kt}C$$

$$P = Ce^{kt} - \frac{P}{K}Ce^{kt}$$

Exemple

Équation logistique

$$\frac{dP}{dt} = kP\left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

$$t = 0 \qquad C = \frac{P_0}{1 - \frac{P_0}{K}}$$

$$\frac{P}{1 - \frac{P}{K}} = e^{kt}C$$

$$P = Ce^{kt} - \frac{P}{K}Ce^{kt}$$

$$P + \frac{P}{K}Ce^{kt} = Ce^{kt}$$

Exemple

Équation logistique

$$\frac{dP}{dt} = kP\left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

$$t = 0 \qquad C = \frac{P_0}{1 - \frac{P_0}{K}}$$

$$\frac{P}{1 - \frac{P}{K}} = e^{kt}C$$

$$P = Ce^{kt} - \frac{P}{K}Ce^{kt}$$

$$P + \frac{P}{K}Ce^{kt} = Ce^{kt}$$

Exemple

Équation logistique

$$\frac{dP}{dt} = kP\left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

$$t = 0 \qquad C = \frac{P_0}{1 - \frac{P_0}{K}}$$

$$\frac{P}{\boxed{1 - \frac{P}{K}}} = e^{kt}C$$

$$P = Ce^{kt} - \frac{P}{K}Ce^{kt}$$

$$P\left(1 + \frac{C}{K}e^{kt}\right) = P + \frac{P}{K}Ce^{kt} = Ce^{kt}$$

Exemple

Équation logistique

$$\frac{dP}{dt} = kP\left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

$$t = 0 \qquad C = \frac{P_0}{1 - \frac{P_0}{K}}$$

$$\frac{P}{1 - \frac{P}{K}} = e^{kt}C$$

$$P = Ce^{kt} - \frac{P}{K}Ce^{kt}$$

$$P\left(1 + \frac{C}{K}e^{kt}\right) = P + \frac{P}{K}Ce^{kt} = Ce^{kt}$$

Exemple

Équation logistique

$$\frac{dP}{dt} = kP\left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

$$t = 0 \qquad C = \frac{P_0}{1 - \frac{P_0}{K}}$$

$$\frac{P}{1 - \frac{P}{K}} = e^{kt}C$$

$$P = Ce^{kt} - \frac{P}{K}Ce^{kt}$$

$$P\left(1 + \frac{C}{K}e^{kt}\right) = P + \frac{P}{K}Ce^{kt} = Ce^{kt}$$

$$P(t) = \frac{Ce^{kt}}{1 + \frac{C}{K}e^{kt}}$$

Aujourd'hui, nous avons vu

✓ Équations différentielles

Devoir: Section 3.5