Examen 3
201-NYB Calcul Intégral
17 novembre 2022
Professeur : Dimitri Zuchowski

Consignes

Toute forme de documentation et la calculatrice sont interdites. Toute forme de plagiat et de communication est interdite et entraîne la note ZÉRO. Une réponse, même si elle est bonne, sans justification vaut ZÉRO.

Question 1. (30%)

Soit la région bornée du plan délimitée par $y = 1$ (haut), $y = -x^2 + 2x$ (bas), $x = 1$ (gauche), $x = 2$ (droite).

Pour les trois axes de rotation suivants faites un dessin de la région, un disque et un tube et donner l'intégrale permettant de calculer le volume de révolution à l'aide de la méthode des disques **ET** la méthode des tubes. **NE CALCULEZ PAS L'INTÉGRALE**

a) L'axe des x.

b) L'axe des y.

c) L'axe $x = 3$.

Question 2. (10%)

Dessiner la région, dessiner un disque (troué) ou un tube et calculer les volumes des solides de révolutions de la région comprise entre $f(x) = \arctan(x),\ y = 0,\ x = 0,\ x = 1$ autour de l'axe des y.

Question 3. (15%)

Calculer la longueur d'arc de la fonction $f(x) = \ln(\sec x)$ sur l'intervalle $x \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right]$

Question 4. (10%)

Calculer l'aire de la surface de révolution de la fonction $f(x) = x^2$, qu'on fait tourner autour de l'axe des y, sur l'intervalle $x \in \left[0, \sqrt{2}\right]$

Question 5. (20%)

Calculer les intégrales impropres suivantes et déterminer si elles convergent ou si elles divergent.

a) $\displaystyle\int_0^2 \frac{dx}{x-2}$

b) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$

Question 6. (15%)

Trouver la solution particulière de l'équation différentielle suivante

$$\frac{y'}{e^x} = \sec y$$

qui passe par le point $(x, y) = \left(2, \frac{\pi}{6}\right)$.