

Examen 4
NYB Calcul intégral
17 may 2007
Professeur : Dimitri Zuchowski

Consignes

Toute forme de documentation et la calculatrice graphique sont interdites. Toute forme de plagiat et de communication est interdite et entraîne la note ZÉRO.

Question 1. (10%) Calculer $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ des suites suivantes et déterminer si elles convergent ou divergent.

a) $\left\{ \frac{n-1}{n!} \right\}$

b) $\left\{ \frac{\sin n}{n} \right\}$

Question 2. (10%) Déterminer si les séries suivantes convergent ou divergent. Si elles convergent, dire vers quoi elles convergent.

a) $\sum_{n=4}^{\infty} \frac{3}{(-2)^n}$

b) $\sum_{n=1000}^{\infty} \frac{-1}{4n}$

Question 3. (48%) Déterminer si les séries suivantes convergent ou divergent.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{2n+3}$

e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(3+n^2)}{n^3}$

b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^n}{n!}$

f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctan n}{n^2+1}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^5+1}{(n^2+1)^3}$

g) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n^2+5}}$

d) $\sum_{n=5}^{\infty} \left(\frac{3n}{1+n^2} \right)^n$

h) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9}{n^{\frac{7}{8}}}$

Question 4. (12%) Trouver l'intervalle de convergence des séries de puissances suivantes.

a) $\sum_{k=5}^{\infty} \left(\frac{x}{k}\right)^k$

b) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(3x+4)^k}{k!}$

Question 5. (15%) Trouver le développement en série de Taylor des fonctions suivantes autour de la valeur de a donnée.

a) $\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right), a=0$ b) $\cos x, a=\pi$ c) $\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}, a=0$

Question 6. (5%) Utiliser les séries de Taylor pour trouver

$$\int \cos(4x^3) dx.$$

Merci pour la belle session et profitez bien de l'été!
Dimitri