1 Première partie

1.1 Règle de L'Hospital

Q.1

Calculer la dérivée des fonctions suivantes.

a) $f(x) = (2x-4)^3(5x+1)$

b) $g(x) = \dfrac{x^3-3}{5-x^2}$

c) $p(t) = t^4\sqrt[3]{2-t}$

d) $g(x) = \sin 5x \cos 8x$

e) $f(x) = \dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$

f) $f(u) = \tan^3\left(u^2-e^u\right)$

g) $f(x) = \ln(\sec x + \tan x)$

h) $g(x) = \csc\left(\sin x^2\right)$

i) $f(x) = \arcsin(\log_2 x)$

j) $f(x) = \dfrac{\arctan x \sec x^2}{3^x}$

k) $f(x) = \log_3 \operatorname{arccsc}\, x + 5^{\operatorname{arcsec}\, x}$

Q.2

Calculer la dérivée des fonctions suivantes.

a) $f(x) = (5x+7)^{(3-2x)}$

b) $f(x) = x^{\sin x}$

c) $v(\theta) = (\sin\theta)^{\cos\theta}$

d) $f(x) = \left(\tan x^2\right)^{\pi x^3}$

e) $f(x) = x^{\ln x}$

f) $f(x) = (\ln x)^x$

g) $f(x) = (x)^{e^x}$

Q.3

Évaluer les limites suivantes.

a) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{x^2+6x-7}{5x-4-x^2}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{e^x-e^{-x}}{\sin x}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\ln(\cos x)}{\sin x}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{e^{\frac{1}{5x}}-1}{\frac{2}{x}}$

e) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\tan x - x}{x-\sin x}$

f) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{x-\arcsin x}{\sin^3 x}$

Q.4

Évaluer les limites suivantes.

a) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{5x+8}{11x-2}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{\ln x^2}{\ln(1+x)}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)}{\operatorname{arccot}\, x}$

d) $\displaystyle\lim_{\theta\to\left(\frac{\pi}{4}\right)^+}\frac{\tan 2\theta}{1+\sec 2\theta}$

Q.5

Évaluer les limites suivantes.

a) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(xe^{-x}\right)$

b) $\displaystyle\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^-}\sec x - \tan x$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{\ln x}-\frac{x}{\ln x}\right)$

d) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\left(\frac{2}{x^2-1}-\frac{1}{x-1}\right)$

e) $\displaystyle\lim_{x\to 0} x\cot 2x$

f) $\displaystyle\lim_{x\to 1^+}\left(\frac{1}{1-x}-\frac{1}{\ln(2-x)}\right)$

Q.6

Évaluer les limites suivantes.

a) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{5}{x}\right)^{3x}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 5^+}(x-5)^{\ln(x-4)}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+}(\cot x)^{\frac{1}{\ln x}}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to 1^-}\left[\ln\left(\frac{1}{1-x}\right)\right]^{1-x}$

1.2 Intégrale indéfinie et formules de base

Q.7

Déterminer si F est une primitive de f lorsque :

a) $F(x) = 5^x\ln 5$ et $f(x) = 5^x$

b) $F(x) = \ln\sec x$ et $f(x) = \tan x$

c) $F(x) = \arcsin 2x$ et $f(t) = \dfrac{2}{\sqrt{4x^2-1}}$

d) $F(x) = \tan^2 x$ et $f(x) = 2\sec^2 x\tan x$

Q.8

Calculer les intégrales suivantes.

a) $\displaystyle\int x^5\,dx$

b) $\displaystyle\int \frac{1}{x^5}\,dx$

c) $\displaystyle\int \sqrt[5]{v}\,dv$

d) $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt[5]{u}}\,du$

e) $\displaystyle\int \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}\,dx$

f) $\displaystyle\int dx$

g) $\displaystyle\int \frac{x^2-x-1}{x}\,dx$

h) $\displaystyle\int \left(x^3+3^x+3^3\right)dx$

Q.9

Calculer les intégrales suivantes.

a) $\displaystyle\int\left(5x^5-\frac{5^x}{5}+\frac{5}{x}-\frac{x}{5}\right)dx$

b) $\displaystyle\int\left(3\sin\theta-\frac{\sec^2\theta}{3}+\frac{1}{3}\right)d\theta$

c) $\displaystyle\int\left(\frac{x^e}{e}-2e^x-\frac{5}{\sqrt{1-x^2}}\right)dx$

d) $\displaystyle\int \left(4\sec u \tan u - \frac{8}{1+u^2} - 6\csc^2 u\right)\ du$

e) $\displaystyle\int \left(\frac{5\cos u}{3} + \frac{4}{7u\sqrt{u^2-1}}\right)\ du$

f) $\displaystyle\int \left(\frac{7}{5\sqrt{t}} - 2\csc t \cot t + \frac{1}{3t^2}\right)\ dt$

Q.10

Calculer les intégrales suivantes.

a) $\displaystyle\int (x-2)(3-4x)\ dx$

b) $\displaystyle\int \frac{4x^3-5x^2-1}{x^3}\ dx$

c) $\displaystyle\int \left(u+\frac{1}{u}\right)^2\ du$

d) $\displaystyle\int \left(\frac{\frac{\sqrt{x}}{2}-\frac{2}{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\right)\ dx$

e) $\displaystyle\int \frac{1}{x}\left(4-\frac{7}{\sqrt{x^2-1}}\right)\ dx$

f) $\displaystyle\int \frac{3}{4+4x^2} + \frac{5}{\sqrt{7-7x^2}}\ dx$

g) $\displaystyle\int \frac{v^2-4}{v-2}\ dv$

h) $\displaystyle\int \frac{(x-4)(x+1)}{\sqrt{x}}\ dx$

i) $\displaystyle\int \sqrt{x^4+2x^2+1}\ dx$

j) $\displaystyle\int (x^2-1)^3 x\ dx$

k) $\displaystyle\int x^{1/2}\left(2\sqrt{x} - \frac{4}{\sqrt{x}} + \frac{5}{\sqrt[3]{x}}\right) dx$

Q.11

Calculer les intégrales suivantes.

a) $\displaystyle\int \cot x\ dx$

b) $\displaystyle\int \csc x\ dx$

c) $\displaystyle\int (\cos^2\theta + \sin^2\theta)\ d\theta$

d) $\displaystyle\int \frac{\tan\varphi}{\sec\varphi}\ d\varphi$

e) $\displaystyle\int \frac{3}{1-\sin^2 x}\ dx$

f) $\displaystyle\int \frac{1}{1+\cos x}\ dx$

g) $\displaystyle\int \frac{\sin t}{\cos^2 t}\ dt$

h) $\displaystyle\int \frac{\sin 2x}{\sin x}\ dx$

i) $\displaystyle\int \csc x(\sin x + \cot x)\ dx$

j) $\displaystyle\int \cot^2 u\ du$

Q.12

Déterminer si les égalités suivantes sont vraies ou fausses.

a) $\displaystyle\int 3x^2\ dx = x^3 + 3 + C$

b) $\displaystyle\int e^x \sin x\ dx = e^x \sin x - e^x \cos x + C$

c) $\displaystyle\int \ln x\ dx = x\ln x - x + C$

1.3 Changement de variable

Q.13

Calculer les intégrales suivantes.

a) $\displaystyle\int 3\cos 3x\ dx$

b) $\displaystyle\int (5x+1)^7\ dx$

c) $\displaystyle\int \frac{6}{11x-9}\ dx$

d) $\displaystyle\int e^{-2x}\ dx$

e) $\displaystyle\int (x^3-4)x\ dx$

f) $\displaystyle\int \sqrt[3]{5-8x}\ dx$

Q.14

Calculer les intégrales suivantes.

a) $\displaystyle\int \tan x\ dx$

b) $\displaystyle\int \frac{\log_5 x}{x}\ dx$

c) $\displaystyle\int 7^{6x}\ dx$

d) $\displaystyle\int 42x(3x^2-7)^6\ dx$

e) $\displaystyle\int \csc^2 x \cot x\ dx$

f) $\displaystyle\int \frac{\cos(\ln x)}{x}\ dx$

g) $\displaystyle\int e^x \sin e^x\ dx$

h) $\displaystyle\int \frac{21x^2+35}{\sqrt{x^3+5x}}\ dx$

Q.15

Calculer les intégrales suivantes.

a) $\displaystyle\int x\sin(1-3x^2)\ dx$

b) $\displaystyle\int \frac{3\sec^2 4x}{\tan^3 4x}\ dx$

c) $\displaystyle\int \frac{5x^2-x+2}{x-1}\ dx$

d) $\displaystyle\int \frac{\csc^2\varphi}{3+5\cot\varphi}\ d\varphi$

e) $\displaystyle\int (5e^x+1)^3 e^x\ dx$

f) $\displaystyle\int \frac{2x+1}{x^2+1}\ dx$

g) $\displaystyle\int \frac{e^{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}}\ dx$

h) $\displaystyle\int \frac{e^u}{1+e^{2u}}\ du$

i) $\displaystyle\int e^{e^{e^x}} e^{e^x} e^x\ dx$

Q.16

Calculer les intégrales suivantes.

a) $\displaystyle\int \frac{1}{25t^2+100}\,dt$

b) $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{9-x^2}}\,dx$

c) $\displaystyle\int \frac{7}{4x\sqrt{x^2-7}}\,dx$

d) $\displaystyle\int \frac{-5x}{7\sqrt{8-3x^2}}\,dx$

Q.17

Calculer les intégrales suivantes.

a) $\displaystyle\int x^3\sqrt{x^2+7}\,dx$

b) $\displaystyle\int \frac{x^4+x^3+x^2+x+1}{x^2+1}\,dx$

c) $\displaystyle\int \frac{x}{x^4+1}\,dx$

d) $\displaystyle\int \tan 3x \sec^5 3x\,dx$

e) $\displaystyle\int \frac{1}{e^x+e^{-x}}\,dx$

f) $\displaystyle\int \frac{x^5+x^8}{\sqrt[3]{x^3-1}}\,dx$

1.4 Sommation

Q.18

Écrire avec la notation sigma les sommes suivantes.

a) $4+6+8+10+12$

b) $1-1+1-1+1-1$

c) $\sin\frac{\pi}{2}+\sin\pi+\sin\frac{3\pi}{2}+\sin 2\pi+\sin\frac{5\pi}{2}$

Q.19

Développer les sommes suivantes.

a) $\displaystyle\sum_{i=4}^{8}\frac{1}{i}$

b) $\displaystyle\sum_{k=1}^{3}2^k+3$

c) $\displaystyle\sum_{t=2}^{5}t^2-t$

Q.20

Évaluer les sommes suivantes sans utiliser les formules vues en classe.

a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{4}k$

b) $\displaystyle\sum_{k=0}^{3}2^k$

c) $\displaystyle\sum_{k=2}^{5}2^{k-2}$

d) $\displaystyle\sum_{k=1}^{4}2k-1$

e) $\displaystyle\sum_{k=1}^{3}\frac{1}{k(k+1)}$

f) $\displaystyle\sum_{k=1}^{3}k^3$

Q.21

Démontrer par induction, si elles sont vraies, les égalités suivantes.

a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}2k-1=n^2$

b) $\displaystyle\sum_{k=3}^{n}5=5(3-n+1)$

c) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+1)}=\frac{n}{n+1}$

d) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}k^2=\frac{n(2n+1)(n+1)}{6}$

e) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n}5^k=\frac{5^{n+1}-1}{4}$

f) $\displaystyle\left(\sum_{k=1}^{n}k\right)^2=\sum_{k=1}^{n}k^3$

Q.22

À l'aide des identités vues en classe, évaluer les sommes suivantes.

a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{20}5$

b) $\displaystyle\sum_{k=11}^{30}5$

c) $\displaystyle\sum_{i=1}^{40}i$

d) $\displaystyle\sum_{k=41}^{100}k$

e) $\displaystyle\sum_{t=10}^{20}3t-2$

f) $\displaystyle\sum_{k=1}^{20}k^2$

g) $\displaystyle\sum_{k=0}^{8}\cos k\pi$

h) $\displaystyle\sum_{k=1}^{20}2k^2-5k-1$

i) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(k+1)(k+2)$

j) $\displaystyle\sum_{k=0}^{4}(2^k+k^2)$

k) $\displaystyle\sum_{k=0}^{10}4^k$

l) $\displaystyle\sum_{k=0}^{9}\left(\frac{1}{2}\right)^k$

Q.23

Déterminer si les égalités suivantes sont vraies ou fausses. Justifier votre réponse.

a) $\displaystyle\sum_{k=0}^{100}k^4=\sum_{k=1}^{100}k^4$

b) $\displaystyle\sum_{k=0}^{100}2=200$

c) $\displaystyle\sum_{k=0}^{100}2+k=2+\sum_{k=0}^{100}k$

d) $\displaystyle\sum_{k=1}^{100}(k+1)^2=\sum_{k=0}^{99}k^2$

e) $\displaystyle\sum_{k=1}^{100}k^3=\left(\sum_{k=1}^{100}k\right)\left(\sum_{k=1}^{100}k^2\right)$

f) $\displaystyle\sum_{k=1}^{100}k^3=\left(\sum_{k=1}^{100}k\right)^3$

Q.24

Démontrer la propriété des sommes télescopiques, c'est-à-dire

$$\sum_{k=1}^{n}(a_k-a_{k+1})=a_1-a_{n+1}$$

Q.25

Utiliser le résultat de la question précédente et le fait que $\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}=\frac{1}{k(k+1)}$ pour trouver une formule donnant la somme $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+1)}$.

1.5 Théorème fondamental

Q.26

Considérons la fonction $f(x)=x^2-1$ et l'intervalle [1,3].

a) Si on découpe l'intervalle en 4 parties égales quelle sera la largeur de chacune des parties ?

b) Si on découpe l'intervalle en n parties égales quelle sera la largeur de chacune des parties ?

c) La fonction est-elle croissante ou décroissante sur l'intervalle donné ?

d) Si on calcule la somme inférieure de cette fonction sur l'intervalle avec 4 rectangles, quelle sera la hauteur de chacun des rectangles ?

e) Que vaut cette somme ?

f) Écrire cette somme avec la notation sigma.

Q.27

Calculer l'approximation de l'aire sous la courbe de la fonction $f(x) = 2x-3$ sur l'intervalle [3,5] en utilisant 4 rectangles supérieurs.

Q.28

Calculer les intégrales définies suivantes à l'aide des sommes de Riemann.

a) $\displaystyle\int_1^4 x\,dx$ b) $\displaystyle\int_2^5 3x-5\,dx$ c) $\displaystyle\int_1^3 x^2\,dx$

Q.29

Calculer les intégrales définies suivantes à l'aide du théorème fondamental.

a) $\displaystyle\int_1^4 x\,dx$ b) $\displaystyle\int_2^5 3x-5\,dx$ c) $\displaystyle\int_1^3 x^2\,dx$

Q.30

Calculer les intégrales définies suivantes à l'aide du théorème fondamental.

a) $\displaystyle\int_1^4 \sqrt{x}\,dx$

b) $\displaystyle\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

c) $\displaystyle\int_0^1 e^x\,dx$

d) $\displaystyle\int_3^9 \frac{dx}{x}$

e) $\displaystyle\int_{-5}^5 e\,dx$

f) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \sin x + \cos x\,dx$

g) $\displaystyle\int_1^9 \frac{x-1}{\sqrt{x}}\,dx$

h) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec^2 x\,dx$

1.6 Calcul d'aire

Q.31

Calculer l'intégrale définie $\displaystyle\int_2^5 \sqrt{2x-1}\,dx$

a) En changeant les bornes d'intégrations.

b) En défaisant le changement de variable avant d'évaluer.

Q.32

On a vue en classe que si $a \leq b$, $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$ où $F(x)$ est une primitive de $f(x)$. Démontrer que

$$\int_a^b f(x)\,dx = -\int_b^a f(x)\,dx.$$

Q.33

On dit qu'une fonction est paire si $f(-x) = f(x)$ et qu'une fonction est impaire si $f(-x) = -f(x)$.

a) Vérifier que les fonctions $f(x) = x^2$ et $g(x) = \cos x$ sont des fonctions paires.

b) Vérifier que les fonctions $f(x) = x^3$ et $g(x) = \sin x$ sont des fonctions impaires.

c) Démontrer que pour une fonction paire on a

$$\int_{-a}^a f(x)\,dx = 2\int_0^a f(x)\,dx$$

d) Démontrer que pour une fonction impaire on a

$$\int_{-a}^a f(x)\,dx = 0$$

Q.34

Déterminer si les égalités suivantes sont vraies ou fausses.

a) $\displaystyle\int_0^1 dx = 0$

b) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} x^3\cos x\,dx = 0$

c) $\displaystyle\int_1^2 3^x\,dx = -\int_{-1}^{-2} 3^x\,dx$

d) $\displaystyle\int_{-2}^3 \frac{dx}{x} = \ln\frac{3}{2}$

Q.35

Montrer que si $m > 0$ et $n > 0$,

$$\int_0^1 x^n(1-x)^m\,dx = \int_0^1 x^m(1-x)^n\,dx$$

Q.36

Calculer les intégrales suivantes en faisant les changements de variable indiqués.

a) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x\cos^2 x\,dx,\ \ u = \cos x$

b) $\displaystyle\int_1^4 \frac{x}{\sqrt{2+4x}}\,dx,\ \ 2+4x = u^2$

c) $\displaystyle\int_{-1}^1 \frac{1}{(1+x^2)^2}\,dx,\ \ x = \tan u$

d) $\displaystyle\int_0^{\pi} \frac{dx}{3+2\cos x},\ \ u = \tan\frac{x}{2}$

Q.37
Calculer l'aire des régions bornées spécifiées.

a) Entre $f(x) = x^2 - 1$ et l'axe des x sur l'intervalle [0,2].

b) Entre $f(x) = \sin x$ et l'axe des x sur l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$.

c) Entre $f(x) = x$ et $g(x) = x^2$.

d) Entre $f(x) = x$ et $g(x) = \frac{x^3}{4}$ sur l'intervalle $[-1{,}2]$.

e) Entre $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$ et l'axe des x sur l'intervalle [0,3].

Q.38
Démontrer que

$$\int_a^b f(x)\, dx = \int_{a+c}^{b+c} f(x-c)\, dx$$

et donner une interprétation géométrique de ce résultat.

Q.39
Démontrer que

$$\int_a^b f(x)\, dx = \frac{1}{k}\int_{ka}^{kb} f\left(\frac{x}{k}\right)\, dx$$

et donner une interprétation géométrique de ce résultat.

Q.40
Utiliser les résultats des deux dernières questions pour démontrer que

$$\int_a^b f(x)\, dx = (b-a)\int_0^1 f(a+(b-a)x)\, dx.$$

Réponses aux exercices

R.1

a) $f'(x) = 2\,(2x-4)^2\,(20x-7)$

b) $g'(x) = \dfrac{x(-x^3+15x-6)}{(5-x^2)^2}$

c) $p'(t) = \dfrac{t^3\,(24-13t)}{3\sqrt[3]{(2-t)^2}}$

d) $g'(u) = 5\cos 5x \cos 8x - 8\sin 5x \sin 8x$

e) $f(x) = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$

f) $f'(u) = 3\tan^2(u^2-e^u)\sec^2(u^2-e^u)(2u-e^u)$

g) $f'(x) = \sec x$

h) $g'(x) = -\csc\left(\sin x^2\right)\cot\left(\sin x^2\right)\left(2x\cos x^2\right)$

i) $f'(x) = \dfrac{1}{x\ln 2\sqrt{1-\log_2^2 x}}$

j) $f'(x) = \dfrac{\sec x^2\left(\frac{1}{1+x^2} + 2x\arctan x\tan x^2 - \arctan x\ln 3\right)}{3^x}$

k) $f'(x) = \dfrac{-1}{x\text{arccsc }x\ln 3\sqrt{x^2-1}} + \dfrac{5^{\text{arcsec }x}\ln 5}{x\sqrt{x^2-1}}$

R.2

a) $f'(x) = (5x+7)^{(3-2x)}\left(-2\ln(5x+7) + \dfrac{5(3-2x)}{5x+7}\right)$

b) $f'(x) = x^{\sin x}\left(\cos x\ln x + \dfrac{\sin x}{x}\right)$

c) $v'(\theta) = (\sin\theta)^{\cos\theta}\left(-\sin\theta\ln(\sin\theta) + \dfrac{\cos^2\theta}{\sin\theta}\right)$

d) $f'(x) = \pi x^2(\tan x^2)^{\pi x^3}\left(3\ln(\tan x^2) + \dfrac{2x^2\sec^2 x^2}{\tan x^2}\right)$

e) $f'(x) = \dfrac{2x^{\ln x}\ln x}{x}$

f) $f'(x) = (\ln x)^x\left(\ln(\ln x) + \dfrac{1}{\ln x}\right)$

g) $f'(x) = e^x(x)^{e^x}\left(\dfrac{1}{x} + \ln x\right)$

R.3

a) $\dfrac{8}{3}$ b) 2 c) 0 d) $\dfrac{1}{10}$ e) 2 f) $-\dfrac{1}{6}$

R.4

a) $\dfrac{5}{11}$ b) 2 c) 1 d) 1

R.5

a) 0 b) 0 c) -1 d) $-\dfrac{1}{2}$ e) $\dfrac{1}{2}$ f) $-\dfrac{1}{2}$

R.6

a) e^{-15} b) 1 c) $\dfrac{1}{e}$ d) 1

R.7

a) non b) oui c) non d) oui

R.8

a) $\dfrac{x^6}{6} + C$

b) $\dfrac{-1}{4x^4} + C$

c) $\dfrac{5}{6}\sqrt[5]{v^6} + C$

d) $\dfrac{5}{4}\sqrt[5]{u^4} + C$

e) $\text{arcsec }x + C$

f) $x + C$

g) $\dfrac{x^2}{2} - x - \ln|x| + C$

h) $\dfrac{x^4}{4} + \dfrac{3^x}{\ln 3} + 3^3x + C$

R.9

a) $\dfrac{5x^6}{6} - \dfrac{5^x}{5\ln 5} + 5\ln|x| - \dfrac{x^2}{10} + C$

b) $-3\cos\theta - \dfrac{\tan\theta}{3} + \dfrac{\theta}{3} + C$

c) $\dfrac{x^{e+1}}{e(e+1)} - 2e^x - 5\arcsin x + C$

d) $4\sec u - 8\arctan u + 6\cot u + C$

e) $\dfrac{5\sin u}{3} + \dfrac{4\text{ arcsec }u}{7} + C$

f) $\dfrac{14\sqrt{t}}{5} + 2\csc t - \dfrac{1}{3t} + C$

R.10

a) $\dfrac{11x^2}{2} - 6x - \dfrac{4x^3}{3} + C$

b) $4x - 5\ln|x| + \dfrac{1}{2x^2} + C$

c) $\dfrac{u^3}{3} + 2u - \dfrac{1}{u} + C$

d) $\dfrac{x}{2} - 2\ln|x| + C$

e) $4\ln|x| - 7\text{ arcsec }x + C$

f) $\dfrac{3\arctan x}{4} + \dfrac{5\arcsin x}{\sqrt{7}} + C$

g) $\dfrac{v^2}{2} + 2v + C$

h) $\dfrac{2}{5}\sqrt{x^5} - 2\sqrt{x^3} - 8\sqrt{x} + C$

i) $\dfrac{x^3}{3} + x + C$

j) $\dfrac{x^8}{8} - \dfrac{x^6}{2} + \dfrac{3x^4}{4} - \dfrac{x^2}{2} + C$

k) $x^2 - 4x + \dfrac{30\sqrt[6]{x^7}}{7} + C$

R.11

a) $-\ln|\csc x| + C$
b) $\ln|-\csc x - \cot x| + C$
c) $\theta + C$
d) $-\cos\varphi + C$
e) $3\tan x + C$
f) $-\cot x + \csc x + C$
g) $\sec t + C$
h) $2\sin x + C$
i) $x - \csc x + C$
j) $-\cot u - u + C$

R.12

a) Vrai b) Faux c) Vrai

R.13

a) $\sin 3x + C$
b) $\dfrac{(5x+1)^8}{40} + C$
c) $\dfrac{6}{11}\ln|11x-9| + C$
d) $-\dfrac{e^{-2x}}{2} + C$
e) $\dfrac{x^5}{5} - 2x^2 + C$
f) $\dfrac{-3\sqrt[3]{(5-8x)^4}}{32} + C$

R.14

a) $\ln|\sec x| + C$
b) $\dfrac{\ln 5 \log_5^2 x}{2} + C$
c) $\dfrac{7^{6x}}{6\ln 7} + C$
d) $(3x^2-7)^7 + C$
e) $-\dfrac{\cot^2 x}{2} + C$
f) $\sin(\ln x) + C$
g) $-\cos e^x + C$
h) $14\sqrt{x^3+5x} + C$

R.15

a) $\dfrac{\cos(1-3x^2)}{6} + C$
b) $\dfrac{-3}{8\tan^2 4x} + C$
c) $\dfrac{5x^2}{2} + 4x + 6\ln|x-1| + C$
d) $\dfrac{-\ln|3+5\cot\varphi|}{5} + C$
e) $\dfrac{(5e^x+1)^4}{20} + C$
f) $\ln|x^2+1| + \arctan x + C$
g) $e^{\arcsin x} + C$
h) $\arctan e^u + C$
i) $e^{e^{e^x}} + C$

R.16

a) $\dfrac{1}{50}\arctan\left(\dfrac{t}{2}\right) + C$
b) $\arcsin\left(\dfrac{x}{3}\right) + C$
c) $\dfrac{\sqrt{7}}{4}\,\text{arcsec}\left(\dfrac{x}{\sqrt{7}}\right) + C$
d) $\dfrac{5}{21}\sqrt{8-3x^2} + C$

R.17

a) $\dfrac{1}{15}\sqrt{(x^2+7)^3}(3x^2-14) + C$
b) $\dfrac{x^3}{3} + \dfrac{x^2}{2} + \arctan x + C$
c) $\dfrac{1}{2}\arctan x^2 + C$
d) $\dfrac{\sec^5 x}{15} + C$
e) $\arctan e^x + C$
f) $\dfrac{1}{40}\sqrt[3]{(x^3-1)^2}(5x^6+14x^3+21) + C$

R.18

a) $\displaystyle\sum_{k=2}^{6} 2k$ b) $\displaystyle\sum_{k=1}^{6}(-1)^{k+1}$ c) $\displaystyle\sum_{k=1}^{5}\sin\frac{k\pi}{2}$

R.19

a) $\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{7}+\dfrac{1}{8}$
b) $2+3+4+3+8+3$
c) $4-2+9-3+16-4+25-5$

R.20

a) 10
b) 15
c) 15
d) 16
e) $\dfrac{3}{4}$
f) 36

R.21 Laissé à l'étudiant.

R.22

a) 100
b) 100
c) 820
d) 4230
e) 473
f) 2870
g) 1
h) 4670
i) $\dfrac{n}{3}(n^2+6n+11)$
j) 61
k) 1398101
l) $\dfrac{1023}{512}$

R.23

a) Vrai
b) Faux
c) Faux
d) Faux
e) Faux
f) Faux

R.24 Laissé à l'étudiant.

R.25 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(+1)} = \frac{n}{n+1}$

R.26

a) $\dfrac{1}{2}$
b) $\dfrac{2}{n}$
c) Croissante.
d) $0,\ \dfrac{5}{4},\ 3,\ \dfrac{21}{4}$
e) $\dfrac{19}{4}$
f) $\displaystyle\sum_{k=1}^{4}\left(\left(1+\frac{k-1}{2}\right)^2-1\right)\frac{1}{2}$
ou $\displaystyle\sum_{k=0}^{3}\left(\left(1+\frac{k}{2}\right)^2-1\right)\frac{1}{2}$

R.27 11

R.28

a) $\frac{15}{2}$

b) $\frac{33}{2}$

c) $\frac{26}{3}$

R.29

a) $\frac{15}{2}$

b) $\frac{33}{2}$

c) $\frac{26}{3}$

R.30

a) $\frac{14}{3}$

b) $\frac{\pi}{4}$

c) $e-1$

d) $\ln 3$

e) $10e$

f) 0

g) $\frac{40}{3}$

h) 1

R.31

a) $\left.\frac{u^{\frac{3}{2}}}{3}\right|_3^9 = 9-\sqrt{3}$

b) $\left.\frac{(2x-1)^{\frac{3}{2}}}{3}\right|_2^5 = 9-\sqrt{3}$

R.32 $F(a)-F(b) = -(F(b)-F(a))$.

R.33 Laissé à l'étudiant.

R.34

a) Faux

b) Vrai car $f(x) = x^3\cos x$ est une fonction impaire.

c) Faux

d) Faux puisque la fonction n'est pas continue sur l'intervalle $[-2{,}3]$, le théorème fondamental ne s'applique pas.

R.35 Laissé à l'étudiant.

R.36

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

c) $\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}$

d) $\frac{\pi}{\sqrt{5}}$

R.37

a) 2

b) 4

c) $\frac{1}{6}$

d) $\frac{23}{16}$

e) $\frac{11}{4}$

R.38 Si on applique une translation à une fonction et au borne l'aire ne change pas.

R.39 Si on étire la base d'un facteur k, en faisant suivre la fonction, alors l'aire est multiplier du même facteur. Donc en divisant de chaque côté par k on obtient l'égalité démontré.

R.40 Laissé à l'étudiant.