2.2 PRODUIT SCALAIRE ET CALCUL D'ANGLES (SUITE)

D'ANGLES (SUITE)

Cours 5

Au dernier cours, nous avons vu

Au dernier cours, nous avons vu

✓ La longueur d'un vecteur.

Au dernier cours, nous avons vu

- ✓ La longueur d'un vecteur.
- ✓ La distance entre deux points.

Au dernier cours, nous avons vu

- ✓ La longueur d’un vecteur.
- ✓ La distance entre deux points.
- ✓ Le produit scalaire entre deux vecteurs.

Au dernier cours, nous avons vu

- ✓ La longueur d'un vecteur.
- ✓ La distance entre deux points.
- ✓ Le produit scalaire entre deux vecteurs.
- ✓ La façon de trouver l'angle entre deux vecteurs.

Aujourd’hui, nous allons voir

Aujourd’hui, nous allons voir

✓ Projection orthogonale

Théorème

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$, deux vecteurs non nuls de $\mathbb{R}^n$, alors

Théorème

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$, deux vecteurs non nuls de $\mathbb{R}^n$, alors

$$\vec{u} \perp \vec{v} \qquad \iff \qquad \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Théorème

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$, deux vecteurs non nuls de $\mathbb{R}^n$, alors

$$\vec{u} \perp \vec{v} \qquad \iff \qquad \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Preuve:

Théorème

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$, deux vecteurs non nuls de $\mathbb{R}^n$, alors

$$\vec{u} \perp \vec{v} \qquad \iff \qquad \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Preuve:

$(\Longrightarrow)$

Théorème

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$, deux vecteurs non nuls de $\mathbb{R}^n$, alors

$$\vec{u} \perp \vec{v} \qquad \Longleftrightarrow \qquad \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Preuve:

$(\Longrightarrow)$ Si $\vec{u} \perp \vec{v}$

Théorème

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$, deux vecteurs non nuls de $\mathbb{R}^n$, alors

$$\vec{u} \perp \vec{v} \qquad \Longleftrightarrow \qquad \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Preuve:

$$(\Longrightarrow) \qquad \text{Si} \quad \vec{u} \perp \vec{v} \quad \text{alors} \quad \theta = \frac{\pi}{2}$$

Théorème

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$, deux vecteurs non nuls de $\mathbb{R}^n$, alors

$$\vec{u} \perp \vec{v} \qquad \iff \qquad \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Preuve:

$(\Longrightarrow)$ Si $\vec{u} \perp \vec{v}$ alors $\theta = \dfrac{\pi}{2}$

et donc, $\vec{u} \cdot \vec{v} = ||\vec{u}||\,||\vec{v}|| \cos\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 0$

Théorème

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$, deux vecteurs non nuls de $\mathbb{R}^n$, alors

$$\vec{u} \perp \vec{v} \qquad \Longleftrightarrow \qquad \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Preuve:

$(\Longrightarrow)$ Si $\vec{u} \perp \vec{v}$ alors $\theta = \dfrac{\pi}{2}$

et donc, $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \, \|\vec{v}\| \cos\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 0$

$(\Longleftarrow)$

Théorème

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$, deux vecteurs non nuls de $\mathbb{R}^n$, alors

$$\vec{u} \perp \vec{v} \qquad \Longleftrightarrow \qquad \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Preuve:

$$(\Longrightarrow) \qquad \text{Si} \quad \vec{u} \perp \vec{v} \quad \text{alors} \quad \theta = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{et donc,} \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$(\Longleftarrow) \qquad \text{Si} \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Théorème

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$, deux vecteurs non nuls de $\mathbb{R}^n$, alors

$$\vec{u} \perp \vec{v} \qquad \Longleftrightarrow \qquad \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Preuve:

$$(\Longrightarrow) \qquad \text{Si} \quad \vec{u} \perp \vec{v} \quad \text{alors} \quad \theta = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{et donc,} \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$(\Longleftarrow) \qquad \text{Si} \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos\theta$$

Théorème

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$, deux vecteurs non nuls de $\mathbb{R}^n$, alors

$$\vec{u} \perp \vec{v} \qquad \Longleftrightarrow \qquad \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Preuve:

$(\Longrightarrow)$ Si $\vec{u} \perp \vec{v}$ alors $\theta = \dfrac{\pi}{2}$

et donc, $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\| \cos\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 0$

$(\Longleftarrow)$ Si $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\| \cos\theta$, mais

Théorème

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$, deux vecteurs non nuls de $\mathbb{R}^n$, alors

$$\vec{u} \perp \vec{v} \qquad \Longleftrightarrow \qquad \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Preuve:

$(\Longrightarrow)$ Si $\vec{u} \perp \vec{v}$ alors $\theta = \dfrac{\pi}{2}$

et donc, $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\|\|\vec{v}\| \cos\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 0$

$(\Longleftarrow)$ Si $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\|\|\vec{v}\| \cos\theta \text{, mais}$$

Théorème

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$, deux vecteurs non nuls de $\mathbb{R}^n$, alors

$$\vec{u} \perp \vec{v} \qquad \Longleftrightarrow \qquad \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Preuve:

$(\Longrightarrow)$ Si $\vec{u} \perp \vec{v}$ alors $\theta = \dfrac{\pi}{2}$

et donc, $\quad \vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\| \cos\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 0$

$(\Longleftarrow)$ Si $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\| \cos\theta \text{, mais}$$

donc $\|\vec{u}\| \neq 0$ et $\|\vec{v}\| \neq 0$

Théorème

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$, deux vecteurs non nuls de $\mathbb{R}^n$, alors

$$\vec{u} \perp \vec{v} \qquad \Longleftrightarrow \qquad \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Preuve:

$(\Longrightarrow)$ Si $\vec{u} \perp \vec{v}$ alors $\theta = \frac{\pi}{2}$

et donc, $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\| \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

$(\Longleftarrow)$ Si $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\|\|\vec{v}\| \cos\theta$, mais

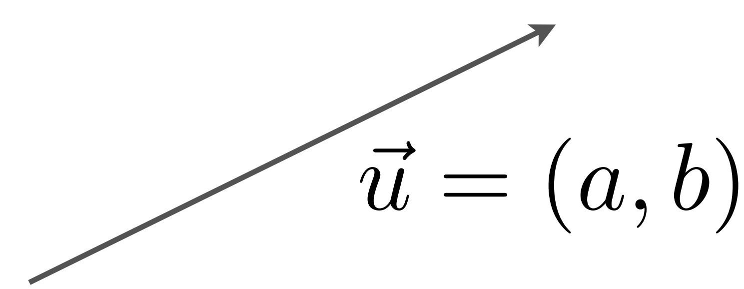
donc $\|\vec{u}\| \neq 0$ et $\|\vec{v}\| \neq 0$

d'où $\cos\theta = 0 \quad \theta = \frac{\pi}{2} \quad \theta = \frac{3\pi}{2}$

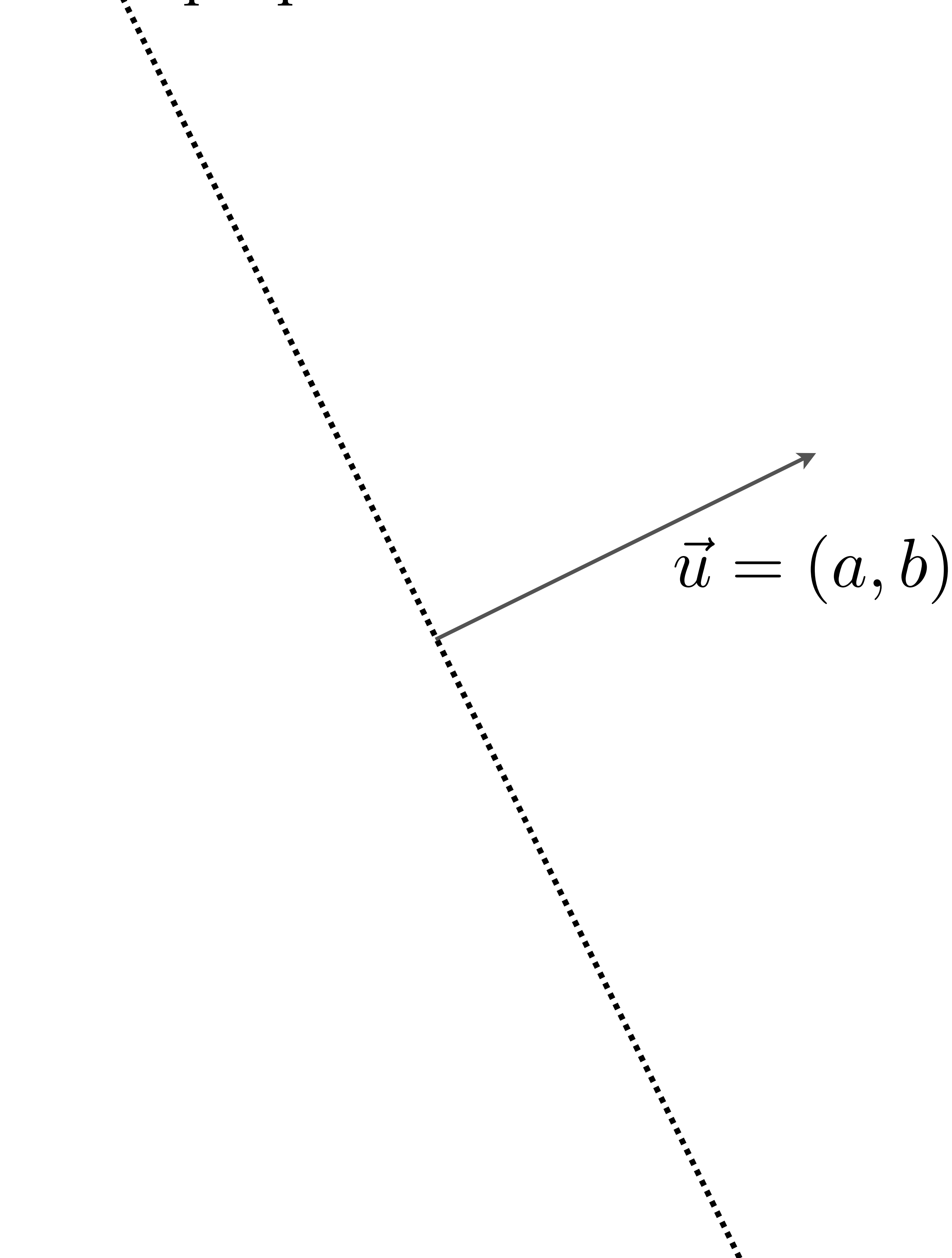
Dans le cas particulier du plan,

Dans le cas particulier du plan,

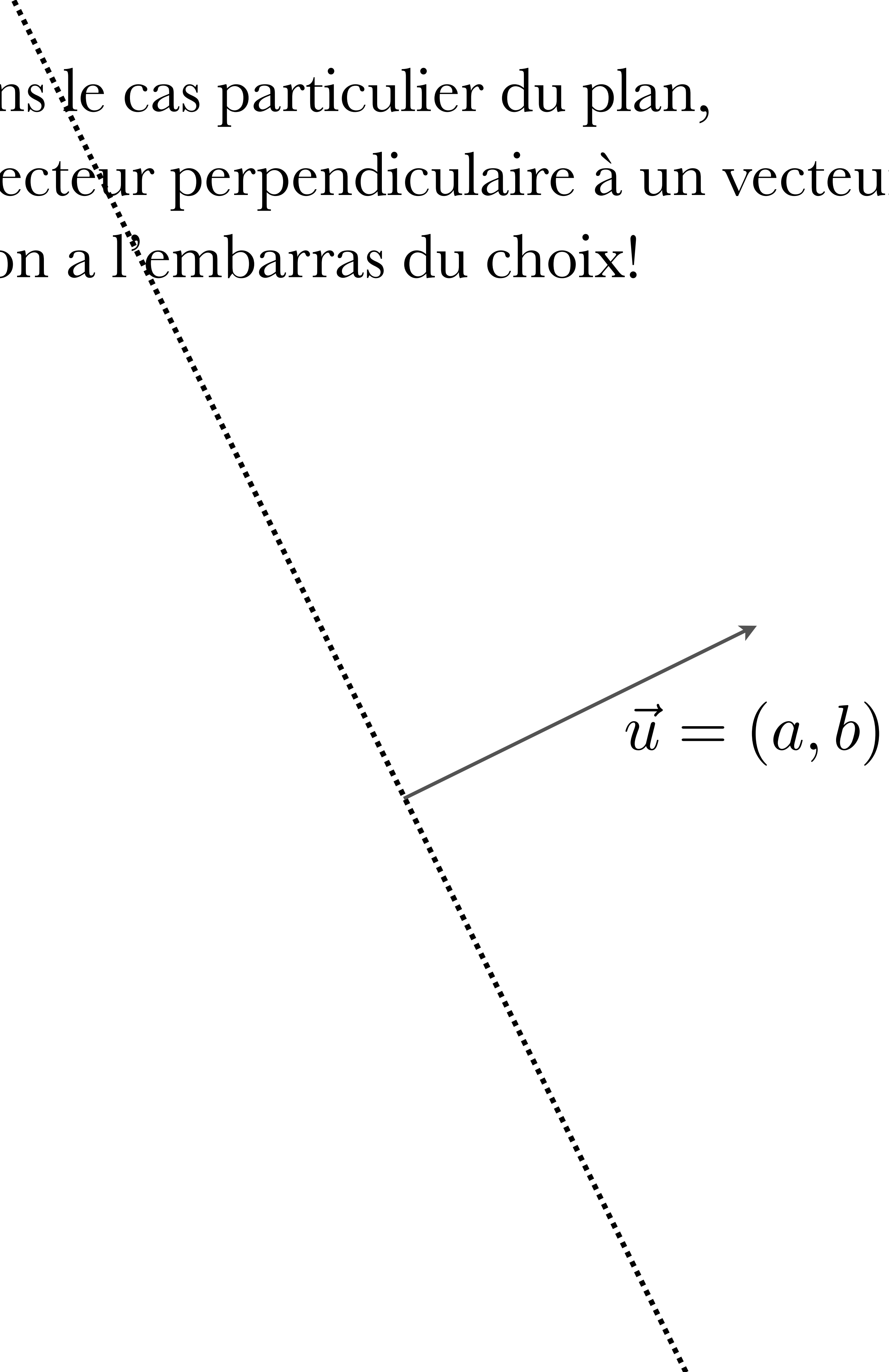
si on cherche un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné,



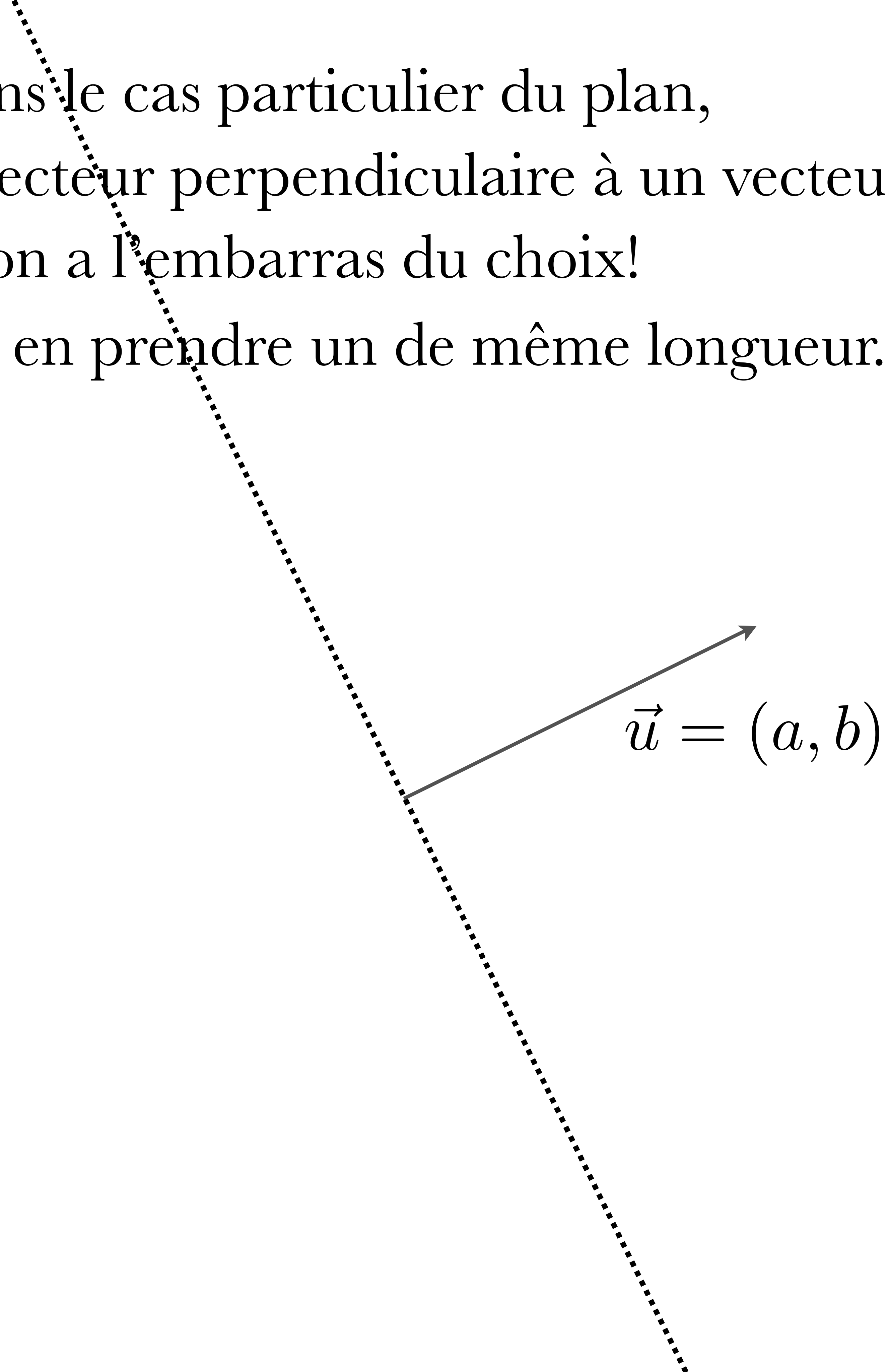
Dans le cas particulier du plan,
si on cherche un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné,



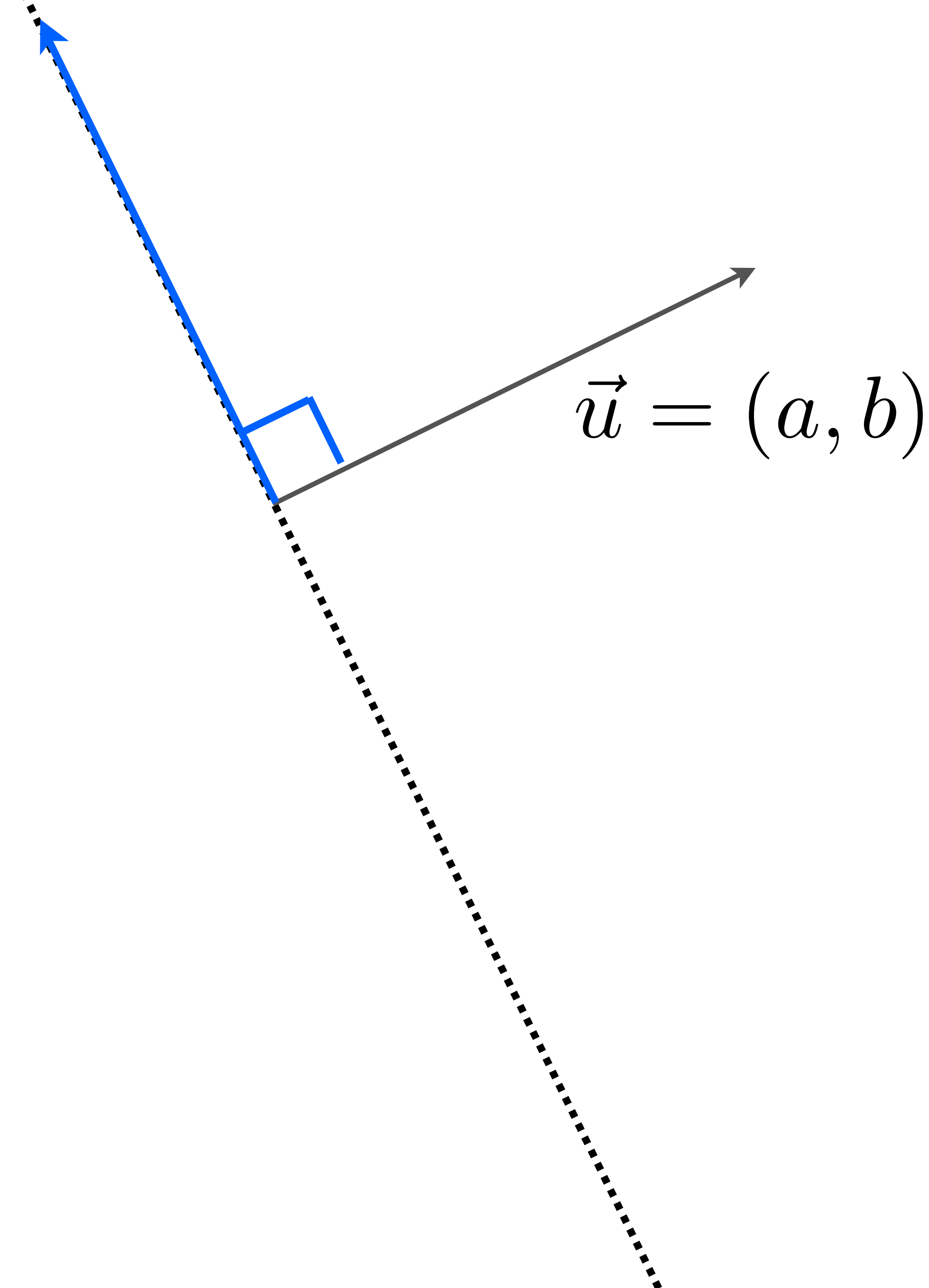
Dans le cas particulier du plan,
si on cherche un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné,
on a l'embarras du choix!



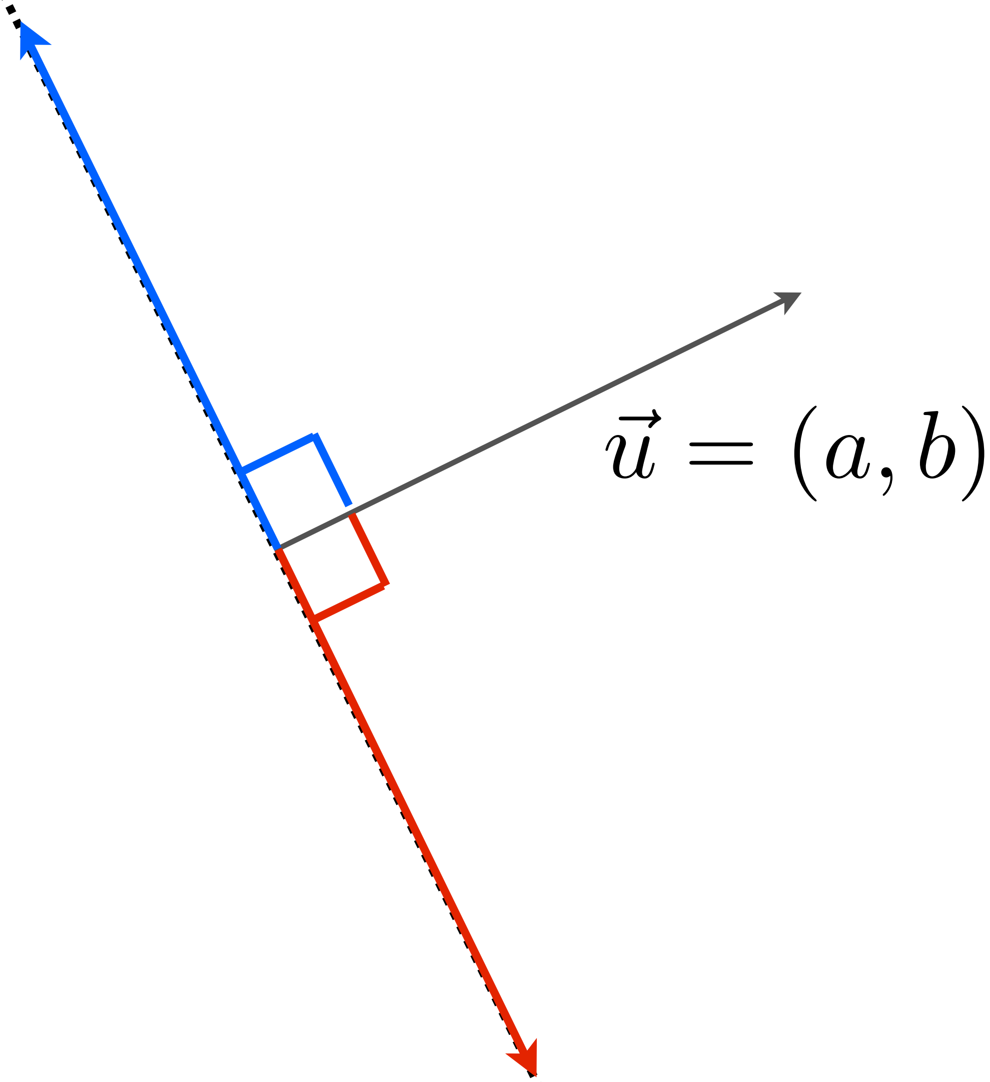
Dans le cas particulier du plan,
si on cherche un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné,
on a l'embarras du choix!
Aussi bien en prendre un de même longueur.



Dans le cas particulier du plan,
si on cherche un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné,
on a l'embarras du choix!
Aussi bien en prendre un de même longueur.



Dans le cas particulier du plan,
si on cherche un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné,
on a l'embarras du choix!
Aussi bien en prendre un de même longueur.



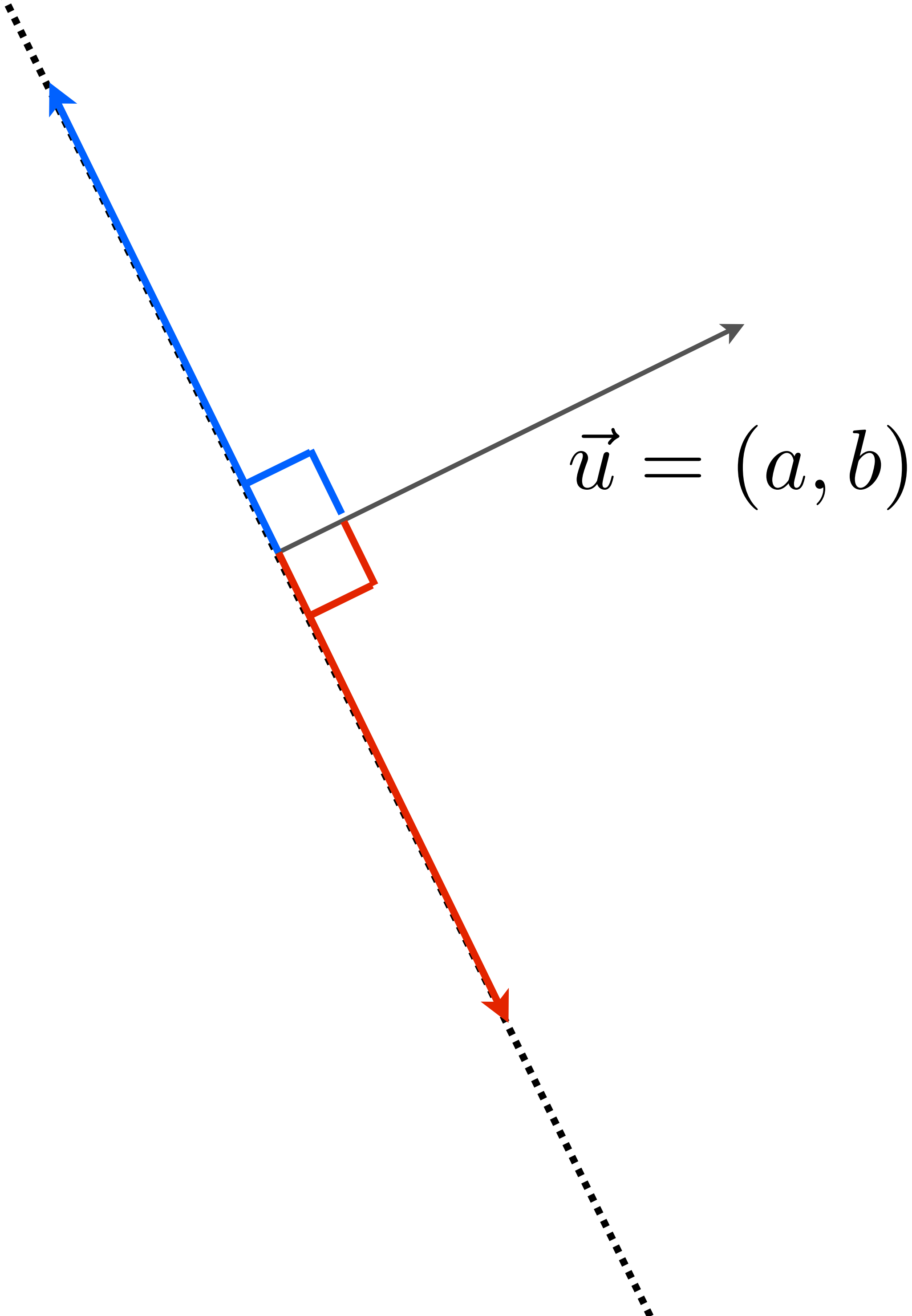
Dans le cas particulier du plan,

si on cherche un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné,

on a l'embarras du choix!

Aussi bien en prendre un de même longueur.

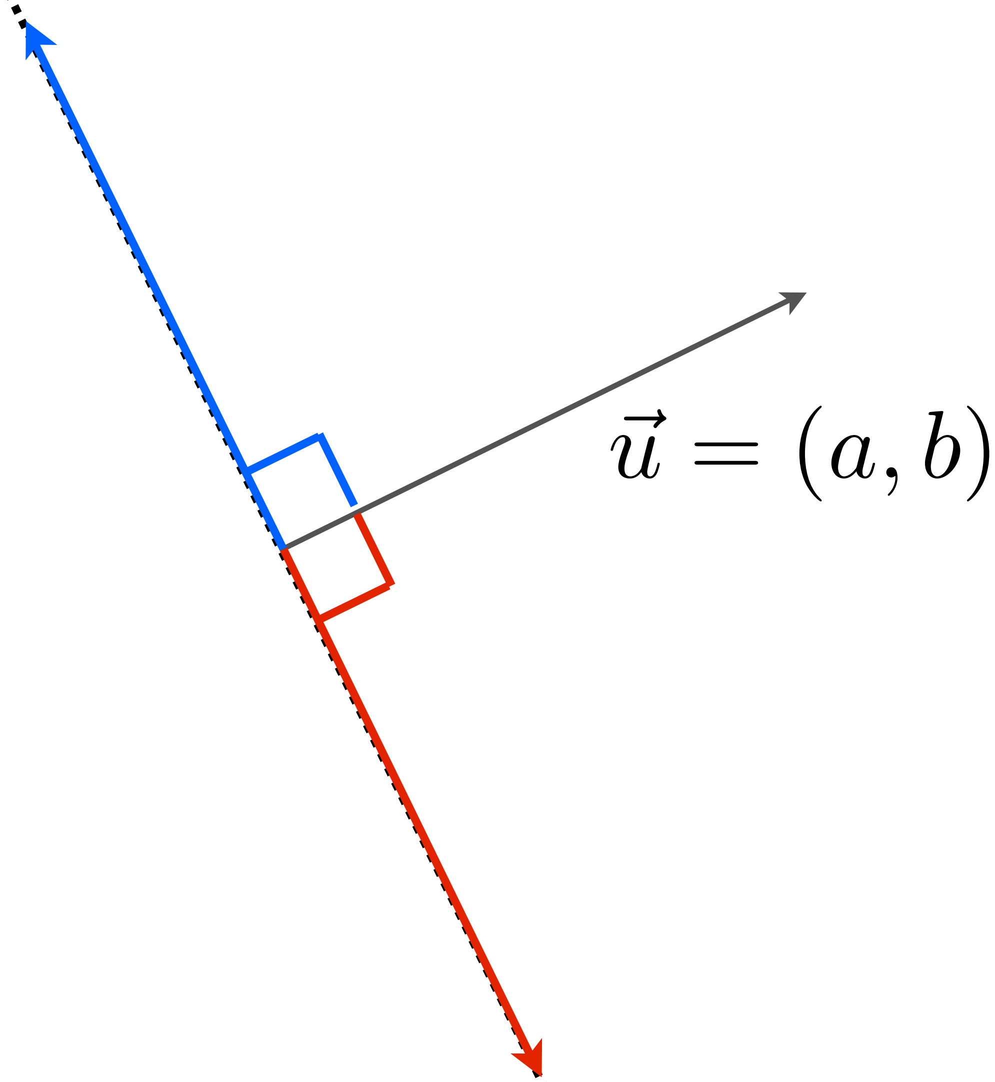
Mais si on prend $\vec{v} = (-b, a)$



Dans le cas particulier du plan,
si on cherche un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné,
on a l'embarras du choix!
Aussi bien en prendre un de même longueur.

Mais si on prend $\vec{v} = (-b, a)$

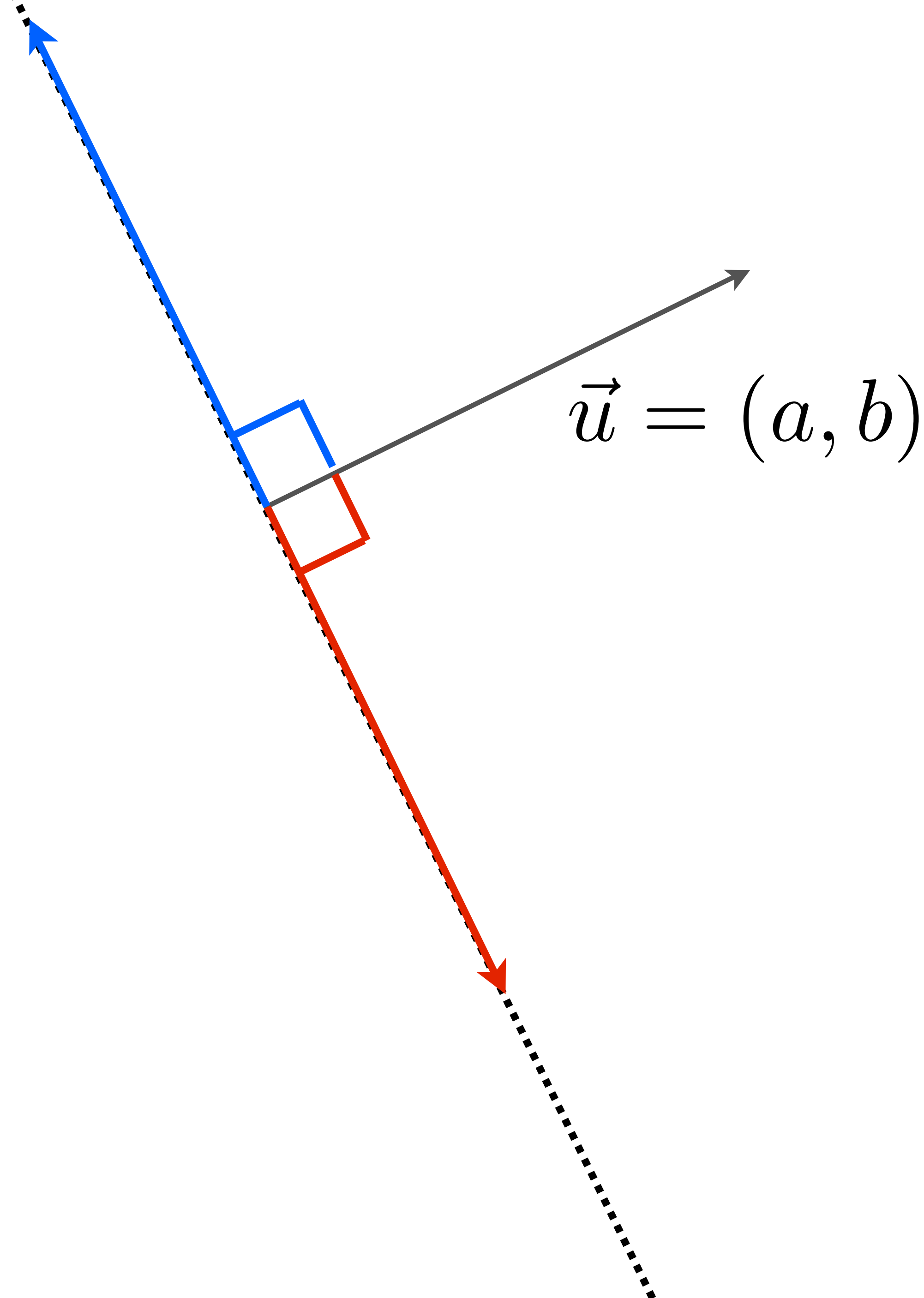
$$\vec{v} \cdot \vec{u} = (-b, a) \cdot (a, b)$$



Dans le cas particulier du plan,
si on cherche un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné,
on a l'embarras du choix!
Aussi bien en prendre un de même longueur.

Mais si on prend $\vec{v} = (-b, a)$

$$\vec{v} \cdot \vec{u} = (-b, a) \cdot (a, b)$$
$$= (-b)a + ab = 0$$

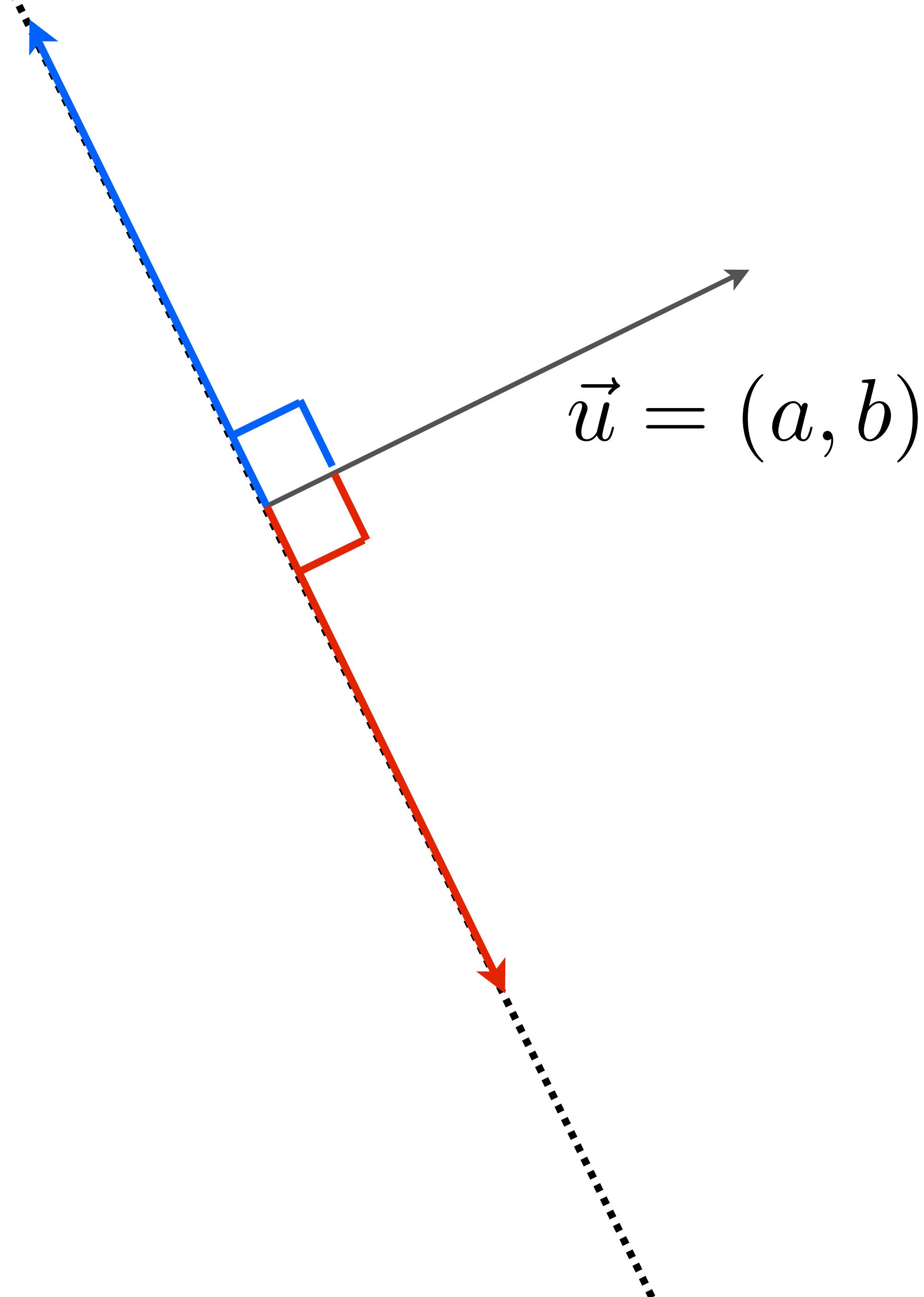


Dans le cas particulier du plan,
si on cherche un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné,
on a l'embarras du choix!
Aussi bien en prendre un de même longueur.

Mais si on prend $\vec{v} = (-b, a)$

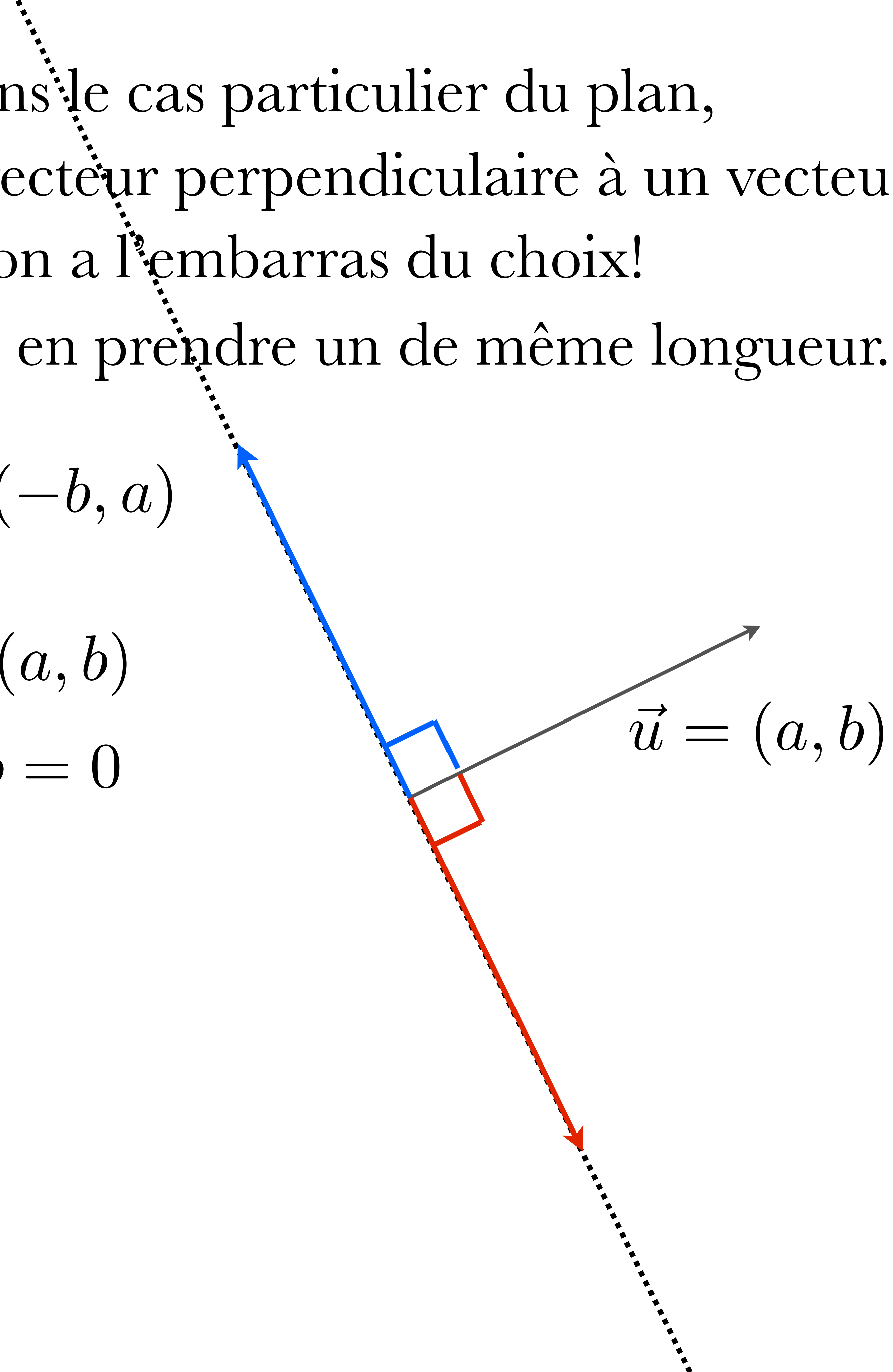
$$\begin{aligned}\vec{v} \cdot \vec{u} &= (-b, a) \cdot (a, b) \\ &= (-b)a + ab = 0\end{aligned}$$

donc, $\vec{u} \perp \vec{v}$



Dans le cas particulier du plan,
si on cherche un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné,
on a l'embarras du choix!
Aussi bien en prendre un de même longueur.

Mais si on prend $\vec{v} = (-b, a)$



$$\vec{v} \cdot \vec{u} = (-b, a) \cdot (a, b)$$
$$= (-b)a + ab = 0$$

donc, $\vec{u} \perp \vec{v}$

et

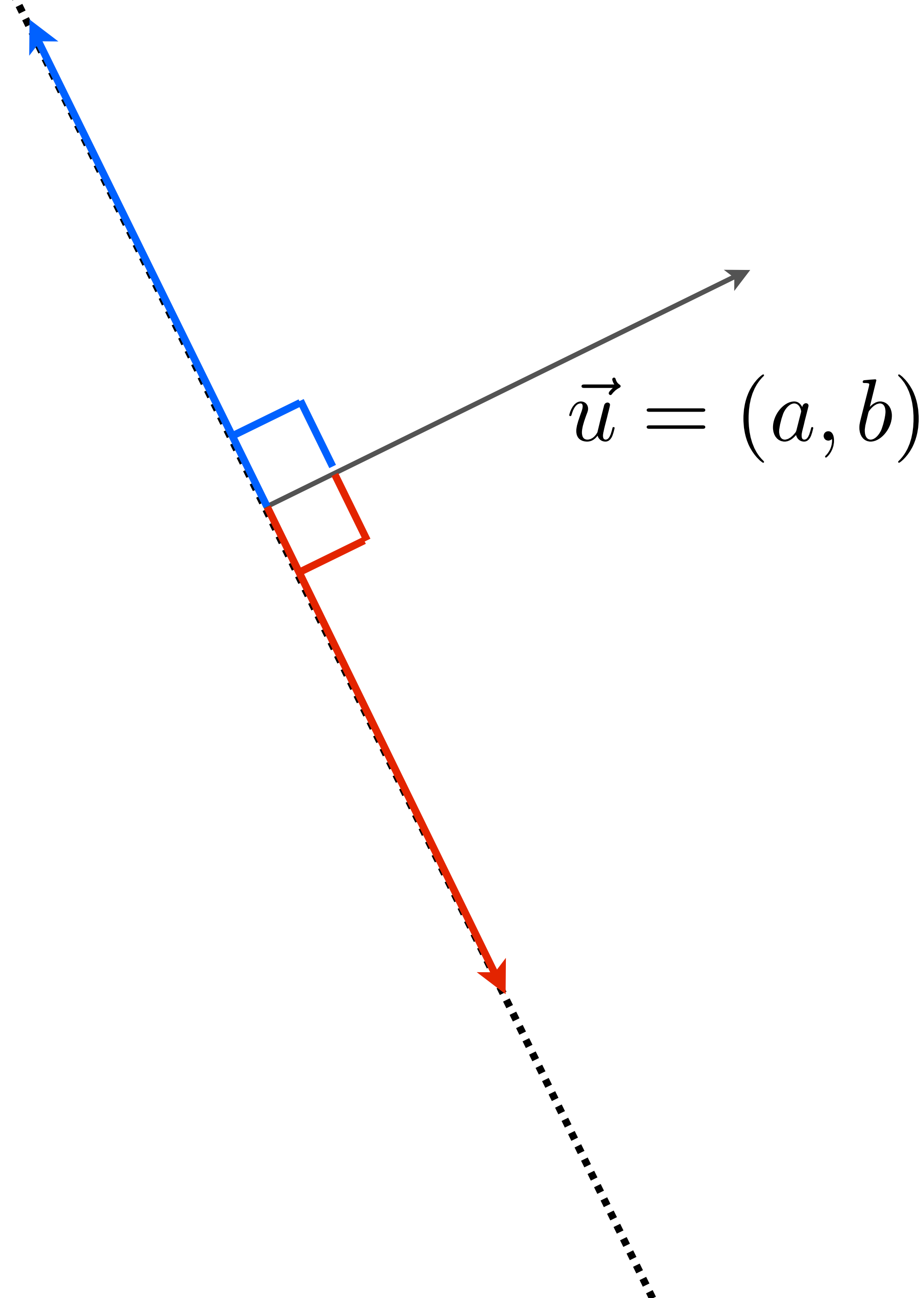
Dans le cas particulier du plan,
si on cherche un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné,
on a l'embarras du choix!
Aussi bien en prendre un de même longueur.

Mais si on prend $\vec{v} = (-b, a)$

$$\begin{aligned} \vec{v} \cdot \vec{u} &= (-b, a) \cdot (a, b) \\ &= (-b)a + ab = 0 \end{aligned}$$

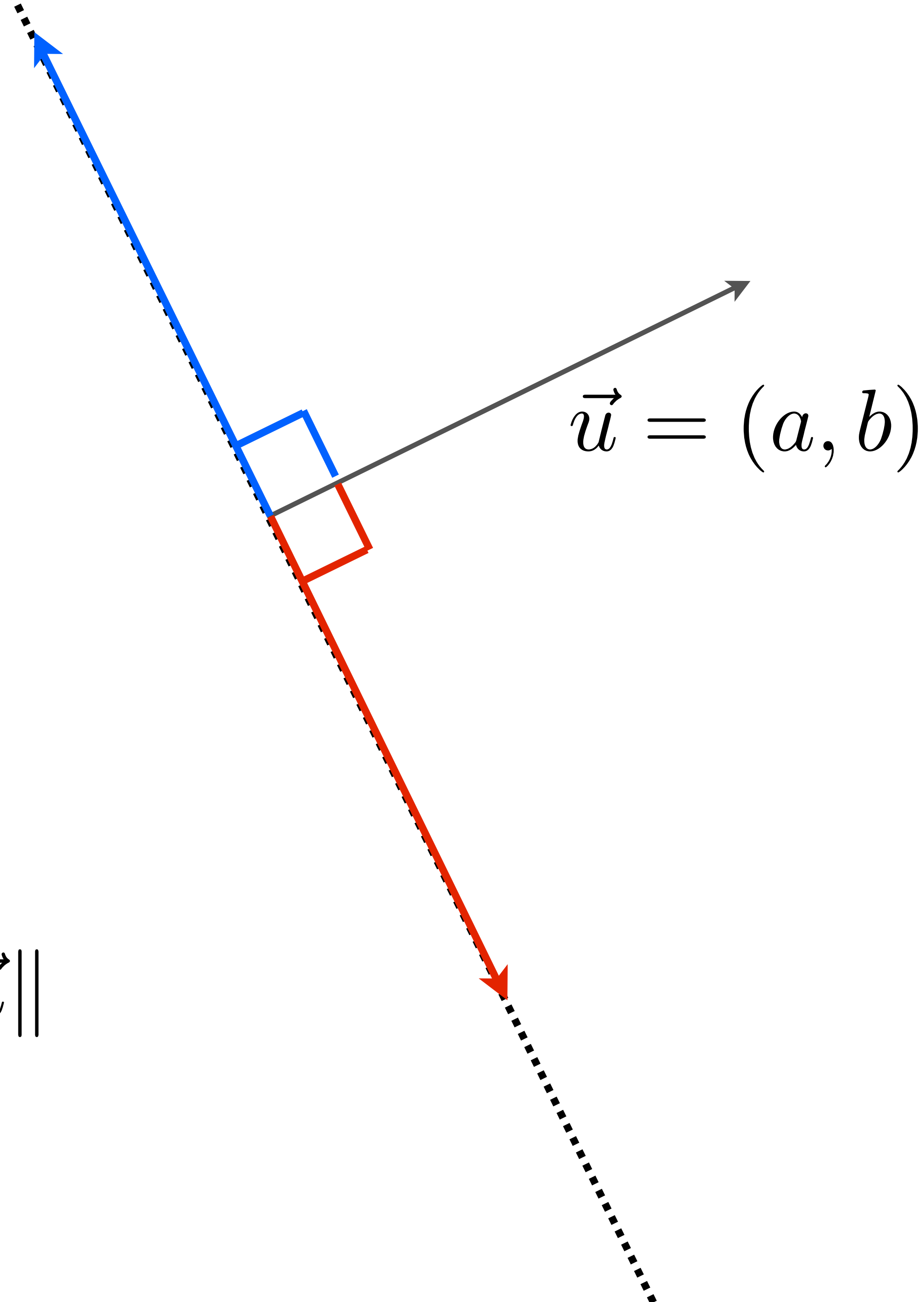
donc, $\vec{u} \perp \vec{v}$

et $\quad \|\vec{v}\| = \sqrt{(-b)^2 + a^2}$



Dans le cas particulier du plan,
si on cherche un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné,
on a l'embarras du choix!
Aussi bien en prendre un de même longueur.

Mais si on prend $\vec{v} = (-b, a)$



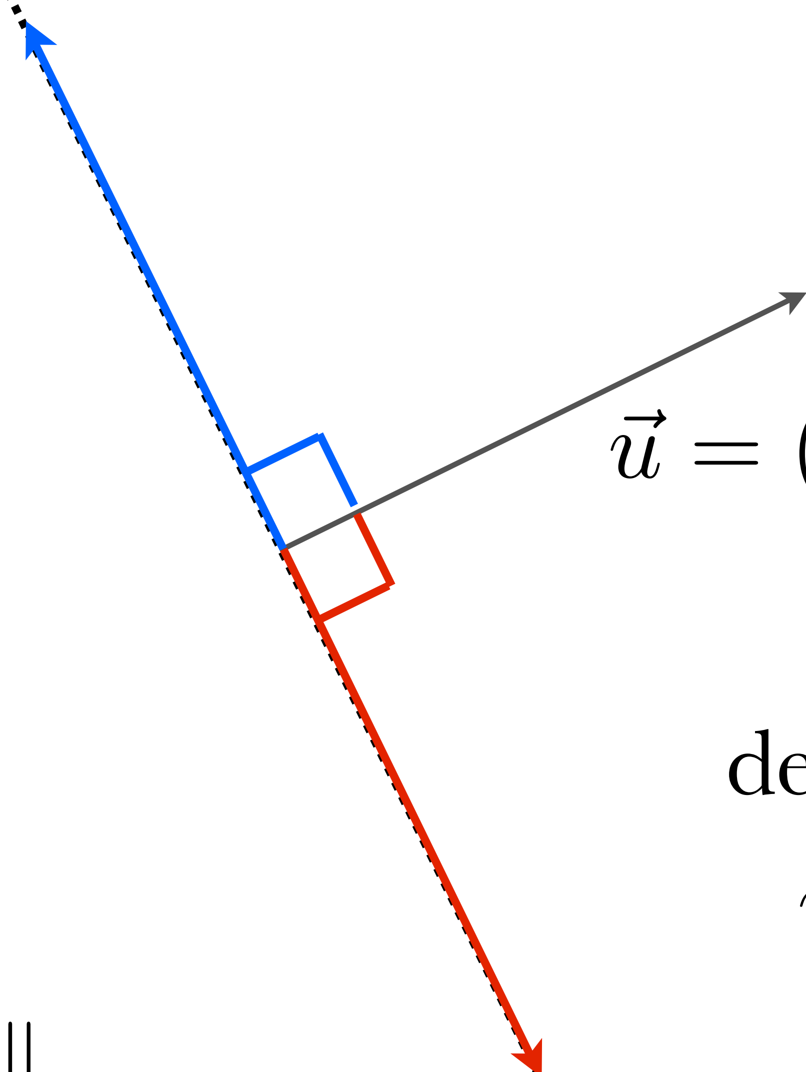
$$\vec{v} \cdot \vec{u} = (-b, a) \cdot (a, b)$$
$$= (-b)a + ab = 0$$

donc, $\vec{u} \perp \vec{v}$

et $\quad \|\vec{v}\| = \sqrt{(-b)^2 + a^2}$
$$= \sqrt{a^2 + b^2} = \|\vec{u}\|$$

Dans le cas particulier du plan,
si on cherche un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné,
on a l'embarras du choix!
Aussi bien en prendre un de même longueur.

Mais si on prend $\vec{v} = (-b, a)$



$$\vec{u} = (a, b)$$

$$\vec{v} \cdot \vec{u} = (-b, a) \cdot (a, b)$$
$$= (-b)a + ab = 0$$

donc, $\vec{u} \perp \vec{v}$

et $$\|\vec{v}\| = \sqrt{(-b)^2 + a^2}$$
$$= \sqrt{a^2 + b^2} = \|\vec{u}\|$$

de même pour
$$\vec{w} = (b, -a)$$

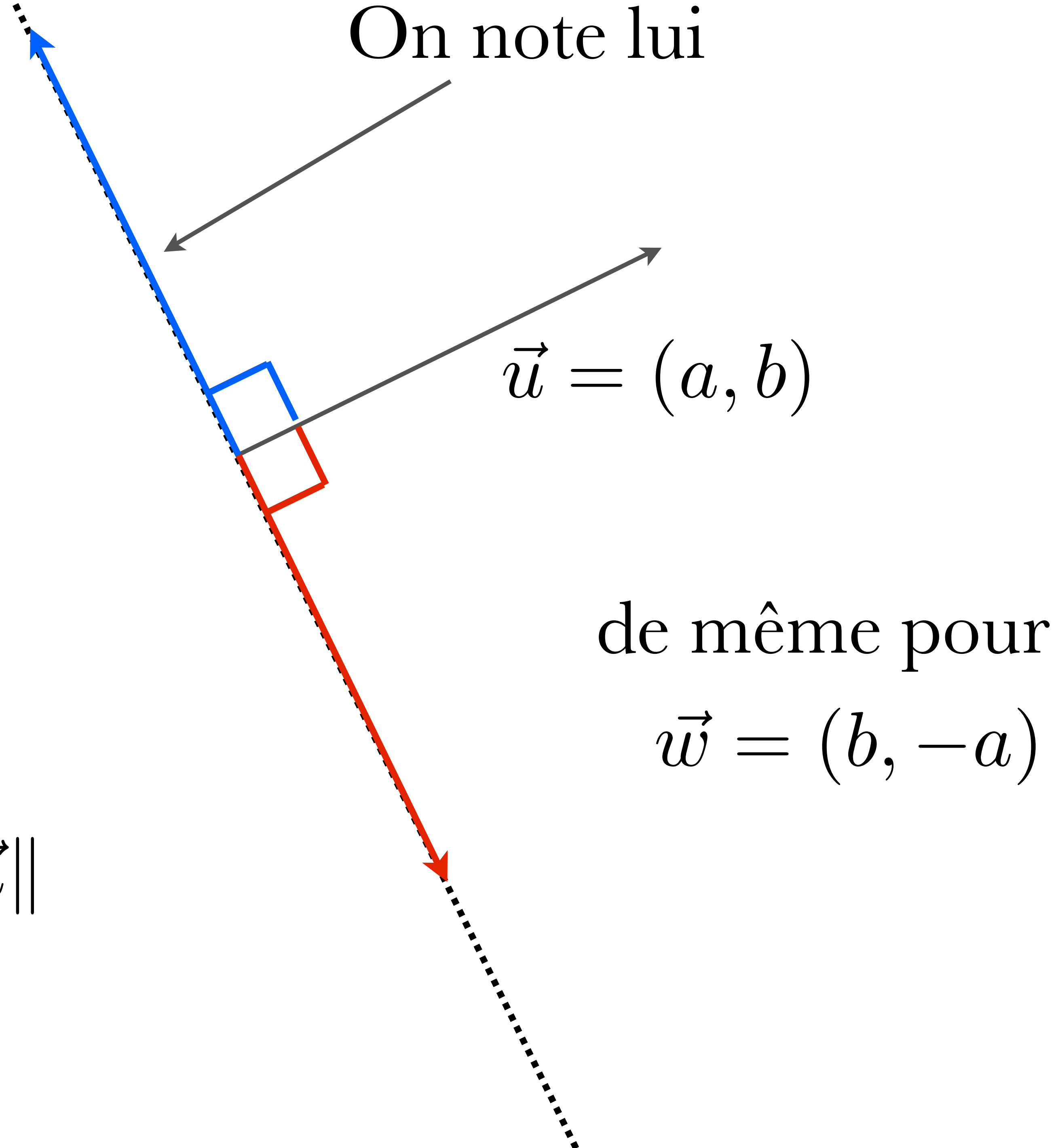
Dans le cas particulier du plan,
si on cherche un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné,
on a l'embarras du choix!
Aussi bien en prendre un de même longueur.

Mais si on prend $\vec{v} = (-b, a)$

$$\vec{v} \cdot \vec{u} = (-b, a) \cdot (a, b)$$
$$= (-b)a + ab = 0$$

donc, $\vec{u} \perp \vec{v}$

et $\quad \|\vec{v}\| = \sqrt{(-b)^2 + a^2}$
$$= \sqrt{a^2 + b^2} = \|\vec{u}\|$$



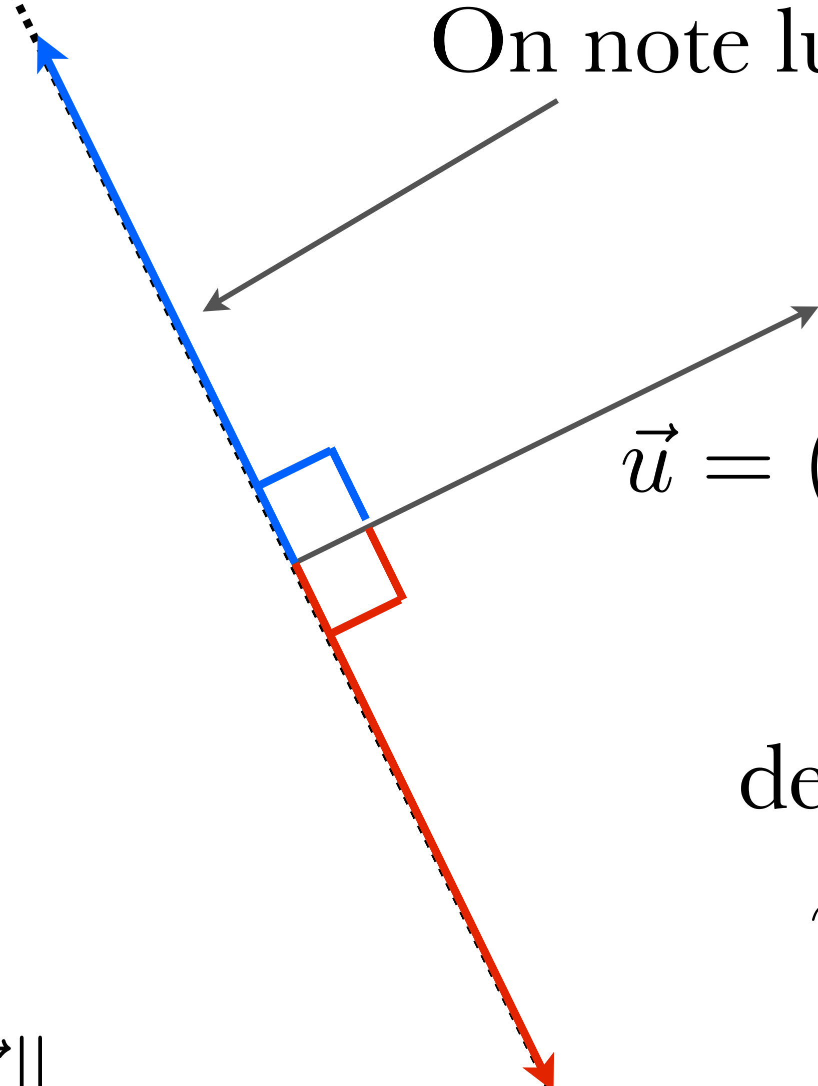
Dans le cas particulier du plan,
si on cherche un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné,
on a l'embarras du choix!
Aussi bien en prendre un de même longueur.

Mais si on prend $\vec{v} = (-b, a)$

$$\vec{v} \cdot \vec{u} = (-b, a) \cdot (a, b)$$
$$= (-b)a + ab = 0$$

donc, $\vec{u} \perp \vec{v}$

et $\quad \|\vec{v}\| = \sqrt{(-b)^2 + a^2}$
$$= \sqrt{a^2 + b^2} = \|\vec{u}\|$$



On note lui $\vec{u}_\perp = (-b, a)$

$\vec{u} = (a, b)$

de même pour
$\vec{w} = (b, -a)$

Propriétés du produit scalaire

Propriétés du produit scalaire

1. $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$

Propriétés du produit scalaire

1. $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \cdots + a_n b_n$$

Propriétés du produit scalaire

1. $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \cdots + a_n b_n$$

$$= b_1 a_1 + b_2 a_2 + \cdots + b_n a_n$$

Propriétés du produit scalaire

1. $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \cdots + a_n b_n$$

$$= b_1 a_1 + b_2 a_2 + \cdots + b_n a_n = \vec{v} \cdot \vec{u}$$

Propriétés du produit scalaire

1. $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \cdots + a_n b_n$$

$$= b_1 a_1 + b_2 a_2 + \cdots + b_n a_n = \vec{v} \cdot \vec{u}$$

2. $(k\vec{v}) \cdot \vec{u} = \vec{v} \cdot (k\vec{u}) = k(\vec{v} \cdot \vec{u})$

Propriétés du produit scalaire

1. $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \cdots + a_n b_n$$

$$= b_1 a_1 + b_2 a_2 + \cdots + b_n a_n = \vec{v} \cdot \vec{u}$$

2. $(k\vec{v}) \cdot \vec{u} = \vec{v} \cdot (k\vec{u}) = k(\vec{v} \cdot \vec{u})$

$$(k\vec{u}) \cdot \vec{v} = (ka_1)b_1 + (ka_2)b_2 + \cdots + (ka_n)b_n$$

Propriétés du produit scalaire

1. $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \cdots + a_n b_n$$

$$= b_1 a_1 + b_2 a_2 + \cdots + b_n a_n = \vec{v} \cdot \vec{u}$$

2. $(k\vec{v}) \cdot \vec{u} = \vec{v} \cdot (k\vec{u}) = k(\vec{v} \cdot \vec{u})$

$$(k\vec{u}) \cdot \vec{v} = (ka_1)b_1 + (ka_2)b_2 + \cdots + (ka_n)b_n$$

$$= a_1(kb_1) + a_2(kb_2) + \cdots + a_n(kb_n)$$

Propriétés du produit scalaire

1. $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \cdots + a_n b_n$$

$$= b_1 a_1 + b_2 a_2 + \cdots + b_n a_n = \vec{v} \cdot \vec{u}$$

2. $(k\vec{v}) \cdot \vec{u} = \vec{v} \cdot (k\vec{u}) = k(\vec{v} \cdot \vec{u})$

$$(k\vec{u}) \cdot \vec{v} = (ka_1)b_1 + (ka_2)b_2 + \cdots + (ka_n)b_n$$

$$= a_1(kb_1) + a_2(kb_2) + \cdots + a_n(kb_n)$$

$$= k(a_1 b_1 + a_2 b_2 + \cdots + a_n b_n)$$

3. $\vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) = \vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{w}$

3. $\vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) = \vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{w}$

$$\vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) = a_1(b_1 + c_1) + a_2(b_2 + c_2) + \cdots + a_n(b_n + c_n)$$

3. $\vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) = \vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{w}$

$$\vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) = a_1(b_1 + c_1) + a_2(b_2 + c_2) + \cdots + a_n(b_n + c_n)$$

$$= a_1 b_1 + a_1 c_1 + a_2 b_2 + a_2 c_2 + \cdots + a_n b_n + a_n c_n$$

3. $\vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) = \vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{w}$

$$\vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) = a_1(b_1 + c_1) + a_2(b_2 + c_2) + \cdots + a_n(b_n + c_n)$$

$$= a_1b_1 + a_1c_1 + a_2b_2 + a_2c_2 + \cdots + a_nb_n + a_nc_n$$

$$= (a_1b_1 + a_2b_2 + \cdots + a_nb_n) + (a_1c_1 + a_2c_2 + \cdots + a_nc_n)$$

3. $\vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) = \vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{w}$

$$\vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) = a_1(b_1 + c_1) + a_2(b_2 + c_2) + \cdots + a_n(b_n + c_n)$$

$$= a_1b_1 + a_1c_1 + a_2b_2 + a_2c_2 + \cdots + a_nb_n + a_nc_n$$

$$= (a_1b_1 + a_2b_2 + \cdots + a_nb_n) + (a_1c_1 + a_2c_2 + \cdots + a_nc_n)$$

$$= \vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{w}$$

3. $\vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) = \vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{w}$

$$\vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) = a_1(b_1 + c_1) + a_2(b_2 + c_2) + \cdots + a_n(b_n + c_n)$$

$$= a_1b_1 + a_1c_1 + a_2b_2 + a_2c_2 + \cdots + a_nb_n + a_nc_n$$

$$= (a_1b_1 + a_2b_2 + \cdots + a_nb_n) + (a_1c_1 + a_2c_2 + \cdots + a_nc_n)$$

$$= \vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{w}$$

4. $\vec{u} \cdot \vec{u} = \|\vec{u}\|^2$

3. $\vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) = \vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{w}$

$$\vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) = a_1(b_1 + c_1) + a_2(b_2 + c_2) + \cdots + a_n(b_n + c_n)$$

$$= a_1 b_1 + a_1 c_1 + a_2 b_2 + a_2 c_2 + \cdots + a_n b_n + a_n c_n$$

$$= (a_1 b_1 + a_2 b_2 + \cdots + a_n b_n) + (a_1 c_1 + a_2 c_2 + \cdots + a_n c_n)$$

$$= \vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{w}$$

4. $\vec{u} \cdot \vec{u} = \|\vec{u}\|^2$

$$\vec{u} \cdot \vec{u} = a_1 a_1 + a_2 a_2 + \cdots + a_n a_n$$

3. $\vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) = \vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{w}$

$$\vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) = a_1(b_1 + c_1) + a_2(b_2 + c_2) + \cdots + a_n(b_n + c_n)$$

$$= a_1 b_1 + a_1 c_1 + a_2 b_2 + a_2 c_2 + \cdots + a_n b_n + a_n c_n$$

$$= (a_1 b_1 + a_2 b_2 + \cdots + a_n b_n) + (a_1 c_1 + a_2 c_2 + \cdots + a_n c_n)$$

$$= \vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{w}$$

4. $\vec{u} \cdot \vec{u} = \|\vec{u}\|^2$

$$\vec{u} \cdot \vec{u} = a_1 a_1 + a_2 a_2 + \cdots + a_n a_n$$

$$= a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2$$

3. $\vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) = \vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{w}$

$$\vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) = a_1(b_1 + c_1) + a_2(b_2 + c_2) + \cdots + a_n(b_n + c_n)$$

$$= a_1b_1 + a_1c_1 + a_2b_2 + a_2c_2 + \cdots + a_nb_n + a_nc_n$$

$$= (a_1b_1 + a_2b_2 + \cdots + a_nb_n) + (a_1c_1 + a_2c_2 + \cdots + a_nc_n)$$

$$= \vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{w}$$

4. $\vec{u} \cdot \vec{u} = \|\vec{u}\|^2$

$$\vec{u} \cdot \vec{u} = a_1a_1 + a_2a_2 + \cdots + a_na_n$$

$$= a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2$$

$$= \left(\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2}\right)^2$$

3. $\vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) = \vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{w}$

$$\vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) = a_1(b_1 + c_1) + a_2(b_2 + c_2) + \cdots + a_n(b_n + c_n)$$

$$= a_1b_1 + a_1c_1 + a_2b_2 + a_2c_2 + \cdots + a_nb_n + a_nc_n$$

$$= (a_1b_1 + a_2b_2 + \cdots + a_nb_n) + (a_1c_1 + a_2c_2 + \cdots + a_nc_n)$$

$$= \vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{w}$$

4. $\vec{u} \cdot \vec{u} = \|\vec{u}\|^2$

$$\vec{u} \cdot \vec{u} = a_1a_1 + a_2a_2 + \cdots + a_na_n$$

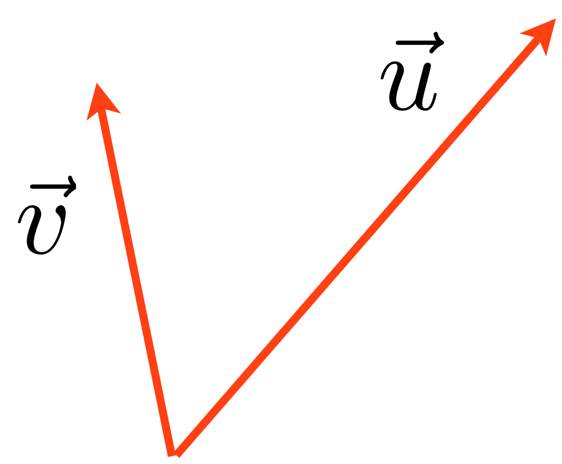
$$= a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2$$

$$= \left(\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2}\right)^2 = \|\vec{u}\|^2$$

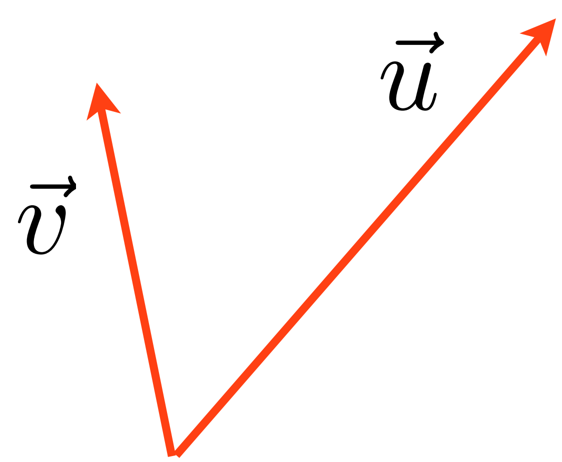
Faites les exercices suivants

p.67, # 8 et 9

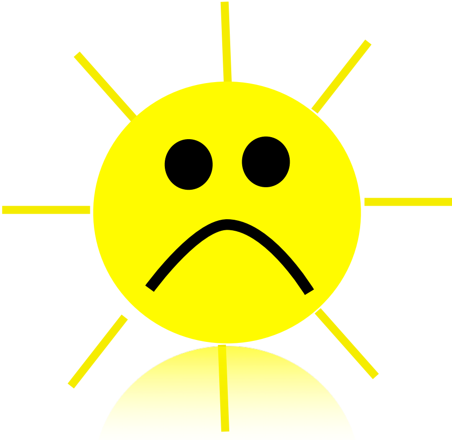
Projections orthogonales



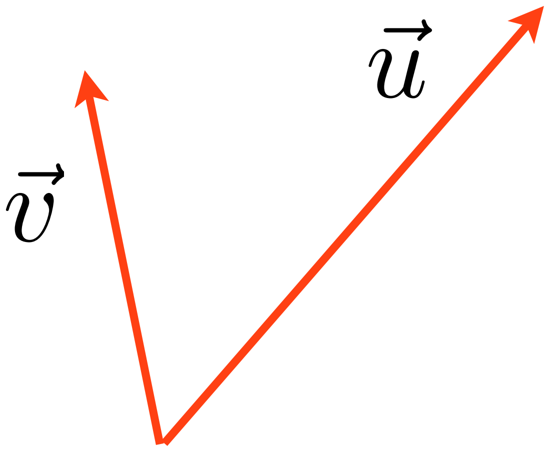
Projections orthogonales



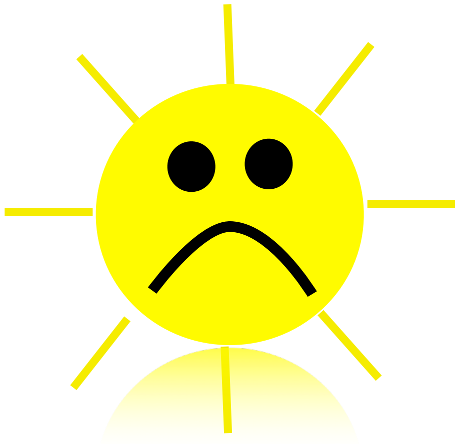
Projections orthogonales



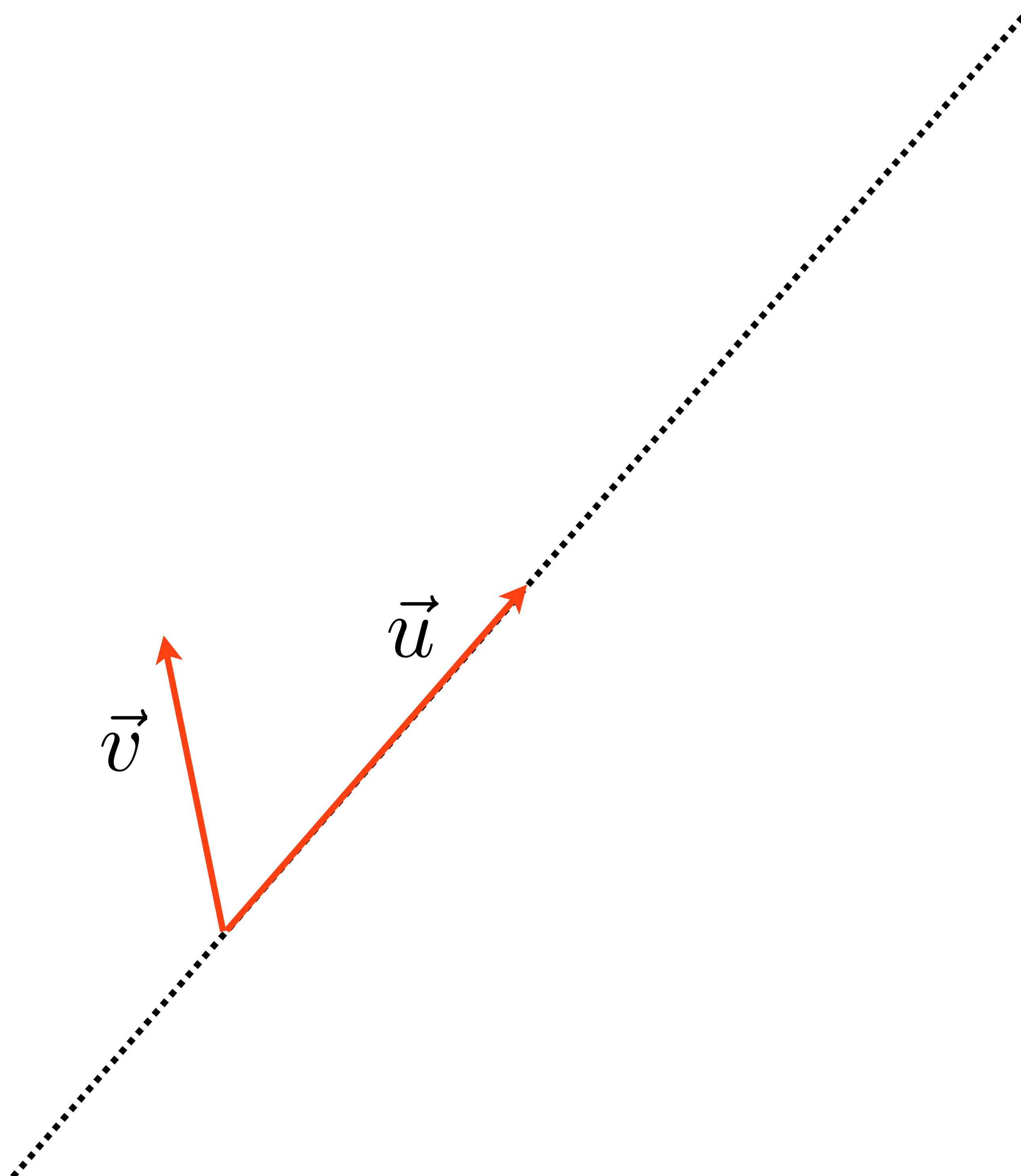
Très loin



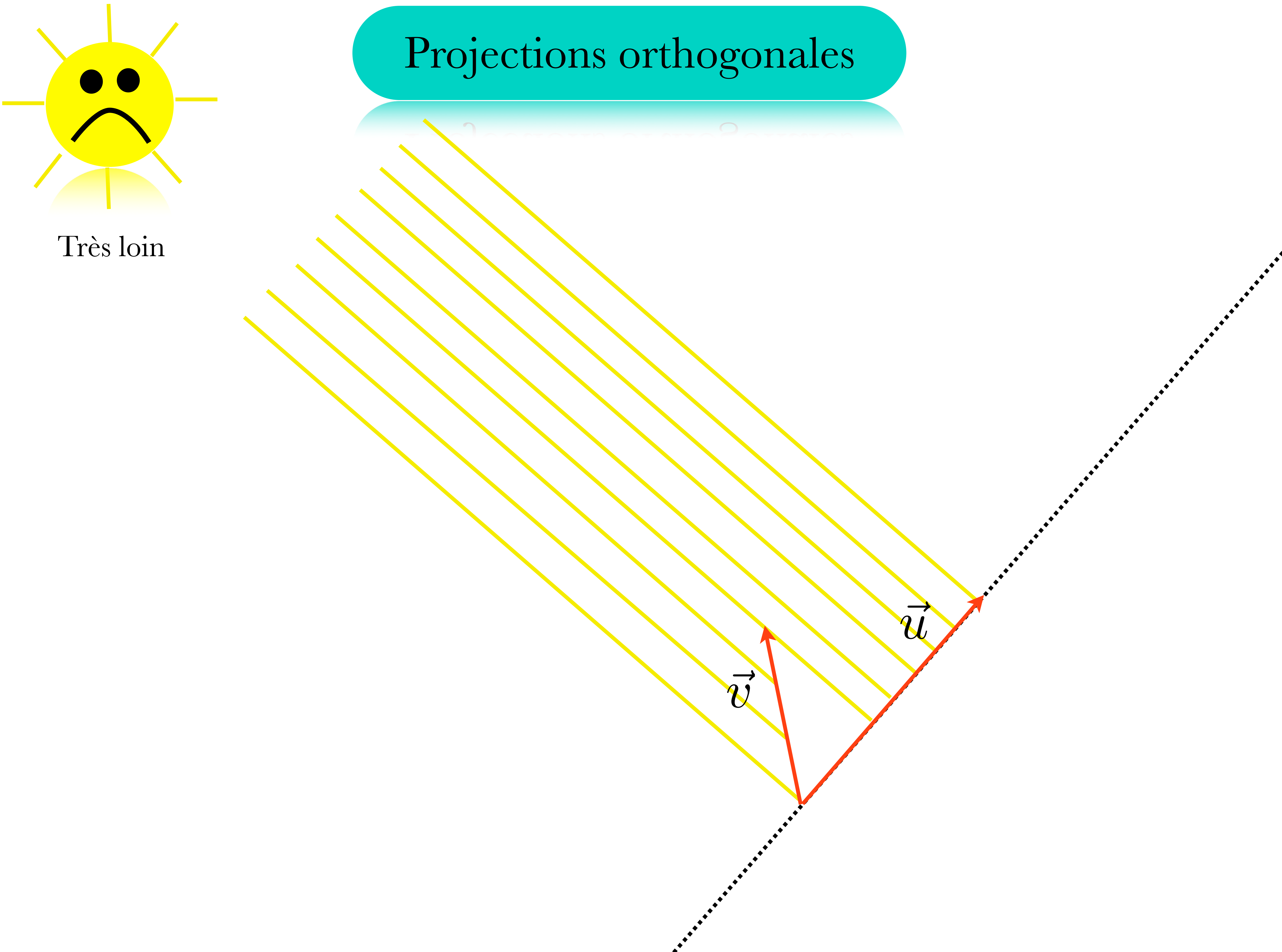
Projections orthogonales



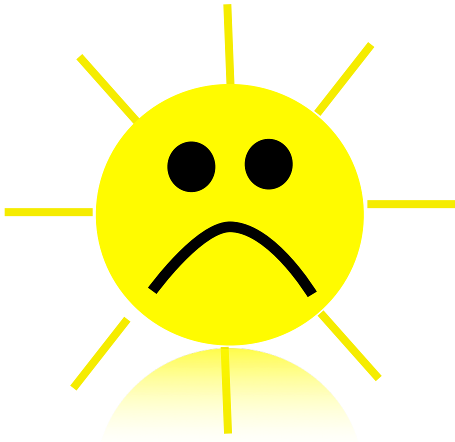
Très loin



Projections orthogonales

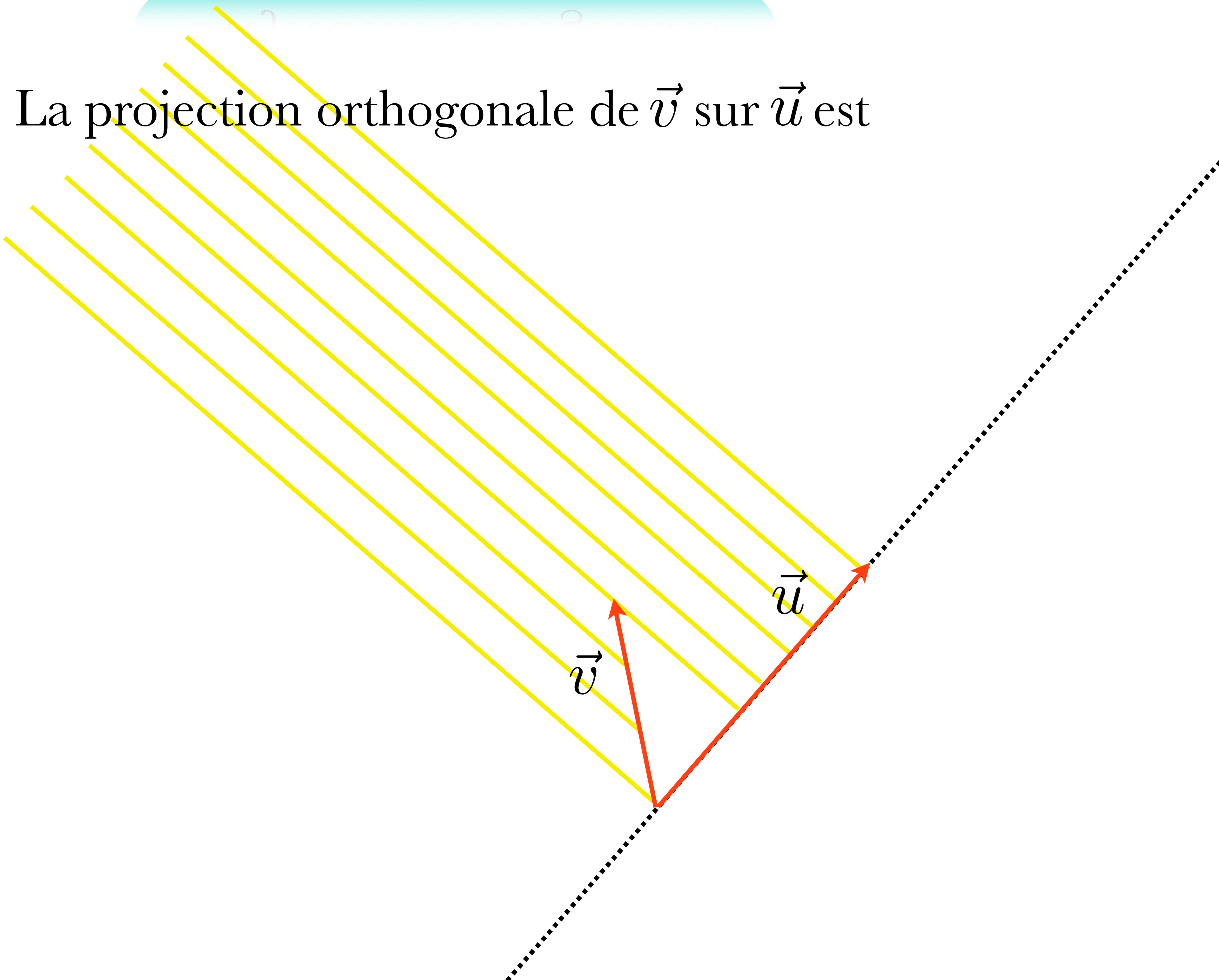


Projections orthogonales



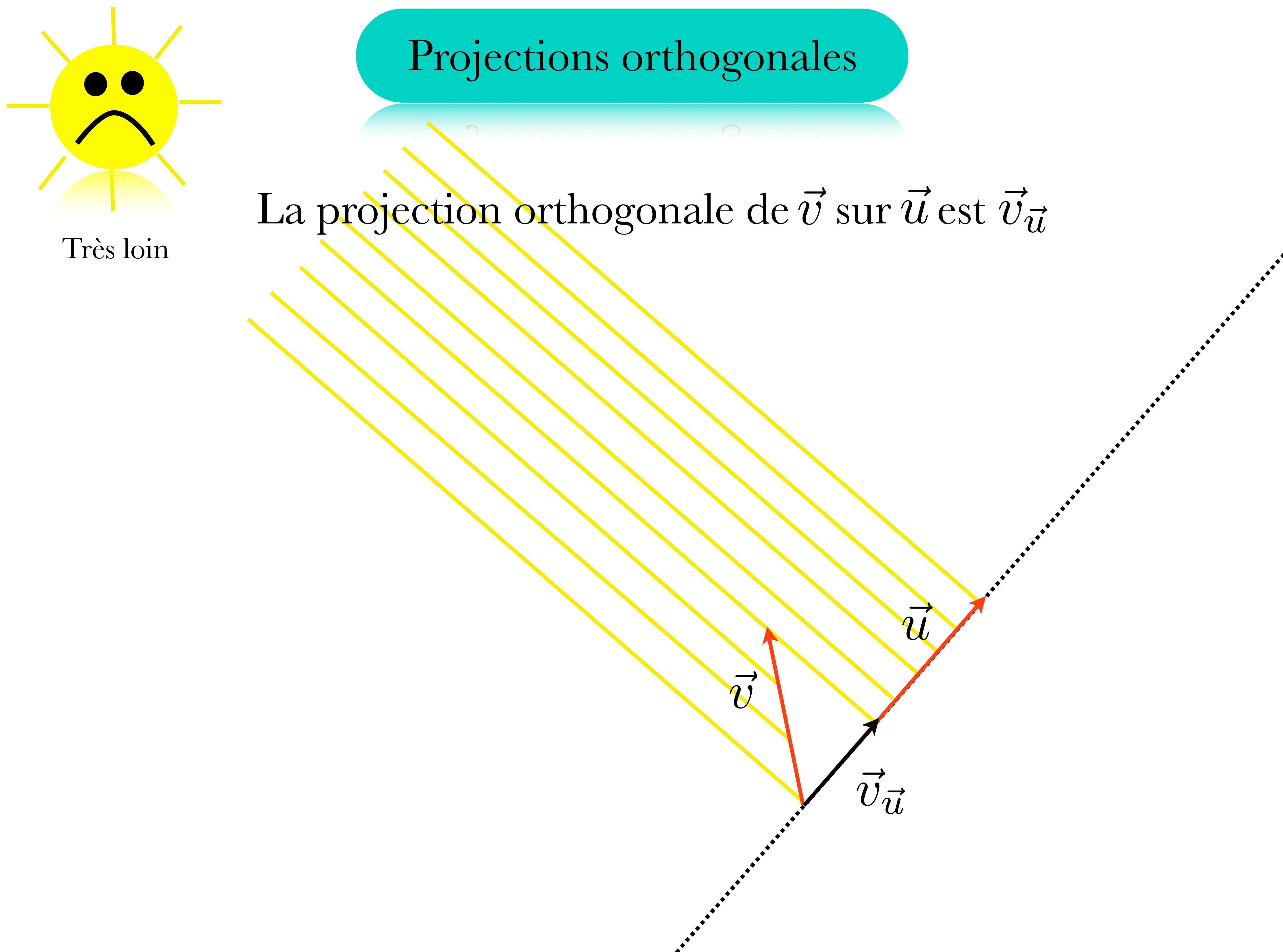
Très loin

La projection orthogonale de $\vec{v}$ sur $\vec{u}$ est

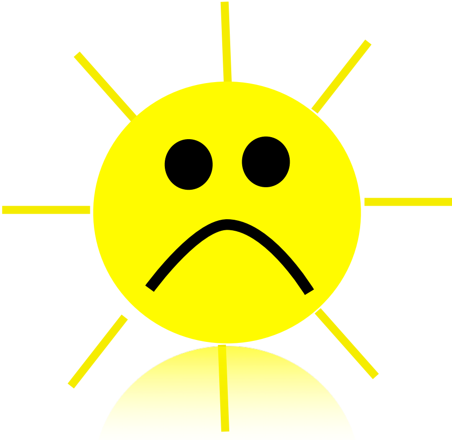


Projections orthogonales

La projection orthogonale de $\vec{v}$ sur $\vec{u}$ est $\vec{v}_{\vec{u}}$



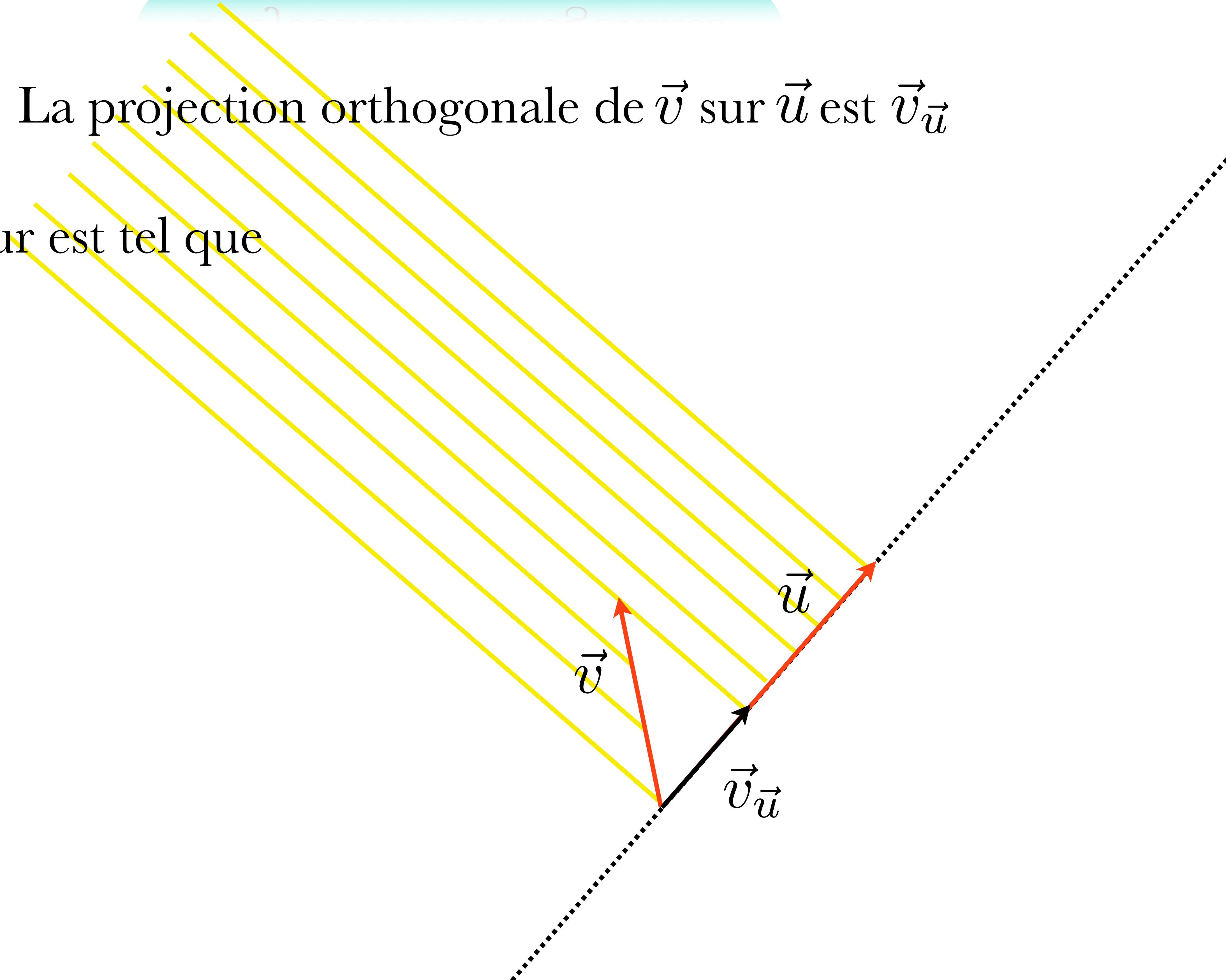
Projections orthogonales



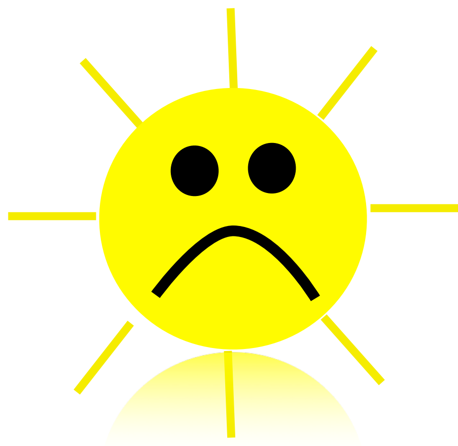
Très loin

La projection orthogonale de $\vec{v}$ sur $\vec{u}$ est $\vec{v}_{\vec{u}}$

Ce vecteur est tel que



Projections orthogonales

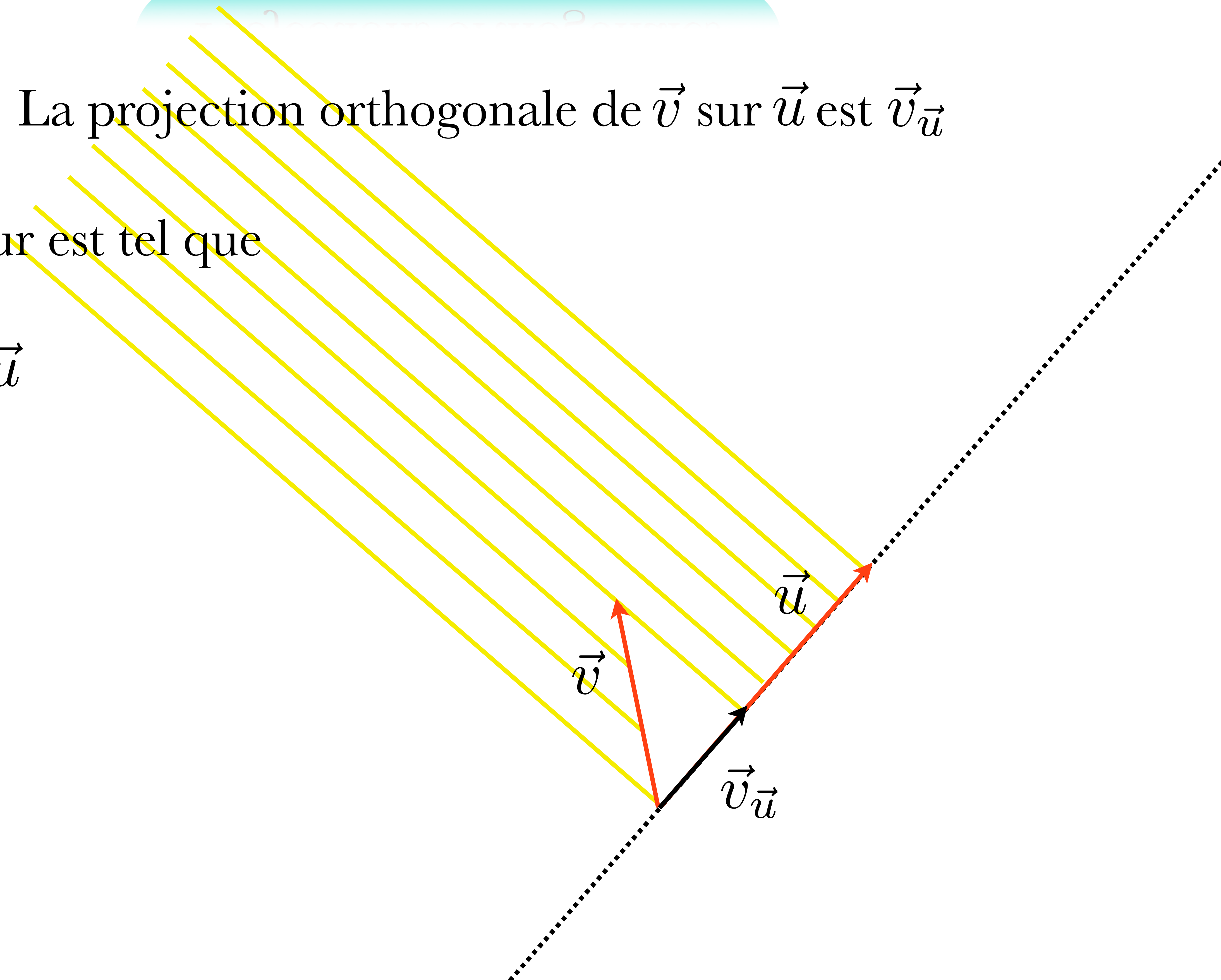


Très loin

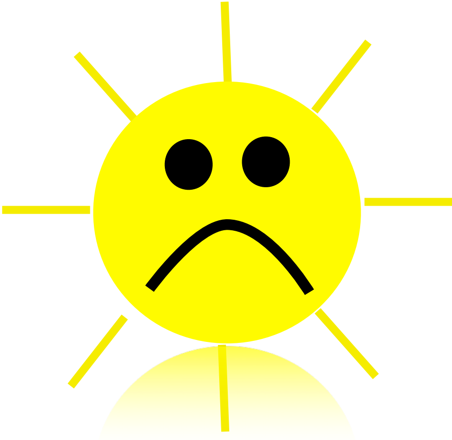
La projection orthogonale de $\vec{v}$ sur $\vec{u}$ est $\vec{v}_{\vec{u}}$

Ce vecteur est tel que

1. $\vec{v}_{\vec{u}} \parallel \vec{u}$



Projections orthogonales



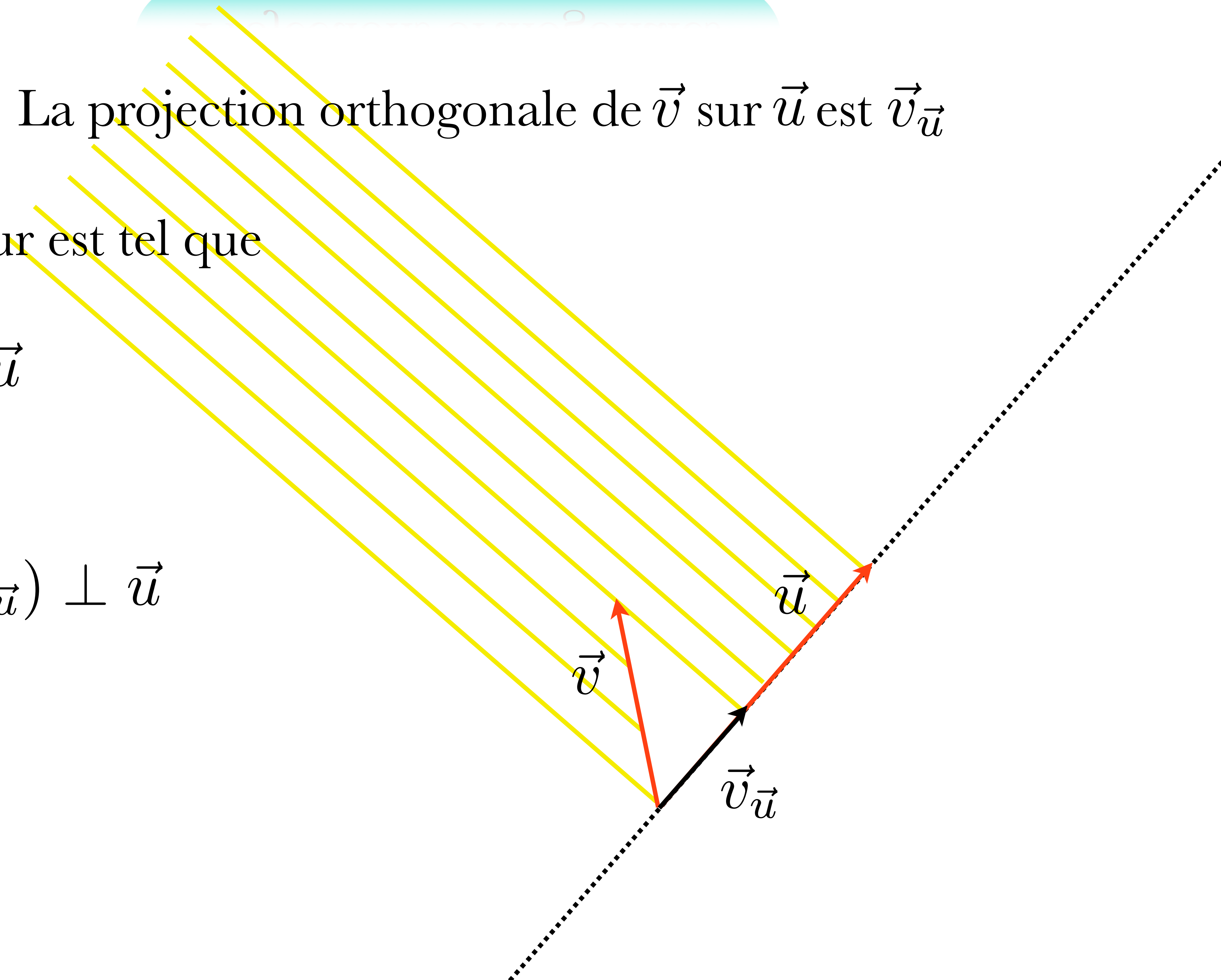
Très loin

La projection orthogonale de $\vec{v}$ sur $\vec{u}$ est $\vec{v}_{\vec{u}}$

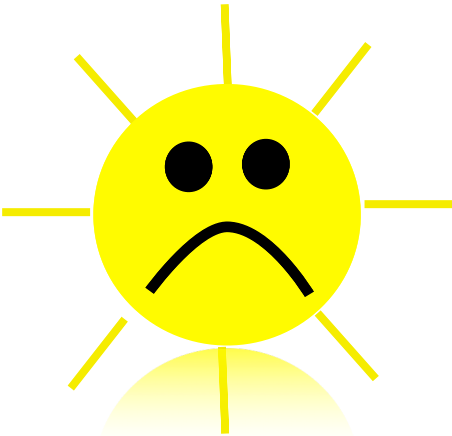
Ce vecteur est tel que

1. $\vec{v}_{\vec{u}} \parallel \vec{u}$

2. $(\vec{v} - \vec{v}_{\vec{u}}) \perp \vec{u}$



Projections orthogonales

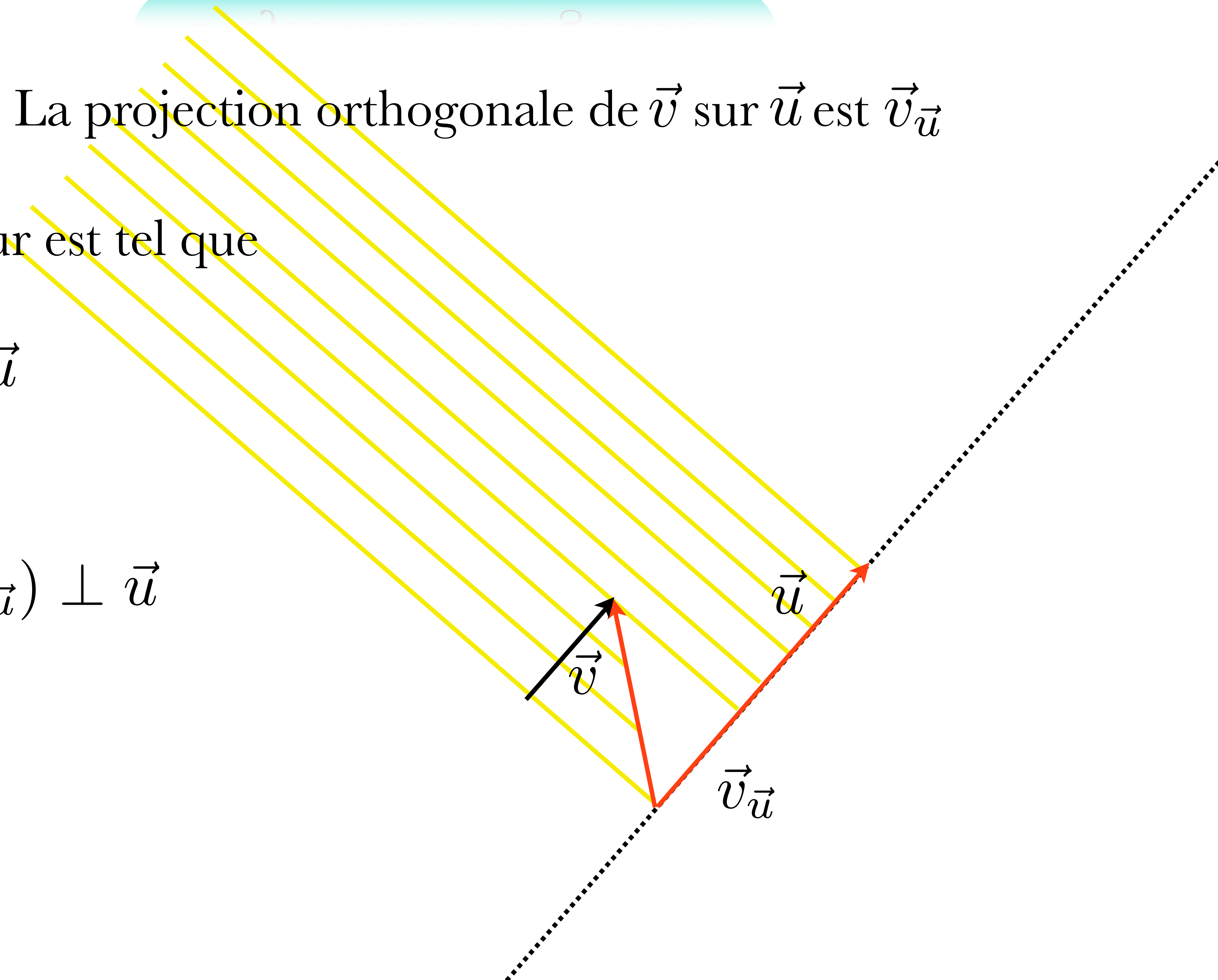


La projection orthogonale de $\vec{v}$ sur $\vec{u}$ est $\vec{v}_{\vec{u}}$

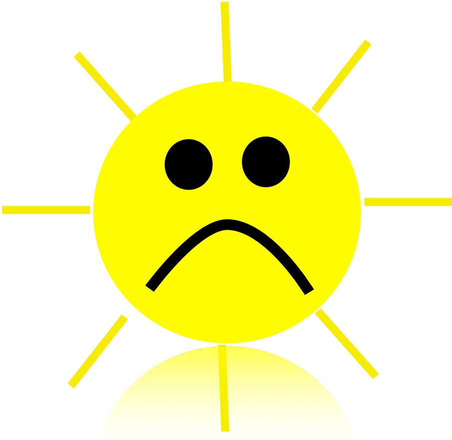
Ce vecteur est tel que

1. $\vec{v}_{\vec{u}} \parallel \vec{u}$

2. $(\vec{v} - \vec{v}_{\vec{u}}) \perp \vec{u}$



Projections orthogonales



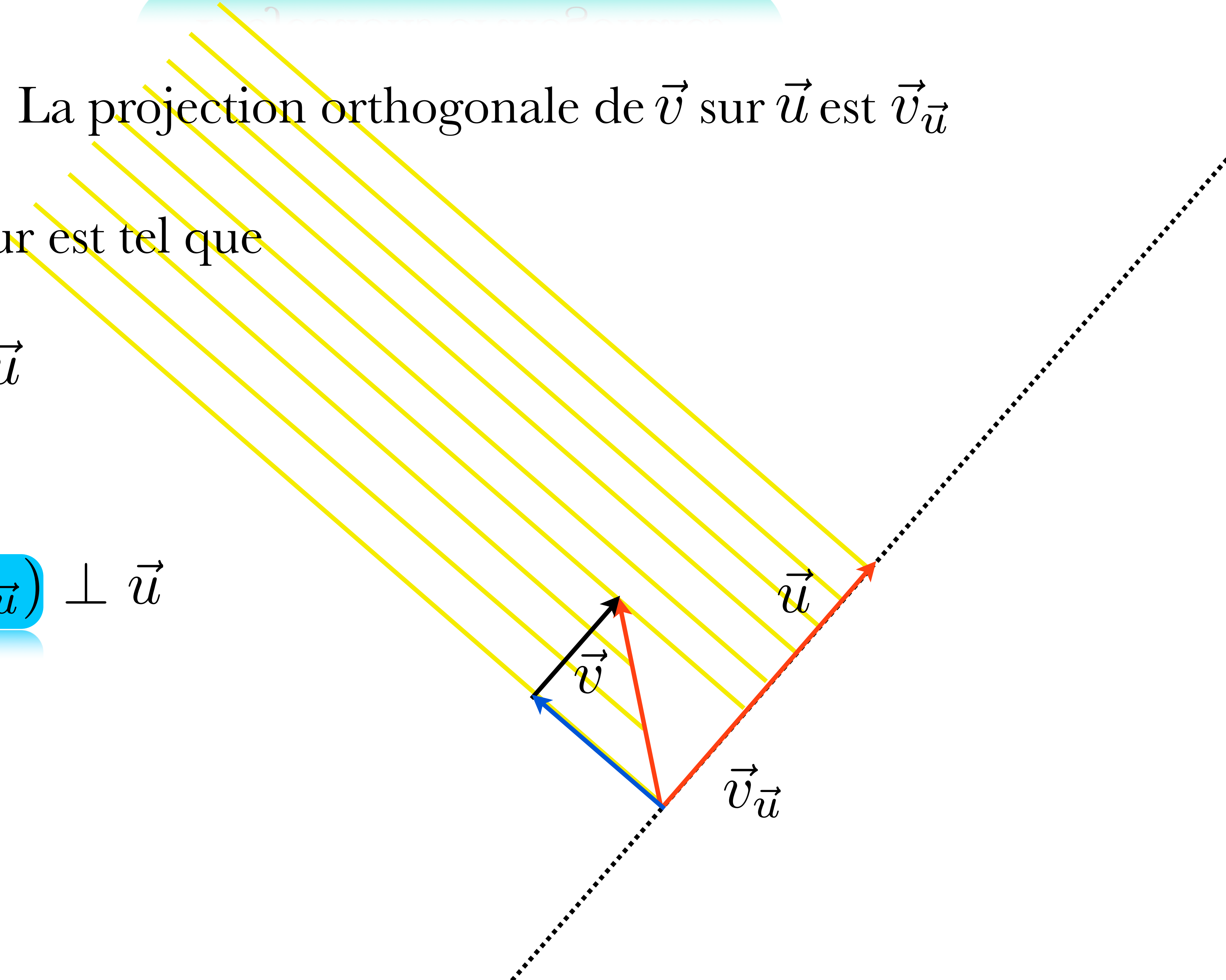
Très loin

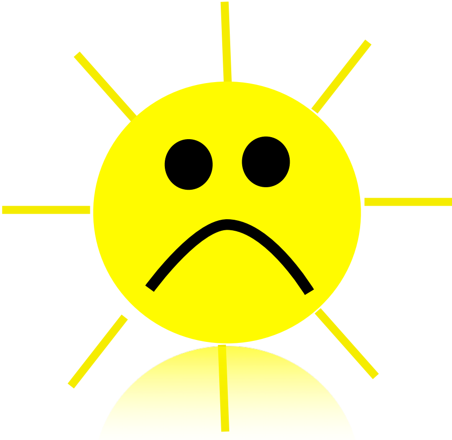
La projection orthogonale de $\vec{v}$ sur $\vec{u}$ est $\vec{v}_{\vec{u}}$

Ce vecteur est tel que

1. $\vec{v}_{\vec{u}} \parallel \vec{u}$

2. $\left(\vec{v} - \vec{v}_{\vec{u}}\right) \perp \vec{u}$





Très loin

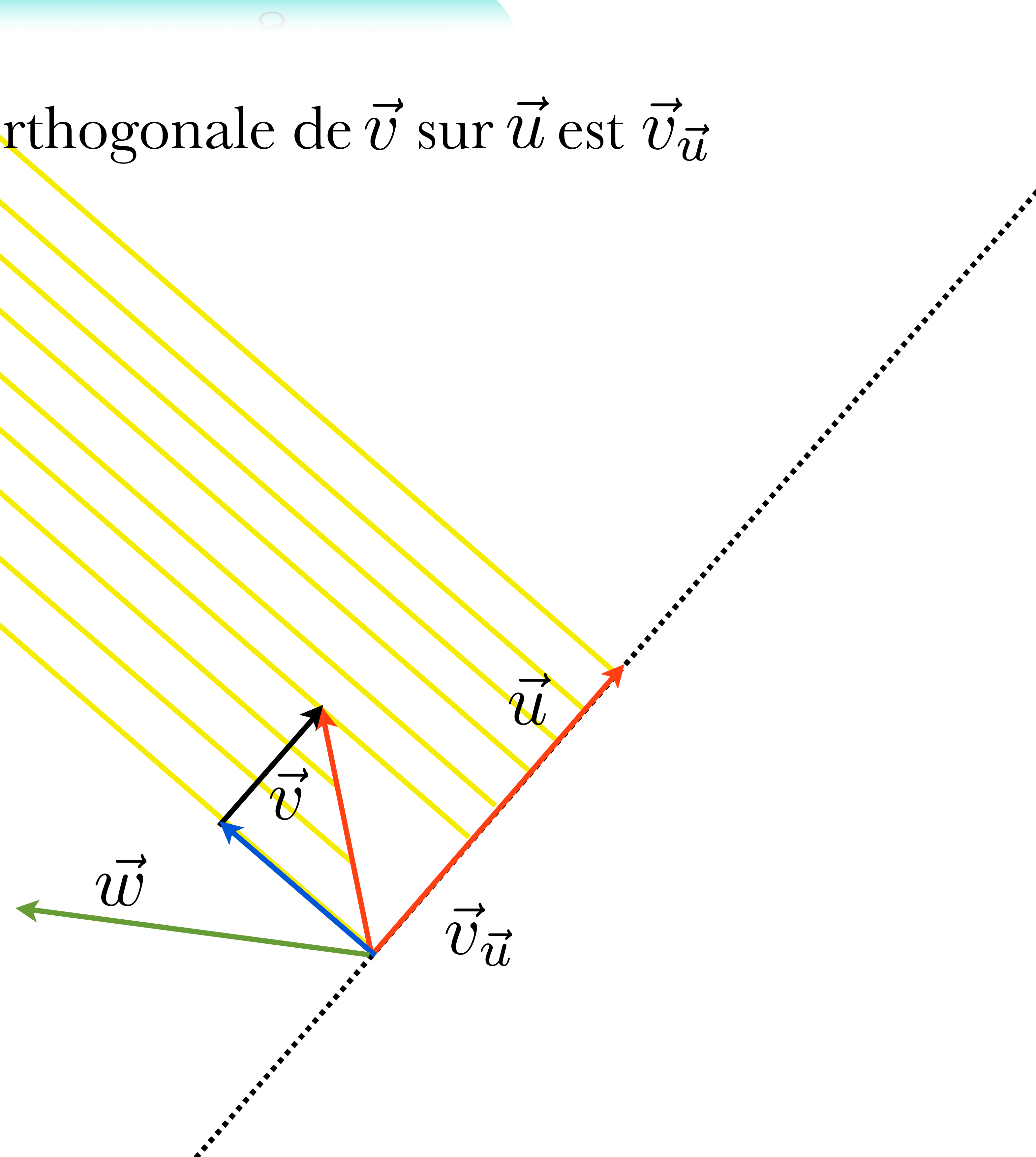
Projections orthogonales

La projection orthogonale de $\vec{v}$ sur $\vec{u}$ est $\vec{v}_{\vec{u}}$

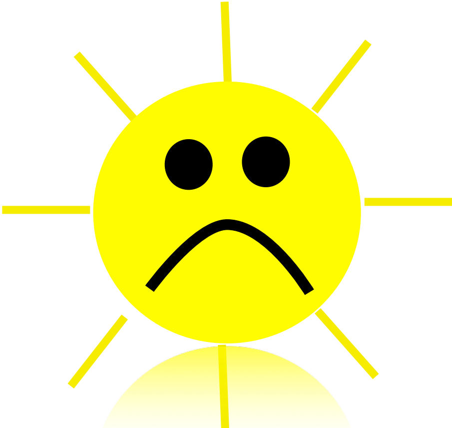
Ce vecteur est tel que

1. $\vec{v}_{\vec{u}} \parallel \vec{u}$

2. $\left(\vec{v} - \vec{v}_{\vec{u}}\right) \perp \vec{u}$



Projections orthogonales



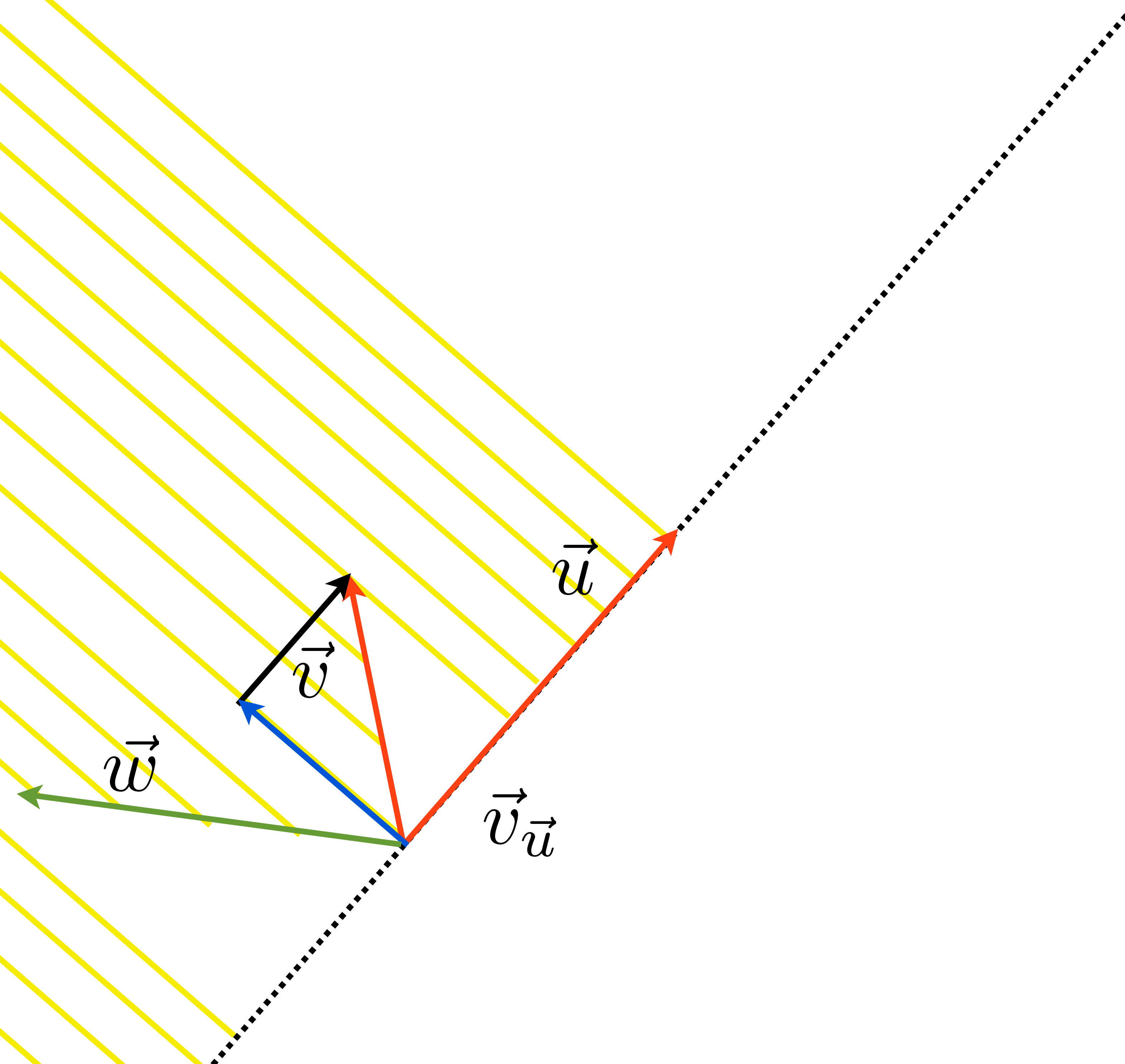
Très loin

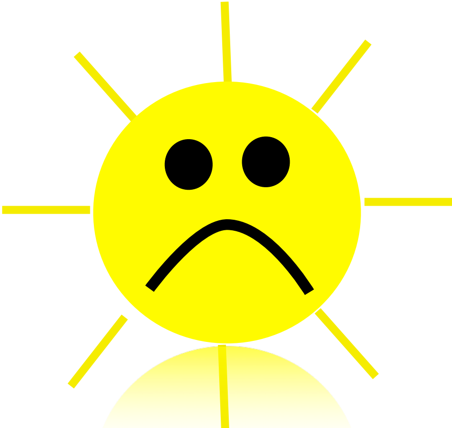
La projection orthogonale de $\vec{v}$ sur $\vec{u}$ est $\vec{v}_{\vec{u}}$

Ce vecteur est tel que

1. $\vec{v}_{\vec{u}} \parallel \vec{u}$

2. $(\vec{v} - \vec{v}_{\vec{u}}) \perp \vec{u}$





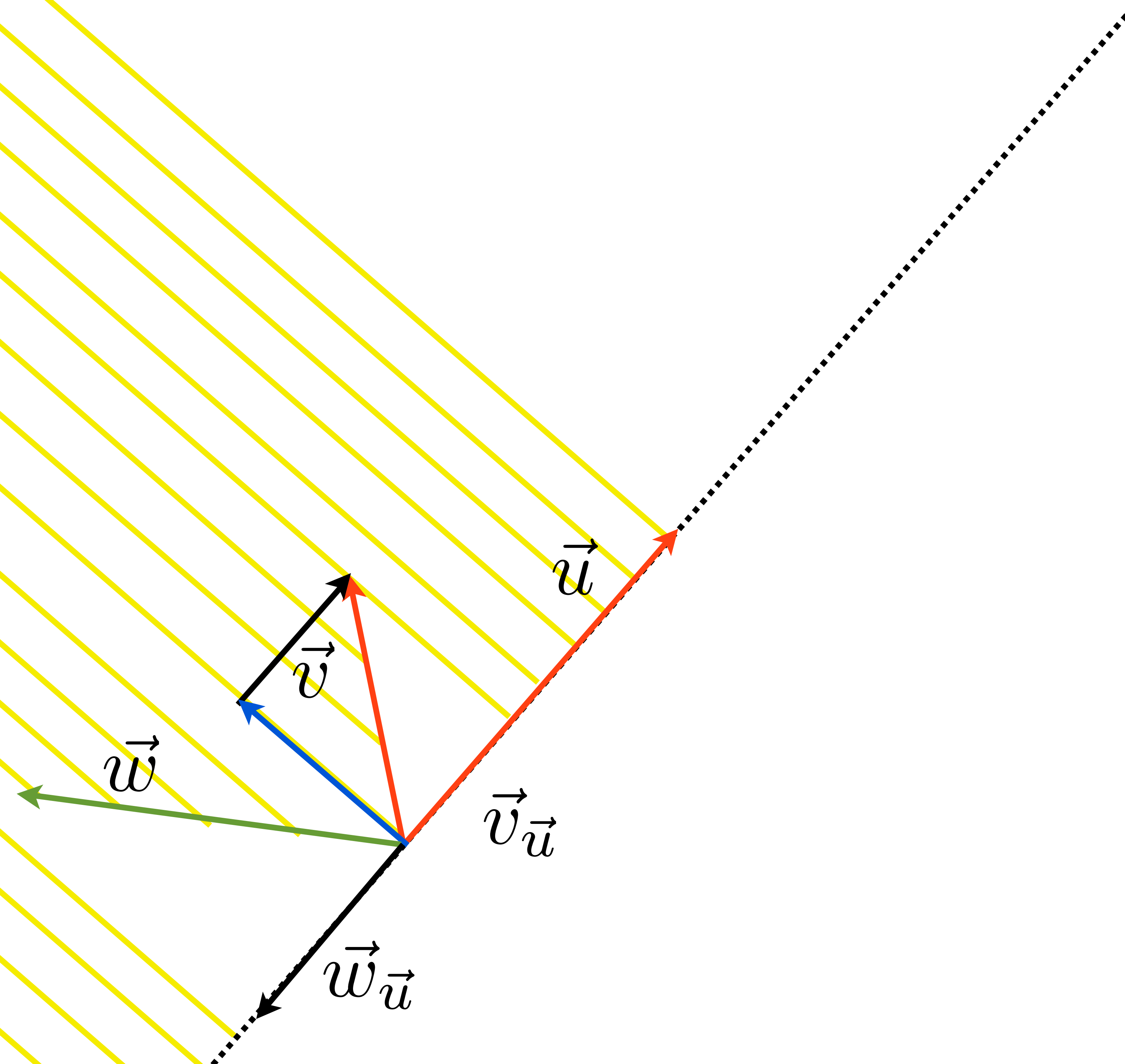
Projections orthogonales

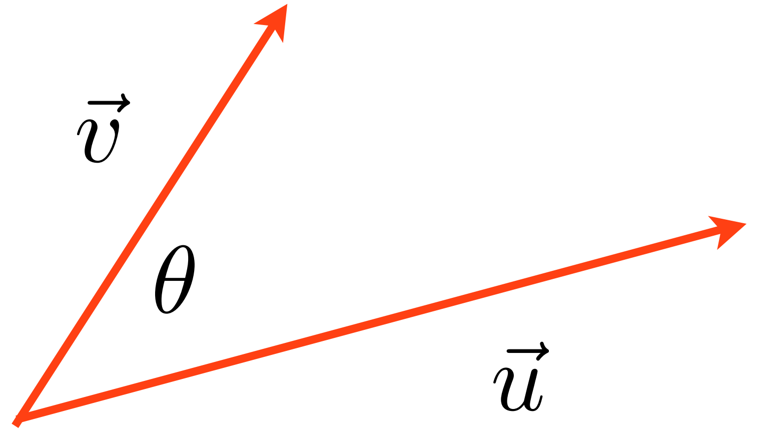
La projection orthogonale de $\vec{v}$ sur $\vec{u}$ est $\vec{v}_{\vec{u}}$

Ce vecteur est tel que

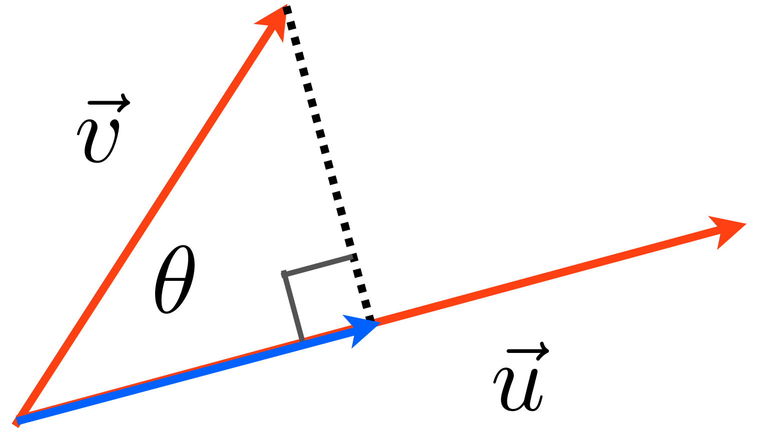
1. $\vec{v}_{\vec{u}} \parallel \vec{u}$

2. $\boxed{(\vec{v} - \vec{v}_{\vec{u}})} \perp \vec{u}$

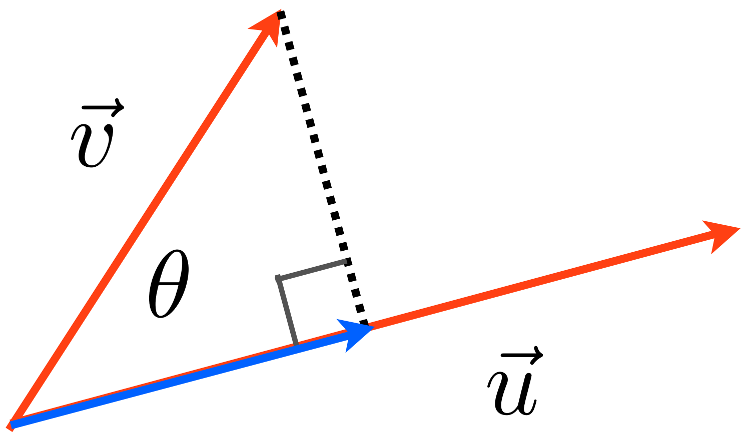




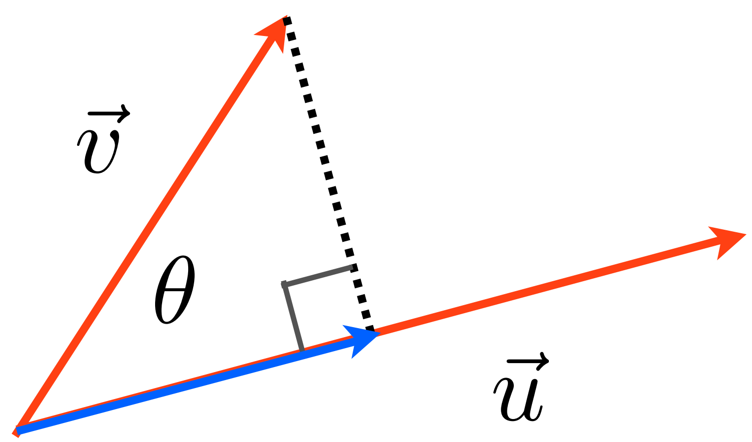
$\vec{v}$
θ
$\vec{u}$


$\vec{v}$
θ
$\vec{u}$

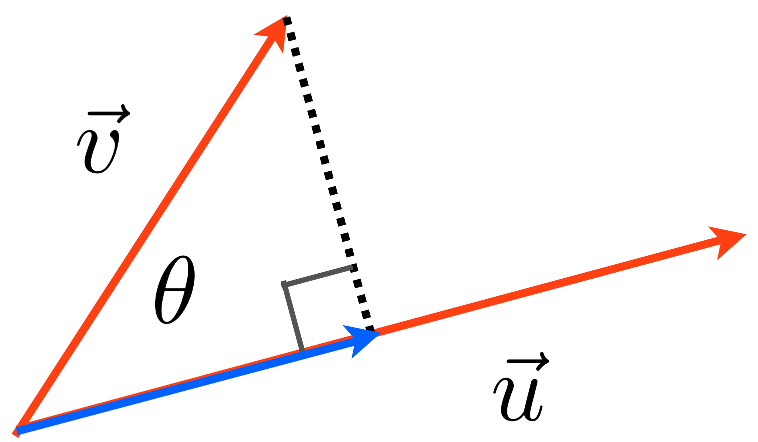
$$\vec{v}_{\vec{u}} = k_1 \vec{u}$$



$$\vec{v}_{\vec{u}} = k_1 \vec{u} = \left(k_2 \frac{1}{\|\vec{u}\|} \right) \vec{u}$$

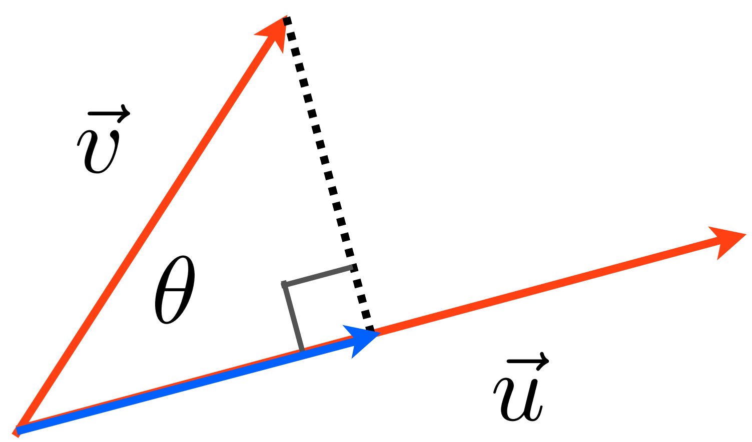


$$\vec{v}_{\vec{u}} = k_1 \vec{u} = \left(k_2 \frac{1}{\|\vec{u}\|} \right) \vec{u} \;\; = k_2 \left(\frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|} \right)$$



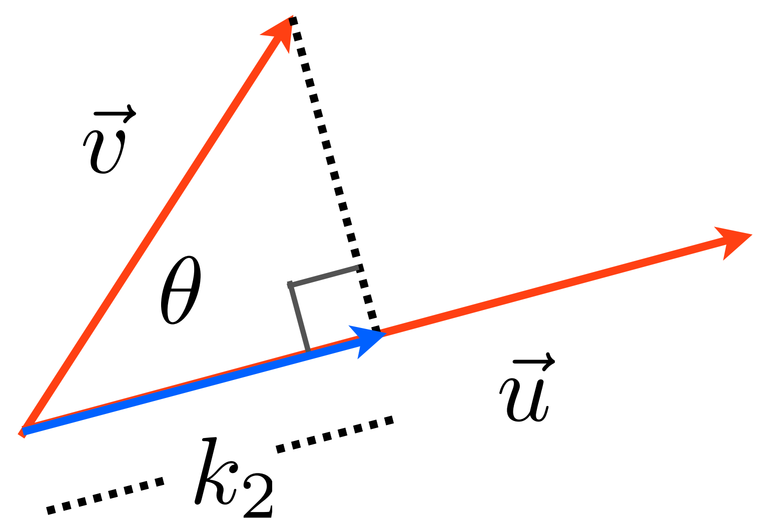
$$\vec{v}_{\vec{u}} = k_1 \vec{u} = \left(k_2 \frac{1}{\|\vec{u}\|} \right) \vec{u} \; = k_2 \left(\frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|} \right)$$

Vecteur unitaire



$$\vec{v}_{\vec{u}} = k_1\vec{u} = \left(k_2\frac{1}{\|\vec{u}\|}\right)\vec{u} \;= k_2\left(\frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|}\right)$$

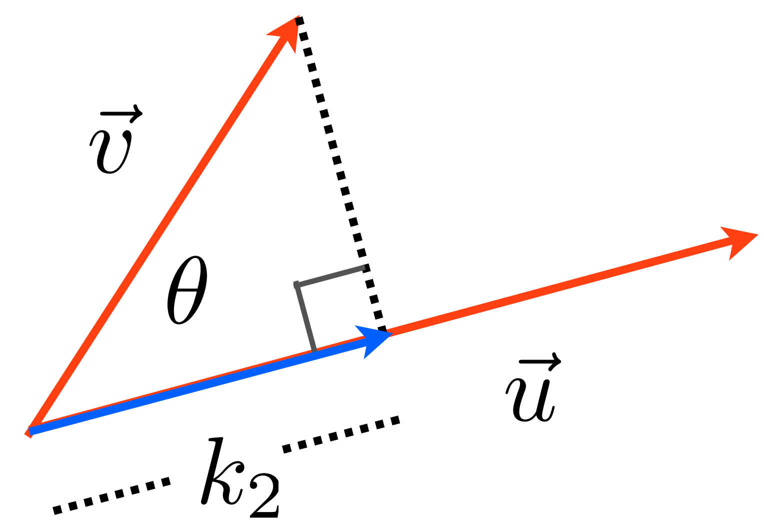
Vecteur unitaire



$$\vec{v}_{\vec{u}} = k_1 \vec{u} = \left(k_2 \frac{1}{\|\vec{u}\|} \right) \vec{u} \ = k_2 \left(\frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|} \right)$$

Vecteur unitaire

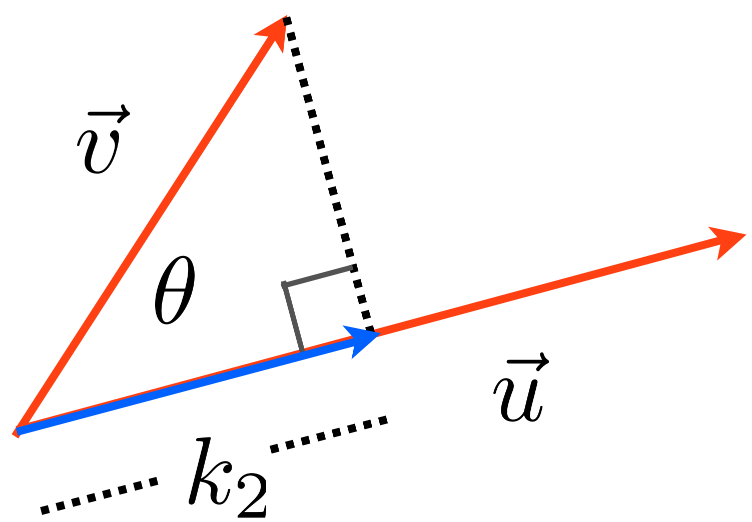
$$\frac{k_2}{\|\vec{v}\|} = \cos\theta$$



$$\vec{v}_{\vec{u}} = k_1 \vec{u} = \left(k_2 \frac{1}{\|\vec{u}\|} \right) \vec{u} \;\; = k_2 \underbrace{\left(\frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|} \right)}_{\text{Vecteur unitaire}}$$

$$\frac{k_2}{\|\vec{v}\|} = \cos\theta$$

$$k_2 = \|\vec{v}\| \cos\theta$$



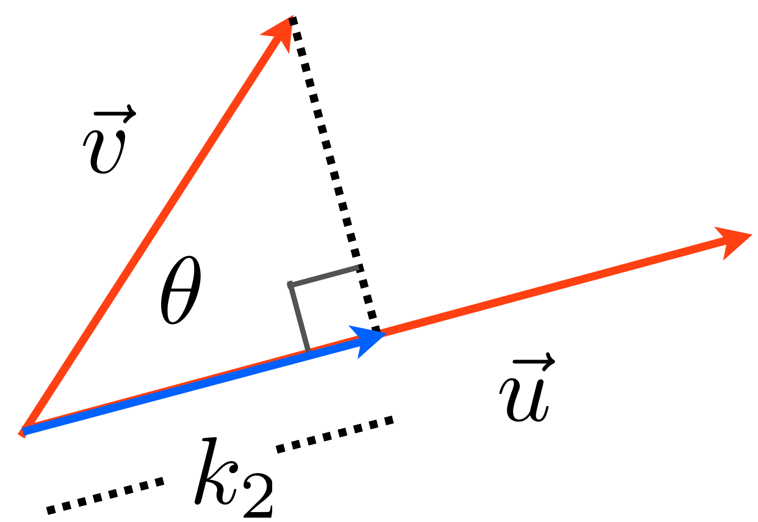
$$\vec{v}_{\vec{u}} = k_1 \vec{u} = \left(k_2 \frac{1}{\|\vec{u}\|} \right) \vec{u} \; = k_2 \left(\frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|} \right)$$

Vecteur unitaire

$$= \frac{\|\vec{v}\| \cos\theta}{\|\vec{u}\|} \vec{u}$$

$$\frac{k_2}{\|\vec{v}\|} = \cos\theta$$

$$k_2 = \|\vec{v}\| \cos\theta$$

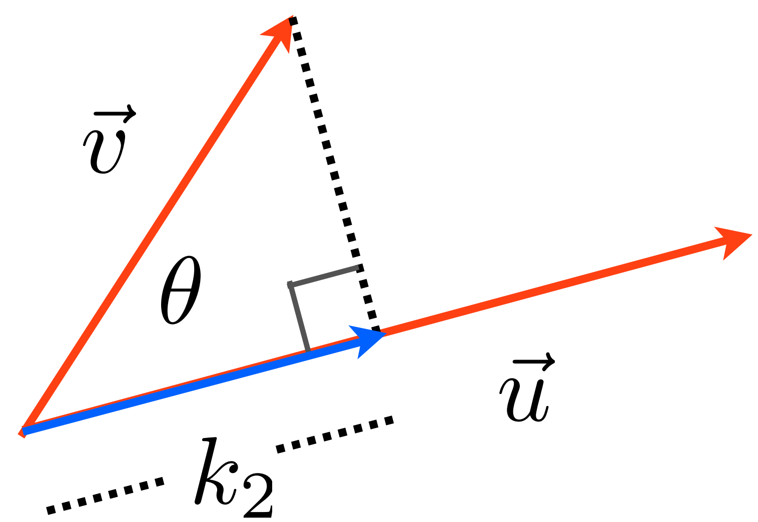


$$\vec{v}_{\vec{u}} = k_1 \vec{u} = \left(k_2 \frac{1}{\|\vec{u}\|} \right) \vec{u} \;\; = k_2 \left(\frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|} \right)$$

Vecteur unitaire

$$= \frac{\|\vec{v}\| \cos\theta}{\|\vec{u}\|} \vec{u}$$

Hum... c'est presque
le produit scalaire ça!



$$\frac{k_2}{\|\vec{v}\|} = \cos\theta$$

$$k_2 = \|\vec{v}\| \cos\theta$$

$$\vec{v}_{\vec{u}} = k_1 \vec{u} = \left(k_2 \frac{1}{||\vec{u}||} \right) \vec{u} = k_2 \left(\frac{\vec{u}}{||\vec{u}||} \right)$$

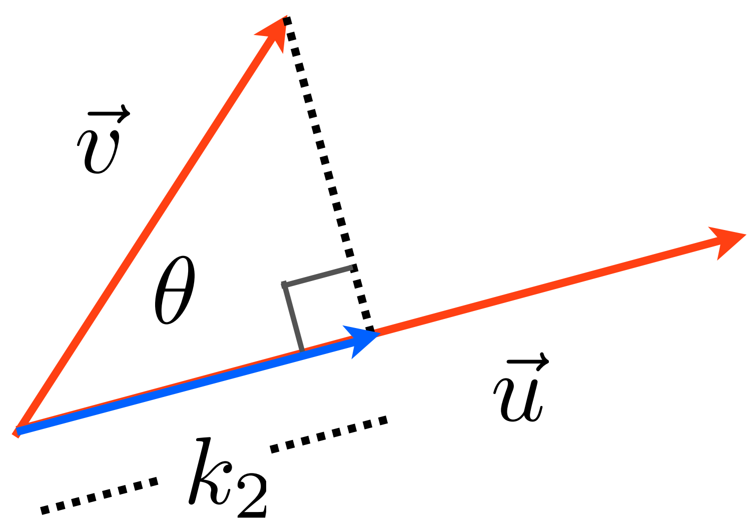
Vecteur unitaire

$$= \frac{||\vec{v}|| \cos\theta}{||\vec{u}||} \vec{u} = \frac{||\vec{u}|| \, ||\vec{v}|| \cos\theta}{||\vec{u}|| \, ||\vec{u}||} \vec{u}$$

Hum... c'est presque le produit scalaire ça!

$$\frac{k_2}{||\vec{v}||} = \cos\theta$$

$$k_2 = ||\vec{v}|| \cos\theta$$



$$\vec{v}_{\vec{u}} = k_1 \vec{u} = \left(k_2 \frac{1}{\|\vec{u}\|} \right) \vec{u} \;\; = k_2 \left(\frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|} \right)$$

Vecteur unitaire

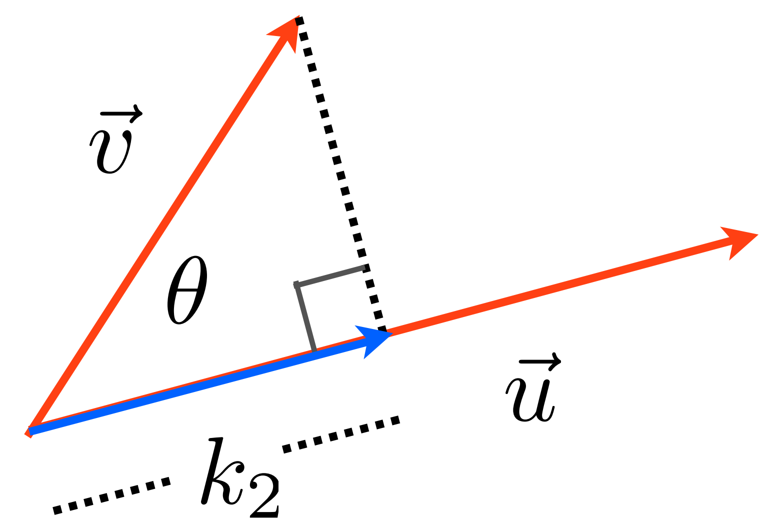
$$= \frac{\|\vec{v}\| \cos\theta}{\|\vec{u}\|} \vec{u} \;\; = \frac{\|\vec{u}\| \, \|\vec{v}\| \cos\theta}{\|\vec{u}\| \, \|\vec{u}\|} \vec{u}$$

$$= \left(\frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \right) \vec{u}$$

Hum... c'est presque
le produit scalaire ça!

$$\frac{k_2}{\|\vec{v}\|} = \cos\theta$$

$$k_2 = \|\vec{v}\| \cos\theta$$



Exemple

Exemple

$$\vec{v} = (1, 4, -2)$$

Exemple

$$\vec{v} = (1, 4, -2) \qquad \vec{u} = (-3, 1, 2)$$

Exemple

$$\vec{v} = (1, 4, -2) \qquad \vec{u} = (-3, 1, 2)$$

$$\vec{v}_{\vec{u}} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \vec{u}$$

Exemple

$$\vec{v} = (1, 4, -2) \qquad \vec{u} = (-3, 1, 2)$$

$$\vec{v}_{\vec{u}} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}}\vec{u} \quad = \frac{-3 + 4 - 4}{9 + 1 + 4}(-3, 1, 2)$$

Exemple

$$\vec{v} = (1, 4, -2) \qquad \vec{u} = (-3, 1, 2)$$

$$\vec{v}_{\vec{u}} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}}\vec{u} = \frac{-3 + 4 - 4}{9 + 1 + 4}(-3, 1, 2)$$

Exemple

$$\vec{v} = (1, 4, -2) \qquad \vec{u} = (-3, 1, 2)$$

$$\vec{v}_{\vec{u}} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}}\vec{u} = \frac{-3 + 4 - 4}{9 + 1 + 4}(-3, 1, 2)$$

Exemple

$$\vec{v} = (1, 4, -2) \qquad \vec{u} = (-3, 1, 2)$$

$$\vec{v}_{\vec{u}} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}}\vec{u} = \frac{-3 + 4 - 4}{9 + 1 + 4}(-3, 1, 2)$$

Exemple

$$\vec{v} = (1, 4, -2) \qquad \vec{u} = (-3, 1, 2)$$

$$\vec{v}_{\vec{u}} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}}\vec{u} = \frac{-3 + 4 - 4}{9 + 1 + 4}(-3, 1, 2)$$

Exemple

$$\vec{v} = (1, 4, -2) \qquad \vec{u} = (-3, 1, 2)$$

$$\vec{v}_{\vec{u}} = \frac{\vec{v}\cdot\vec{u}}{\vec{u}\cdot\vec{u}}\vec{u} = \frac{-3 + 4 - 4}{9 + 1 + 4}(-3, 1, 2)$$

Exemple

$$\vec{v} = (1, 4, -2) \qquad \vec{u} = (-3, 1, 2)$$

$$\vec{v}_{\vec{u}} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}}\vec{u} = \frac{-3 + 4 - 4}{9 + 1 + 4}(-3, 1, 2)$$

Exemple

$$\vec{v} = (1, 4, -2) \qquad \vec{u} = (-3, 1, 2)$$

$$\vec{v}_{\vec{u}} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}}\vec{u} = \frac{-3 + 4 - 4}{9 + 1 + 4}(-3, 1, 2)$$

Exemple

$$\vec{v} = (1, 4, -2) \qquad \vec{u} = (-3, 1, 2)$$

$$\vec{v}_{\vec{u}} = \frac{\vec{v}\cdot\vec{u}}{\vec{u}\cdot\vec{u}}\vec{u} = \frac{-3+4-4}{9+1+4}(-3,1,2)$$

$$= -\frac{3}{14}(-3,1,2)$$

Exemple

$$\vec{v} = (1, 4, -2) \qquad \vec{u} = (-3, 1, 2)$$

$$\vec{v}_{\vec{u}} = \frac{\vec{v}\cdot\vec{u}}{\vec{u}\cdot\vec{u}}\vec{u} = \frac{-3+4-4}{9+1+4}(-3, 1, 2)$$

$$= -\frac{3}{14}(-3, 1, 2)$$

$$= \left(\frac{9}{14}, -\frac{3}{14}, -\frac{6}{14}\right)$$

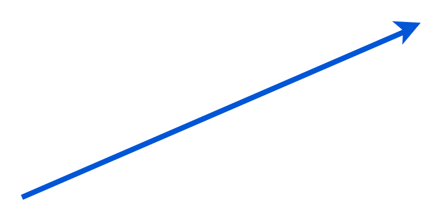
Si on est dans $\mathbb{R}^2$, on a vu qu'on pouvait trouver un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné.

Si on est dans $\mathbb{R}^2$, on a vu qu'on pouvait trouver un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné.

Mais dans $\mathbb{R}^3$, c'est une tout autre histoire.

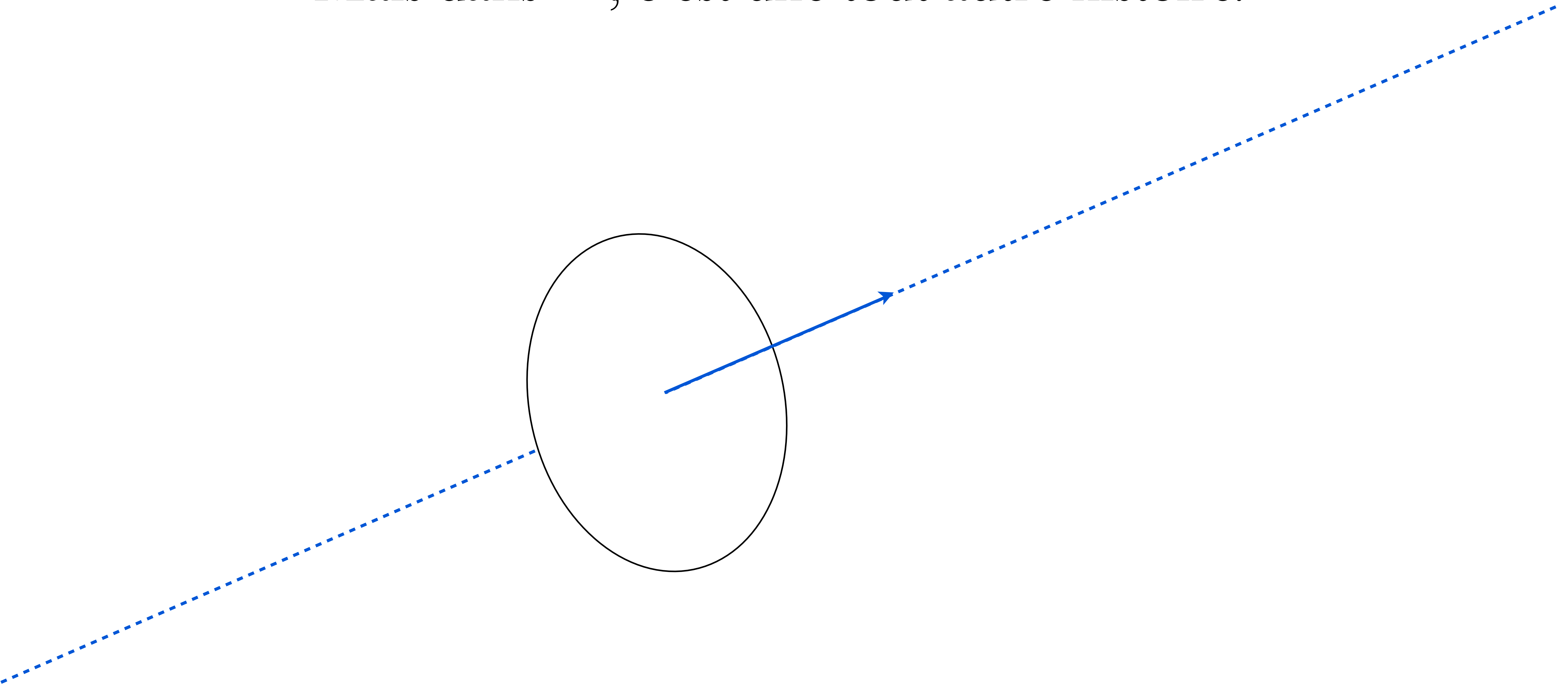
Si on est dans $\mathbb{R}^2$, on a vu qu'on pouvait trouver un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné.

Mais dans $\mathbb{R}^3$, c'est une tout autre histoire.



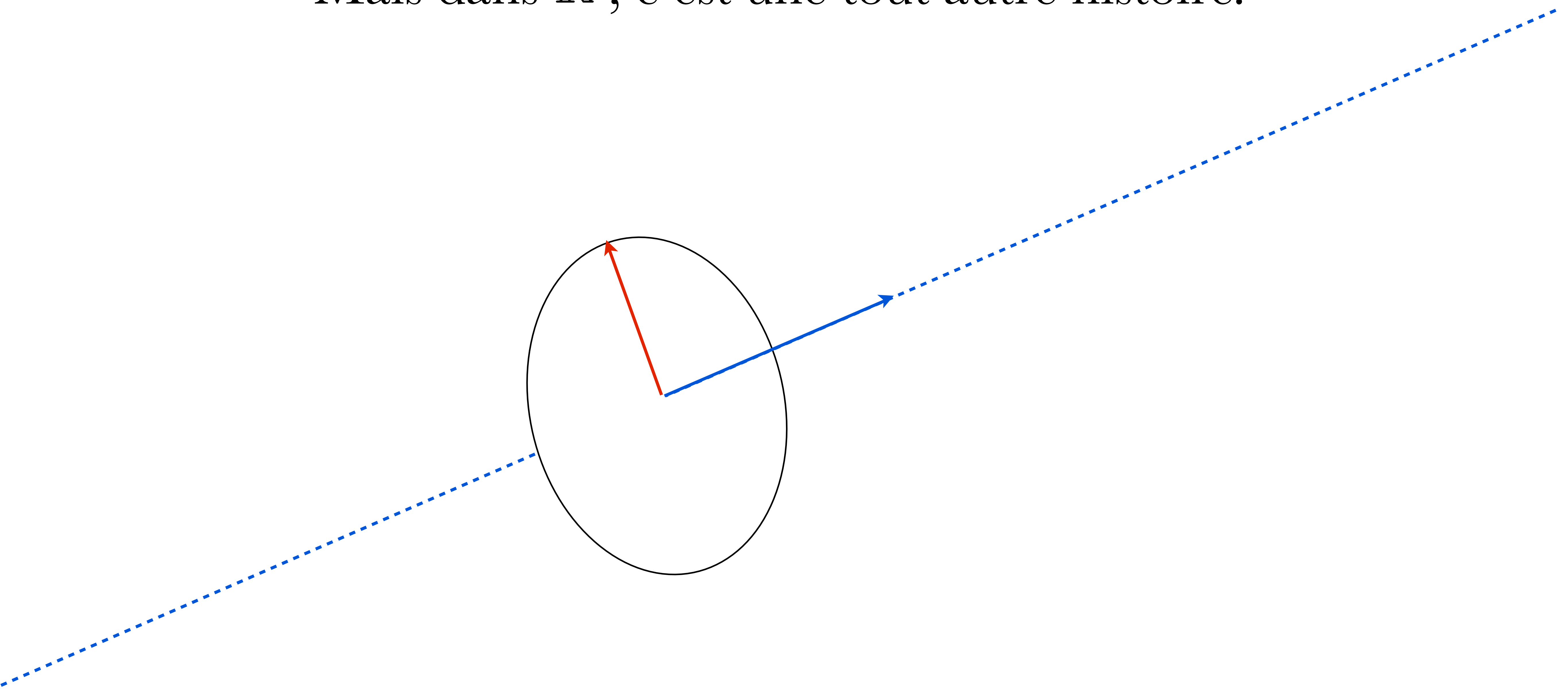
Si on est dans $\mathbb{R}^2$, on a vu qu'on pouvait trouver un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné.

Mais dans $\mathbb{R}^3$, c'est une tout autre histoire.



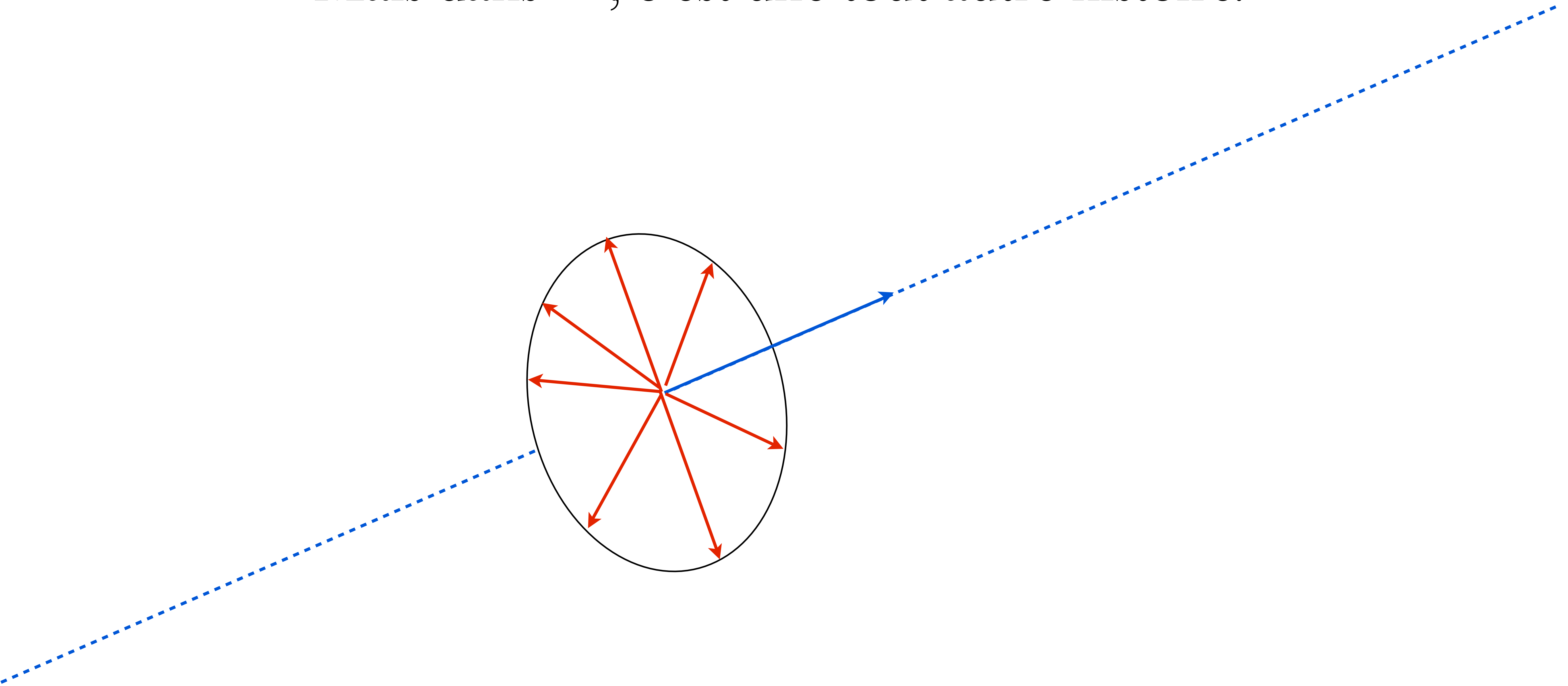
Si on est dans $\mathbb{R}^2$, on a vu qu'on pouvait trouver un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné.

Mais dans $\mathbb{R}^3$, c'est une tout autre histoire.



Si on est dans $\mathbb{R}^2$, on a vu qu'on pouvait trouver un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné.

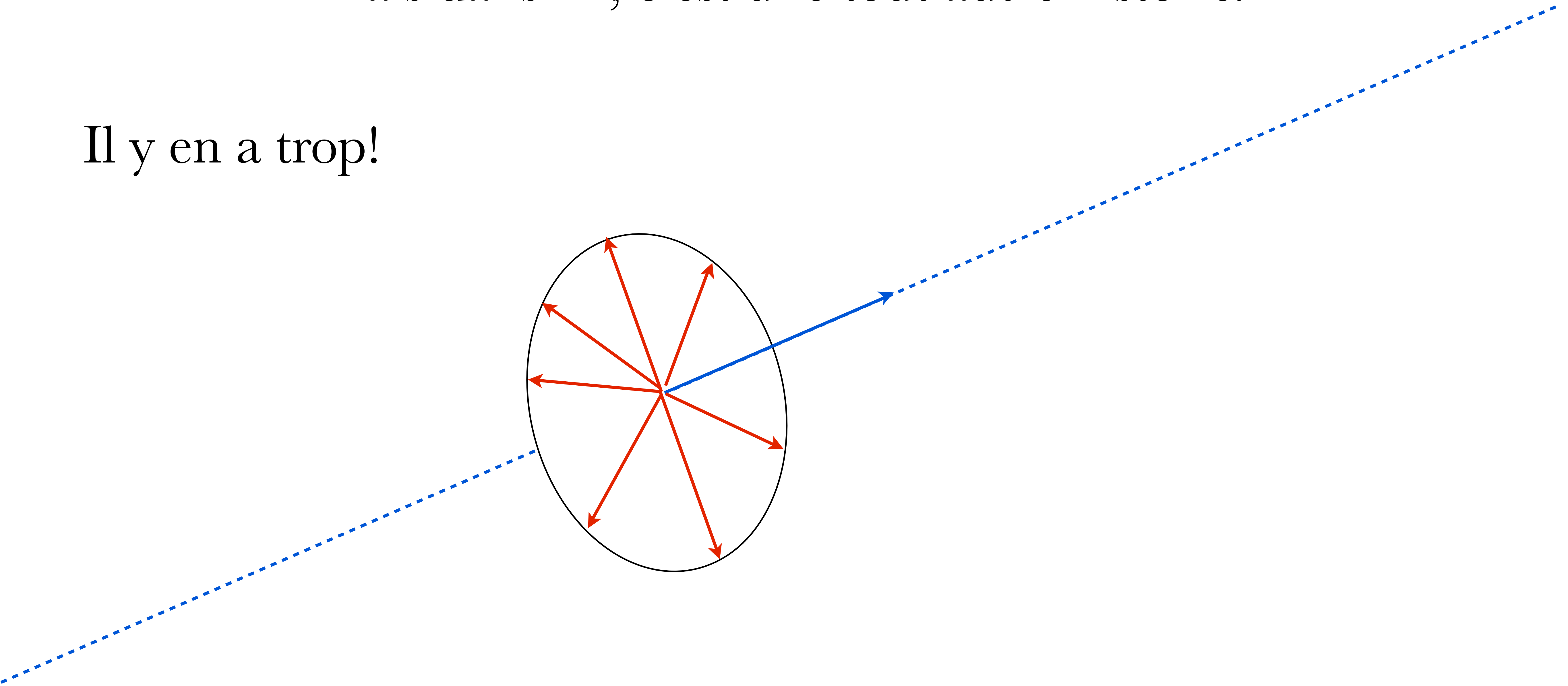
Mais dans $\mathbb{R}^3$, c'est une tout autre histoire.



Si on est dans $\mathbb{R}^2$, on a vu qu'on pouvait trouver un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné.

Mais dans $\mathbb{R}^3$, c'est une tout autre histoire.

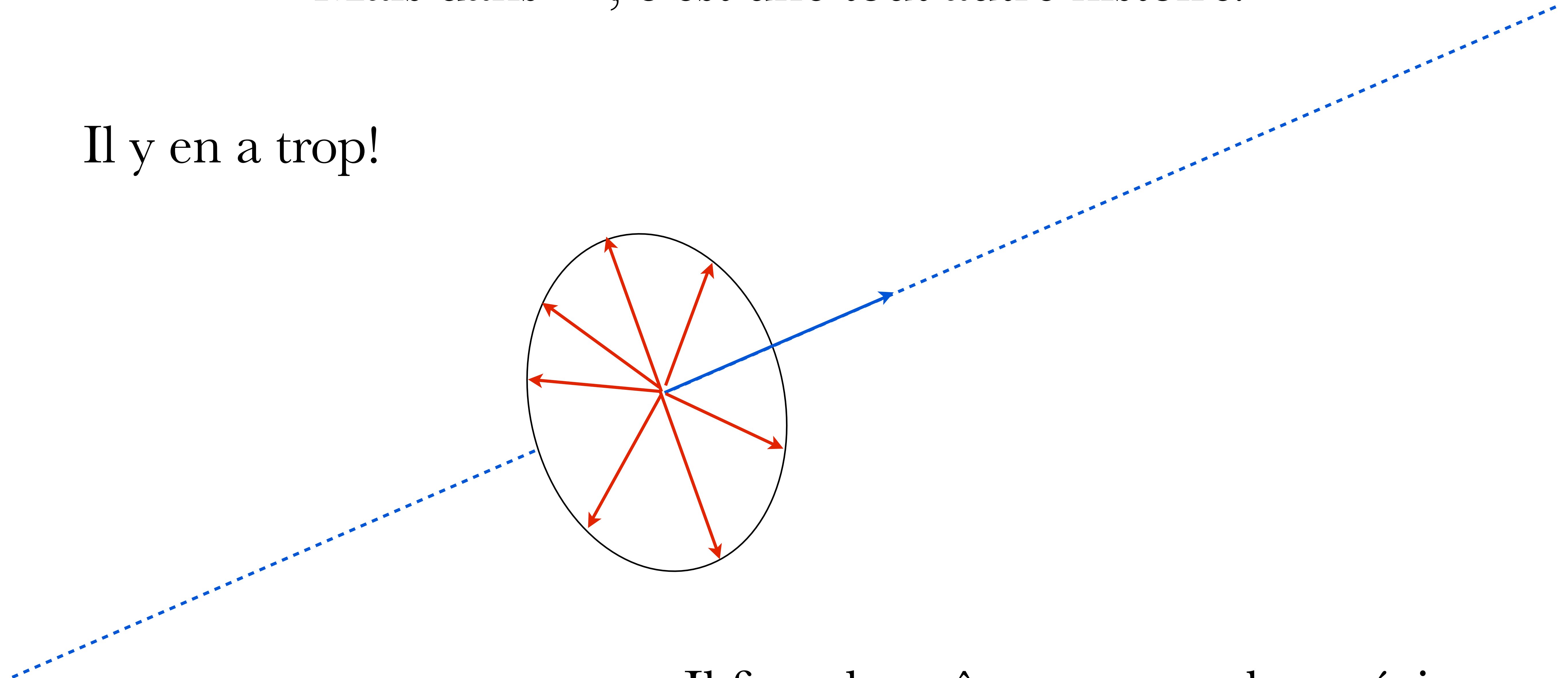
Il y en a trop!



Si on est dans $\mathbb{R}^2$, on a vu qu'on pouvait trouver un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné.

Mais dans $\mathbb{R}^3$, c'est une tout autre histoire.

Il y en a trop!

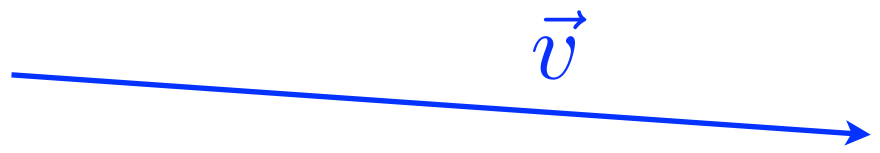


Il faut donc être un peu plus précis.

Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$

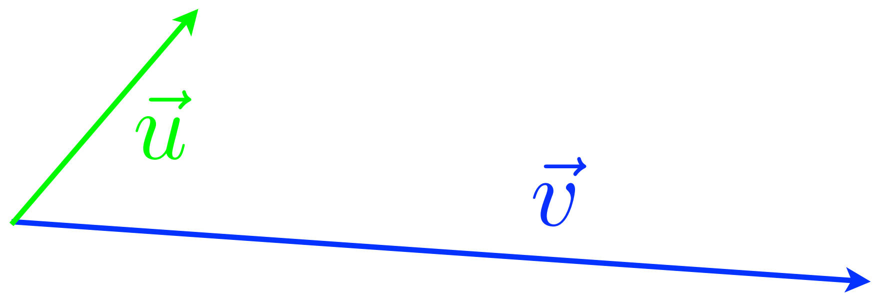
Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$ et dans le plan défini par $\vec{v}$ et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.

Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$ et dans le plan défini par $\vec{v}$ et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



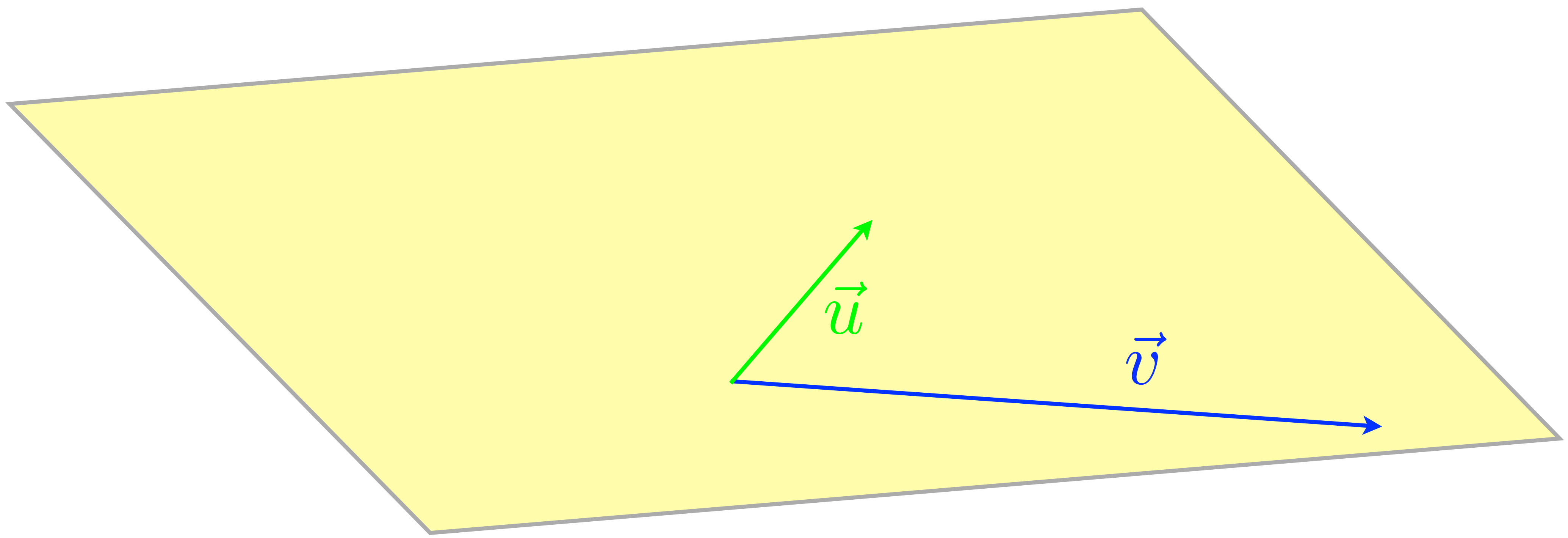
Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$

et dans le plan défini par $\vec{v}$ et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



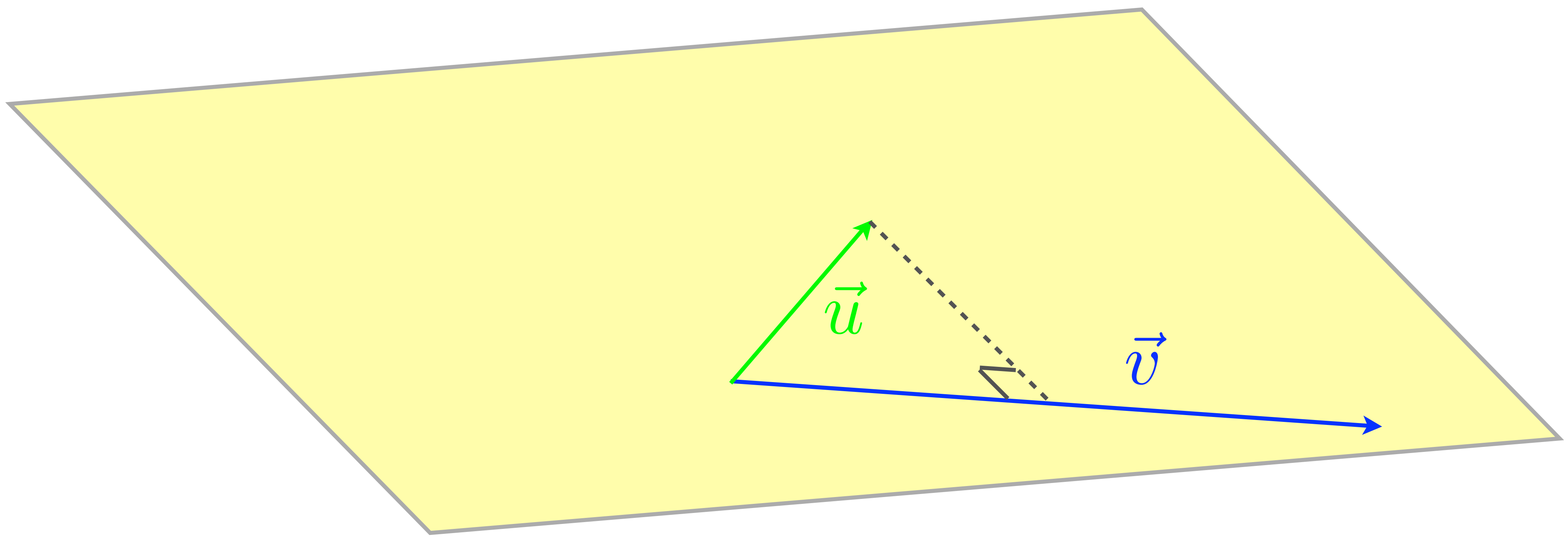
Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$

et dans le plan défini par $\vec{v}$ et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



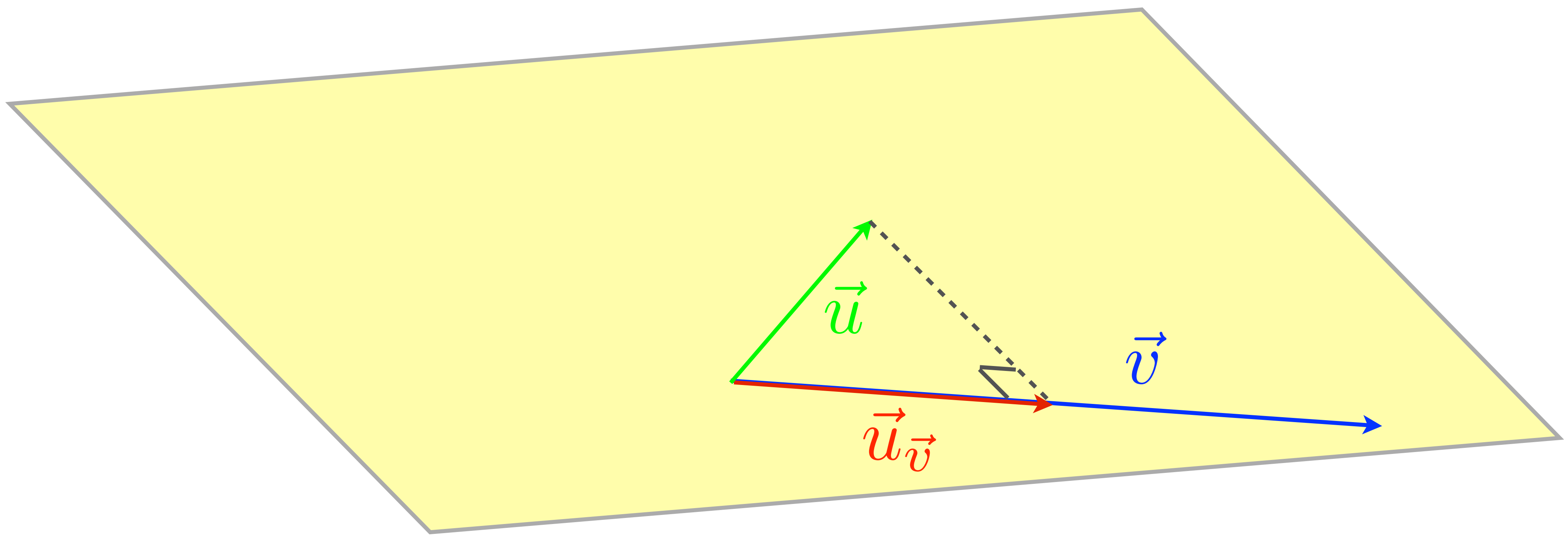
Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$

et dans le plan défini par $\vec{v}$ et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



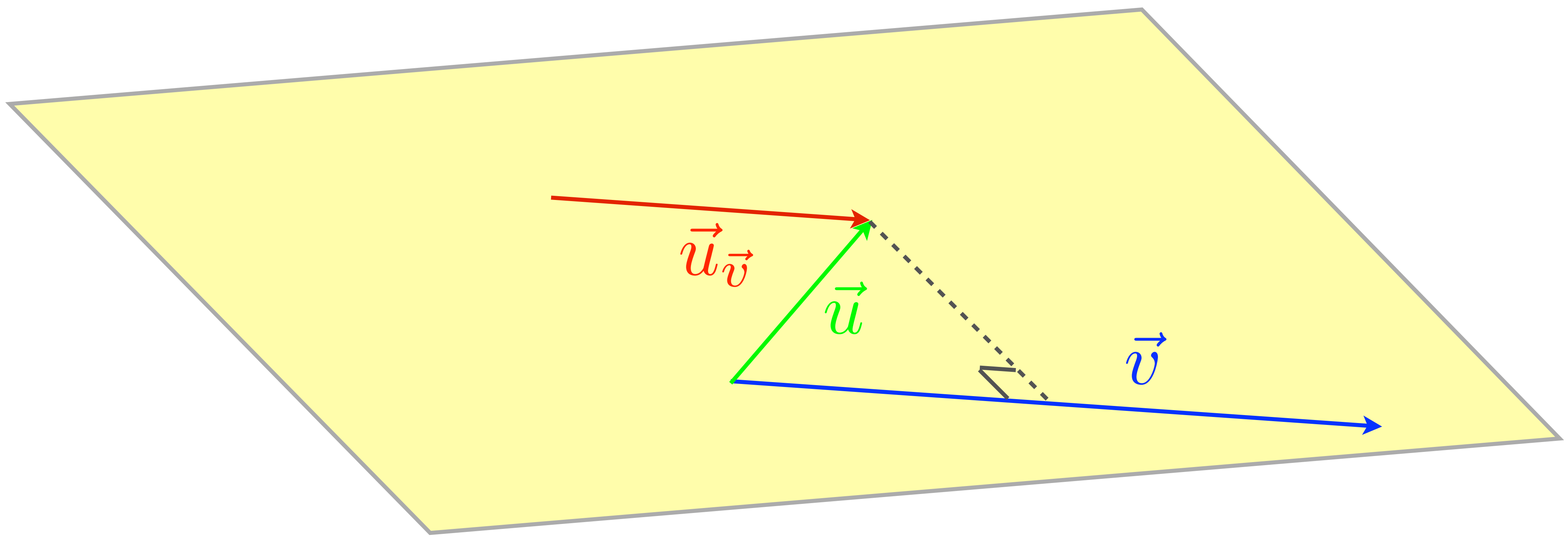
Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$

et dans le plan défini par $\vec{v}$ et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



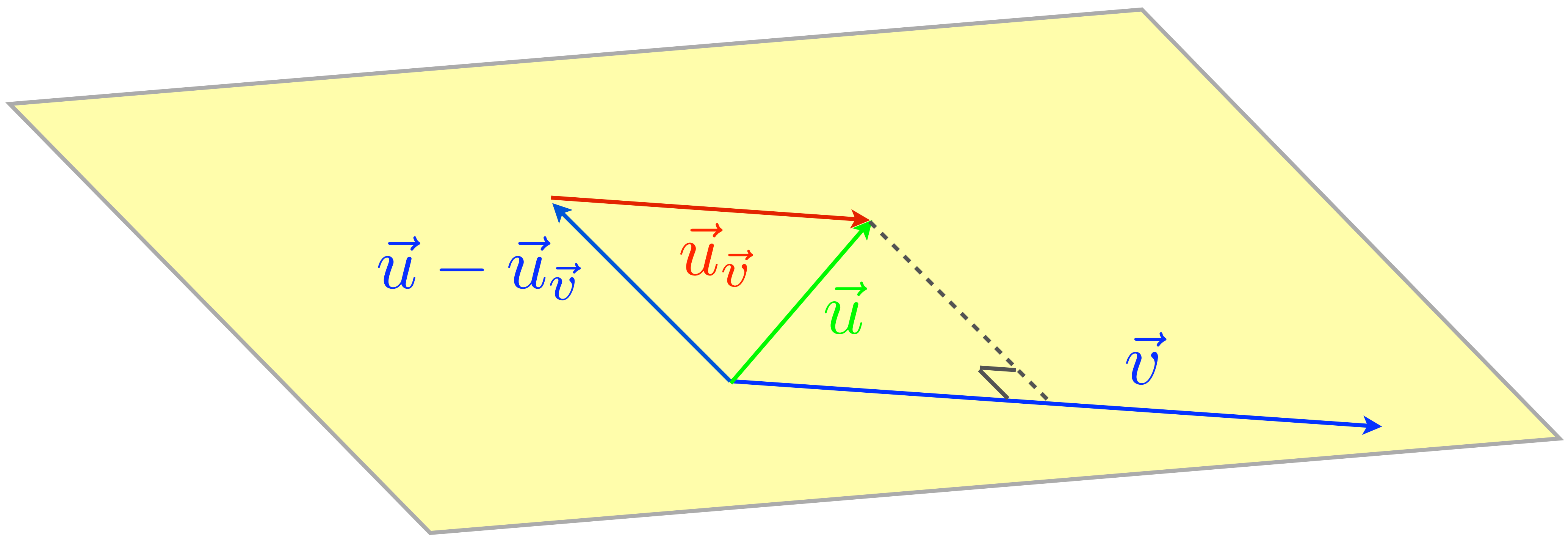
Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$

et dans le plan défini par $\vec{v}$ et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



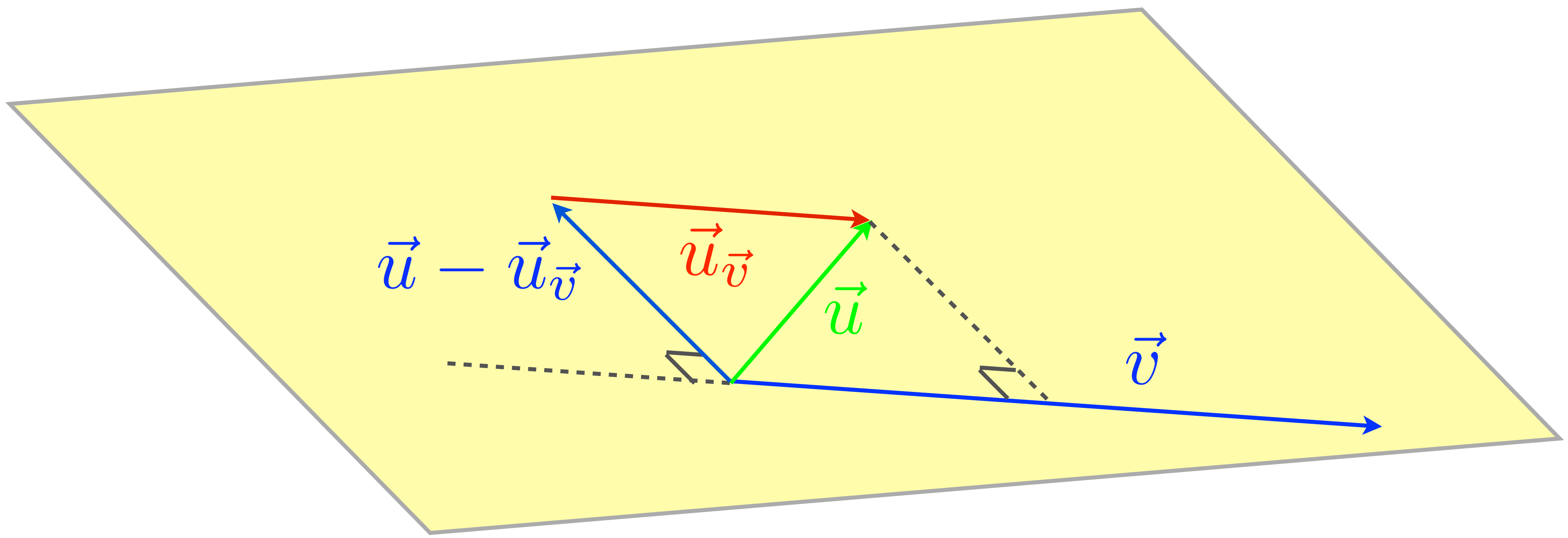
Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$

et dans le plan défini par $\vec{v}$ et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



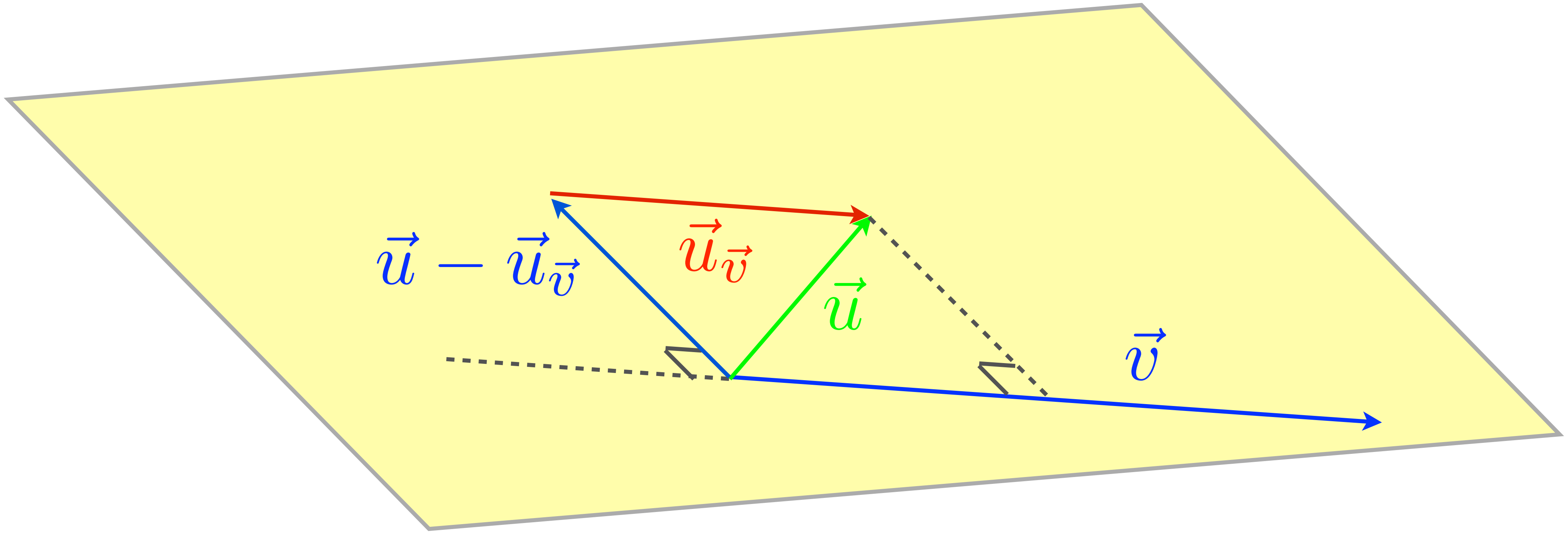
Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$

et dans le plan défini par $\vec{v}$ et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$

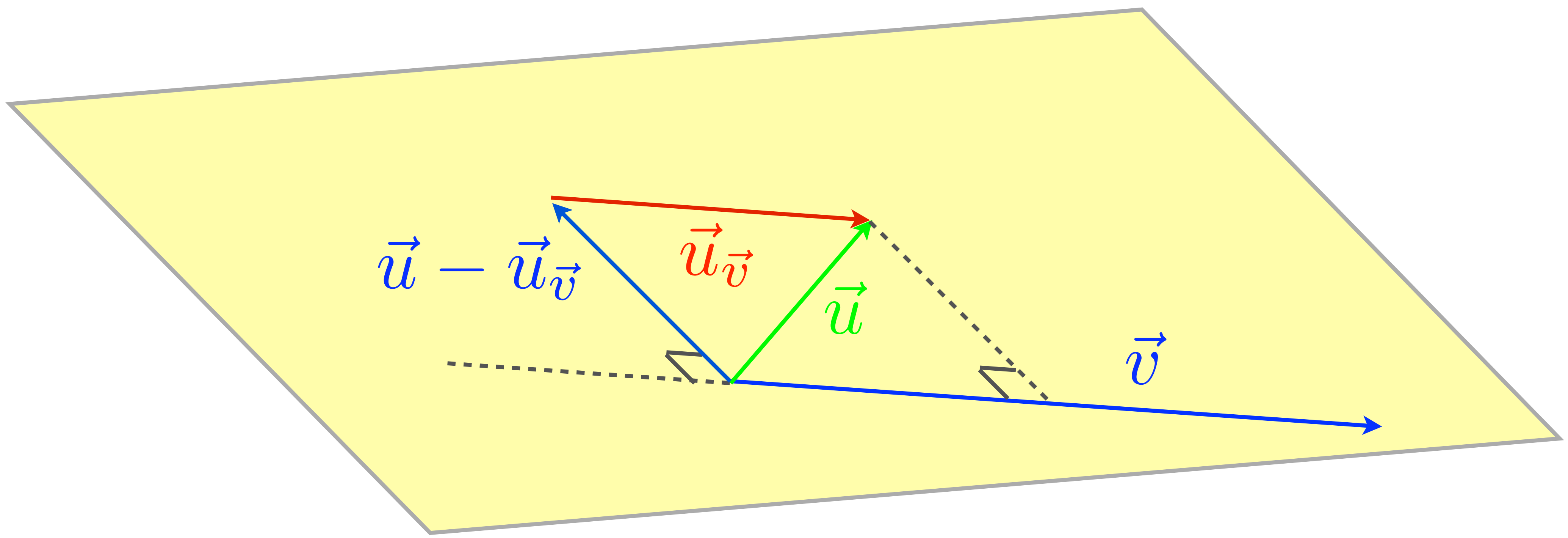
et dans le plan défini par $\vec{v}$ et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



D'où

Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1,2,3)$

et dans le plan défini par $\vec{v}$ et $\vec{u} = (-3,4,-1)$.

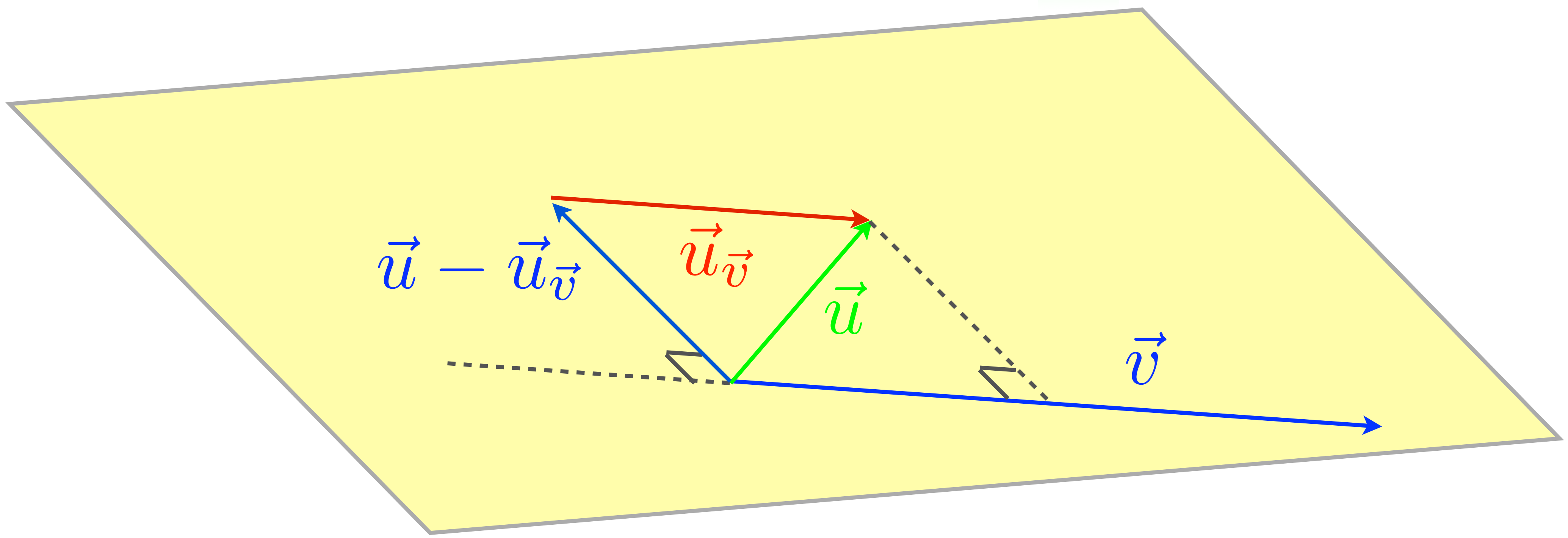


D'où

$$\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}} = (-3,4,-1) - \frac{2}{14}(1,2,3)$$

Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$

et dans le plan défini par $\vec{v}$ et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.

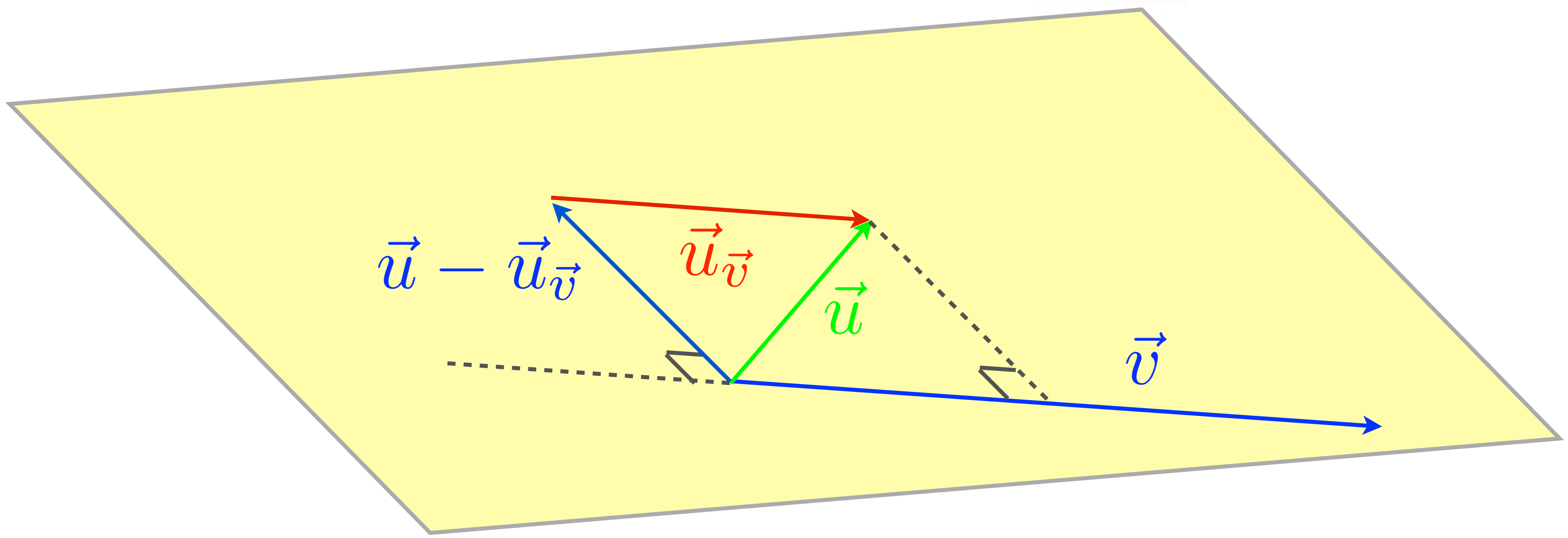


D'où

$$\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}} = (-3, 4, -1) - \frac{2}{14}(1, 2, 3)$$

Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$

et dans le plan défini par $\vec{v}$ et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.

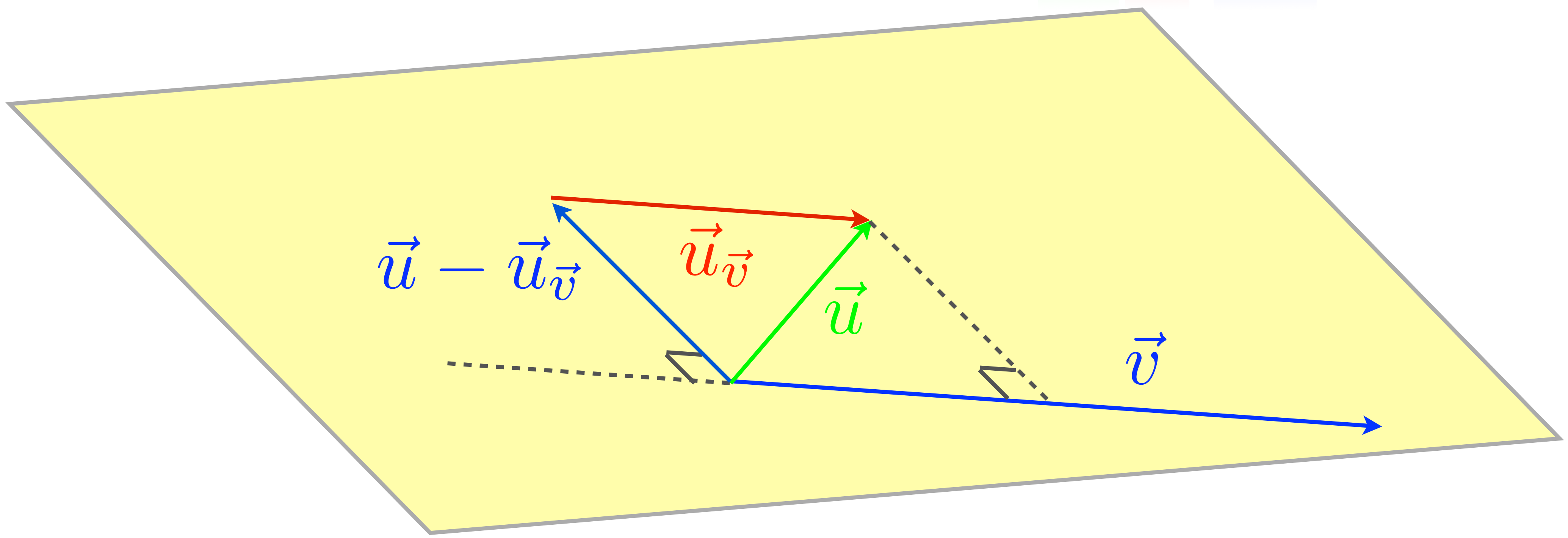


D'où

$$\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}} = (-3, 4, -1) - \frac{2}{14}(1, 2, 3)$$

Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$

et dans le plan défini par $\vec{v}$ et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.

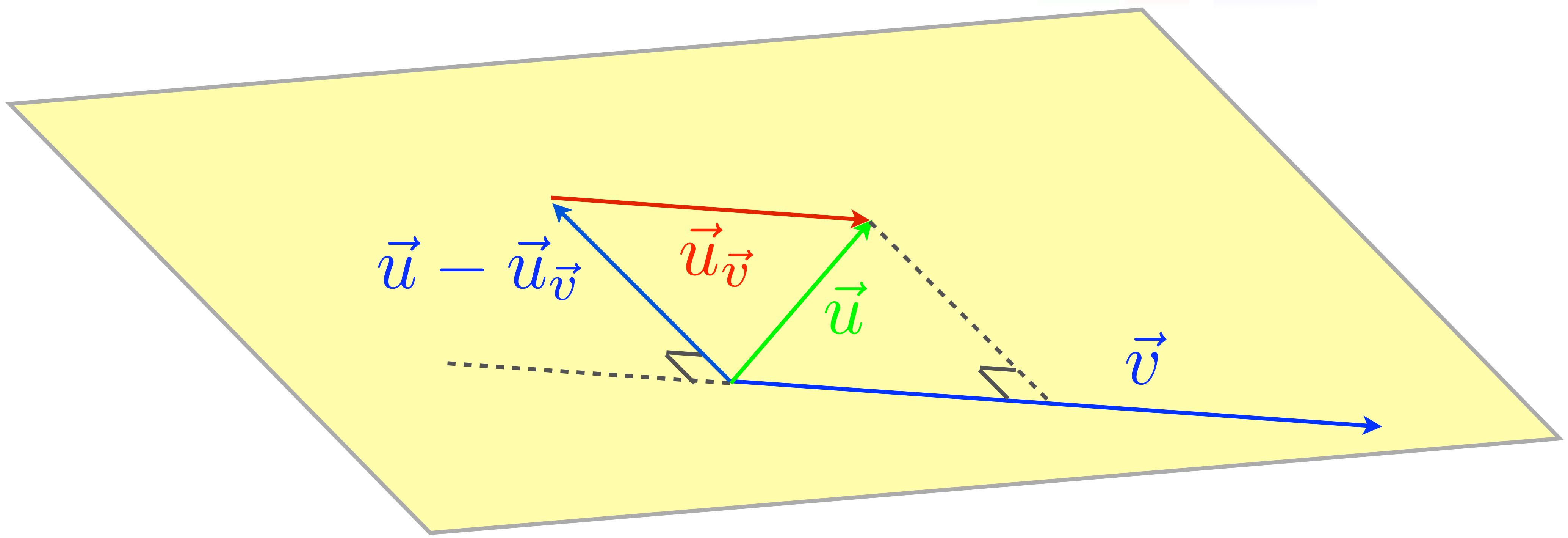


D'où

$$\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}} = (-3, 4, -1) - \frac{2}{14}(1, 2, 3)$$

Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$

et dans le plan défini par $\vec{v}$ et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.

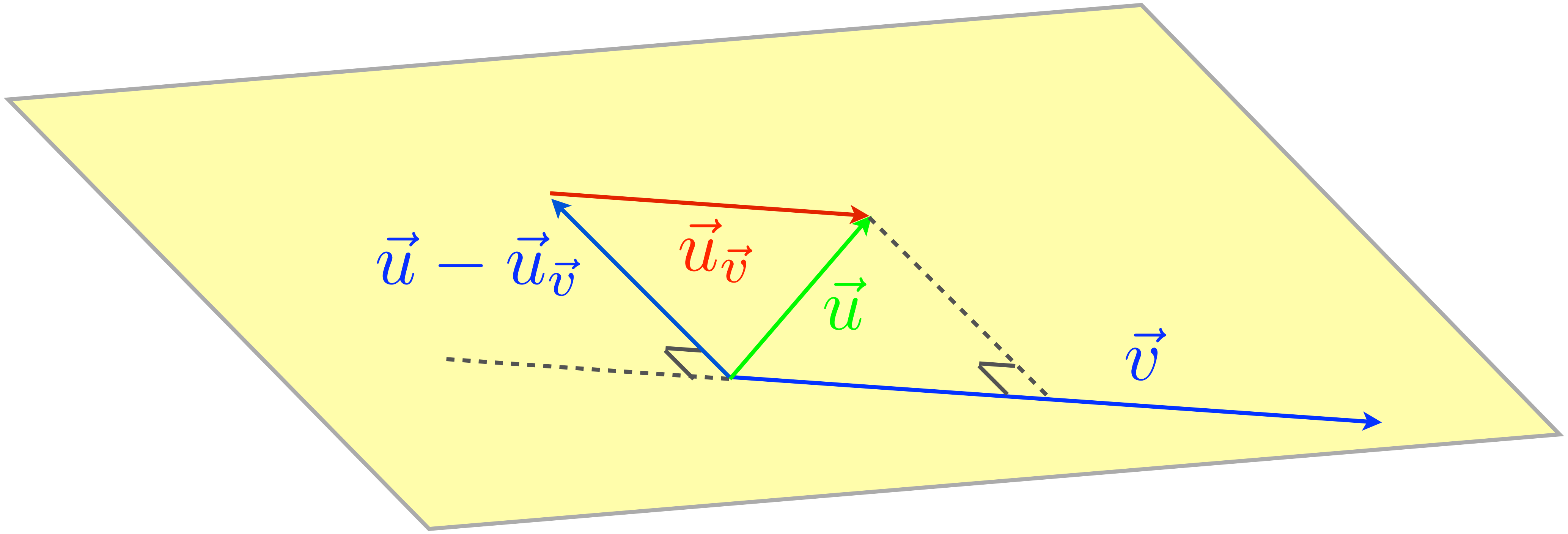


D'où

$$\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}} = (-3, 4, -1) - \frac{2}{14}(1, 2, 3)$$

Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$

et dans le plan défini par $\vec{v}$ et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.

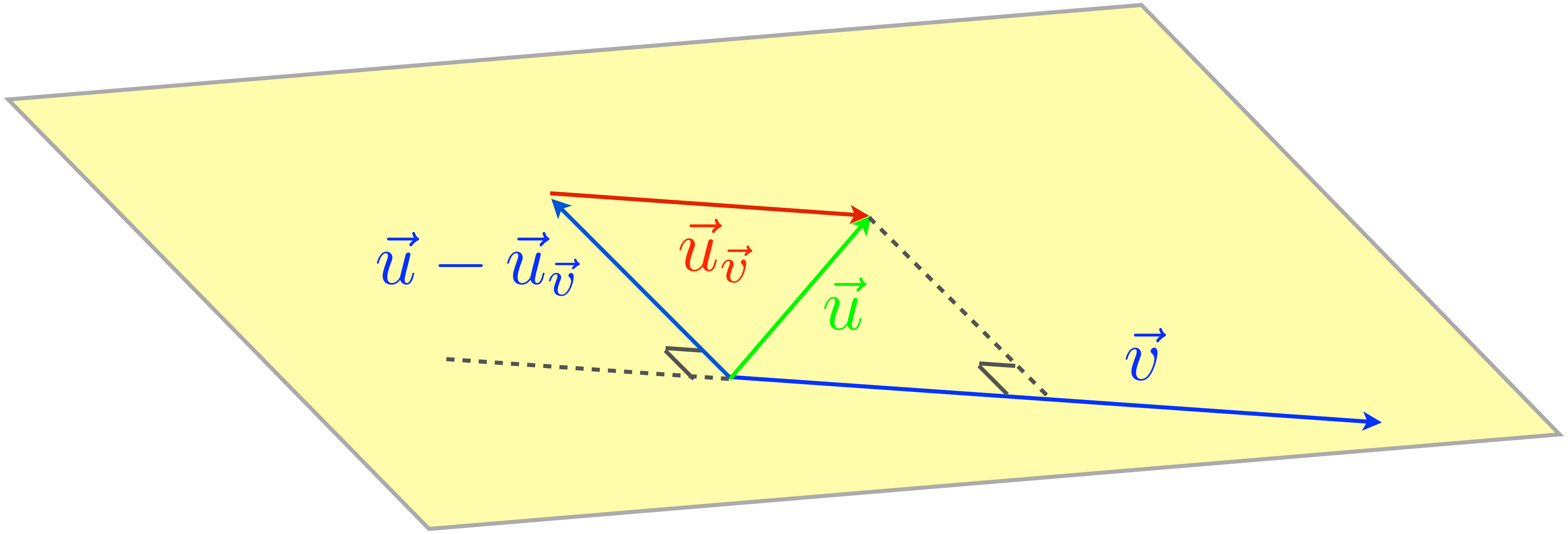


D'où

$$\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}} = (-3, 4, -1) - \frac{2}{14}(1, 2, 3)$$

Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$

et dans le plan défini par $\vec{v}$ et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.

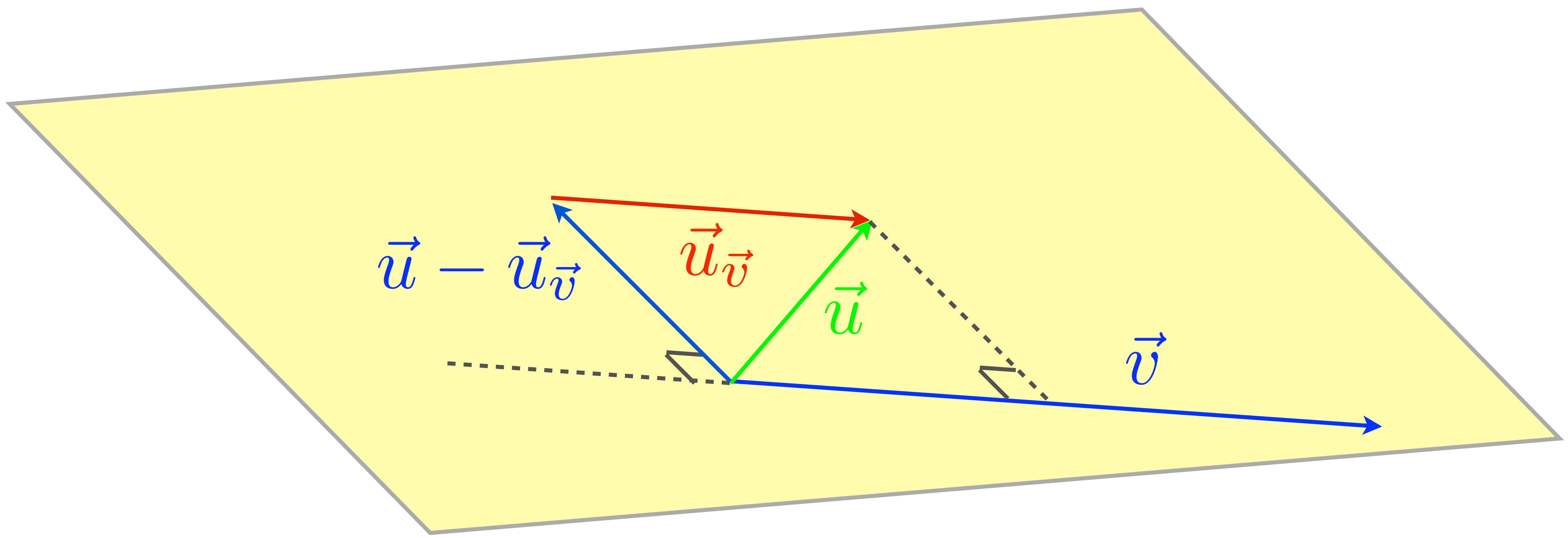


D'où

$$\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}} = (-3, 4, -1) - \frac{2}{14}(1, 2, 3)$$

Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$

et dans le plan défini par $\vec{v}$ et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.

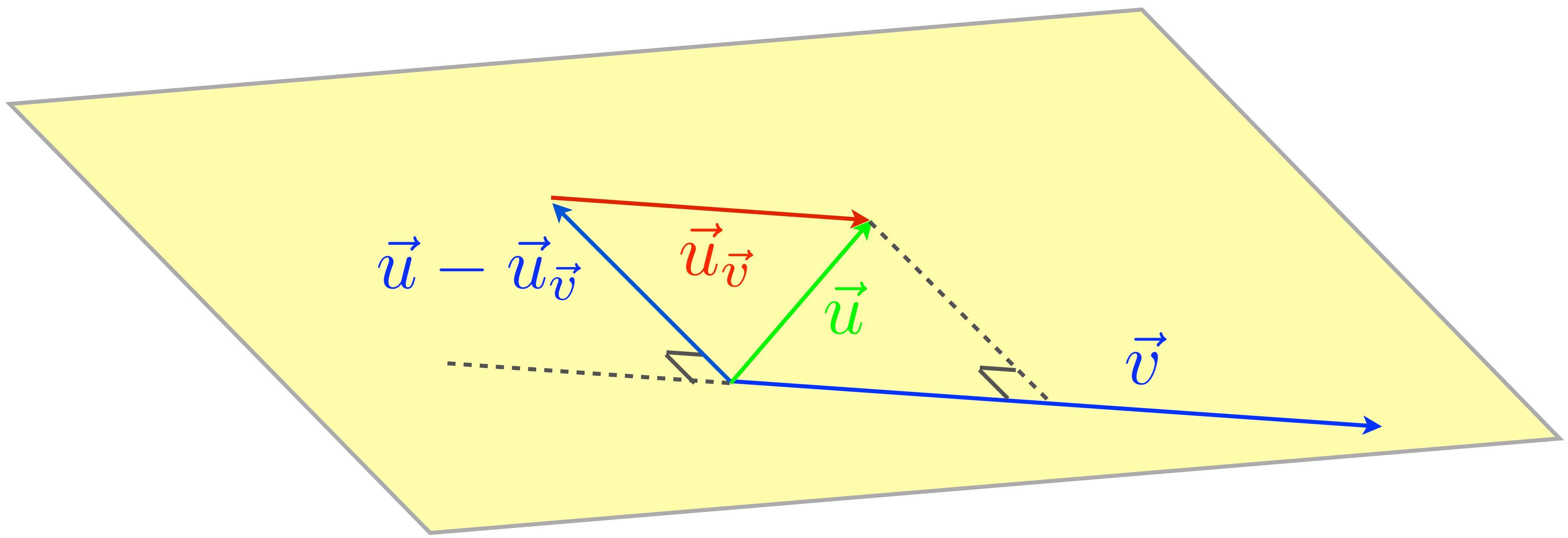


D'où

$$\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}} = (-3, 4, -1) - \frac{2}{14}(1, 2, 3) = \left(-\frac{22}{7}, \frac{26}{7}, -\frac{10}{7}\right)$$

Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$

et dans le plan défini par $\vec{v}$ et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.

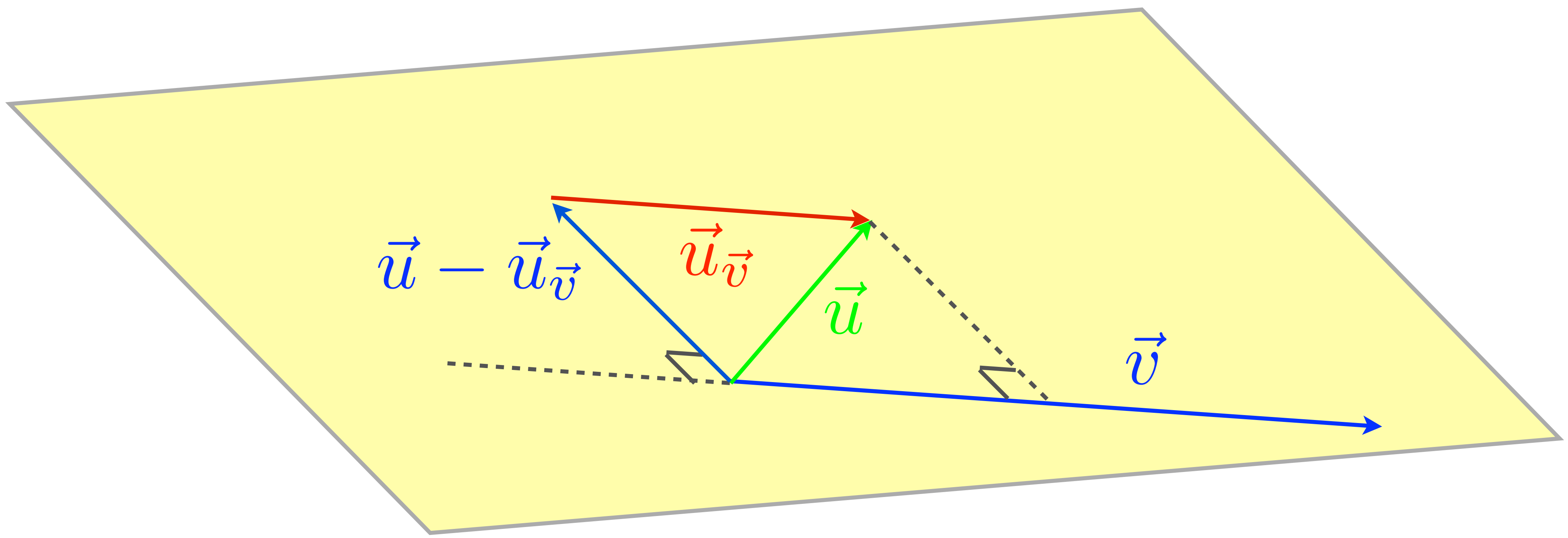


D'où

$$\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}} = (-3, 4, -1) - \frac{2}{14}(1, 2, 3) = \left(-\frac{22}{7}, \frac{26}{7}, -\frac{10}{7}\right)$$

Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$

et dans le plan défini par $\vec{v}$ et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



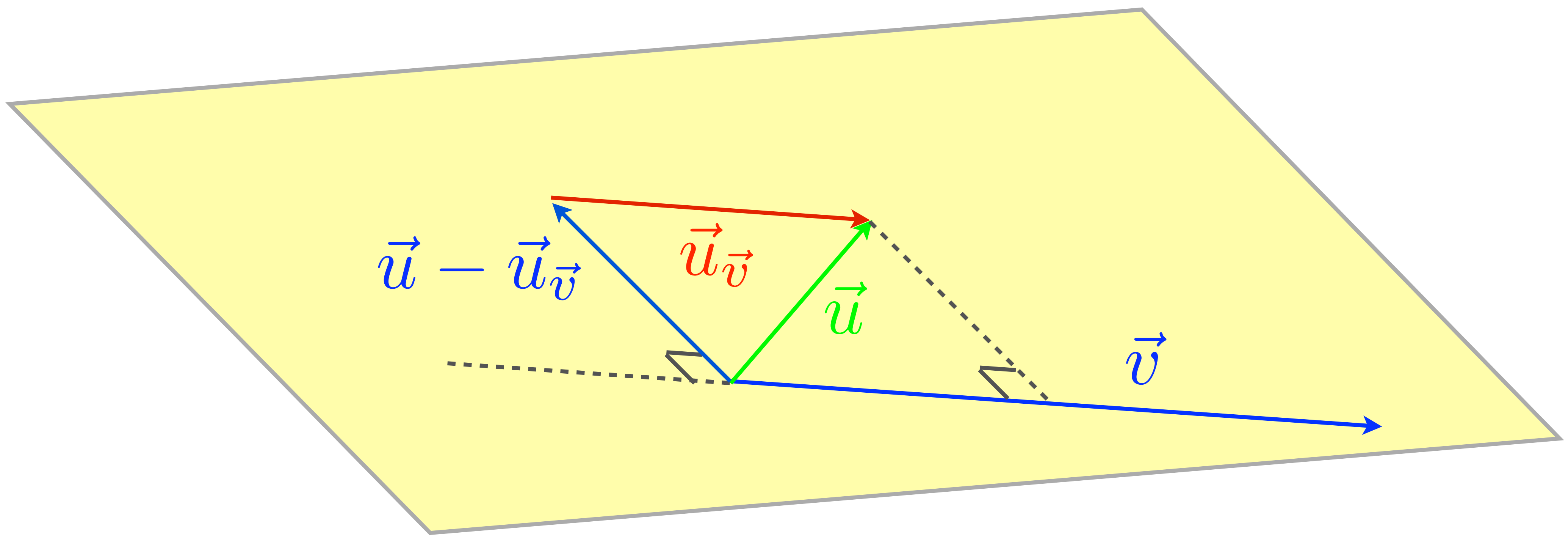
D'où

$$\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}} = (-3, 4, -1) - \frac{2}{14}(1, 2, 3) \ = \left(-\frac{22}{7}, \frac{26}{7}, -\frac{10}{7}\right)$$

est $\perp$ à $\vec{v}$ et dans le même plan que $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$

et dans le plan défini par $\vec{v}$ et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



D'où

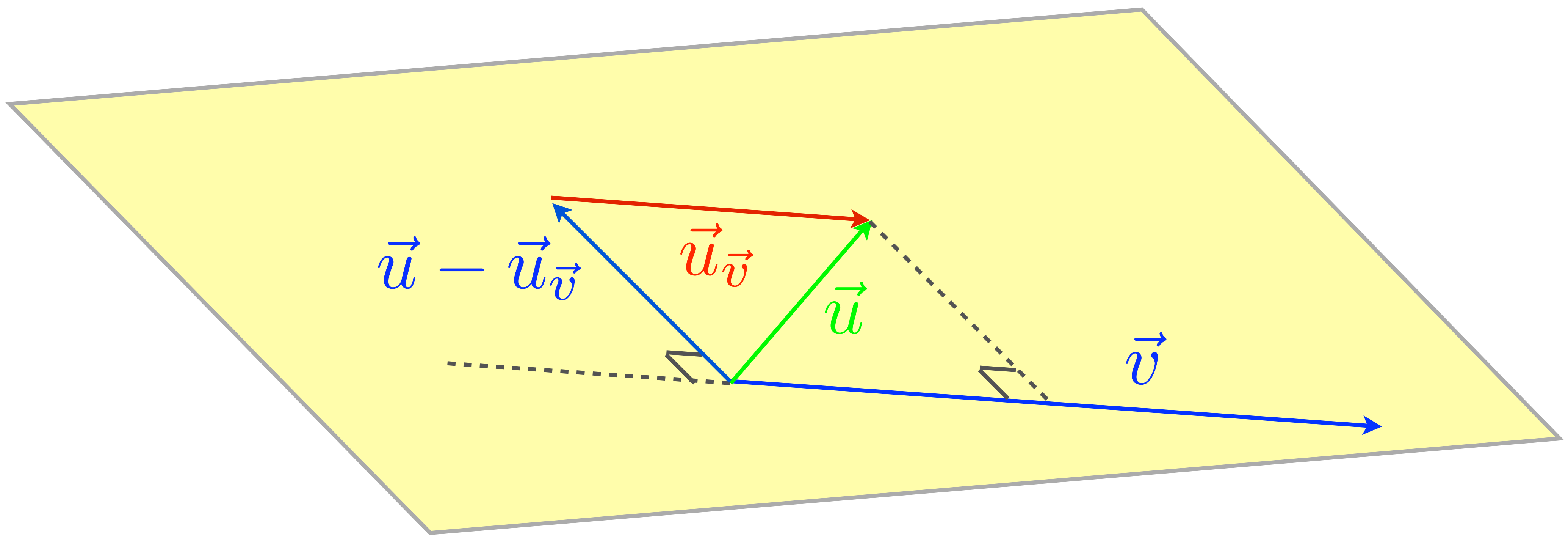
$$\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}} = (-3, 4, -1) - \frac{2}{14}(1, 2, 3) \;= \left(-\frac{22}{7}, \frac{26}{7}, -\frac{10}{7}\right)$$

est $\perp$ à $\vec{v}$ et dans le même plan que $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

$$\vec{v} \cdot (\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}}) = -\frac{22}{7} + \frac{52}{7} - \frac{30}{7}$$

Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$

et dans le plan défini par $\vec{v}$ et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



D'où

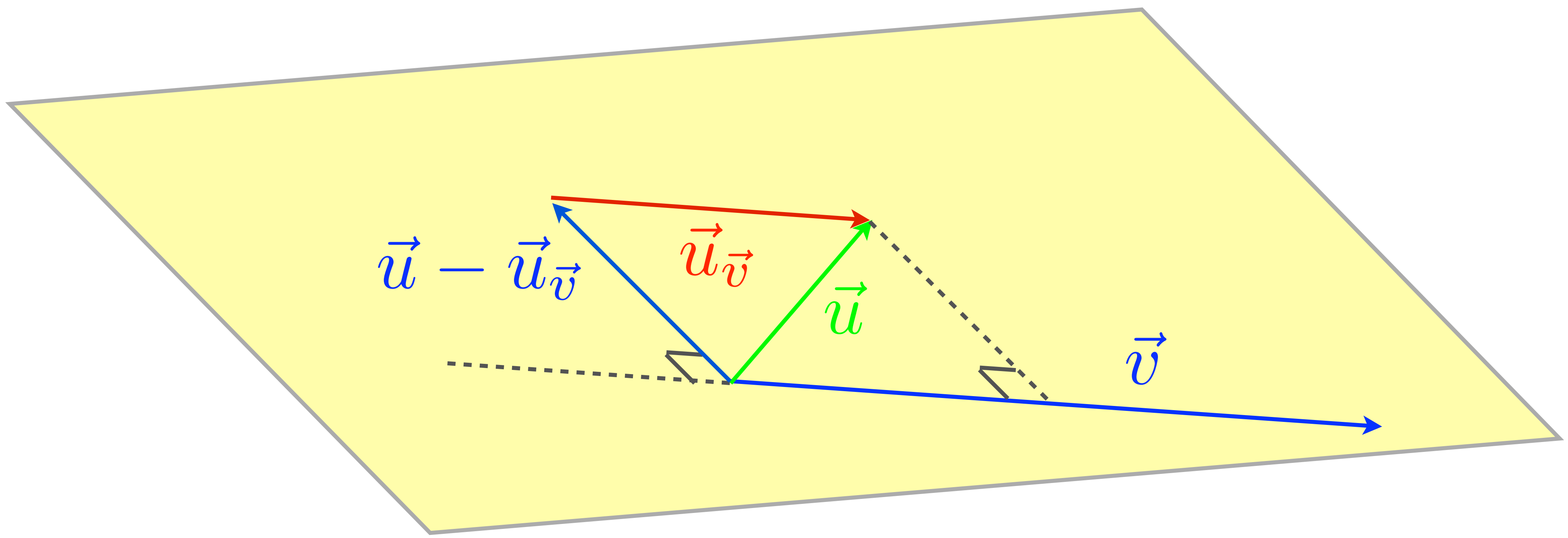
$$\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}} = (-3, 4, -1) - \frac{2}{14}(1, 2, 3) \; = \left(-\frac{22}{7}, \frac{26}{7}, -\frac{10}{7}\right)$$

est $\perp$ à $\vec{v}$ et dans le même plan que $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

$$\vec{v} \cdot (\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}}) = -\frac{22}{7} + \frac{52}{7} - \frac{30}{7}$$

Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$

et dans le plan défini par $\vec{v}$ et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



D'où

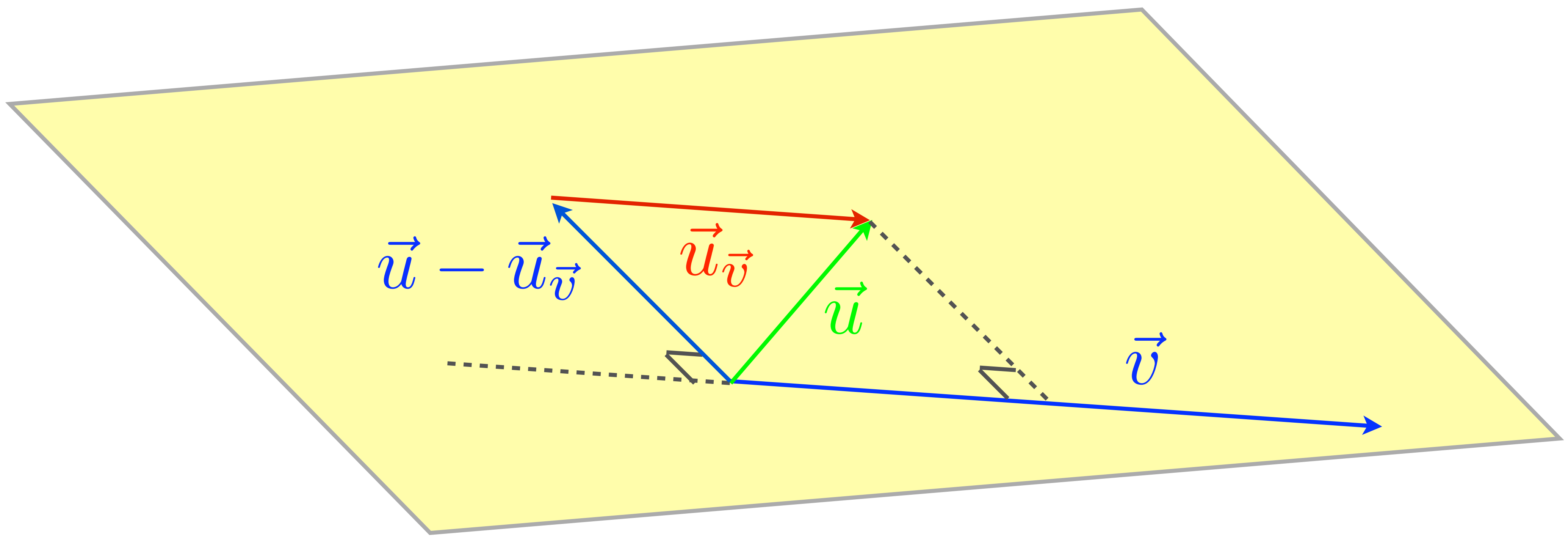
$$\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}} = (-3, 4, -1) - \frac{2}{14}(1, 2, 3) \;= \left(-\frac{22}{7}, \frac{26}{7}, -\frac{10}{7}\right)$$

est $\perp$ à $\vec{v}$ et dans le même plan que $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

$$\vec{v} \cdot (\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}}) = -\frac{22}{7} + \frac{52}{7} - \frac{30}{7}$$

Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$

et dans le plan défini par $\vec{v}$ et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



D'où

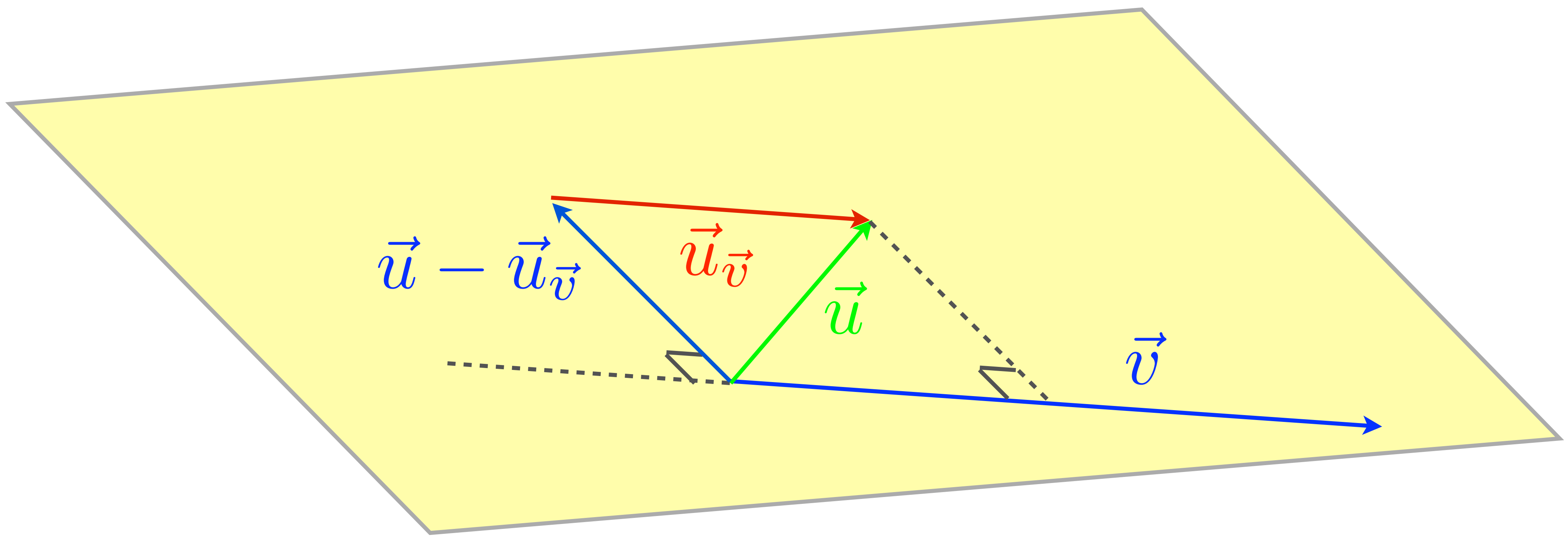
$$\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}} = (-3, 4, -1) - \frac{2}{14}(1, 2, 3) = \left(-\frac{22}{7}, \frac{26}{7}, -\frac{10}{7}\right)$$

est $\perp$ à $\vec{v}$ et dans le même plan que $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

$$\vec{v} \cdot (\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}}) = -\frac{22}{7} + \frac{52}{7} - \frac{30}{7}$$

Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$

et dans le plan défini par $\vec{v}$ et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



D'où

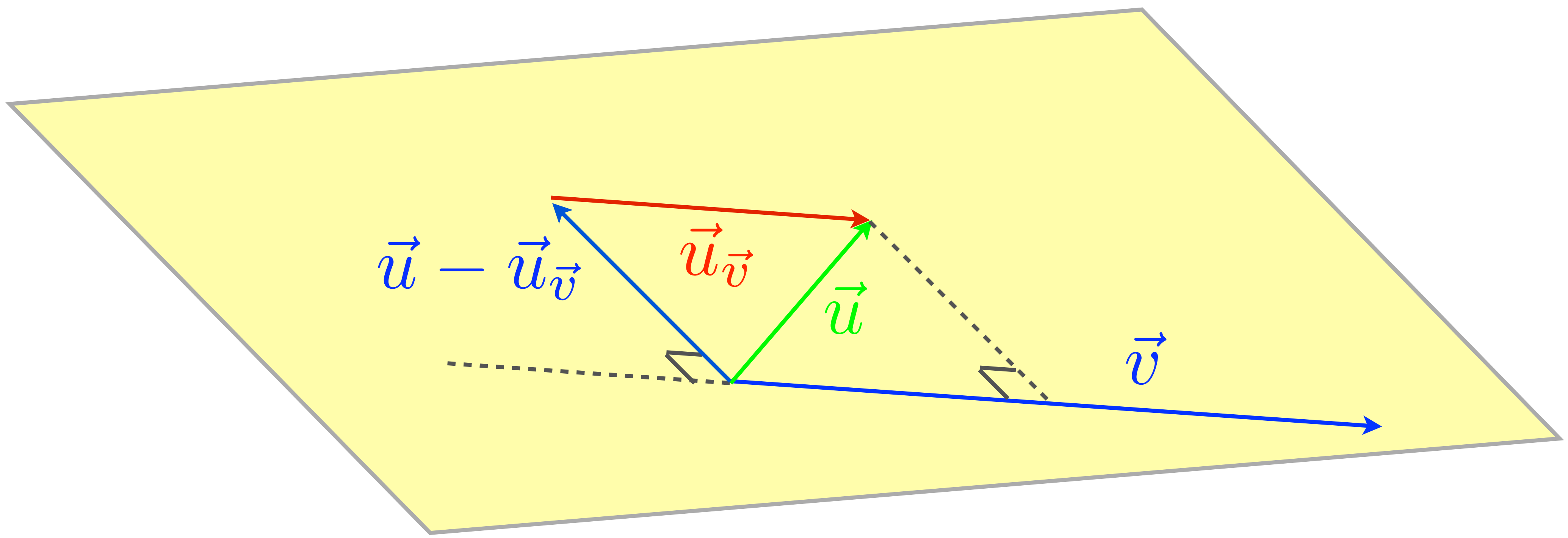
$$\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}} = (-3, 4, -1) - \frac{2}{14}(1, 2, 3) = \left(-\frac{22}{7}, \frac{26}{7}, -\frac{10}{7}\right)$$

est $\perp$ à $\vec{v}$ et dans le même plan que $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

$$\vec{v} \cdot (\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}}) = -\frac{22}{7} + \frac{52}{7} - \frac{30}{7}$$

Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$

et dans le plan défini par $\vec{v}$ et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



D'où

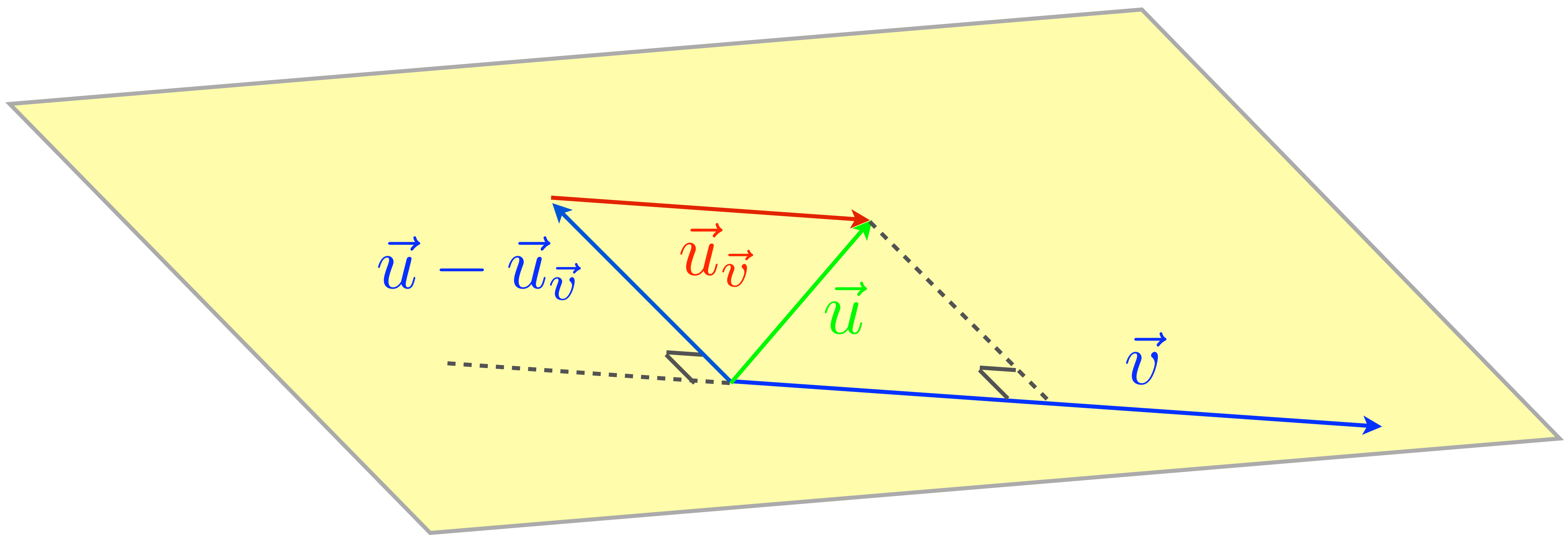
$$\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}} = (-3, 4, -1) - \frac{2}{14}(1, 2, 3) \;=\; \left(-\frac{22}{7}, \frac{26}{7}, -\frac{10}{7}\right)$$

est $\perp$ à $\vec{v}$ et dans le même plan que $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

$$\vec{v} \cdot (\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}}) = -\frac{22}{7} + \frac{52}{7} - \frac{30}{7}$$

Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$

et dans le plan défini par $\vec{v}$ et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



D'où

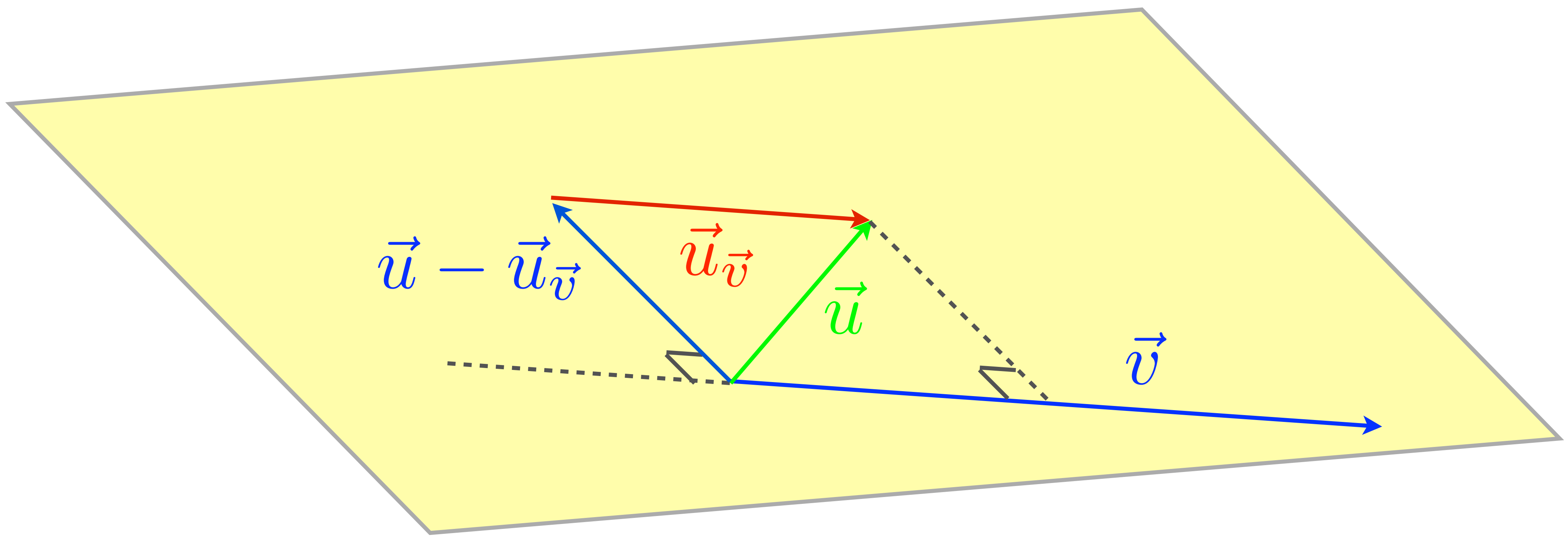
$$\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}} = (-3, 4, -1) - \frac{2}{14}(1, 2, 3) = \left(-\frac{22}{7}, \frac{26}{7}, -\frac{10}{7}\right)$$

est $\perp$ à $\vec{v}$ et dans le même plan que $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

$$\vec{v} \cdot (\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}}) = -\frac{22}{7} + \frac{52}{7} - \frac{30}{7}$$

Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$

et dans le plan défini par $\vec{v}$ et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



D'où

$$\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}} = (-3, 4, -1) - \frac{2}{14}(1, 2, 3) \ = \left(-\frac{22}{7}, \frac{26}{7}, -\frac{10}{7}\right)$$

est $\perp$ à $\vec{v}$ et dans le même plan que $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

$$\vec{v} \cdot (\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}}) = -\frac{22}{7} + \frac{52}{7} - \frac{30}{7} \ = 0$$

Faites les exercices suivants

p. 69, # 12 à 15

Devoir: p.69, # 12 à 26