

2.2 PRODUIT SCALAIRE ET CALCUL D'ANGLES (SUITE)

D'ANGLES (SUITE)

Cours 5

Au dernier cours, nous avons vu

Au dernier cours, nous avons vu

- ✓ La longueur d'un vecteur.

Au dernier cours, nous avons vu

- ✓ La longueur d'un vecteur.
- ✓ La distance entre deux points.

Au dernier cours, nous avons vu

- ✓ La longueur d'un vecteur.
- ✓ La distance entre deux points.
- ✓ Le produit scalaire entre deux vecteurs.

Au dernier cours, nous avons vu

- ✓ La longueur d'un vecteur.
- ✓ La distance entre deux points.
- ✓ Le produit scalaire entre deux vecteurs.
- ✓ La façon de trouver l'angle entre deux vecteurs.

Aujourd'hui, nous allons voir

Aujourd'hui, nous allons voir

- ✓ Projection orthogonale

Théorème

Soit \vec{u} et \vec{v} , deux vecteurs non nuls de \mathbb{R}^n , alors

Théorème

Soit \vec{u} et \vec{v} , deux vecteurs non nuls de \mathbb{R}^n , alors

$$\vec{u} \perp \vec{v} \quad \Longleftrightarrow \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Théorème

Soit \vec{u} et \vec{v} , deux vecteurs non nuls de \mathbb{R}^n , alors

$$\vec{u} \perp \vec{v} \quad \Longleftrightarrow \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Preuve:

Théorème

Soit \vec{u} et \vec{v} , deux vecteurs non nuls de \mathbb{R}^n , alors

$$\vec{u} \perp \vec{v} \quad \Longleftrightarrow \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Preuve:

(\implies)

Théorème

Soit \vec{u} et \vec{v} , deux vecteurs non nuls de \mathbb{R}^n , alors

$$\vec{u} \perp \vec{v} \quad \Longleftrightarrow \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Preuve:

(\implies) Si $\vec{u} \perp \vec{v}$

Théorème

Soit \vec{u} et \vec{v} , deux vecteurs non nuls de \mathbb{R}^n , alors

$$\vec{u} \perp \vec{v} \quad \Longleftrightarrow \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Preuve:

(\implies) Si $\vec{u} \perp \vec{v}$ alors $\theta = \frac{\pi}{2}$

Théorème

Soit \vec{u} et \vec{v} , deux vecteurs non nuls de \mathbb{R}^n , alors

$$\vec{u} \perp \vec{v} \quad \Longleftrightarrow \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Preuve:

(\implies) Si $\vec{u} \perp \vec{v}$ alors $\theta = \frac{\pi}{2}$

et donc, $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

Théorème

Soit \vec{u} et \vec{v} , deux vecteurs non nuls de \mathbb{R}^n , alors

$$\vec{u} \perp \vec{v} \quad \Longleftrightarrow \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Preuve:

$$(\implies) \quad \text{Si } \vec{u} \perp \vec{v} \text{ alors } \theta = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{et donc, } \vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$(\impliedby)$$

Théorème

Soit \vec{u} et \vec{v} , deux vecteurs non nuls de \mathbb{R}^n , alors

$$\vec{u} \perp \vec{v} \quad \Longleftrightarrow \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Preuve:

$$(\implies) \quad \text{Si } \vec{u} \perp \vec{v} \text{ alors } \theta = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{et donc, } \vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$(\impliedby) \quad \text{Si } \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Théorème

Soit \vec{u} et \vec{v} , deux vecteurs non nuls de \mathbb{R}^n , alors

$$\vec{u} \perp \vec{v} \quad \Longleftrightarrow \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Preuve:

$$(\implies) \quad \text{Si } \vec{u} \perp \vec{v} \text{ alors } \theta = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{et donc, } \vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$(\impliedby) \quad \text{Si } \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos \theta$$

Théorème

Soit \vec{u} et \vec{v} , deux vecteurs non nuls de \mathbb{R}^n , alors

$$\vec{u} \perp \vec{v} \quad \Longleftrightarrow \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Preuve:

$$(\implies) \quad \text{Si } \vec{u} \perp \vec{v} \text{ alors } \theta = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{et donc, } \vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$(\impliedby) \quad \text{Si } \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos \theta, \text{ mais}$$

Théorème

Soit \vec{u} et \vec{v} , deux vecteurs non nuls de \mathbb{R}^n , alors

$$\vec{u} \perp \vec{v} \iff \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Preuve:

(\implies) Si $\vec{u} \perp \vec{v}$ alors $\theta = \frac{\pi}{2}$

et donc, $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

(\impliedby) Si $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos \theta$, mais

Théorème

Soit \vec{u} et \vec{v} , deux vecteurs non nuls de \mathbb{R}^n , alors

$$\vec{u} \perp \vec{v} \iff \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Preuve:

$$(\implies) \quad \text{Si } \vec{u} \perp \vec{v} \text{ alors } \theta = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{et donc, } \vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$(\impliedby) \quad \text{Si } \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos \theta, \text{ mais}$$

$$\text{donc } \|\vec{u}\| \neq 0 \text{ et } \|\vec{v}\| \neq 0$$

Théorème

Soit \vec{u} et \vec{v} , deux vecteurs non nuls de \mathbb{R}^n , alors

$$\vec{u} \perp \vec{v} \iff \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Preuve:

$$(\implies) \quad \text{Si } \vec{u} \perp \vec{v} \text{ alors } \theta = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{et donc, } \vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$(\impliedby) \quad \text{Si } \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

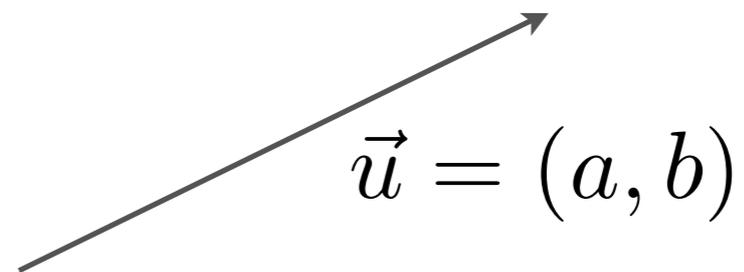
$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos \theta, \text{ mais}$$

$$\text{donc } \|\vec{u}\| \neq 0 \text{ et } \|\vec{v}\| \neq 0$$

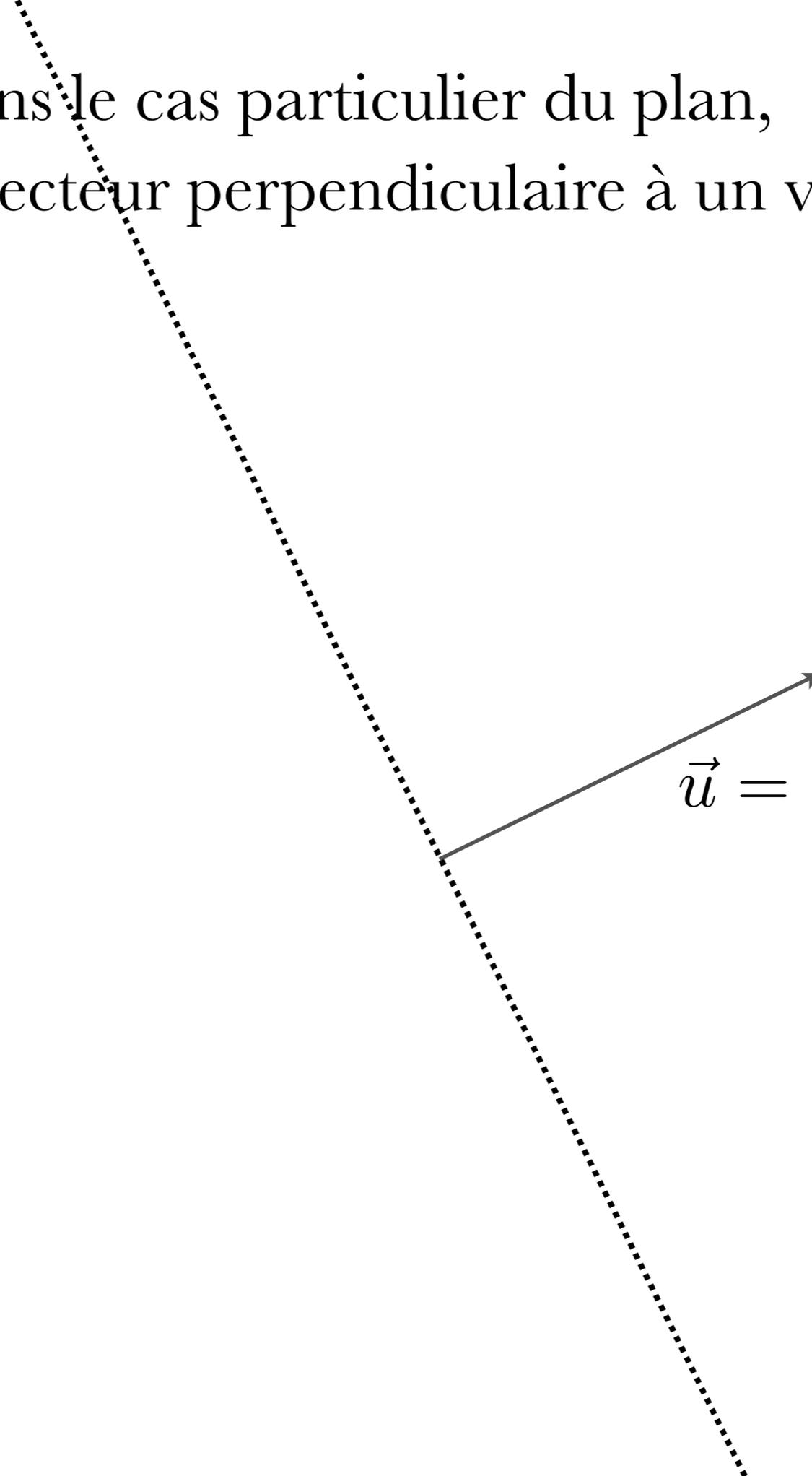
$$\text{d'où } \cos \theta = 0 \quad \theta = \frac{\pi}{2} \quad \theta = \frac{3\pi}{2}$$

Dans le cas particulier du plan,

Dans le cas particulier du plan,
si on cherche un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné,



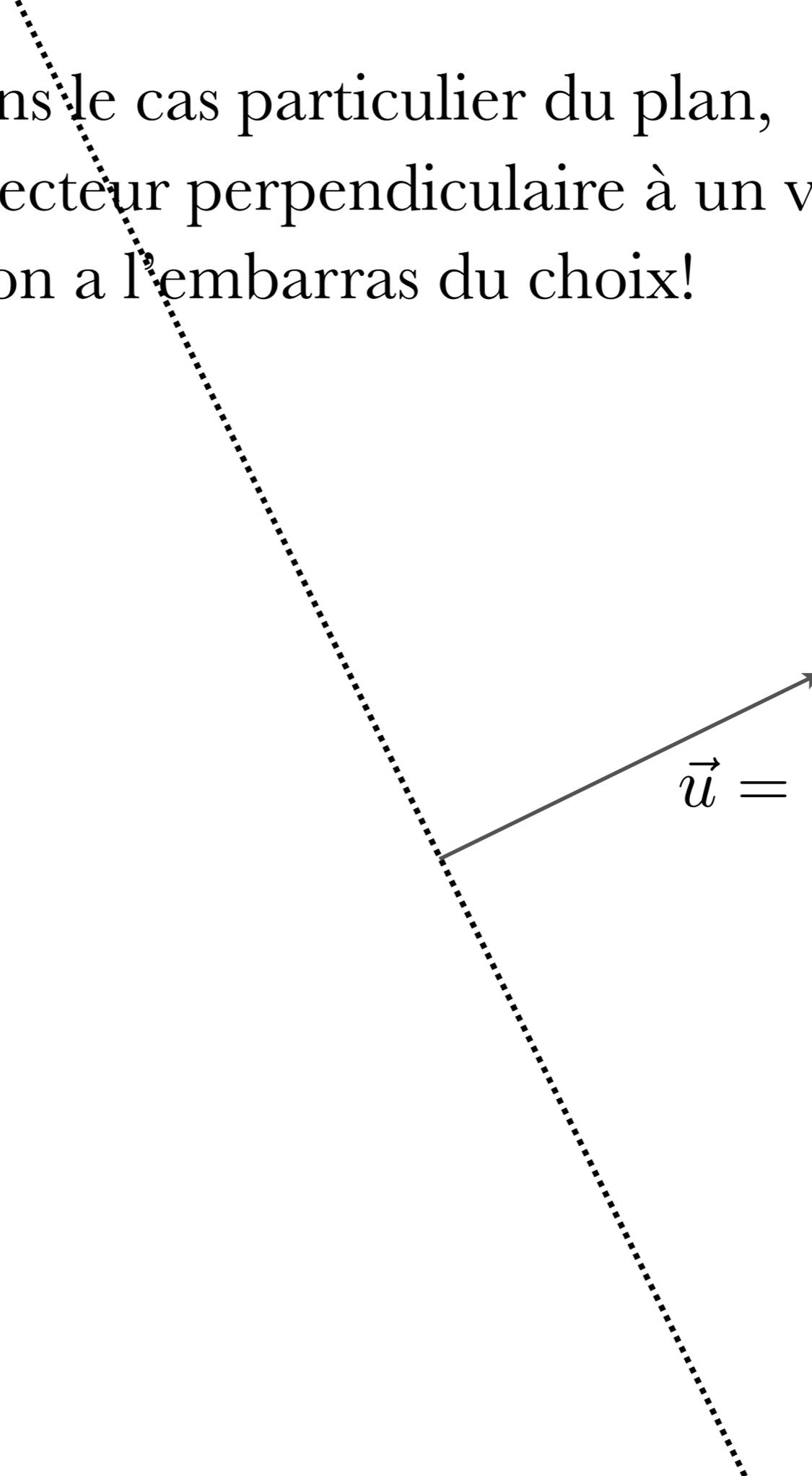
Dans le cas particulier du plan,
si on cherche un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné,



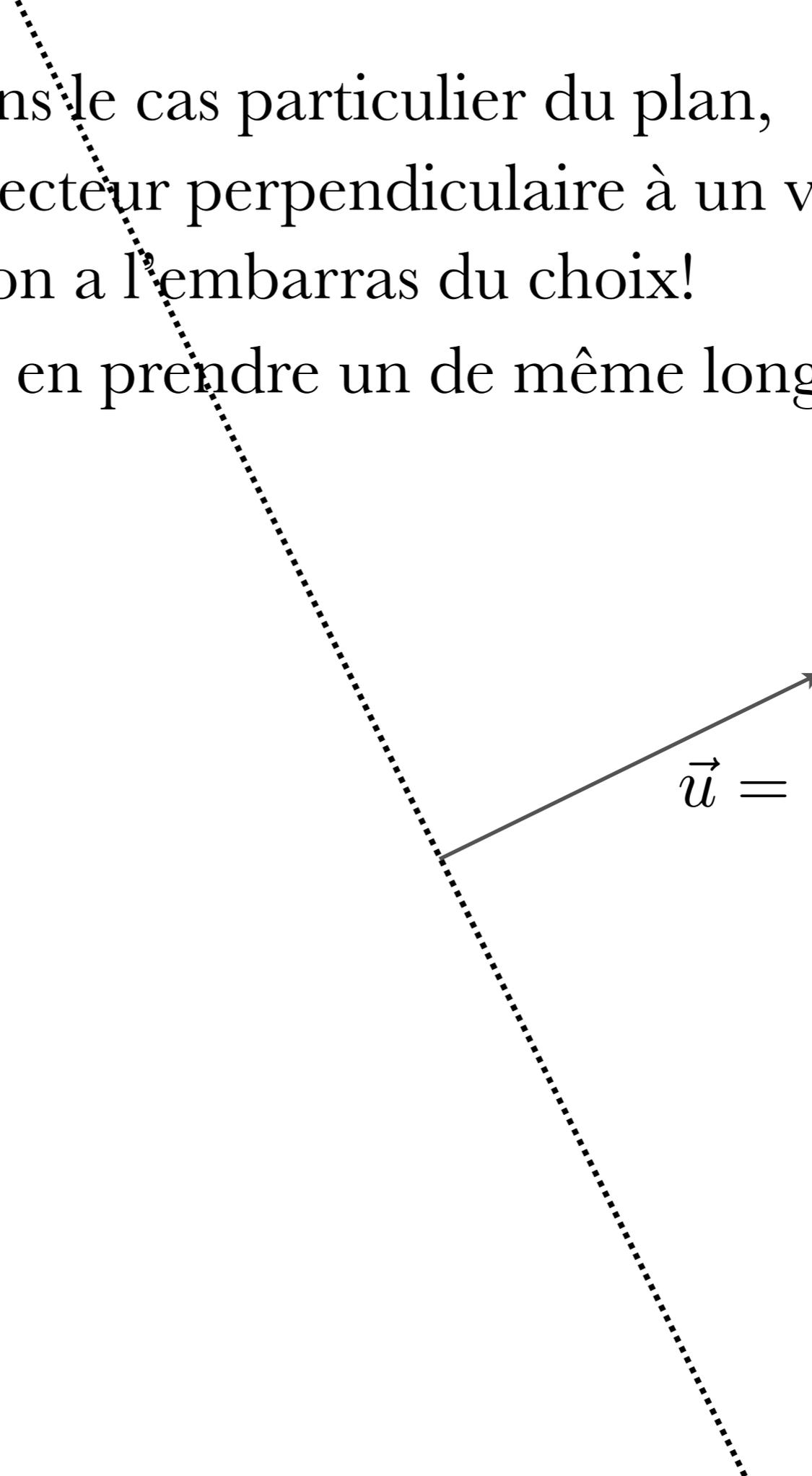
The diagram illustrates a vector \vec{u} and a line perpendicular to it. The vector \vec{u} is represented by a solid arrow pointing towards the upper right. A dotted line passes through the tip of the vector, extending from the top-left to the bottom-right. The vector is labeled with the equation $\vec{u} = (a, b)$ to its right.

$$\vec{u} = (a, b)$$

Dans le cas particulier du plan,
si on cherche un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné,
on a l'embarras du choix!

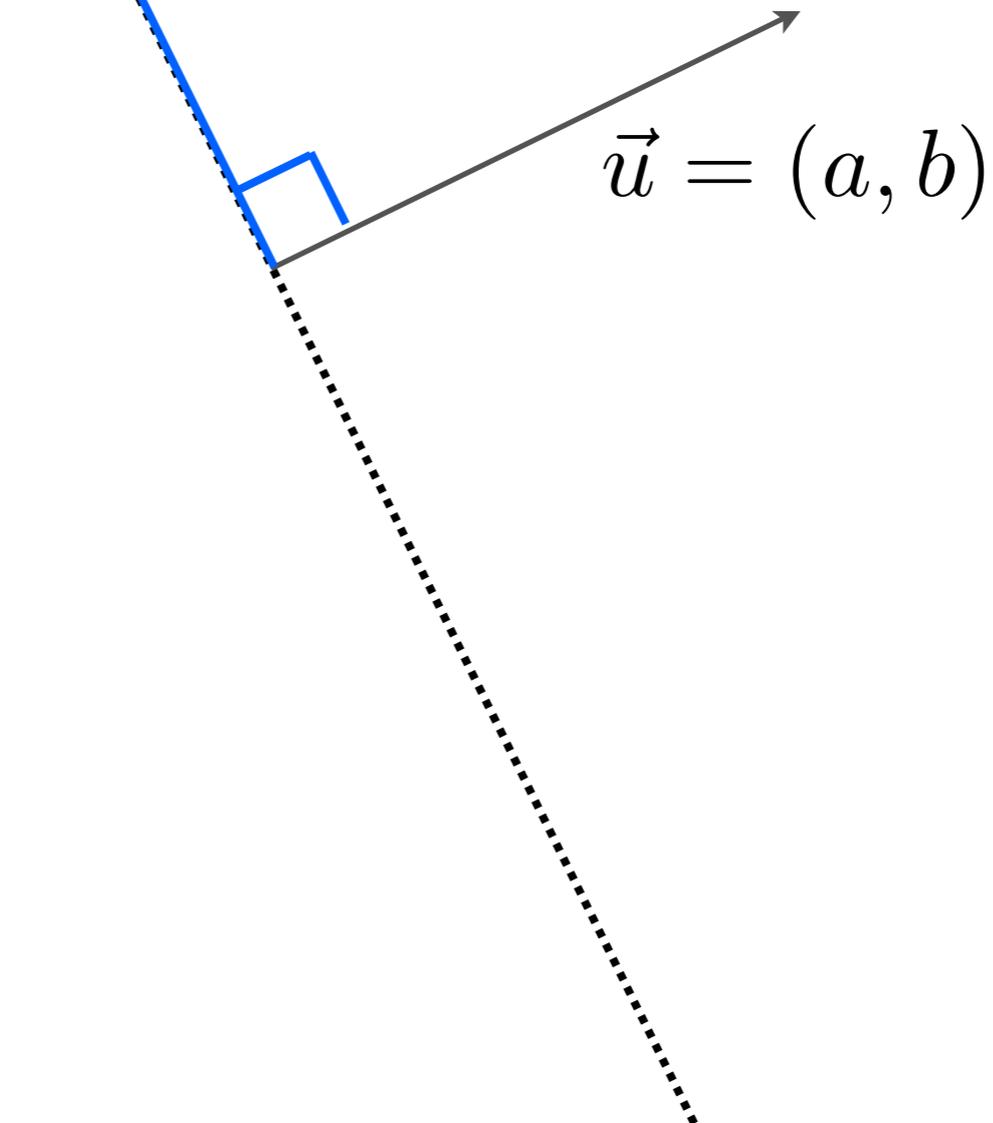
A diagram illustrating the concept of perpendicular vectors in a 2D plane. A solid vector $\vec{u} = (a, b)$ is shown pointing towards the upper right. A dotted line passes through the tip of this vector, representing the set of all vectors perpendicular to \vec{u} . The dotted line is oriented from the upper left to the lower right, perpendicular to the solid vector.
$$\vec{u} = (a, b)$$

Dans le cas particulier du plan,
si on cherche un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné,
on a l'embarras du choix!
Aussi bien en prendre un de même longueur.

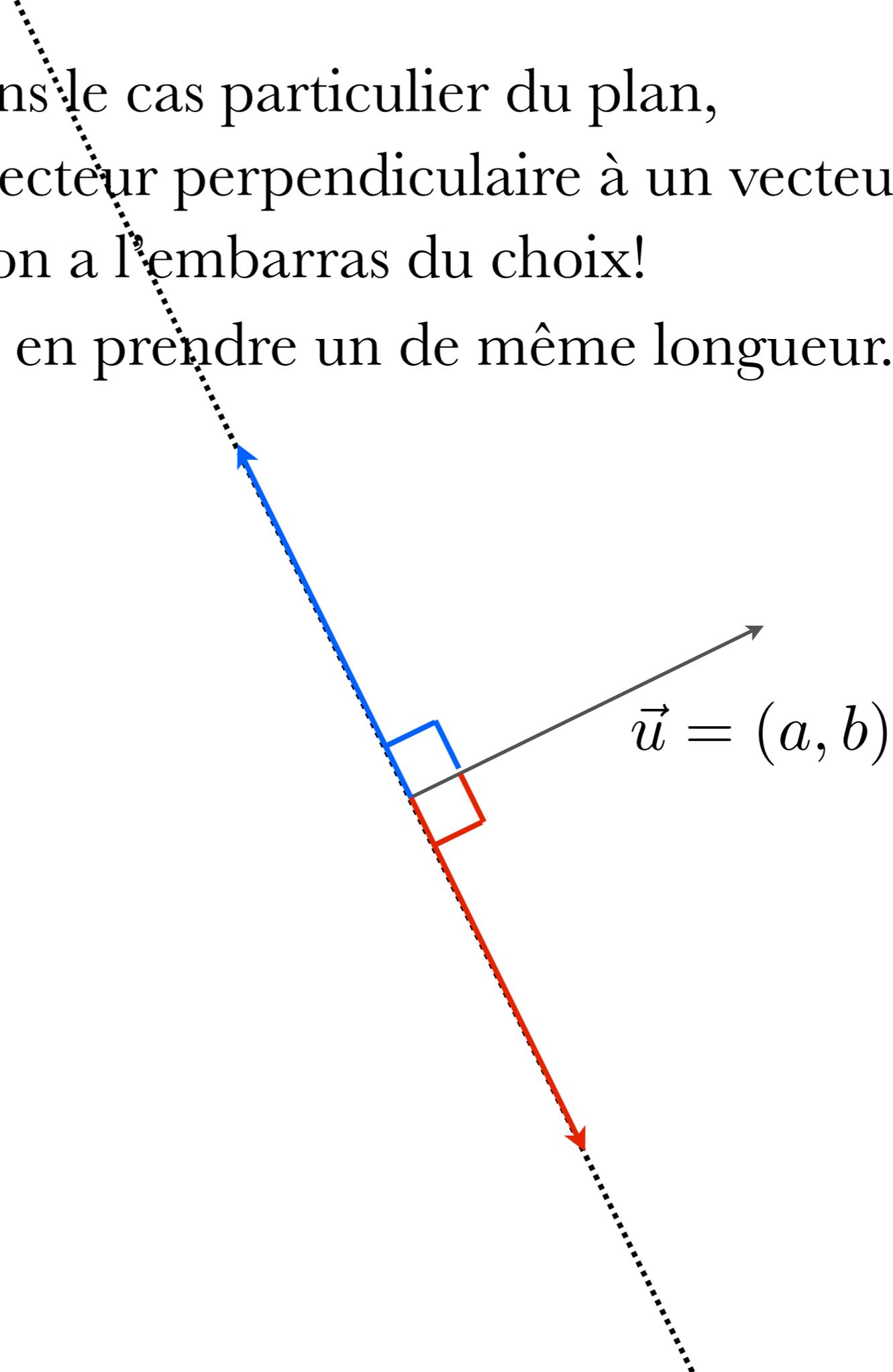


$\vec{u} = (a, b)$

Dans le cas particulier du plan,
si on cherche un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné,
on a l'embarras du choix!
Aussi bien en prendre un de même longueur.



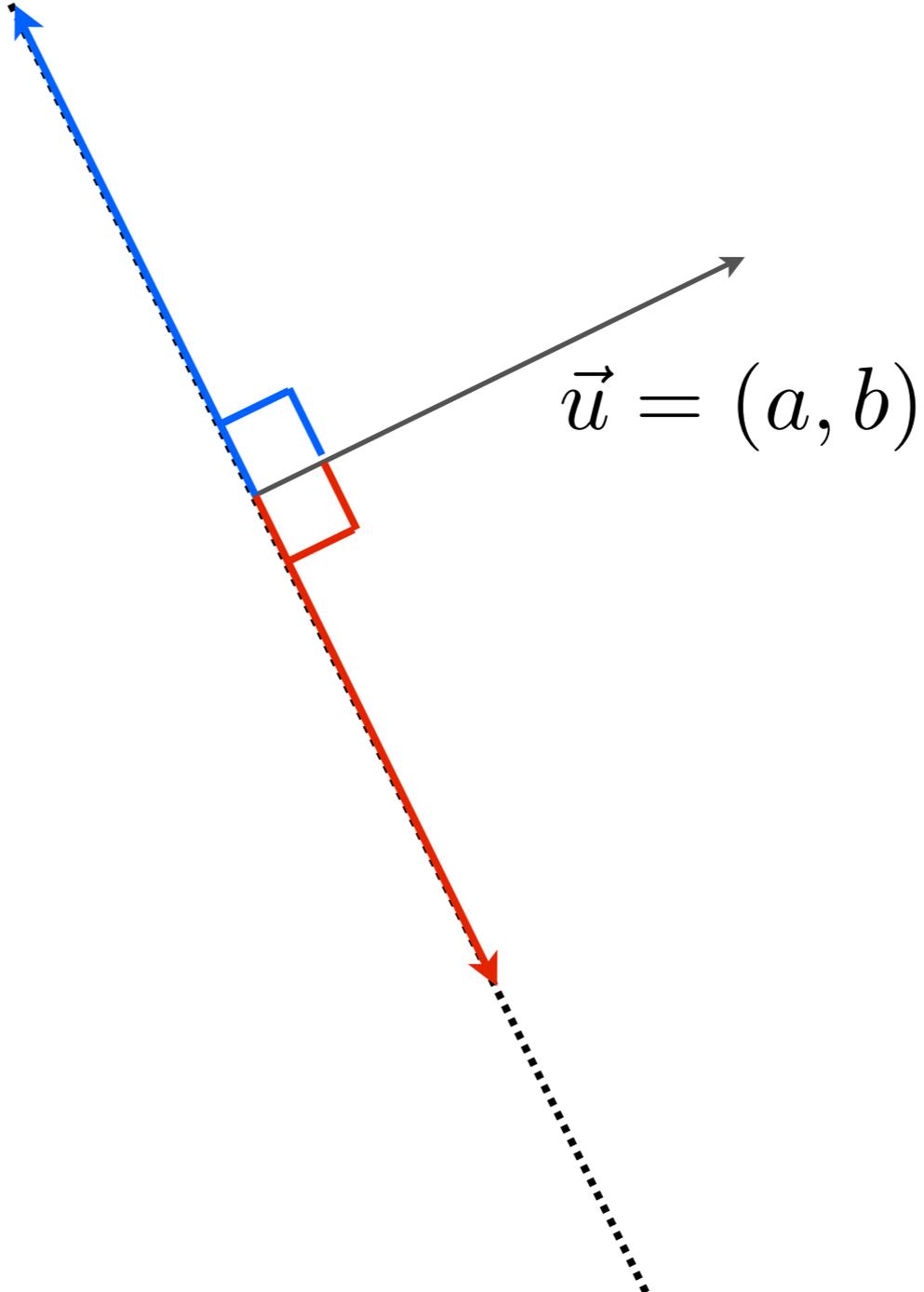
Dans le cas particulier du plan,
si on cherche un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné,
on a l'embarras du choix!
Aussi bien en prendre un de même longueur.



Dans le cas particulier du plan,
si on cherche un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné,
on a l'embarras du choix!

Aussi bien en prendre un de même longueur.

Mais si on prend $\vec{v} = (-b, a)$

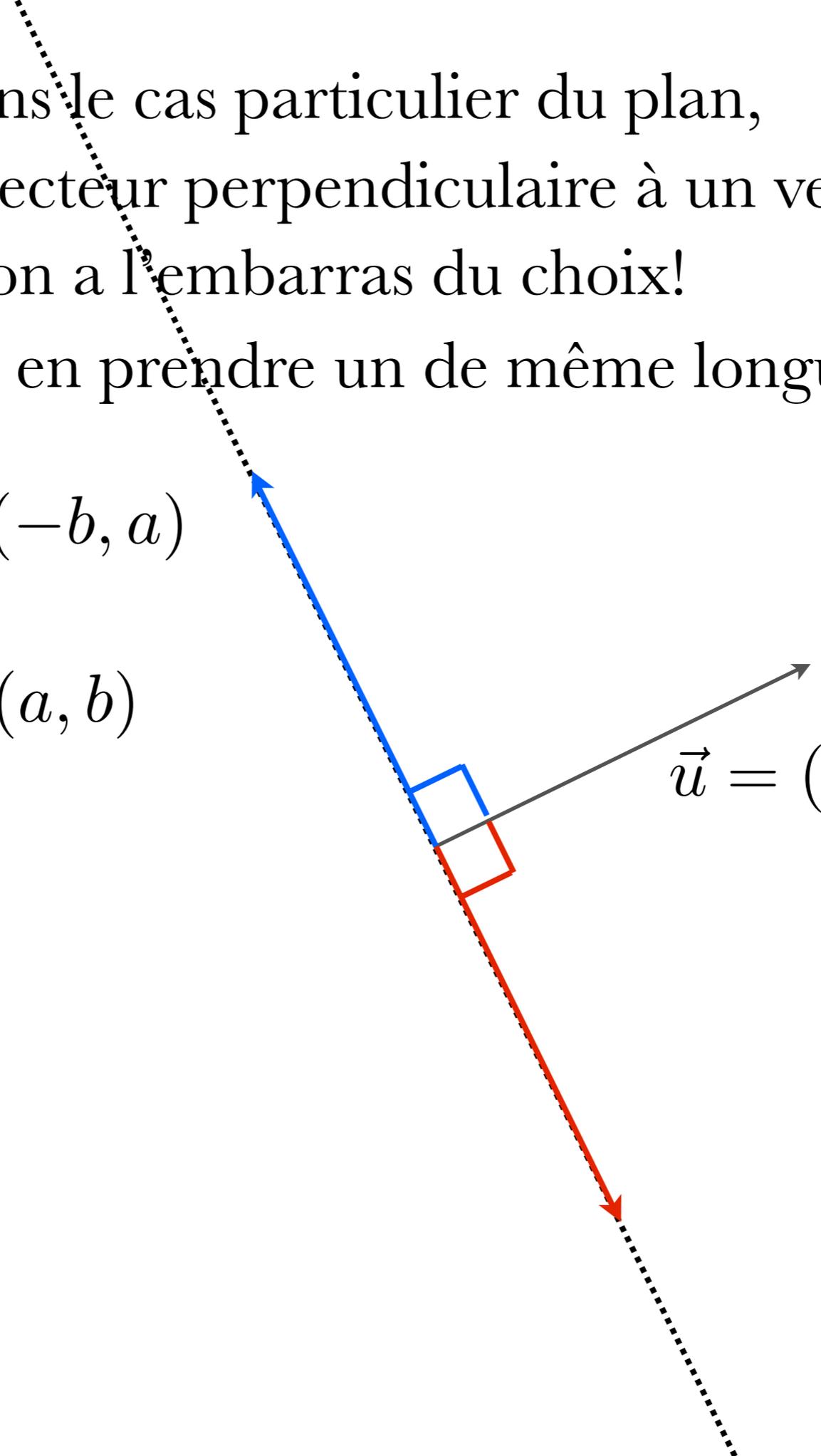


Dans le cas particulier du plan,
si on cherche un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné,
on a l'embarras du choix!

Aussi bien en prendre un de même longueur.

Mais si on prend $\vec{v} = (-b, a)$

$$\vec{v} \cdot \vec{u} = (-b, a) \cdot (a, b)$$

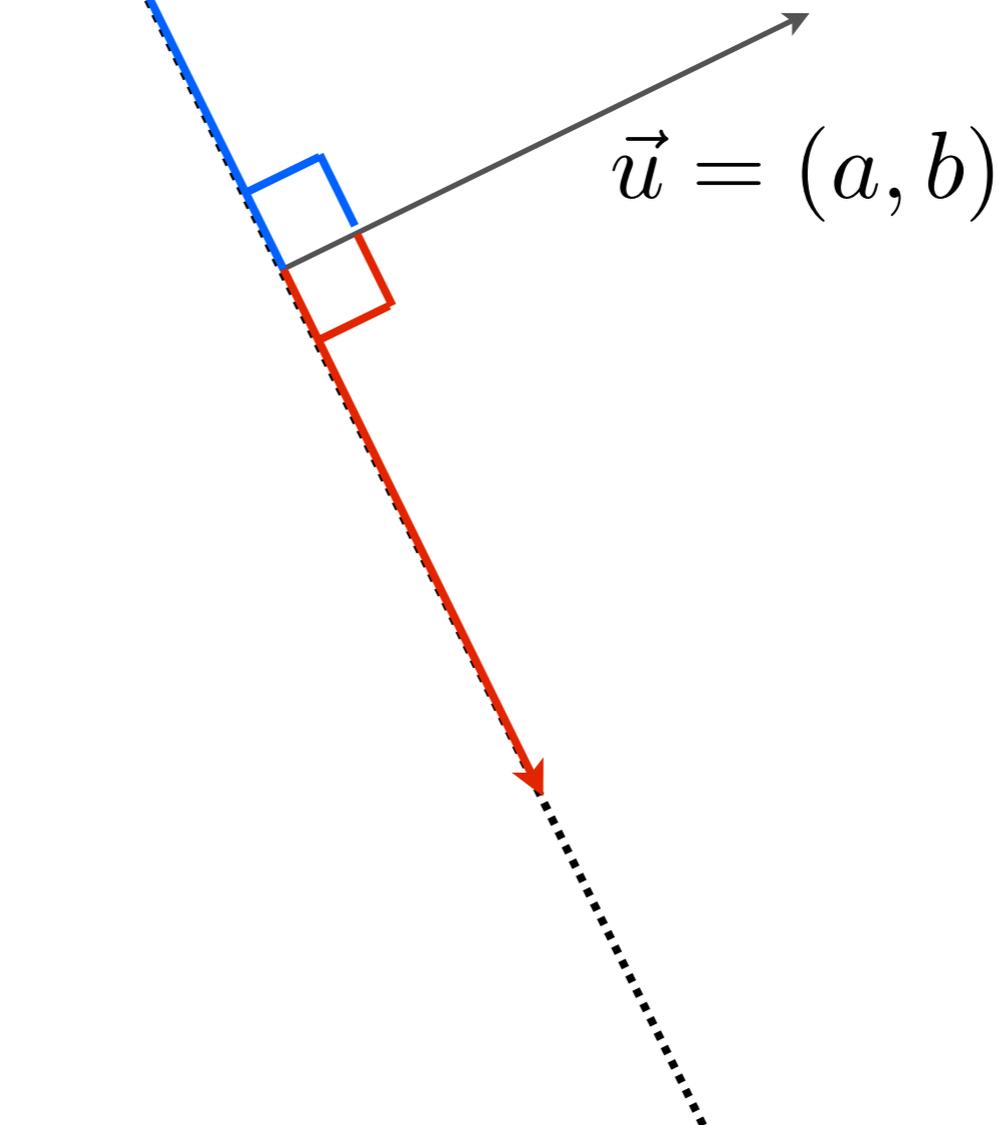

$$\vec{u} = (a, b)$$

Dans le cas particulier du plan,
si on cherche un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné,
on a l'embarras du choix!

Aussi bien en prendre un de même longueur.

Mais si on prend $\vec{v} = (-b, a)$

$$\begin{aligned}\vec{v} \cdot \vec{u} &= (-b, a) \cdot (a, b) \\ &= (-b)a + ab = 0\end{aligned}$$



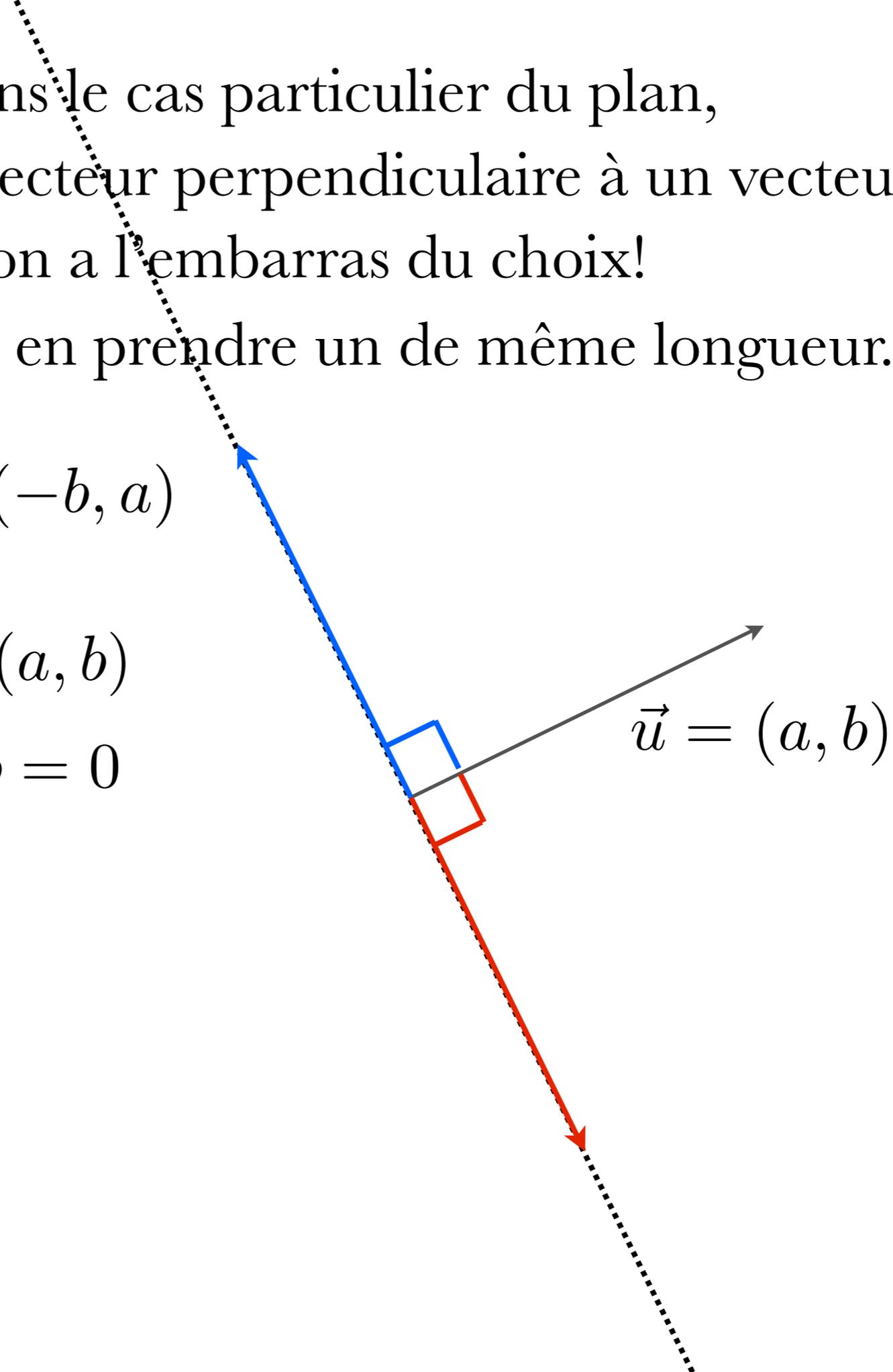
Dans le cas particulier du plan,
si on cherche un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné,
on a l'embarras du choix!

Aussi bien en prendre un de même longueur.

Mais si on prend $\vec{v} = (-b, a)$

$$\begin{aligned}\vec{v} \cdot \vec{u} &= (-b, a) \cdot (a, b) \\ &= (-b)a + ab = 0\end{aligned}$$

donc, $\vec{u} \perp \vec{v}$



Dans le cas particulier du plan,
si on cherche un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné,
on a l'embarras du choix!

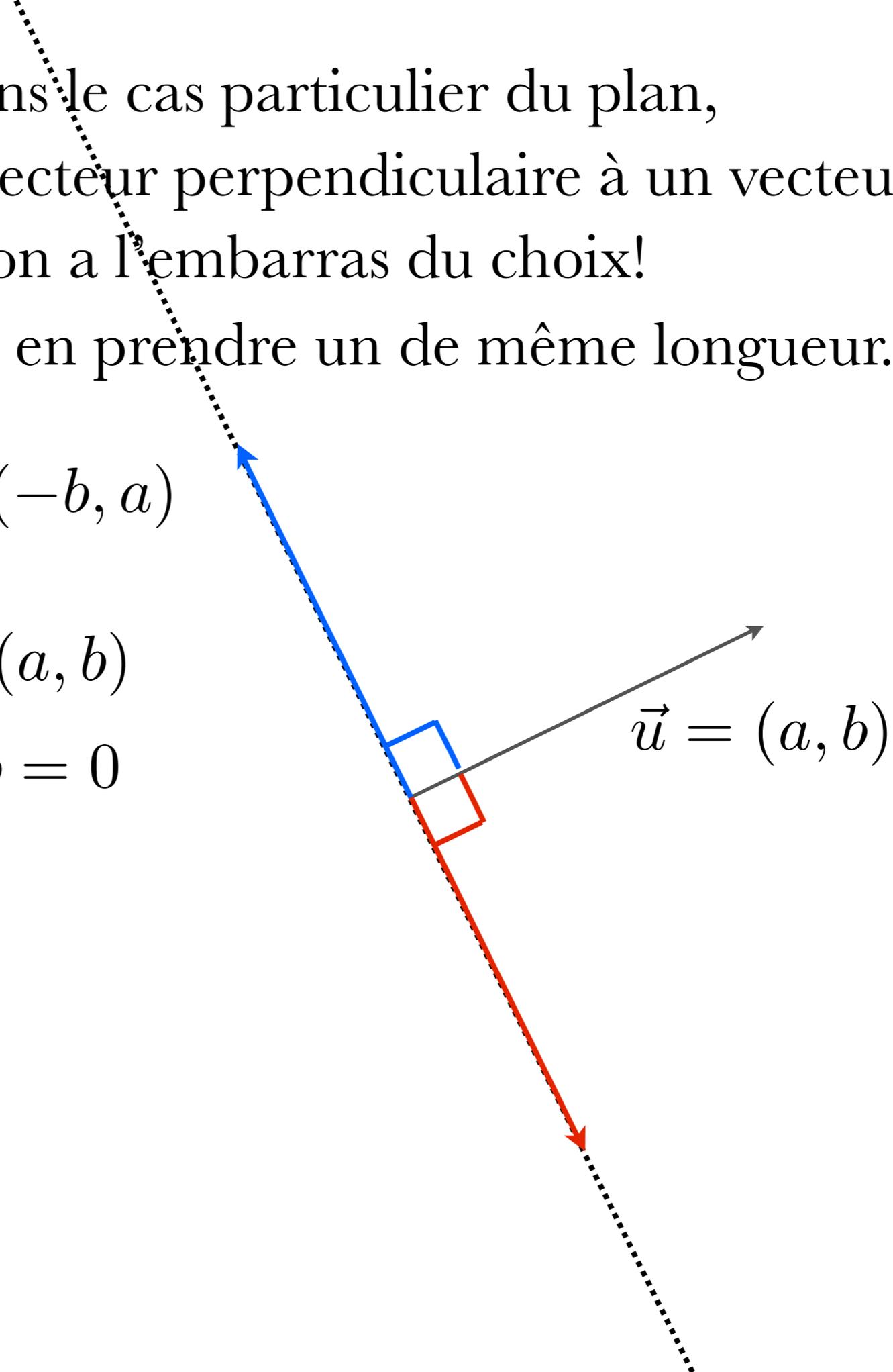
Aussi bien en prendre un de même longueur.

Mais si on prend $\vec{v} = (-b, a)$

$$\begin{aligned}\vec{v} \cdot \vec{u} &= (-b, a) \cdot (a, b) \\ &= (-b)a + ab = 0\end{aligned}$$

donc, $\vec{u} \perp \vec{v}$

et



Dans le cas particulier du plan,
si on cherche un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné,
on a l'embarras du choix!

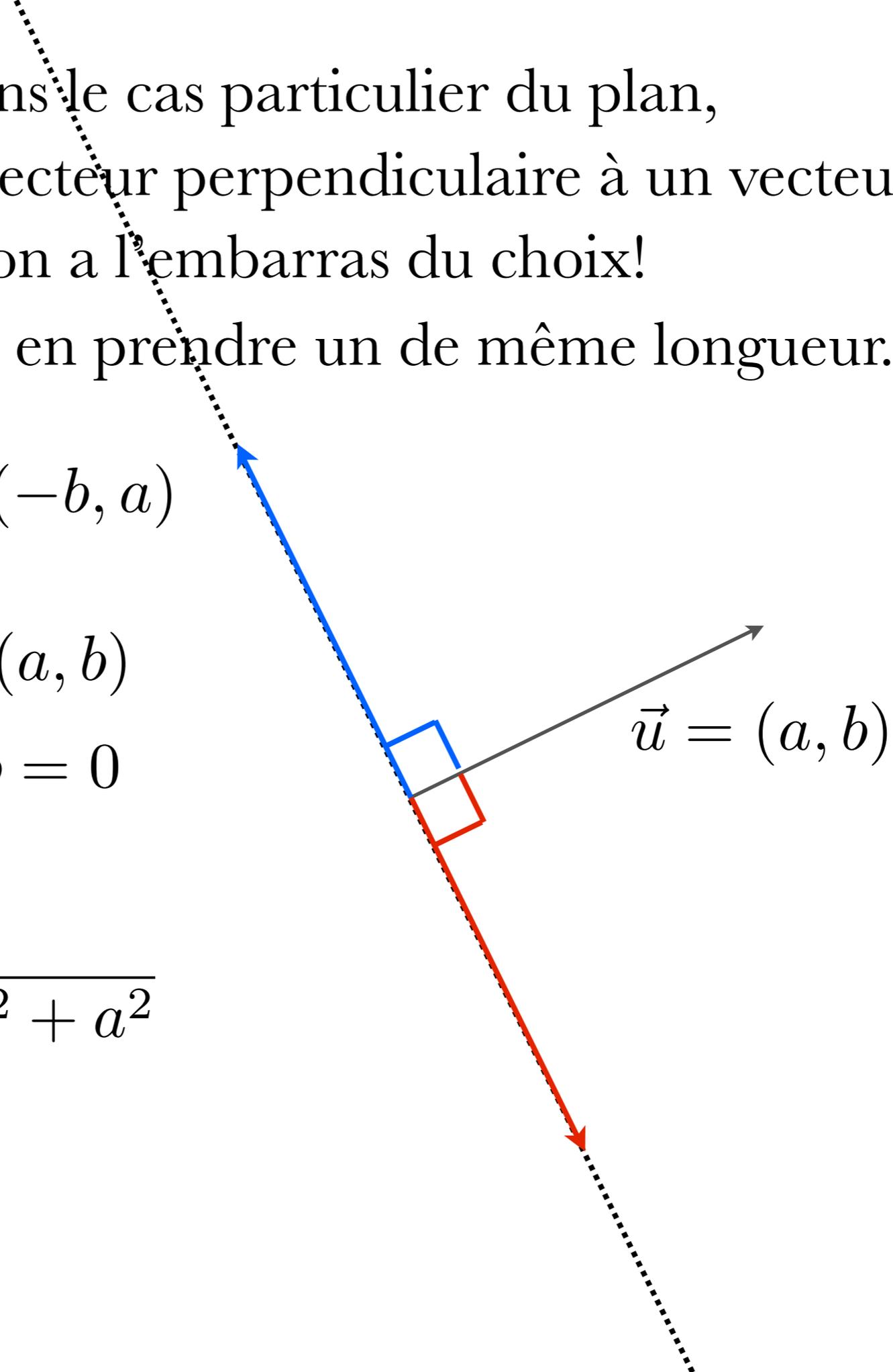
Aussi bien en prendre un de même longueur.

Mais si on prend $\vec{v} = (-b, a)$

$$\begin{aligned}\vec{v} \cdot \vec{u} &= (-b, a) \cdot (a, b) \\ &= (-b)a + ab = 0\end{aligned}$$

donc, $\vec{u} \perp \vec{v}$

et $\|\vec{v}\| = \sqrt{(-b)^2 + a^2}$



Dans le cas particulier du plan,
si on cherche un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné,
on a l'embarras du choix!

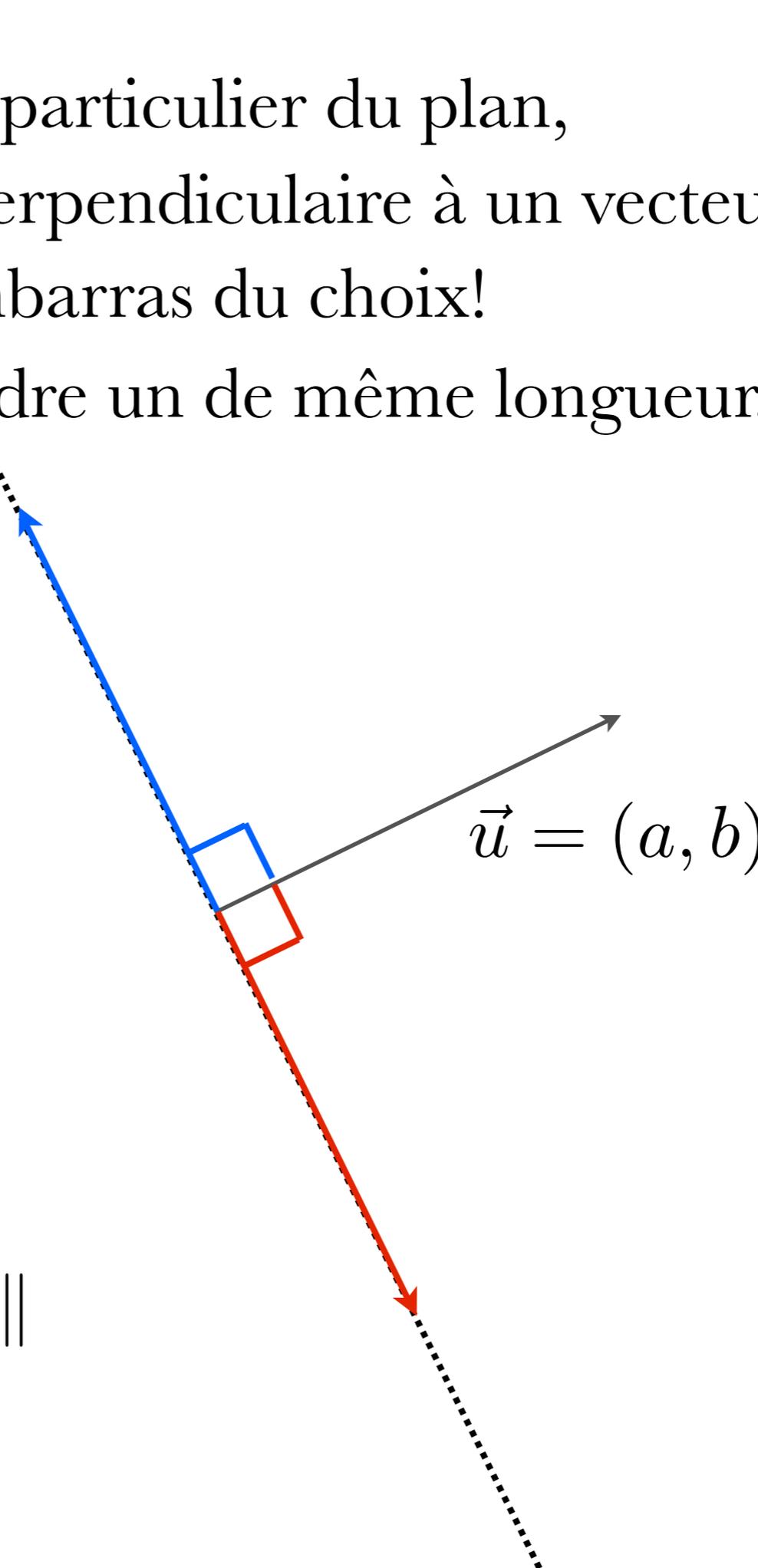
Aussi bien en prendre un de même longueur.

Mais si on prend $\vec{v} = (-b, a)$

$$\begin{aligned}\vec{v} \cdot \vec{u} &= (-b, a) \cdot (a, b) \\ &= (-b)a + ab = 0\end{aligned}$$

donc, $\vec{u} \perp \vec{v}$

$$\begin{aligned}\text{et } \|\vec{v}\| &= \sqrt{(-b)^2 + a^2} \\ &= \sqrt{a^2 + b^2} = \|\vec{u}\|\end{aligned}$$



Dans le cas particulier du plan,
si on cherche un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné,
on a l'embarras du choix!

Aussi bien en prendre un de même longueur.

Mais si on prend $\vec{v} = (-b, a)$

$$\begin{aligned}\vec{v} \cdot \vec{u} &= (-b, a) \cdot (a, b) \\ &= (-b)a + ab = 0\end{aligned}$$

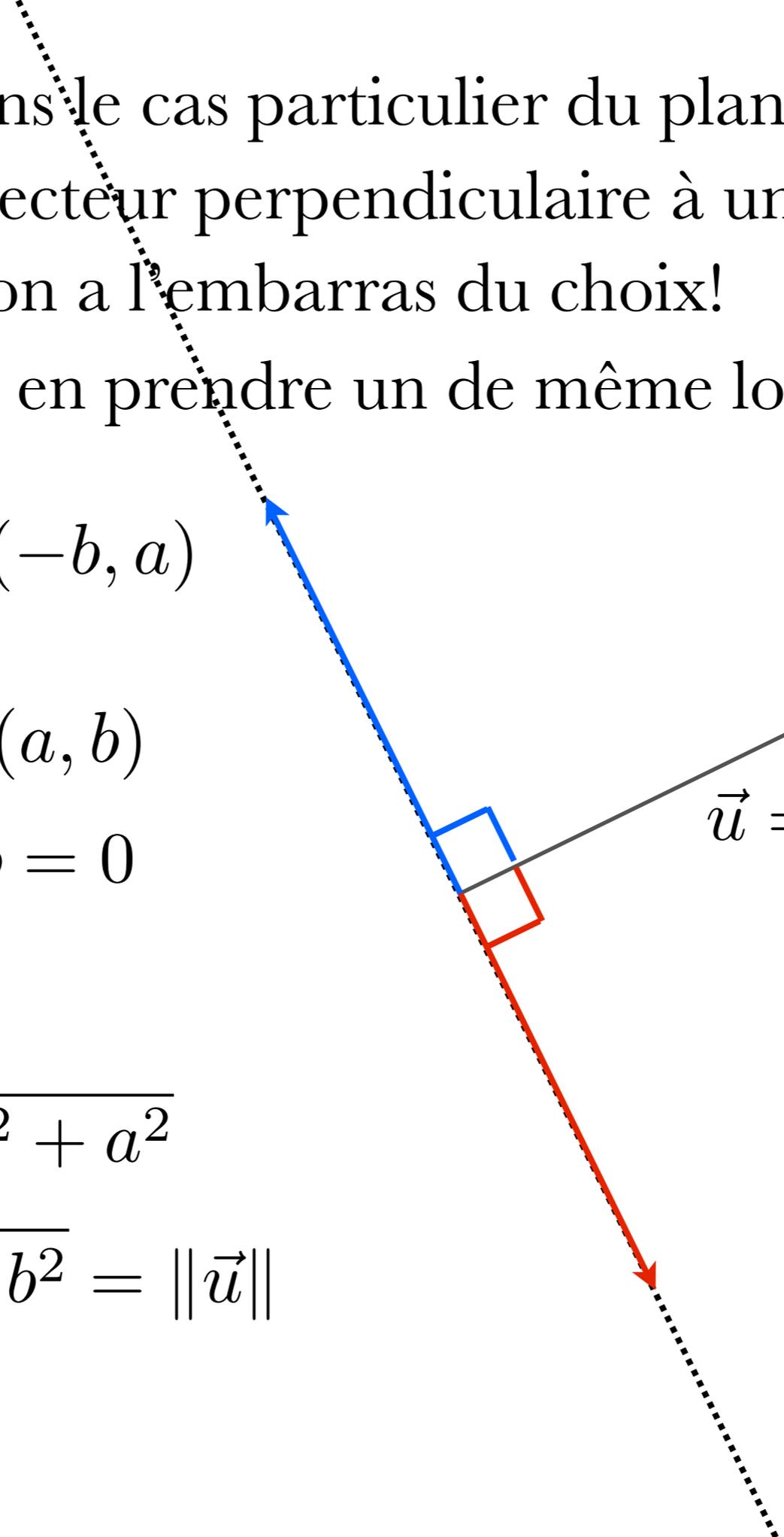
donc, $\vec{u} \perp \vec{v}$

$$\begin{aligned}\text{et } \|\vec{v}\| &= \sqrt{(-b)^2 + a^2} \\ &= \sqrt{a^2 + b^2} = \|\vec{u}\|\end{aligned}$$

$$\vec{u} = (a, b)$$

de même pour

$$\vec{w} = (b, -a)$$



Dans le cas particulier du plan,
si on cherche un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné,
on a l'embarras du choix!

Aussi bien en prendre un de même longueur.

Mais si on prend $\vec{v} = (-b, a)$

$$\begin{aligned}\vec{v} \cdot \vec{u} &= (-b, a) \cdot (a, b) \\ &= (-b)a + ab = 0\end{aligned}$$

donc, $\vec{u} \perp \vec{v}$

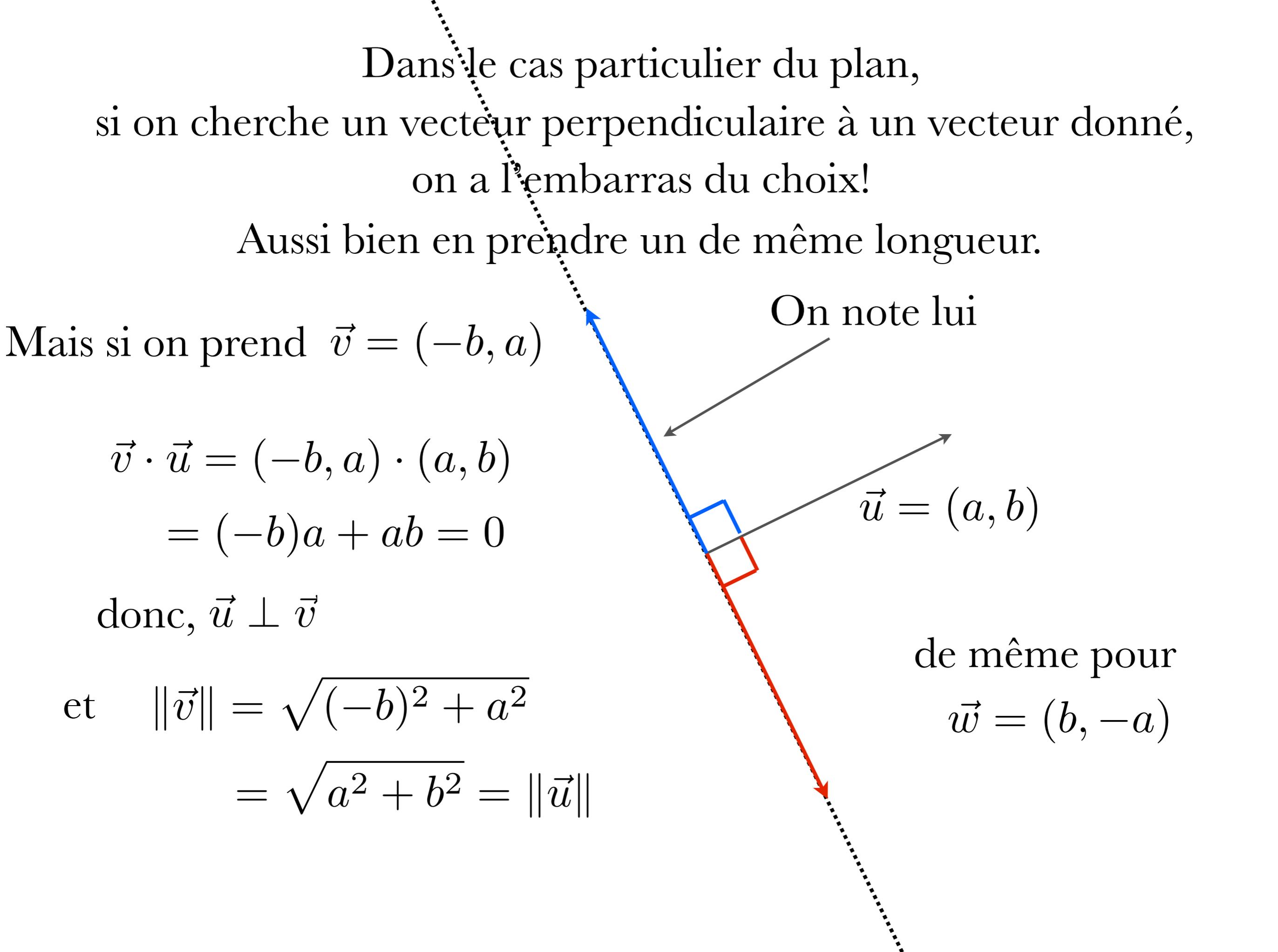
$$\begin{aligned}\text{et } \|\vec{v}\| &= \sqrt{(-b)^2 + a^2} \\ &= \sqrt{a^2 + b^2} = \|\vec{u}\|\end{aligned}$$

On note lui

$$\vec{u} = (a, b)$$

de même pour

$$\vec{w} = (b, -a)$$



Dans le cas particulier du plan,
si on cherche un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné,
on a l'embarras du choix!

Aussi bien en prendre un de même longueur.

Mais si on prend $\vec{v} = (-b, a)$

$$\begin{aligned}\vec{v} \cdot \vec{u} &= (-b, a) \cdot (a, b) \\ &= (-b)a + ab = 0\end{aligned}$$

donc, $\vec{u} \perp \vec{v}$

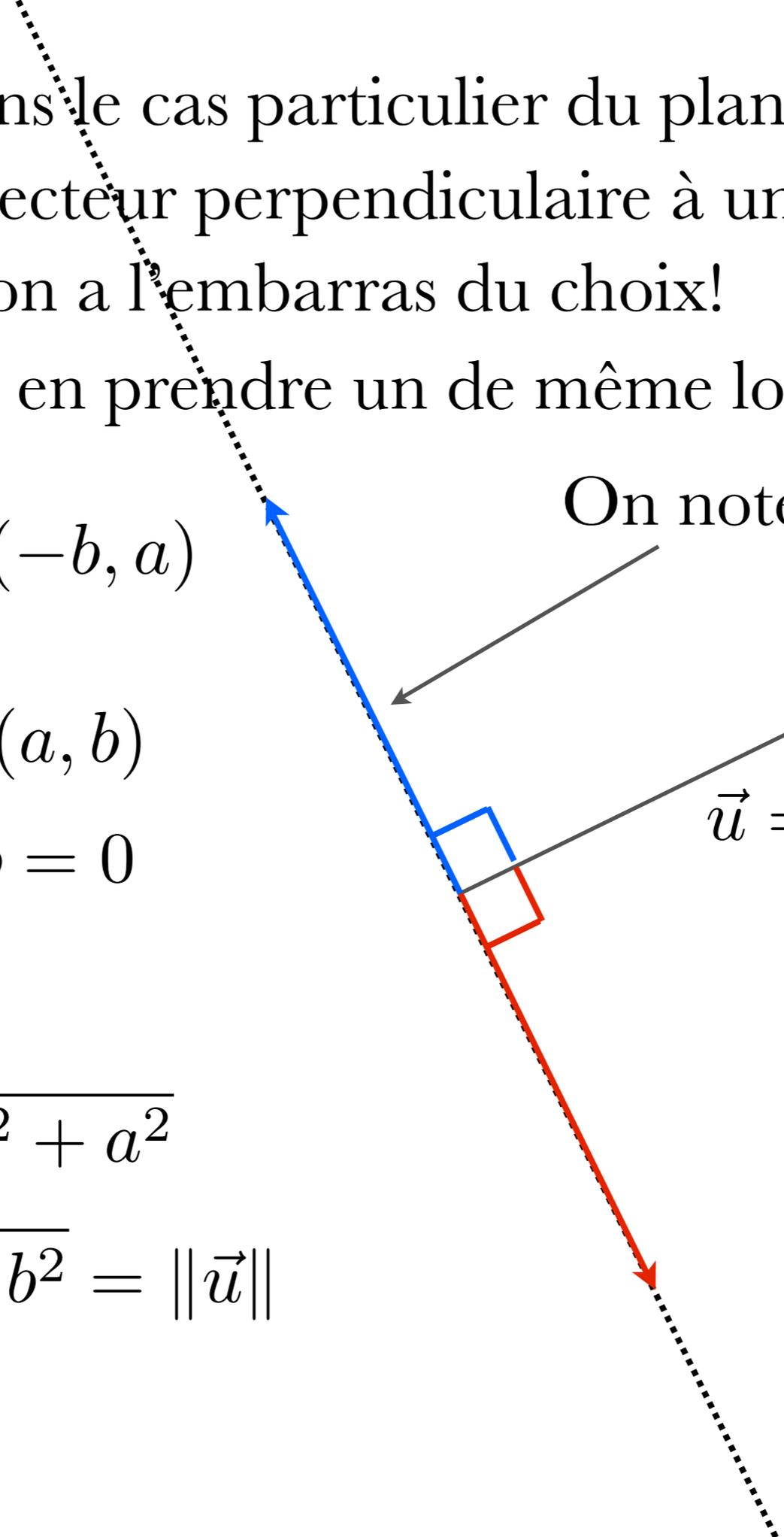
$$\begin{aligned}\text{et } \|\vec{v}\| &= \sqrt{(-b)^2 + a^2} \\ &= \sqrt{a^2 + b^2} = \|\vec{u}\|\end{aligned}$$

On note lui $\vec{u}_\perp = (-b, a)$

$\vec{u} = (a, b)$

de même pour

$\vec{w} = (b, -a)$



Propriétés du produit scalaire

Propriétés du produit scalaire

1. $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$

Propriétés du produit scalaire

1. $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \cdots + a_n b_n$$

Propriétés du produit scalaire

1. $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \cdots + a_n b_n$$

$$= b_1 a_1 + b_2 a_2 + \cdots + b_n a_n$$

Propriétés du produit scalaire

1. $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \cdots + a_n b_n$$

$$= b_1 a_1 + b_2 a_2 + \cdots + b_n a_n = \vec{v} \cdot \vec{u}$$

Propriétés du produit scalaire

1. $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \cdots + a_n b_n$$

$$= b_1 a_1 + b_2 a_2 + \cdots + b_n a_n = \vec{v} \cdot \vec{u}$$

2. $(k\vec{v}) \cdot \vec{u} = \vec{v} \cdot (k\vec{u}) = k(\vec{v} \cdot \vec{u})$

Propriétés du produit scalaire

1. $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \cdots + a_n b_n$$

$$= b_1 a_1 + b_2 a_2 + \cdots + b_n a_n = \vec{v} \cdot \vec{u}$$

2. $(k\vec{v}) \cdot \vec{u} = \vec{v} \cdot (k\vec{u}) = k(\vec{v} \cdot \vec{u})$

$$(k\vec{u}) \cdot \vec{v} = (ka_1)b_1 + (ka_2)b_2 + \cdots + (ka_n)b_n$$

Propriétés du produit scalaire

1. $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \cdots + a_n b_n$$

$$= b_1 a_1 + b_2 a_2 + \cdots + b_n a_n = \vec{v} \cdot \vec{u}$$

2. $(k\vec{v}) \cdot \vec{u} = \vec{v} \cdot (k\vec{u}) = k(\vec{v} \cdot \vec{u})$

$$(k\vec{u}) \cdot \vec{v} = (ka_1)b_1 + (ka_2)b_2 + \cdots + (ka_n)b_n$$

$$= a_1(kb_1) + a_2(kb_2) + \cdots + a_n(kb_n)$$

Propriétés du produit scalaire

1. $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \cdots + a_n b_n$$

$$= b_1 a_1 + b_2 a_2 + \cdots + b_n a_n = \vec{v} \cdot \vec{u}$$

2. $(k\vec{v}) \cdot \vec{u} = \vec{v} \cdot (k\vec{u}) = k(\vec{v} \cdot \vec{u})$

$$(k\vec{u}) \cdot \vec{v} = (ka_1)b_1 + (ka_2)b_2 + \cdots + (ka_n)b_n$$

$$= a_1(kb_1) + a_2(kb_2) + \cdots + a_n(kb_n)$$

$$= k(a_1 b_1 + a_2 b_2 + \cdots + a_n b_n)$$

$$3. \quad \vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) = \vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{w}$$

$$3. \quad \vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) = \vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{w}$$

$$\vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) = a_1(b_1 + c_1) + a_2(b_2 + c_2) + \cdots + a_n(b_n + c_n)$$

$$3. \quad \vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) = \vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{w}$$

$$\begin{aligned} \vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) &= a_1(b_1 + c_1) + a_2(b_2 + c_2) + \cdots + a_n(b_n + c_n) \\ &= a_1b_1 + a_1c_1 + a_2b_2 + a_2c_2 + \cdots + a_nb_n + a_nc_n \end{aligned}$$

$$3. \quad \vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) = \vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{w}$$

$$\begin{aligned} \vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) &= a_1(b_1 + c_1) + a_2(b_2 + c_2) + \cdots + a_n(b_n + c_n) \\ &= a_1b_1 + a_1c_1 + a_2b_2 + a_2c_2 + \cdots + a_nb_n + a_nc_n \\ &= (a_1b_1 + a_2b_2 + \cdots + a_nb_n) + (a_1c_1 + a_2c_2 + \cdots + a_nc_n) \end{aligned}$$

$$3. \quad \vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) = \vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{w}$$

$$\begin{aligned} \vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) &= a_1(b_1 + c_1) + a_2(b_2 + c_2) + \cdots + a_n(b_n + c_n) \\ &= a_1b_1 + a_1c_1 + a_2b_2 + a_2c_2 + \cdots + a_nb_n + a_nc_n \\ &= (a_1b_1 + a_2b_2 + \cdots + a_nb_n) + (a_1c_1 + a_2c_2 + \cdots + a_nc_n) \\ &= \vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{w} \end{aligned}$$

$$3. \quad \vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) = \vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{w}$$

$$\begin{aligned} \vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) &= a_1(b_1 + c_1) + a_2(b_2 + c_2) + \cdots + a_n(b_n + c_n) \\ &= a_1b_1 + a_1c_1 + a_2b_2 + a_2c_2 + \cdots + a_nb_n + a_nc_n \\ &= (a_1b_1 + a_2b_2 + \cdots + a_nb_n) + (a_1c_1 + a_2c_2 + \cdots + a_nc_n) \\ &= \vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{w} \end{aligned}$$

$$4. \quad \vec{u} \cdot \vec{u} = \|\vec{u}\|^2$$

$$3. \quad \vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) = \vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{w}$$

$$\begin{aligned} \vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) &= a_1(b_1 + c_1) + a_2(b_2 + c_2) + \cdots + a_n(b_n + c_n) \\ &= a_1b_1 + a_1c_1 + a_2b_2 + a_2c_2 + \cdots + a_nb_n + a_nc_n \\ &= (a_1b_1 + a_2b_2 + \cdots + a_nb_n) + (a_1c_1 + a_2c_2 + \cdots + a_nc_n) \\ &= \vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{w} \end{aligned}$$

$$4. \quad \vec{u} \cdot \vec{u} = \|\vec{u}\|^2$$

$$\vec{u} \cdot \vec{u} = a_1a_1 + a_2a_2 + \cdots + a_na_n$$

$$3. \quad \vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) = \vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{w}$$

$$\begin{aligned} \vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) &= a_1(b_1 + c_1) + a_2(b_2 + c_2) + \cdots + a_n(b_n + c_n) \\ &= a_1b_1 + a_1c_1 + a_2b_2 + a_2c_2 + \cdots + a_nb_n + a_nc_n \\ &= (a_1b_1 + a_2b_2 + \cdots + a_nb_n) + (a_1c_1 + a_2c_2 + \cdots + a_nc_n) \\ &= \vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{w} \end{aligned}$$

$$4. \quad \vec{u} \cdot \vec{u} = \|\vec{u}\|^2$$

$$\begin{aligned} \vec{u} \cdot \vec{u} &= a_1a_1 + a_2a_2 + \cdots + a_na_n \\ &= a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2 \end{aligned}$$

$$3. \quad \vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) = \vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{w}$$

$$\begin{aligned} \vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) &= a_1(b_1 + c_1) + a_2(b_2 + c_2) + \cdots + a_n(b_n + c_n) \\ &= a_1b_1 + a_1c_1 + a_2b_2 + a_2c_2 + \cdots + a_nb_n + a_nc_n \\ &= (a_1b_1 + a_2b_2 + \cdots + a_nb_n) + (a_1c_1 + a_2c_2 + \cdots + a_nc_n) \\ &= \vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{w} \end{aligned}$$

$$4. \quad \vec{u} \cdot \vec{u} = \|\vec{u}\|^2$$

$$\begin{aligned} \vec{u} \cdot \vec{u} &= a_1a_1 + a_2a_2 + \cdots + a_na_n \\ &= a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2 \\ &= \left(\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2} \right)^2 \end{aligned}$$

$$3. \quad \vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) = \vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{w}$$

$$\begin{aligned} \vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) &= a_1(b_1 + c_1) + a_2(b_2 + c_2) + \cdots + a_n(b_n + c_n) \\ &= a_1b_1 + a_1c_1 + a_2b_2 + a_2c_2 + \cdots + a_nb_n + a_nc_n \\ &= (a_1b_1 + a_2b_2 + \cdots + a_nb_n) + (a_1c_1 + a_2c_2 + \cdots + a_nc_n) \\ &= \vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{w} \end{aligned}$$

$$4. \quad \vec{u} \cdot \vec{u} = \|\vec{u}\|^2$$

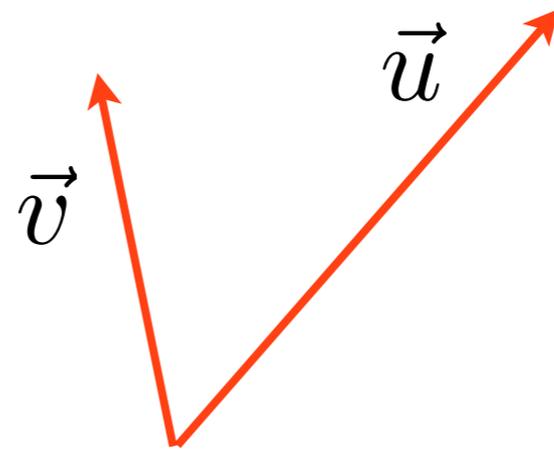
$$\begin{aligned} \vec{u} \cdot \vec{u} &= a_1a_1 + a_2a_2 + \cdots + a_na_n \\ &= a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2 \end{aligned}$$

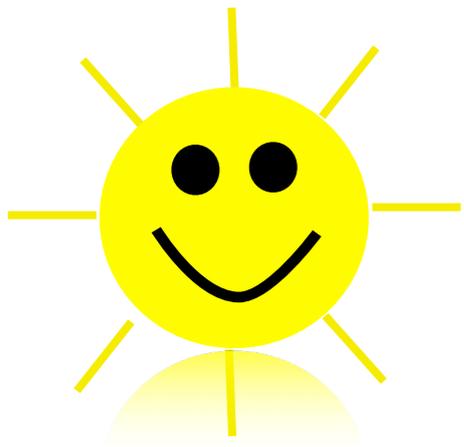
$$= \left(\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2} \right)^2 = \|\vec{u}\|^2$$

Faites les exercices suivants

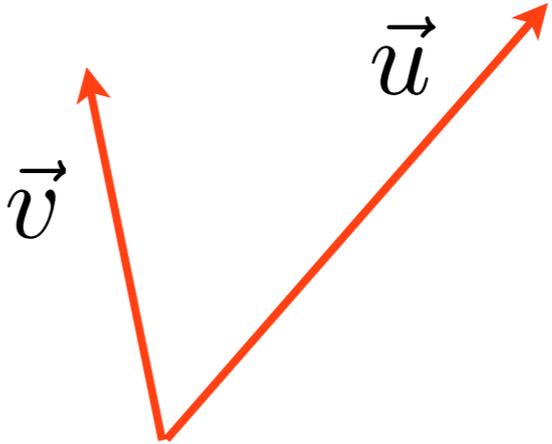
p.67, # 8 et 9

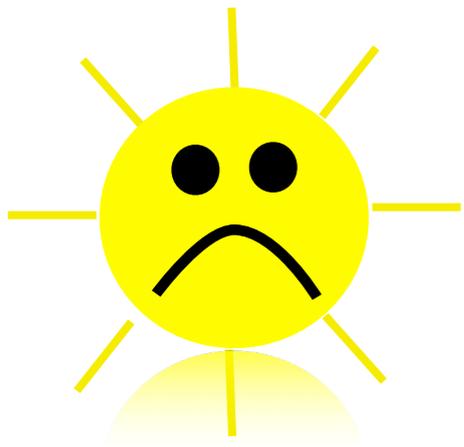
Projections orthogonales





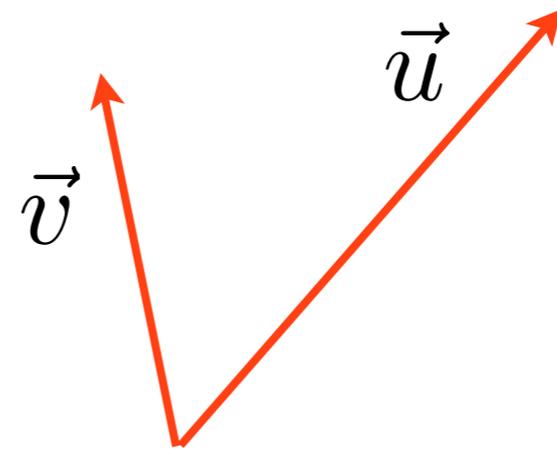
Projections orthogonales

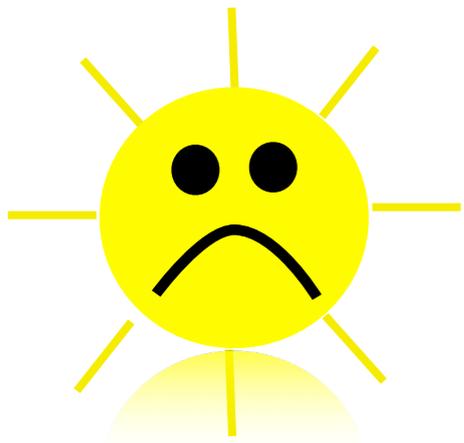




Très loin

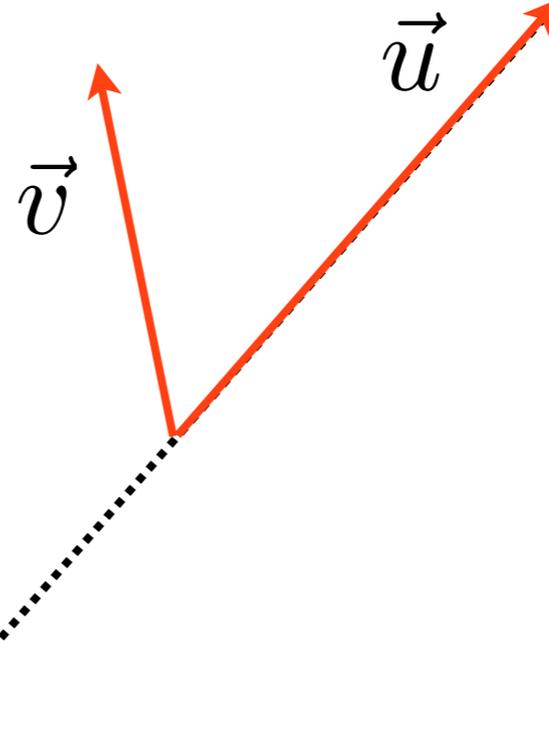
Projections orthogonales

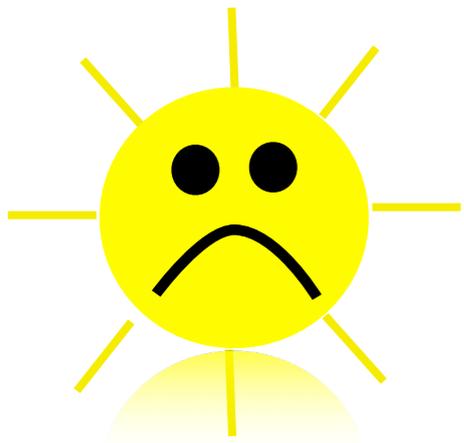




Très loin

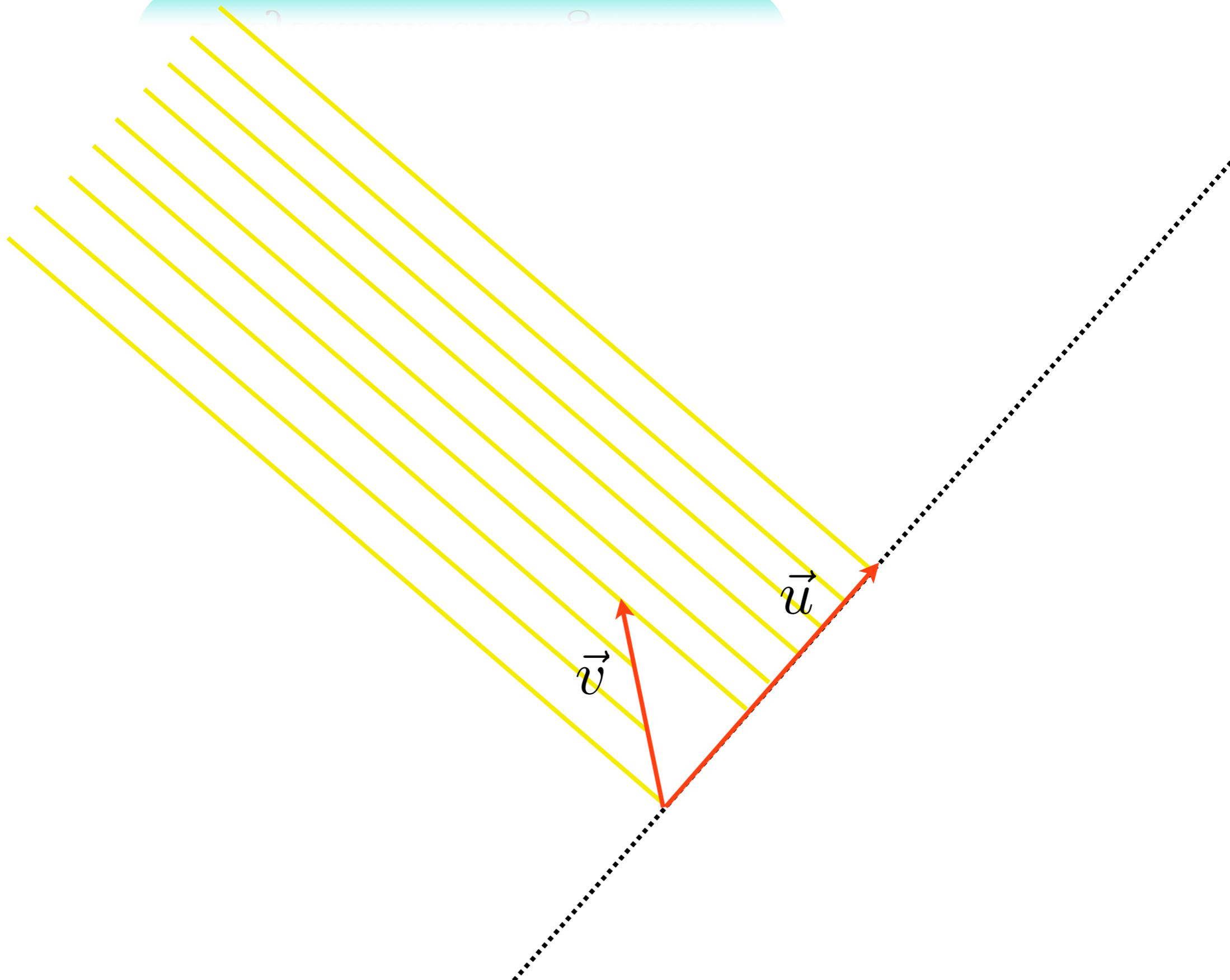
Projections orthogonales

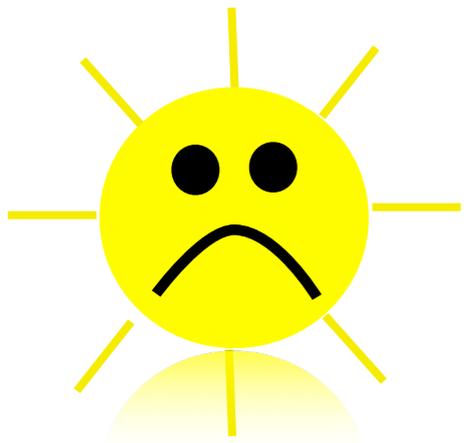




Très loin

Projections orthogonales

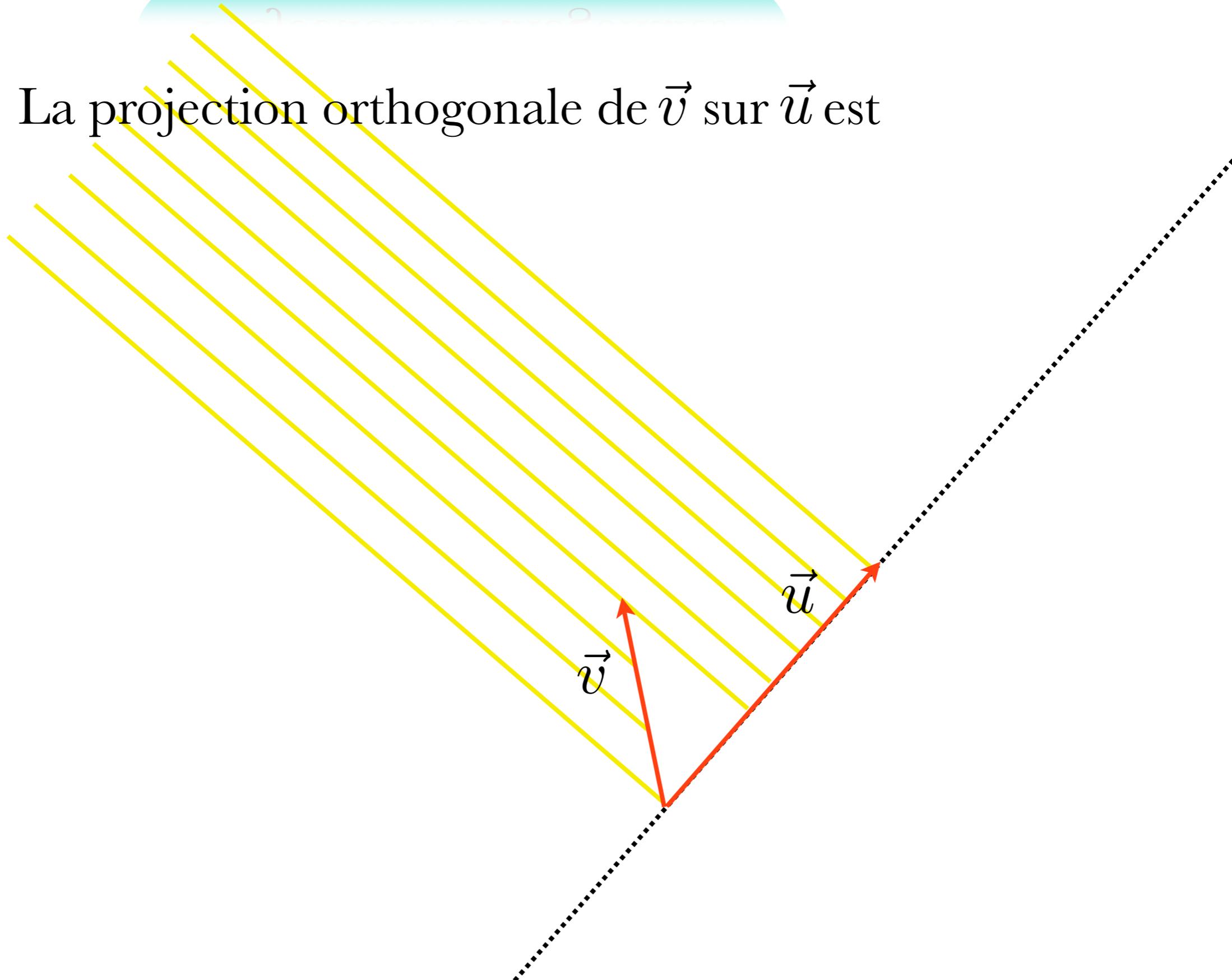


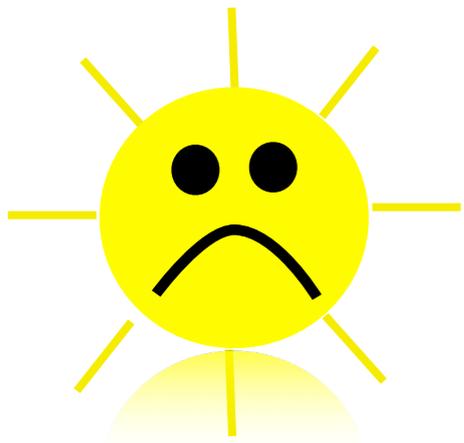


Très loin

Projections orthogonales

La projection orthogonale de \vec{v} sur \vec{u} est

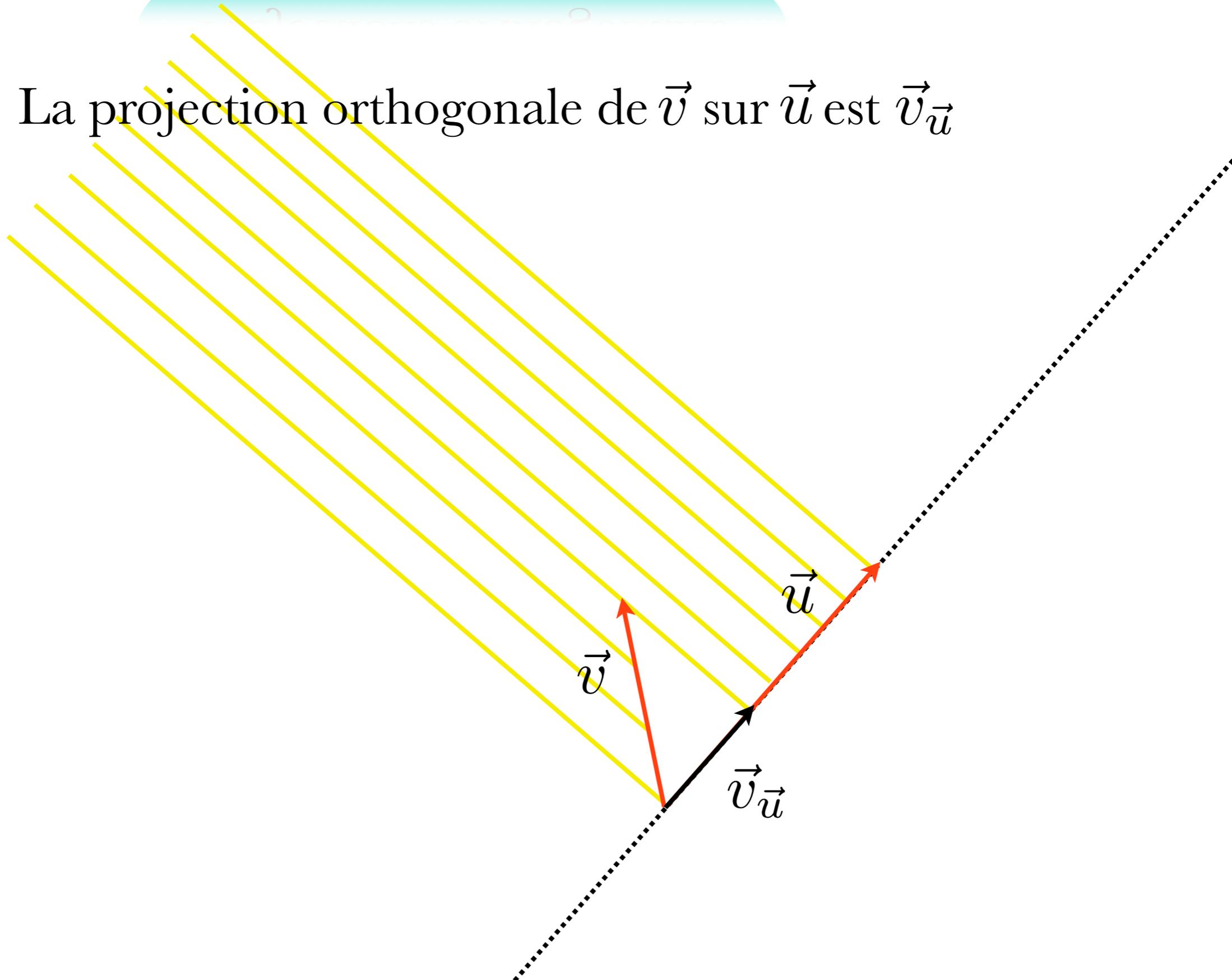


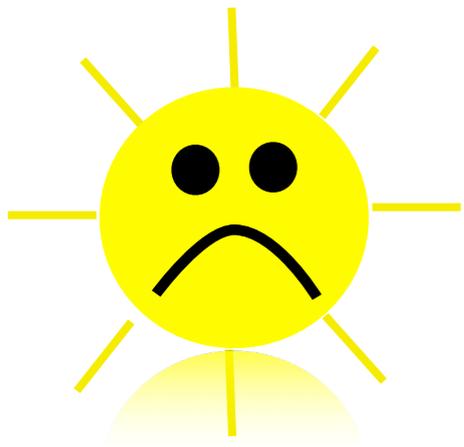


Très loin

Projections orthogonales

La projection orthogonale de \vec{v} sur \vec{u} est $\vec{v}_{\vec{u}}$



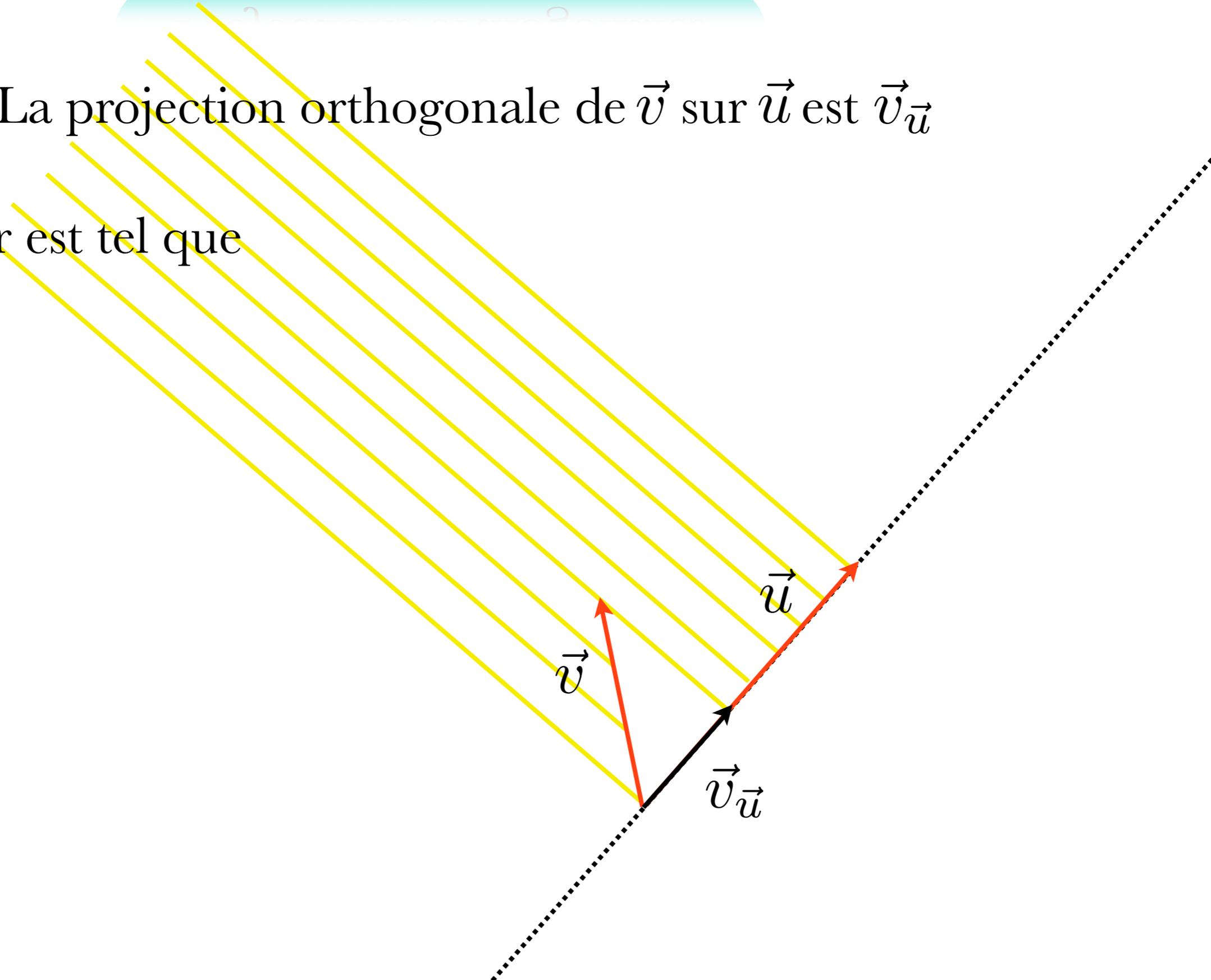


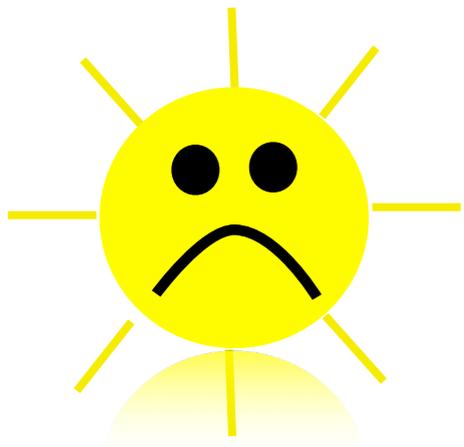
Très loin

Projections orthogonales

La projection orthogonale de \vec{v} sur \vec{u} est $\vec{v}_{\vec{u}}$

Ce vecteur est tel que





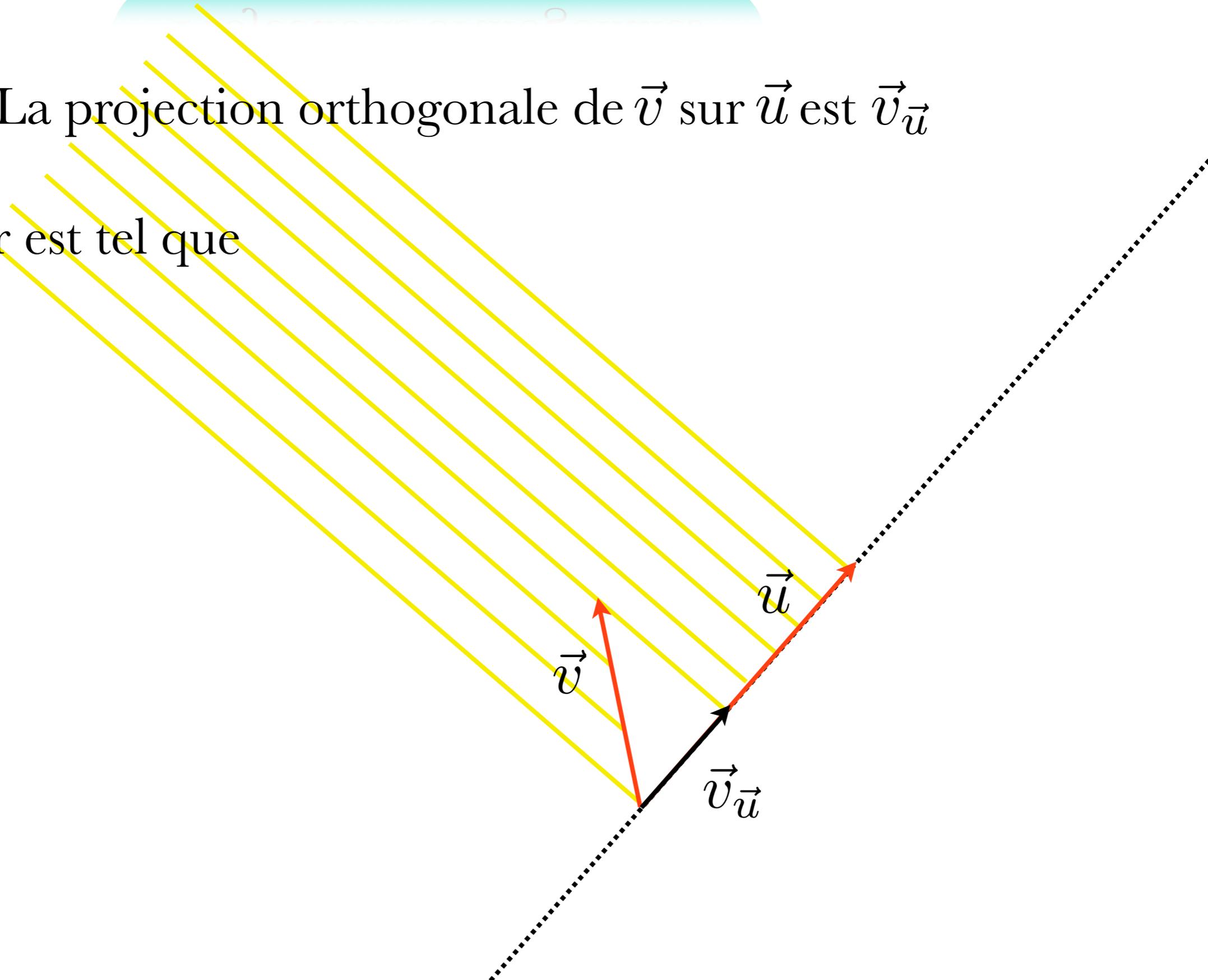
Très loin

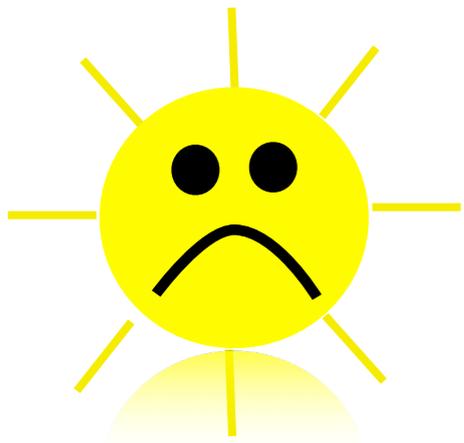
Projections orthogonales

La projection orthogonale de \vec{v} sur \vec{u} est $\vec{v}_{\vec{u}}$

Ce vecteur est tel que

1. $\vec{v}_{\vec{u}} \parallel \vec{u}$





Très loin

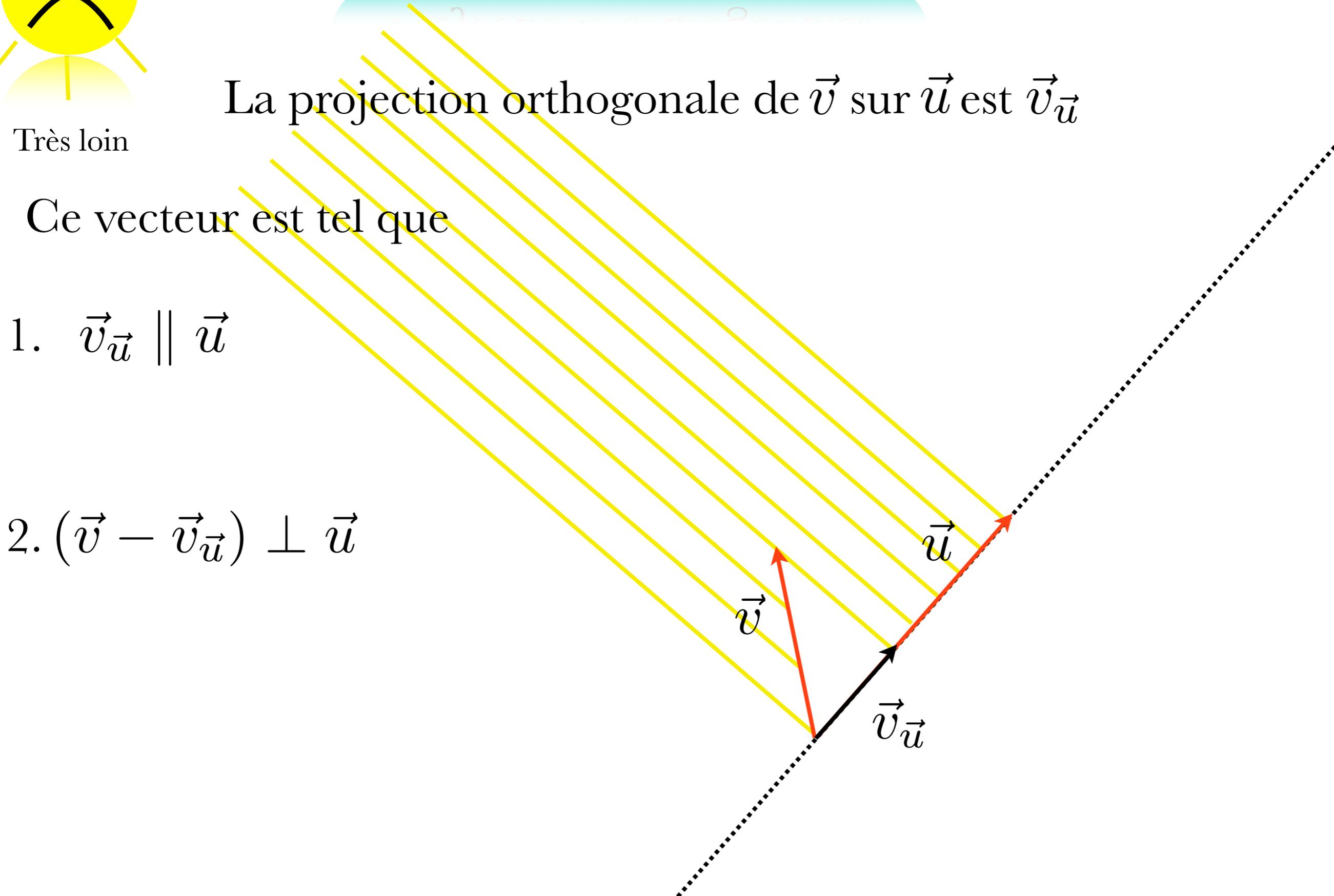
Projections orthogonales

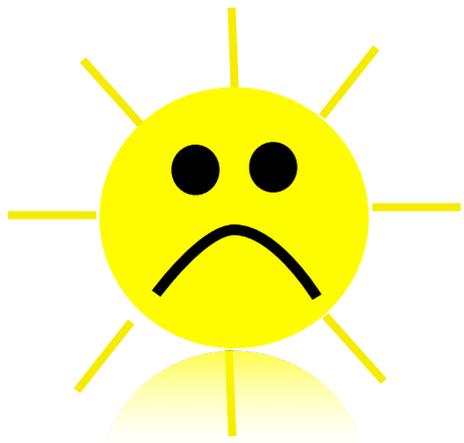
La projection orthogonale de \vec{v} sur \vec{u} est $\vec{v}_{\vec{u}}$

Ce vecteur est tel que

1. $\vec{v}_{\vec{u}} \parallel \vec{u}$

2. $(\vec{v} - \vec{v}_{\vec{u}}) \perp \vec{u}$





Très loin

Projections orthogonales

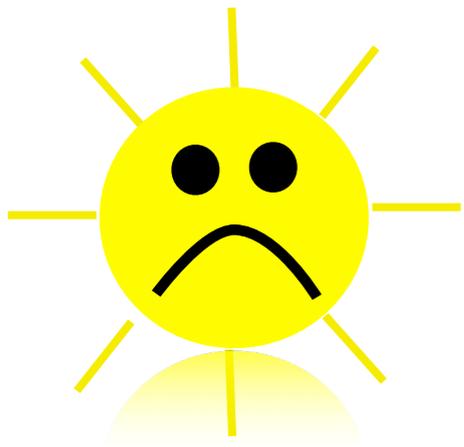
La projection orthogonale de \vec{v} sur \vec{u} est $\vec{v}_{\vec{u}}$

Ce vecteur est tel que

1. $\vec{v}_{\vec{u}} \parallel \vec{u}$

2. $(\vec{v} - \vec{v}_{\vec{u}}) \perp \vec{u}$





Très loin

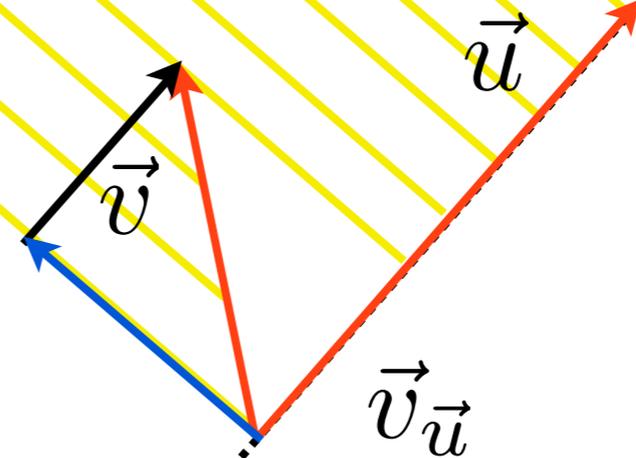
Projections orthogonales

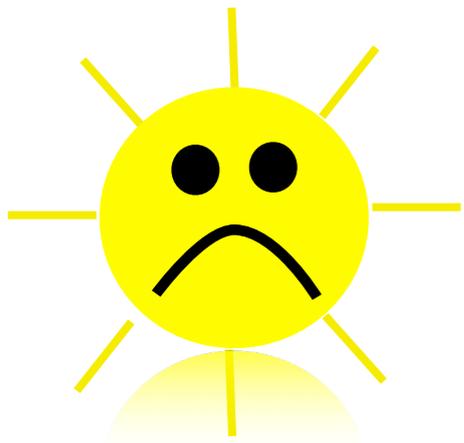
La projection orthogonale de \vec{v} sur \vec{u} est $\vec{v}_{\vec{u}}$

Ce vecteur est tel que

1. $\vec{v}_{\vec{u}} \parallel \vec{u}$

2. $(\vec{v} - \vec{v}_{\vec{u}}) \perp \vec{u}$





Très loin

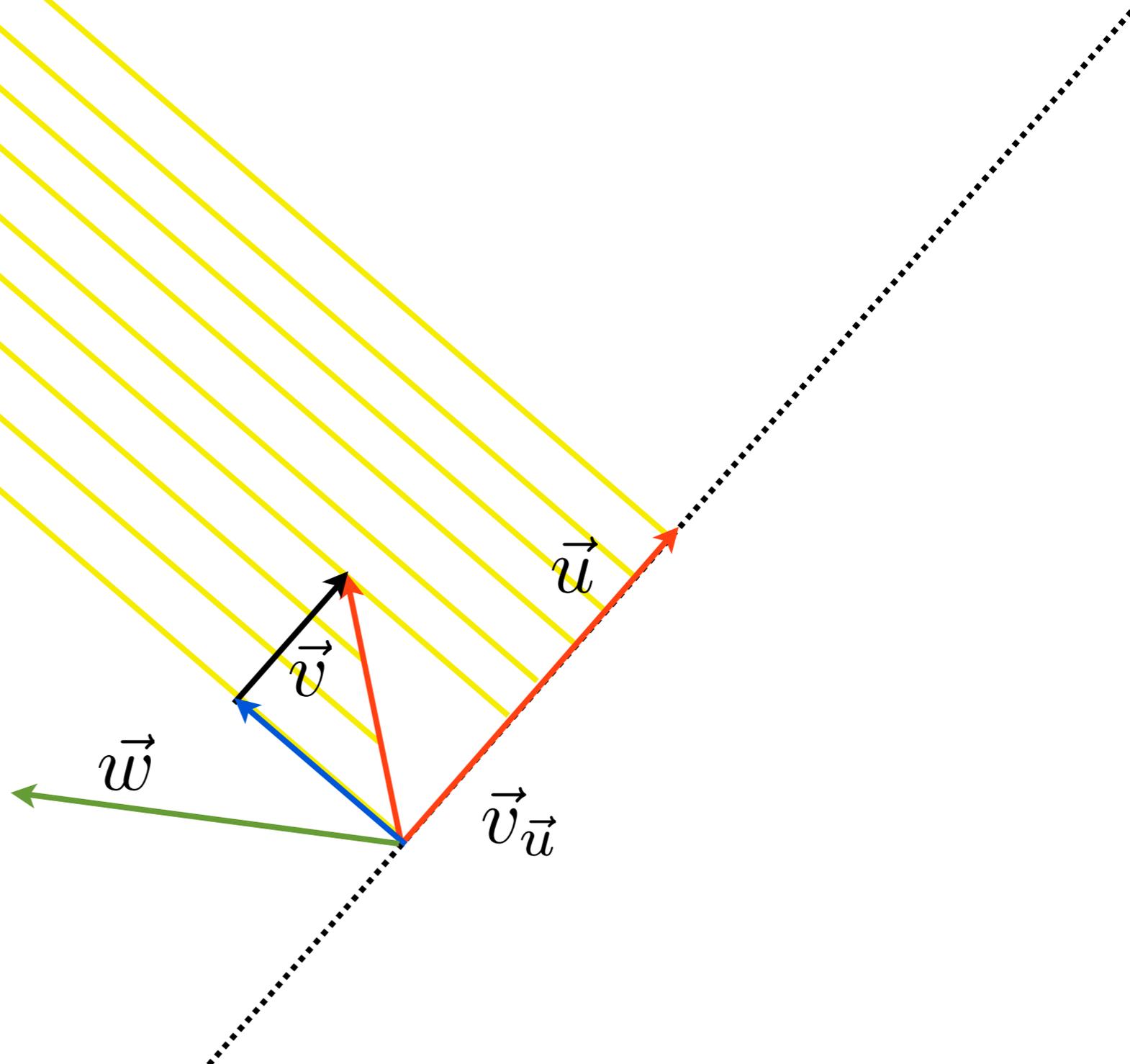
Projections orthogonales

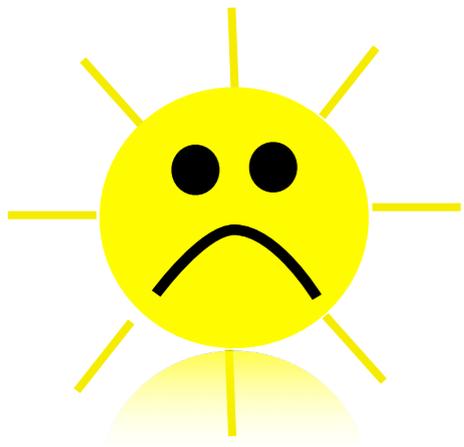
La projection orthogonale de \vec{v} sur \vec{u} est $\vec{v}_{\vec{u}}$

Ce vecteur est tel que

1. $\vec{v}_{\vec{u}} \parallel \vec{u}$

2. $(\vec{v} - \vec{v}_{\vec{u}}) \perp \vec{u}$





Très loin

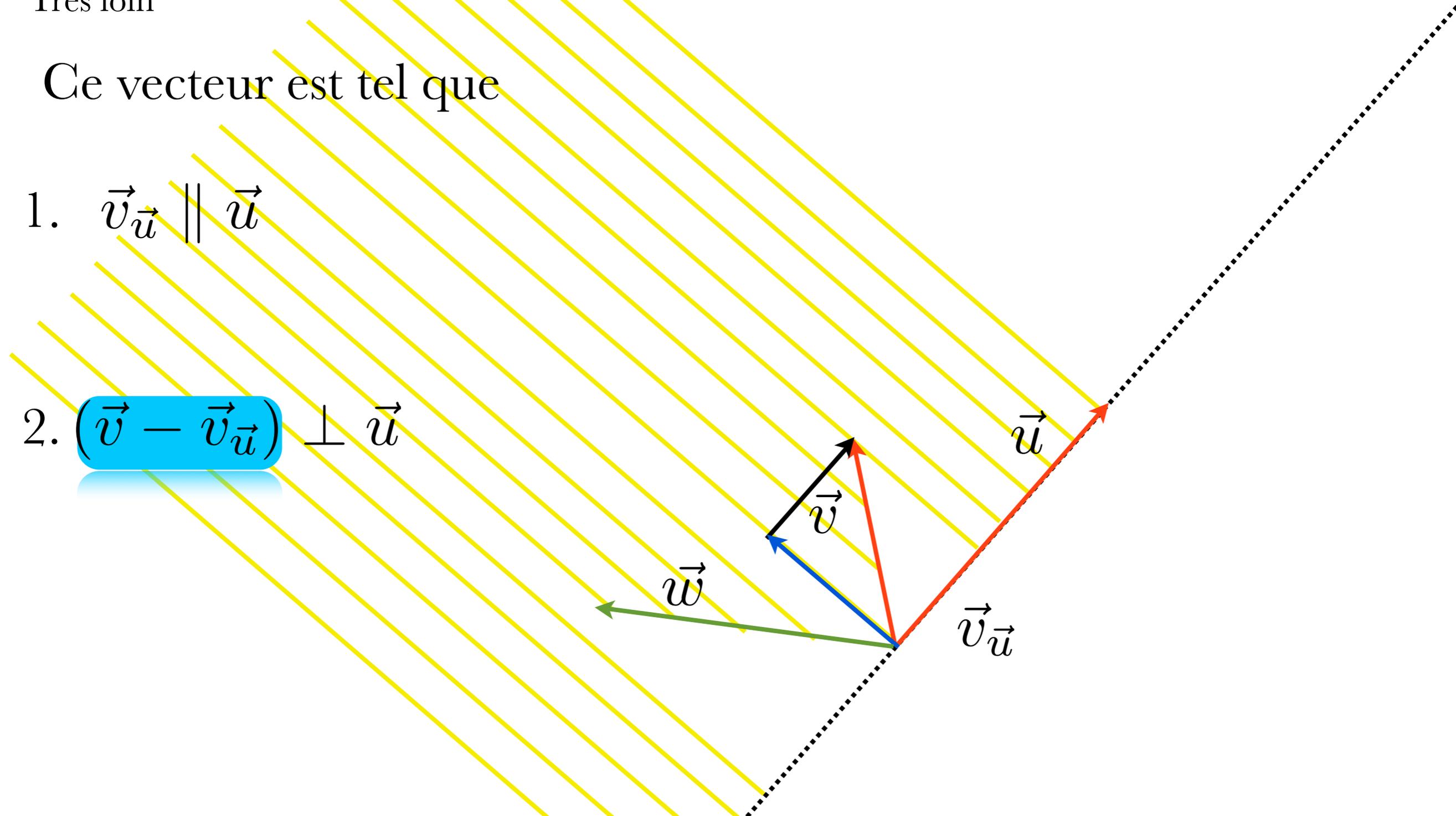
Projections orthogonales

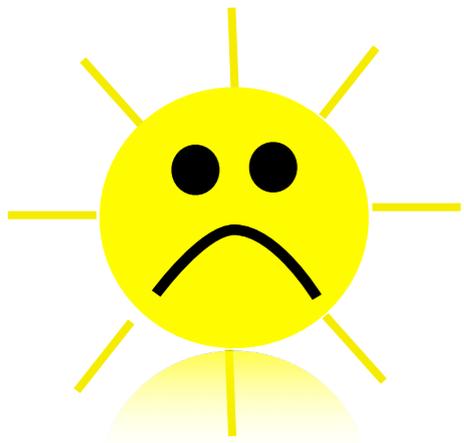
La projection orthogonale de \vec{v} sur \vec{u} est $\vec{v}_{\vec{u}}$

Ce vecteur est tel que

1. $\vec{v}_{\vec{u}} \parallel \vec{u}$

2. $(\vec{v} - \vec{v}_{\vec{u}}) \perp \vec{u}$





Très loin

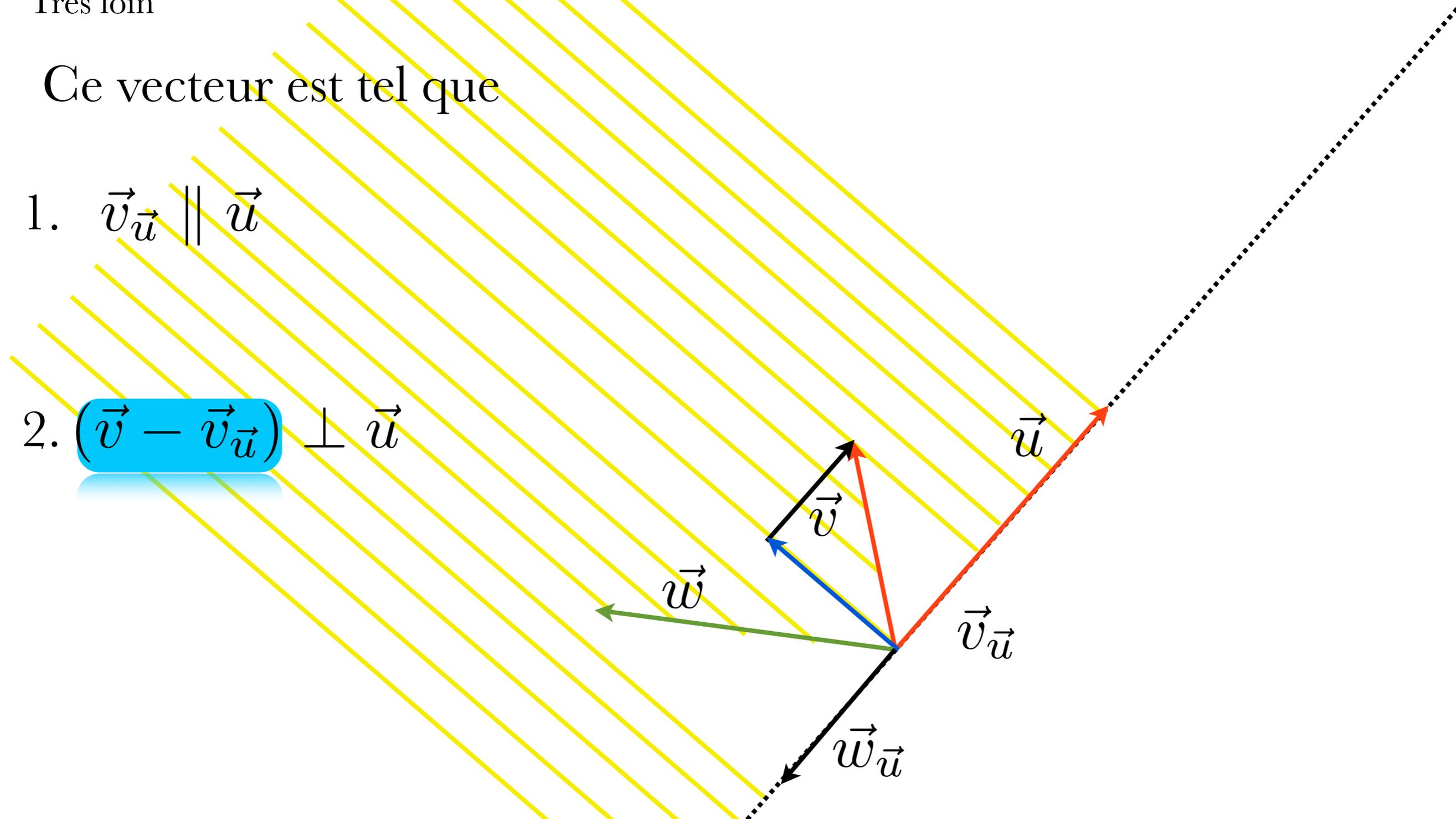
Projections orthogonales

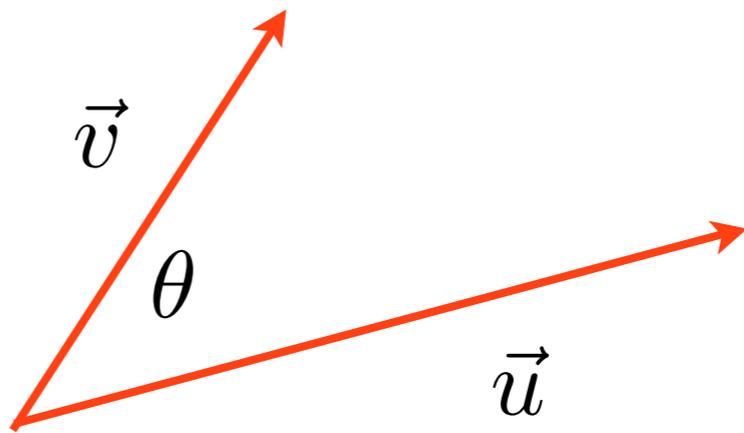
La projection orthogonale de \vec{v} sur \vec{u} est $\vec{v}_{\vec{u}}$

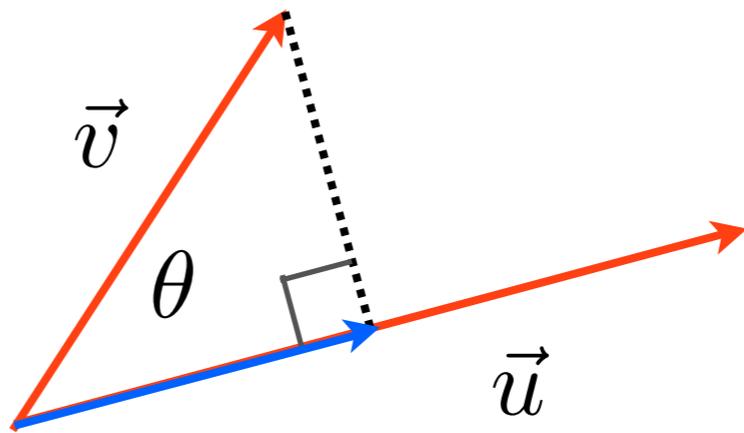
Ce vecteur est tel que

1. $\vec{v}_{\vec{u}} \parallel \vec{u}$

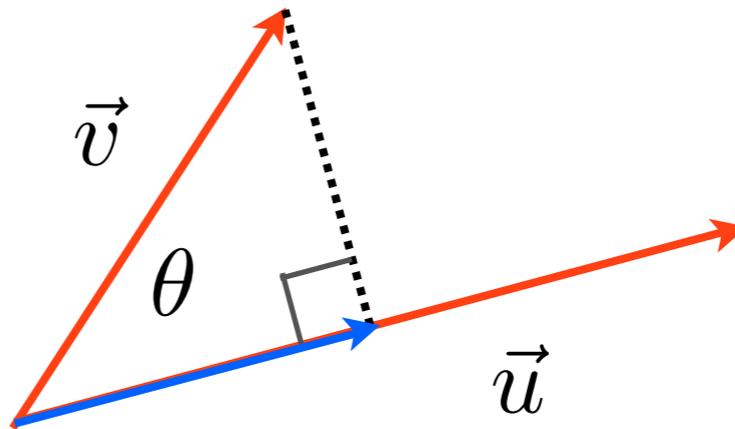
2. $(\vec{v} - \vec{v}_{\vec{u}}) \perp \vec{u}$



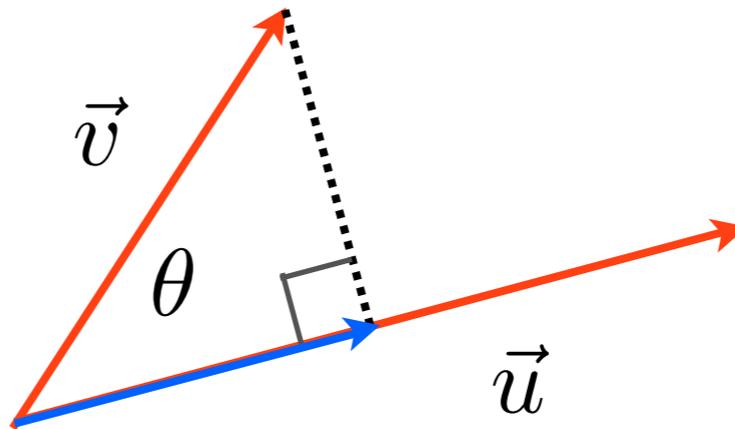




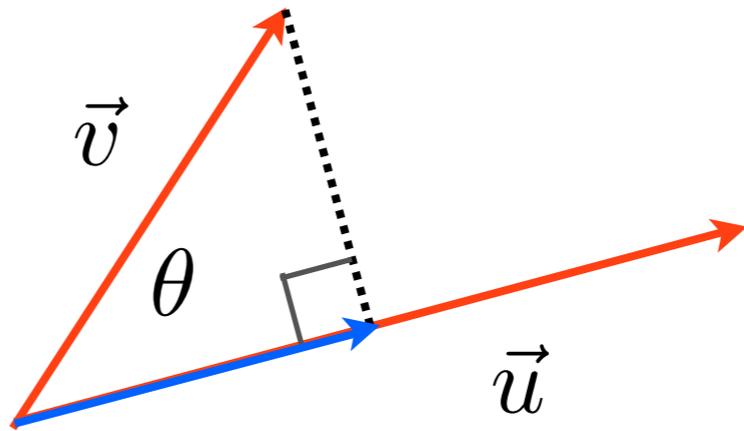
$$\vec{v}_{\vec{u}} = k_1 \vec{u}$$



$$\vec{v}_{\vec{u}} = k_1 \vec{u} = \left(k_2 \frac{1}{\|\vec{u}\|} \right) \vec{u}$$

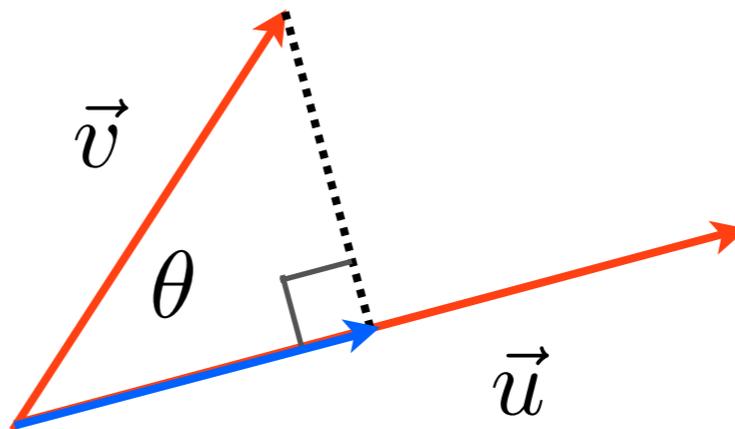


$$\vec{v}_{\vec{u}} = k_1 \vec{u} = \left(k_2 \frac{1}{\|\vec{u}\|} \right) \vec{u} = k_2 \left(\frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|} \right)$$



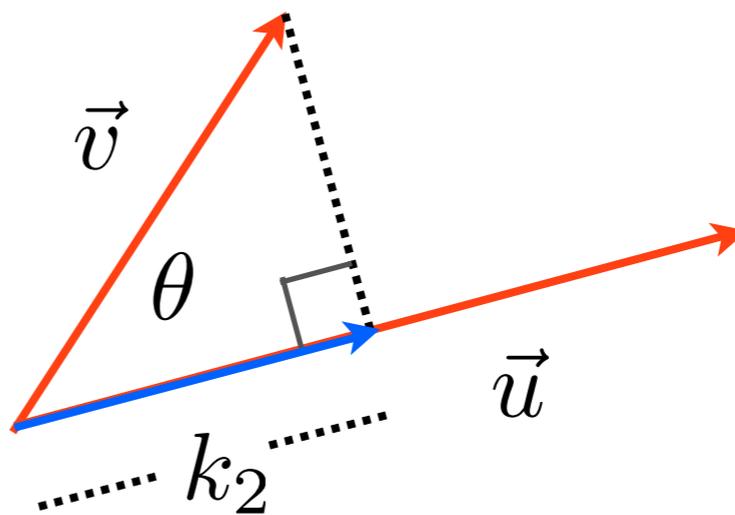
$$\vec{v}_{\vec{u}} = k_1 \vec{u} = \left(k_2 \frac{1}{\|\vec{u}\|} \right) \vec{u} = k_2 \left(\frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|} \right)$$

←
Vecteur unitaire



$$\vec{v}_{\vec{u}} = k_1 \vec{u} = \left(k_2 \frac{1}{\|\vec{u}\|} \right) \vec{u} = k_2 \left(\frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|} \right)$$

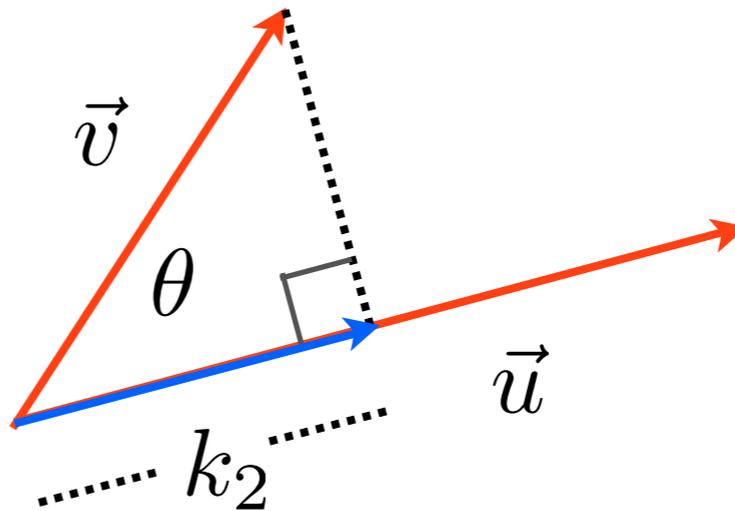
←
Vecteur unitaire



$$\vec{v}_{\vec{u}} = k_1 \vec{u} = \left(k_2 \frac{1}{\|\vec{u}\|} \right) \vec{u} = k_2 \left(\frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|} \right)$$

↖
Vecteur unitaire

$$\frac{k_2}{\|\vec{v}\|} = \cos \theta$$

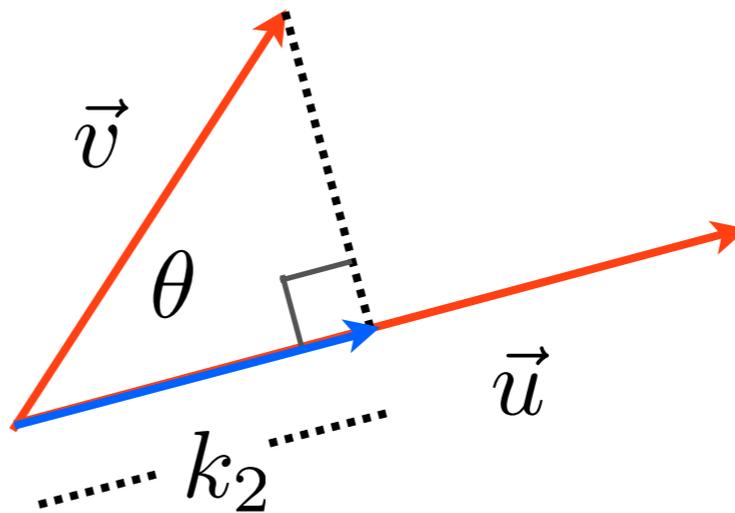


$$\vec{v}_{\vec{u}} = k_1 \vec{u} = \left(k_2 \frac{1}{\|\vec{u}\|} \right) \vec{u} = k_2 \left(\frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|} \right)$$

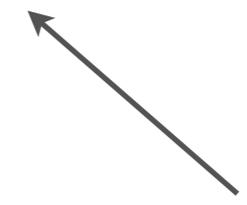
↖
Vecteur unitaire

$$\frac{k_2}{\|\vec{v}\|} = \cos \theta$$

$$k_2 = \|\vec{v}\| \cos \theta$$



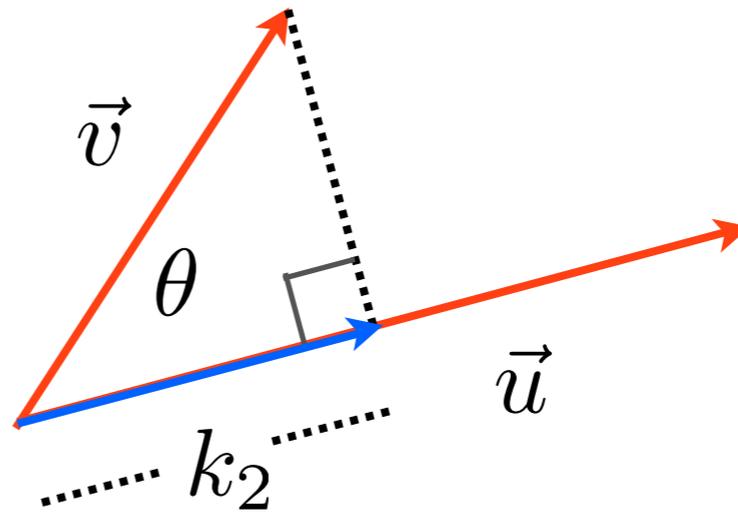
$$\vec{v}_{\vec{u}} = k_1 \vec{u} = \left(k_2 \frac{1}{\|\vec{u}\|} \right) \vec{u} = k_2 \left(\frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|} \right)$$


 Vecteur unitaire

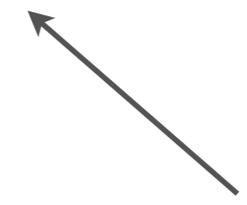
$$= \frac{\|\vec{v}\| \cos \theta}{\|\vec{u}\|} \vec{u}$$

$$\frac{k_2}{\|\vec{v}\|} = \cos \theta$$

$$k_2 = \|\vec{v}\| \cos \theta$$

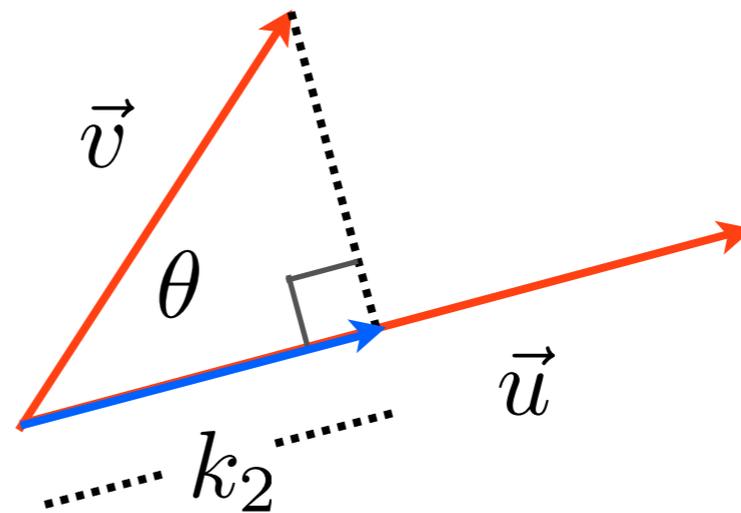


$$\vec{v}_{\vec{u}} = k_1 \vec{u} = \left(k_2 \frac{1}{\|\vec{u}\|} \right) \vec{u} = k_2 \left(\frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|} \right)$$


 Vecteur unitaire

$$= \frac{\|\vec{v}\| \cos \theta}{\|\vec{u}\|} \vec{u}$$

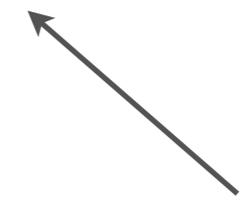
Hum... c'est presque le produit scalaire ça!



$$\frac{k_2}{\|\vec{v}\|} = \cos \theta$$

$$k_2 = \|\vec{v}\| \cos \theta$$

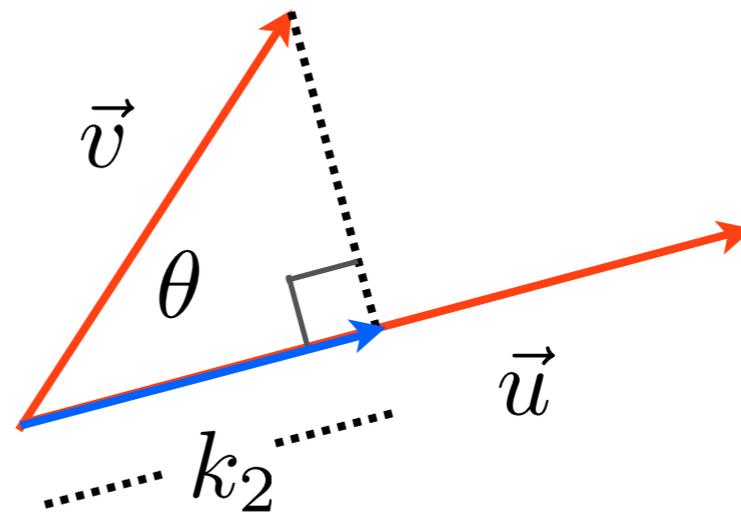
$$\begin{aligned} \vec{v}_{\vec{u}} &= k_1 \vec{u} = \left(k_2 \frac{1}{\|\vec{u}\|} \right) \vec{u} = k_2 \left(\frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|} \right) \\ &= \frac{\|\vec{v}\| \cos \theta}{\|\vec{u}\|} \vec{u} = \frac{\|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos \theta}{\|\vec{u}\| \|\vec{u}\|} \vec{u} \end{aligned}$$


 Vecteur unitaire

Hum... c'est presque le produit scalaire ça!

$$\frac{k_2}{\|\vec{v}\|} = \cos \theta$$

$$k_2 = \|\vec{v}\| \cos \theta$$



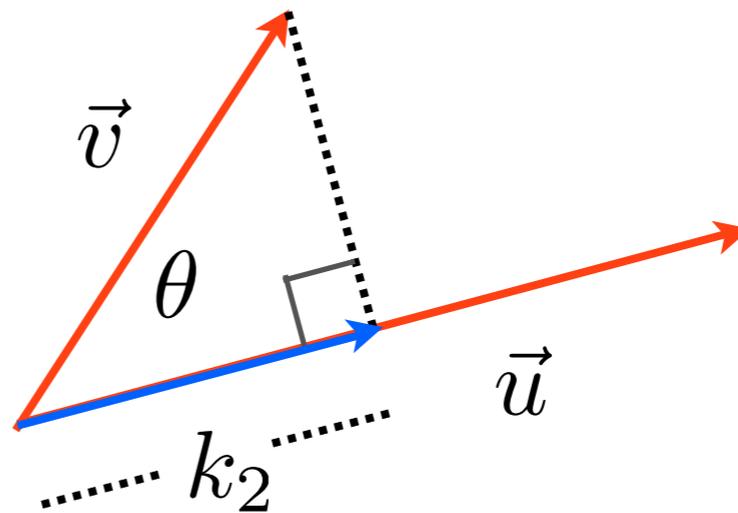
$$\vec{v}_{\vec{u}} = k_1 \vec{u} = \left(k_2 \frac{1}{\|\vec{u}\|} \right) \vec{u} = k_2 \left(\frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|} \right)$$

$$= \frac{\|\vec{v}\| \cos \theta}{\|\vec{u}\|} \vec{u} = \frac{\|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos \theta}{\|\vec{u}\| \|\vec{u}\|} \vec{u}$$

Vecteur unitaire

$$= \left(\frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \right) \vec{u}$$

Hum... c'est presque le produit scalaire ça!



$$\frac{k_2}{\|\vec{v}\|} = \cos \theta$$

$$k_2 = \|\vec{v}\| \cos \theta$$

Exemple

Example

$$\vec{v} = (1, 4, -2)$$

Example

$$\vec{v} = (1, 4, -2)$$

$$\vec{u} = (-3, 1, 2)$$

Example

$$\vec{v} = (1, 4, -2)$$

$$\vec{u} = (-3, 1, 2)$$

$$\vec{v}_{\vec{u}} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \vec{u}$$

Example

$$\vec{v} = (1, 4, -2)$$

$$\vec{u} = (-3, 1, 2)$$

$$\vec{v}_{\vec{u}} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \vec{u} = \frac{-3 + 4 - 4}{9 + 1 + 4} (-3, 1, 2)$$

Example

$$\vec{v} = (1, 4, -2)$$

$$\vec{u} = (-3, 1, 2)$$

$$\vec{v}_{\vec{u}} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \vec{u} = \frac{-3 + 4 - 4}{9 + 1 + 4} (-3, 1, 2)$$

Example

$$\vec{v} = (1, 4, -2)$$

$$\vec{u} = (-3, 1, 2)$$

$$\vec{v}_{\vec{u}} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \vec{u} = \frac{-3 + 4 - 4}{9 + 1 + 4} (-3, 1, 2)$$

Example

$$\vec{v} = (1, 4, -2)$$

$$\vec{u} = (-3, 1, 2)$$

$$\vec{v}_{\vec{u}} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \vec{u} = \frac{-3 + 4 - 4}{9 + 1 + 4} (-3, 1, 2)$$

Example

$$\vec{v} = (1, 4, -2)$$

$$\vec{u} = (-3, 1, 2)$$

$$\vec{v}_{\vec{u}} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \vec{u} = \frac{-3 + 4 - 4}{9 + 1 + 4} (-3, 1, 2)$$

Example

$$\vec{v} = (1, 4, -2)$$

$$\vec{u} = (-3, 1, 2)$$

$$\vec{v}_{\vec{u}} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \vec{u} = \frac{-3 + 4 - 4}{9 + 1 + 4} (-3, 1, 2)$$

Example

$$\vec{v} = (1, 4, -2)$$

$$\vec{u} = (-3, 1, 2)$$

$$\vec{v}_{\vec{u}} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \vec{u} = \frac{-3 + 4 - 4}{9 + 1 + 4} (-3, 1, 2)$$

Example

$$\vec{v} = (1, 4, -2)$$

$$\vec{u} = (-3, 1, 2)$$

$$\vec{v}_{\vec{u}} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \vec{u} = \frac{-3 + 4 - 4}{9 + 1 + 4} (-3, 1, 2)$$

Example

$$\vec{v} = (1, 4, -2)$$

$$\vec{u} = (-3, 1, 2)$$

$$\begin{aligned}\vec{v}_{\vec{u}} &= \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \vec{u} = \frac{-3 + 4 - 4}{9 + 1 + 4} (-3, 1, 2) \\ &= -\frac{3}{14} (-3, 1, 2)\end{aligned}$$

Example

$$\vec{v} = (1, 4, -2)$$

$$\vec{u} = (-3, 1, 2)$$

$$\vec{v}_{\vec{u}} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \vec{u} = \frac{-3 + 4 - 4}{9 + 1 + 4} (-3, 1, 2)$$

$$= -\frac{3}{14} (-3, 1, 2)$$

$$= \left(\frac{9}{14}, -\frac{3}{14}, -\frac{6}{14} \right)$$

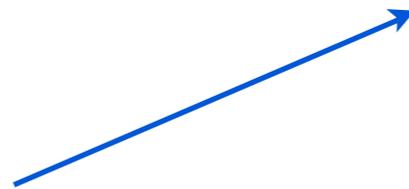
Si on est dans \mathbb{R}^2 , on a vu qu'on pouvait trouver un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné.

Si on est dans \mathbb{R}^2 , on a vu qu'on pouvait trouver un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné.

Mais dans \mathbb{R}^3 , c'est une tout autre histoire.

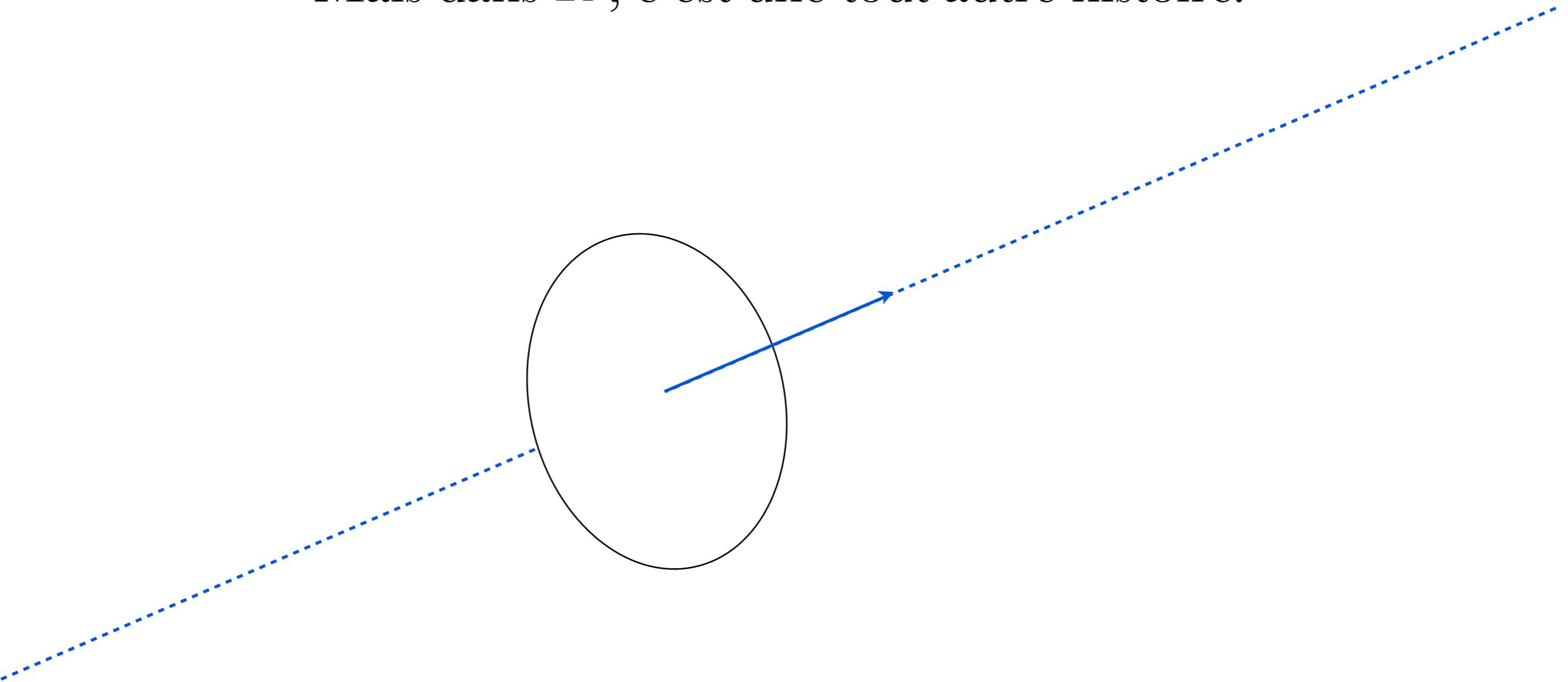
Si on est dans \mathbb{R}^2 , on a vu qu'on pouvait trouver un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné.

Mais dans \mathbb{R}^3 , c'est une tout autre histoire.



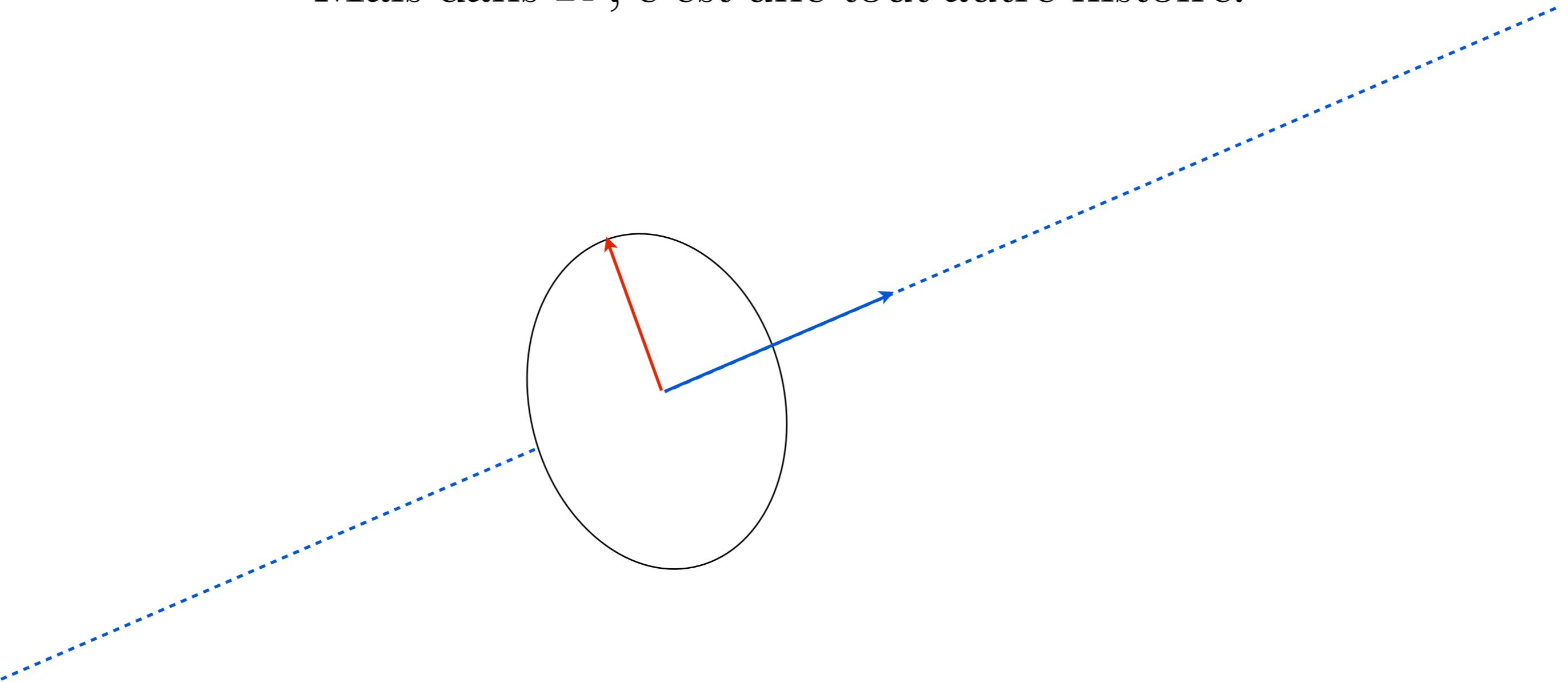
Si on est dans \mathbb{R}^2 , on a vu qu'on pouvait trouver un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné.

Mais dans \mathbb{R}^3 , c'est une tout autre histoire.



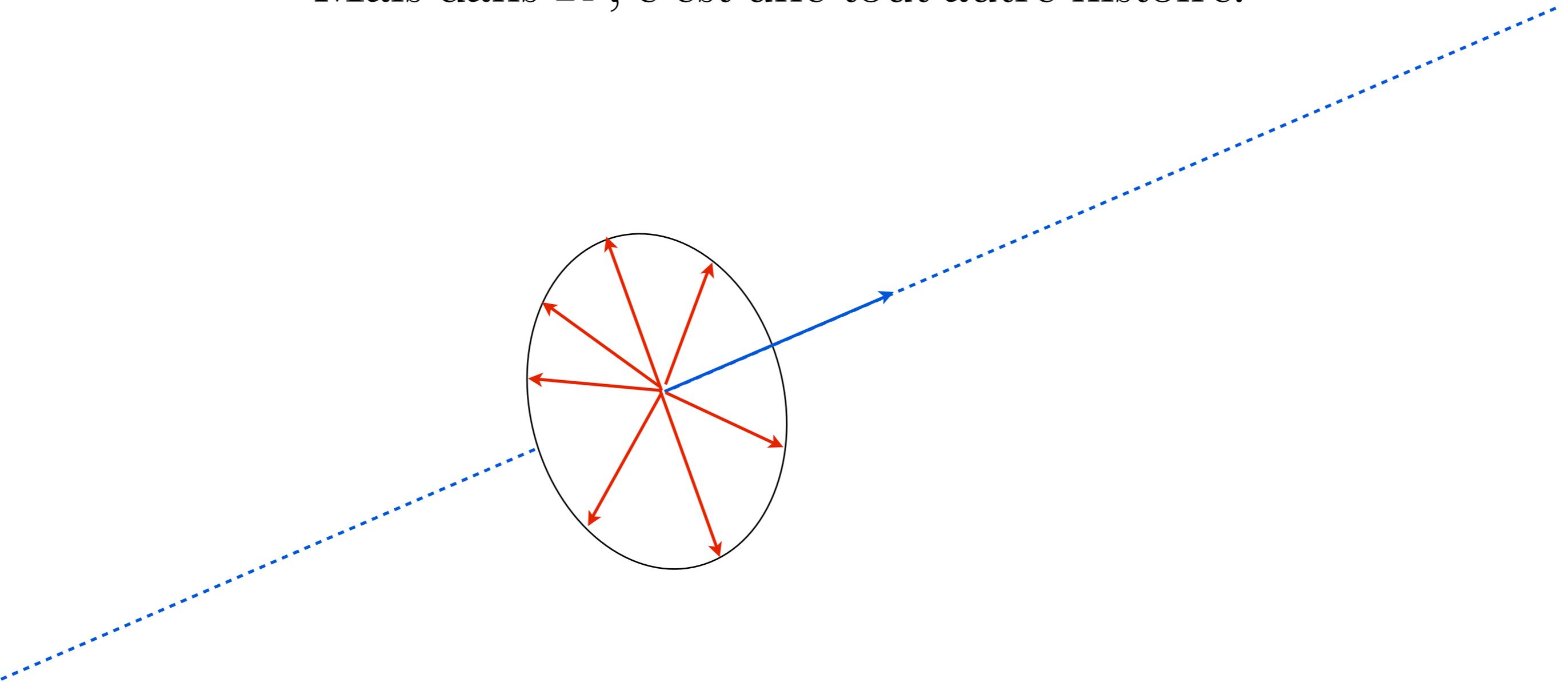
Si on est dans \mathbb{R}^2 , on a vu qu'on pouvait trouver un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné.

Mais dans \mathbb{R}^3 , c'est une tout autre histoire.



Si on est dans \mathbb{R}^2 , on a vu qu'on pouvait trouver un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné.

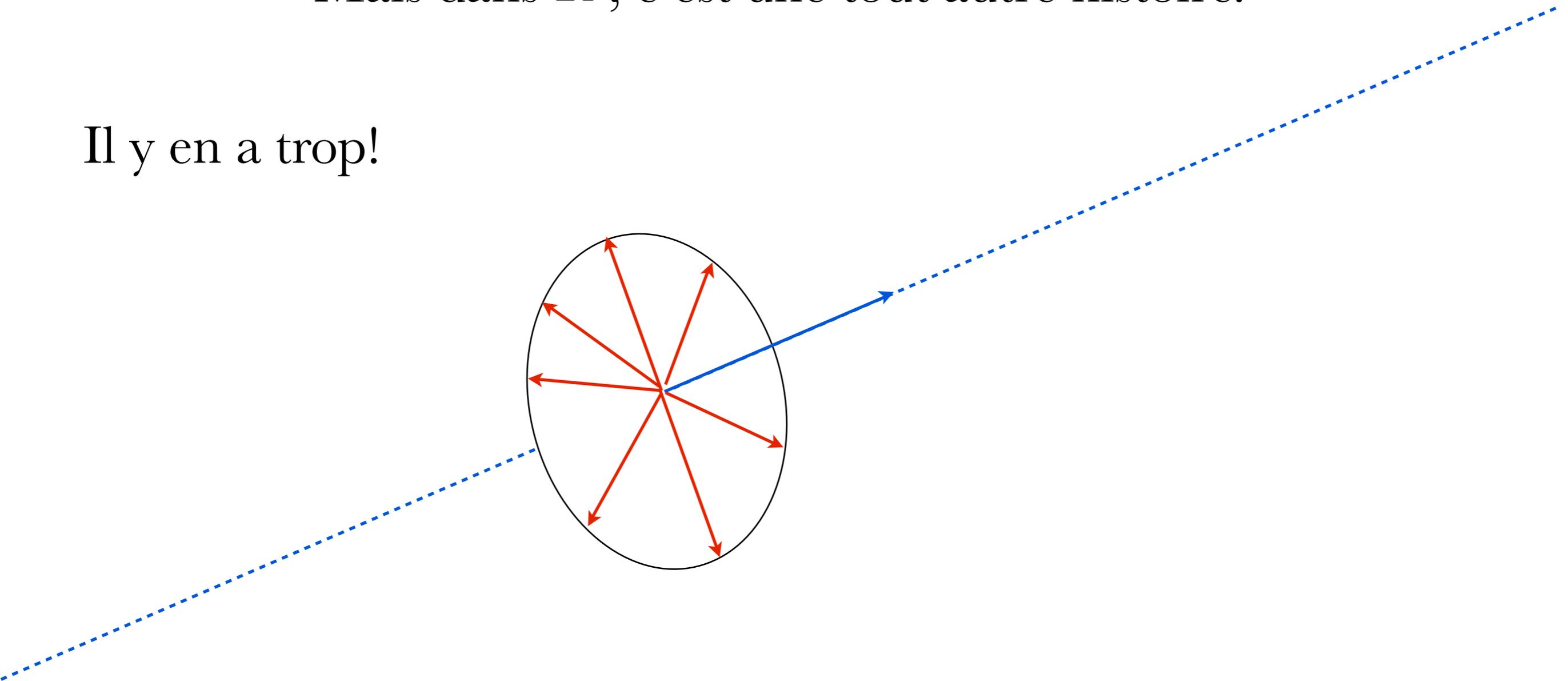
Mais dans \mathbb{R}^3 , c'est une tout autre histoire.



Si on est dans \mathbb{R}^2 , on a vu qu'on pouvait trouver un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné.

Mais dans \mathbb{R}^3 , c'est une tout autre histoire.

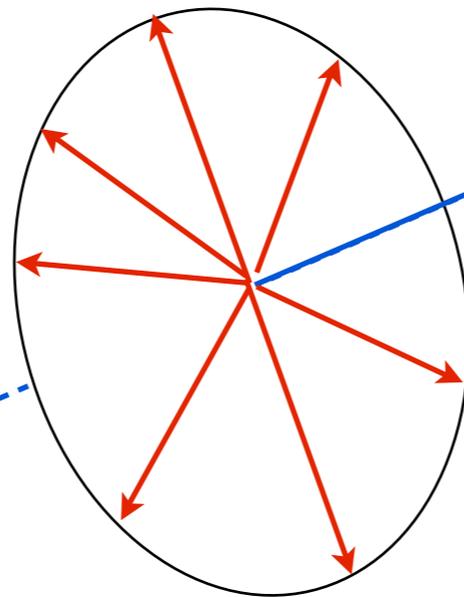
Il y en a trop!



Si on est dans \mathbb{R}^2 , on a vu qu'on pouvait trouver un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné.

Mais dans \mathbb{R}^3 , c'est une tout autre histoire.

Il y en a trop!

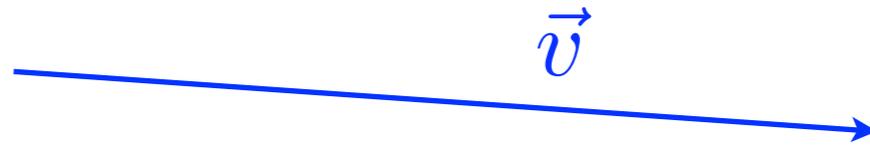


Il faut donc être un peu plus précis.

Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$

Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$
et dans le plan défini par \vec{v} et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.

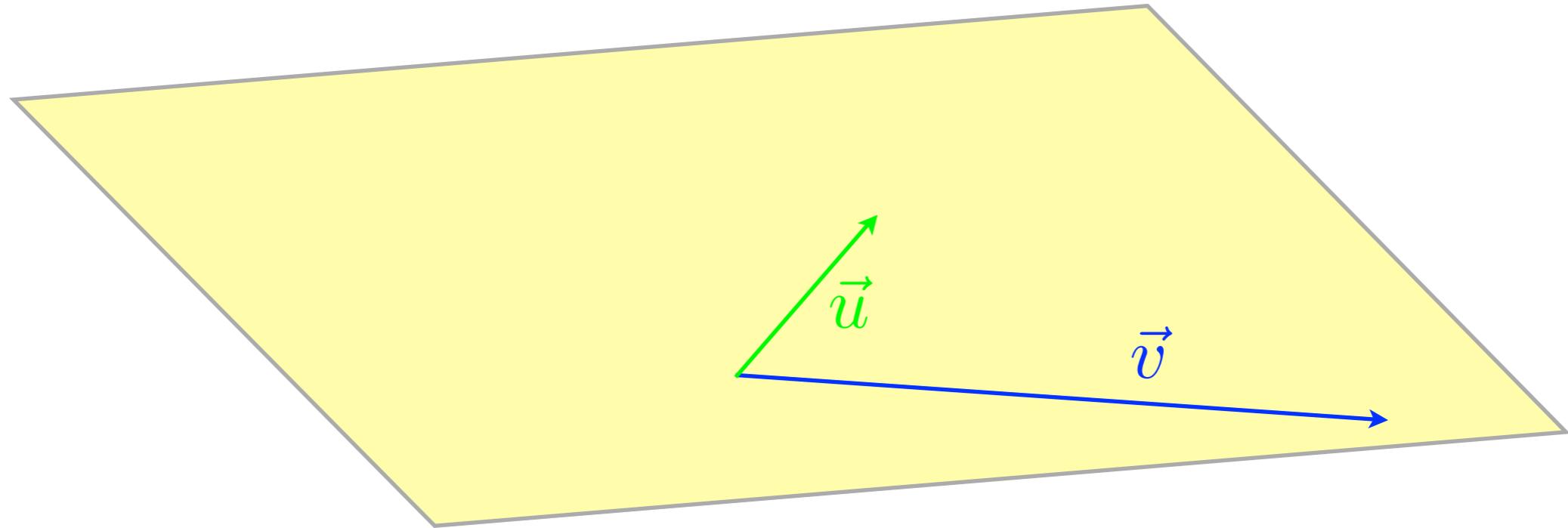
Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$
et dans le plan défini par \vec{v} et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



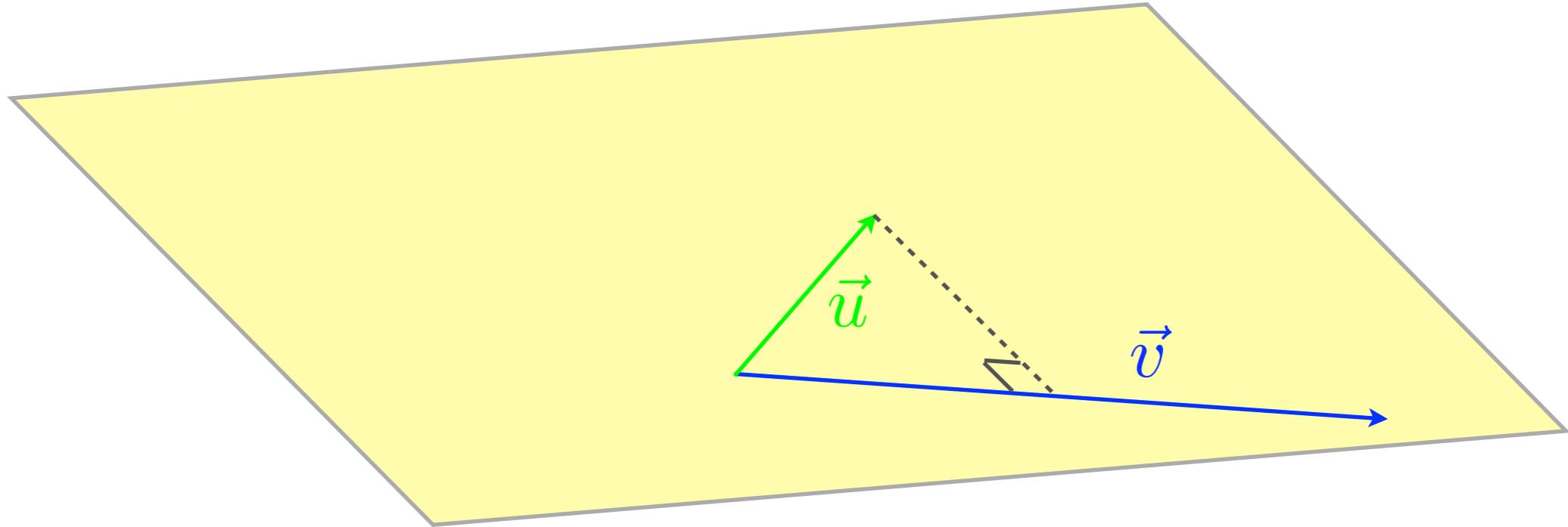
Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$
et dans le plan défini par \vec{v} et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



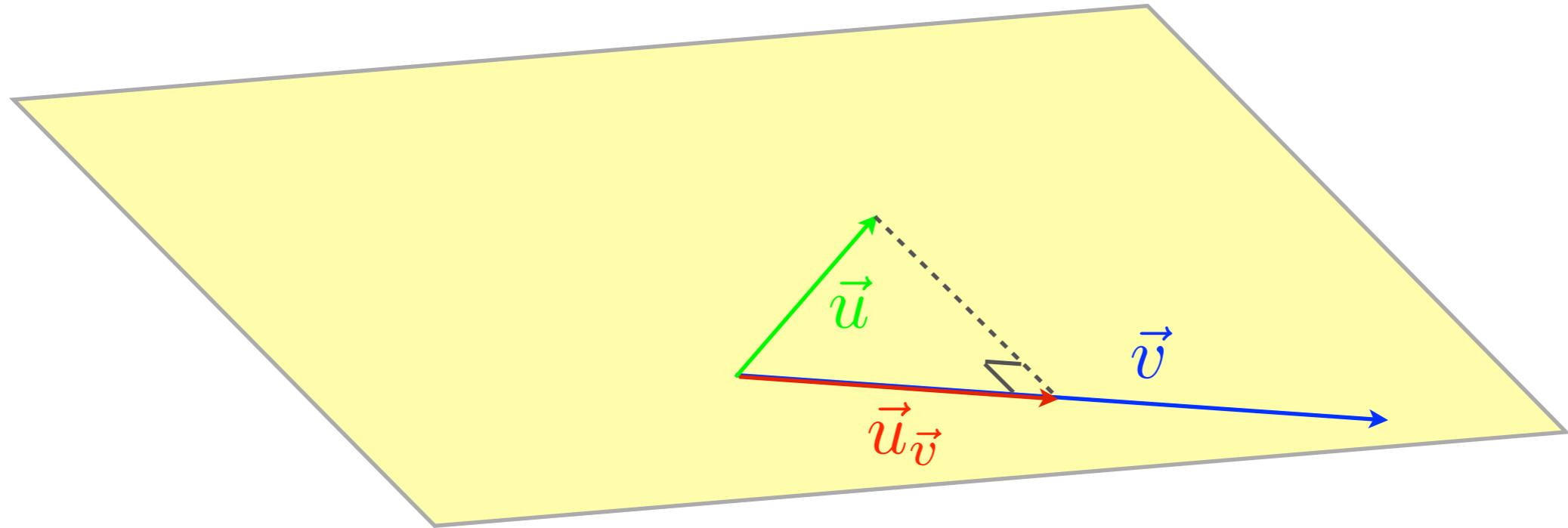
Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$
et dans le plan défini par \vec{v} et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



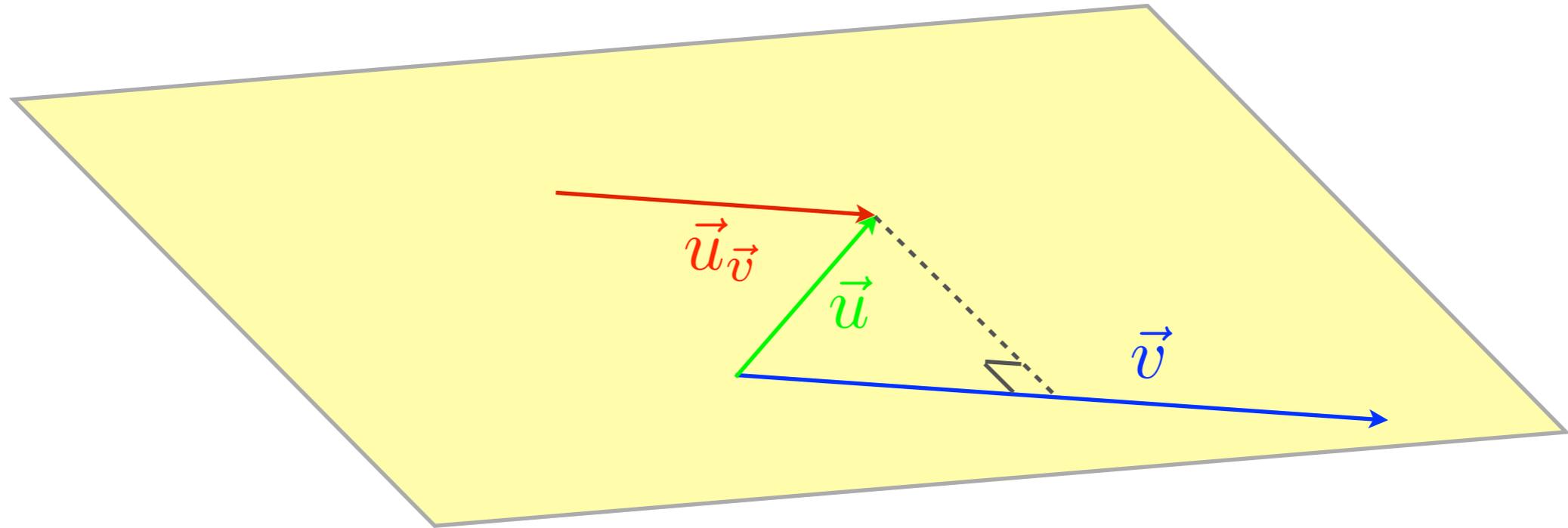
Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$
et dans le plan défini par \vec{v} et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



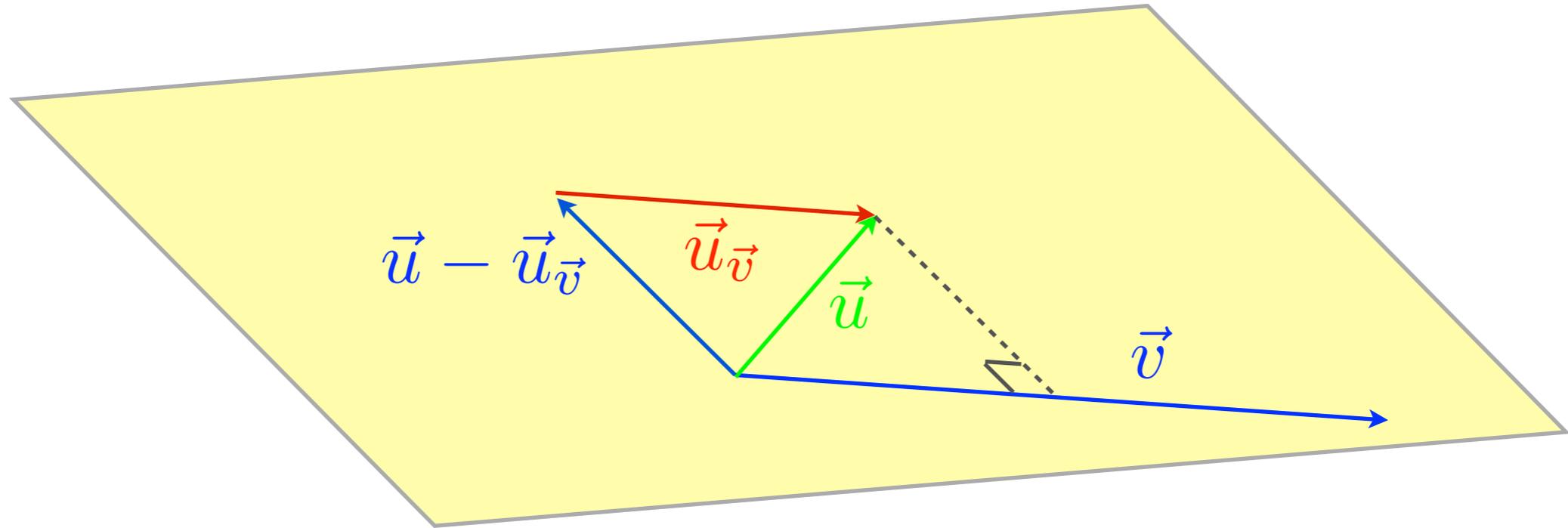
Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$
et dans le plan défini par \vec{v} et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



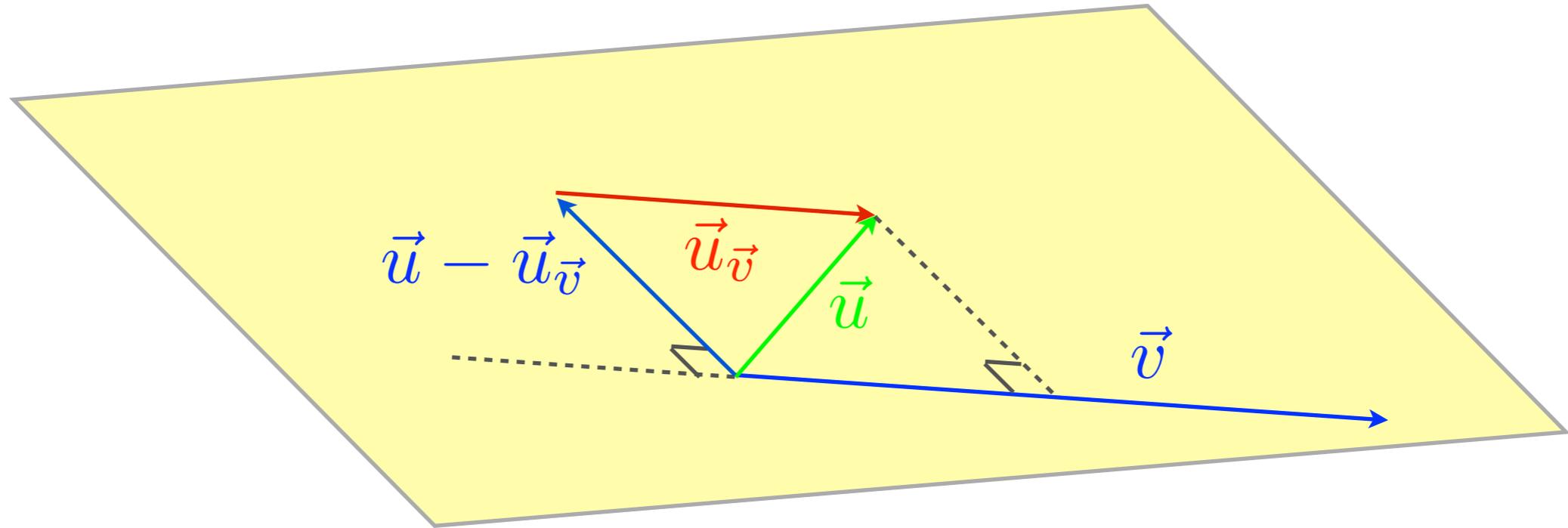
Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$
et dans le plan défini par \vec{v} et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



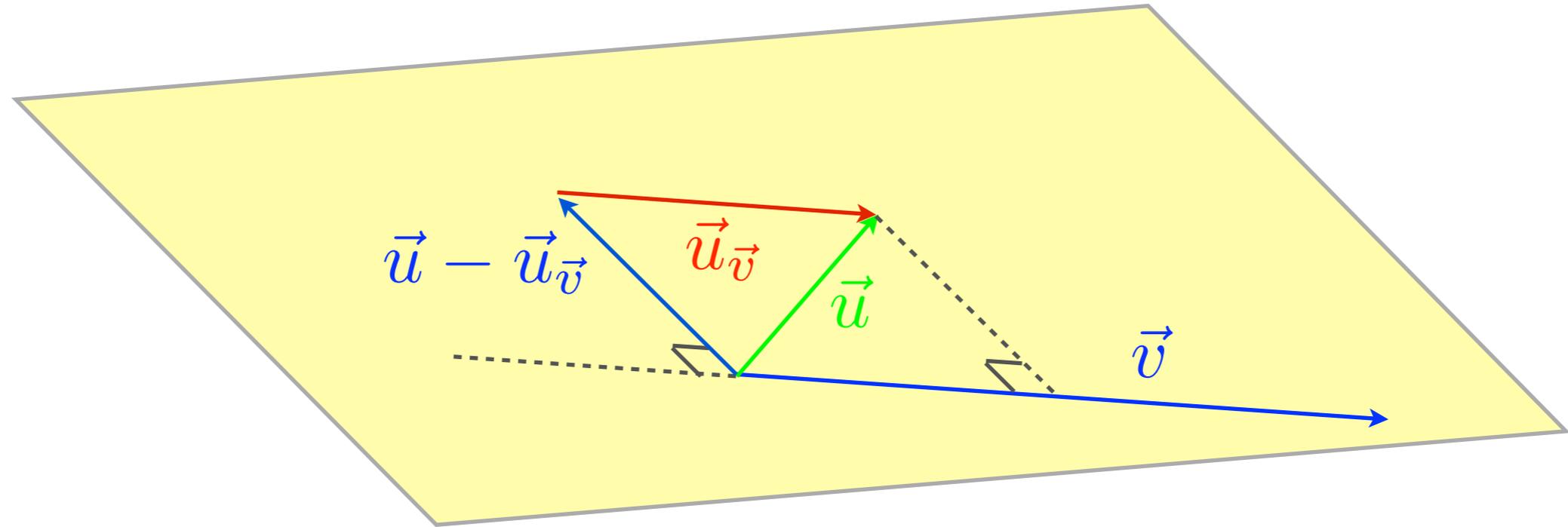
Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$
et dans le plan défini par \vec{v} et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$
et dans le plan défini par \vec{v} et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.

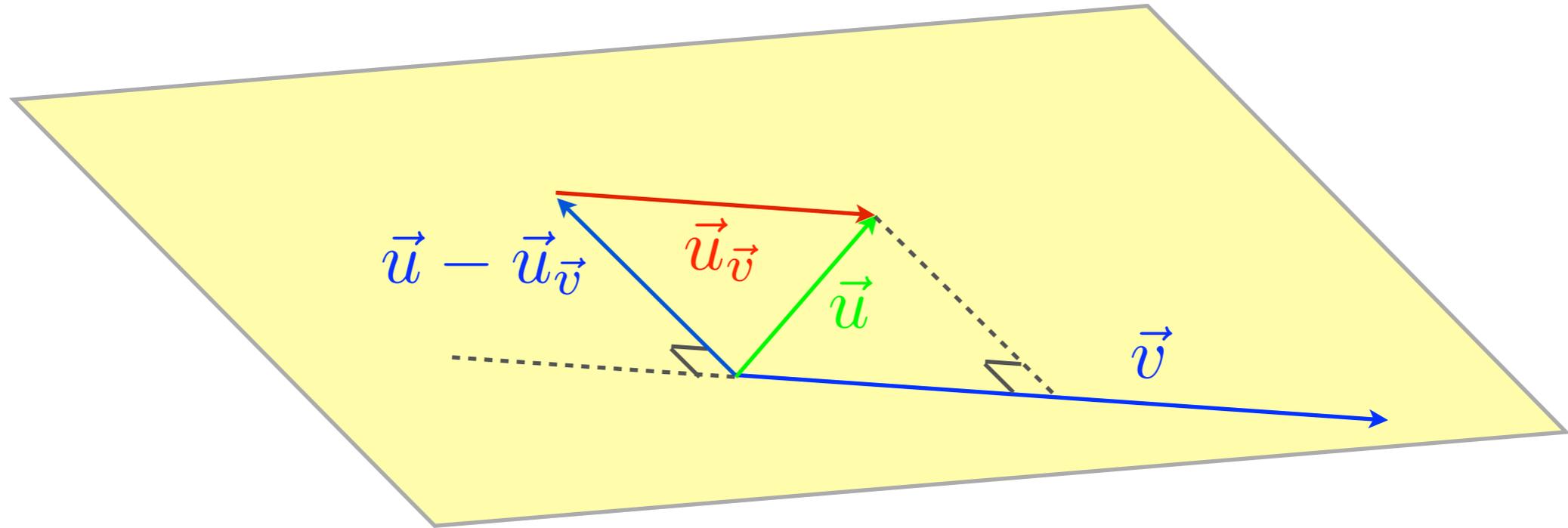


Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$
et dans le plan défini par \vec{v} et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



D'où

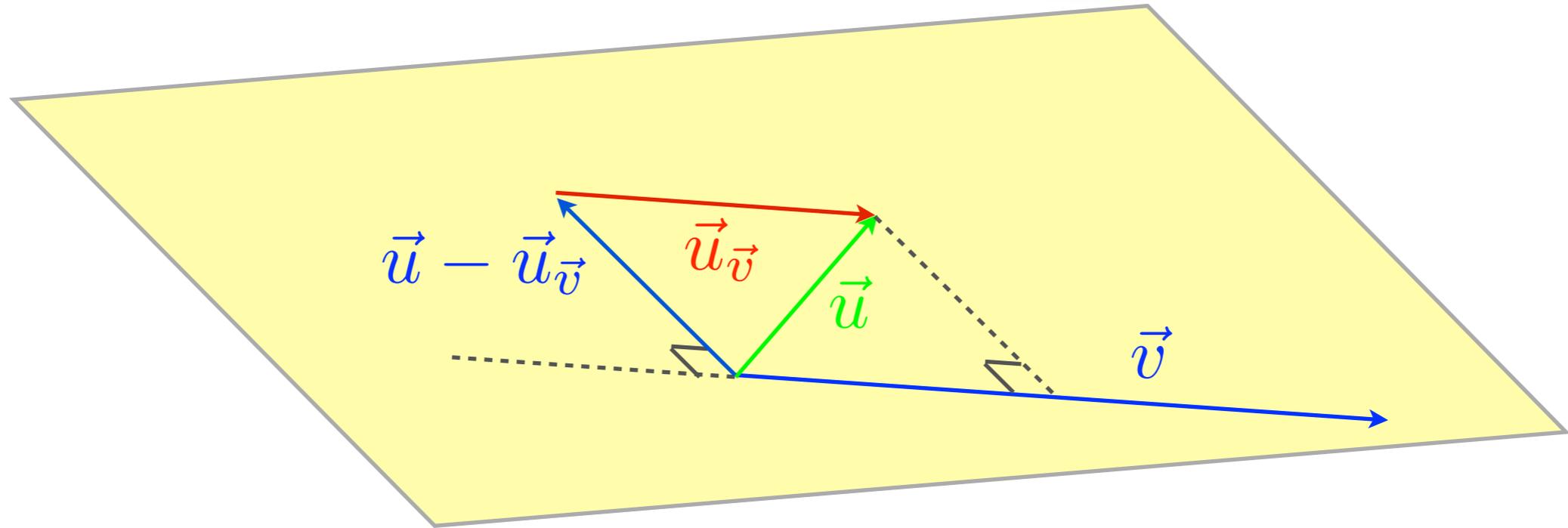
Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$
et dans le plan défini par \vec{v} et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



D'où

$$\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}} = (-3, 4, -1) - \frac{2}{14}(1, 2, 3)$$

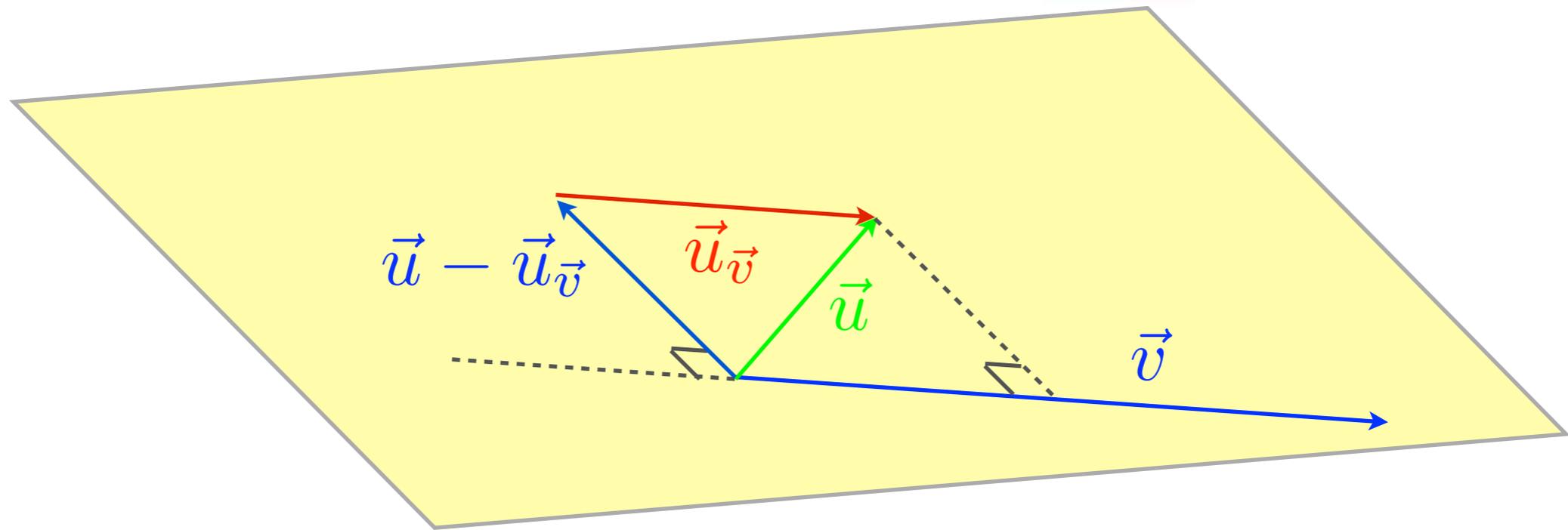
Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$
et dans le plan défini par \vec{v} et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



D'où

$$\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}} = (-3, 4, -1) - \frac{2}{14}(1, 2, 3)$$

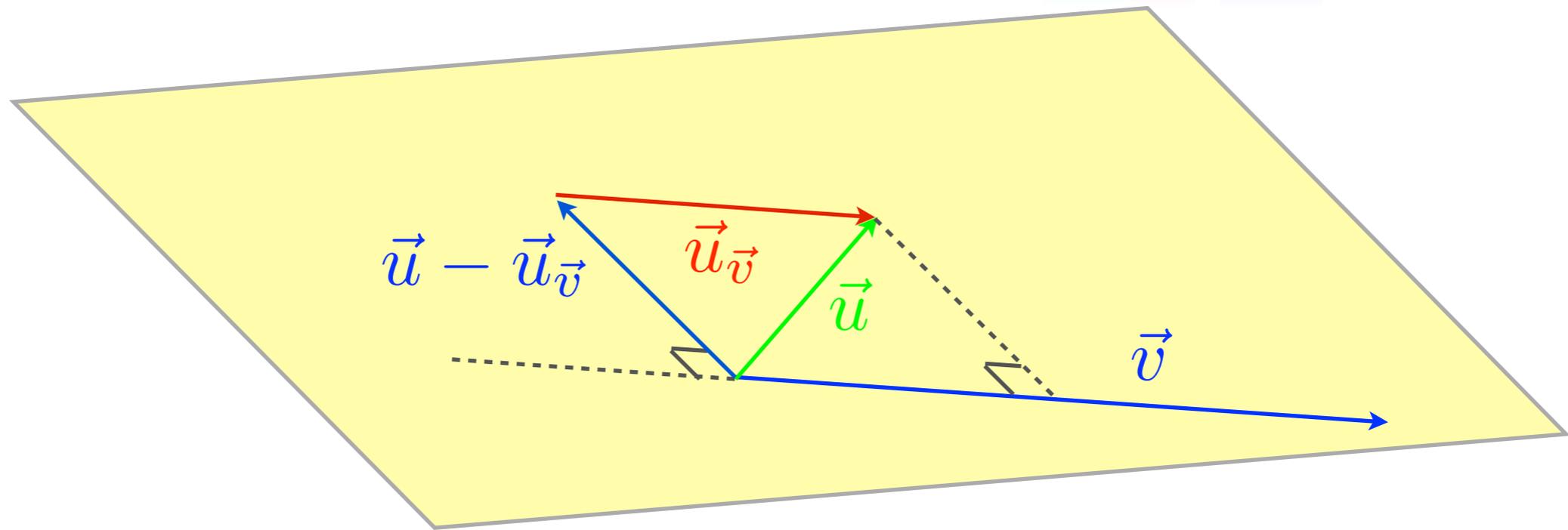
Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$
et dans le plan défini par \vec{v} et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



D'où

$$\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}} = (-3, 4, -1) - \frac{2}{14}(1, 2, 3)$$

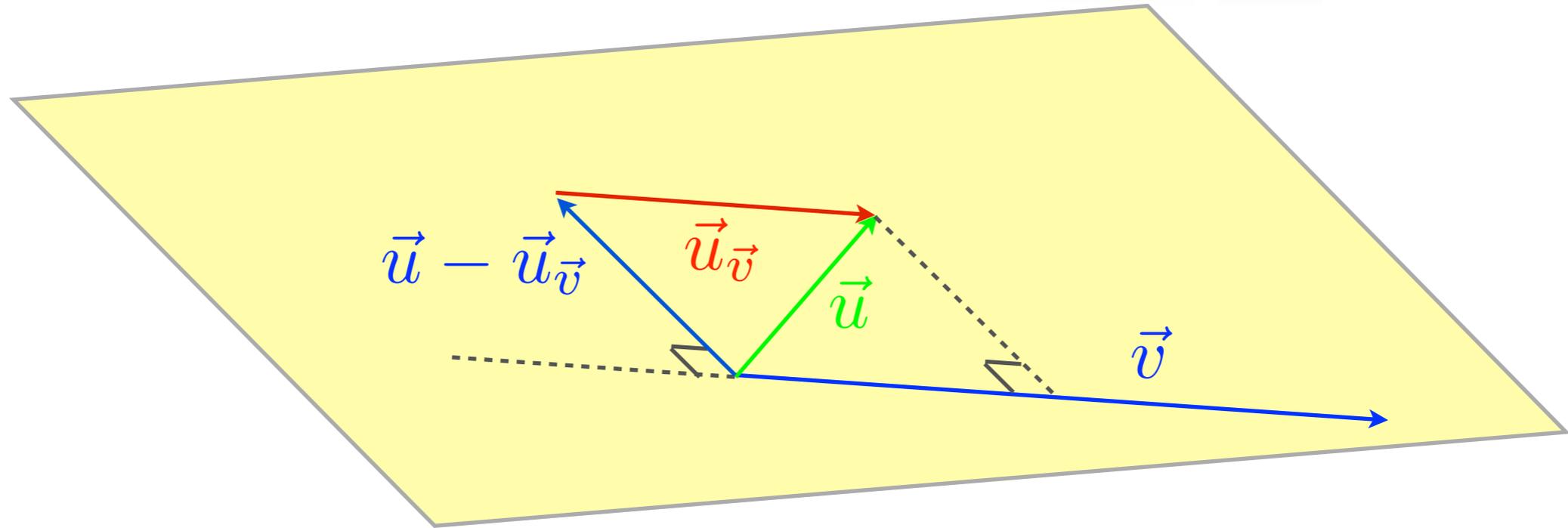
Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$
et dans le plan défini par \vec{v} et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



D'où

$$\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}} = (-3, 4, -1) - \frac{2}{14}(1, 2, 3)$$

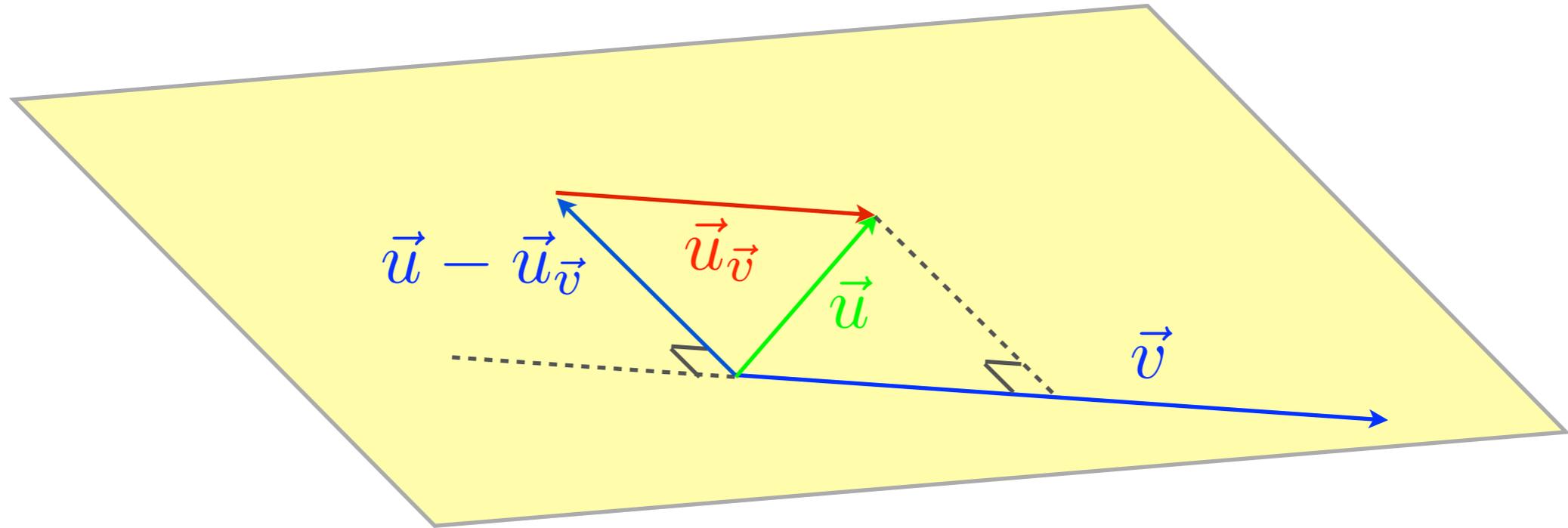
Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$
et dans le plan défini par \vec{v} et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



D'où

$$\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}} = (-3, 4, -1) - \frac{2}{14}(1, 2, 3)$$

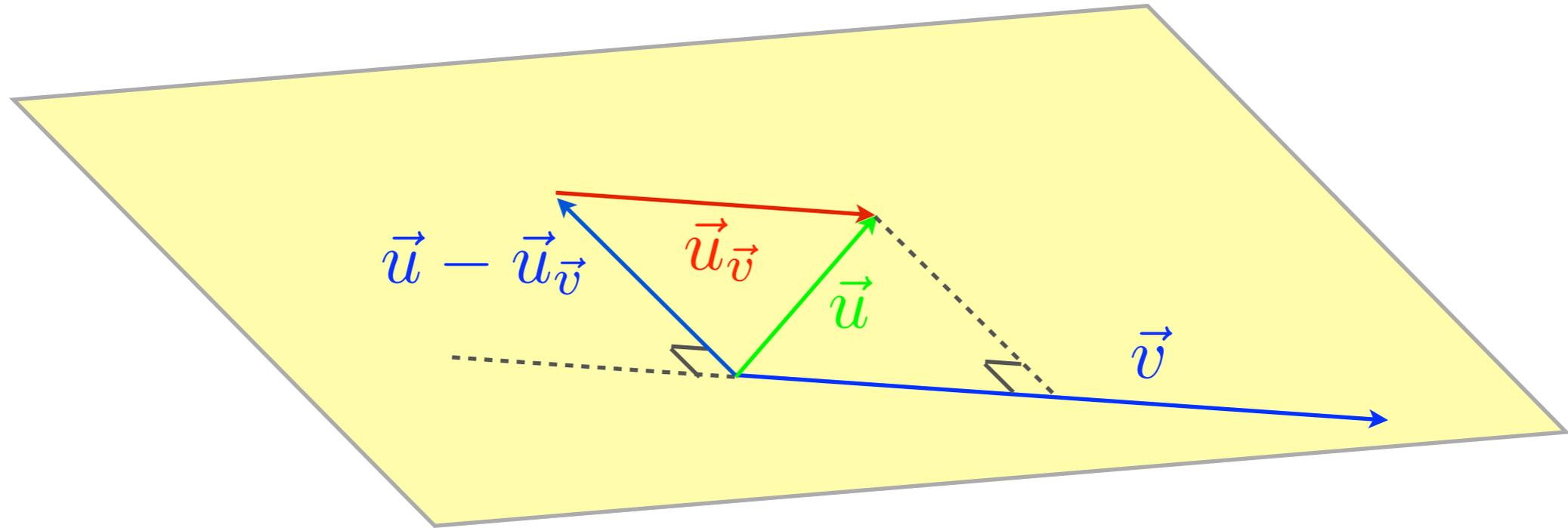
Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$
et dans le plan défini par \vec{v} et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



D'où

$$\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}} = (-3, 4, -1) - \frac{2}{14}(1, 2, 3)$$

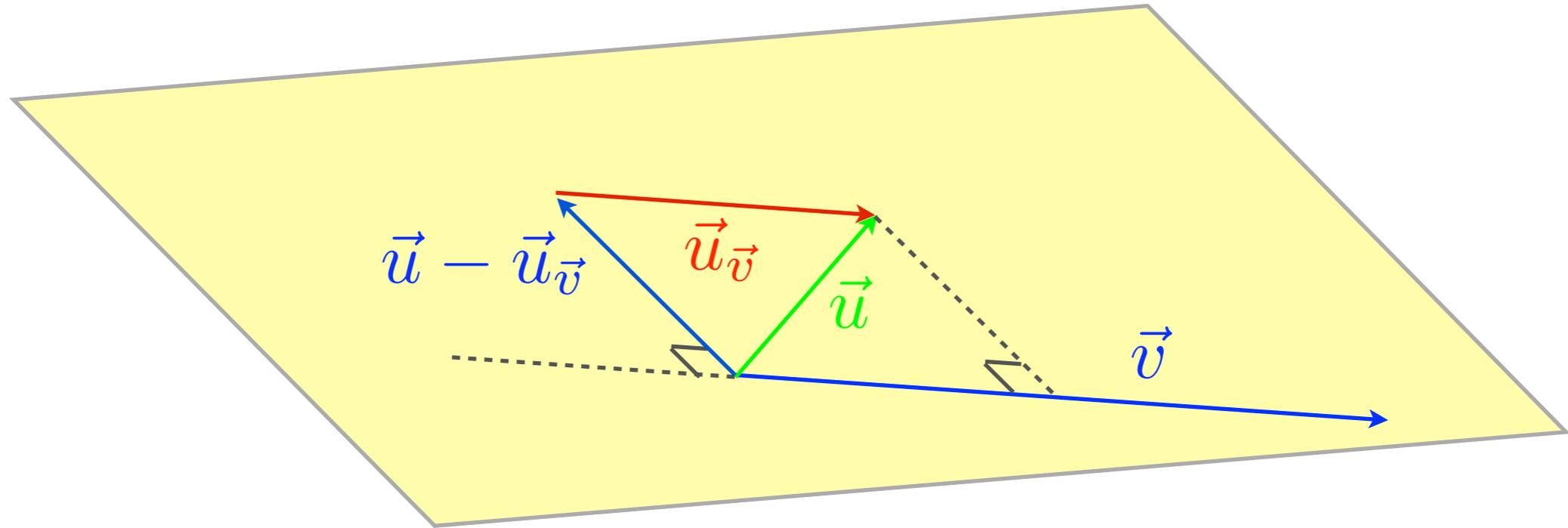
Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$
et dans le plan défini par \vec{v} et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



D'où

$$\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}} = (-3, 4, -1) - \frac{2}{14}(1, 2, 3)$$

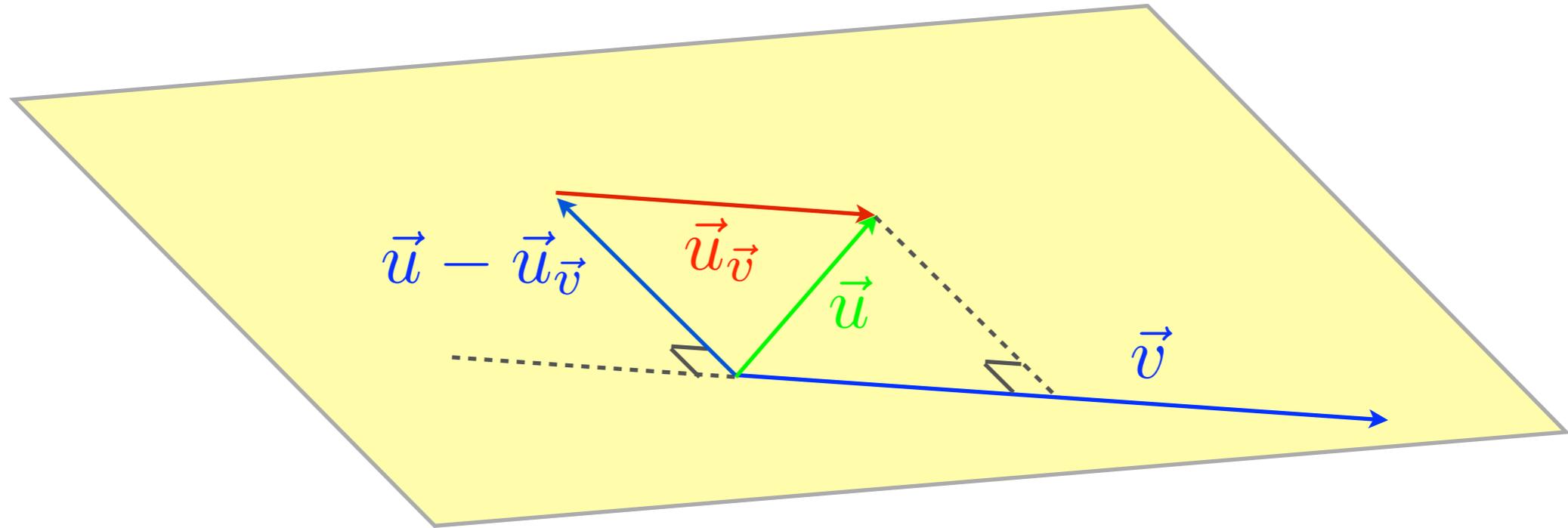
Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$
et dans le plan défini par \vec{v} et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



D'où

$$\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}} = (-3, 4, -1) - \frac{2}{14}(1, 2, 3) = \left(-\frac{22}{7}, \frac{26}{7}, -\frac{10}{7} \right)$$

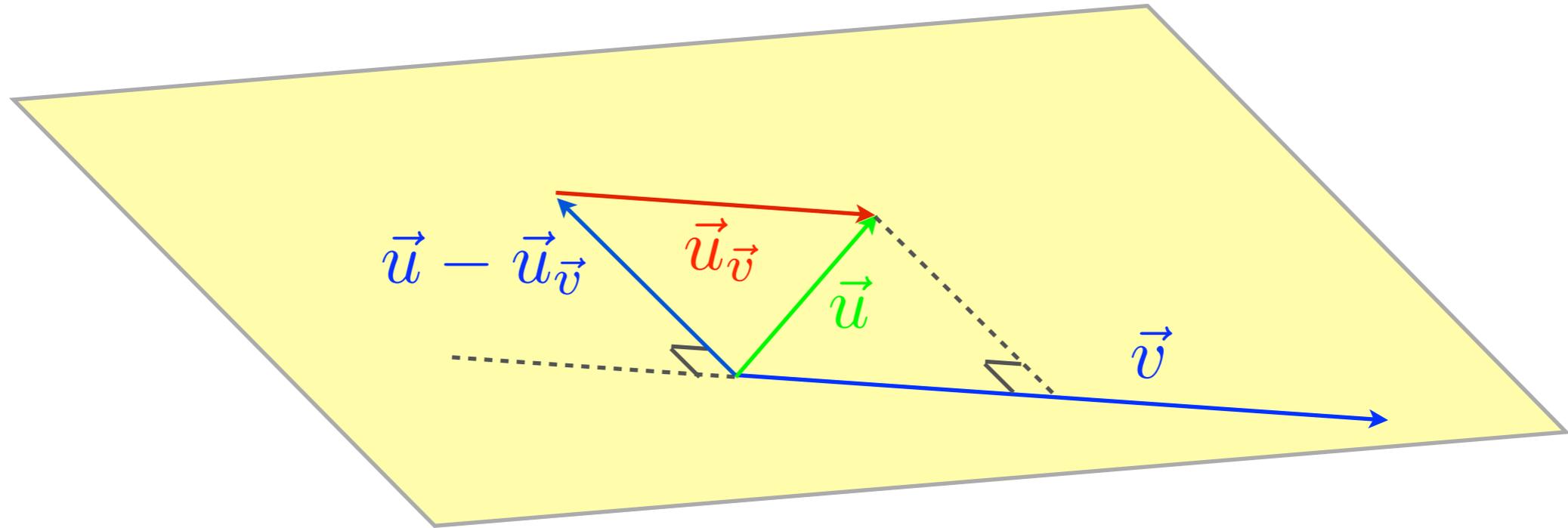
Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$
et dans le plan défini par \vec{v} et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



D'où

$$\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}} = (-3, 4, -1) - \frac{2}{14}(1, 2, 3) = \left(-\frac{22}{7}, \frac{26}{7}, -\frac{10}{7}\right)$$

Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$
et dans le plan défini par \vec{v} et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.

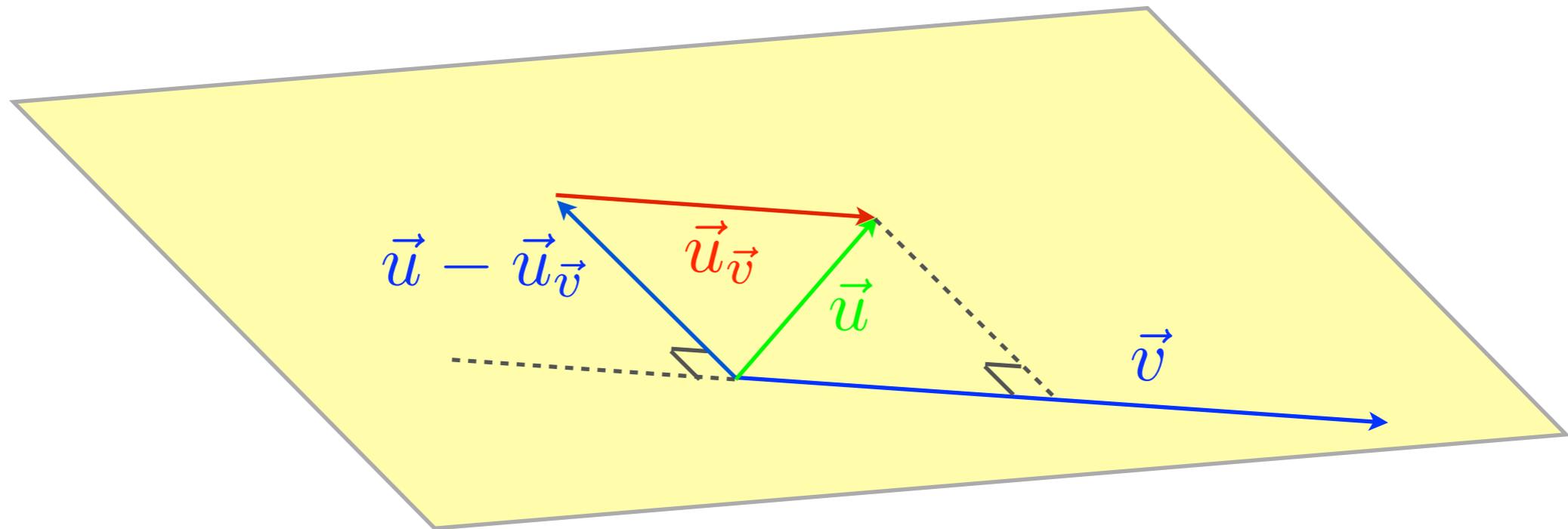


D'où

$$\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}} = (-3, 4, -1) - \frac{2}{14}(1, 2, 3) = \left(-\frac{22}{7}, \frac{26}{7}, -\frac{10}{7} \right)$$

est \perp à \vec{v} et dans le même plan que \vec{u} et \vec{v} .

Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$
 et dans le plan défini par \vec{v} et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



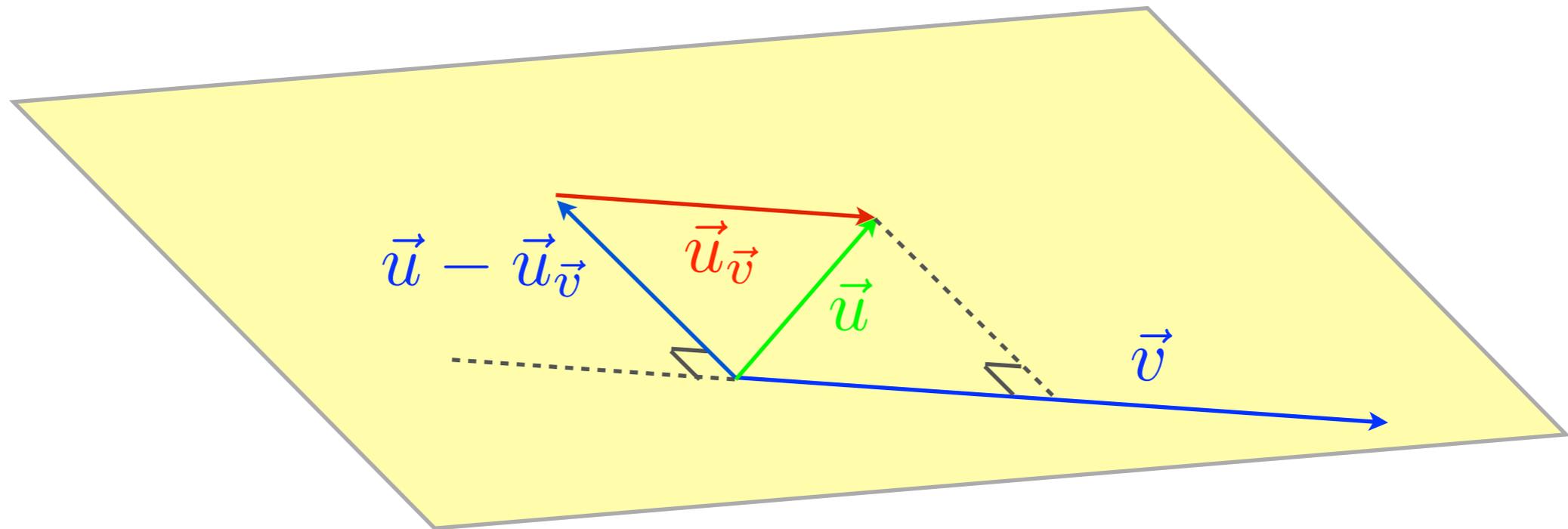
D'où

$$\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}} = (-3, 4, -1) - \frac{2}{14}(1, 2, 3) = \left(-\frac{22}{7}, \frac{26}{7}, -\frac{10}{7} \right)$$

est \perp à \vec{v} et dans le même plan que \vec{u} et \vec{v} .

$$\vec{v} \cdot (\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}}) = -\frac{22}{7} + \frac{52}{7} - \frac{30}{7}$$

Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$
et dans le plan défini par \vec{v} et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



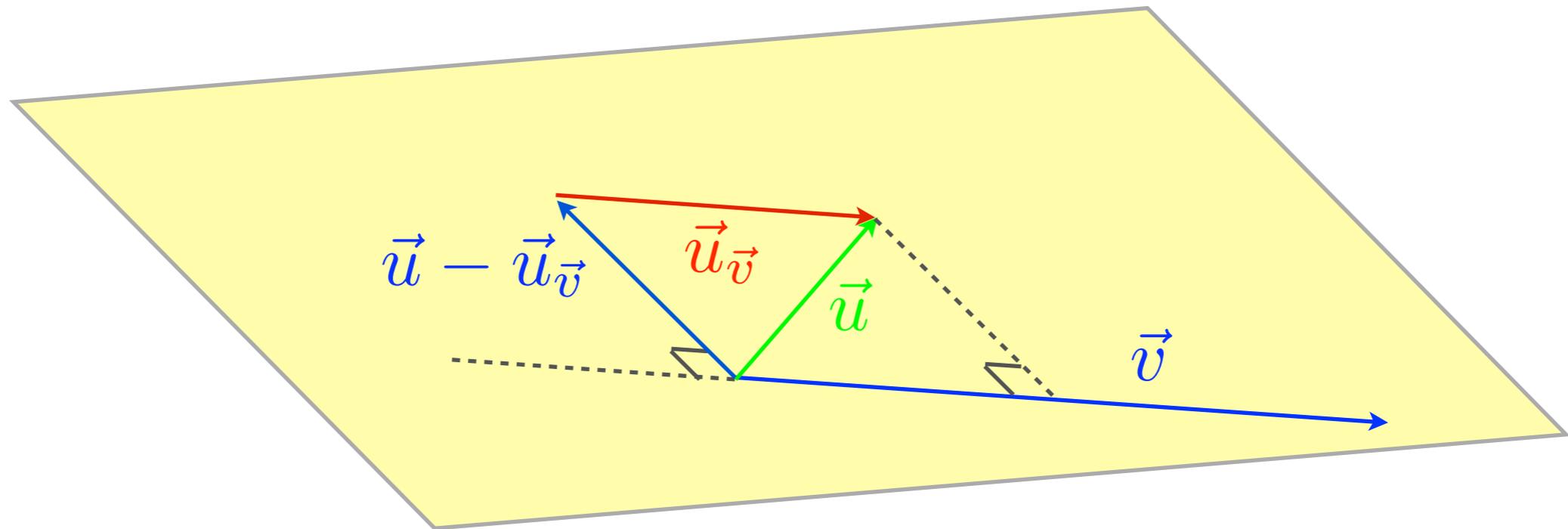
D'où

$$\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}} = (-3, 4, -1) - \frac{2}{14}(1, 2, 3) = \left(-\frac{22}{7}, \frac{26}{7}, -\frac{10}{7} \right)$$

est \perp à \vec{v} et dans le même plan que \vec{u} et \vec{v} .

$$\vec{v} \cdot (\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}}) = -\frac{22}{7} + \frac{52}{7} - \frac{30}{7}$$

Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$
et dans le plan défini par \vec{v} et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



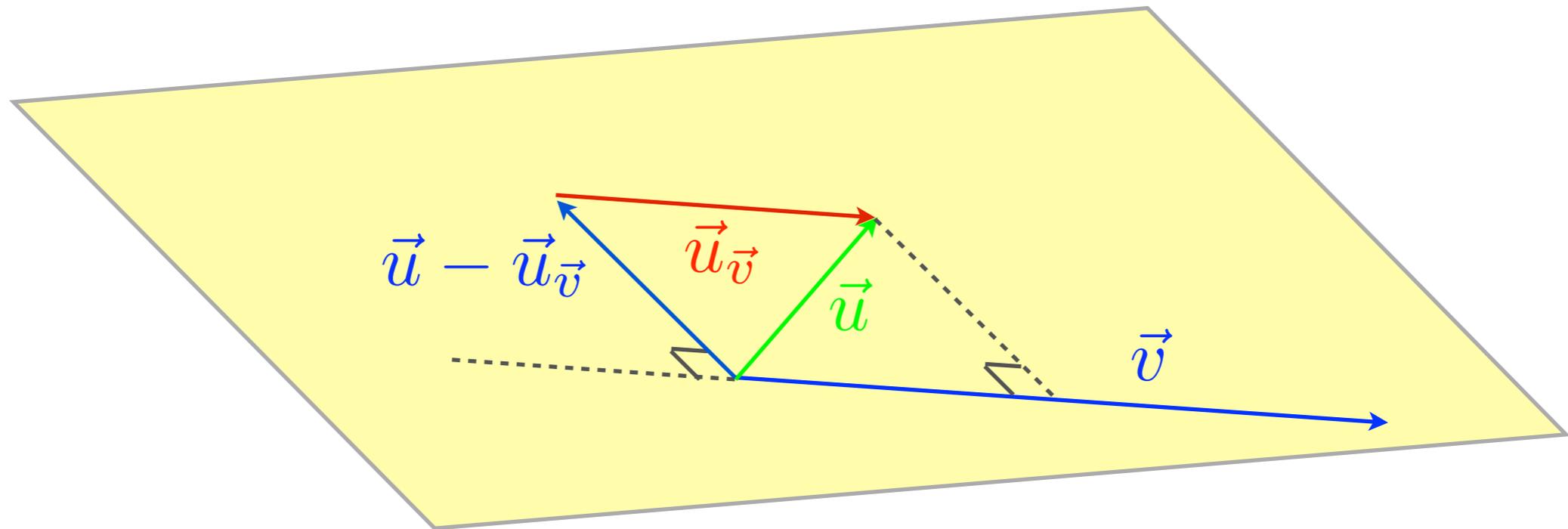
D'où

$$\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}} = (-3, 4, -1) - \frac{2}{14}(1, 2, 3) = \left(-\frac{22}{7}, \frac{26}{7}, -\frac{10}{7} \right)$$

est \perp à \vec{v} et dans le même plan que \vec{u} et \vec{v} .

$$\vec{v} \cdot (\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}}) = -\frac{22}{7} + \frac{52}{7} - \frac{30}{7}$$

Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$
 et dans le plan défini par \vec{v} et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



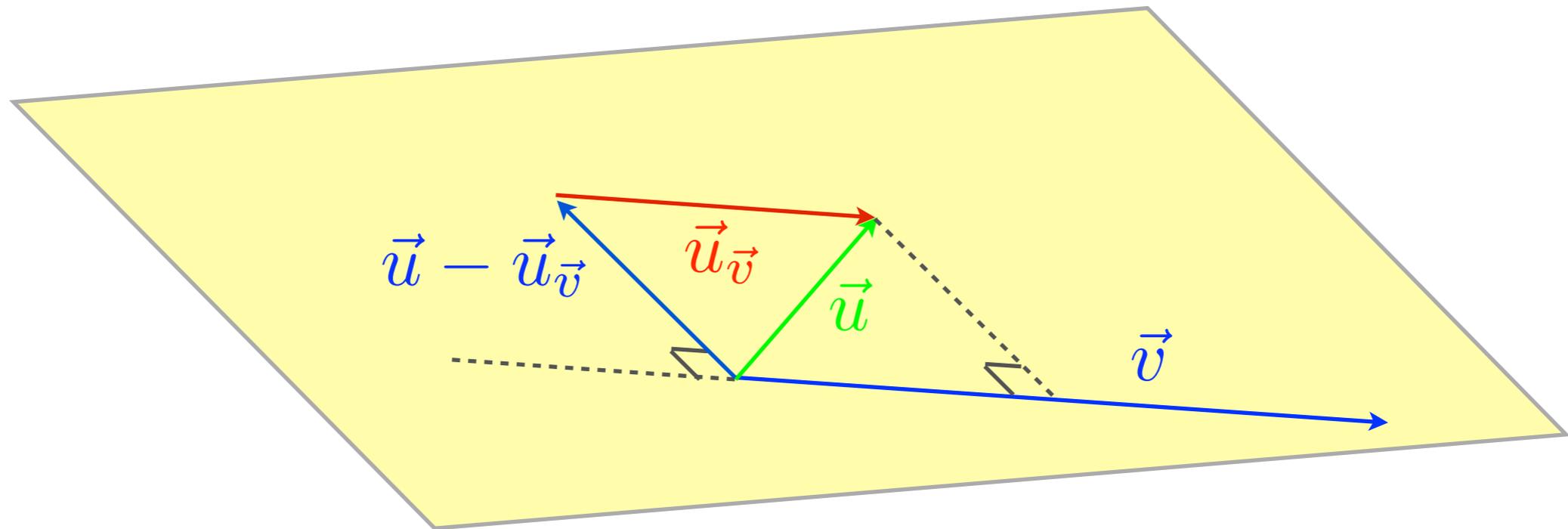
D'où

$$\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}} = (-3, 4, -1) - \frac{2}{14}(1, 2, 3) = \left(\frac{22}{7}, \frac{26}{7}, -\frac{10}{7} \right)$$

est \perp à \vec{v} et dans le même plan que \vec{u} et \vec{v} .

$$\vec{v} \cdot (\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}}) = \frac{22}{7} + \frac{52}{7} - \frac{30}{7}$$

Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$
 et dans le plan défini par \vec{v} et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



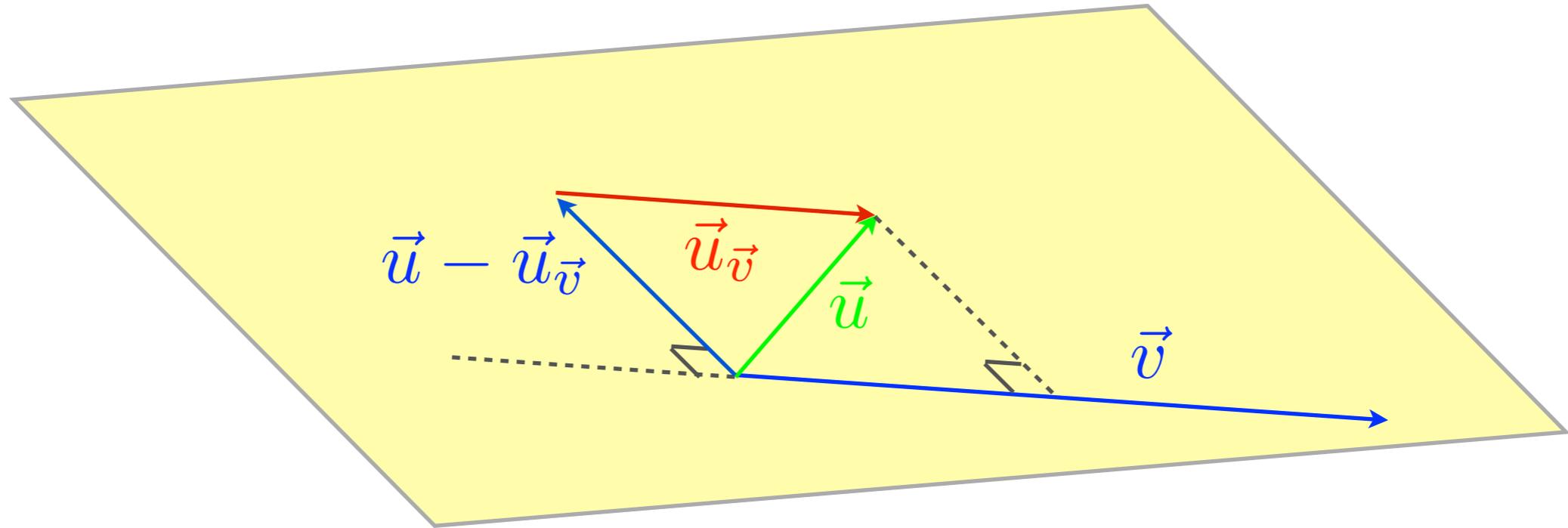
D'où

$$\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}} = (-3, 4, -1) - \frac{2}{14}(1, 2, 3) = \left(\frac{22}{7}, \frac{26}{7}, -\frac{10}{7} \right)$$

est \perp à \vec{v} et dans le même plan que \vec{u} et \vec{v} .

$$\vec{v} \cdot (\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}}) = \frac{22}{7} + \frac{52}{7} - \frac{30}{7}$$

Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$
 et dans le plan défini par \vec{v} et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



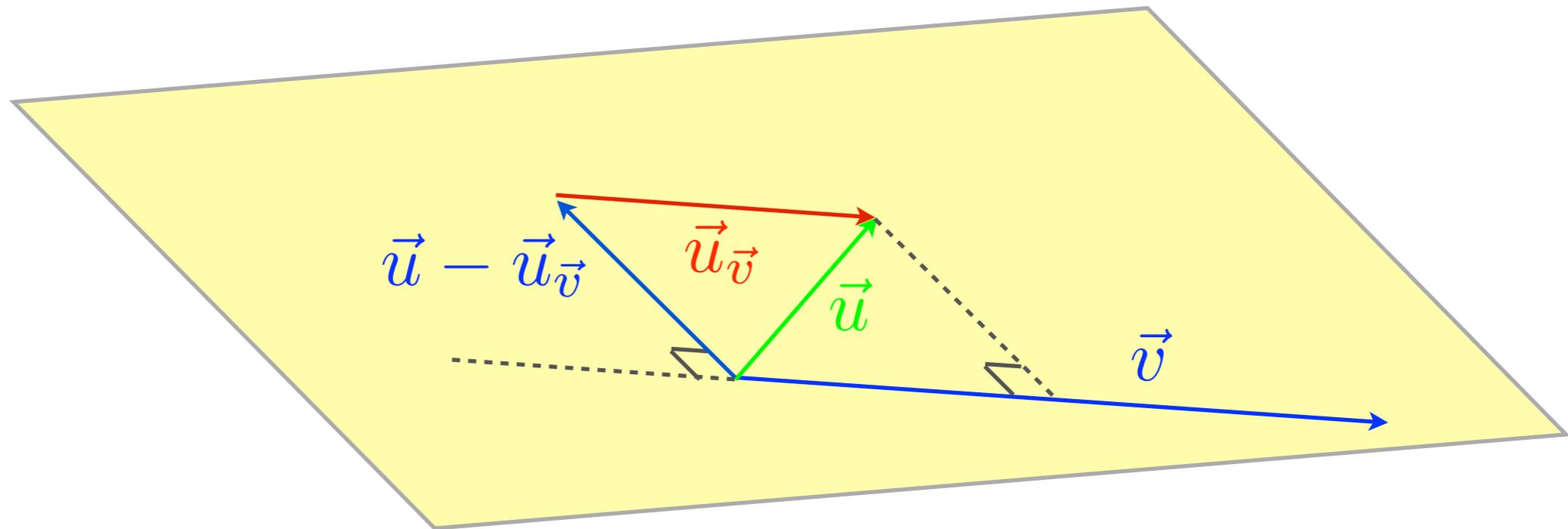
D'où

$$\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}} = (-3, 4, -1) - \frac{2}{14}(1, 2, 3) = \left(\frac{22}{7}, \frac{26}{7}, -\frac{10}{7} \right)$$

est \perp à \vec{v} et dans le même plan que \vec{u} et \vec{v} .

$$\vec{v} \cdot (\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}}) = \frac{22}{7} + \frac{52}{7} - \frac{30}{7}$$

Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$
 et dans le plan défini par \vec{v} et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



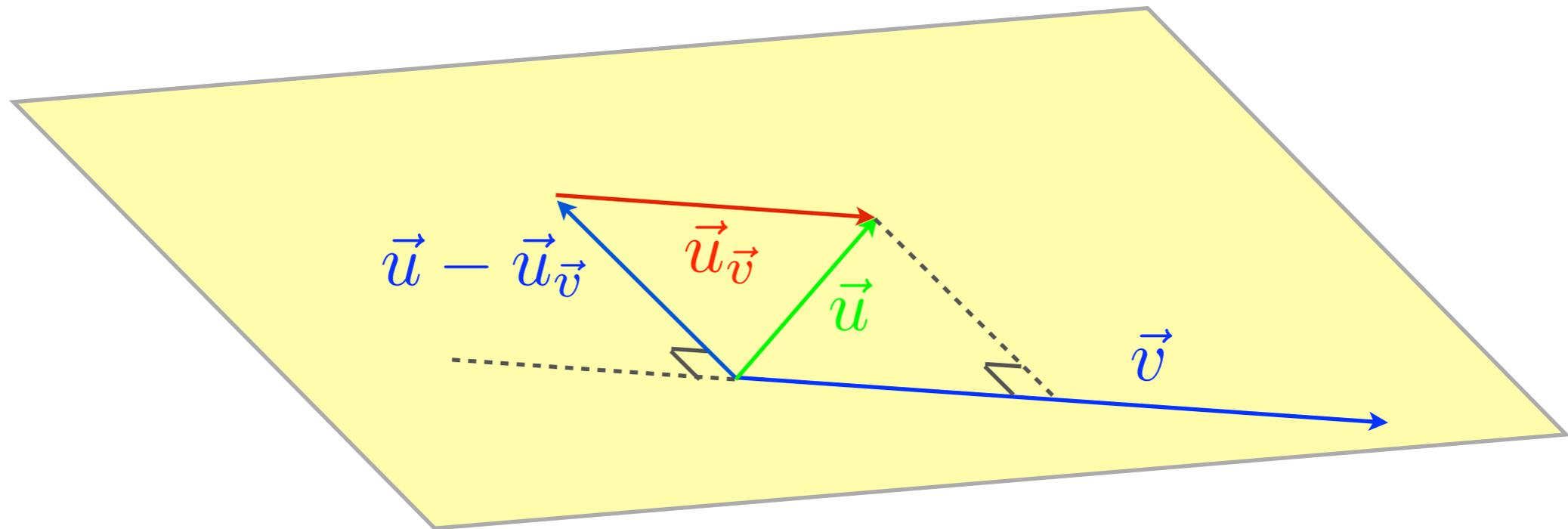
D'où

$$\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}} = (-3, 4, -1) - \frac{2}{14}(1, 2, 3) = \left(\frac{22}{7}, \frac{26}{7}, -\frac{10}{7} \right)$$

est \perp à \vec{v} et dans le même plan que \vec{u} et \vec{v} .

$$\vec{v} \cdot (\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}}) = \frac{22}{7} + \frac{52}{7} - \frac{30}{7}$$

Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{v} = (1, 2, 3)$
 et dans le plan défini par \vec{v} et $\vec{u} = (-3, 4, -1)$.



D'où

$$\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}} = (-3, 4, -1) - \frac{2}{14}(1, 2, 3) = \left(\frac{22}{7}, \frac{26}{7}, -\frac{10}{7} \right)$$

est \perp à \vec{v} et dans le même plan que \vec{u} et \vec{v} .

$$\vec{v} \cdot (\vec{u} - \vec{u}_{\vec{v}}) = \frac{22}{7} + \frac{52}{7} - \frac{30}{7} = 0$$

Faites les exercices suivants

p. 69, # 12 à 15

Devoir:

p.69, # 12 à 26