3.1 DÉTERMINANTS

Cours 5

Aujourd’hui, nous allons voir

Aujourd’hui, nous allons voir

- ✓ La définition du déterminant.

Aujourd'hui, nous allons voir

- ✓ La définition du déterminant.
- ✓ Le calcul d'aire.

Aujourd'hui, nous allons voir

- ✓ La définition du déterminant.
- ✓ Le calcul d'aire.
- ✓ La façon de résoudre un système d'équations linéaires à l'aide de la règle de Cramer.

Il y a deux approches à la théorie des déterminants.

Il y a deux approches à la théorie des déterminants.

Systèmes d'équations linéaires

Il y a deux approches à la théorie des déterminants.

Systèmes d'équations linéaires

Il y a deux approches à la théorie des déterminants.

Systèmes d’équations linéaires

Déterminants

Il y a deux approches à la théorie des déterminants.

Systèmes d’équations linéaires

Déterminants

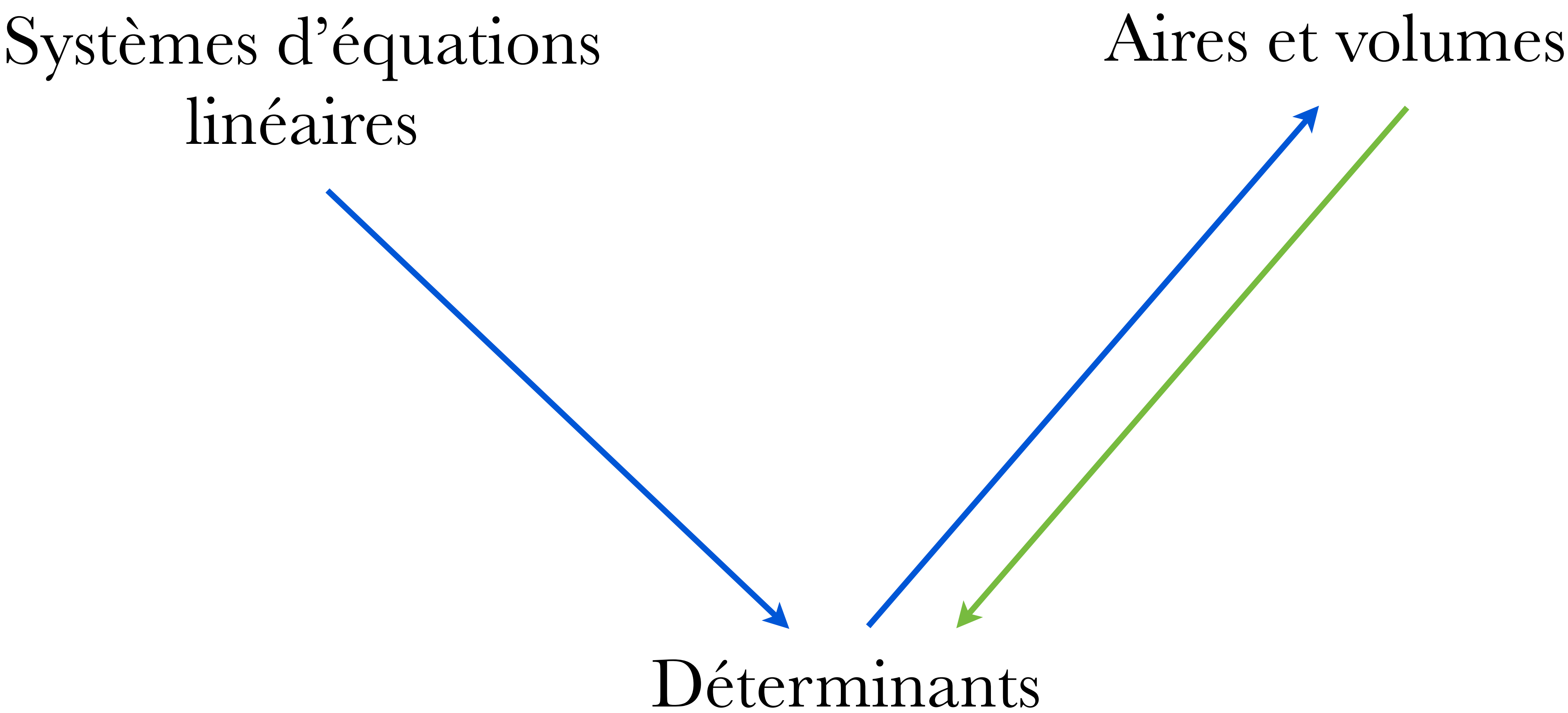
Il y a deux approches à la théorie des déterminants.

Systèmes d'équations linéaires

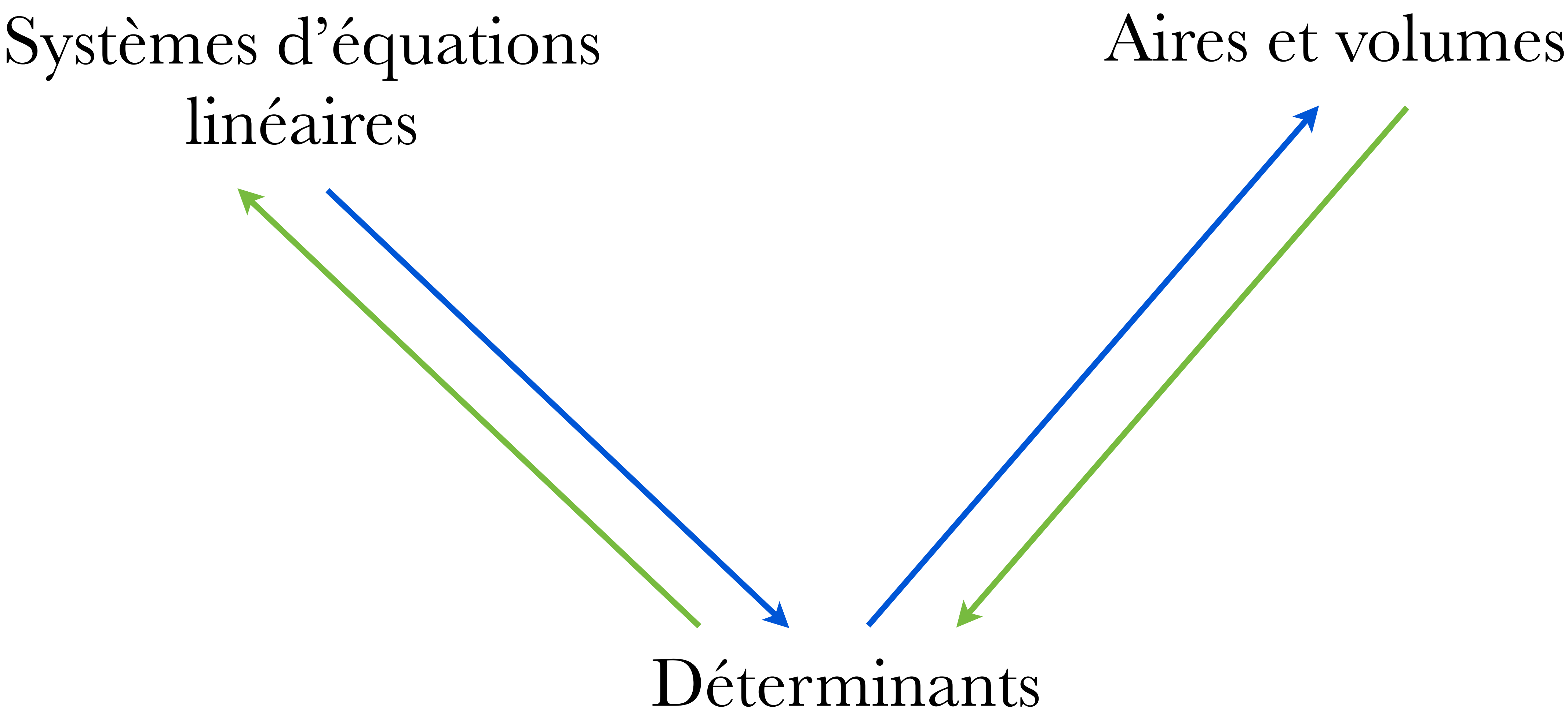
Aires et volumes

Déterminants

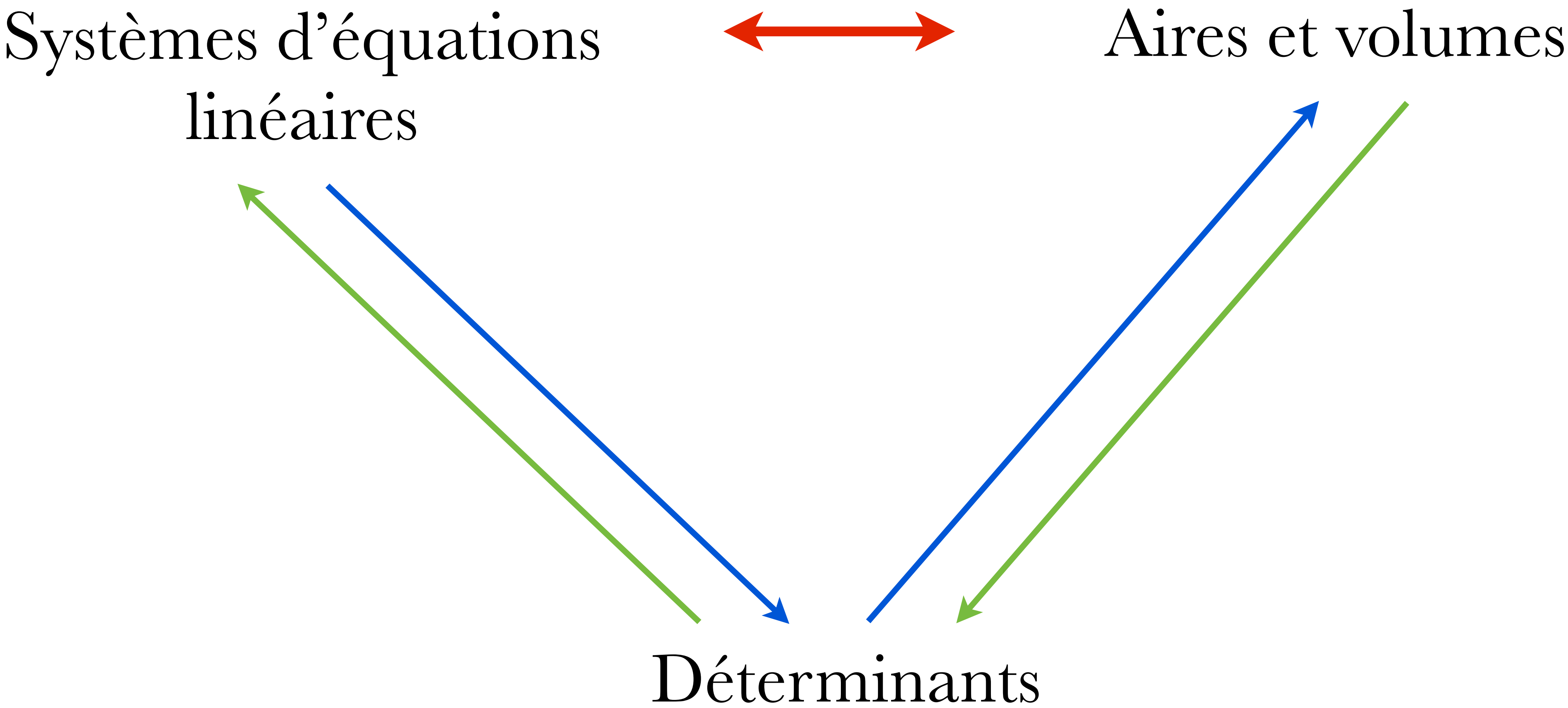
Il y a deux approches à la théorie des déterminants.



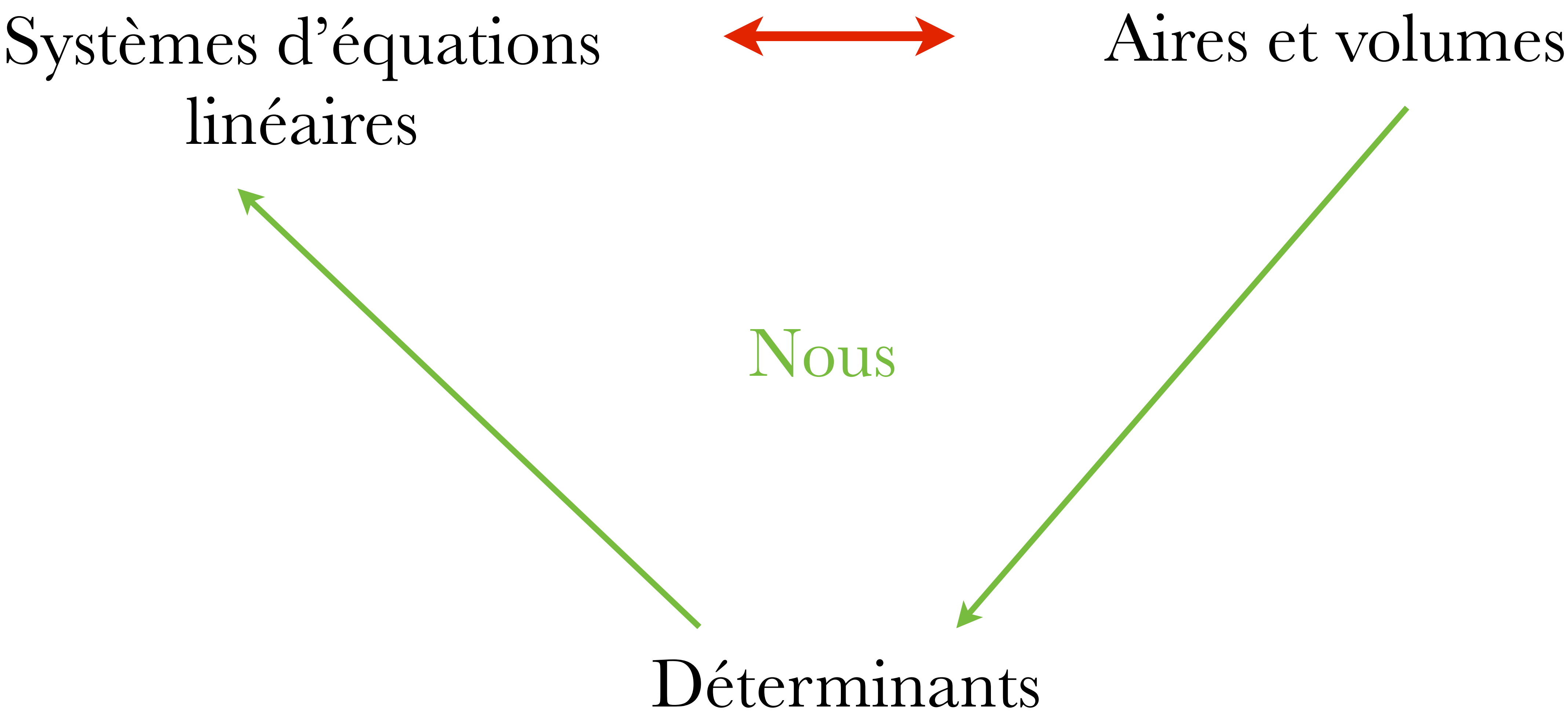
Il y a deux approches à la théorie des déterminants.



Il y a deux approches à la théorie des déterminants.



Il y a deux approches à la théorie des déterminants.



Aires

On va commencer par regarder les aires.

Aires

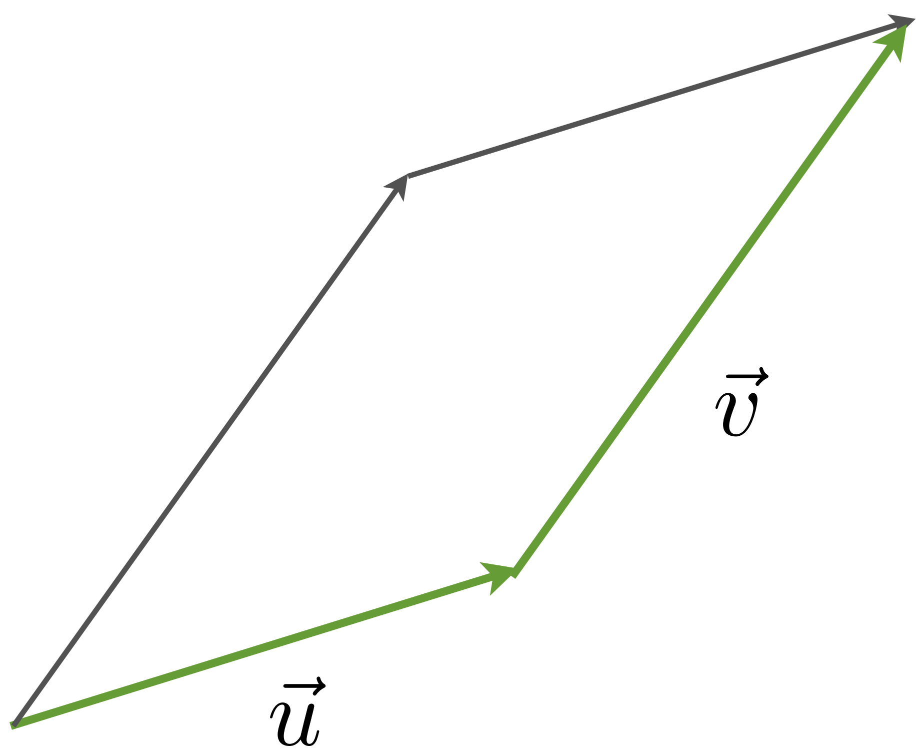
On va commencer par regarder les aires.

Deux vecteurs définissent un parallélogramme.

Aires

On va commencer par regarder les aires.

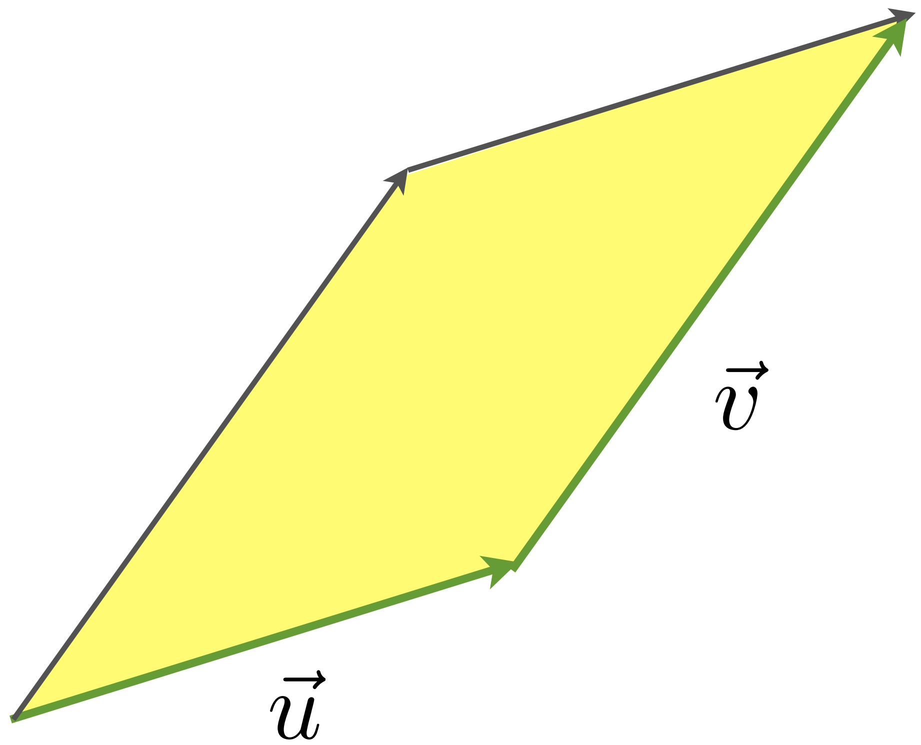
Deux vecteurs définissent un parallélogramme.



Aires

On va commencer par regarder les aires.

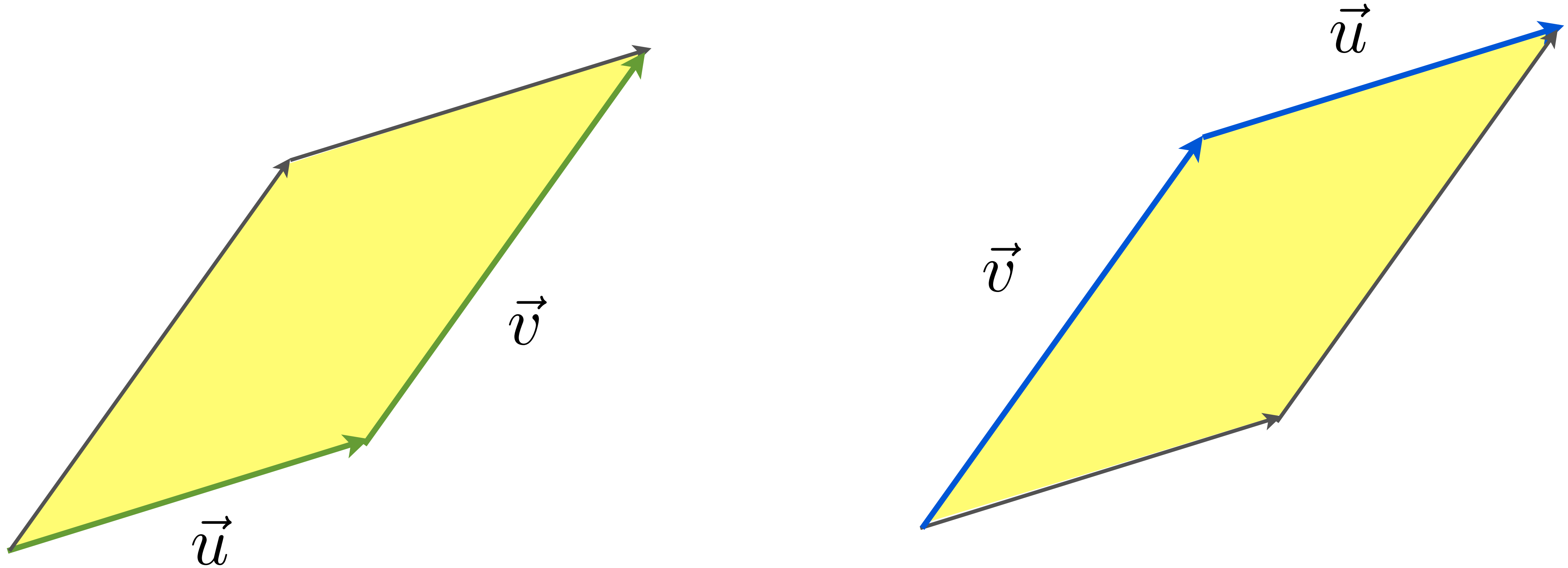
Deux vecteurs définissent un parallélogramme.



Aires

On va commencer par regarder les aires.

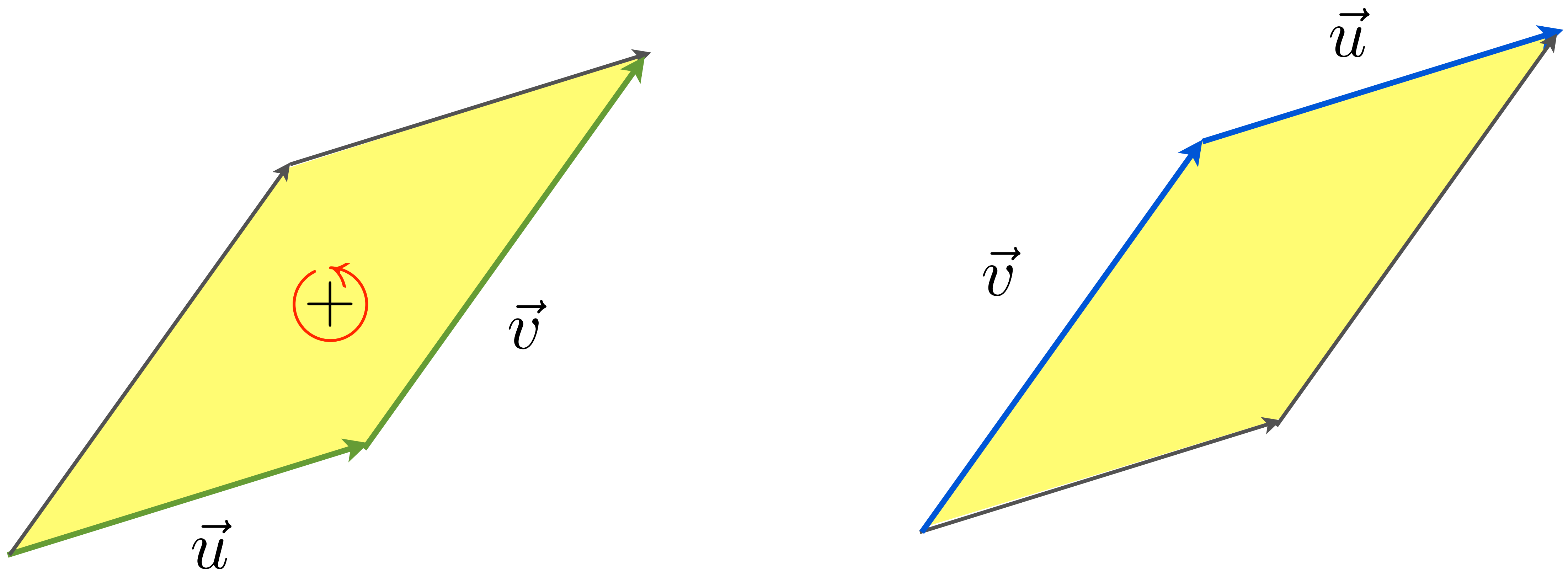
Deux vecteurs définissent un parallélogramme.



Aires

On va commencer par regarder les aires.

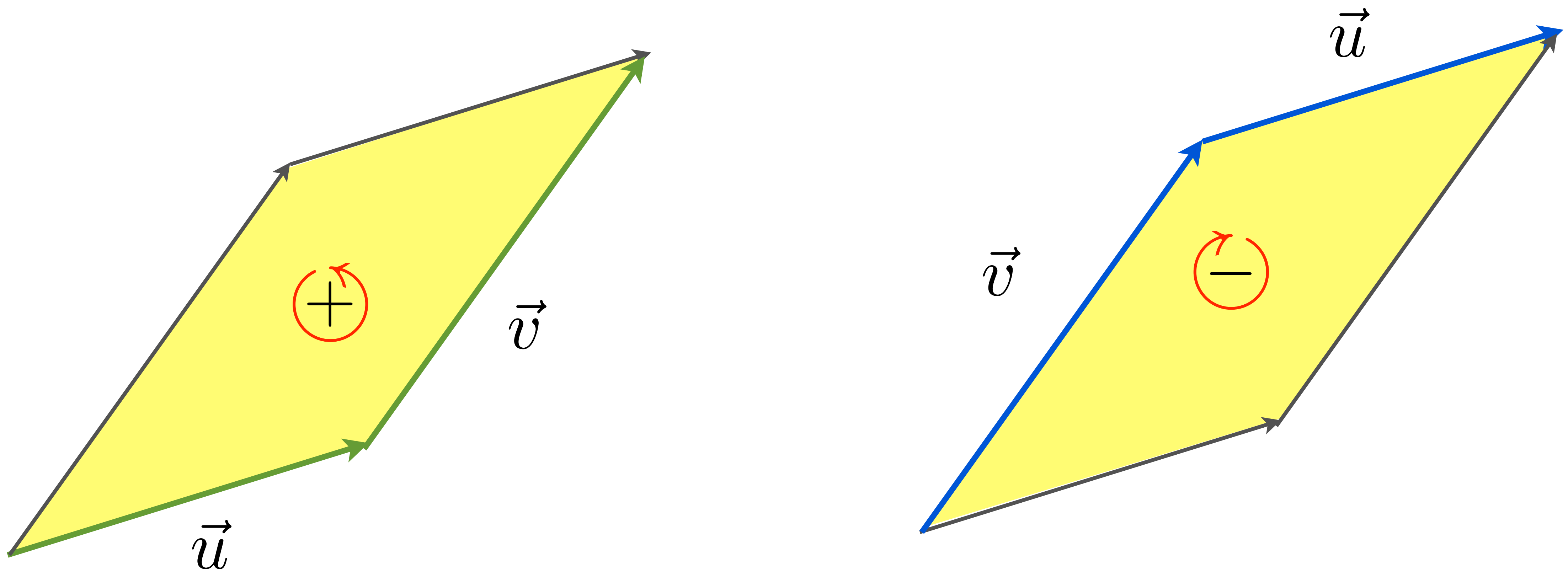
Deux vecteurs définissent un parallélogramme.



Aires

On va commencer par regarder les aires.

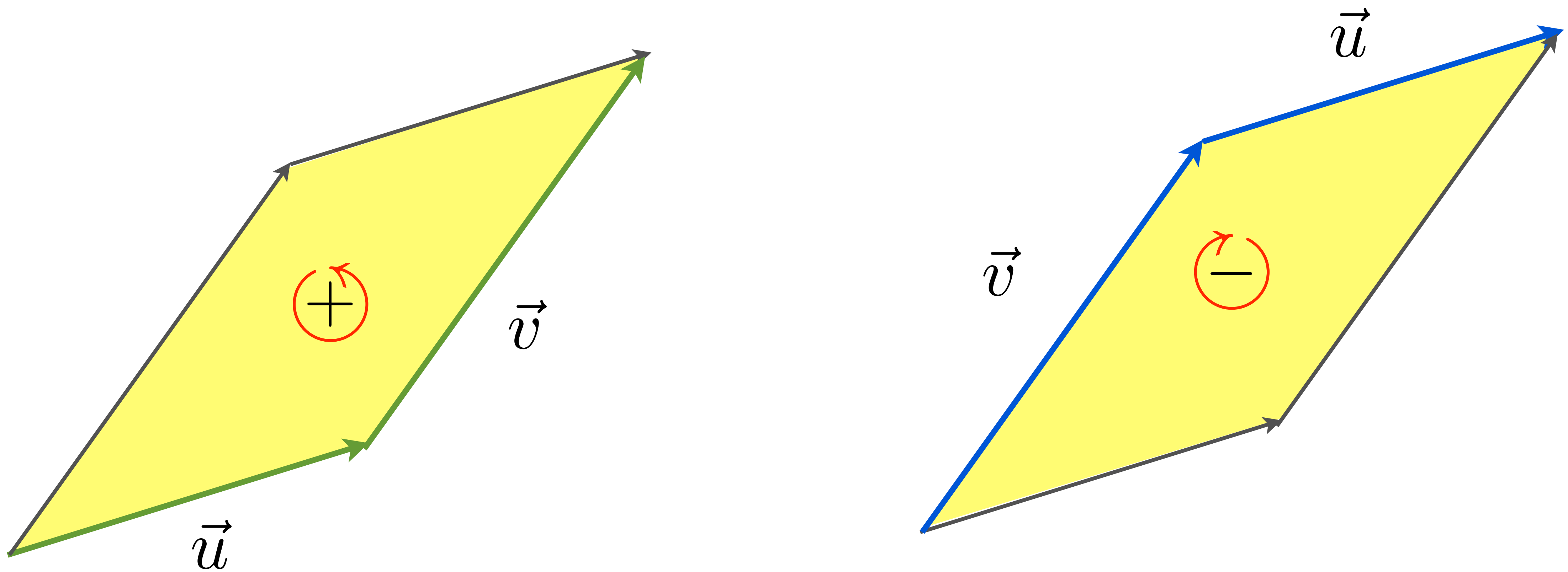
Deux vecteurs définissent un parallélogramme.



Aires

On va commencer par regarder les aires.

Deux vecteurs définissent un parallélogramme.

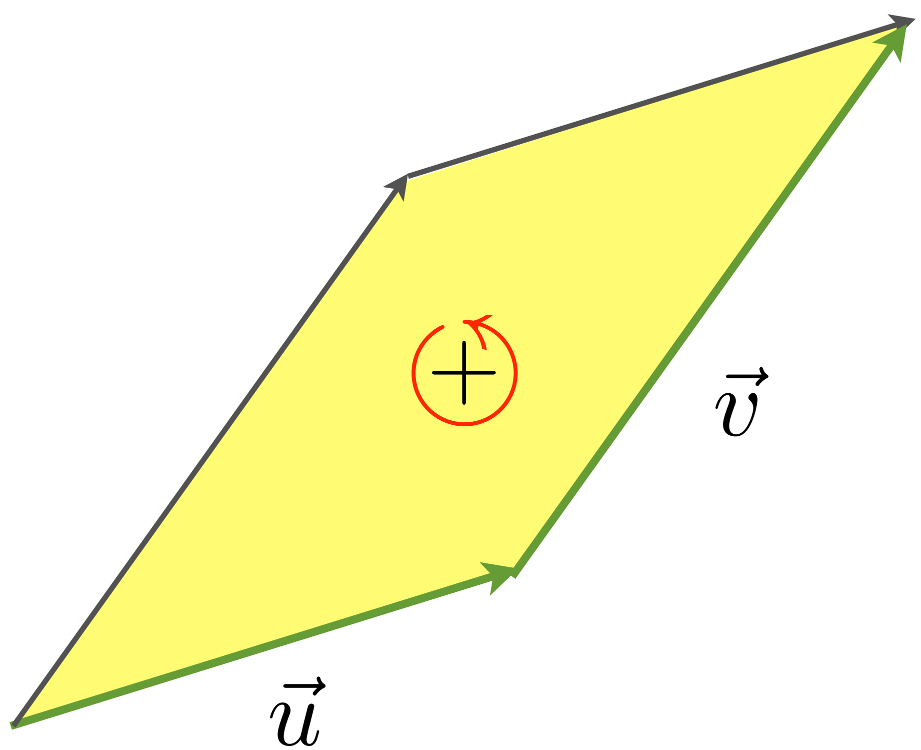


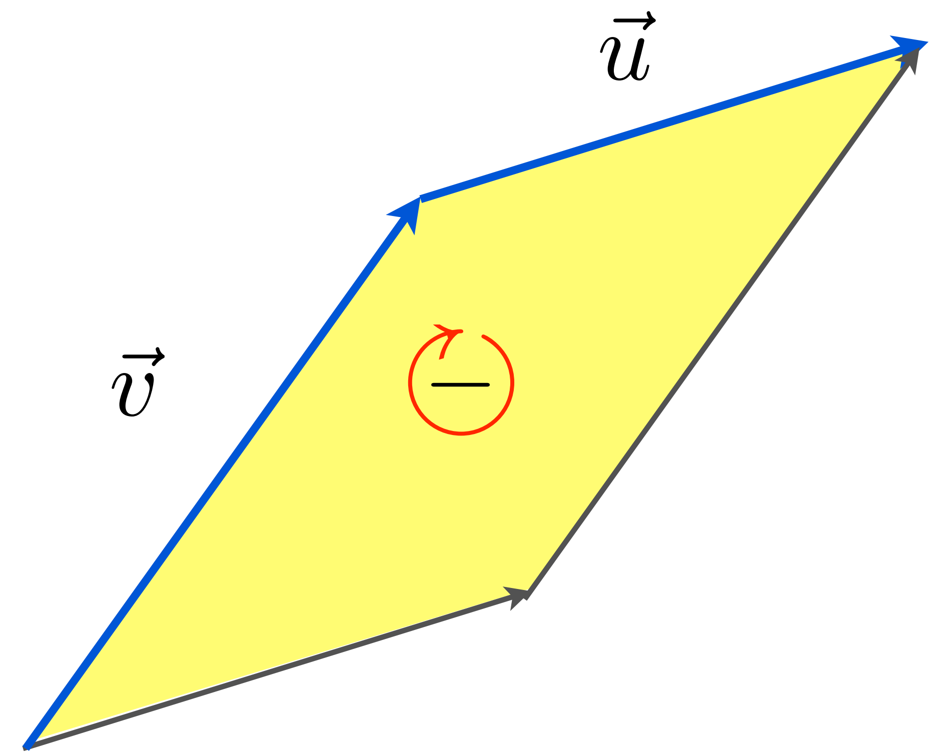
Aire positive

Aires

On va commencer par regarder les aires.

Deux vecteurs définissent un parallélogramme.





Aire positive

Aire négative

Aire d’un parallélogramme

Aire d'un parallélogramme

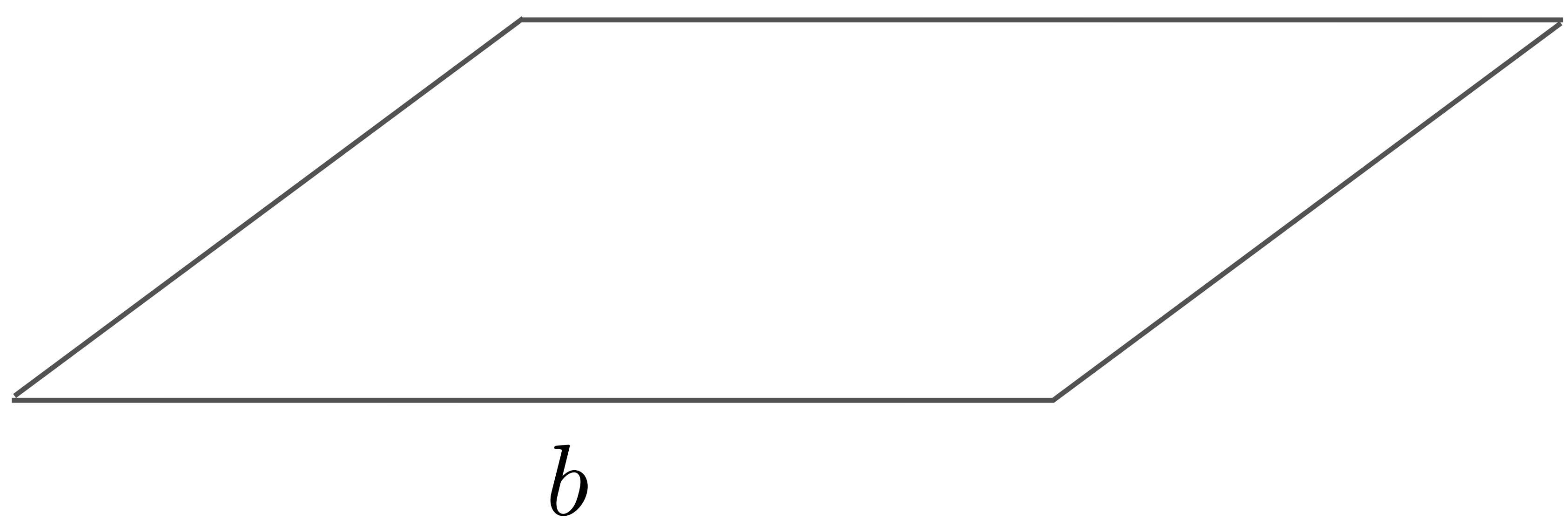
Base $\times$ hauteur

Aire d'un parallélogramme

Base $\times$ hauteur

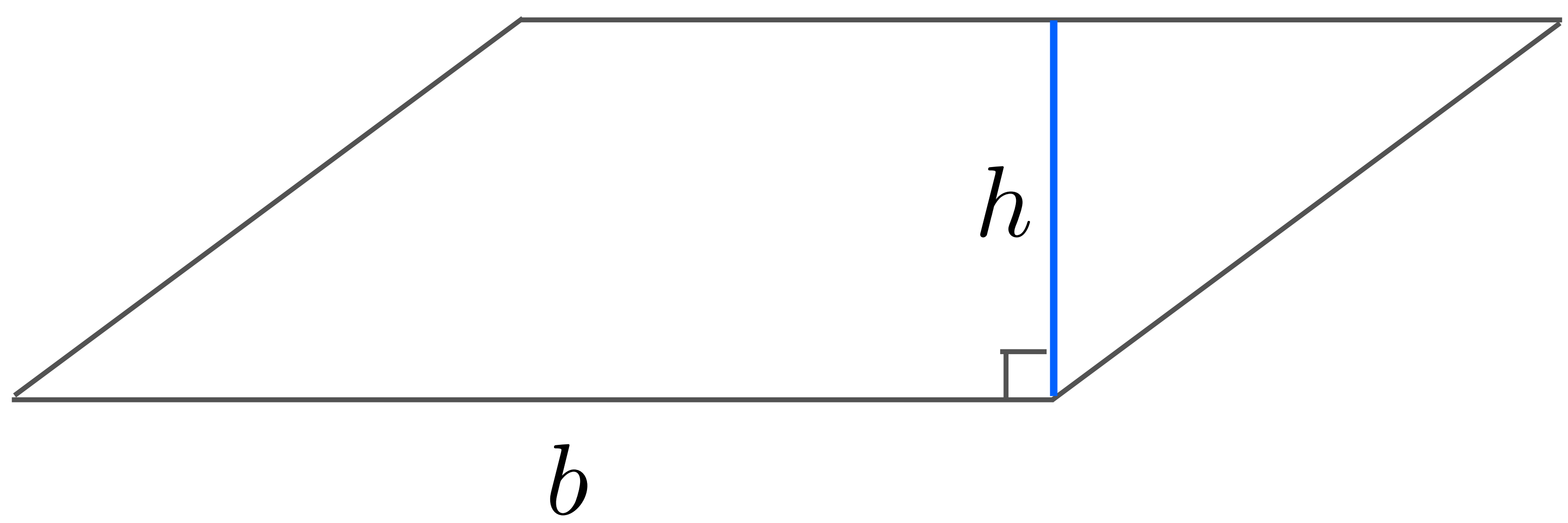
Aire d'un parallélogramme

Base $\times$ hauteur



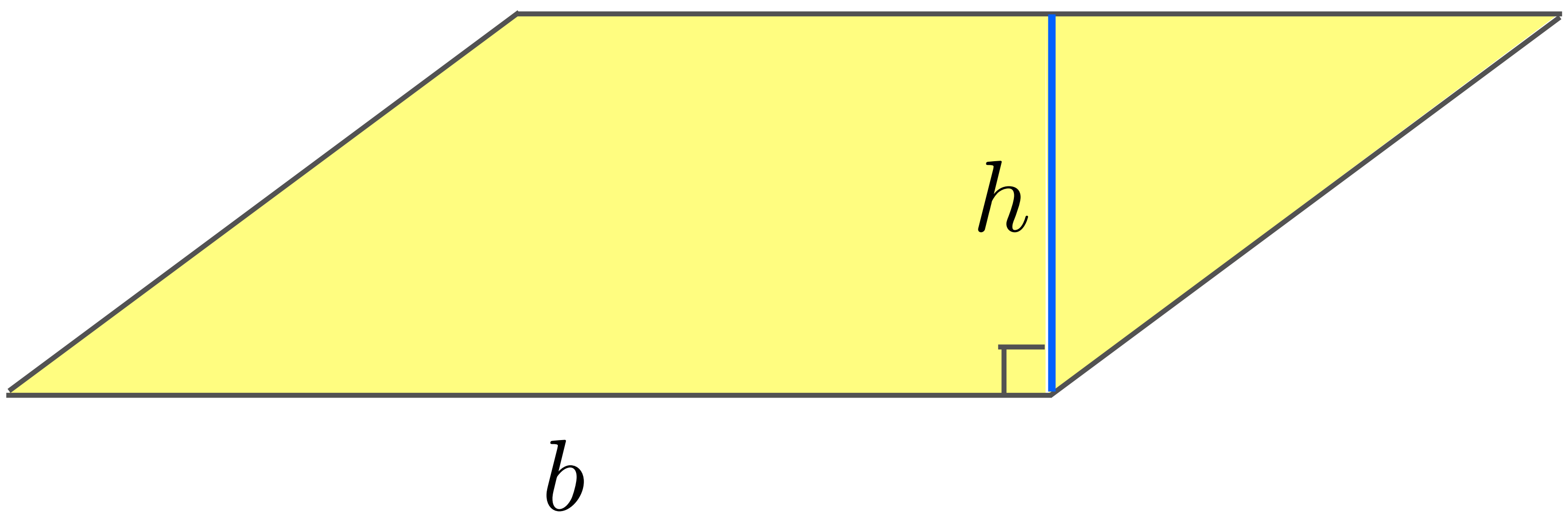
Aire d'un parallélogramme

$$\text{Base} \times \text{hauteur}$$



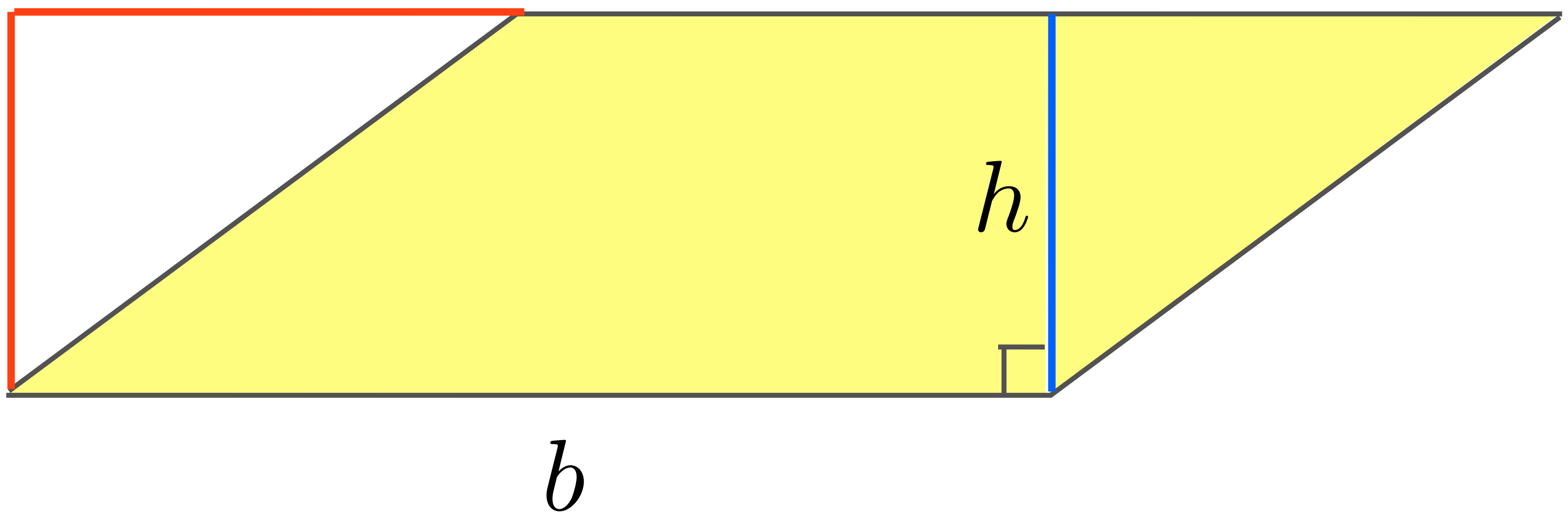
Aire d'un parallélogramme

$$\text{Base} \times \text{hauteur}$$



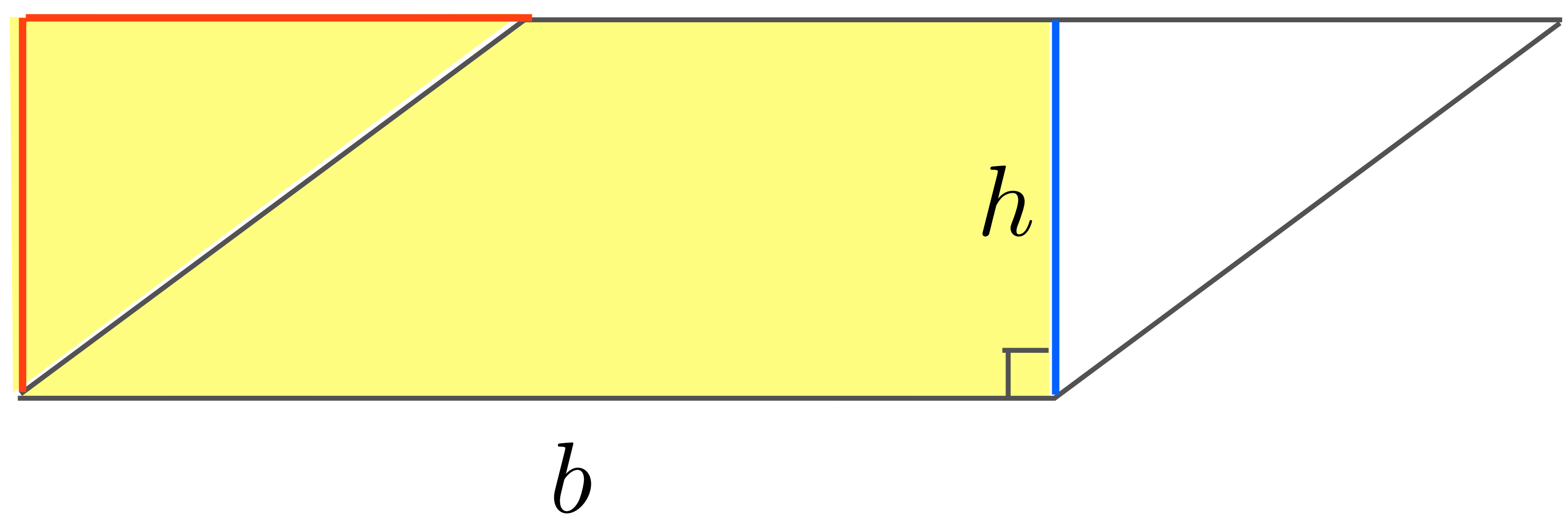
Aire d'un parallélogramme

$$\text{Base} \times \text{hauteur}$$

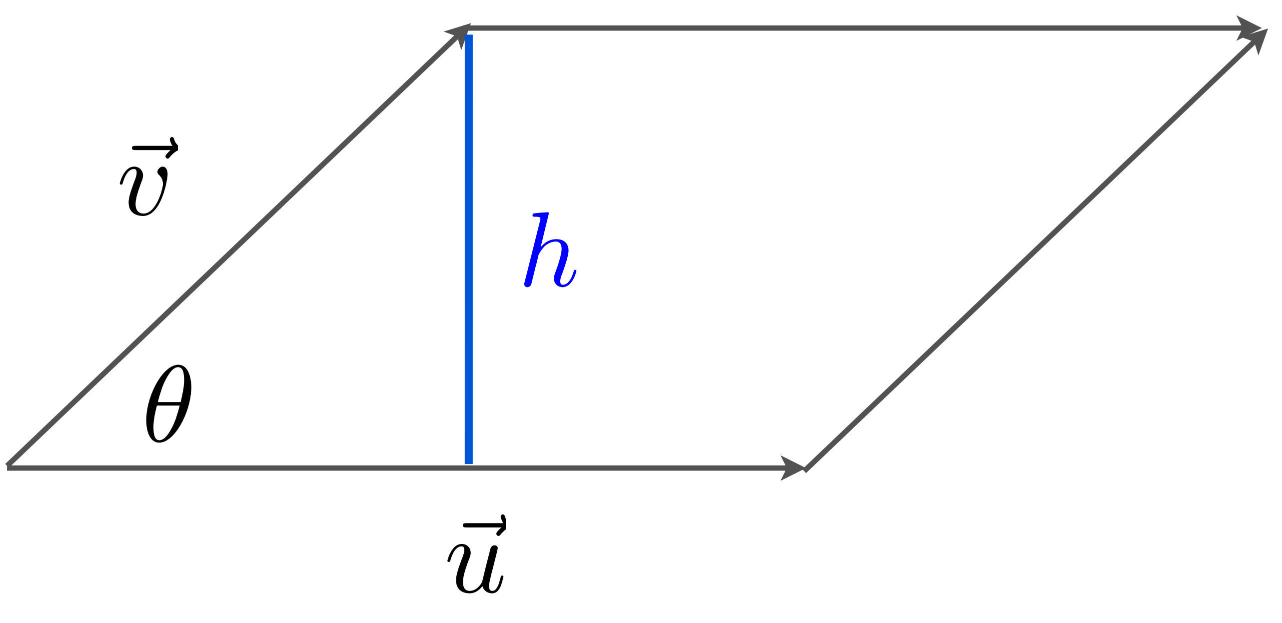


Aire d'un parallélogramme

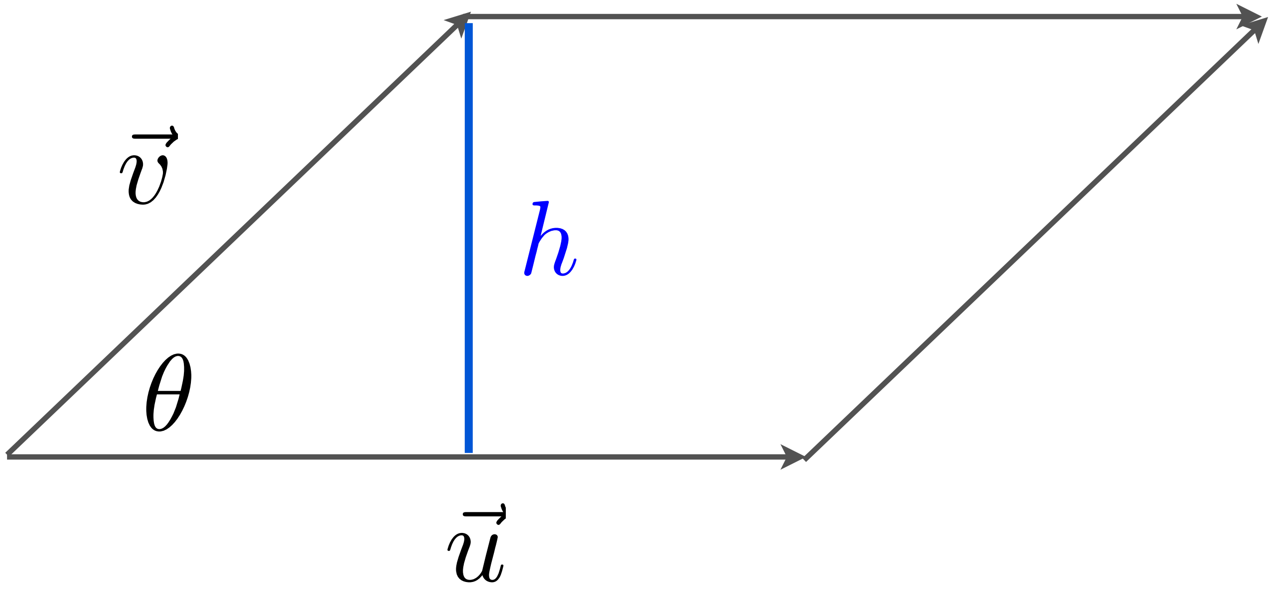
$$\text{Base} \times \text{hauteur}$$



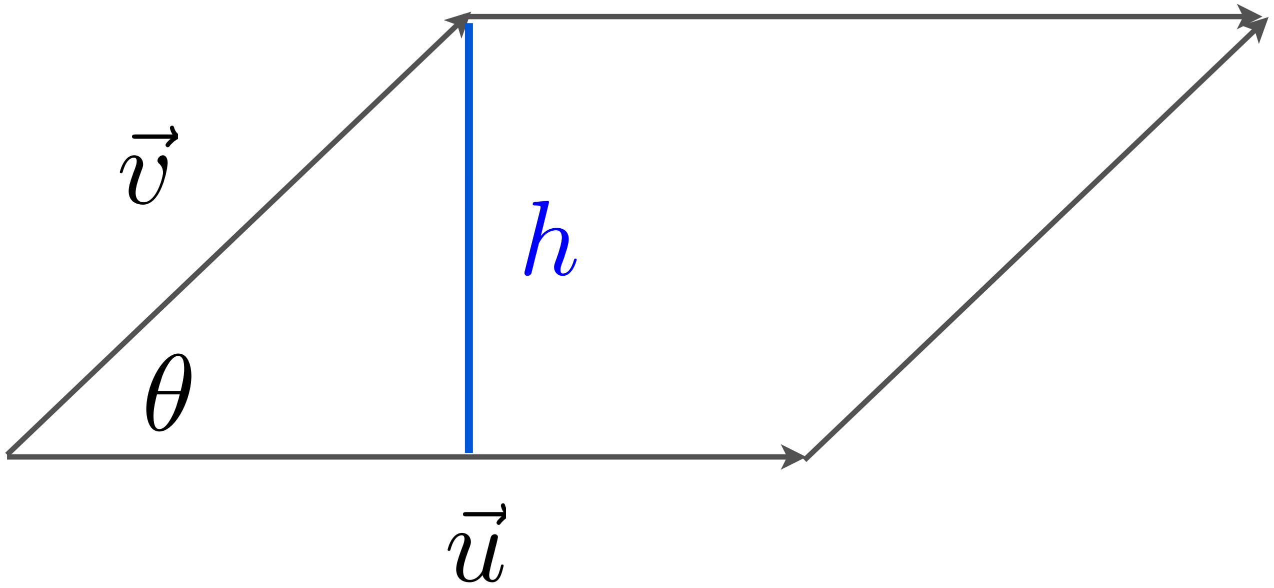
$$bh = \|\vec{u}\|h$$



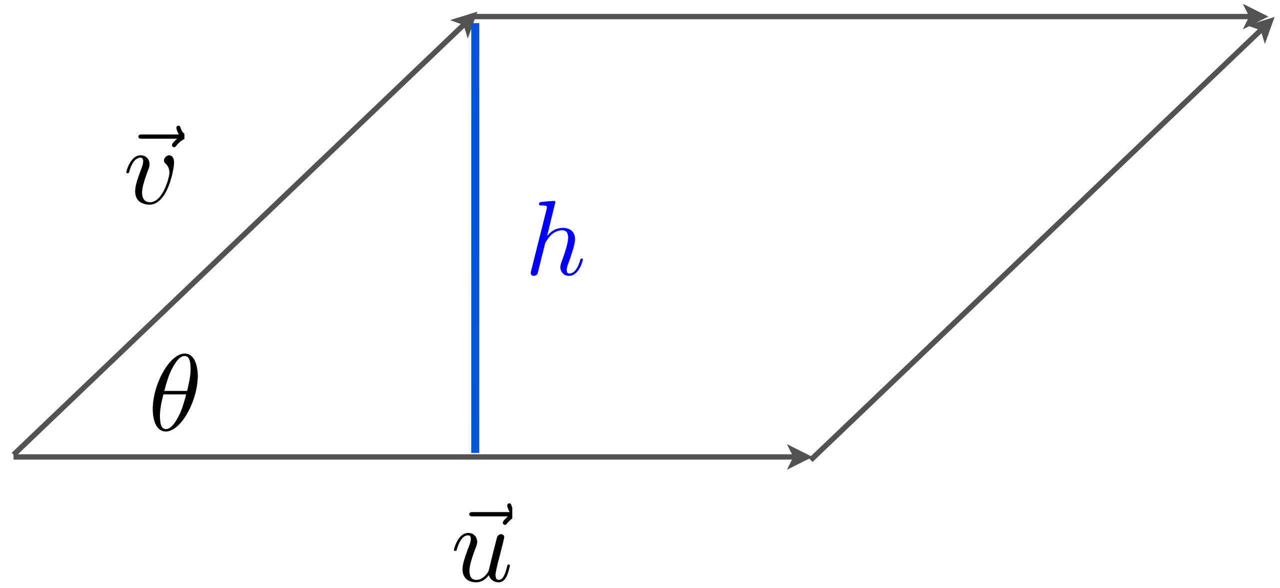
$$bh = \|\vec{u}\|h = \|\vec{u}\|\|\vec{v}\|\sin\theta$$



$$
\begin{aligned}
bh = \|\vec{u}\|h &= \|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\|\sin\theta \\
&= \|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\|\sin\left(\arccos\left(\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{\|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\|}\right)\right)
\end{aligned}
$$



$$\begin{aligned} bh = \|\vec{u}\|h &= \|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\|\sin\theta \\ &= \|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\|\sin\left(\arccos\left(\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{\|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\|}\right)\right) \end{aligned}$$



Ouin...

Voici notre stratégie.

Voici notre stratégie.

1. On définit un concept à l'aide de propriétés qu'on appelle le déterminant.

Voici notre stratégie.

1. On définit un concept à l'aide de propriétés qu'on appelle le déterminant.
2. On vérifie que ça correspond aux propriétés des aires orientées.

Voici notre stratégie.

1. On définit un concept à l’aide de propriétés qu’on appelle le déterminant.
2. On vérifie que ça correspond aux propriétés des aires orientées.
3. On trouve la formule nous permettant de le calculer en n’utilisant que les propriétés.

Définition:

Le déterminant de deux vecteurs du plan est un nombre

Définition:

Le déterminant de deux vecteurs du plan est un nombre

$$\mathcal{V} \times \mathcal{V} \longrightarrow \mathbb{R}$$

Définition:

Le déterminant de deux vecteurs du plan est un nombre

$$\begin{aligned} \mathcal{V} \times \mathcal{V} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ (\vec{u}, \vec{v}) &\longmapsto \Delta\langle\vec{u}, \vec{v}\rangle \end{aligned}$$

Définition:

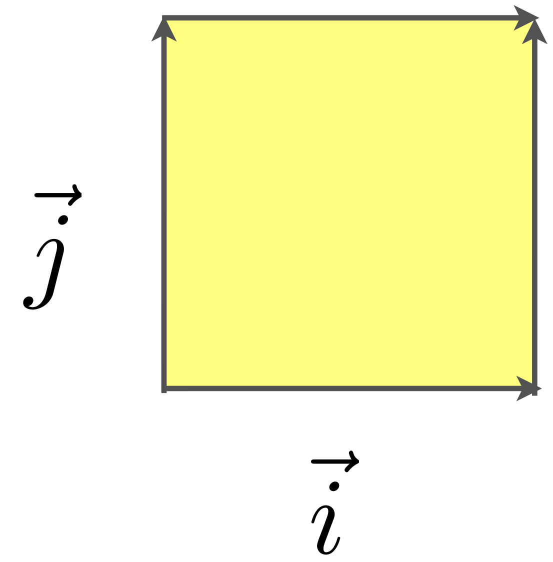
Le déterminant de deux vecteurs du plan est un nombre

$$\begin{aligned} \mathcal{V} \times \mathcal{V} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ (\vec{u}, \vec{v}) &\longmapsto \Delta\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle \end{aligned}$$

tel que les six propriétés suivantes sont respectées.

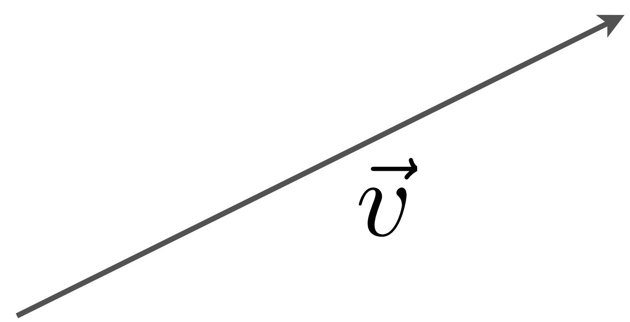
D1. $\Delta\langle \vec{i}, \vec{j} \rangle = 1$

D1. $\Delta\langle \vec{i}, \vec{j} \rangle = 1$

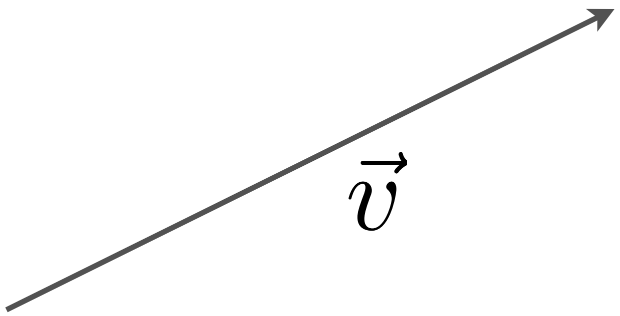


D2. $\Delta\langle\vec{v},\vec{v}\rangle = 0$

D2. $\Delta\langle\vec{v},\vec{v}\rangle = 0$



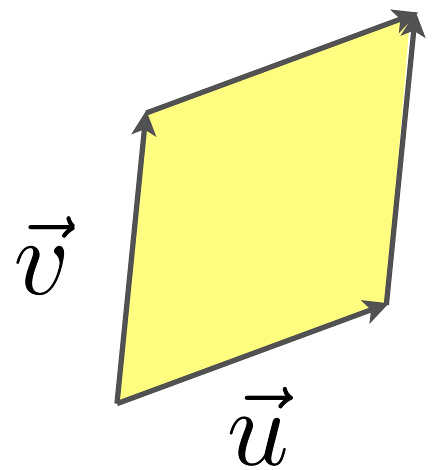
$$\textbf{D2.}\quad \Delta\langle\vec{v},\vec{v}\rangle = 0$$



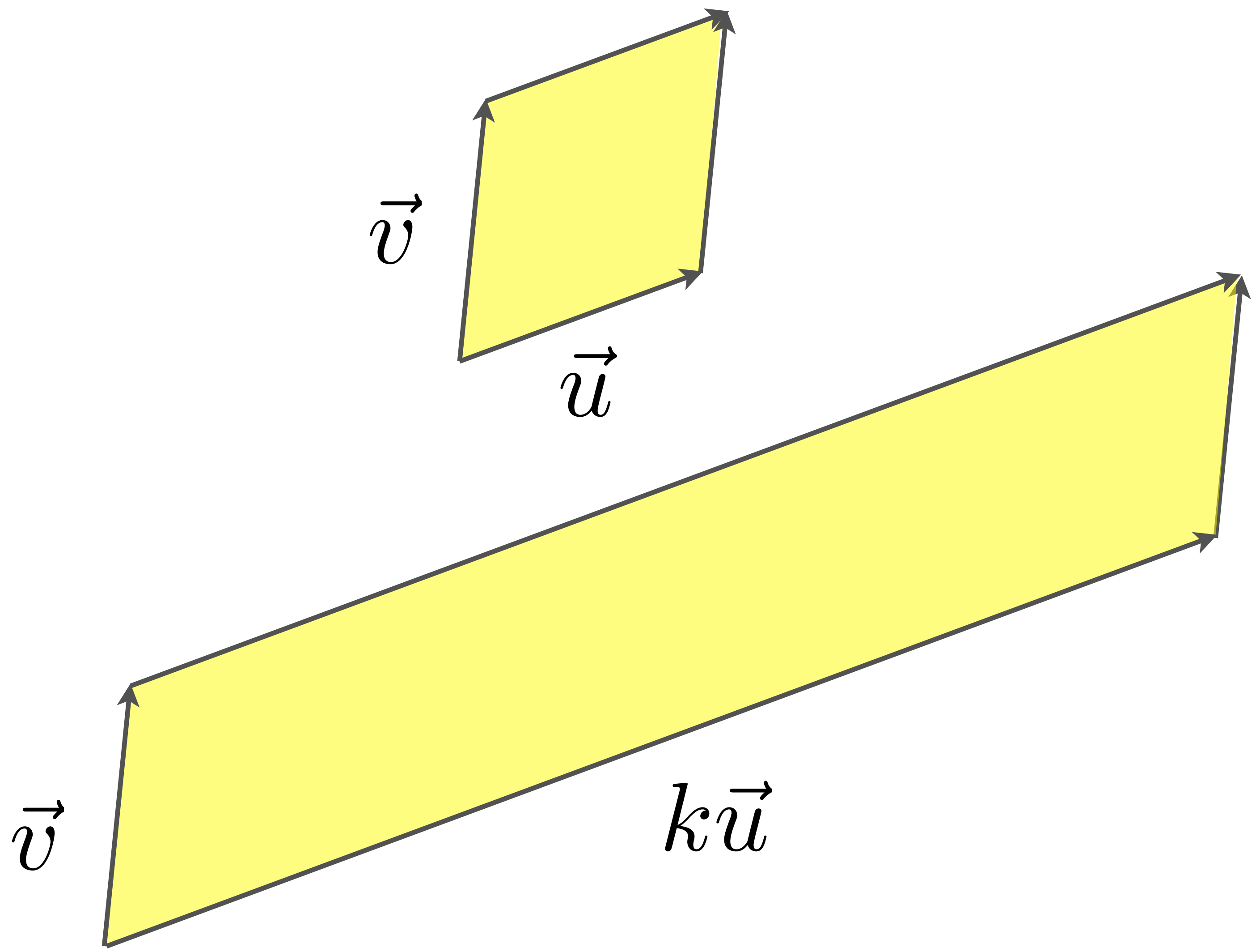
Hum... pas d'aire!

D3. $\Delta\langle k\vec{u}, \vec{v}\rangle = k\Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle$

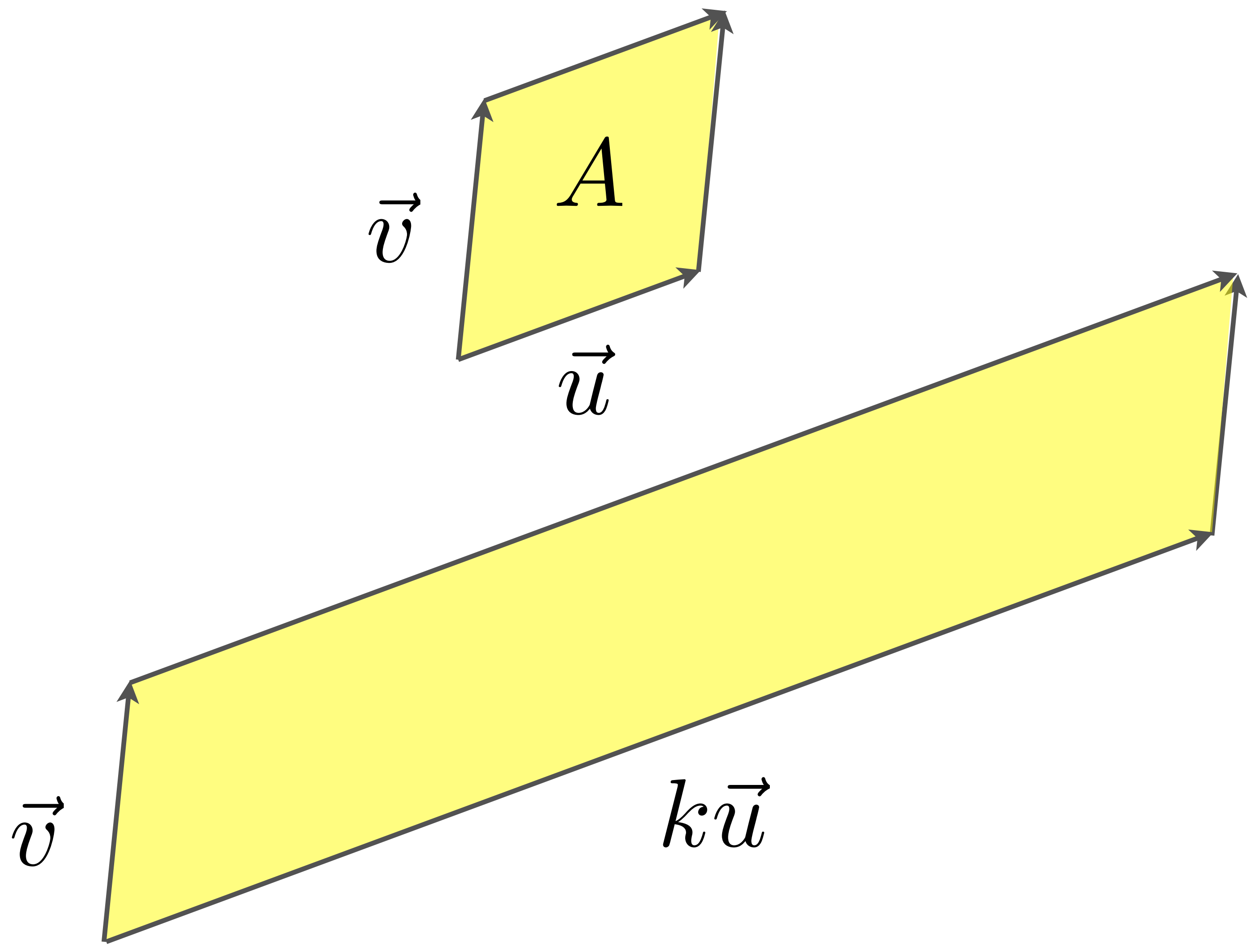
D3. $\Delta\langle k\vec{u}, \vec{v}\rangle = k\Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle$



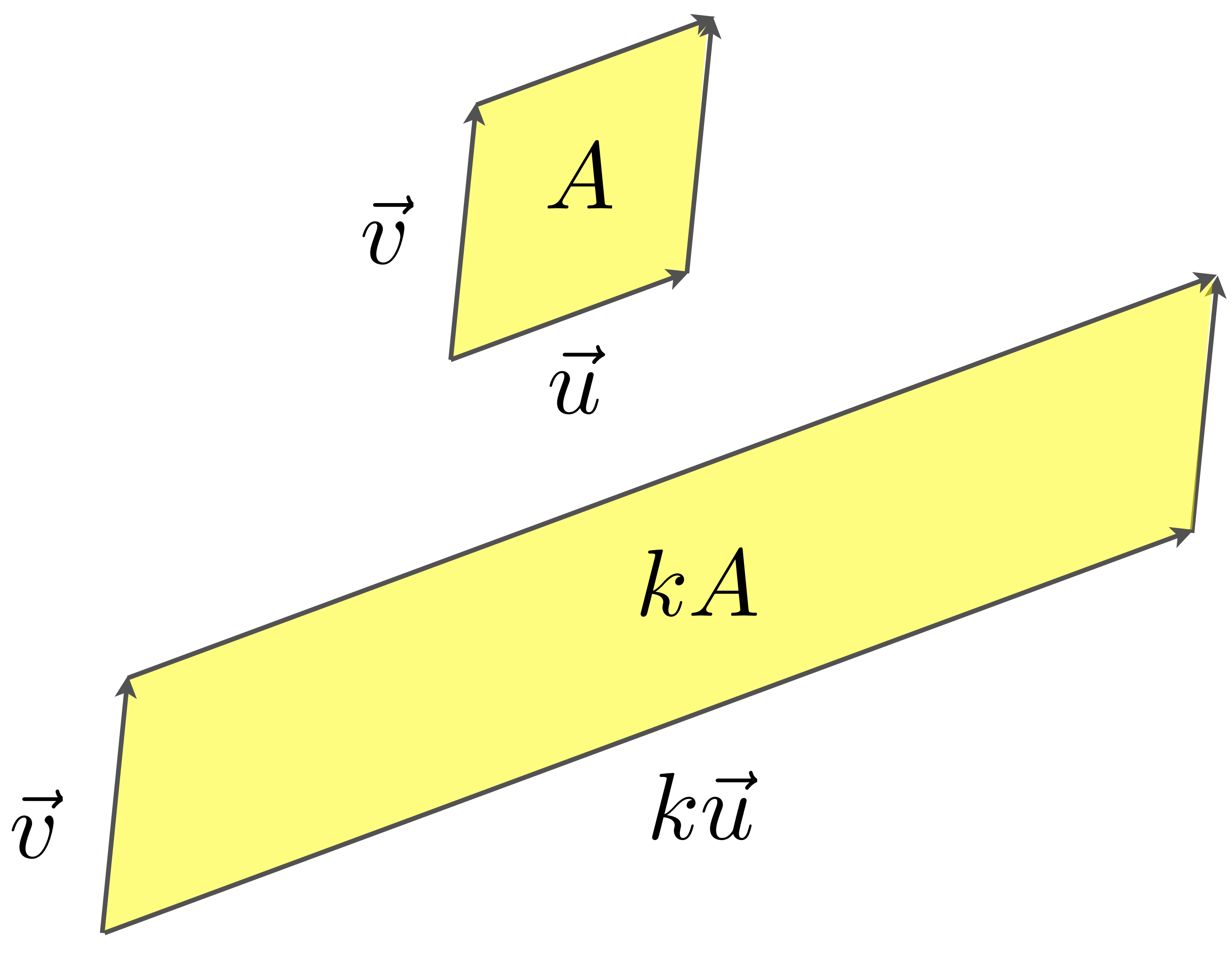
D3. $\Delta\langle k\vec{u}, \vec{v}\rangle = k\Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle$



D3. $\Delta\langle k\vec{u}, \vec{v}\rangle = k\Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle$

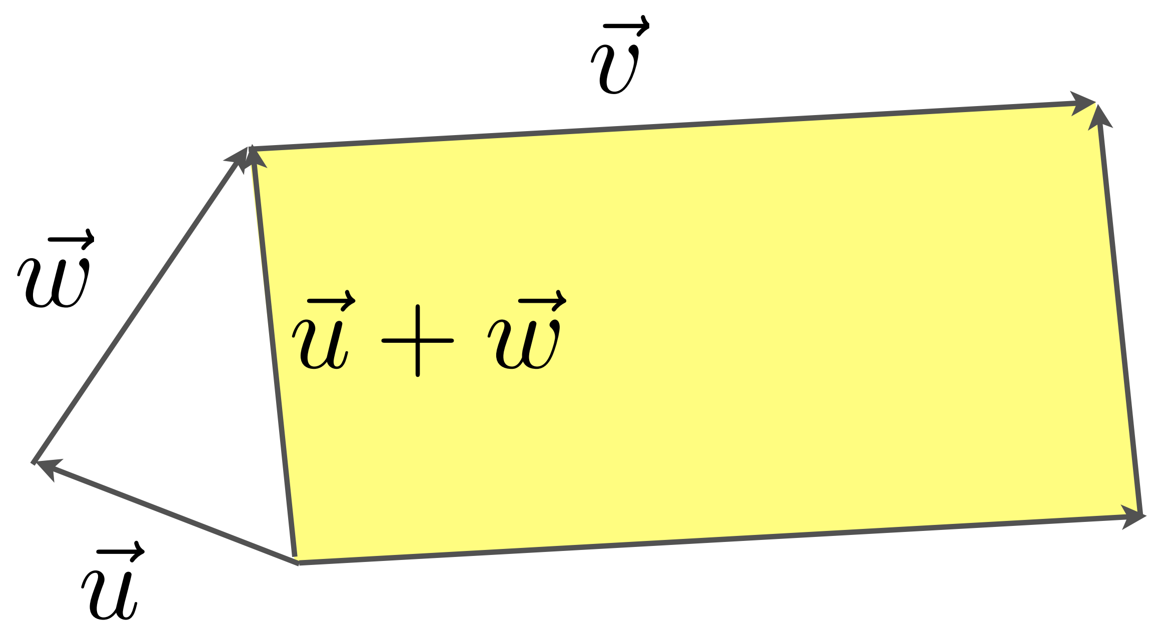


$\color{red}{\text{D3.}}$ $\Delta\langle k\vec{u}, \vec{v}\rangle = k\Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle$

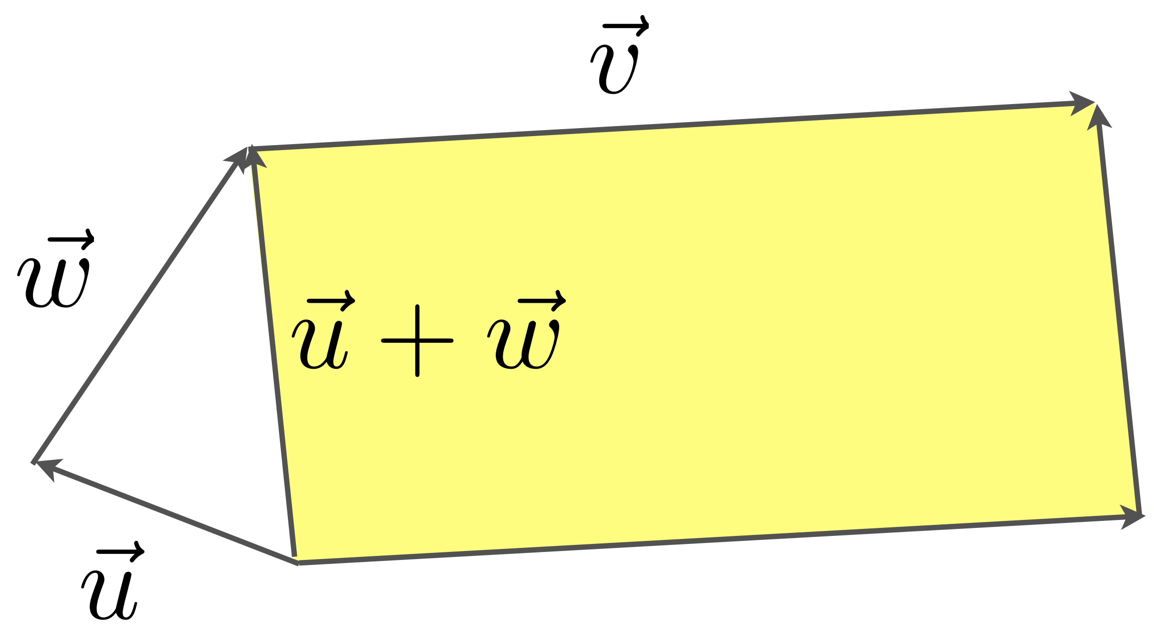


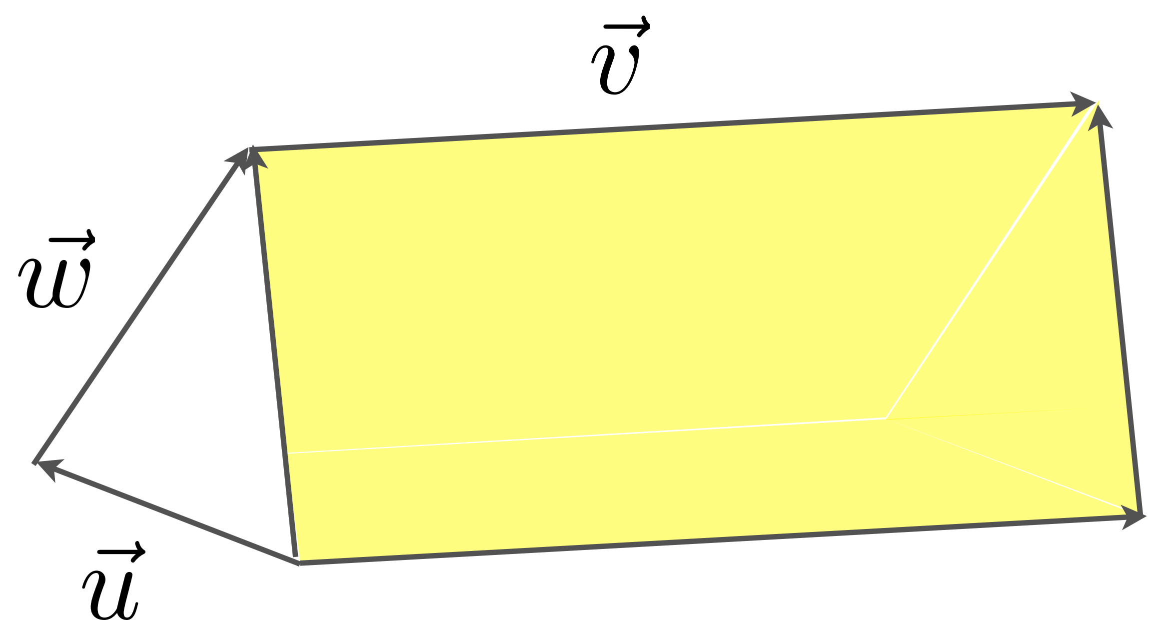
D4. $\Delta\langle\vec{u}+\vec{w},\vec{v}\rangle = \Delta\langle\vec{u},\vec{v}\rangle + \Delta\langle\vec{w},\vec{v}\rangle$

D4. $\Delta\langle\vec{u}+\vec{w},\vec{v}\rangle = \Delta\langle\vec{u},\vec{v}\rangle + \Delta\langle\vec{w},\vec{v}\rangle$

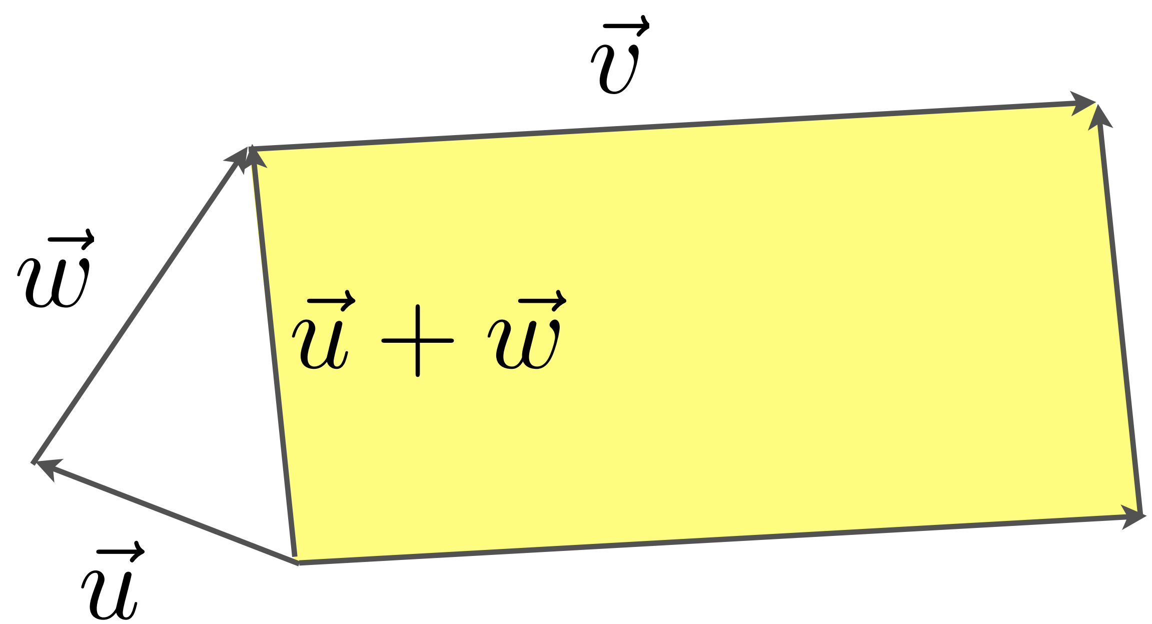


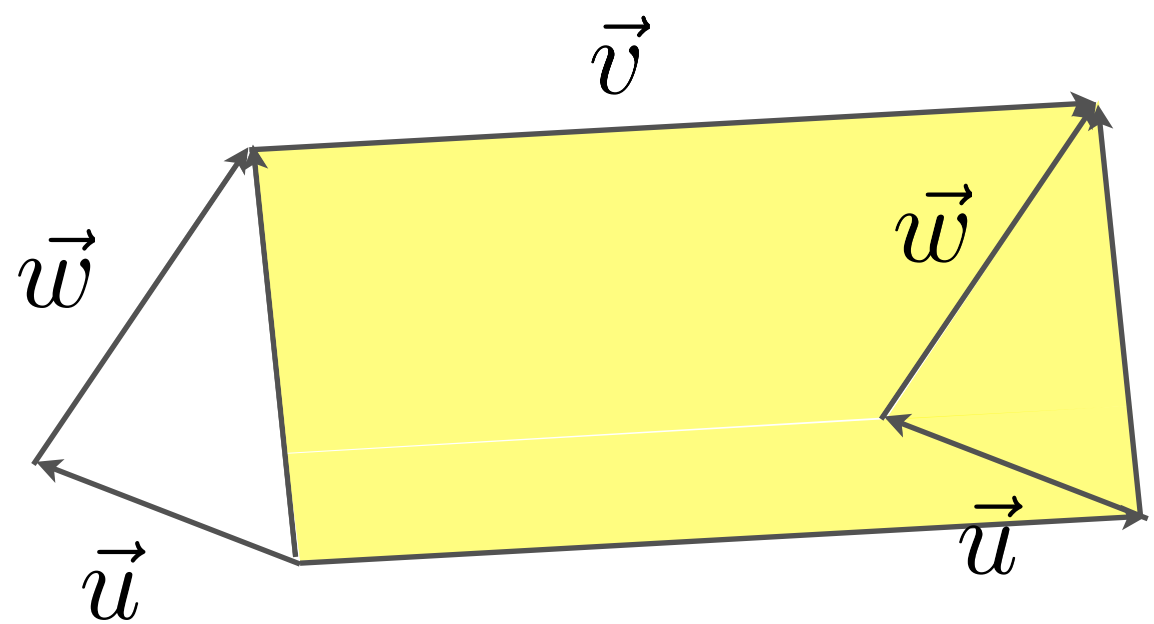
D4. $\Delta\langle \vec{u}+\vec{w}, \vec{v}\rangle = \Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle + \Delta\langle \vec{w}, \vec{v}\rangle$



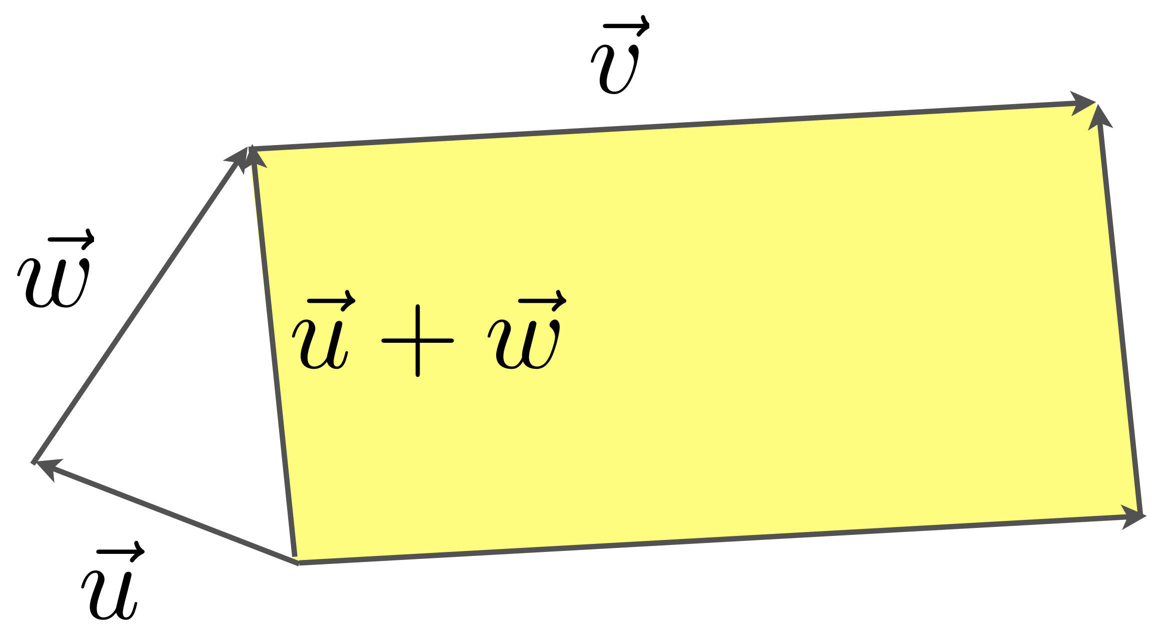


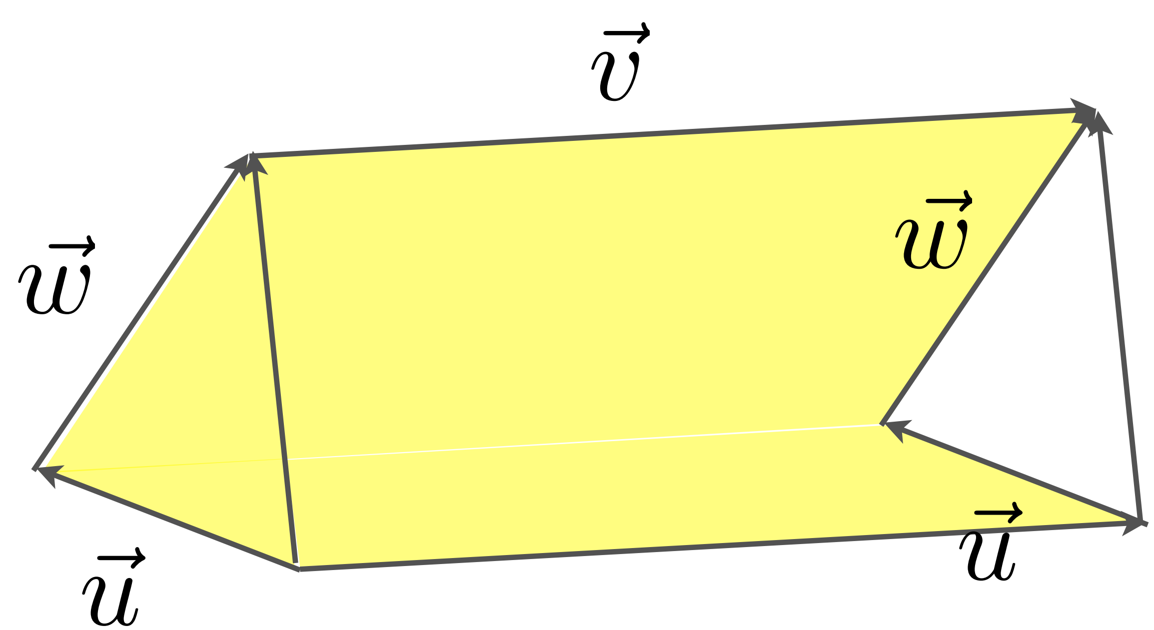
D4. $\Delta\langle \vec{u}+\vec{w}, \vec{v}\rangle = \Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle + \Delta\langle \vec{w}, \vec{v}\rangle$



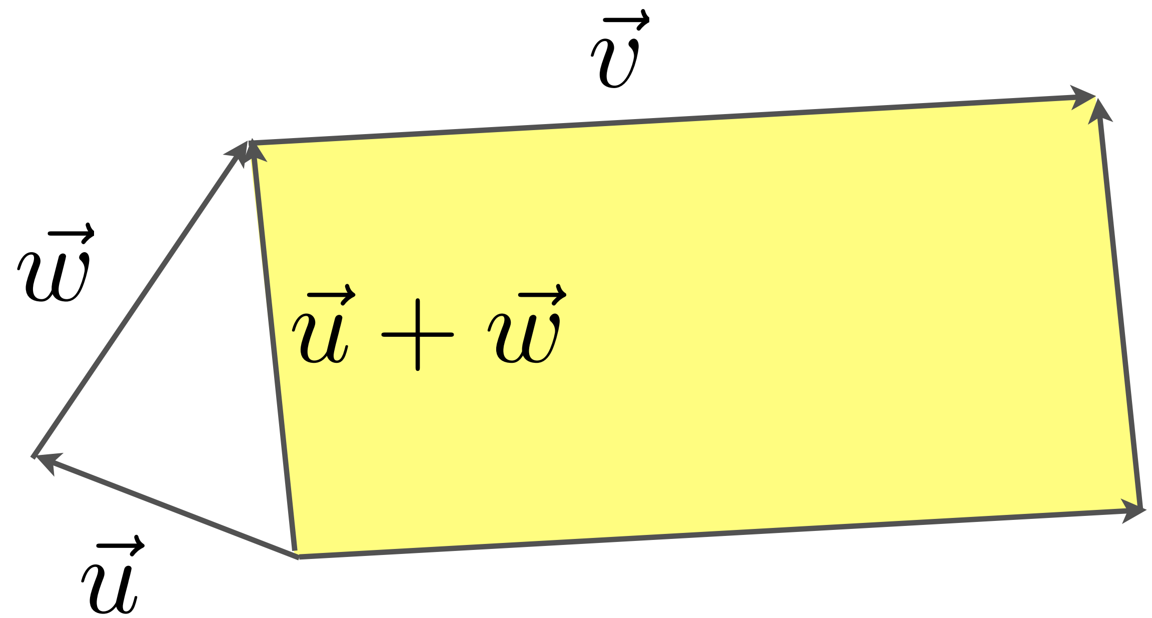


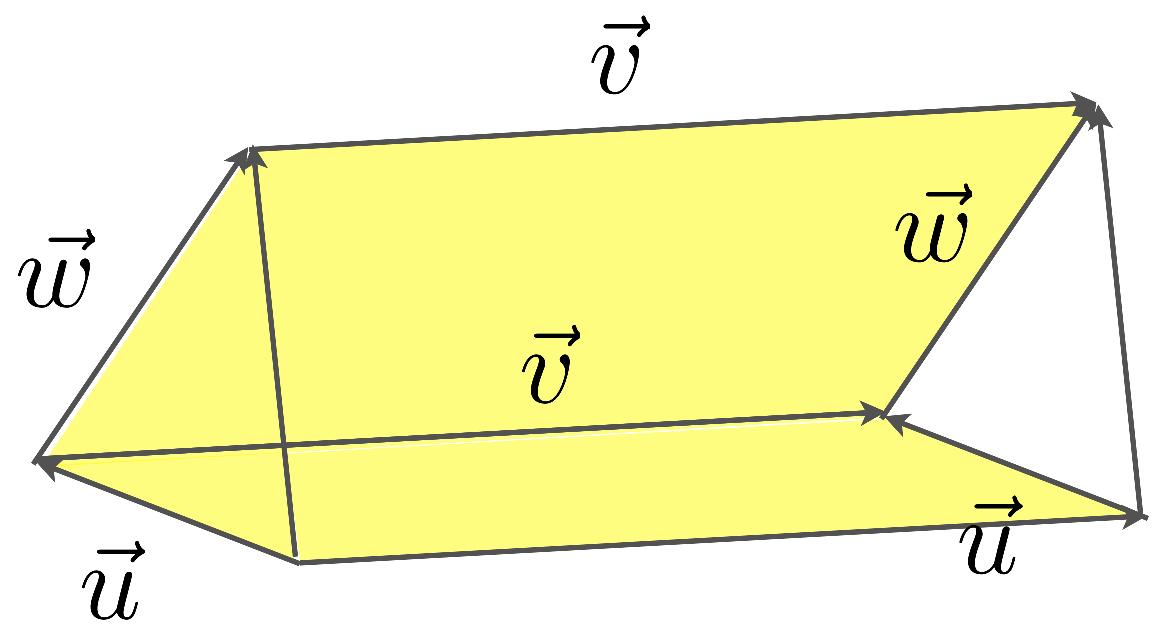
D4. $\Delta\langle\vec{u}+\vec{w},\vec{v}\rangle = \Delta\langle\vec{u},\vec{v}\rangle + \Delta\langle\vec{w},\vec{v}\rangle$



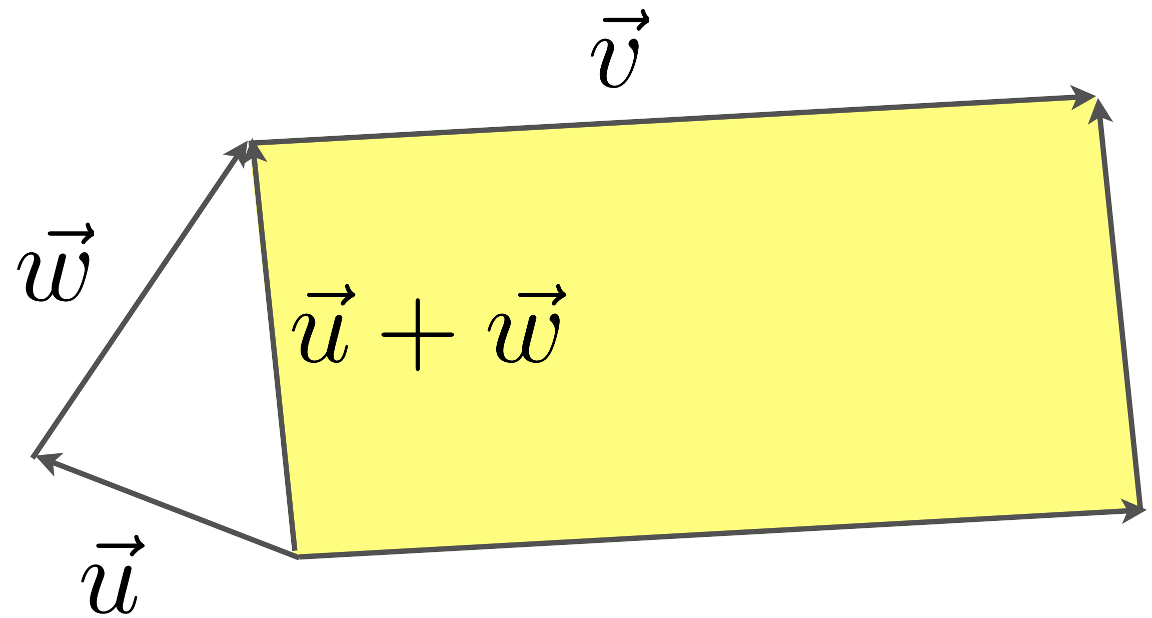


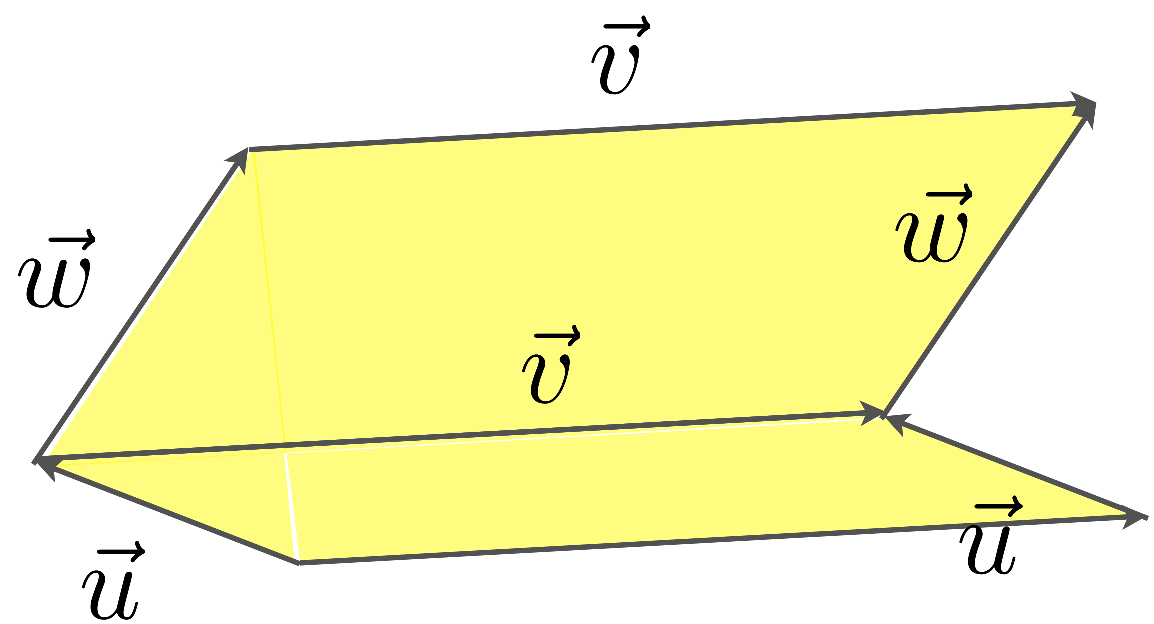
D4. $\Delta\langle\vec{u}+\vec{w},\vec{v}\rangle = \Delta\langle\vec{u},\vec{v}\rangle + \Delta\langle\vec{w},\vec{v}\rangle$



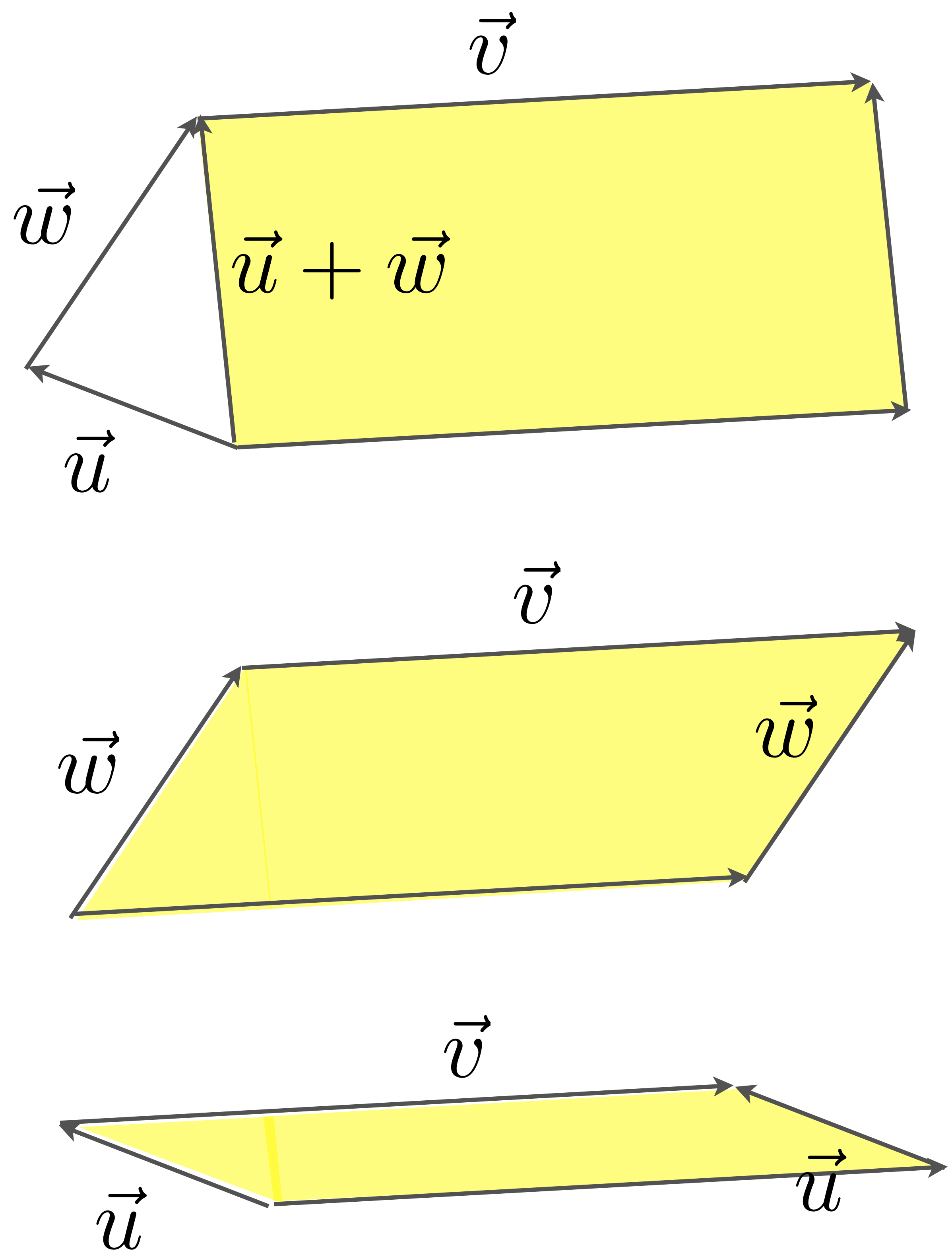


$$\textbf{D4.} \quad \Delta\langle \vec{u} + \vec{w}, \vec{v} \rangle = \Delta\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle + \Delta\langle \vec{w}, \vec{v} \rangle$$



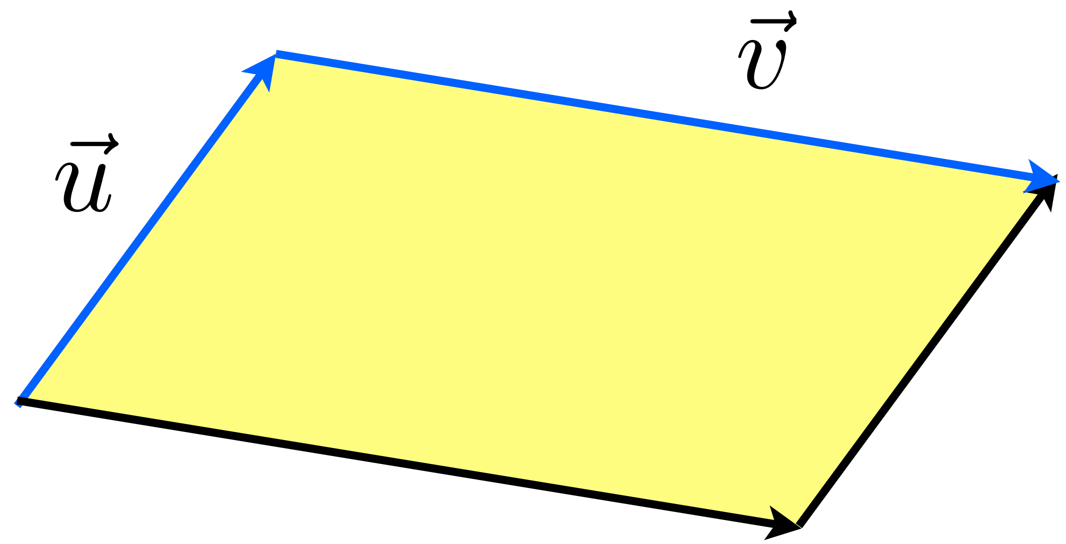


D4. $\Delta\langle\vec{u}+\vec{w},\vec{v}\rangle = \Delta\langle\vec{u},\vec{v}\rangle + \Delta\langle\vec{w},\vec{v}\rangle$

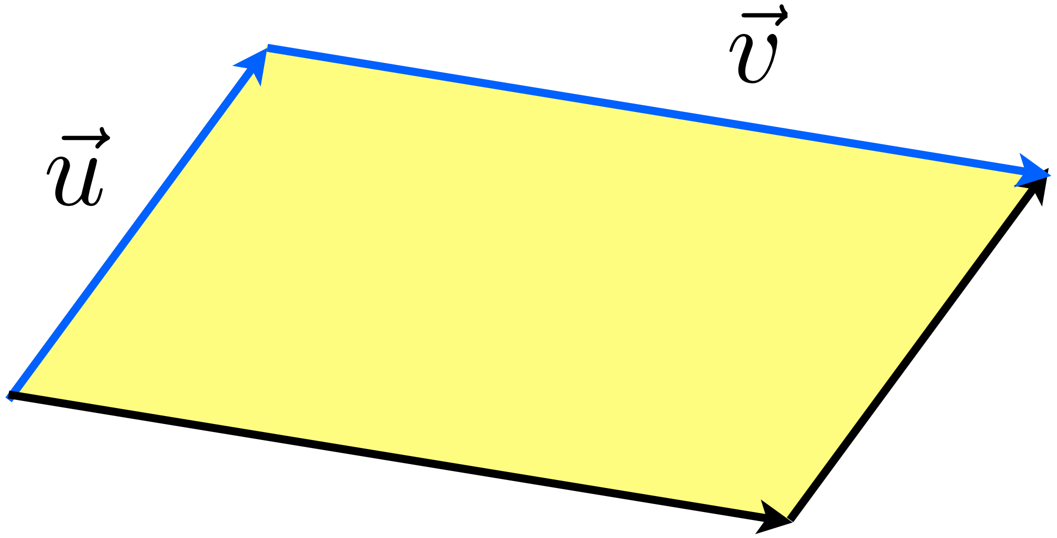


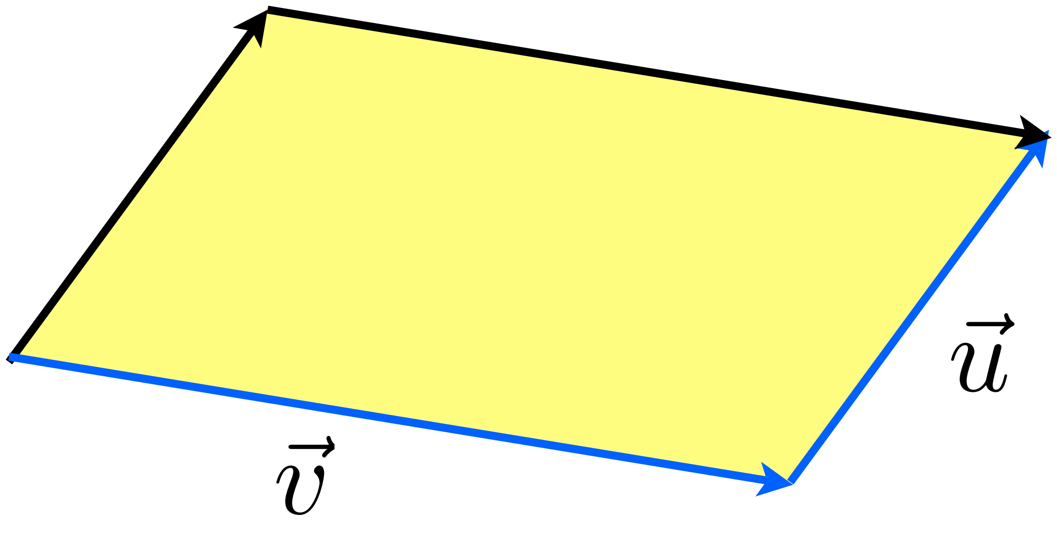
D5. $\Delta\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = -\Delta\langle \vec{v}, \vec{u} \rangle$

D5. $\Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle = -\Delta\langle \vec{v}, \vec{u}\rangle$

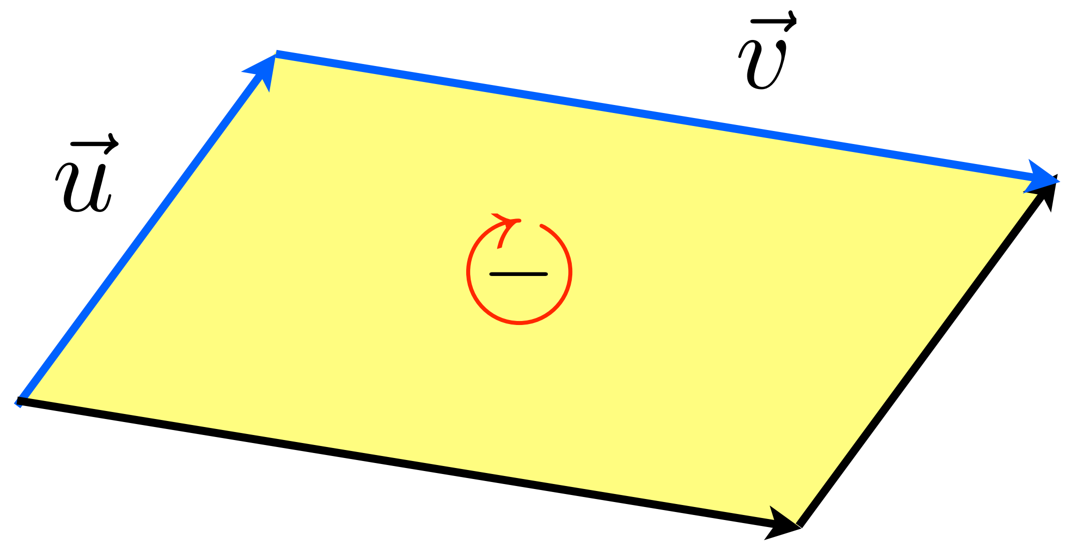


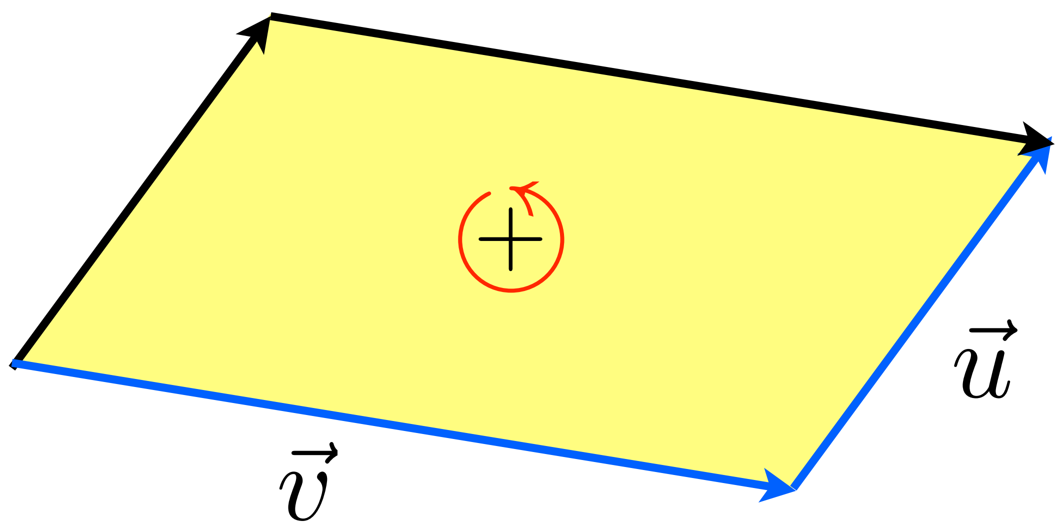
D5. $\Delta\langle\vec{u},\vec{v}\rangle = -\Delta\langle\vec{v},\vec{u}\rangle$





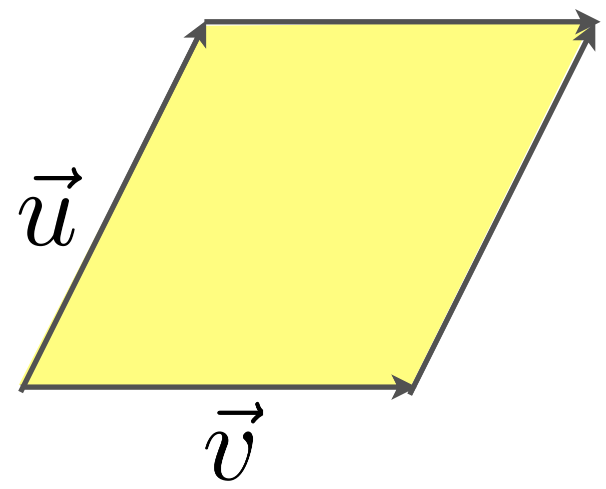
$$\textbf{D5.} \quad \Delta\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = -\Delta\langle \vec{v}, \vec{u} \rangle$$



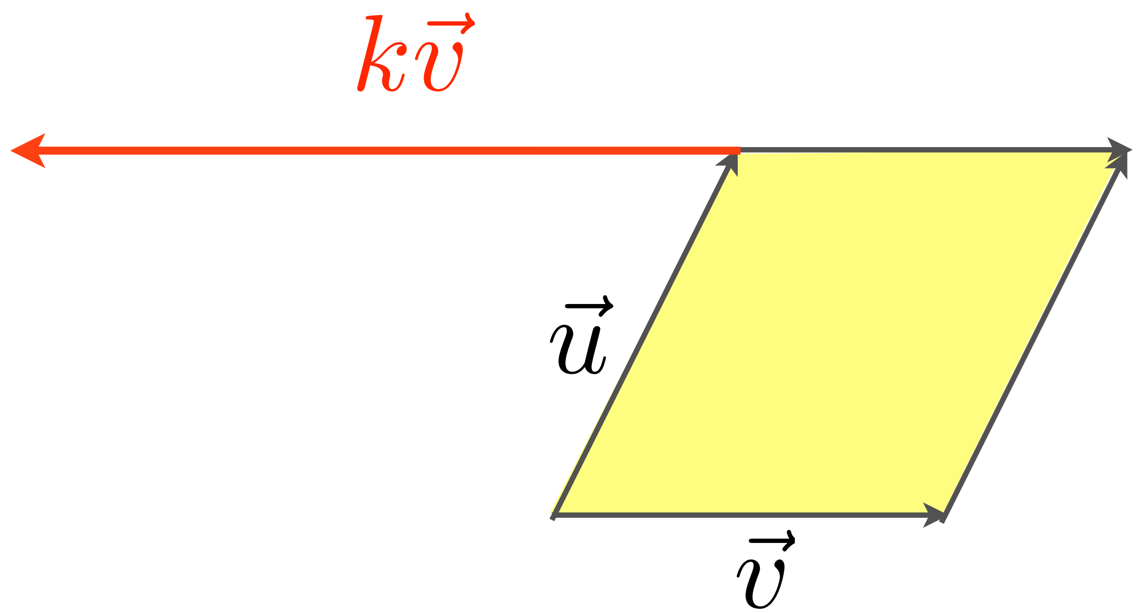


D6. $\Delta\langle\vec{u},\vec{v}\rangle = \Delta\langle\vec{u}+k\vec{v},\vec{v}\rangle = \Delta\langle\vec{u},\vec{v}+k\vec{u}\rangle$

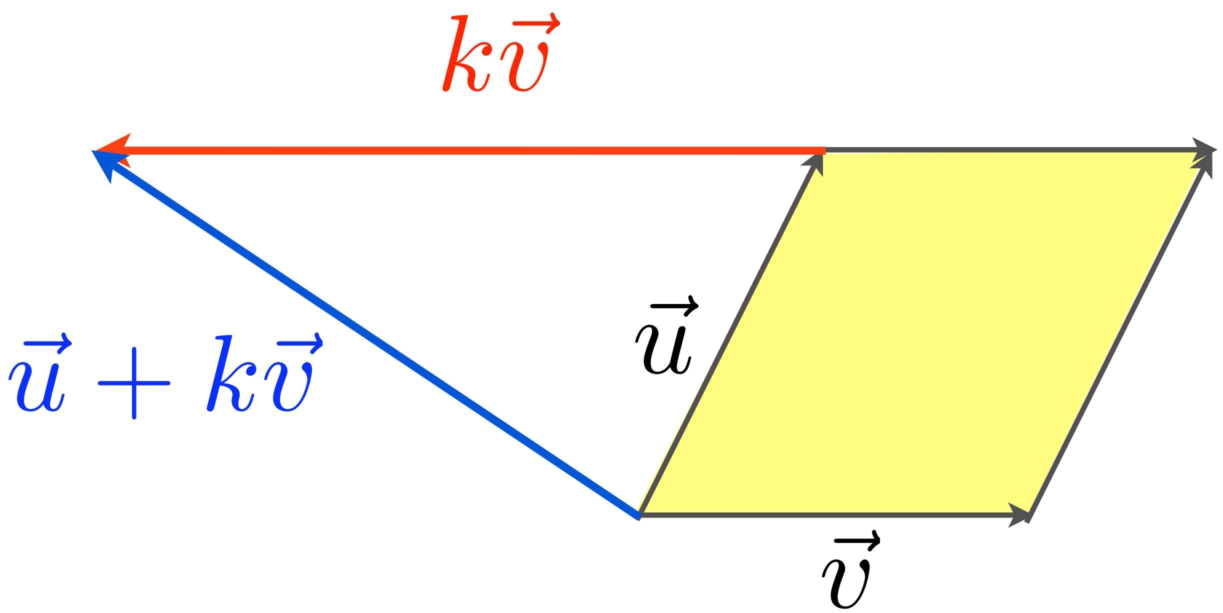
D6. $\Delta\langle\vec{u},\vec{v}\rangle = \Delta\langle\vec{u}+k\vec{v},\vec{v}\rangle = \Delta\langle\vec{u},\vec{v}+k\vec{u}\rangle$



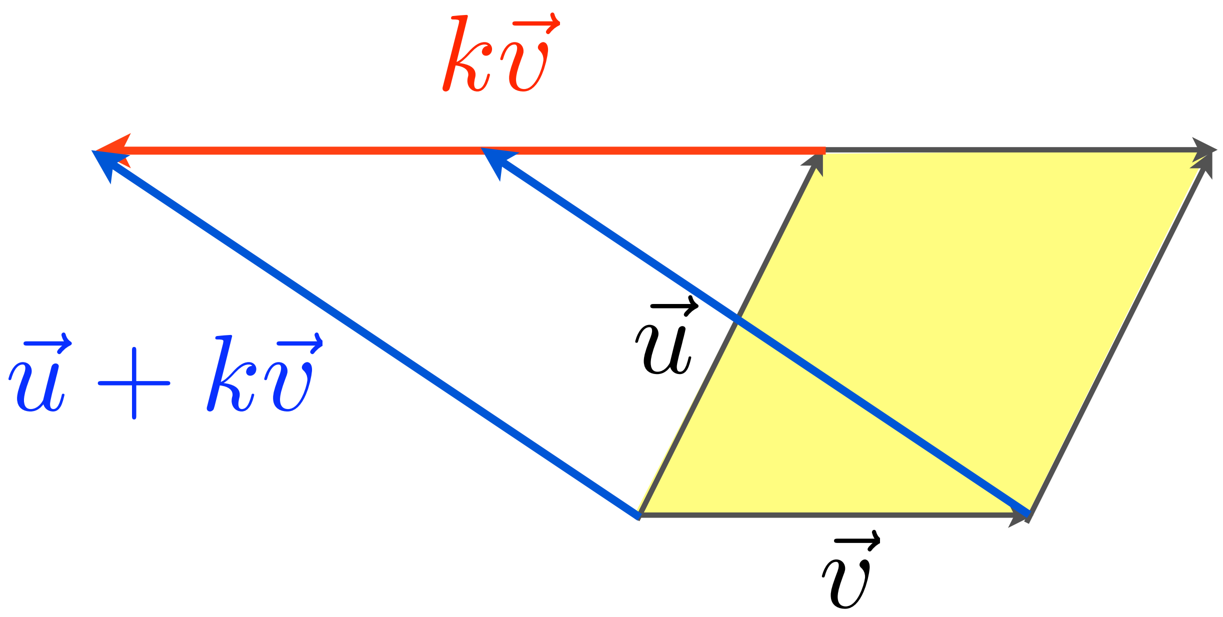
D6. $\Delta\langle\vec{u},\vec{v}\rangle = \Delta\langle\vec{u}+k\vec{v},\vec{v}\rangle = \Delta\langle\vec{u},\vec{v}+k\vec{u}\rangle$



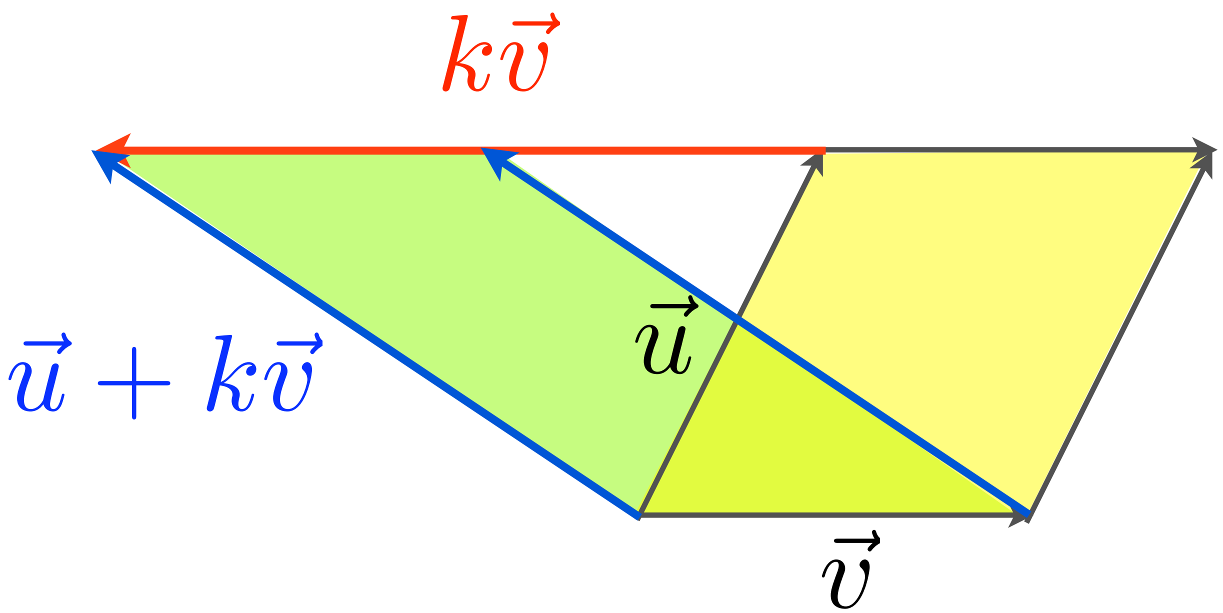
D6. $\Delta\langle\vec{u},\vec{v}\rangle = \Delta\langle\vec{u}+k\vec{v},\vec{v}\rangle = \Delta\langle\vec{u},\vec{v}+k\vec{u}\rangle$



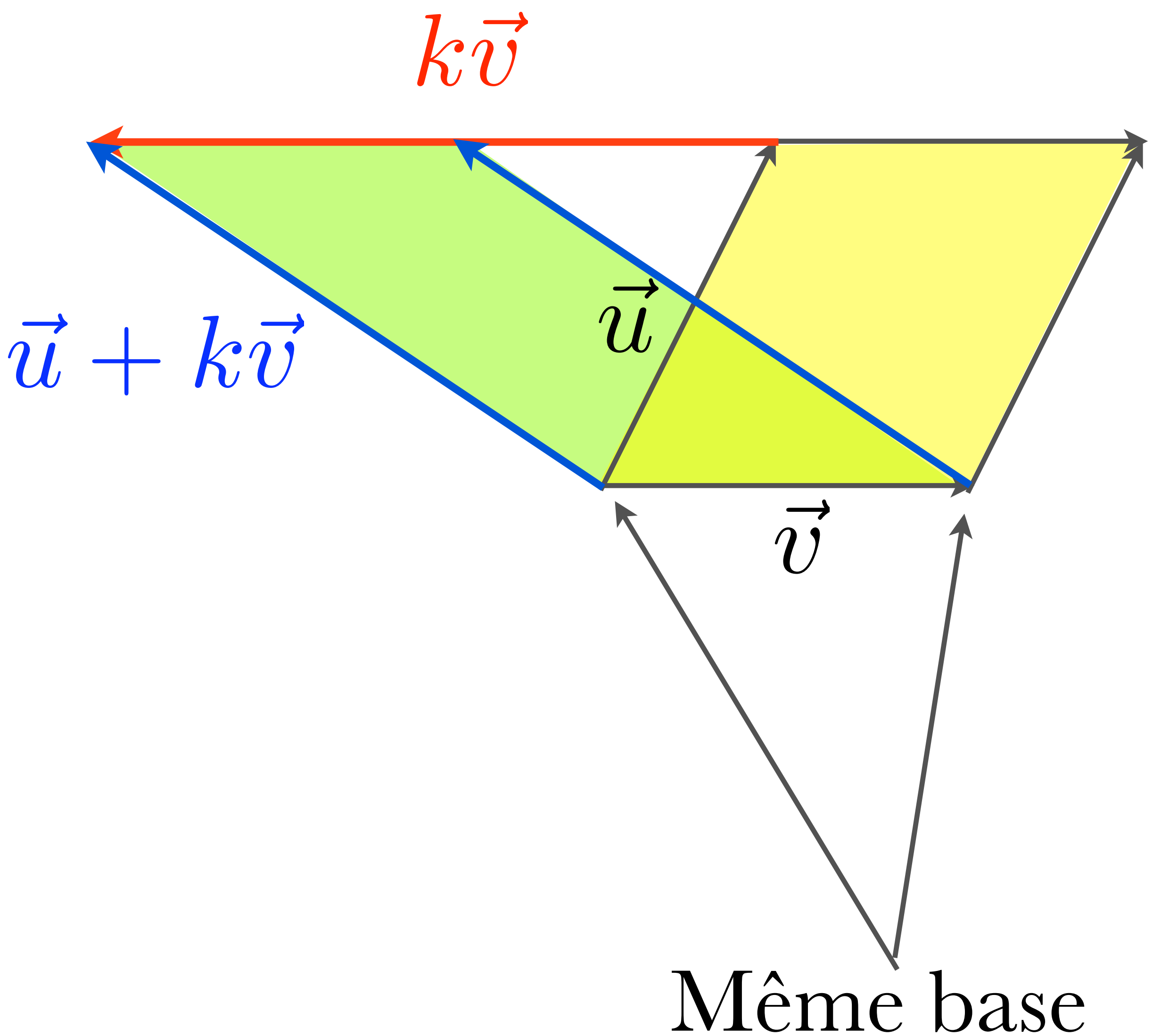
D6. $\Delta\langle\vec{u},\vec{v}\rangle = \Delta\langle\vec{u}+k\vec{v},\vec{v}\rangle = \Delta\langle\vec{u},\vec{v}+k\vec{u}\rangle$



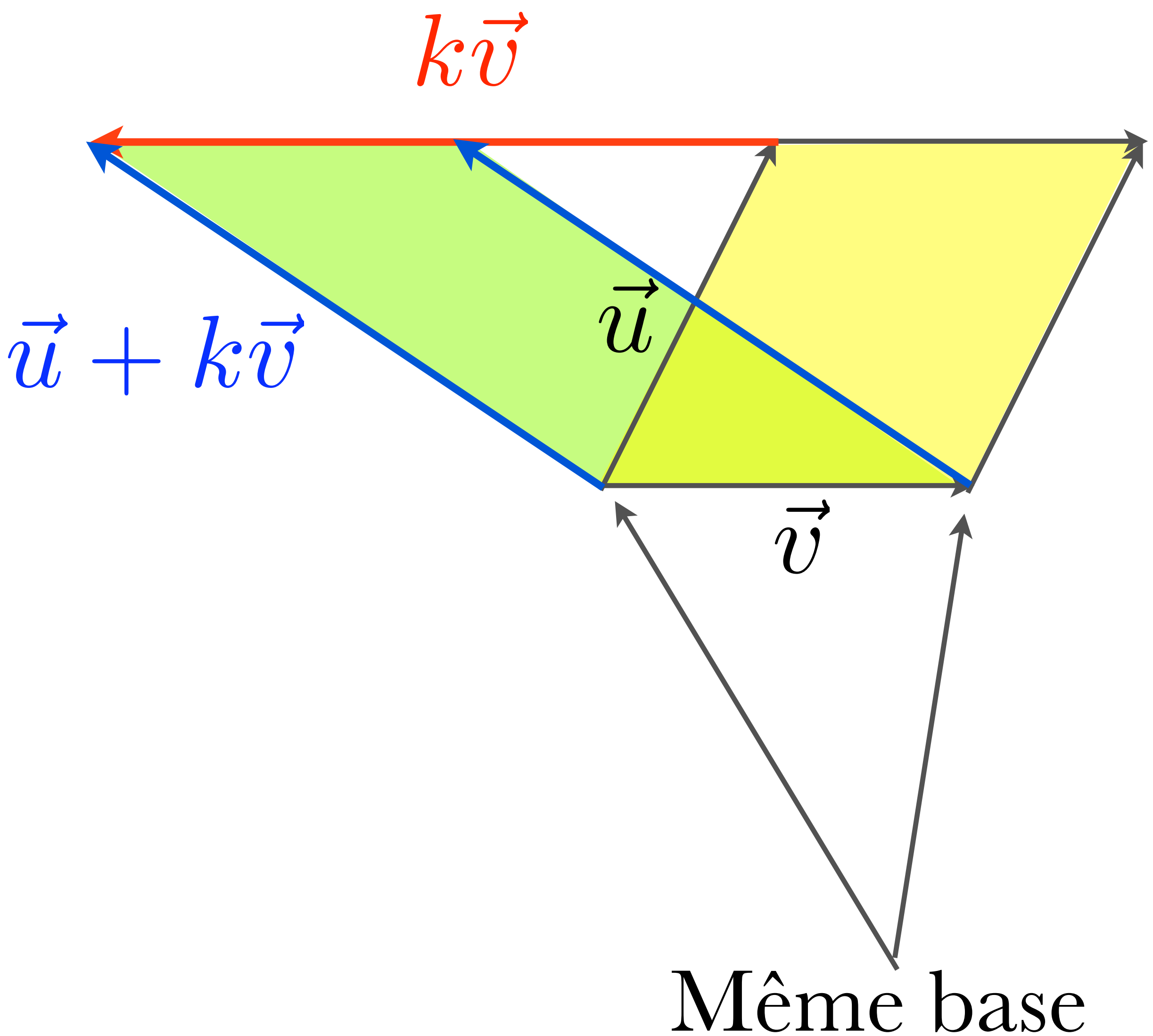
D6. $\Delta\langle\vec{u},\vec{v}\rangle = \Delta\langle\vec{u}+k\vec{v},\vec{v}\rangle = \Delta\langle\vec{u},\vec{v}+k\vec{u}\rangle$



D6. $\Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle = \Delta\langle \vec{u} + k\vec{v}, \vec{v}\rangle = \Delta\langle \vec{u}, \vec{v} + k\vec{u}\rangle$

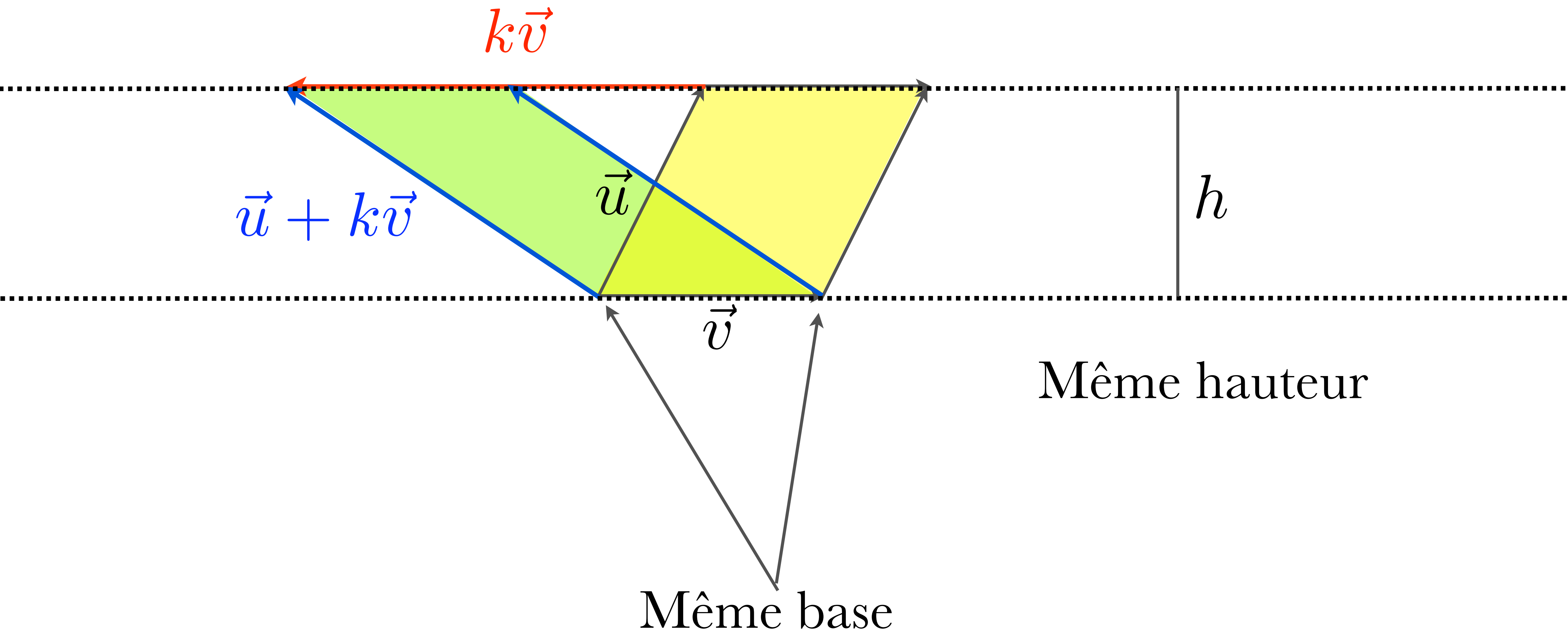


D6. $\Delta\langle\vec{u},\vec{v}\rangle = \Delta\langle\vec{u}+k\vec{v},\vec{v}\rangle = \Delta\langle\vec{u},\vec{v}+k\vec{u}\rangle$



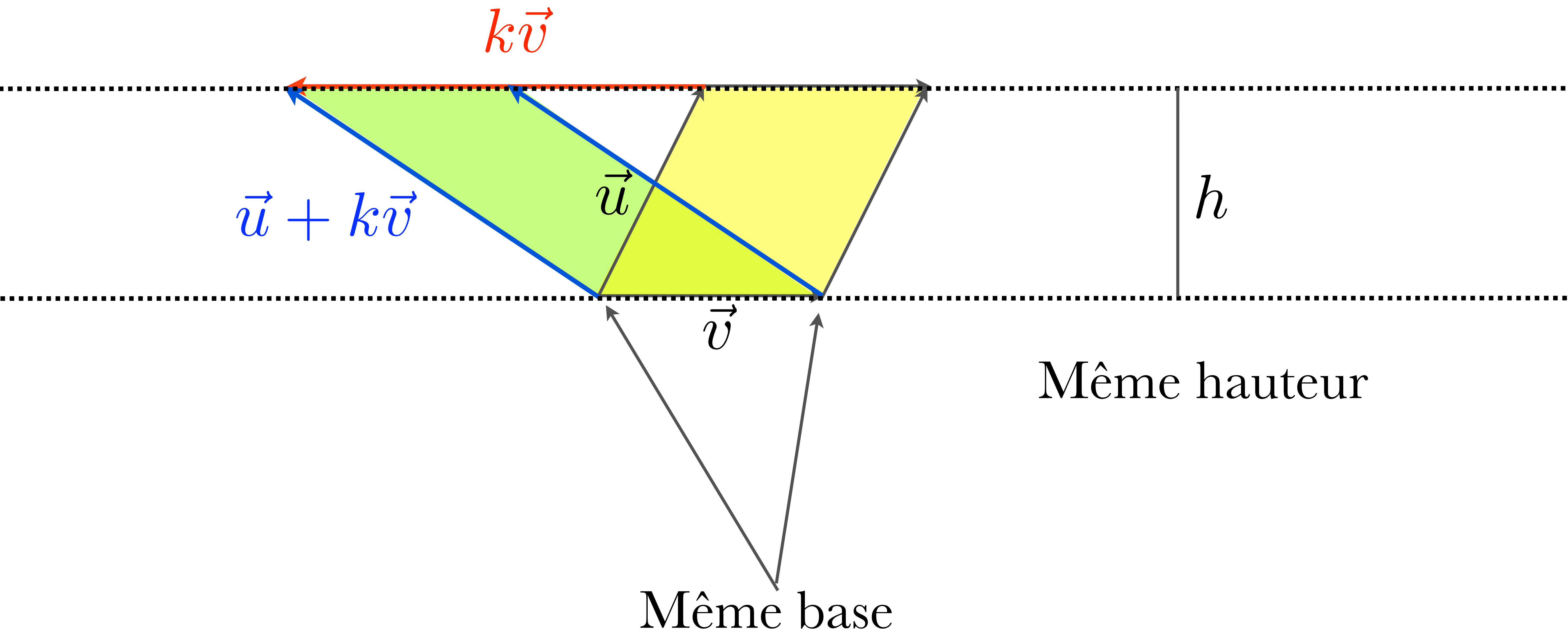
Même hauteur

D6. $\Delta\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = \Delta\langle \vec{u} + k\vec{v}, \vec{v} \rangle = \Delta\langle \vec{u}, \vec{v} + k\vec{u} \rangle$

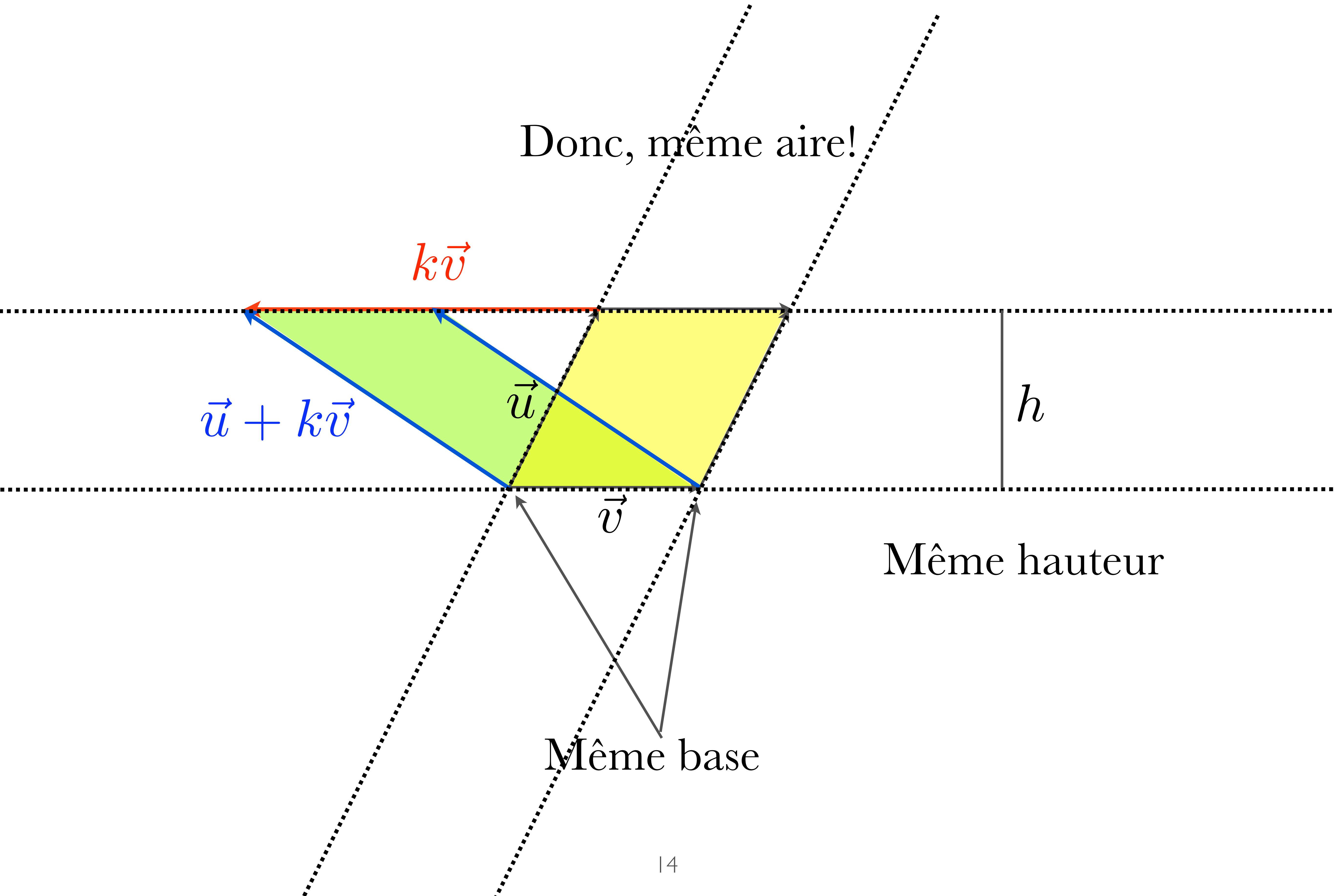


D6. $\Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle = \Delta\langle \vec{u} + k\vec{v}, \vec{v}\rangle = \Delta\langle \vec{u}, \vec{v} + k\vec{u}\rangle$

Donc, même aire!



D6. $\Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle = \Delta\langle \vec{u} + k\vec{v}, \vec{v}\rangle = \Delta\langle \vec{u}, \vec{v} + k\vec{u}\rangle$



Propriétés définissant le déterminant

Propriétés définissant le déterminant

D1. $\Delta\langle\vec{i},\vec{j}\rangle = 1$

Propriétés définissant le déterminant

D1. $\Delta\langle \vec{i}, \vec{j} \rangle = 1$

D2. $\Delta\langle \vec{v}, \vec{v} \rangle = 0$

Propriétés définissant le déterminant

D1. $\Delta\langle\vec{i},\vec{j}\rangle = 1$

D2. $\Delta\langle\vec{v},\vec{v}\rangle = 0$

D3. $\Delta\langle k\vec{u},\vec{v}\rangle = k\Delta\langle\vec{u},\vec{v}\rangle$

Propriétés définissant le déterminant

D1. $\Delta\langle\vec{i},\vec{j}\rangle = 1$

D2. $\Delta\langle\vec{v},\vec{v}\rangle = 0$

D3. $\Delta\langle k\vec{u},\vec{v}\rangle = k\Delta\langle\vec{u},\vec{v}\rangle$

D4. $\Delta\langle\vec{u}+\vec{w},\vec{v}\rangle = \Delta\langle\vec{u},\vec{v}\rangle + \Delta\langle\vec{w},\vec{v}\rangle$

Propriétés définissant le déterminant

D1. $\Delta\langle \vec{i}, \vec{j} \rangle = 1$

D2. $\Delta\langle \vec{v}, \vec{v} \rangle = 0$

D3. $\Delta\langle k\vec{u}, \vec{v} \rangle = k\Delta\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle$

D4. $\Delta\langle \vec{u} + \vec{w}, \vec{v} \rangle = \Delta\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle + \Delta\langle \vec{w}, \vec{v} \rangle$

D5. $\Delta\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = -\Delta\langle \vec{v}, \vec{u} \rangle$

Propriétés définissant le déterminant

D1. $\Delta\langle\vec{i},\vec{j}\rangle = 1$

D2. $\Delta\langle\vec{v},\vec{v}\rangle = 0$

D3. $\Delta\langle k\vec{u},\vec{v}\rangle = k\Delta\langle\vec{u},\vec{v}\rangle$

D4. $\Delta\langle\vec{u}+\vec{w},\vec{v}\rangle = \Delta\langle\vec{u},\vec{v}\rangle + \Delta\langle\vec{w},\vec{v}\rangle$

D5. $\Delta\langle\vec{u},\vec{v}\rangle = -\Delta\langle\vec{v},\vec{u}\rangle$

D6. $\Delta\langle\vec{u},\vec{v}\rangle = \Delta\langle\vec{u}+k\vec{v},\vec{v}\rangle = \Delta\langle\vec{u},\vec{v}+k\vec{u}\rangle$

Calculons-le maintenant!

Calculons-le maintenant!

$$\vec{u} = (a, b) \qquad\qquad \vec{v} = (c, d)$$

Calculons-le maintenant!

$$\vec{u} = (a, b) \qquad\qquad \vec{v} = (c, d)$$

$$\Delta\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = \Delta\langle (a\vec{i} + b\vec{j}), (c\vec{i} + d\vec{j}) \rangle$$

Calculons-le maintenant!

$$\vec{u} = (a, b) \qquad\qquad \vec{v} = (c, d)$$

$$\begin{aligned}\Delta\langle\vec{u}, \vec{v}\rangle &= \Delta\langle(a\vec{i} + b\vec{j}), (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle \\ &= \Delta\langle a\vec{i}, (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle\end{aligned}$$

Calculons-le maintenant!

$$\vec{u} = (a, b) \qquad\qquad \vec{v} = (c, d)$$

$$\Delta\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = \Delta\langle (a\vec{i} + b\vec{j}), (c\vec{i} + d\vec{j}) \rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, (c\vec{i} + d\vec{j}) \rangle + \Delta\langle b\vec{j}, (c\vec{i} + d\vec{j}) \rangle$$

Calculons-le maintenant!

$$\vec{u} = (a, b) \qquad\qquad \vec{v} = (c, d)$$

$$\Delta\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = \Delta\langle (a\vec{i} + b\vec{j}), (c\vec{i} + d\vec{j}) \rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, (c\vec{i} + d\vec{j}) \rangle + \Delta\langle b\vec{j}, (c\vec{i} + d\vec{j}) \rangle$$

Calculons-le maintenant!

$$\vec{u} = (a, b) \qquad \vec{v} = (c, d)$$

$$\Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle = \Delta\langle (a\vec{i} + b\vec{j}), (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle$$

$$= \Delta\langle a\vec{i}, c\vec{i}\rangle + \Delta\langle a\vec{i}, d\vec{j}\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, c\vec{i}\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, d\vec{j}\rangle$$

Calculons-le maintenant!

$$\vec{u} = (a, b) \qquad\qquad \vec{v} = (c, d)$$

$$\Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle = \Delta\langle (a\vec{i} + b\vec{j}), (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, c\vec{i}\rangle + \Delta\langle a\vec{i}, d\vec{j}\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, c\vec{i}\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, d\vec{j}\rangle$$

Calculons-le maintenant!

$$\vec{u} = (a, b) \qquad \vec{v} = (c, d)$$

$$\Delta\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = \Delta\langle (a\vec{i} + b\vec{j}), (c\vec{i} + d\vec{j}) \rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, (c\vec{i} + d\vec{j}) \rangle + \Delta\langle b\vec{j}, (c\vec{i} + d\vec{j}) \rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, c\vec{i} \rangle + \Delta\langle a\vec{i}, d\vec{j} \rangle + \Delta\langle b\vec{j}, c\vec{i} \rangle + \Delta\langle b\vec{j}, d\vec{j} \rangle$$

Calculons-le maintenant!

$$\vec{u} = (a, b) \qquad \vec{v} = (c, d)$$

$$\Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle = \Delta\langle (a\vec{i} + b\vec{j}), (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, c\vec{i}\rangle + \Delta\langle a\vec{i}, d\vec{j}\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, c\vec{i}\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, d\vec{j}\rangle$$

Calculons-le maintenant!

$$\vec{u} = (a, b) \qquad\qquad \vec{v} = (c, d)$$

$$\Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle = \Delta\langle (a\vec{i} + b\vec{j}), (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, c\vec{i}\rangle + \Delta\langle a\vec{i}, d\vec{j}\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, c\vec{i}\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, d\vec{j}\rangle$$

$$= a\Delta\langle \vec{i}, c\vec{i}\rangle + a\Delta\langle \vec{i}, d\vec{j}\rangle + b\Delta\langle \vec{j}, c\vec{i}\rangle + b\Delta\langle \vec{j}, d\vec{j}\rangle$$

Calculons-le maintenant!

$$\vec{u} = (a, b) \qquad\qquad \vec{v} = (c, d)$$

$$\Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle = \Delta\langle (a\vec{i} + b\vec{j}), (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, c\vec{i}\rangle + \Delta\langle a\vec{i}, d\vec{j}\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, c\vec{i}\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, d\vec{j}\rangle$$

D3. $$= a\Delta\langle \vec{i}, c\vec{i}\rangle + a\Delta\langle \vec{i}, d\vec{j}\rangle + b\Delta\langle \vec{j}, c\vec{i}\rangle + b\Delta\langle \vec{j}, d\vec{j}\rangle$$

Calculons-le maintenant!

$$\vec{u} = (a, b) \qquad\qquad \vec{v} = (c, d)$$

$$\Delta\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = \Delta\langle (a\vec{i} + b\vec{j}), (c\vec{i} + d\vec{j}) \rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, (c\vec{i} + d\vec{j}) \rangle + \Delta\langle b\vec{j}, (c\vec{i} + d\vec{j}) \rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, c\vec{i} \rangle + \Delta\langle a\vec{i}, d\vec{j} \rangle + \Delta\langle b\vec{j}, c\vec{i} \rangle + \Delta\langle b\vec{j}, d\vec{j} \rangle$$

D3. $$= a\Delta\langle \vec{i}, c\vec{i} \rangle + a\Delta\langle \vec{i}, d\vec{j} \rangle + b\Delta\langle \vec{j}, c\vec{i} \rangle + b\Delta\langle \vec{j}, d\vec{j} \rangle$$

Calculons-le maintenant!

$$\vec{u} = (a, b) \qquad \vec{v} = (c, d)$$

$$\Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle = \Delta\langle (a\vec{i} + b\vec{j}), (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, c\vec{i}\rangle + \Delta\langle a\vec{i}, d\vec{j}\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, c\vec{i}\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, d\vec{j}\rangle$$

D3. $$= a\Delta\langle \vec{i}, c\vec{i}\rangle + a\Delta\langle \vec{i}, d\vec{j}\rangle + b\Delta\langle \vec{j}, c\vec{i}\rangle + b\Delta\langle \vec{j}, d\vec{j}\rangle$$

Calculons-le maintenant!

$$\vec{u} = (a, b) \qquad \vec{v} = (c, d)$$

$$\Delta\langle\vec{u}, \vec{v}\rangle = \Delta\langle(a\vec{i} + b\vec{j}), (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, c\vec{i}\rangle + \Delta\langle a\vec{i}, d\vec{j}\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, c\vec{i}\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, d\vec{j}\rangle$$

D3. $$= a\Delta\langle\vec{i}, c\vec{i}\rangle + a\Delta\langle\vec{i}, d\vec{j}\rangle + b\Delta\langle\vec{j}, c\vec{i}\rangle + b\Delta\langle\vec{j}, d\vec{j}\rangle$$

Calculons-le maintenant!

$$\vec{u} = (a, b) \qquad \vec{v} = (c, d)$$

$$\Delta\langle\vec{u}, \vec{v}\rangle = \Delta\langle(a\vec{i} + b\vec{j}), (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, c\vec{i}\rangle + \Delta\langle a\vec{i}, d\vec{j}\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, c\vec{i}\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, d\vec{j}\rangle$$

D3. $$= a\Delta\langle\vec{i}, c\vec{i}\rangle + a\Delta\langle\vec{i}, d\vec{j}\rangle + b\Delta\langle\vec{j}, c\vec{i}\rangle + b\Delta\langle\vec{j}, d\vec{j}\rangle$$

Calculons-le maintenant!

$$\vec{u} = (a, b) \qquad \vec{v} = (c, d)$$

$$\Delta\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = \Delta\langle (a\vec{i} + b\vec{j}), (c\vec{i} + d\vec{j}) \rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, (c\vec{i} + d\vec{j}) \rangle + \Delta\langle b\vec{j}, (c\vec{i} + d\vec{j}) \rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, c\vec{i} \rangle + \Delta\langle a\vec{i}, d\vec{j} \rangle + \Delta\langle b\vec{j}, c\vec{i} \rangle + \Delta\langle b\vec{j}, d\vec{j} \rangle$$

D3. $$= a\Delta\langle \vec{i}, c\vec{i} \rangle + a\Delta\langle \vec{i}, d\vec{j} \rangle + b\Delta\langle \vec{j}, c\vec{i} \rangle + b\Delta\langle \vec{j}, d\vec{j} \rangle$$

$$= ac\Delta\langle \vec{i}, \vec{i} \rangle + ad\Delta\langle \vec{i}, \vec{j} \rangle + bc\Delta\langle \vec{j}, \vec{i} \rangle + bd\Delta\langle \vec{j}, \vec{j} \rangle$$

Calculons-le maintenant!

$$\vec{u} = (a, b) \qquad \vec{v} = (c, d)$$

$$\Delta\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = \Delta\langle (a\vec{i} + b\vec{j}), (c\vec{i} + d\vec{j}) \rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, (c\vec{i} + d\vec{j}) \rangle + \Delta\langle b\vec{j}, (c\vec{i} + d\vec{j}) \rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, c\vec{i} \rangle + \Delta\langle a\vec{i}, d\vec{j} \rangle + \Delta\langle b\vec{j}, c\vec{i} \rangle + \Delta\langle b\vec{j}, d\vec{j} \rangle$$

D3. $$= a\Delta\langle \vec{i}, c\vec{i} \rangle + a\Delta\langle \vec{i}, d\vec{j} \rangle + b\Delta\langle \vec{j}, c\vec{i} \rangle + b\Delta\langle \vec{j}, d\vec{j} \rangle$$

D3. $$= ac\Delta\langle \vec{i}, \vec{i} \rangle + ad\Delta\langle \vec{i}, \vec{j} \rangle + bc\Delta\langle \vec{j}, \vec{i} \rangle + bd\Delta\langle \vec{j}, \vec{j} \rangle$$

Calculons-le maintenant!

$$\vec{u} = (a, b) \qquad \vec{v} = (c, d)$$

$$\Delta\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = \Delta\langle (a\vec{i} + b\vec{j}), (c\vec{i} + d\vec{j}) \rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, (c\vec{i} + d\vec{j}) \rangle + \Delta\langle b\vec{j}, (c\vec{i} + d\vec{j}) \rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, c\vec{i} \rangle + \Delta\langle a\vec{i}, d\vec{j} \rangle + \Delta\langle b\vec{j}, c\vec{i} \rangle + \Delta\langle b\vec{j}, d\vec{j} \rangle$$

D3. $$= a\Delta\langle \vec{i}, c\vec{i} \rangle + a\Delta\langle \vec{i}, d\vec{j} \rangle + b\Delta\langle \vec{j}, c\vec{i} \rangle + b\Delta\langle \vec{j}, d\vec{j} \rangle$$

D3. $$= ac\Delta\langle \vec{i}, \vec{i} \rangle + ad\Delta\langle \vec{i}, \vec{j} \rangle + bc\Delta\langle \vec{j}, \vec{i} \rangle + bd\Delta\langle \vec{j}, \vec{j} \rangle$$

Calculons-le maintenant!

$$\vec{u} = (a, b) \qquad\qquad \vec{v} = (c, d)$$

$$\Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle = \Delta\langle (a\vec{i} + b\vec{j}), (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, c\vec{i}\rangle + \Delta\langle a\vec{i}, d\vec{j}\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, c\vec{i}\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, d\vec{j}\rangle$$

D3. $$= a\Delta\langle \vec{i}, c\vec{i}\rangle + a\Delta\langle \vec{i}, d\vec{j}\rangle + b\Delta\langle \vec{j}, c\vec{i}\rangle + b\Delta\langle \vec{j}, d\vec{j}\rangle$$

D3. $$= ac\Delta\langle \vec{i}, \vec{i}\rangle + ad\Delta\langle \vec{i}, \vec{j}\rangle + bc\Delta\langle \vec{j}, \vec{i}\rangle + bd\Delta\langle \vec{j}, \vec{j}\rangle$$

Calculons-le maintenant!

$$\vec{u} = (a, b) \qquad\qquad \vec{v} = (c, d)$$

$$\Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle = \Delta\langle (a\vec{i} + b\vec{j}), (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, c\vec{i}\rangle + \Delta\langle a\vec{i}, d\vec{j}\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, c\vec{i}\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, d\vec{j}\rangle$$

D3. $$= a\Delta\langle \vec{i}, c\vec{i}\rangle + a\Delta\langle \vec{i}, d\vec{j}\rangle + b\Delta\langle \vec{j}, c\vec{i}\rangle + b\Delta\langle \vec{j}, d\vec{j}\rangle$$

D3. $$= ac\Delta\langle \vec{i}, \vec{i}\rangle + ad\Delta\langle \vec{i}, \vec{j}\rangle + bc\Delta\langle \vec{j}, \vec{i}\rangle + bd\Delta\langle \vec{j}, \vec{j}\rangle$$

Calculons-le maintenant!

$$\vec{u} = (a, b) \qquad \vec{v} = (c, d)$$

$$\Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle = \Delta\langle (a\vec{i} + b\vec{j}), (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, c\vec{i}\rangle + \Delta\langle a\vec{i}, d\vec{j}\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, c\vec{i}\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, d\vec{j}\rangle$$

D3. $$= a\Delta\langle \vec{i}, c\vec{i}\rangle + a\Delta\langle \vec{i}, d\vec{j}\rangle + b\Delta\langle \vec{j}, c\vec{i}\rangle + b\Delta\langle \vec{j}, d\vec{j}\rangle$$

D3. $$= ac\Delta\langle \vec{i}, \vec{i}\rangle + ad\Delta\langle \vec{i}, \vec{j}\rangle + bc\Delta\langle \vec{j}, \vec{i}\rangle + bd\Delta\langle \vec{j}, \vec{j}\rangle$$

Calculons-le maintenant!

$$\vec{u} = (a, b) \qquad \vec{v} = (c, d)$$

$$\Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle = \Delta\langle (a\vec{i} + b\vec{j}), (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, c\vec{i}\rangle + \Delta\langle a\vec{i}, d\vec{j}\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, c\vec{i}\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, d\vec{j}\rangle$$

D3. $$= a\Delta\langle \vec{i}, c\vec{i}\rangle + a\Delta\langle \vec{i}, d\vec{j}\rangle + b\Delta\langle \vec{j}, c\vec{i}\rangle + b\Delta\langle \vec{j}, d\vec{j}\rangle$$

D3. $$= ac\Delta\langle \vec{i}, \vec{i}\rangle + ad\Delta\langle \vec{i}, \vec{j}\rangle + bc\Delta\langle \vec{j}, \vec{i}\rangle + bd\Delta\langle \vec{j}, \vec{j}\rangle$$

$$= ad\Delta\langle \vec{i}, \vec{j}\rangle + bc\Delta\langle \vec{j}, \vec{i}\rangle$$

Calculons-le maintenant!

$$\vec{u} = (a, b) \qquad\qquad \vec{v} = (c, d)$$

$$\Delta\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = \Delta\langle (a\vec{i} + b\vec{j}), (c\vec{i} + d\vec{j}) \rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, (c\vec{i} + d\vec{j}) \rangle + \Delta\langle b\vec{j}, (c\vec{i} + d\vec{j}) \rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, c\vec{i} \rangle + \Delta\langle a\vec{i}, d\vec{j} \rangle + \Delta\langle b\vec{j}, c\vec{i} \rangle + \Delta\langle b\vec{j}, d\vec{j} \rangle$$

D3. $$= a\Delta\langle \vec{i}, c\vec{i} \rangle + a\Delta\langle \vec{i}, d\vec{j} \rangle + b\Delta\langle \vec{j}, c\vec{i} \rangle + b\Delta\langle \vec{j}, d\vec{j} \rangle$$

D3. $$= ac\Delta\langle \vec{i}, \vec{i} \rangle + ad\Delta\langle \vec{i}, \vec{j} \rangle + bc\Delta\langle \vec{j}, \vec{i} \rangle + bd\Delta\langle \vec{j}, \vec{j} \rangle$$

D2. $$= ad\Delta\langle \vec{i}, \vec{j} \rangle + bc\Delta\langle \vec{j}, \vec{i} \rangle$$

Calculons-le maintenant!

$$\vec{u} = (a, b) \qquad \vec{v} = (c, d)$$

$$\Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle = \Delta\langle (a\vec{i} + b\vec{j}), (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle$$

D4. $= \Delta\langle a\vec{i}, (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle$

D4. $= \Delta\langle a\vec{i}, c\vec{i}\rangle + \Delta\langle a\vec{i}, d\vec{j}\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, c\vec{i}\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, d\vec{j}\rangle$

D3. $= a\Delta\langle \vec{i}, c\vec{i}\rangle + a\Delta\langle \vec{i}, d\vec{j}\rangle + b\Delta\langle \vec{j}, c\vec{i}\rangle + b\Delta\langle \vec{j}, d\vec{j}\rangle$

D3. $= ac\cancelto{0}{\Delta\langle \vec{i}, \vec{i}\rangle} + ad\Delta\langle \vec{i}, \vec{j}\rangle + bc\Delta\langle \vec{j}, \vec{i}\rangle + bd\cancelto{0}{\Delta\langle \vec{j}, \vec{j}\rangle}$

D2. $= ad\Delta\langle \vec{i}, \vec{j}\rangle + bc\Delta\langle \vec{j}, \vec{i}\rangle$

Calculons-le maintenant!

$$\vec{u} = (a, b) \qquad \vec{v} = (c, d)$$

$$\Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle = \Delta\langle (a\vec{i} + b\vec{j}), (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, c\vec{i}\rangle + \Delta\langle a\vec{i}, d\vec{j}\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, c\vec{i}\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, d\vec{j}\rangle$$

D3. $$= a\Delta\langle \vec{i}, c\vec{i}\rangle + a\Delta\langle \vec{i}, d\vec{j}\rangle + b\Delta\langle \vec{j}, c\vec{i}\rangle + b\Delta\langle \vec{j}, d\vec{j}\rangle$$

D3. $$= ac\cancelto{0}{\Delta\langle \vec{i}, \vec{i}\rangle} + ad\Delta\langle \vec{i}, \vec{j}\rangle + bc\Delta\langle \vec{j}, \vec{i}\rangle + bd\cancelto{0}{\Delta\langle \vec{j}, \vec{j}\rangle}$$

D2. $$= ad\Delta\langle \vec{i}, \vec{j}\rangle + bc\Delta\langle \vec{j}, \vec{i}\rangle$$

$$= ad\Delta\langle \vec{i}, \vec{j}\rangle - bc\Delta\langle \vec{i}, \vec{j}\rangle$$

Calculons-le maintenant!

$$\vec{u} = (a, b) \qquad \vec{v} = (c, d)$$

$$\Delta\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = \Delta\langle (a\vec{i} + b\vec{j}), (c\vec{i} + d\vec{j}) \rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, (c\vec{i} + d\vec{j}) \rangle + \Delta\langle b\vec{j}, (c\vec{i} + d\vec{j}) \rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, c\vec{i} \rangle + \Delta\langle a\vec{i}, d\vec{j} \rangle + \Delta\langle b\vec{j}, c\vec{i} \rangle + \Delta\langle b\vec{j}, d\vec{j} \rangle$$

D3. $$= a\Delta\langle \vec{i}, c\vec{i} \rangle + a\Delta\langle \vec{i}, d\vec{j} \rangle + b\Delta\langle \vec{j}, c\vec{i} \rangle + b\Delta\langle \vec{j}, d\vec{j} \rangle$$

D3. $$= ac\cancelto{0}{\Delta\langle \vec{i}, \vec{i} \rangle} + ad\Delta\langle \vec{i}, \vec{j} \rangle + bc\Delta\langle \vec{j}, \vec{i} \rangle + bd\cancelto{0}{\Delta\langle \vec{j}, \vec{j} \rangle}$$

D2. $$= ad\Delta\langle \vec{i}, \vec{j} \rangle + bc\Delta\langle \vec{j}, \vec{i} \rangle$$

D5. $$= ad\Delta\langle \vec{i}, \vec{j} \rangle - bc\Delta\langle \vec{i}, \vec{j} \rangle$$

Calculons-le maintenant!

$$\vec{u} = (a, b) \qquad\qquad \vec{v} = (c, d)$$

$$\Delta\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = \Delta\langle (a\vec{i} + b\vec{j}), (c\vec{i} + d\vec{j}) \rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, (c\vec{i} + d\vec{j}) \rangle + \Delta\langle b\vec{j}, (c\vec{i} + d\vec{j}) \rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, c\vec{i} \rangle + \Delta\langle a\vec{i}, d\vec{j} \rangle + \Delta\langle b\vec{j}, c\vec{i} \rangle + \Delta\langle b\vec{j}, d\vec{j} \rangle$$

D3. $$= a\Delta\langle \vec{i}, c\vec{i} \rangle + a\Delta\langle \vec{i}, d\vec{j} \rangle + b\Delta\langle \vec{j}, c\vec{i} \rangle + b\Delta\langle \vec{j}, d\vec{j} \rangle$$

D3. $$= ac\cancelto{0}{\Delta\langle \vec{i}, \vec{i} \rangle} + ad\Delta\langle \vec{i}, \vec{j} \rangle + bc\Delta\langle \vec{j}, \vec{i} \rangle + bd\cancelto{0}{\Delta\langle \vec{j}, \vec{j} \rangle}$$

D2. $$= ad\Delta\langle \vec{i}, \vec{j} \rangle + bc\Delta\langle \vec{j}, \vec{i} \rangle$$

D5. $$= ad\Delta\langle \vec{i}, \vec{j} \rangle - bc\Delta\langle \vec{i}, \vec{j} \rangle$$

$$= ad - bc$$

Calculons-le maintenant!

$$\vec{u} = (a, b) \qquad\qquad \vec{v} = (c, d)$$

$$\Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle = \Delta\langle (a\vec{i} + b\vec{j}), (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, (c\vec{i} + d\vec{j})\rangle$$

D4. $$= \Delta\langle a\vec{i}, c\vec{i}\rangle + \Delta\langle a\vec{i}, d\vec{j}\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, c\vec{i}\rangle + \Delta\langle b\vec{j}, d\vec{j}\rangle$$

D3. $$= a\Delta\langle \vec{i}, c\vec{i}\rangle + a\Delta\langle \vec{i}, d\vec{j}\rangle + b\Delta\langle \vec{j}, c\vec{i}\rangle + b\Delta\langle \vec{j}, d\vec{j}\rangle$$

D3. $$= ac\cancelto{0}{\Delta\langle \vec{i}, \vec{i}\rangle} + ad\Delta\langle \vec{i}, \vec{j}\rangle + bc\Delta\langle \vec{j}, \vec{i}\rangle + bd\cancelto{0}{\Delta\langle \vec{j}, \vec{j}\rangle}$$

D2. $$= ad\Delta\langle \vec{i}, \vec{j}\rangle + bc\Delta\langle \vec{j}, \vec{i}\rangle$$

D5. $$= ad\Delta\langle \vec{i}, \vec{j}\rangle - bc\Delta\langle \vec{i}, \vec{j}\rangle$$

D1. $$= ad - bc$$

Wow!

Wow!

Juste avec les propriétés qu'une aire doit avoir, on est capable de déduire que l'aire orientée du parallélogramme défini par deux vecteurs est:

Wow!

Juste avec les propriétés qu'une aire doit avoir, on est capable de déduire que l'aire orientée du parallélogramme défini par deux vecteurs est:

$$\Delta\langle\vec{u},\vec{v}\rangle = ad - bc$$

On note aussi le déterminant,

On note aussi le déterminant,

pour des raisons qui sont obscures pour le moment,

On note aussi le déterminant,

pour des raisons qui sont obscures pour le moment,

de la manière suivante:

On note aussi le déterminant,

pour des raisons qui sont obscures pour le moment,

de la manière suivante:

$$\Delta\langle\vec{u},\vec{v}\rangle = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

On note aussi le déterminant,

pour des raisons qui sont obscures pour le moment,

de la manière suivante:

$$\Delta\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

On note aussi le déterminant,

pour des raisons qui sont obscures pour le moment,

de la manière suivante:

$$\Delta\langle\vec{u},\vec{v}\rangle = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

On note aussi le déterminant,

pour des raisons qui sont obscures pour le moment,

de la manière suivante:

$$\Delta\langle\vec{u},\vec{v}\rangle = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

On note aussi le déterminant,

pour des raisons qui sont obscures pour le moment,

de la manière suivante:

$$\Delta\langle\vec{u},\vec{v}\rangle = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

$$= \begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}$$

On note aussi le déterminant,

pour des raisons qui sont obscures pour le moment,

de la manière suivante:

$$\Delta\langle\vec{u},\vec{v}\rangle = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

$$= \begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}$$

On note aussi le déterminant,

pour des raisons qui sont obscures pour le moment,

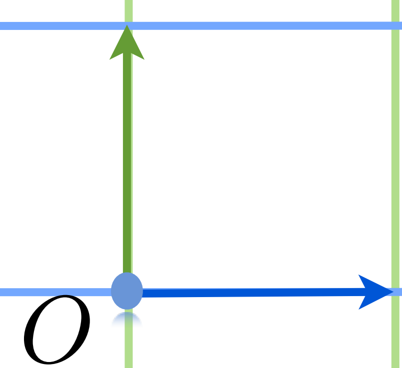
de la manière suivante:

$$\Delta\langle\vec{u},\vec{v}\rangle = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = {\color{blue}ad} - {\color{red}bc}$$

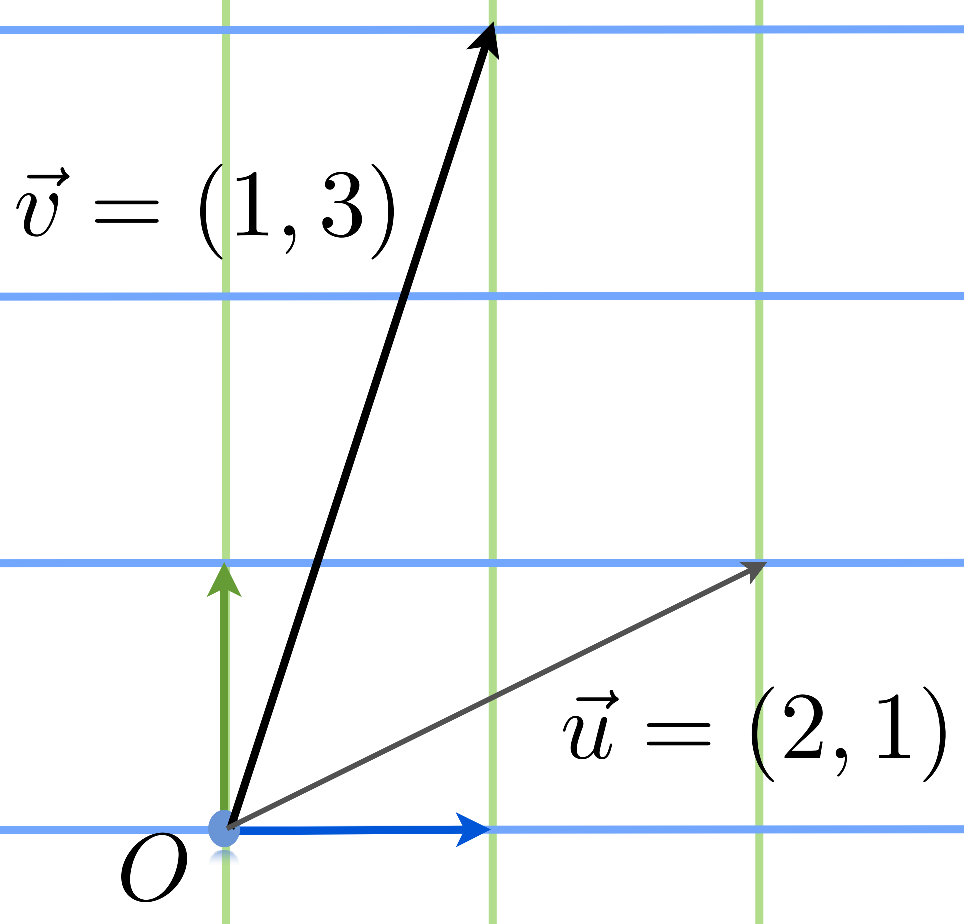
$$= \begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}$$

Exemple:

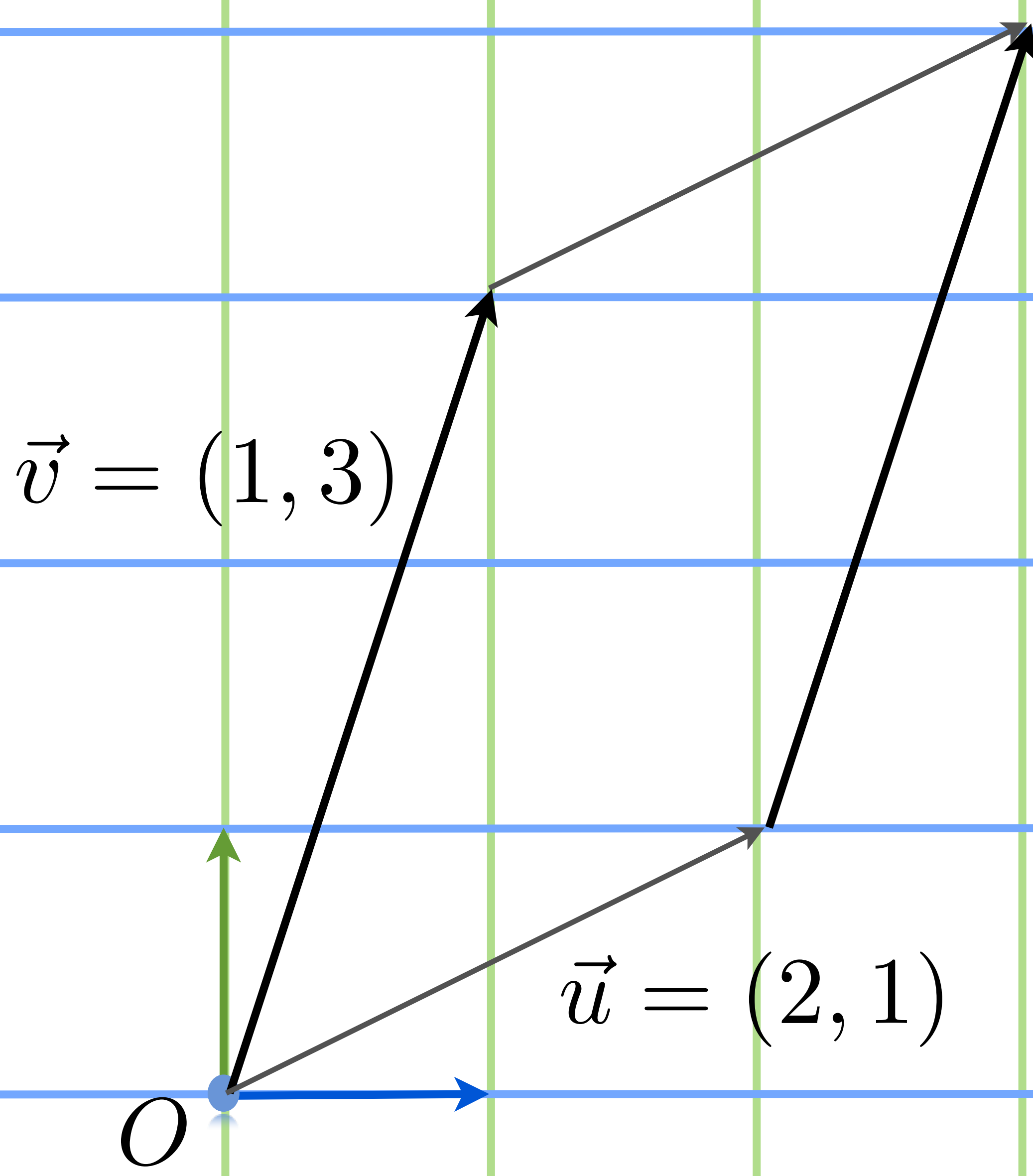
Exemple:



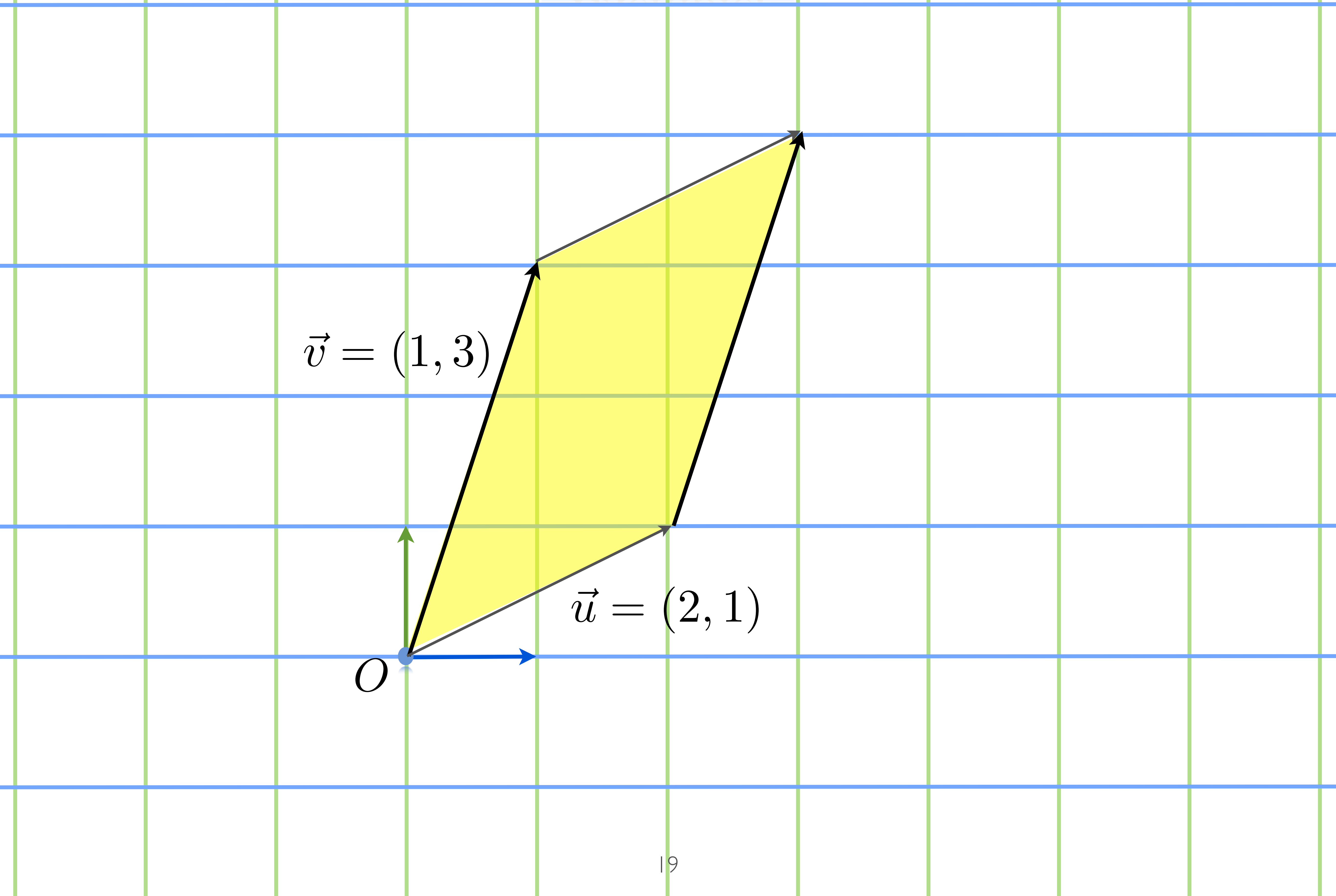
Exemple:



Exemple:

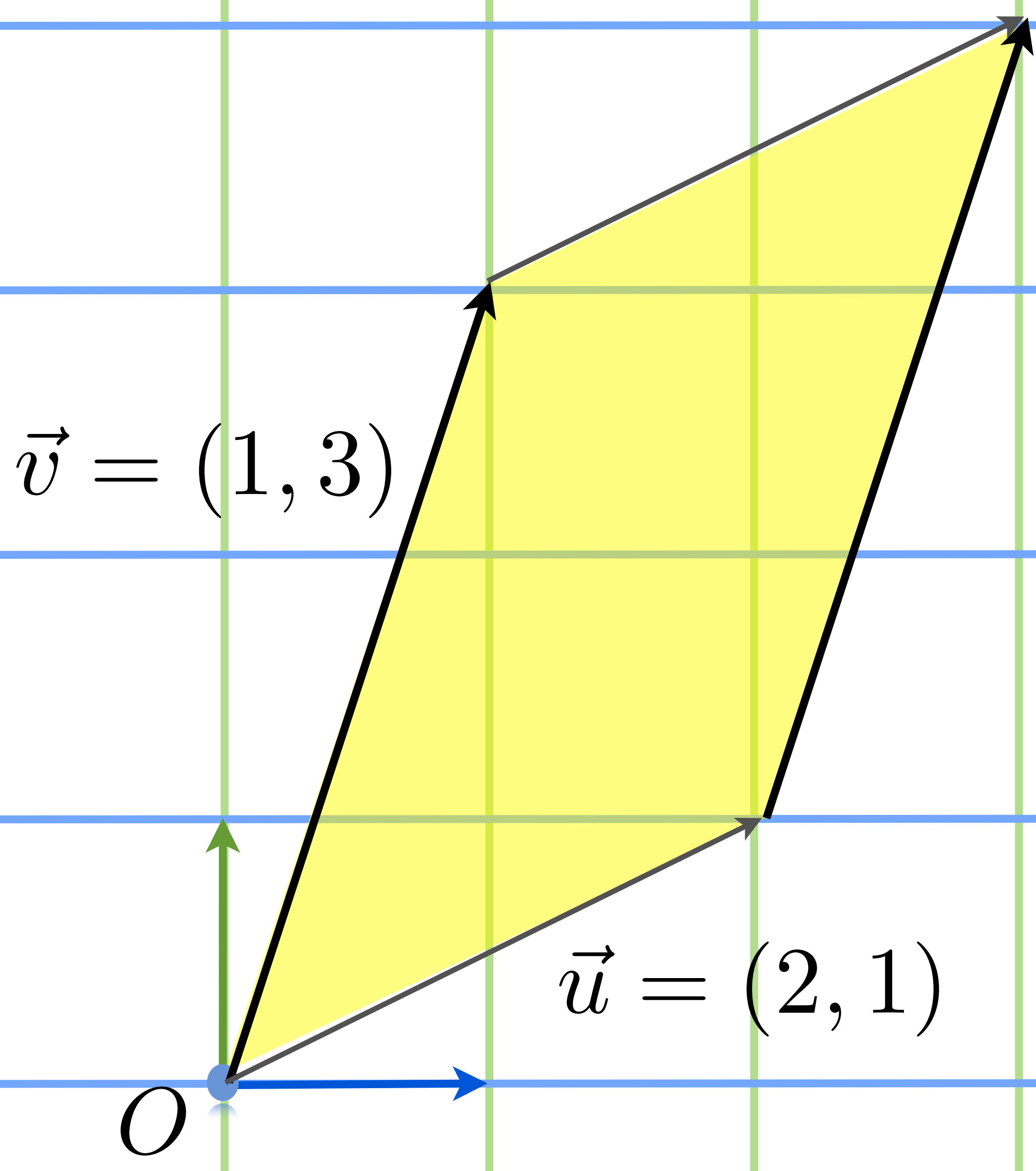


Exemple:



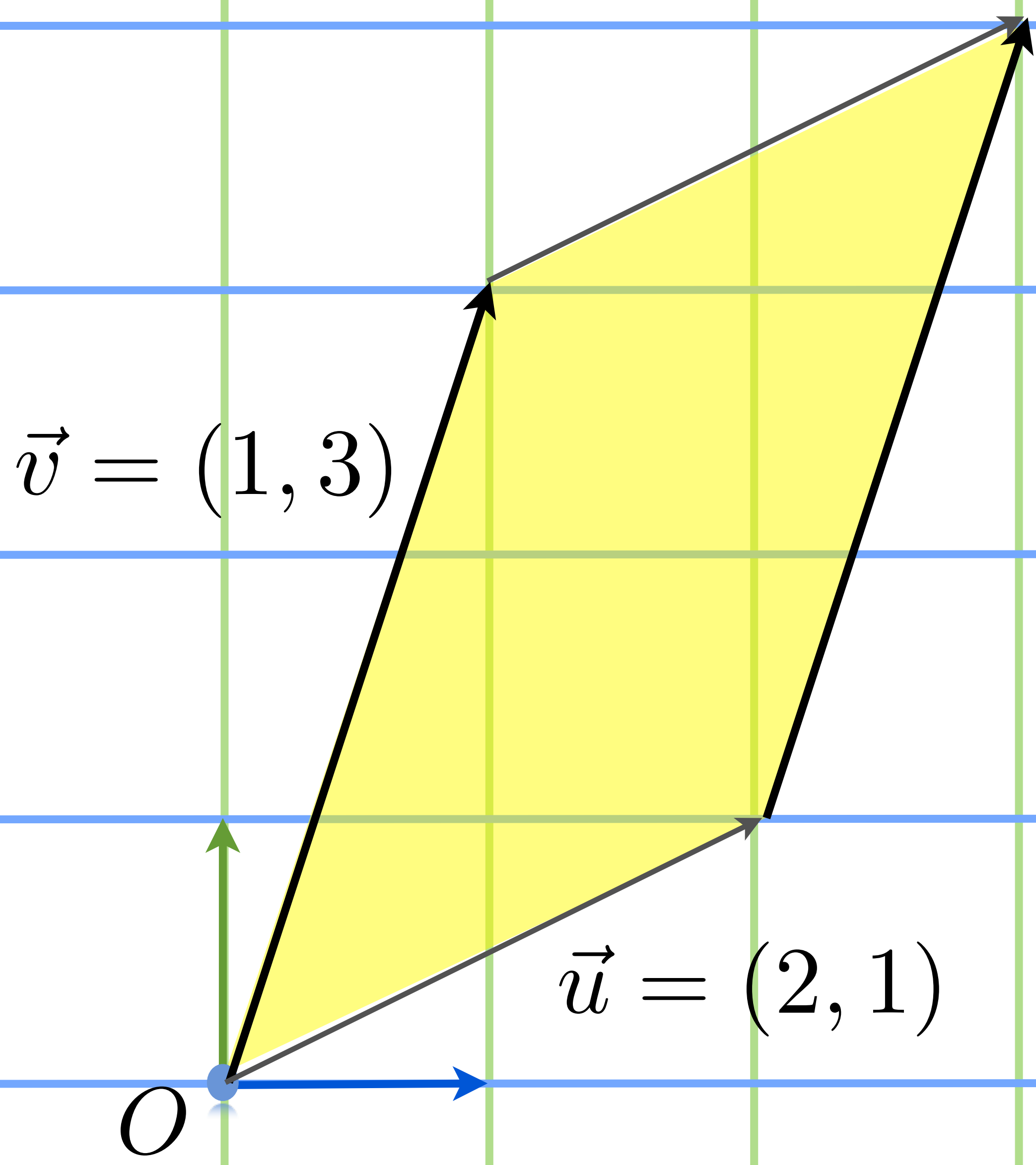
Exemple:

$$A = \Delta\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle$$



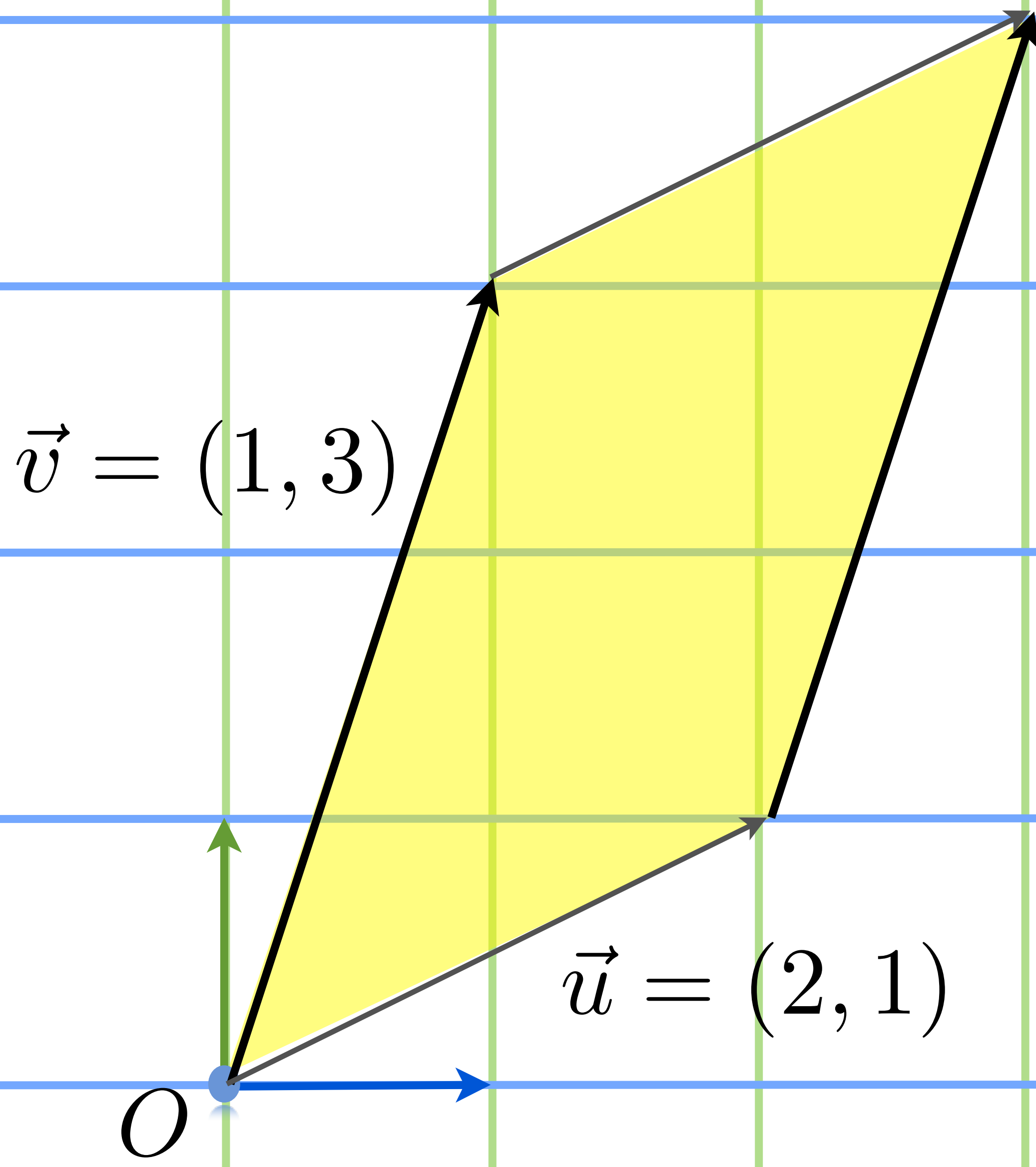
Exemple:

$$A = \Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$$



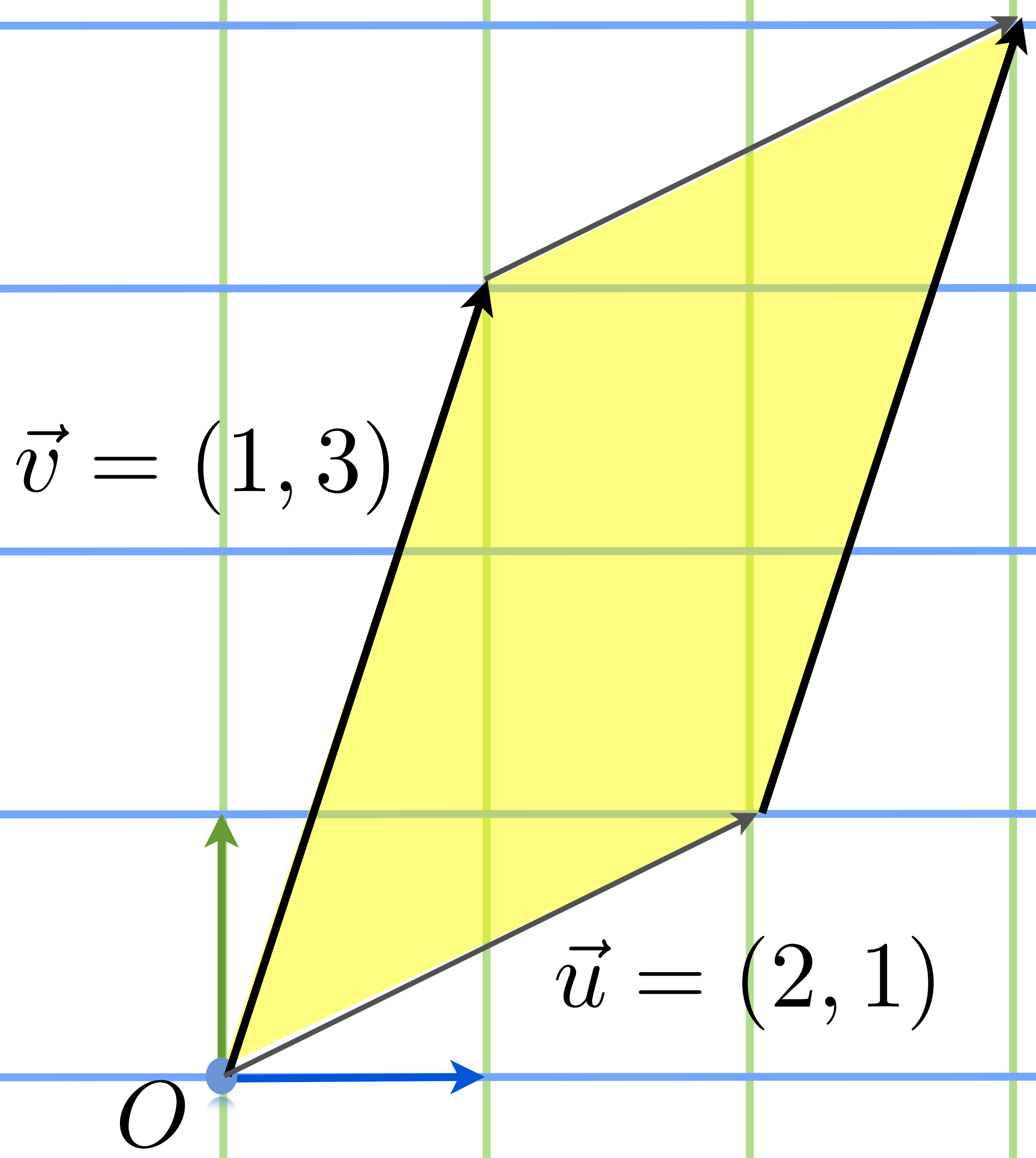
Exemple:

$$A = \Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 2 \cdot 3 - 1 \cdot 1$$



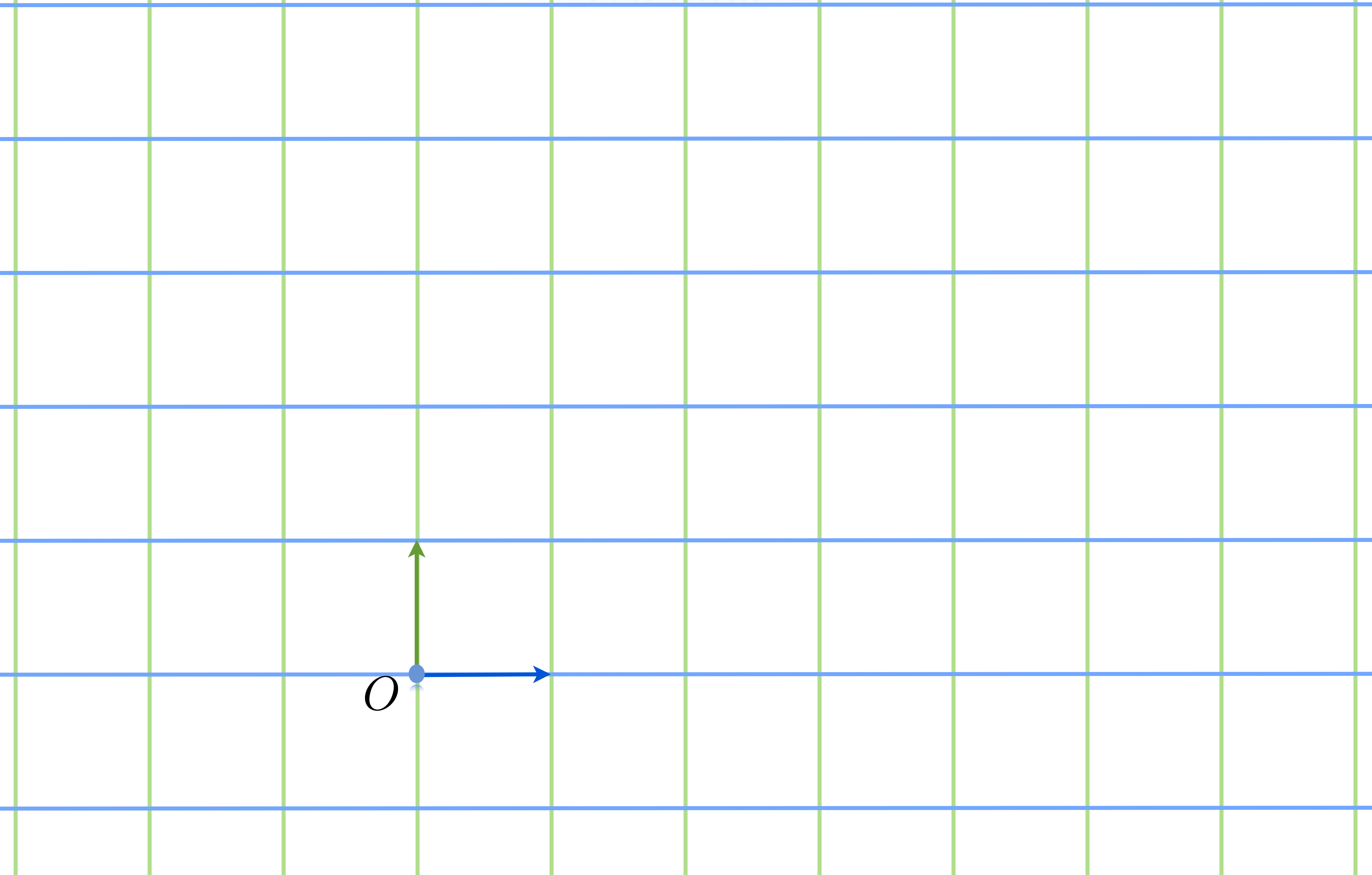
Exemple:

$$A = \Delta\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 2 \cdot 3 - 1 \cdot 1 = 5$$

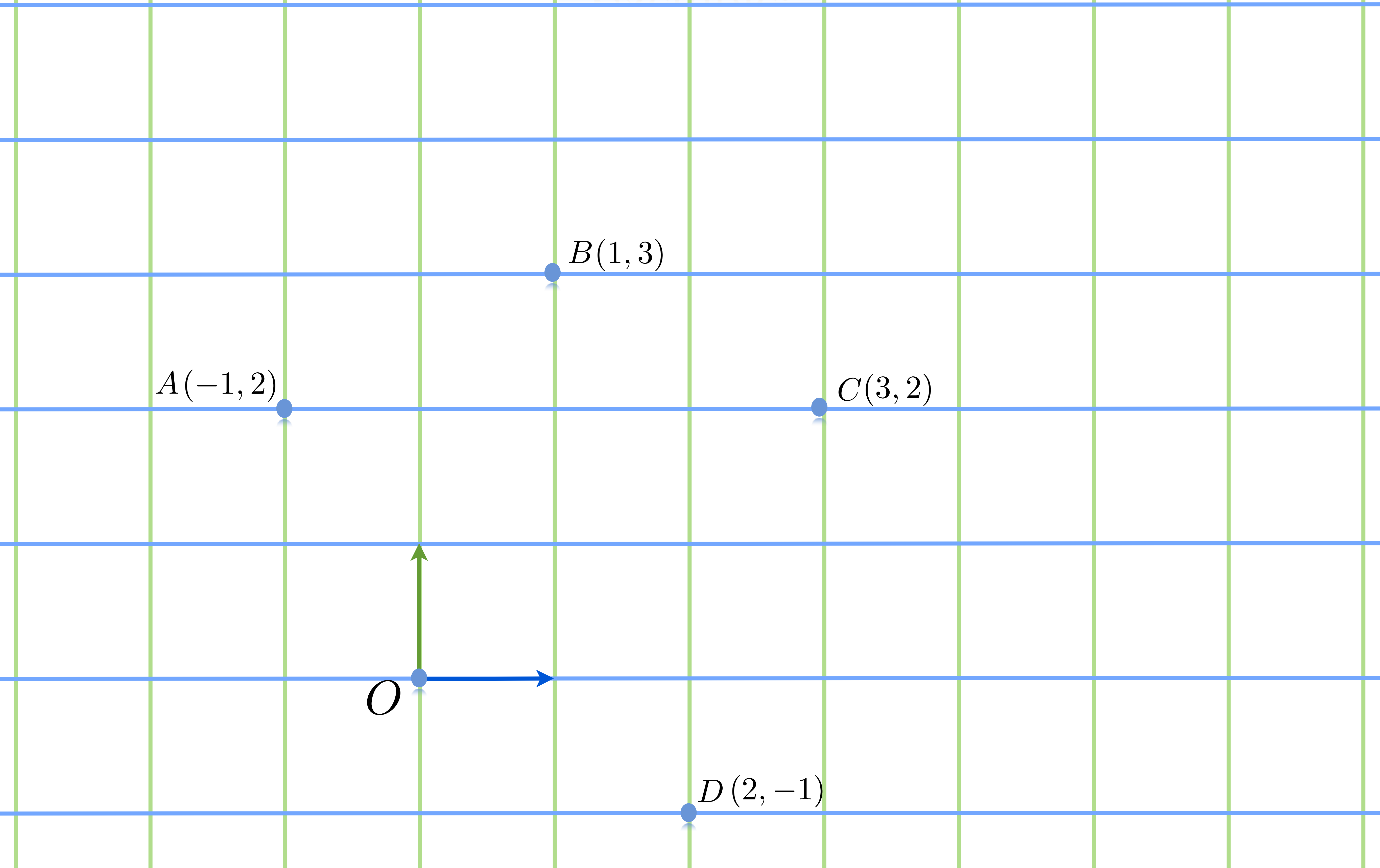


Exemple:

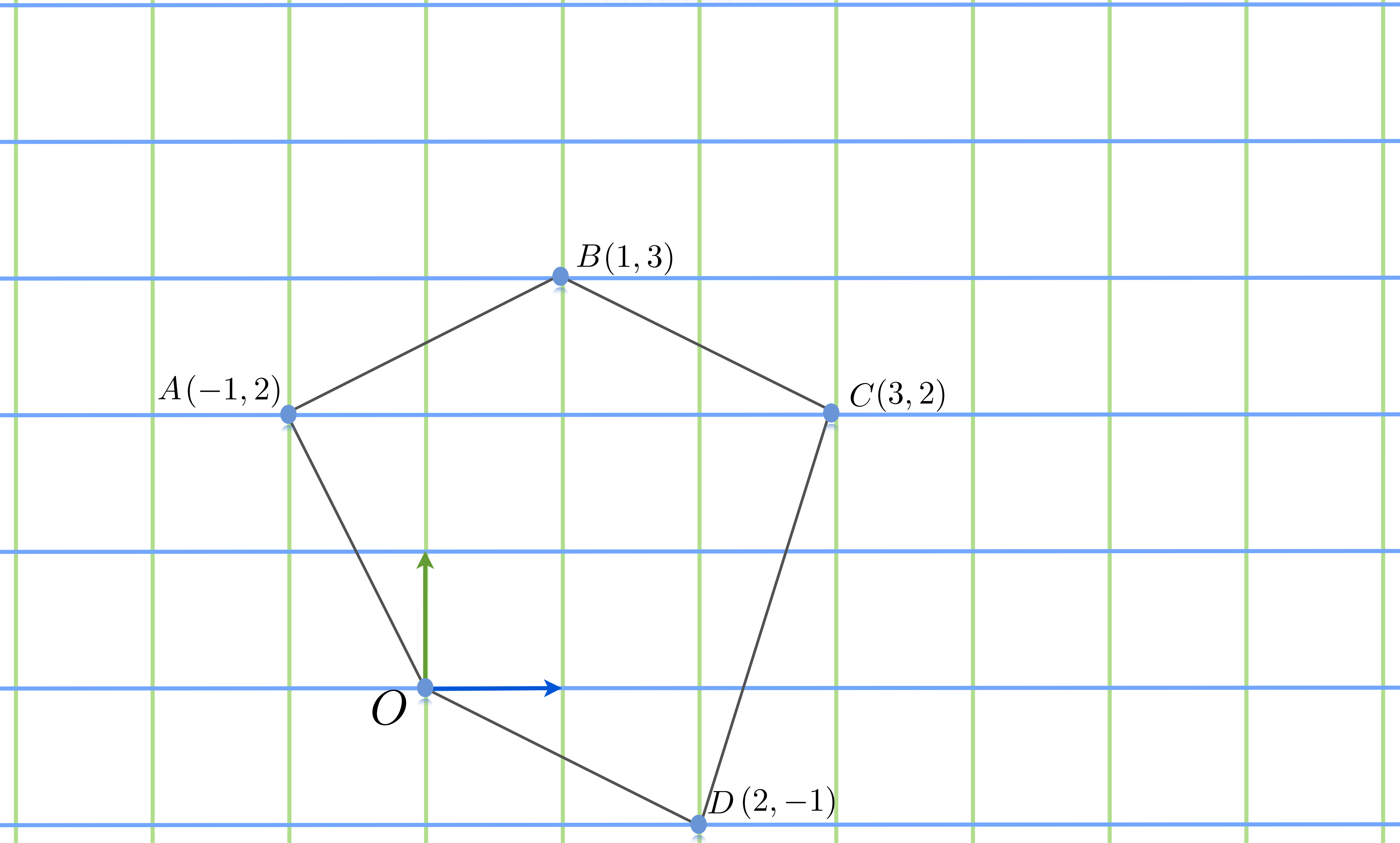
Exemple:



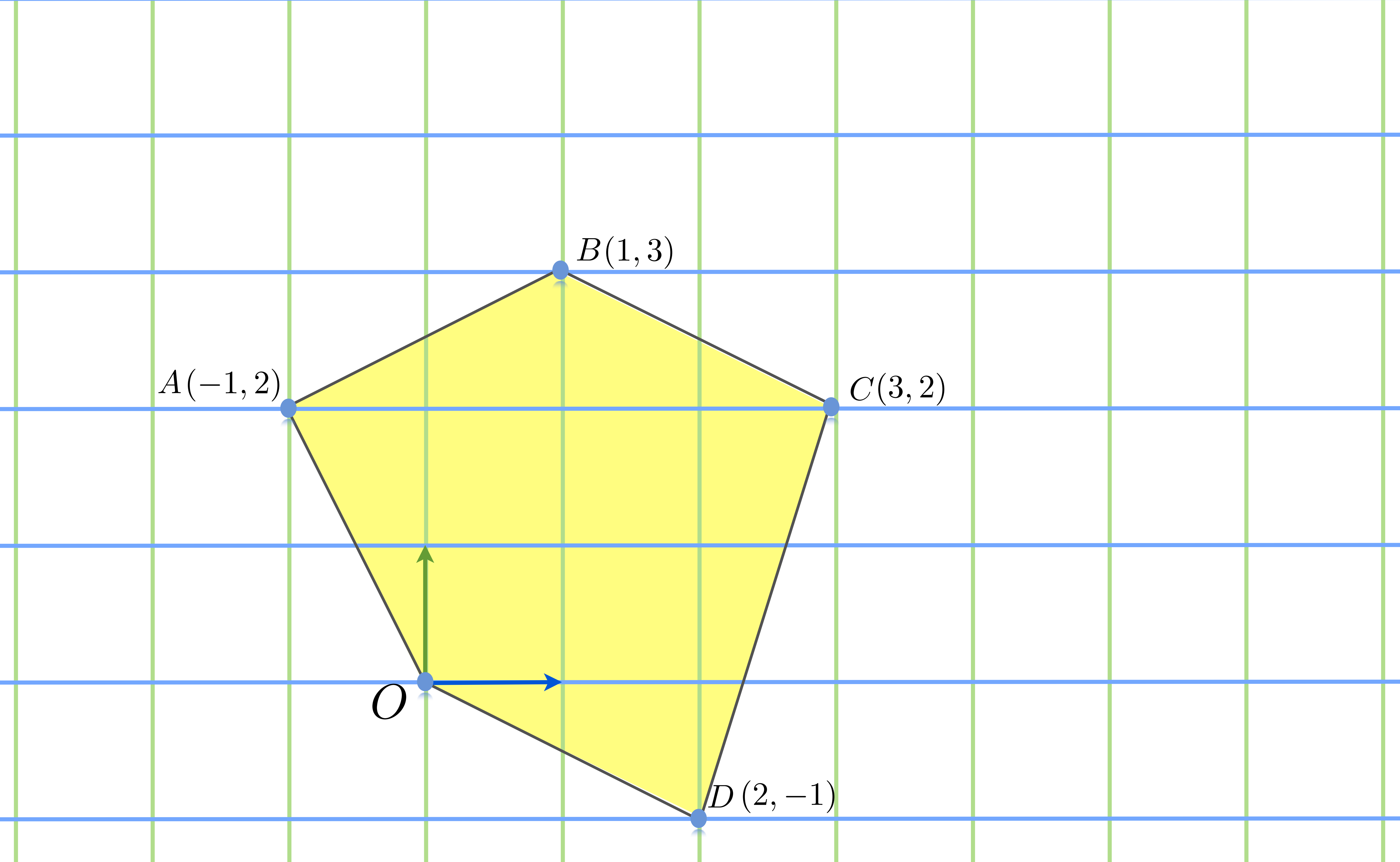
Exemple:



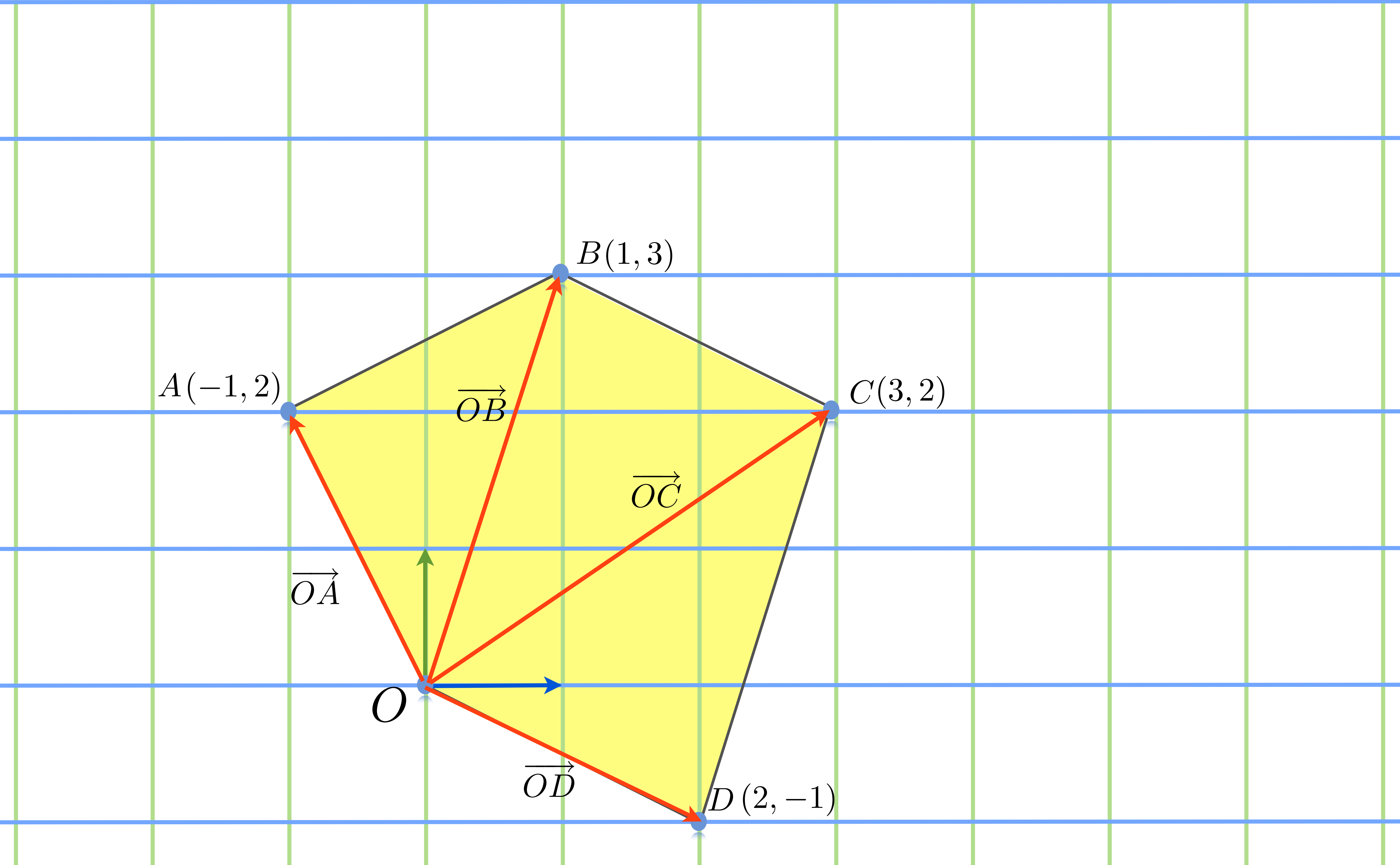
Exemple:



Exemple:

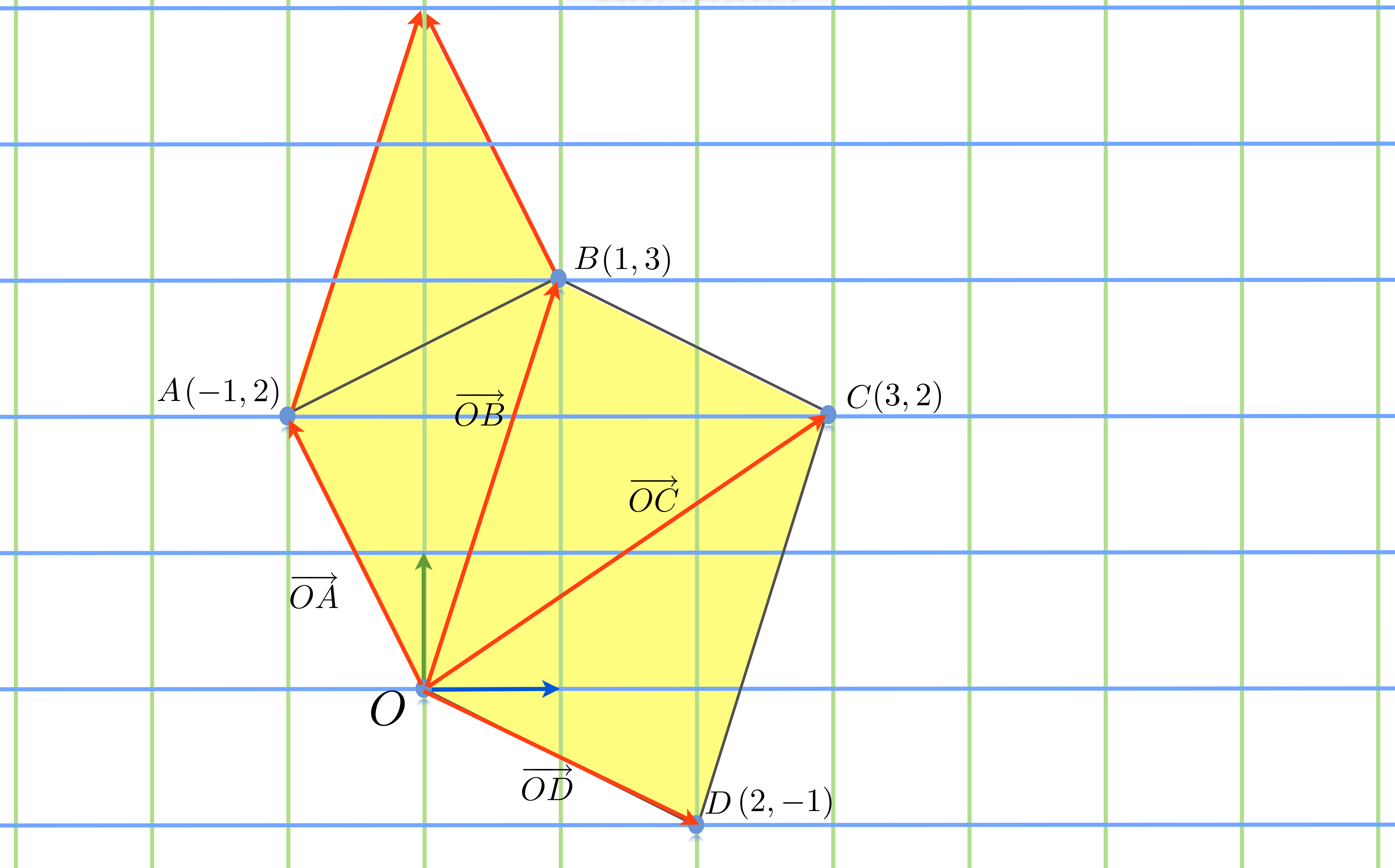


Exemple:

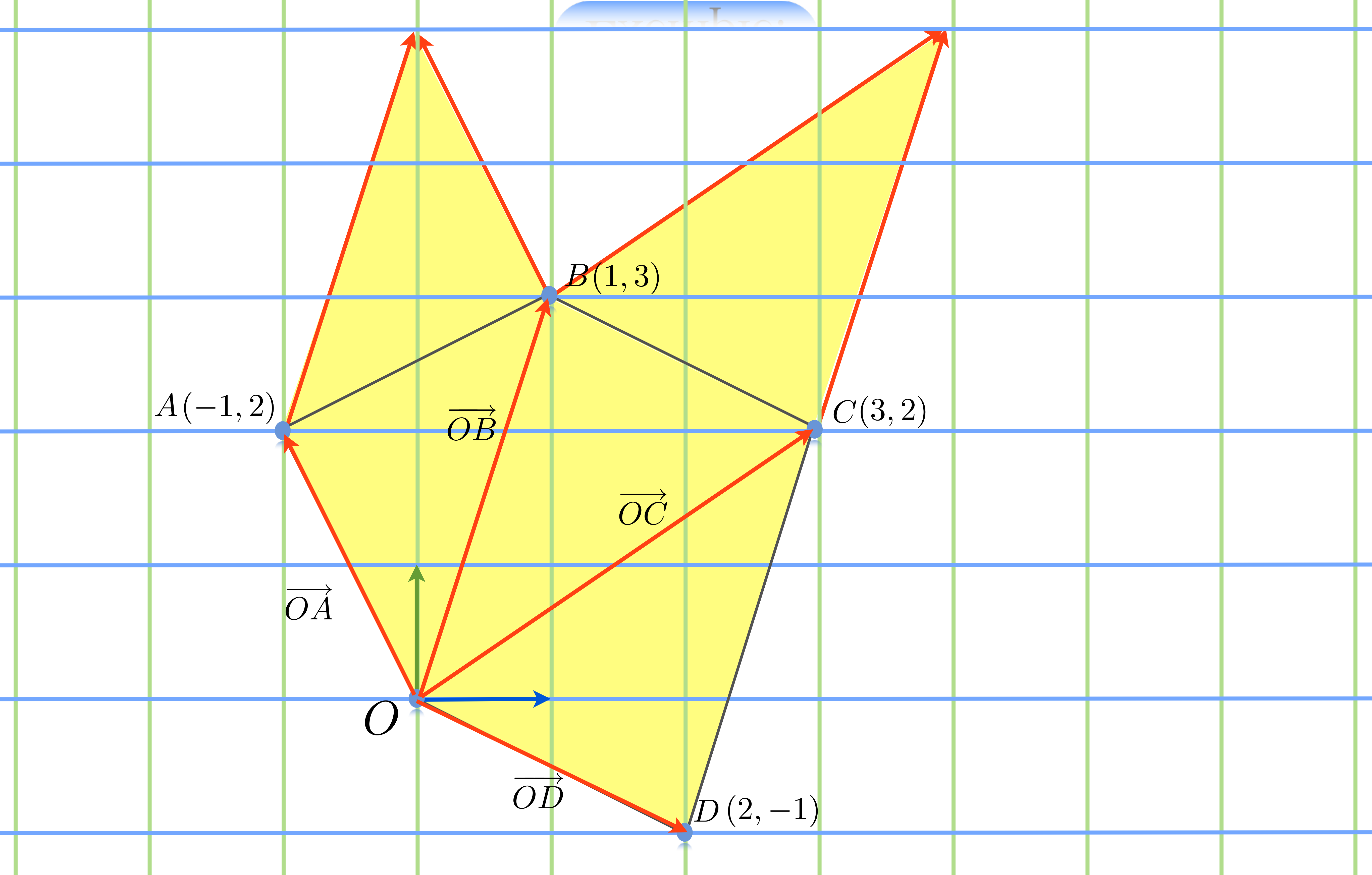


$B(1,3)$
$A(-1,2)$
$C(3,2)$
$\overrightarrow{OB}$
$\overrightarrow{OC}$
$\overrightarrow{OA}$
O
$\overrightarrow{OD}$
$D\,(2,-1)$

Exemple:

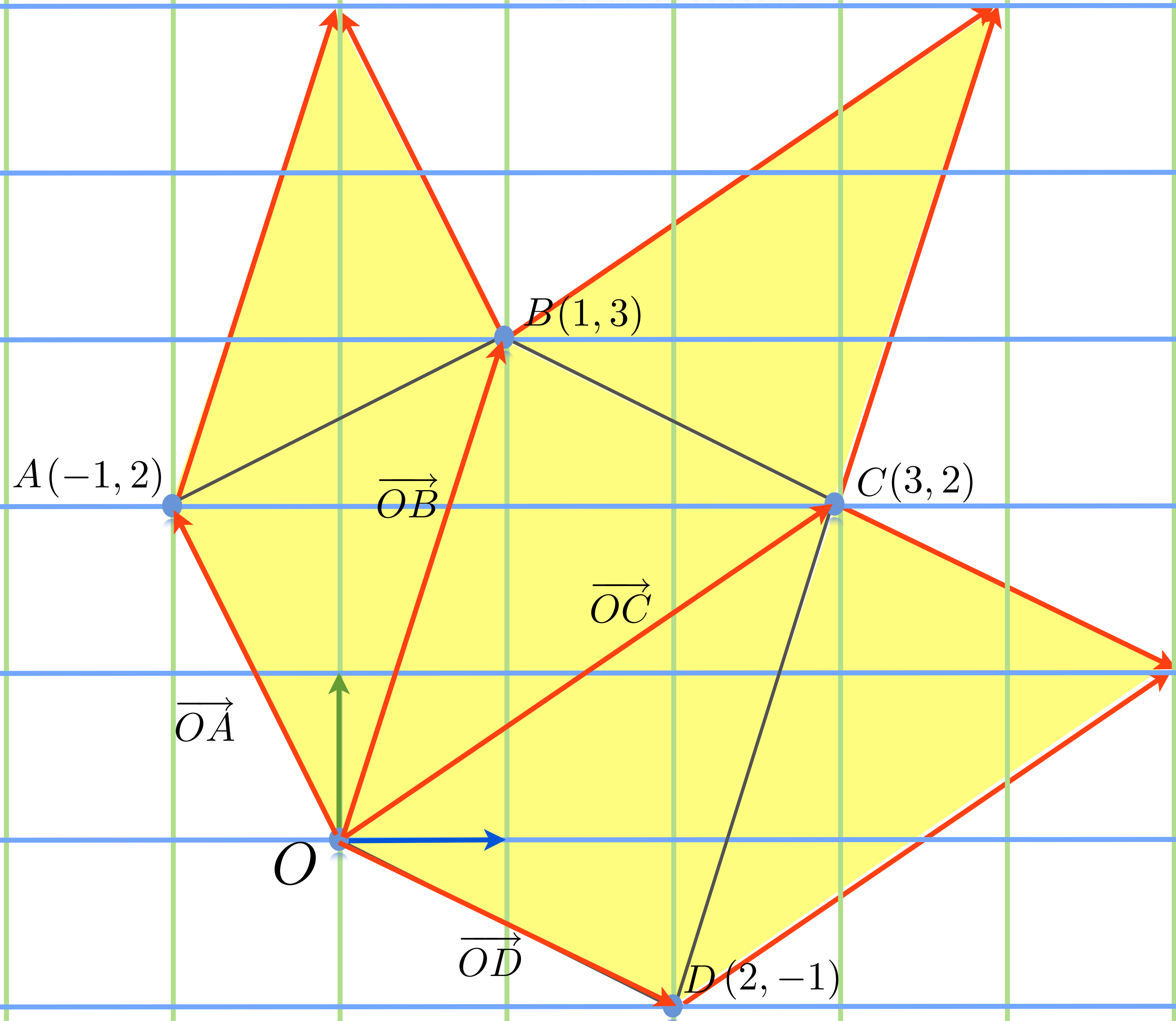

$B(1,3)$
$A(-1,2)$
$\overrightarrow{OB}$
$C(3,2)$
$\overrightarrow{OC}$
$\overrightarrow{OA}$
O
$\overrightarrow{OD}$
$D\,(2,-1)$

Exemple:

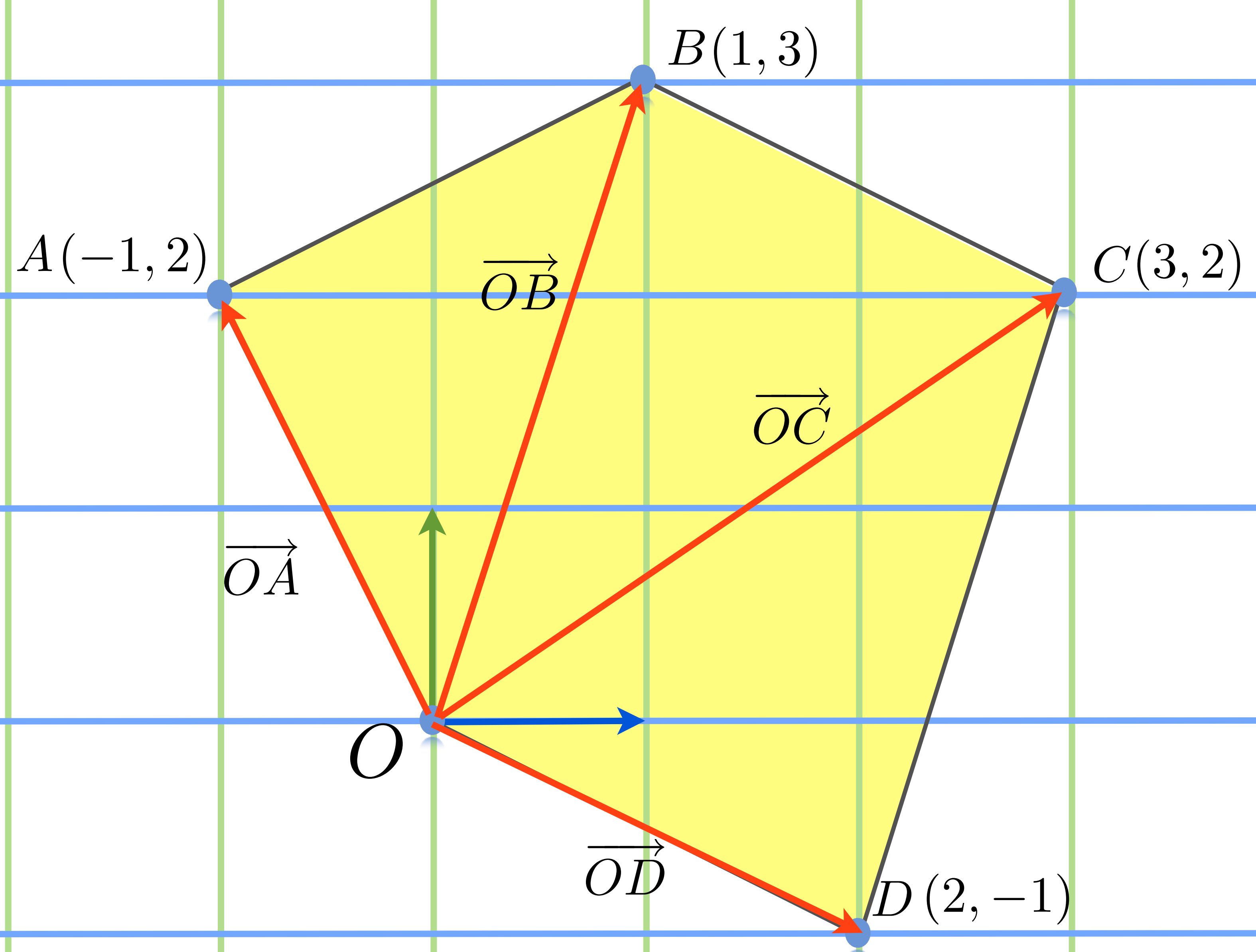


$B(1,3)$
$A(-1,2)$
$C(3,2)$
$\overrightarrow{OB}$
$\overrightarrow{OC}$
$\overrightarrow{OA}$
O
$\overrightarrow{OD}$
$D\,(2,-1)$

Exemple:


$B(1,3)$
$A(-1,2)$
$\overrightarrow{OB}$
$C(3,2)$
$\overrightarrow{OC}$
$\overrightarrow{OA}$
O
$\overrightarrow{OD}$
$D(2,-1)$

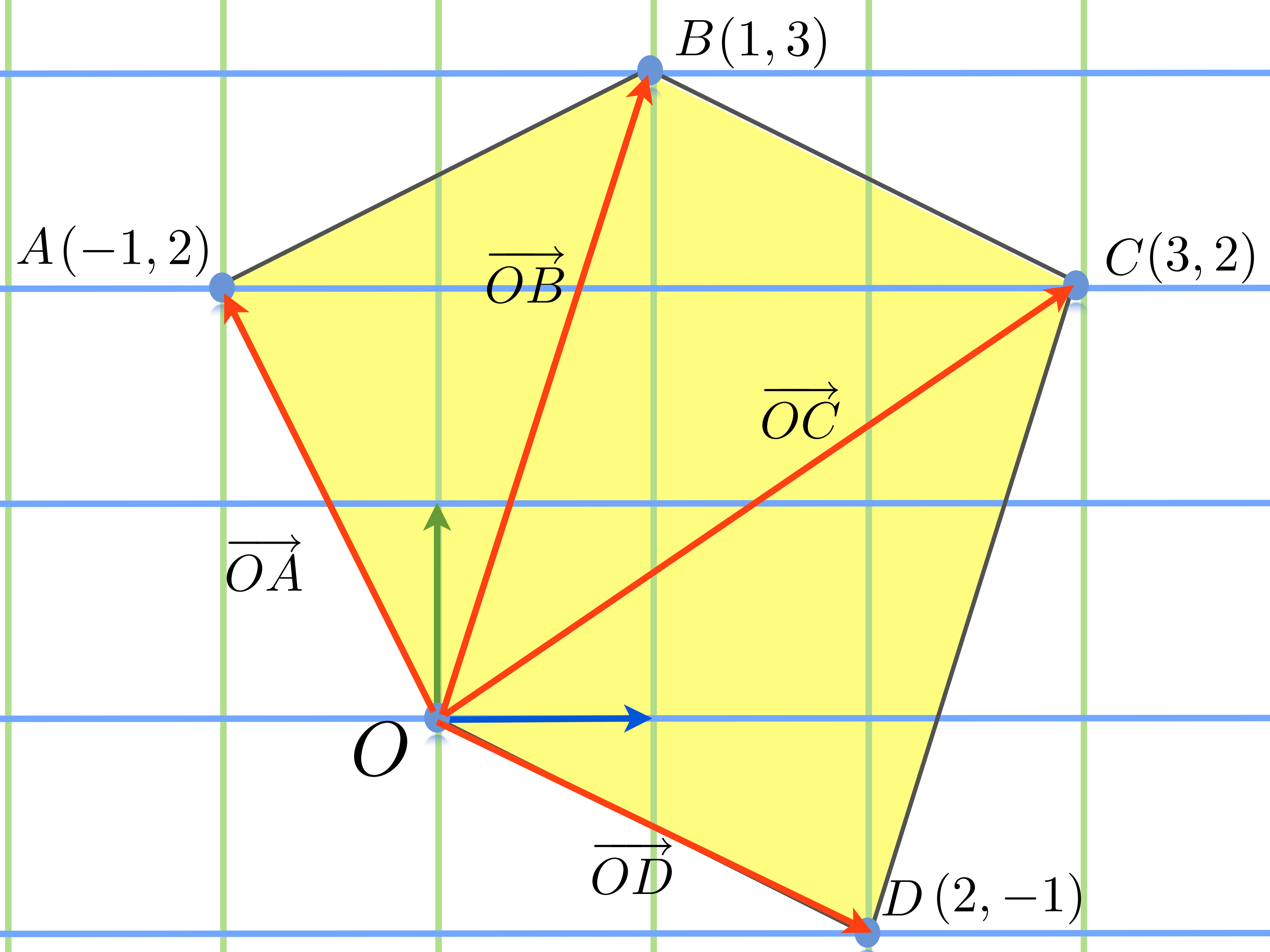
Exemple:



$B(1,3)$
$A(-1,2)$
$\overrightarrow{OB}$
$C(3,2)$
$\overrightarrow{OC}$
$\overrightarrow{OA}$
O
$\overrightarrow{OD}$
$D\,(2,-1)$

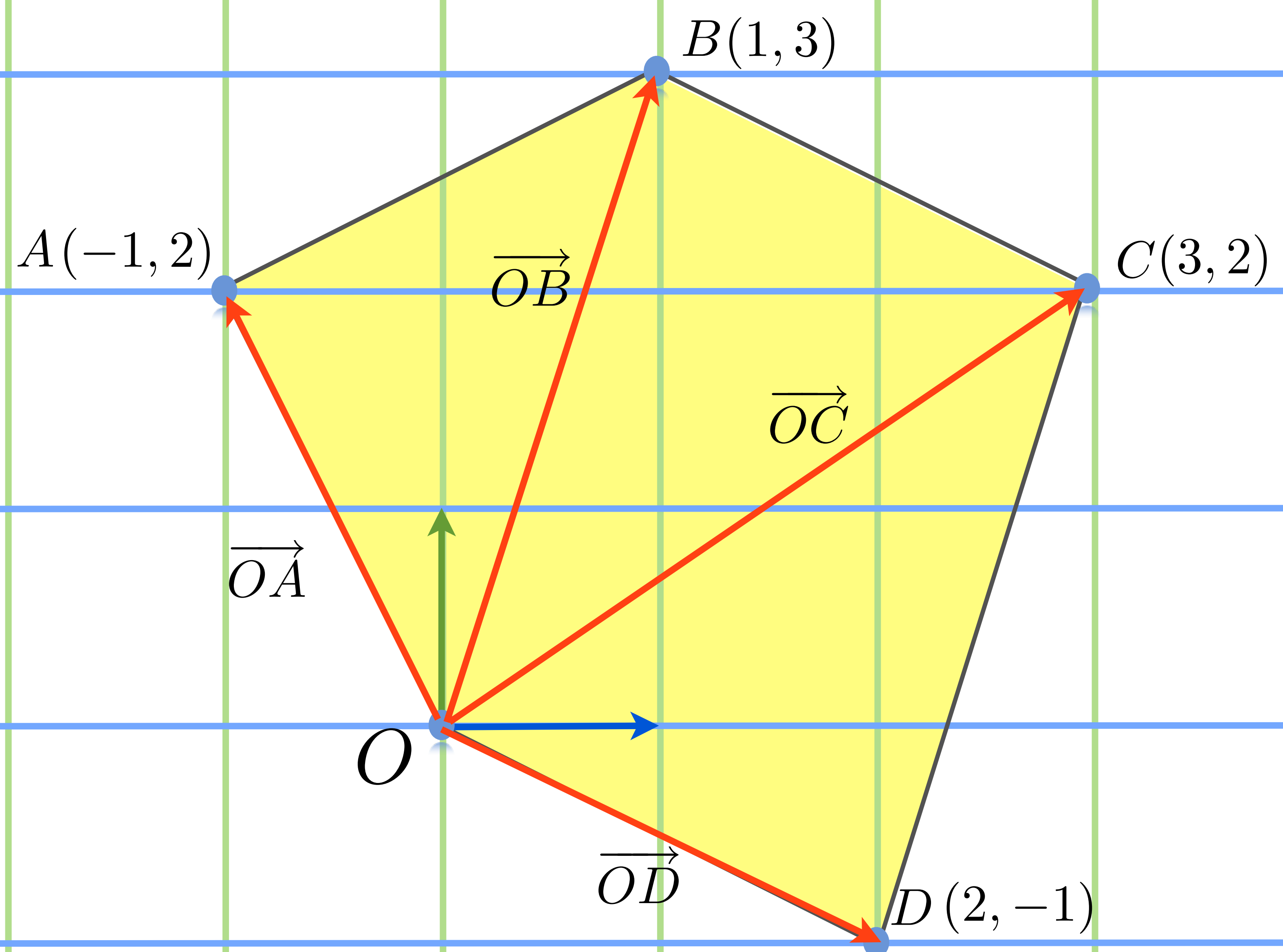
Exemple:

$$A = \frac{\Delta\langle\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OA}\rangle}{2} + \frac{\Delta\langle\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OB}\rangle}{2} + \frac{\Delta\langle\overrightarrow{OD},\overrightarrow{OC}\rangle}{2}$$



Exemple:

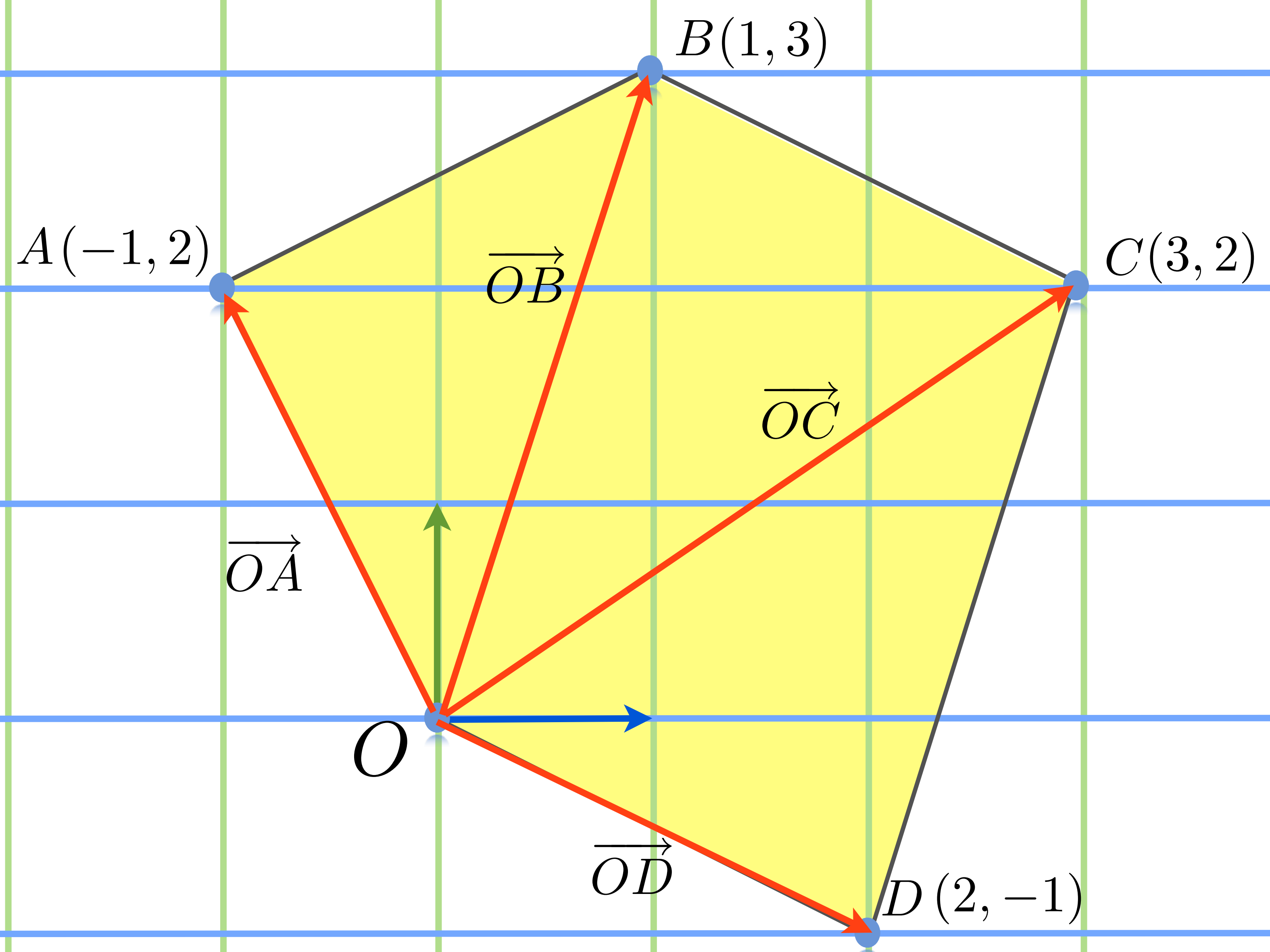
$$A = \frac{\Delta\langle\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OA}\rangle}{2} + \frac{\Delta\langle\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OB}\rangle}{2} + \frac{\Delta\langle\overrightarrow{OD},\overrightarrow{OC}\rangle}{2} = \frac{1}{2}\left(\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}\right)$$



Exemple:

$$A = \frac{\Delta\langle\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OA}\rangle}{2} + \frac{\Delta\langle\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OB}\rangle}{2} + \frac{\Delta\langle\overrightarrow{OD},\overrightarrow{OC}\rangle}{2} = \frac{1}{2}\left(\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}\right)$$

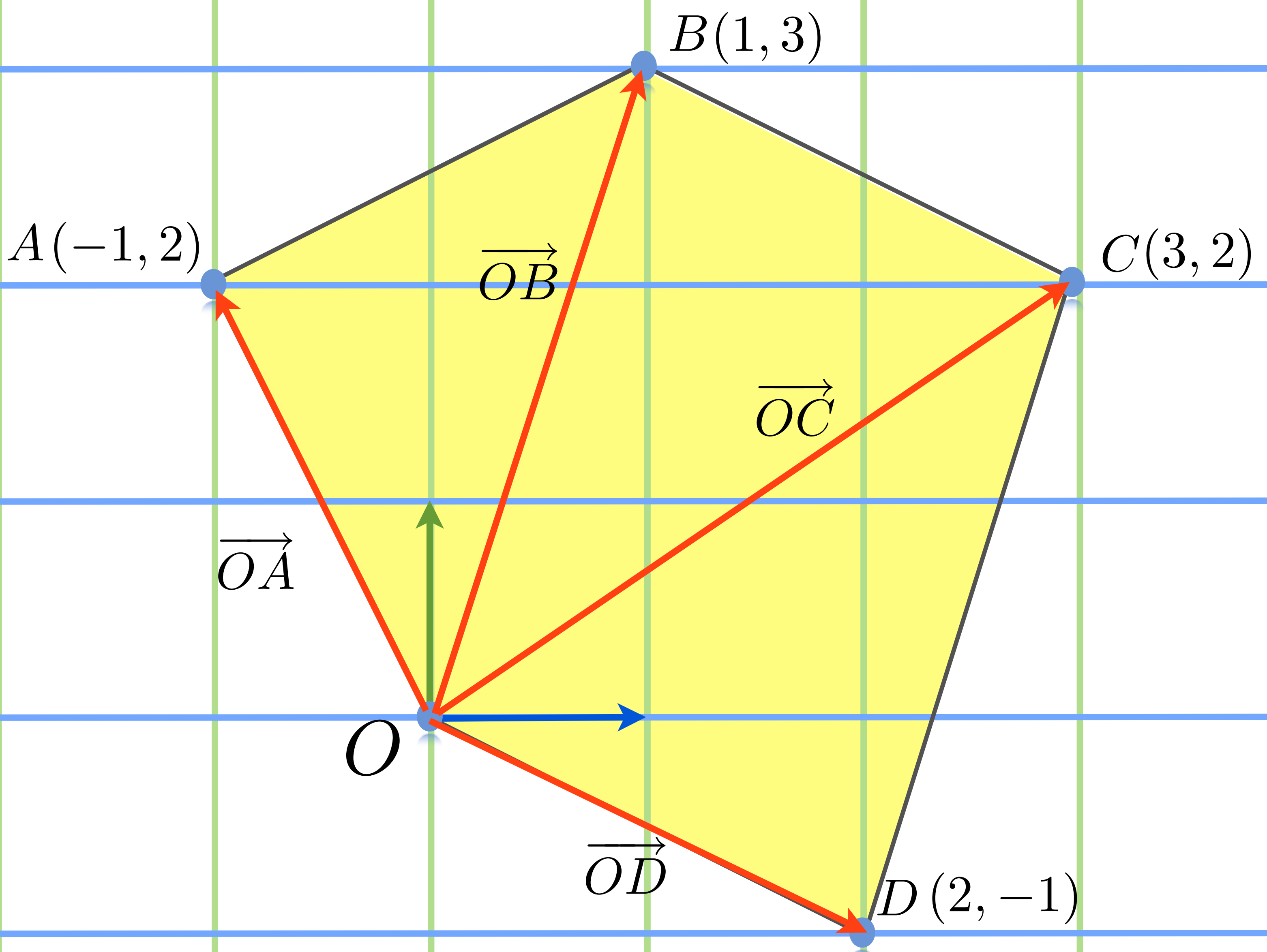
$$= \frac{1}{2}(5+7+7)$$



Exemple:

$$A = \frac{\Delta\langle \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OA}\rangle}{2} + \frac{\Delta\langle \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OB}\rangle}{2} + \frac{\Delta\langle \overrightarrow{OD}, \overrightarrow{OC}\rangle}{2} = \frac{1}{2}\left(\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}\right)$$

$$= \frac{1}{2}(5+7+7) = \frac{19}{2}$$



Faites les exercices suivants

p. 101, # 1 à 6

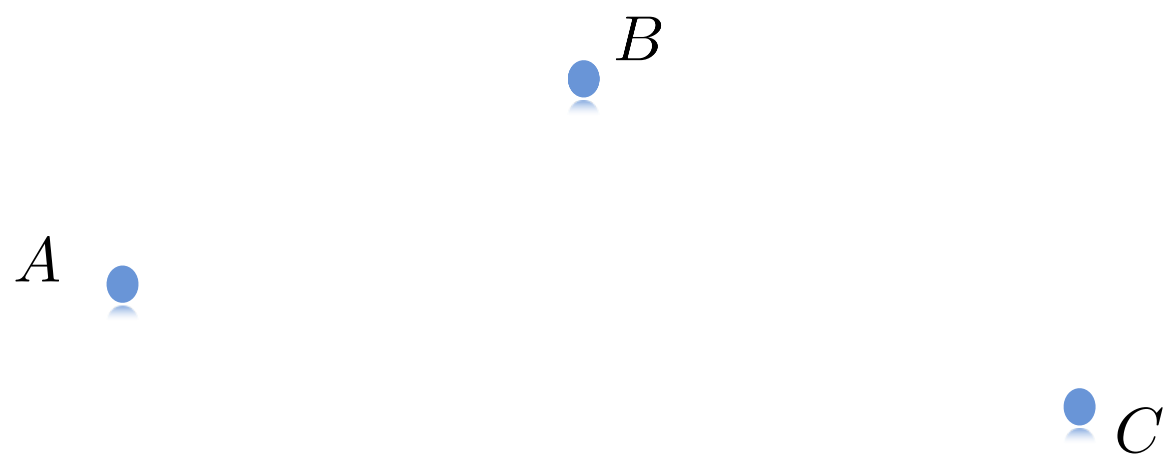
Exemple:

Exemple:

On veut savoir si trois points sont colinéaires.

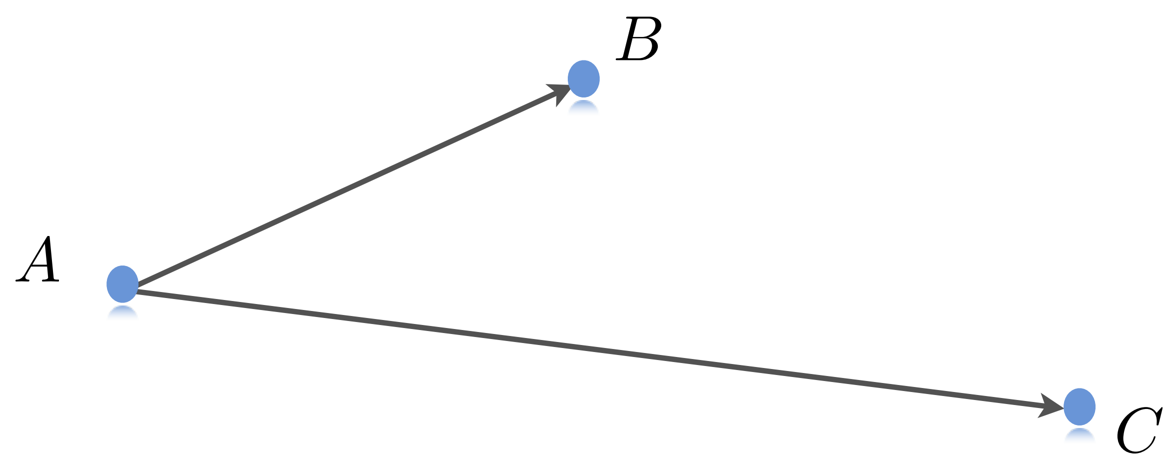
Exemple:

On veut savoir si trois points sont colinéaires.



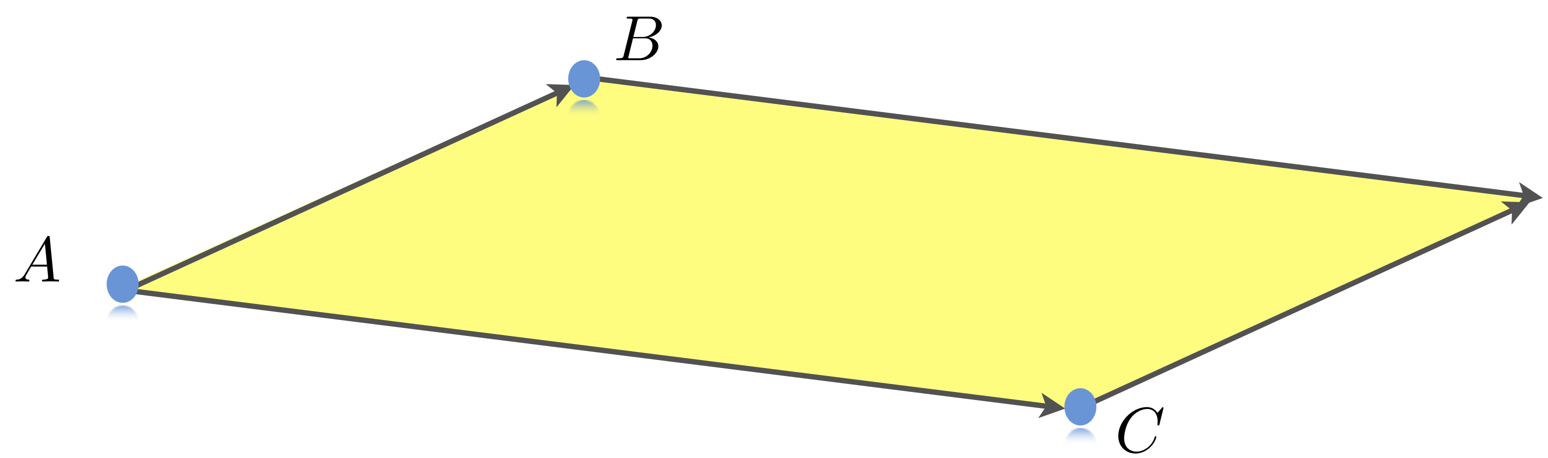
Exemple:

On veut savoir si trois points sont colinéaires.



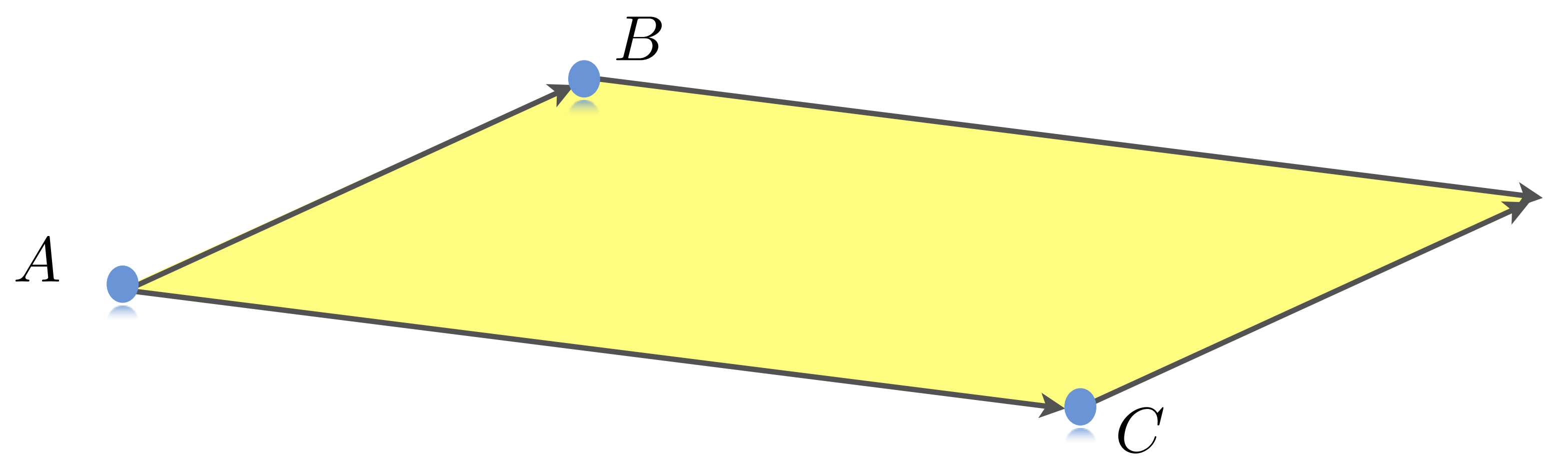
Exemple:

On veut savoir si trois points sont colinéaires.



Exemple:

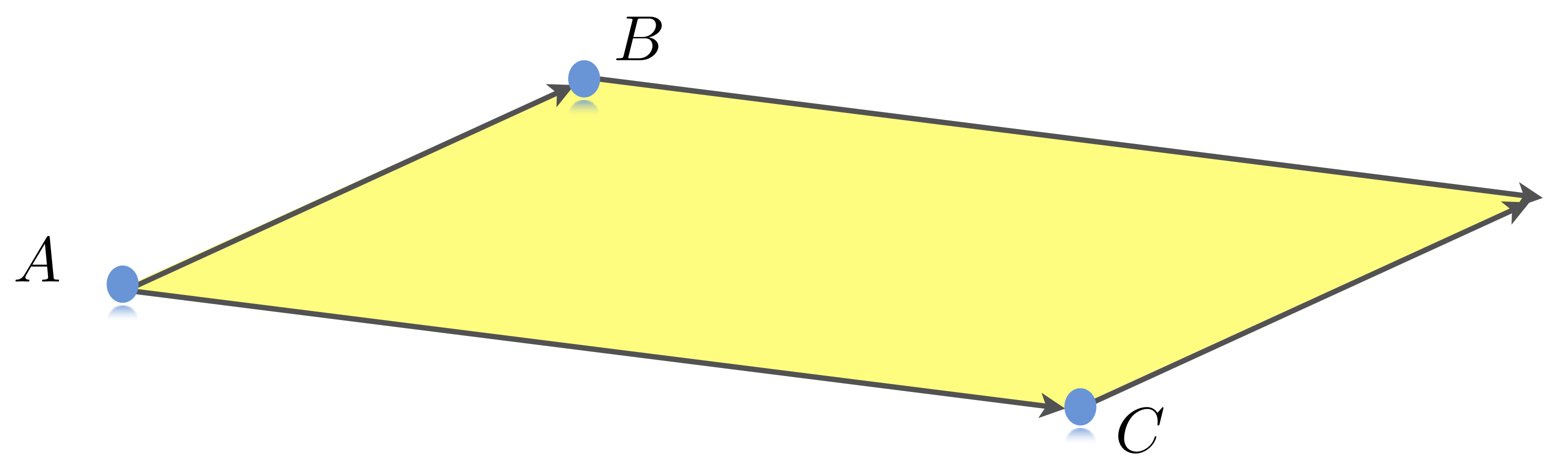
On veut savoir si trois points sont colinéaires.



Il suffit de vérifier si $\Delta\langle\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\rangle = 0$

Exemple:

On veut savoir si trois points sont colinéaires.

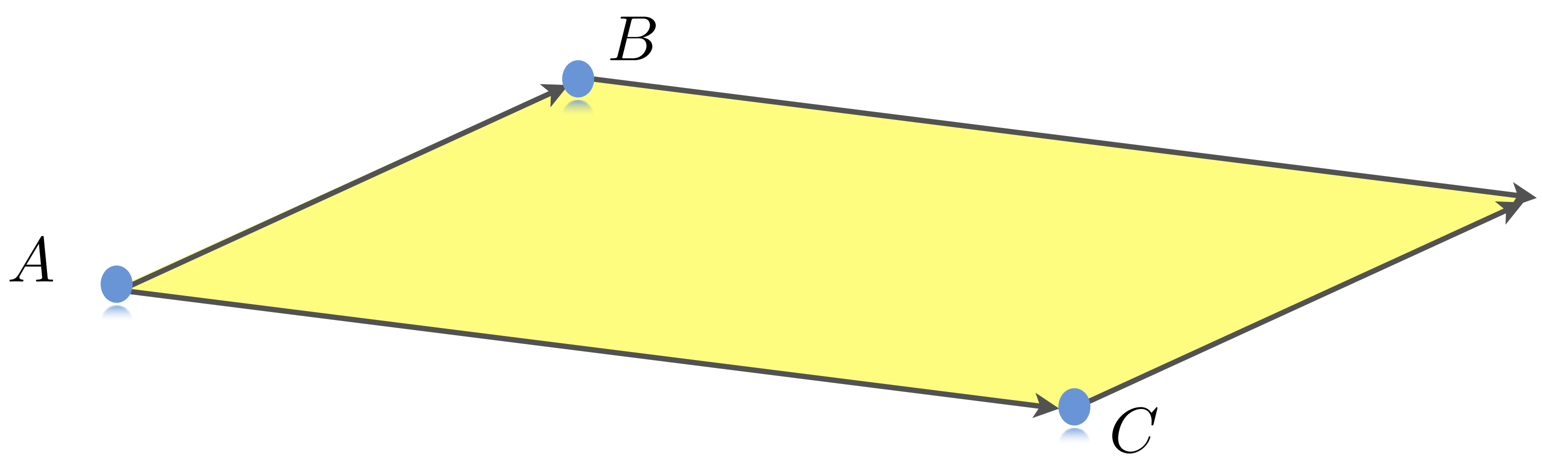


Il suffit de vérifier si $\Delta\langle\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\rangle = 0$

$$A = (1,5) \qquad B = (-2,4) \qquad C = (-4,-6)$$

Exemple:

On veut savoir si trois points sont colinéaires.



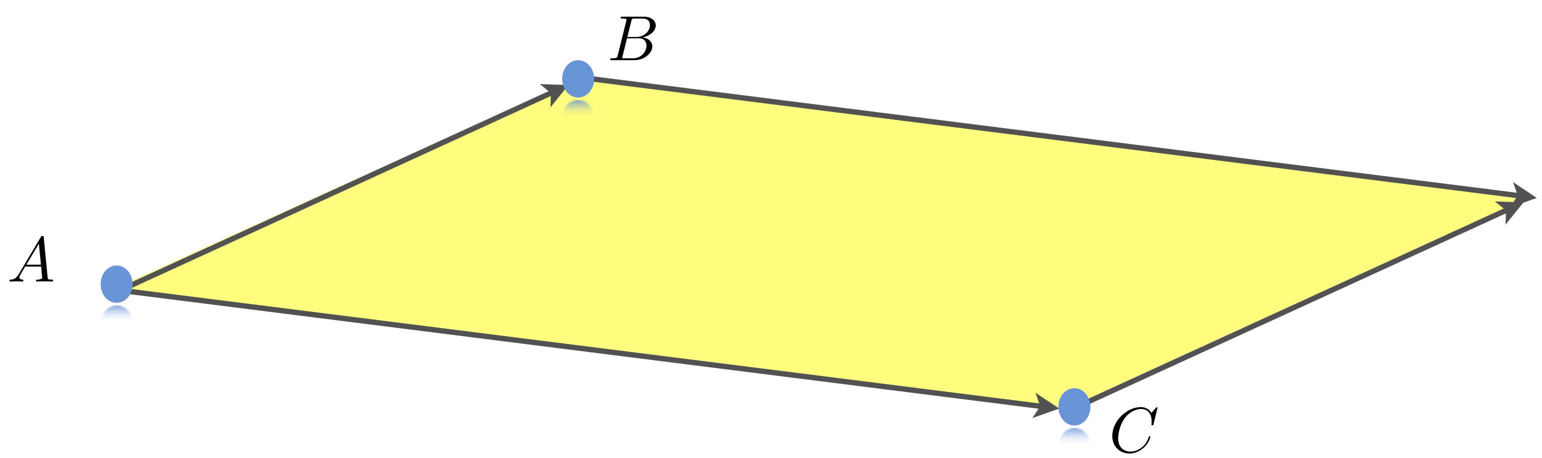
Il suffit de vérifier si $\Delta\langle \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \rangle = 0$

$$A = (1, 5) \qquad B = (-2, 4) \qquad C = (-4, -6)$$

$$\overrightarrow{AB} = (-3, -1)$$

Exemple:

On veut savoir si trois points sont colinéaires.



Il suffit de vérifier si $\Delta\langle\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\rangle = 0$

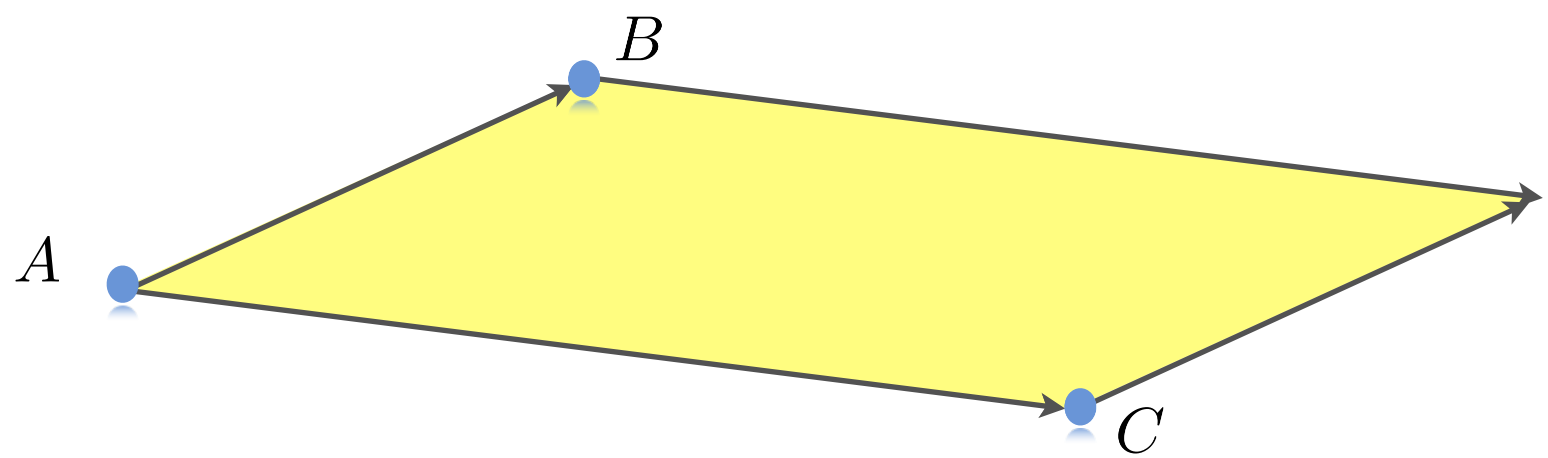
$$A = (1,5) \qquad B = (-2,4) \qquad C = (-4,-6)$$

$$\overrightarrow{AB} = (-3,-1)$$

$$\overrightarrow{AC} = (-5,-11)$$

Exemple:

On veut savoir si trois points sont colinéaires.



Il suffit de vérifier si $\Delta\langle\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\rangle = 0$

$$A = (1,5) \qquad B = (-2,4) \qquad C = (-4,-6)$$

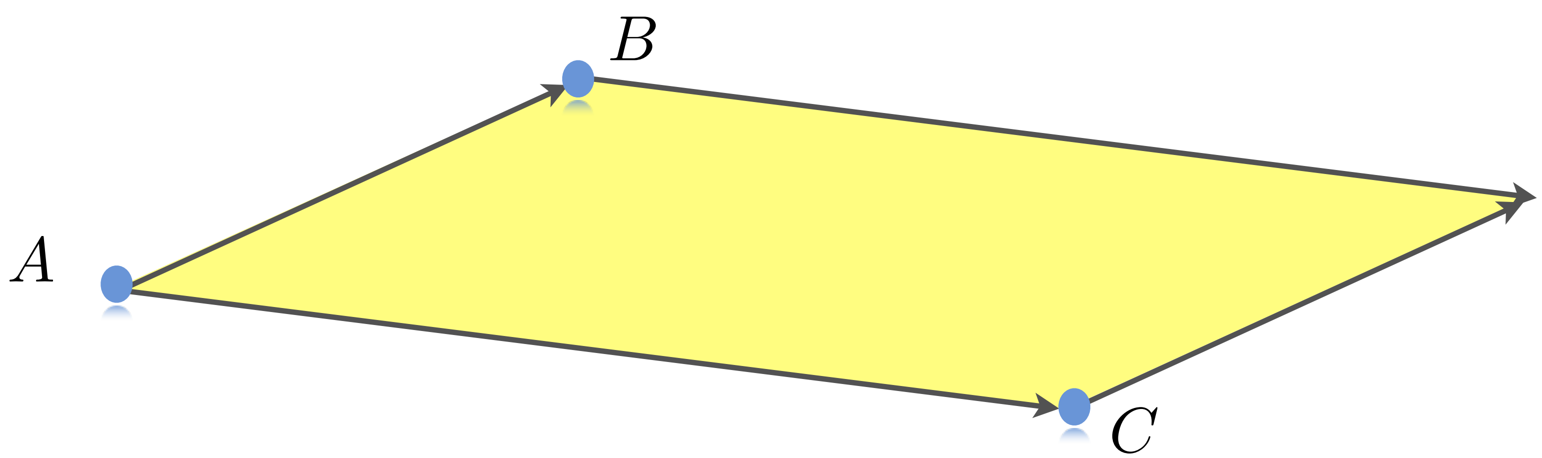
$$\overrightarrow{AB} = (-3,-1)$$

$$\overrightarrow{AC} = (-5,-11)$$

$$\begin{vmatrix} -3 & -1 \\ -5 & -11 \end{vmatrix} = 33 - 5$$

Exemple:

On veut savoir si trois points sont colinéaires.



Il suffit de vérifier si $\Delta\langle \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\rangle = 0$

$$A = (1, 5) \qquad B = (-2, 4) \qquad C = (-4, -6)$$

$$\overrightarrow{AB} = (-3, -1) \qquad \begin{vmatrix} -3 & -1 \\ -5 & -11 \end{vmatrix} = 33 - 5 = 28 \neq 0$$

$$\overrightarrow{AC} = (-5, -11)$$

Écriture des propriétés du déterminant en termes de l'autre notation

Écriture des propriétés du déterminant en termes de l'autre notation

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

Écriture des propriétés du déterminant en termes de l'autre notation

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}$$

Écriture des propriétés du déterminant en termes de l'autre notation

$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}$

Écriture des propriétés du déterminant en termes de l'autre notation

$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}$

D1. $\Delta\langle\vec{i},\vec{j}\rangle = 1$

Écriture des propriétés du déterminant en termes de l'autre notation

$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}$
D1. $\Delta\langle \vec{i}, \vec{j} \rangle = 1$	

Écriture des propriétés du déterminant en termes de l'autre notation

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \qquad\qquad \begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}$$

D1. $\Delta\langle\vec{i},\vec{j}\rangle = 1$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

Écriture des propriétés du déterminant en termes de l'autre notation

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \qquad \Bigg| \qquad \begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}$$

D1. $\Delta\langle\vec{i},\vec{j}\rangle = 1$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \qquad \Bigg| \qquad \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

Écriture des propriétés du déterminant en termes de l'autre notation

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \qquad \Big| \qquad \begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}$$

D1. $\Delta\langle \vec{i}, \vec{j} \rangle = 1$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \qquad \Big| \qquad \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

D2. $\Delta\langle \vec{v}, \vec{v} \rangle = 0$

Écriture des propriétés du déterminant en termes de l'autre notation

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \qquad \Bigg| \qquad \begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}$$

D1. $\Delta\langle \vec{i}, \vec{j} \rangle = 1$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \qquad \Bigg| \qquad \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

D2. $\Delta\langle \vec{v}, \vec{v} \rangle = 0$

Écriture des propriétés du déterminant en termes de l'autre notation

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}$$

D1. $\Delta\langle \vec{i}, \vec{j} \rangle = 1$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \qquad \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

D2. $\Delta\langle \vec{v}, \vec{v} \rangle = 0$

$$\begin{vmatrix} a & b \\ a & b \end{vmatrix} = 0$$

Écriture des propriétés du déterminant en termes de l'autre notation

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \qquad \Bigg| \qquad \begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}$$

D1. $\Delta\langle \vec{i}, \vec{j} \rangle = 1$

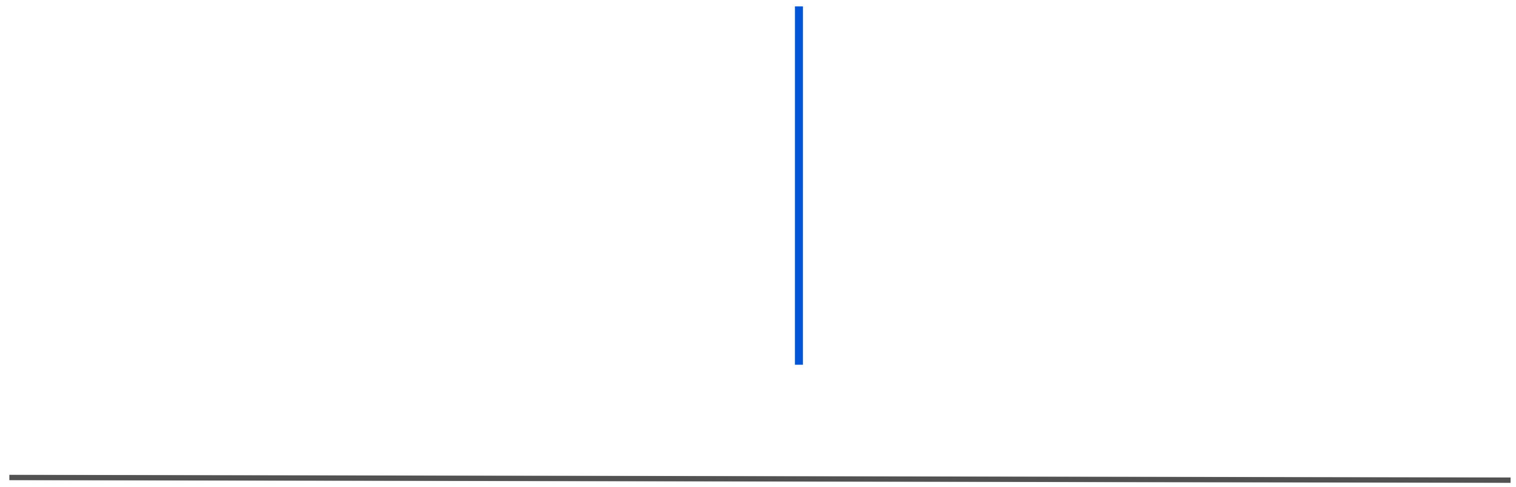
$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \qquad \Bigg| \qquad \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

D2. $\Delta\langle \vec{v}, \vec{v} \rangle = 0$

$$\begin{vmatrix} a & b \\ a & b \end{vmatrix} = 0 \qquad \Bigg| \qquad \begin{vmatrix} a & a \\ b & b \end{vmatrix} = 0$$

D3. $$\Delta\langle k\vec{u}, \vec{v}\rangle = k\Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle$$

D3. $\Delta\langle k\vec{u}, \vec{v}\rangle = k\Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle$



D3. $\Delta\langle k\vec{u}, \vec{v}\rangle = k\Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle$

$$\begin{vmatrix} ka & kb \\ c & d \end{vmatrix} = k \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

D3. $\Delta\langle k\vec{u}, \vec{v}\rangle = k\Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle$

$$\begin{vmatrix} ka & kb \\ c & d \end{vmatrix} = k\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} ka & c \\ kb & d \end{vmatrix} = k\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}$$

D3. $\Delta\langle k\vec{u}, \vec{v}\rangle = k\Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle$

$$\begin{vmatrix} ka & kb \\ c & d \end{vmatrix} = k \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} ka & c \\ kb & d \end{vmatrix} = k \begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}$$

D4. $\Delta\langle \vec{u}+\vec{w}, \vec{v}\rangle = \Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle + \Delta\langle \vec{w}, \vec{v}\rangle$

D3. $\Delta\langle k\vec{u}, \vec{v}\rangle = k\Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle$

$$\begin{vmatrix} ka & kb \\ c & d \end{vmatrix} = k\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} ka & c \\ kb & d \end{vmatrix} = k\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}$$

D4. $\Delta\langle \vec{u}+\vec{w}, \vec{v}\rangle = \Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle + \Delta\langle \vec{w}, \vec{v}\rangle$

D3. $\Delta\langle k\vec{u}, \vec{v}\rangle = k\Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle$

$$\begin{vmatrix} ka & kb \\ c & d \end{vmatrix} = k \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} ka & c \\ kb & d \end{vmatrix} = k \begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}$$

D4. $\Delta\langle \vec{u} + \vec{w}, \vec{v}\rangle = \Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle + \Delta\langle \vec{w}, \vec{v}\rangle$

$$\begin{vmatrix} a+e & b+f \\ c & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} e & f \\ c & d \end{vmatrix}$$

D3. $\Delta\langle k\vec{u}, \vec{v}\rangle = k\Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle$

$$\begin{vmatrix} ka & kb \\ c & d \end{vmatrix} = k\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} ka & c \\ kb & d \end{vmatrix} = k\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}$$

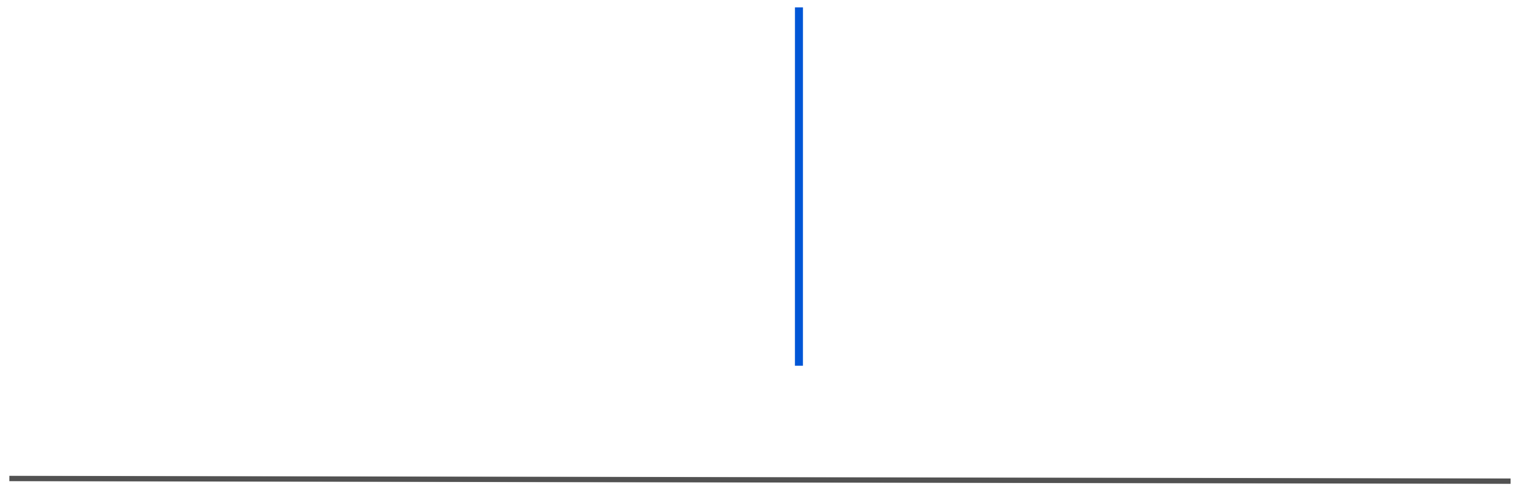
D4. $\Delta\langle \vec{u}+\vec{w}, \vec{v}\rangle = \Delta\langle \vec{u}, \vec{v}\rangle + \Delta\langle \vec{w}, \vec{v}\rangle$

$$\begin{vmatrix} a+e & b+f \\ c & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} e & f \\ c & d \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} a+e & c \\ b+f & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} e & c \\ f & d \end{vmatrix}$$

D5. $\Delta\langle\vec{u},\vec{v}\rangle = -\Delta\langle\vec{v},\vec{u}\rangle$

D5. $\Delta\langle\vec{u},\vec{v}\rangle = -\Delta\langle\vec{v},\vec{u}\rangle$



D5. $\Delta\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = -\Delta\langle \vec{v}, \vec{u} \rangle$

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix}$$

D5. $\Delta\langle\vec{u},\vec{v}\rangle = -\Delta\langle\vec{v},\vec{u}\rangle$

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} c & a \\ d & b \end{vmatrix}$$

D5. $\Delta\langle\vec{u},\vec{v}\rangle = -\Delta\langle\vec{v},\vec{u}\rangle$

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} c & a \\ d & b \end{vmatrix}$$

D6. $\Delta\langle\vec{u},\vec{v}\rangle = \Delta\langle\vec{u}+k\vec{v},\vec{v}\rangle = \Delta\langle\vec{u},\vec{v}+k\vec{u}\rangle$

D5. $\Delta\langle\vec{u},\vec{v}\rangle = -\Delta\langle\vec{v},\vec{u}\rangle$

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} c & a \\ d & b \end{vmatrix}$$

D6. $\Delta\langle\vec{u},\vec{v}\rangle = \Delta\langle\vec{u}+k\vec{v},\vec{v}\rangle = \Delta\langle\vec{u},\vec{v}+k\vec{u}\rangle$

D5. $\Delta\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = -\Delta\langle \vec{v}, \vec{u} \rangle$

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} c & a \\ d & b \end{vmatrix}$$

D6. $\Delta\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = \Delta\langle \vec{u} + k\vec{v}, \vec{v} \rangle = \Delta\langle \vec{u}, \vec{v} + k\vec{u} \rangle$

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a + kc & b + kd \\ c & d \end{vmatrix}$$

D5. $\Delta\langle\vec{u},\vec{v}\rangle = -\Delta\langle\vec{v},\vec{u}\rangle$

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} c & a \\ d & b \end{vmatrix}$$

D6. $\Delta\langle\vec{u},\vec{v}\rangle = \Delta\langle\vec{u}+k\vec{v},\vec{v}\rangle = \Delta\langle\vec{u},\vec{v}+k\vec{u}\rangle$

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a+kc & b+kd \\ c & d \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a+kc & c \\ b+kd & d \end{vmatrix}$$

Règle de Cramer

Théorème:

Théorème:

Règle de Cramer

$$\begin{cases} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{cases}$$

Théorème:

Règle de Cramer

$$\begin{cases} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} e & b \\ f & d \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}}$$

Théorème:

Règle de Cramer

$$\begin{cases} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} e & b \\ f & d \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}} \qquad y = \frac{\begin{vmatrix} a & e \\ c & f \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}}$$

Théorème:

Règle de Cramer

$$\begin{cases} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} e & b \\ f & d \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}} \qquad y = \frac{\begin{vmatrix} a & e \\ c & f \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}}$$

Si .

Théorème:

Règle de Cramer

$$\begin{cases} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} e & b \\ f & d \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}} \qquad y = \frac{\begin{vmatrix} a & e \\ c & f \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}}$$

Si $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \neq 0\,.$

Preuve:

Preuve:

$$\begin{cases} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{cases}$$

Preuve:

$$\begin{vmatrix} e & b \\ f & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ax+by & b \\ cx+dy & d \end{vmatrix}$$

$$\begin{cases} ax+by = e \\ cx+dy = f \end{cases}$$

Preuve:

$$\begin{vmatrix} e & b \\ f & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ax+by & b \\ cx+dy & d \end{vmatrix}$$

$$\begin{cases} ax+by = e \\ cx+dy = f \end{cases}$$

Preuve:

$$\begin{vmatrix} e & b \\ f & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ax+by & b \\ cx+dy & d \end{vmatrix}$$

$$\begin{cases} ax+by = e \\ cx+dy = f \end{cases}$$

Preuve:

$$\begin{cases} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} e & b \\ f & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ax + by & b \\ cx + dy & d \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} ax & b \\ cx & d \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} by & b \\ dy & d \end{vmatrix}$$

Preuve:

$$\begin{cases} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} e & b \\ f & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ax+by & b \\ cx+dy & d \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} ax & b \\ cx & d \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} by & b \\ dy & d \end{vmatrix}$$

$$= x \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} + y \begin{vmatrix} b & b \\ d & d \end{vmatrix}$$

Preuve:

$$\begin{cases} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} e & b \\ f & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ax + by & b \\ cx + dy & d \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} ax & b \\ cx & d \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} by & b \\ dy & d \end{vmatrix}$$

$$= x \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} + y \begin{vmatrix} b & b \\ d & d \end{vmatrix}$$

Preuve:

$$\begin{cases} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} e & b \\ f & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ax + by & b \\ cx + dy & d \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} ax & b \\ cx & d \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} by & b \\ dy & d \end{vmatrix}$$

$$= x \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} + y \begin{vmatrix} b & b \\ d & d \end{vmatrix}$$

Preuve:

$$\begin{cases} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} e & b \\ f & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ax+by & b \\ cx+dy & d \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} ax & b \\ cx & d \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} by & b \\ dy & d \end{vmatrix}$$

$$= x\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} + y\underbrace{\begin{vmatrix} b & b \\ d & d \end{vmatrix}}_{0}$$

Preuve:

$$\begin{cases} ax+by = e \\ cx+dy = f \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} e & b \\ f & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ax+by & b \\ cx+dy & d \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} ax & b \\ cx & d \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} by & b \\ dy & d \end{vmatrix}$$

$$= x\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} + y\underbrace{\begin{vmatrix} b & b \\ d & d \end{vmatrix}}_{0} = x\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

Preuve:

$$\begin{cases} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{vmatrix} e & b \\ f & d \end{vmatrix}} = \begin{vmatrix} ax+by & b \\ cx+dy & d \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} ax & b \\ cx & d \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} by & b \\ dy & d \end{vmatrix}$$

$$= x \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} + y \cancelto{0}{\begin{vmatrix} b & b \\ d & d \end{vmatrix}} \quad \boxed{= x \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}}$$

Preuve:

$$\left\{\begin{array}{l} ax+by = e \\ cx+dy = f \end{array}\right.$$

$$\boxed{\begin{vmatrix} e & b \\ f & d \end{vmatrix}} = \begin{vmatrix} ax+by & b \\ cx+dy & d \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} ax & b \\ cx & d \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} by & b \\ dy & d \end{vmatrix}$$

$$= x\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} + y\cancelto{0}{\begin{vmatrix} b & b \\ d & d \end{vmatrix}} \boxed{= x\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}}$$

$$\text{Donc, } x = \frac{\begin{vmatrix} e & b \\ f & d \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}}$$

Preuve:

$$\begin{cases} ax+by = e \\ cx+dy = f \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{vmatrix} e & b \\ f & d \end{vmatrix}} = \begin{vmatrix} ax+by & b \\ cx+dy & d \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} ax & b \\ cx & d \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} by & b \\ dy & d \end{vmatrix}$$

$$= x\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} + y\underbrace{\begin{vmatrix} b & b \\ d & d \end{vmatrix}}_{0} \quad \boxed{= x\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}}$$

Donc, $x = \dfrac{\begin{vmatrix} e & b \\ f & d \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}}$ et c'est la même idée pour

$$y = \dfrac{\begin{vmatrix} a & e \\ c & f \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}}$$

Exemple:

$$\begin{cases} 3x - 4y = 2 \\ 2x + 7y = 9 \end{cases}$$

Exemple:

$$\begin{cases} 3x - 4y = 2 \\ 2x + 7y = 9 \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 9 & 7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}}$$

Exemple:

$$\begin{cases} 3x - 4y = 2 \\ 2x + 7y = 9 \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 9 & 7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{50}{29}$$

Exemple:

$$\begin{cases} 3x - 4y = 2 \\ 2x + 7y = 9 \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 9 & 7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{50}{29}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}}$$

Exemple:

$$\begin{cases} 3x - 4y = 2 \\ 2x + 7y = 9 \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 9 & 7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{50}{29}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{23}{29}$$

Exemple:

$$\begin{cases} 3x - 4y = 2 \\ 2x + 7y = 9 \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 9 & 7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{50}{29}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{23}{29}$$

$$3\left(\frac{50}{29}\right) - 4\left(\frac{23}{29}\right) = \frac{150}{29} - \frac{92}{29}$$

Exemple:

$$\begin{cases} \boxed{3}x \boxed{-4}y = 2 \\ 2x + 7y = 9 \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 9 & 7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{50}{29}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{23}{29}$$

$$\boxed{3}\left(\frac{50}{29}\right) \boxed{-4}\left(\frac{23}{29}\right) = \frac{150}{29} - \frac{92}{29}$$

Exemple:

$$\begin{cases} 3x - 4y = 2 \\ 2x + 7y = 9 \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 9 & 7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{50}{29}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{23}{29}$$

$$3\left(\frac{50}{29}\right) - 4\left(\frac{23}{29}\right) = \frac{150}{29} - \frac{92}{29}$$

Exemple:

$$\begin{cases} 3x - 4y = 2 \\ 2x + 7y = 9 \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 9 & 7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{50}{29}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{23}{29}$$

$$3\left(\frac{50}{29}\right) - 4\left(\frac{23}{29}\right) = \frac{150}{29} - \frac{92}{29}$$

Exemple:

$$\begin{cases} 3x - 4y = 2 \\ 2x + 7y = 9 \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 9 & 7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{50}{29}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{23}{29}$$

$$3\left(\frac{50}{29}\right) - 4\left(\frac{23}{29}\right) = \frac{150}{29} - \frac{92}{29} = \frac{58}{29}$$

Exemple:

$$\begin{cases} 3x - 4y = 2 \\ 2x + 7y = 9 \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 9 & 7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{50}{29}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{23}{29}$$

$$3\left(\frac{50}{29}\right) - 4\left(\frac{23}{29}\right) = \frac{150}{29} - \frac{92}{29} = \frac{58}{29} = 2$$

Exemple:

$$\begin{cases} 3x - 4y = 2 \\ 2x + 7y = 9 \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 9 & 7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{50}{29}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{23}{29}$$

$$3\left(\frac{50}{29}\right) - 4\left(\frac{23}{29}\right) = \frac{150}{29} - \frac{92}{29} = \frac{58}{29} = 2$$

Exemple:

$$\begin{cases} 3x - 4y = 2 \\ 2x + 7y = 9 \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 9 & 7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{50}{29}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{23}{29}$$

$$3\left(\frac{50}{29}\right) - 4\left(\frac{23}{29}\right) = \frac{150}{29} - \frac{92}{29} = \frac{58}{29} = 2$$

$$2\left(\frac{50}{29}\right) + 7\left(\frac{23}{29}\right) = \frac{100}{29} + \frac{161}{29}$$

Exemple:

$$\begin{cases} 3x - 4y = 2 \\ 2x + 7y = 9 \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 9 & 7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{50}{29}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{23}{29}$$

$$3\left(\frac{50}{29}\right) - 4\left(\frac{23}{29}\right) = \frac{150}{29} - \frac{92}{29} = \frac{58}{29} = 2$$

$$2\left(\frac{50}{29}\right) + 7\left(\frac{23}{29}\right) = \frac{100}{29} + \frac{161}{29}$$

Exemple:

$$\begin{cases} 3x - 4y = 2 \\ 2x + 7y = 9 \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 9 & 7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{50}{29}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{23}{29}$$

$$3\left(\frac{50}{29}\right) - 4\left(\frac{23}{29}\right) = \frac{150}{29} - \frac{92}{29} = \frac{58}{29} = 2$$

$$2\left(\frac{50}{29}\right) + 7\left(\frac{23}{29}\right) = \frac{100}{29} + \frac{161}{29}$$

Exemple:

$$\begin{cases} 3x - 4y = 2 \\ 2x + 7y = 9 \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 9 & 7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{50}{29}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{23}{29}$$

$$3\left(\frac{50}{29}\right) - 4\left(\frac{23}{29}\right) = \frac{150}{29} - \frac{92}{29} = \frac{58}{29} = 2$$

$$2\left(\frac{50}{29}\right) + 7\left(\frac{23}{29}\right) = \frac{100}{29} + \frac{161}{29}$$

Exemple:

$$\begin{cases} 3x - 4y = 2 \\ 2x + 7y = 9 \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 9 & 7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{50}{29}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{23}{29}$$

$$3\left(\frac{50}{29}\right) - 4\left(\frac{23}{29}\right) = \frac{150}{29} - \frac{92}{29} = \frac{58}{29} = 2$$

$$2\left(\frac{50}{29}\right) + 7\left(\frac{23}{29}\right) = \frac{100}{29} + \frac{161}{29} = \frac{261}{29}$$

Exemple:

$$\begin{cases} 3x - 4y = 2 \\ 2x + 7y = 9 \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 9 & 7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{50}{29}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{23}{29}$$

$$3\left(\frac{50}{29}\right) - 4\left(\frac{23}{29}\right) = \frac{150}{29} - \frac{92}{29} = \frac{58}{29} = 2$$

$$2\left(\frac{50}{29}\right) + 7\left(\frac{23}{29}\right) = \frac{100}{29} + \frac{161}{29} = \frac{261}{29} = 9$$

Exemple:

$$\begin{cases} 3x - 4y = 2 \\ 2x + 7y = 9 \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 9 & 7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{50}{29}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{23}{29}$$

$$3\left(\frac{50}{29}\right) - 4\left(\frac{23}{29}\right) = \frac{150}{29} - \frac{92}{29} = \frac{58}{29} = 2$$

$$2\left(\frac{50}{29}\right) + 7\left(\frac{23}{29}\right) = \frac{100}{29} + \frac{161}{29} = \frac{261}{29} = 9$$

Faites les exercices suivants

p.102, # 7 à 10

Aujourd'hui, nous avons vu

Aujourd'hui, nous avons vu

Aujourd'hui, nous avons vu

✓ La définition axiomatique du déterminant.

Aujourd’hui, nous avons vu

- ✓ La définition axiomatique du déterminant.
- ✓ Le calcul d’aire à l’aide du déterminant.

Aujourd’hui, nous avons vu

- ✓ La définition axiomatique du déterminant.
- ✓ Le calcul d’aire à l’aide du déterminant.
- ✓ La façon de résoudre un système d’équations linéaires à deux équations et à deux inconnues à l’aide de la règle de Cramer.

Devoir: p. 102, # 1 à 11