4.1 LES DROITES (SUITE)
4.2 LES PLANS

Cours 11

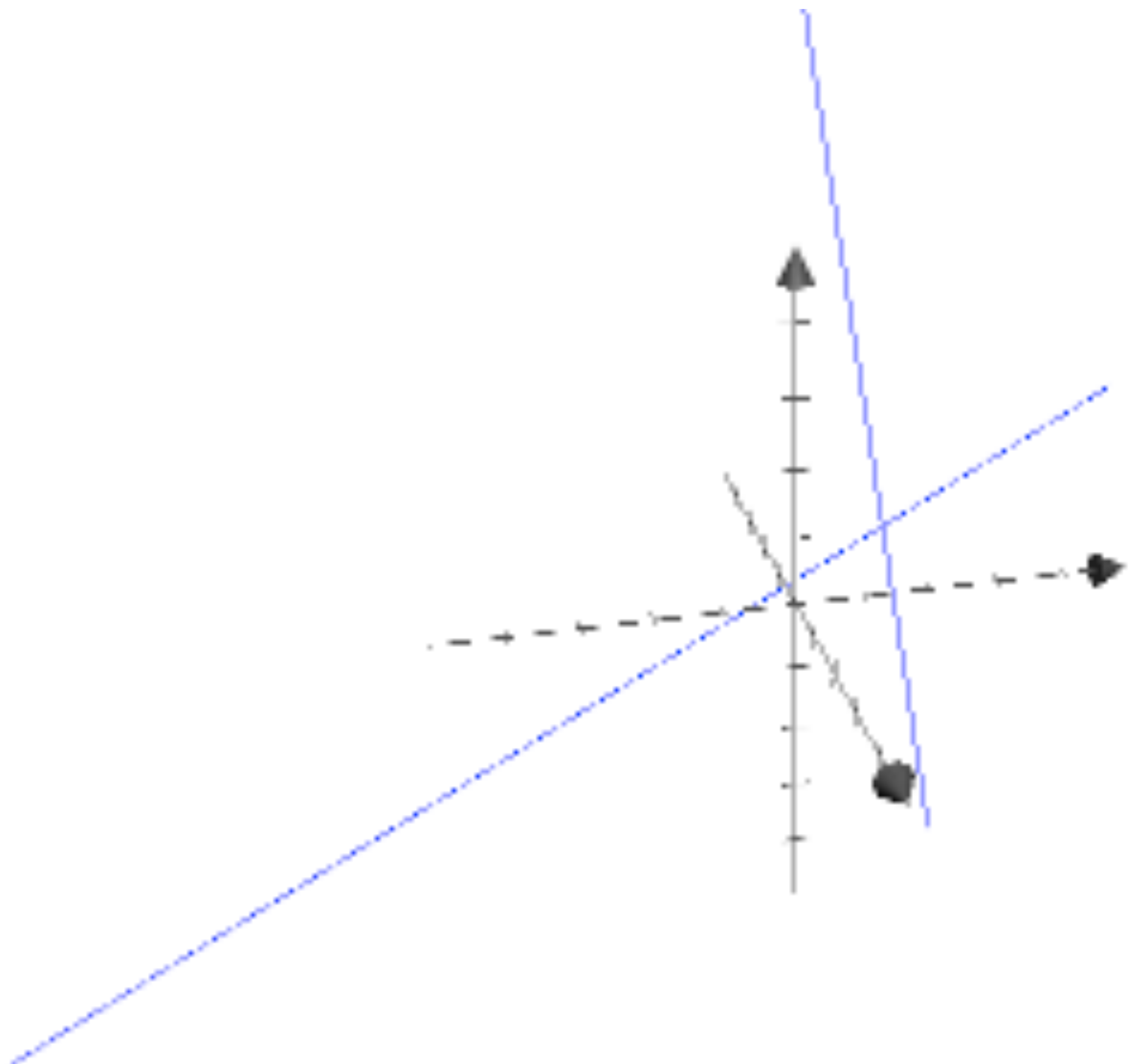
Au dernier cours, nous avons vu

- ✓ L'équation vectorielle et l'équation normale d'une droite dans le plan.
- ✓ L'équation vectorielle d'une droite dans l'espace.
- ✓ La distance d'un point à une droite.

Aujourd'hui, nous allons voir

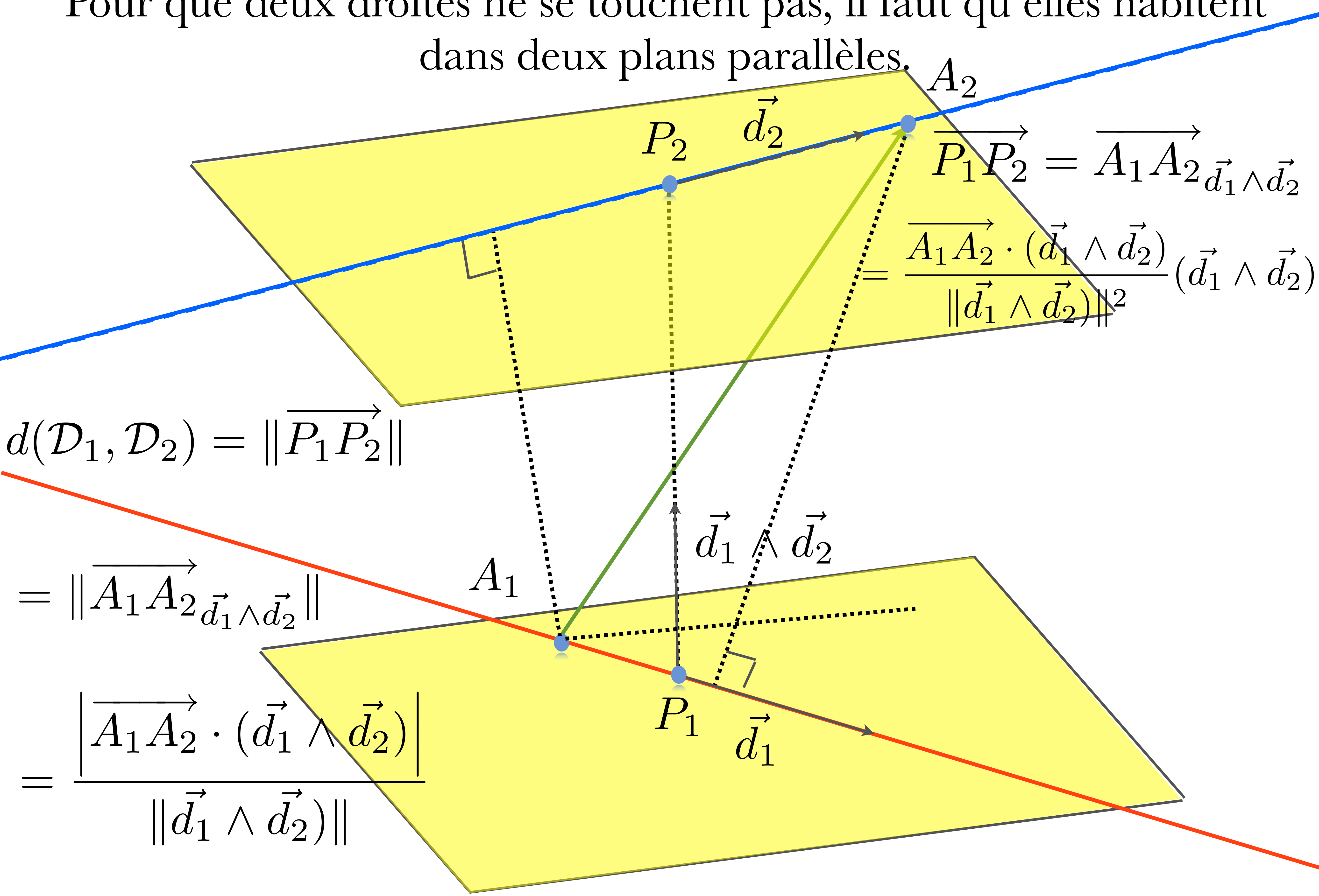
- ✓ La distance entre deux droites.
- ✓ Les diverses équations qui décrivent un plan.
- ✓ L'intersection de deux plans.
- ✓ L'angle entre deux plans.
- ✓ La distance d'un point à un plan.

Distance entre deux droites dans $\mathbb{R}^3$



Ouin... un peu moins simple!

Pour que deux droites ne se touchent pas, il faut qu'elles habitent dans deux plans parallèles.



$$\overrightarrow{P_1P_2} = \overrightarrow{A_1A_2}_{\vec{d_1}\wedge\vec{d_2}} = \frac{\overrightarrow{A_1A_2}\cdot(\vec{d_1}\wedge\vec{d_2})}{\|\vec{d_1}\wedge\vec{d_2})\|^2}(\vec{d_1}\wedge\vec{d_2})$$

$$d(\mathcal{D}_1,\mathcal{D}_2) = \|\overrightarrow{P_1P_2}\|$$

$$= \|\overrightarrow{A_1A_2}_{\vec{d_1}\wedge\vec{d_2}}\|$$

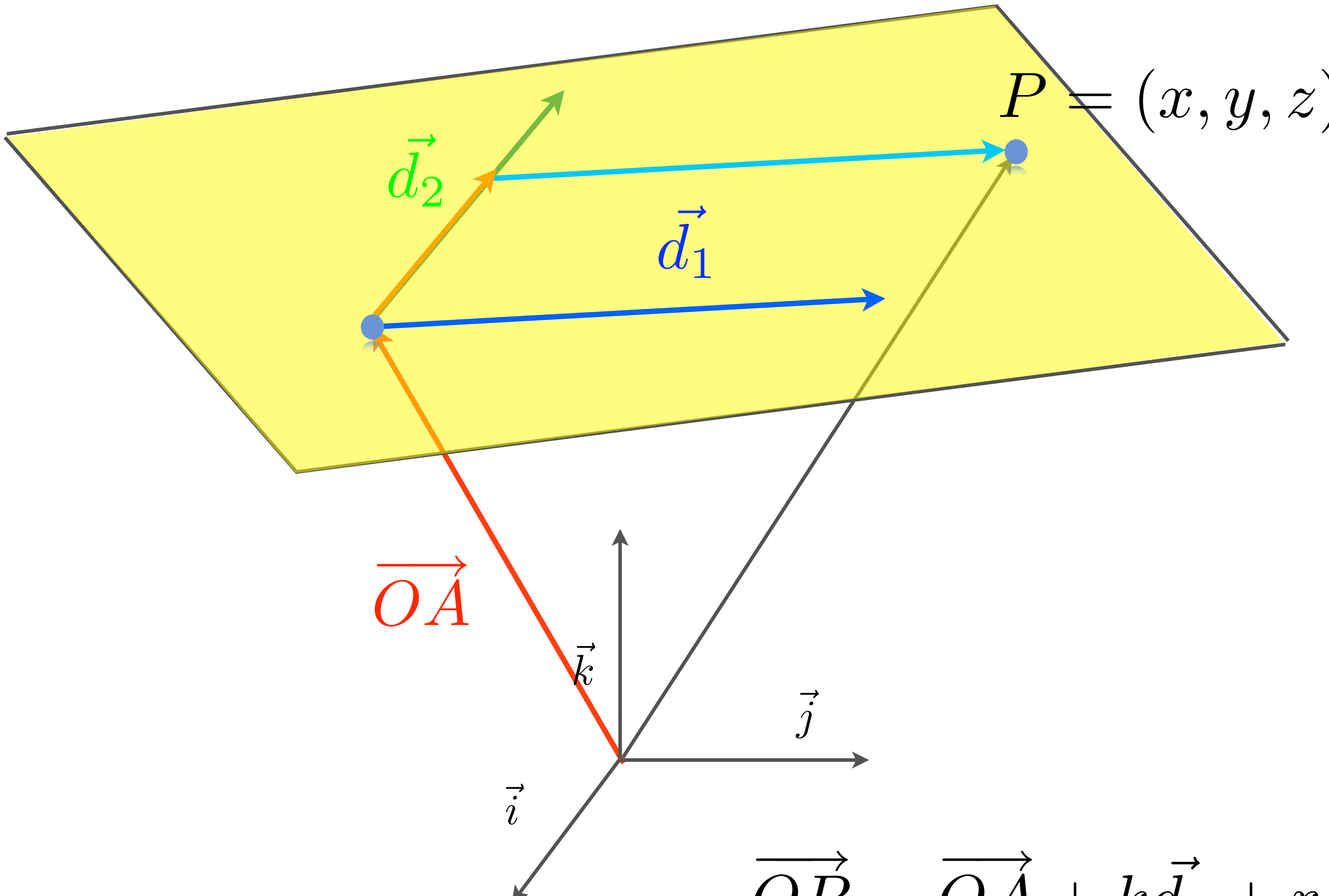
$$= \frac{\left|\overrightarrow{A_1A_2}\cdot(\vec{d_1}\wedge\vec{d_2})\right|}{\|\vec{d_1}\wedge\vec{d_2})\|}$$

Faites les exercices suivants

p. 142 # 13 à 19

Dans l'espace, pour décrire un plan, il faut

un point et deux vecteurs.



$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + k\vec{d_1} + r\vec{d_2}$$

L'équation vectorielle d'un plan $\mathcal{P}$ est donnée par:

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} = r\vec{u} + s\vec{v}$$

où les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont des vecteurs directeurs du plan.

$$(x, y, z) = (a, b, c) + r(u_1, u_2, u_3) + s(v_1, v_2, v_3)$$

d'où on tire les équations paramétriques.

$$\begin{cases} x = a + ru_1 + sv_1 \\ y = b + ru_2 + sv_2 \\ z = c + ru_3 + sv_3 \end{cases}$$

Paramètres

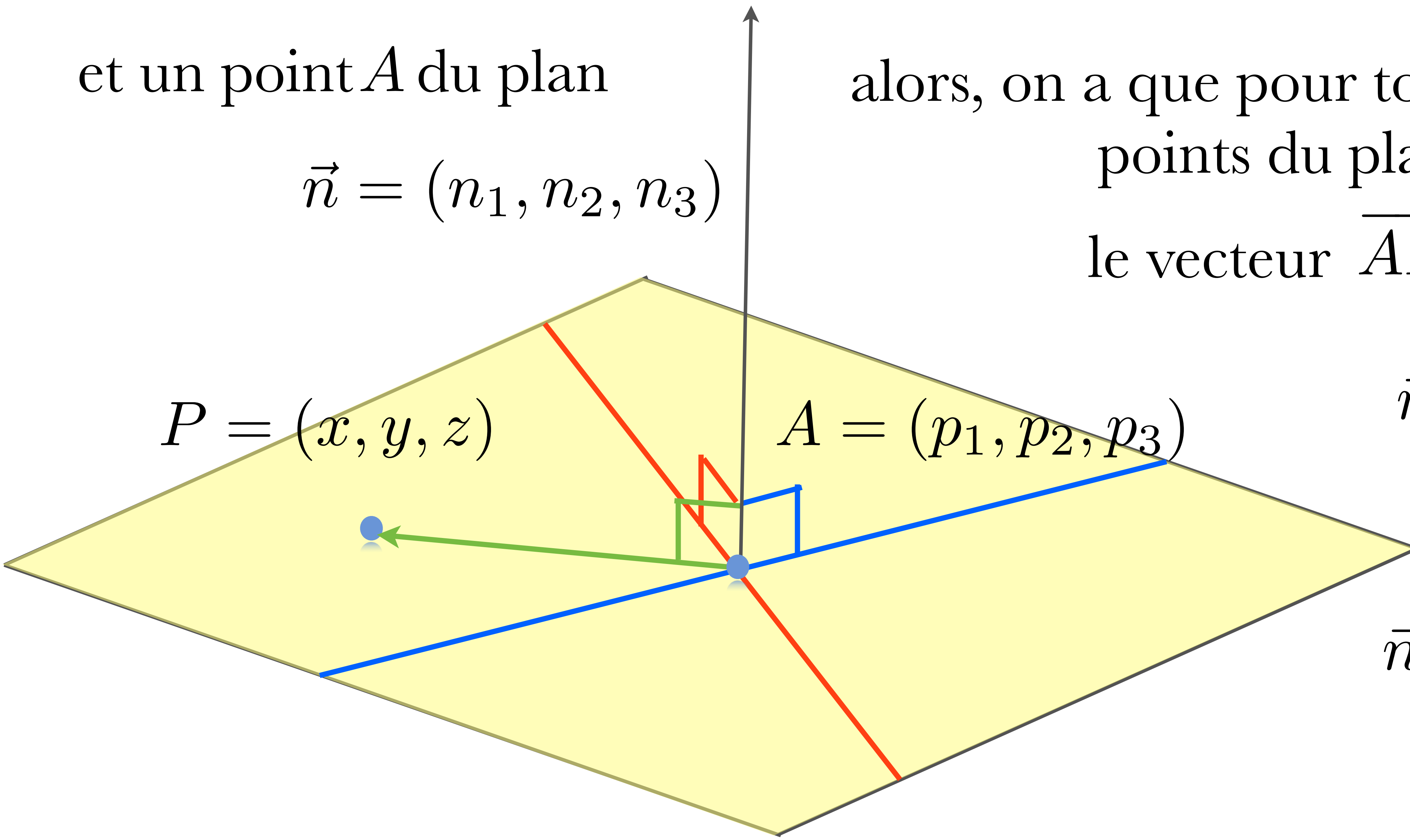
Si on connaît un vecteur normal au plan

et un point A du plan

$\vec{n} = (n_1, n_2, n_3)$

alors, on a que pour tous les autres points du plan,

le vecteur $\overrightarrow{AP}$



$\vec{n} \perp \overrightarrow{AP}$

et donc

$\vec{n} \cdot \overrightarrow{AP} = 0$

d'où $\quad (n_1, n_2, n_3) \cdot (x - p_1, y - p_2, z - p_3) = 0$

$$n_1(x - p_1) + n_2(y - p_2) + n_3(z - p_3) = 0$$

$$n_1 x + n_2 y + n_3 z = n_1 p_1 + n_2 p_2 + n_3 p_3$$

$$n_1x + n_2y + n_3z = n_1p_1 + n_2p_2 + n_3p_3$$

On nomme cette équation l'équation normale du plan.

On la note habituellement sous la forme suivante:

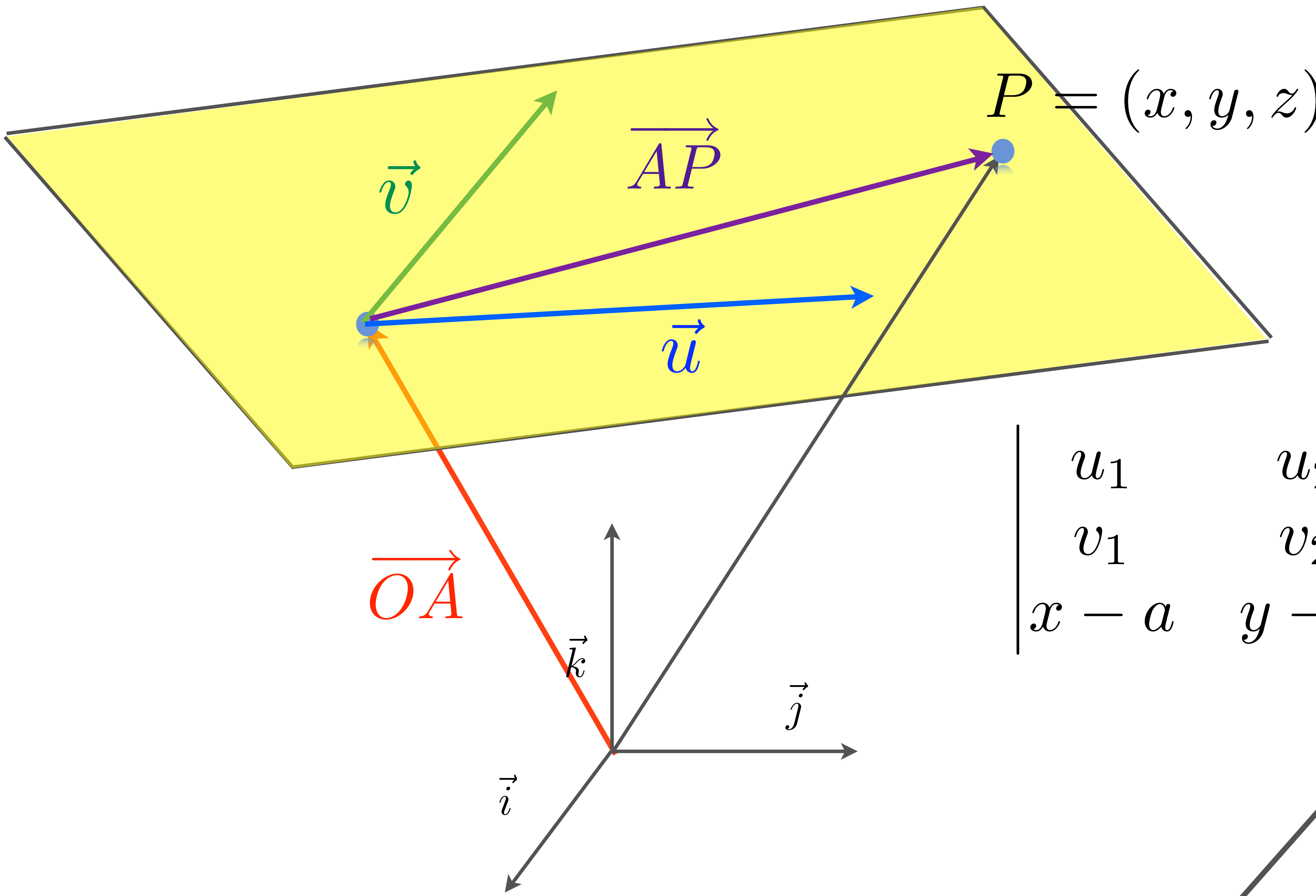
$$ax + by + cz = d$$

$$\vec{n} = (a, b, c)$$

L'avantage de cette équation est qu'on y lit directement un vecteur normal.

On peut aussi décrire le plan par le fait que

$\vec{u}, \vec{v}$ et $\overrightarrow{AP}$ sont coplanaires.



$$\begin{vmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \\ x-a & y-b & z-c \end{vmatrix} = 0$$

Ça nous redonne l'équation normale du plan.

Faites les exercices suivants

p.149, # 1 à 4

Devoir: p. 152, # 1 à 10