6.1 LE LANGAGE MATRICIEL

Cours 16

Aujourd'hui, nous allons voir

Aujourd'hui, nous allons voir

- ✓ La définition d'une matrice.

Aujourd'hui, nous allons voir

- ✓ La définition d'une matrice.
- ✓ Les définitions de matrices particulières.

Aujourd'hui, nous allons voir

- ✓ La définition d'une matrice.
- ✓ Les définitions de matrices particulières.
- ✓ La somme de matrices.

Aujourd’hui, nous allons voir

- ✓ La définition d’une matrice.
- ✓ Les définitions de matrices particulières.
- ✓ La somme de matrices.
- ✓ La multiplication d’une matrice par un scalaire.

Aujourd’hui, nous allons voir

- ✓ La définition d’une matrice.
- ✓ Les définitions de matrices particulières.
- ✓ La somme de matrices.
- ✓ La multiplication d’une matrice par un scalaire.
- ✓ La multiplication de matrices.

Définition

Une matrice $\mathbf{A}$ de format $m \times n$ est un tableau rectangulaire ordonné de mn éléments disposés sur m lignes et n colonnes.

Définition

Une matrice $\mathbf{A}$ de format $m \times n$ est un tableau rectangulaire ordonné de mn éléments disposés sur m lignes et n colonnes.

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_{m\times n} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Définition

Une matrice $\mathbf{A}$ de format $m \times n$ est un tableau rectangulaire ordonné de mn éléments disposés sur m lignes et n colonnes.

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_{m\times n} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Parfois, on spécifie la taille de la matrice ici.

Définition

Une matrice $\mathbf{A}$ de format $m \times n$ est un tableau rectangulaire ordonné de mn éléments disposés sur m lignes et n colonnes.

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_{m\times n} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} = (a_{ij})_{m\times n}$$

Parfois, on spécifie la taille de la matrice ici.

Définition Une matrice ligne est une matrice de format $1 \times n$.

Définition Une matrice ligne est une matrice de format $1 \times n$.

Exemple

Définition Une matrice ligne est une matrice de format $1 \times n$.

Exemple

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Définition Une matrice ligne est une matrice de format $1 \times n$.

Exemple

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Définition

Définition Une matrice ligne est une matrice de format $1 \times n$.

Exemple

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Définition Une matrice colonne est une matrice de format $m \times 1$.

Définition Une matrice ligne est une matrice de format $1 \times n$.

Exemple

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Définition Une matrice colonne est une matrice de format $m \times 1$.

Exemple

Définition Une matrice ligne est une matrice de format $1 \times n$.

Exemple

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Définition Une matrice colonne est une matrice de format $m \times 1$.

Exemple

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Définition Une matrice nulle est une matrice dont toutes les entrées sont nulles.

Définition

Une matrice nulle est une matrice dont toutes les entrées sont nulles.

Exemple

Définition

Une matrice nulle est une matrice dont toutes les entrées sont nulles.

Exemple

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Définition Une matrice nulle est une matrice dont toutes les entrées sont nulles.

Exemple

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Définition Une matrice nulle est une matrice dont toutes les entrées sont nulles.

Exemple

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Définition

Une matrice nulle est une matrice dont toutes les entrées sont nulles.

Exemple

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Définition Une matrice nulle est une matrice dont toutes les entrées sont nulles.

Exemple

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Définition Une matrice carrée est une matrice de format $n \times n$.

Définition Une matrice carrée est une matrice de format $n \times n$.

Exemple

Définition

Une matrice carrée est une matrice de format $n \times n$.

Exemple

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Définition Une matrice carrée est une matrice de format $n \times n$.

Exemple

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & \pi & \sqrt{2} & -1 \\ e & e^2 & e^3 & e^4 \\ 37 & 41 & 17 & 5 \\ \sqrt[3]{\pi} & 1 & 2\pi & 3 \end{pmatrix}$$

Définition Une matrice carrée est une matrice de format $n \times n$.

Exemple

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & \pi & \sqrt{2} & -1 \\ e & e^2 & e^3 & e^4 \\ 37 & 41 & 17 & 5 \\ \sqrt[3]{\pi} & 1 & 2\pi & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Faites les exercices suivants

p.204 # 2 et 3

Définition

La diagonale principale d'une matrice carrée est l'ensemble des éléments de la forme a_{ii}.

Définition La diagonale principale d'une matrice carrée est l'ensemble des éléments de la forme a_{ii}.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Définition La diagonale principale d'une matrice carrée est l'ensemble des éléments de la forme a_{ii}.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

$$\text{diag}(A) = \{a_{11}, a_{22}, a_{33}, \ldots, a_{nn}\}$$

Définition

Une matrice triangulaire supérieure (ou inférieure) est une matrice carrée dont tous les éléments sous (ou au-dessus de) la diagonale principale sont nuls.

Définition

Une matrice triangulaire supérieure (ou inférieure) est une matrice carrée dont tous les éléments sous (ou au-dessus de) la diagonale principale sont nuls.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Définition

Une matrice triangulaire supérieure (ou inférieure) est une matrice carrée dont tous les éléments sous (ou au-dessus de) la diagonale principale sont nuls.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Définition Une matrice triangulaire supérieure (ou inférieure) est une matrice carrée dont tous les éléments sous (ou au-dessus de) la diagonale principale sont nuls.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Définition

Une matrice triangulaire supérieure (ou inférieure) est une matrice carrée dont tous les éléments sous (ou au-dessus de) la diagonale principale sont nuls.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Définition

Une matrice identité est une matrice carrée dont les éléments de la diagonale principale sont tous 1 et les autres sont tous nuls.

Définition

Une matrice identité est une matrice carrée dont les éléments de la diagonale principale sont tous 1 et les autres sont tous nuls.

$$\mathbf{I}_n = (\delta_{ij})_{n \times n}$$

Définition Une matrice identité est une matrice carrée dont les éléments de la diagonale principale sont tous 1 et les autres sont tous nuls.

$$\mathbf{I}_n = (\delta_{ij})_{n\times n} \qquad \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j, \\ 0 & \text{si } i \neq j. \end{cases}$$

Définition Une matrice identité est une matrice carrée dont les éléments de la diagonale principale sont tous 1 et les autres sont tous nuls.

$$\mathbf{I}_n = (\delta_{ij})_{n\times n} \qquad \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j, \\ 0 & \text{si } i \neq j. \end{cases}$$

(1)

Définition Une matrice identité est une matrice carrée dont les éléments de la diagonale principale sont tous 1 et les autres sont tous nuls.

$$\mathbf{I}_n = (\delta_{ij})_{n\times n} \qquad \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j, \\ 0 & \text{si } i \neq j. \end{cases}$$

$$(1) \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Définition Une matrice identité est une matrice carrée dont les éléments de la diagonale principale sont tous 1 et les autres sont tous nuls.

$$\mathbf{I}_n = (\delta_{ij})_{n\times n} \qquad \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j, \\ 0 & \text{si } i \neq j. \end{cases}$$

(1) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Définition Une matrice identité est une matrice carrée dont les éléments de la diagonale principale sont tous 1 et les autres sont tous nuls.

$$\mathbf{I}_n = (\delta_{ij})_{n\times n} \qquad \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j, \\ 0 & \text{si } i \neq j. \end{cases}$$

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Définition Une matrice identité est une matrice carrée dont les éléments de la diagonale principale sont tous 1 et les autres sont tous nuls.

$$\mathbf{I}_n = (\delta_{ij})_{n\times n} \qquad \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j, \\ 0 & \text{si } i \neq j. \end{cases}$$

$$(1) \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Définition

Une matrice symétrique est une matrice carrée qui est symétrique par rapport à la diagonale principale, c'est-à-dire que $a_{ij} = a_{ji}$.

Définition

Une matrice symétrique est une matrice carrée qui est symétrique par rapport à la diagonale principale, c'est-à-dire que $a_{ij} = a_{ji}$.

$$\mathbf{A}_{m\times n} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & a_{3n} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Définition Une matrice symétrique est une matrice carrée qui est symétrique par rapport à la diagonale principale, c'est-à-dire que $a_{ij} = a_{ji}$.

$$\mathbf{A}_{m\times n} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & a_{3n} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Définition Une matrice anti symétrique est une matrice carrée qui est anti symétrique par rapport à la diagonale principale, c'est-à-dire que $a_{ij} = -a_{ji}$.

Définition Une matrice anti symétrique est une matrice carrée qui est anti symétrique par rapport à la diagonale principale, c'est-à-dire que $a_{ij} = -a_{ji}$.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ -a_{12} & 0 & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ -a_{13} & -a_{23} & 0 & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_{1n} & -a_{2n} & -a_{3n} & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

Définition

Soit $\mathbf{A} = (a_{ij})$ et $\mathbf{B} = (b_{ij})$, deux matrices de même format, qu'on note:

Définition

Soit $\mathbf{A} = (a_{ij})$ et $\mathbf{B} = (b_{ij})$, deux matrices de même format, qu'on note:

$$\mathbf{A}, \mathbf{B} \in \mathrm{Mat}_{m \times n}(\mathbb{R})$$

Définition

Soit $\mathbf{A} = (a_{ij})$ et $\mathbf{B} = (b_{ij})$, deux matrices de même format, qu'on note:

$$\mathbf{A}, \mathbf{B} \in \mathrm{Mat}_{m \times n}(\mathbb{R})$$

La somme des deux matrices est l'opération interne définie comme suit:

Définition

Soit $\mathbf{A} = (a_{ij})$ et $\mathbf{B} = (b_{ij})$, deux matrices de même format, qu'on note:

$$\mathbf{A}, \mathbf{B} \in \mathrm{Mat}_{m\times n}(\mathbb{R})$$

La somme des deux matrices est l'opération interne définie comme suit:

$$\mathrm{Mat}_{m\times n}(\mathbb{R}) \times \mathrm{Mat}_{m\times n}(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathrm{Mat}_{m\times n}(\mathbb{R})$$

Définition

Soit $\mathbf{A} = (a_{ij})$ et $\mathbf{B} = (b_{ij})$, deux matrices de même format, qu'on note:

$$\mathbf{A}, \mathbf{B} \in \mathrm{Mat}_{m\times n}(\mathbb{R})$$

La somme des deux matrices est l'opération interne définie comme suit:

$$\begin{aligned} \mathrm{Mat}_{m\times n}(\mathbb{R}) \times \mathrm{Mat}_{m\times n}(\mathbb{R}) &\longrightarrow \mathrm{Mat}_{m\times n}(\mathbb{R}) \\ (\mathbf{A}, \mathbf{B}) &\longmapsto \mathbf{A} + \mathbf{B} \end{aligned}$$

Définition

Soit $\mathbf{A} = (a_{ij})$ et $\mathbf{B} = (b_{ij})$, deux matrices de même format, qu'on note:

$$\mathbf{A}, \mathbf{B} \in \mathrm{Mat}_{m\times n}(\mathbb{R})$$

La somme des deux matrices est l'opération interne définie comme suit:

$$\mathrm{Mat}_{m\times n}(\mathbb{R}) \times \mathrm{Mat}_{m\times n}(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathrm{Mat}_{m\times n}(\mathbb{R})$$

$$(\mathbf{A}, \mathbf{B}) \longmapsto \mathbf{A} + \mathbf{B}$$

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = (a_{ij}) + (b_{ij}) = (a_{ij} + b_{ij})$$

Exemple

Exemple

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -5 & 1 \\ -3 & 0 & 11 \end{pmatrix}$$

Exemple

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -5 & 1 \\ -3 & 0 & 11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+1 & 2-5 & 3+1 \\ 2-3 & 1+0 & 4+11 \end{pmatrix}$$

Exemple

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -5 & 1 \\ -3 & 0 & 11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+1 & 2-5 & 3+1 \\ 2-3 & 1+0 & 4+11 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ -1 & 1 & 15 \end{pmatrix}$$

Propriétés de la somme de matrices

Propriétés de la somme de matrices

Soit $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ et $\mathbf{C} \in \mathrm{Mat}_{m\times n}(\mathbb{R})$

Propriétés de la somme de matrices

Soit $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ et $\mathbf{C} \in \mathrm{Mat}_{m\times n}(\mathbb{R})$

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A}$$

Propriétés de la somme de matrices

Soit $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ et $\mathbf{C} \in \mathrm{Mat}_{m\times n}(\mathbb{R})$

$$\mathbf{A}+\mathbf{B}=\mathbf{B}+\mathbf{A}$$

$$\mathbf{A}+(\mathbf{B}+\mathbf{C})=(\mathbf{A}+\mathbf{B})+\mathbf{C}$$

Propriétés de la somme de matrices

Soit $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ et $\mathbf{C} \in \mathrm{Mat}_{m\times n}(\mathbb{R})$

$$\mathbf{A}+\mathbf{B}=\mathbf{B}+\mathbf{A}$$

$$\mathbf{A}+(\mathbf{B}+\mathbf{C})=(\mathbf{A}+\mathbf{B})+\mathbf{C}$$

$$\mathbf{A}+\mathbf{0}=\mathbf{A}$$

Propriétés de la somme de matrices

Soit $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ et $\mathbf{C} \in \mathrm{Mat}_{m\times n}(\mathbb{R})$

$$\mathbf{A}+\mathbf{B}=\mathbf{B}+\mathbf{A}$$

$$\mathbf{A}+(\mathbf{B}+\mathbf{C})=(\mathbf{A}+\mathbf{B})+\mathbf{C}$$

$$\mathbf{A}+\mathbf{0}=\mathbf{A}$$

$$\mathbf{A}+(-\mathbf{A})=\mathbf{0}$$

Définition

Soit $\mathbf{A} = (a_{ij})$, une matrice et k, un nombre réel. La multiplication par un scalaire est l'opération externe définie comme suit:

Définition

Soit $\mathbf{A} = (a_{ij})$, une matrice et k, un nombre réel. La multiplication par un scalaire est l'opération externe définie comme suit:

$$\mathbb{R} \times \mathrm{Mat}_{m\times n}(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathrm{Mat}_{m\times n}(\mathbb{R})$$

Définition

Soit $\mathbf{A} = (a_{ij})$, une matrice et k, un nombre réel. La multiplication par un scalaire est l'opération externe définie comme suit:

$$\mathbb{R} \times \mathrm{Mat}_{m\times n}(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathrm{Mat}_{m\times n}(\mathbb{R})$$

$$(k, \mathbf{A}) \longmapsto k\mathbf{A}$$

Définition

Soit $\mathbf{A} = (a_{ij})$, une matrice et k, un nombre réel. La multiplication par un scalaire est l'opération externe définie comme suit:

$$\mathbb{R} \times \mathrm{Mat}_{m\times n}(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathrm{Mat}_{m\times n}(\mathbb{R})$$

$$(k, \mathbf{A}) \longmapsto k\mathbf{A}$$

$$k\mathbf{A} = k(a_{ij}) = (ka_{ij})$$

Exemple

Exemple

$$3 \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 5 & -2 \\ -1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

Exemple

$$3\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 5 & -2 \\ -1 & 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3\cdot 2 & 3\cdot 3 & 3\cdot 1 \\ 3\cdot 0 & 3\cdot 5 & 3\cdot -2 \\ 3\cdot -1 & 3\cdot 3 & 3\cdot 6 \end{pmatrix}$$

Exemple

$$\color{red}{3}\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 5 & -2 \\ -1 & 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \color{red}{3}\cdot 2 & \color{red}{3}\cdot 3 & \color{red}{3}\cdot 1 \\ \color{red}{3}\cdot 0 & \color{red}{3}\cdot 5 & \color{red}{3}\cdot -2 \\ \color{red}{3}\cdot -1 & \color{red}{3}\cdot 3 & \color{red}{3}\cdot 6 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 6 & 9 & 3 \\ 0 & 15 & -6 \\ -3 & 9 & 18 \end{pmatrix}$$

Propriétés de la multiplication par un scalaire

Propriétés de la multiplication par un scalaire

$$1\mathbf{A} = \mathbf{A}$$

Propriétés de la multiplication par un scalaire

$$1\mathbf{A} = \mathbf{A}$$

$$k(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = k\mathbf{A} + k\mathbf{B}$$

Propriétés de la multiplication par un scalaire

$$1\mathbf{A} = \mathbf{A}$$

$$k(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = k\mathbf{A} + k\mathbf{B}$$

$$(k + r)\mathbf{A} = k\mathbf{A} + r\mathbf{A}$$

Propriétés de la multiplication par un scalaire

$$1\mathbf{A} = \mathbf{A}$$

$$k(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = k\mathbf{A} + k\mathbf{B}$$

$$(k + r)\mathbf{A} = k\mathbf{A} + r\mathbf{A}$$

$$(kr)\mathbf{A} = k(r\mathbf{A})$$

Définition Un espace vectoriel sur les réels est la donnée

1. d'un ensemble $\mathcal{V}$ dont les éléments sont nommés des vecteurs;
2. d'une opération interne sur $\mathcal{V}$ appelée la somme qui respecte les propriétés suivantes:

$$\begin{cases} \vec{v}+\vec{u}=\vec{u}+\vec{v} \\ (\vec{v}+\vec{u})+\vec{w}=\vec{v}+(\vec{u}+\vec{w}) \\ \vec{v}+\vec{0}=\vec{v} \\ \vec{v}+(-\vec{v})=\vec{0} \end{cases}$$

3. d'une opération externe de $\mathbb{R}$ sur $\mathcal{V}$ appelée multiplication par un scalaire qui respecte les propriétés suivantes;

$$\begin{cases} a(b\vec{v})=(ab)\vec{v} \\ (a+b)\vec{v}=a\vec{v}+b\vec{v} \\ a(\vec{v}+\vec{u})=a\vec{v}+a\vec{u} \\ 1\vec{v}=\vec{v} \end{cases}$$

Définition

La transposée d'une matrice $\mathbf{A}_{m\times n} = (a_{ij})$, notée $\mathbf{A}^T$, est la matrice $\mathbf{B}_{n\times m} = (a_{ji})$

Définition

La transposée d'une matrice $\mathbf{A}_{m\times n} = (a_{ij})$, notée $\mathbf{A}^T$, est la matrice $\mathbf{B}_{n\times m} = (a_{ji})$

Exemple

Définition

La transposée d'une matrice $\mathbf{A}_{m\times n} = (a_{ij})$, notée $\mathbf{A}^T$, est la matrice $\mathbf{B}_{n\times m} = (a_{ji})$

Exemple

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$$

Propriétés de la transposition

Propriétés de la transposition

$$(\mathbf{A}^T)^T = \mathbf{A}$$

Propriétés de la transposition

$$(\mathbf{A}^T)^T = \mathbf{A}$$

$$(\mathbf{A} + \mathbf{B})^T = \mathbf{A}^T + \mathbf{B}^T$$

Propriétés de la transposition

$$\left(\mathbf{A}^T\right)^T = \mathbf{A}$$

$$(\mathbf{A} + \mathbf{B})^T = \mathbf{A}^T + \mathbf{B}^T$$

$$(k\mathbf{A})^T = k\left(\mathbf{A}^T\right)$$

On peut reformuler la définition d'une matrice symétrique et anti symétrique à l'aide des transposées.

On peut reformuler la définition d'une matrice symétrique et anti symétrique à l'aide des transposées.

$\mathbf{A}$ est symétrique

On peut reformuler la définition d'une matrice symétrique et anti symétrique à l'aide des transposées.

$$\mathbf{A} \text{ est symétrique} \quad \Longleftrightarrow$$

On peut reformuler la définition d'une matrice symétrique et anti symétrique à l'aide des transposées.

$$\mathbf{A} \text{ est symétrique} \quad \Longleftrightarrow \quad \mathbf{A}^T = \mathbf{A}$$

On peut reformuler la définition d'une matrice symétrique et anti symétrique à l'aide des transposées.

$$\mathbf{A} \text{ est symétrique} \quad \Longleftrightarrow \quad \mathbf{A}^T = \mathbf{A}$$

$\mathbf{A}$ est anti symétrique

On peut reformuler la définition d'une matrice symétrique et anti symétrique à l'aide des transposées.

$$\mathbf{A} \text{ est symétrique} \quad \Longleftrightarrow \quad \mathbf{A}^T = \mathbf{A}$$

$$\mathbf{A} \text{ est anti symétrique} \quad \Longleftrightarrow \quad \mathbf{A}^T = -\mathbf{A}$$

Définition

Soit $\mathbf{A}_{m\times n} = (a_{ij})$ et $\mathbf{B}_{n\times r} = (b_{ij})$, deux matrices. On définit le produit de ces deux matrices comme étant la matrice:

Définition

Soit $\mathbf{A}_{m\times n} = (a_{ij})$ et $\mathbf{B}_{n\times r} = (b_{ij})$, deux matrices. On définit le produit de ces deux matrices comme étant la matrice:

$$\mathbf{C}_{m\times r} = \left(\sum_{k=1}^{n} a_{ik}b_{kj}\right)$$

Définition

Soit $\mathbf{A}_{m\times n} = (a_{ij})$ et $\mathbf{B}_{n\times r} = (b_{ij})$, deux matrices. On définit le produit de ces deux matrices comme étant la matrice:

$$\mathbf{C}_{m\times r} = \left(\sum_{k=1}^{n} a_{ik} b_{kj}\right)$$

Remarque:

Définition

Soit $\mathbf{A}_{m\times n} = (a_{ij})$ et $\mathbf{B}_{n\times r} = (b_{ij})$, deux matrices. On définit le produit de ces deux matrices comme étant la matrice:

$$\mathbf{C}_{m\times r} = \left(\sum_{k=1}^{n} a_{ik} b_{kj}\right)$$

Remarque:

$$\mathbf{A}_{m\times n}\mathbf{B}_{n\times r} = \mathbf{C}_{m\times r}$$

Définition

Soit $\mathbf{A}_{m \times n} = (a_{ij})$ et $\mathbf{B}_{n \times r} = (b_{ij})$, deux matrices. On définit le produit de ces deux matrices comme étant la matrice:

$$\mathbf{C}_{m \times r} = \left(\sum_{k=1}^{n} a_{ik} b_{kj} \right)$$

Remarque:

$$\mathbf{A}_{m \times n} \mathbf{B}_{n \times r} = \mathbf{C}_{m \times r}$$

Définition

Soit $\mathbf{A}_{m\times n} = (a_{ij})$ et $\mathbf{B}_{n\times r} = (b_{ij})$, deux matrices. On définit le produit de ces deux matrices comme étant la matrice:

$$\mathbf{C}_{m\times r} = \left(\sum_{k=1}^{n} a_{ik} b_{kj}\right)$$

Remarque:

$$\mathbf{A}_{m\times n}\mathbf{B}_{n\times r} = \mathbf{C}_{m\times r}$$

Définition

Soit $\mathbf{A}_{m\times n} = (a_{ij})$ et $\mathbf{B}_{n\times r} = (b_{ij})$, deux matrices. On définit le produit de ces deux matrices comme étant la matrice:

$$\mathbf{C}_{m\times r} = \left(\sum_{k=1}^{n} a_{ik} b_{kj}\right)$$

Remarque:

$$\mathbf{A}_{m\times n}\mathbf{B}_{n\times r} = \mathbf{C}_{m\times r}$$

$$\mathbf{A}_{m\times n}\mathbf{B}_{n\times r} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1r} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nr} \end{pmatrix}$$

$$= \left(\qquad \qquad \qquad \qquad \right)$$

$$
\mathbf{A}_{m\times n}\mathbf{B}_{n\times r} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1r} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nr} \end{pmatrix}
$$

$$
= \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^{n} a_{1k} b_{k1} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}
$$

$$\mathbf{A}_{m\times n}\mathbf{B}_{n\times r} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1r} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nr} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{k1} & \sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{k2} & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{m\times n}\mathbf{B}_{n\times r} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1r} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nr} \end{pmatrix}$$

$$= \left(\begin{array}{ccc} \sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{k1} & \sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{k2} & \cdots \\ & & \\ & & \\ & & \end{array} \right)$$

$$\mathbf{A}_{m\times n}\mathbf{B}_{n\times r} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1r} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nr} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{k1} & \sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{k2} & \cdots & \sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{kr} \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{m\times n}\mathbf{B}_{n\times r} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1r} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nr} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^{n} a_{\color{red}{1}k}b_{k\color{red}{1}} & \sum_{k=1}^{n} a_{\color{red}{1}k}b_{k\color{red}{2}} & \dots & \sum_{k=1}^{n} a_{\color{red}{1}k}b_{k\color{red}{r}} \\ \sum_{k=1}^{n} a_{\color{red}{2}k}b_{k\color{red}{1}} & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{m\times n}\mathbf{B}_{n\times r} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1r} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nr} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^{n} a_{{\color{red}1}k}b_{k{\color{red}1}} & \sum_{k=1}^{n} a_{{\color{red}1}k}b_{k{\color{red}2}} & \cdots & \sum_{k=1}^{n} a_{{\color{red}1}k}b_{k{\color{red}r}} \\ \sum_{k=1}^{n} a_{{\color{red}2}k}b_{k{\color{red}1}} & \sum_{k=1}^{n} a_{{\color{red}2}k}b_{k{\color{red}2}} & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{m\times n}\mathbf{B}_{n\times r} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1r} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nr} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{k1} & \sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{k2} & \cdots & \sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{kr} \\ \sum_{k=1}^{n} a_{2k}b_{k1} & \sum_{k=1}^{n} a_{2k}b_{k2} & \cdots & \\ & & & \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{m\times n}\mathbf{B}_{n\times r} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1r} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nr} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{k1} & \sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{k2} & \cdots & \sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{kr} \\ \sum_{k=1}^{n} a_{2k}b_{k1} & \sum_{k=1}^{n} a_{2k}b_{k2} & \cdots & \sum_{k=1}^{n} a_{2k}b_{kr} \\ & & & \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{m\times n}\mathbf{B}_{n\times r} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1r} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nr} \end{pmatrix}$$

$$= \left(\begin{array}{cccc} \sum_{k=1}^{n} a_{\color{red}{1}k} b_{k\color{red}{1}} & \sum_{k=1}^{n} a_{\color{red}{1}k} b_{k\color{red}{2}} & \cdots & \sum_{k=1}^{n} a_{\color{red}{1}k} b_{k\color{red}{r}} \\ \sum_{k=1}^{n} a_{\color{red}{2}k} b_{k\color{red}{1}} & \sum_{k=1}^{n} a_{\color{red}{2}k} b_{k\color{red}{2}} & \cdots & \sum_{k=1}^{n} a_{\color{red}{2}k} b_{k\color{red}{r}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ & & & \end{array} \right)$$

$$\mathbf{A}_{m\times n}\mathbf{B}_{n\times r} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1r} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nr} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{k1} & \sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{k2} & \cdots & \sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{kr} \\ \sum_{k=1}^{n} a_{2k}b_{k1} & \sum_{k=1}^{n} a_{2k}b_{k2} & \cdots & \sum_{k=1}^{n} a_{2k}b_{kr} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{k=1}^{n} a_{mk}b_{k1} & & & \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{m\times n}\mathbf{B}_{n\times r} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1r} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nr} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{k1} & \sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{k2} & \cdots & \sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{kr} \\ \sum_{k=1}^{n} a_{2k}b_{k1} & \sum_{k=1}^{n} a_{2k}b_{k2} & \cdots & \sum_{k=1}^{n} a_{2k}b_{kr} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{k=1}^{n} a_{mk}b_{k1} & \sum_{k=1}^{n} a_{mk}b_{k2} & & \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{m\times n}\mathbf{B}_{n\times r} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1r} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nr} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{k1} & \sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{k2} & \cdots & \sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{kr} \\ \sum_{k=1}^{n} a_{2k}b_{k1} & \sum_{k=1}^{n} a_{2k}b_{k2} & \cdots & \sum_{k=1}^{n} a_{2k}b_{kr} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{k=1}^{n} a_{mk}b_{k1} & \sum_{k=1}^{n} a_{mk}b_{k2} & \cdots & \sum_{k=1}^{n} a_{mk}b_{kr} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{m\times n}\mathbf{B}_{n\times r} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1r} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nr} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{k1} & \sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{k2} & \cdots & \sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{kr} \\ \sum_{k=1}^{n} a_{2k}b_{k1} & \sum_{k=1}^{n} a_{2k}b_{k2} & \cdots & \sum_{k=1}^{n} a_{2k}b_{kr} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{k=1}^{n} a_{mk}b_{k1} & \sum_{k=1}^{n} a_{mk}b_{k2} & \cdots & \sum_{k=1}^{n} a_{mk}b_{kr} \end{pmatrix}$$

Exemple

Exemple

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 5 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

Exemple

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 5 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} (1)(2)+(3)(5)+(-1)(-3) & (1)(4)+(3)(-1)+(-1)(1) \\ (2)(2)+(0)(5)+(-3)(-3) & (2)(4)+(0)(-1)+(-3)(1) \end{pmatrix}$$

Exemple

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 5 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} (1)(2)+(3)(5)+(-1)(-3) & (1)(4)+(3)(-1)+(-1)(1) \\ (2)(2)+(0)(5)+(-3)(-3) & (2)(4)+(0)(-1)+(-3)(1) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 20 & 0 \\ 13 & 5 \end{pmatrix}$$

Exemple

Exemple

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Exemple

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Exemple

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{AB} = (13)$$

Exemple

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{AB} = (13)$$

$$\mathbf{BA} = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 2 \\ 8 & 12 & 4 \\ -6 & -9 & -3 \end{pmatrix}$$

Exemple

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{AB} = (13)$$

$$\mathbf{BA} = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 2 \\ 8 & 12 & 4 \\ -6 & -9 & -3 \end{pmatrix}$$

L'exemple ici est assez clair!

Exemple

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{AB} = (13)$$

$$\mathbf{BA} = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 2 \\ 8 & 12 & 4 \\ -6 & -9 & -3 \end{pmatrix}$$

L'exemple ici est assez clair!

$$\mathbf{AB} \neq \mathbf{BA}$$

Faites les exercices suivants

p.205, # 5 et 8

Propriétés de la multiplication de matrices

Propriétés de la multiplication de matrices

$$\mathbf{AI} = \mathbf{A}$$

Propriétés de la multiplication de matrices

$$\mathbf{AI} = \mathbf{A}$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{BC}) = (\mathbf{AB})\mathbf{C}$$

Propriétés de la multiplication de matrices

$$\mathbf{AI} = \mathbf{A}$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{BC}) = (\mathbf{AB})\mathbf{C}$$

$$k(\mathbf{AB}) = (k\mathbf{A})\mathbf{B} = \mathbf{A}(k\mathbf{B})$$

Propriétés de la multiplication de matrices

$$\mathbf{AI} = \mathbf{A}$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{BC}) = (\mathbf{AB})\mathbf{C}$$

$$k(\mathbf{AB}) = (k\mathbf{A})\mathbf{B} = \mathbf{A}(k\mathbf{B})$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{AB} + \mathbf{AC}$$

Propriétés de la multiplication de matrices

$$\mathbf{AI} = \mathbf{A}$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{BC}) = (\mathbf{AB})\mathbf{C}$$

$$k(\mathbf{AB}) = (k\mathbf{A})\mathbf{B} = \mathbf{A}(k\mathbf{B})$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{AB} + \mathbf{AC}$$

$$(\mathbf{A} + \mathbf{B})\mathbf{C} = \mathbf{AC} + \mathbf{BC}$$

Propriétés de la multiplication de matrices

$$\mathbf{AI} = \mathbf{A}$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{BC}) = (\mathbf{AB})\mathbf{C}$$

$$k(\mathbf{AB}) = (k\mathbf{A})\mathbf{B} = \mathbf{A}(k\mathbf{B})$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{AB} + \mathbf{AC}$$

$$(\mathbf{A} + \mathbf{B})\mathbf{C} = \mathbf{AC} + \mathbf{BC}$$

$$(\mathbf{AB})^T = \mathbf{B}^T\mathbf{A}^T$$

Exemple

Après une pub de bière

Exemple

Après une pub de bière

blonde

rousse

blanche

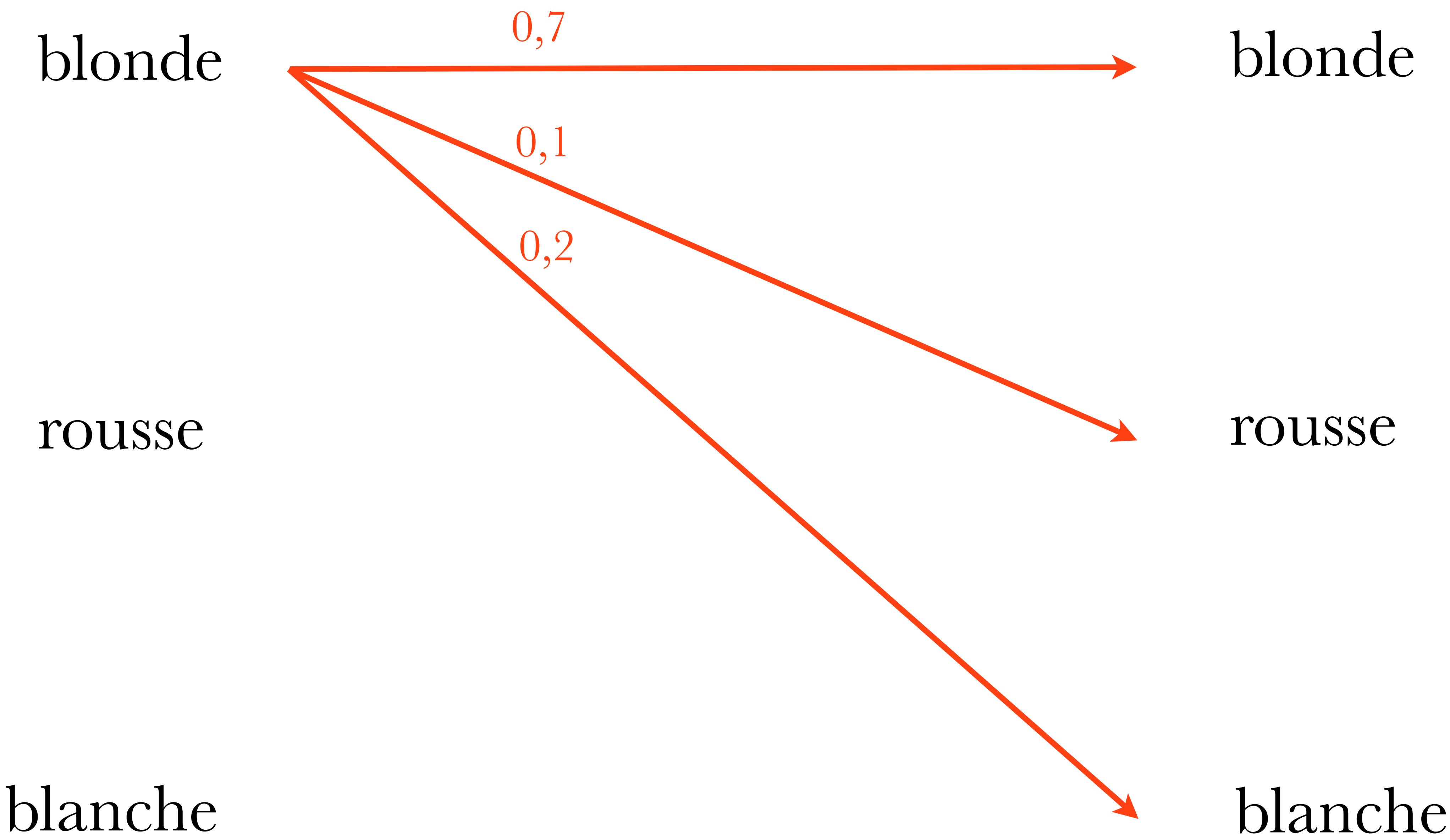
Exemple

Après une pub de bière

blonde	blonde
rousse	rousse
blanche	blanche

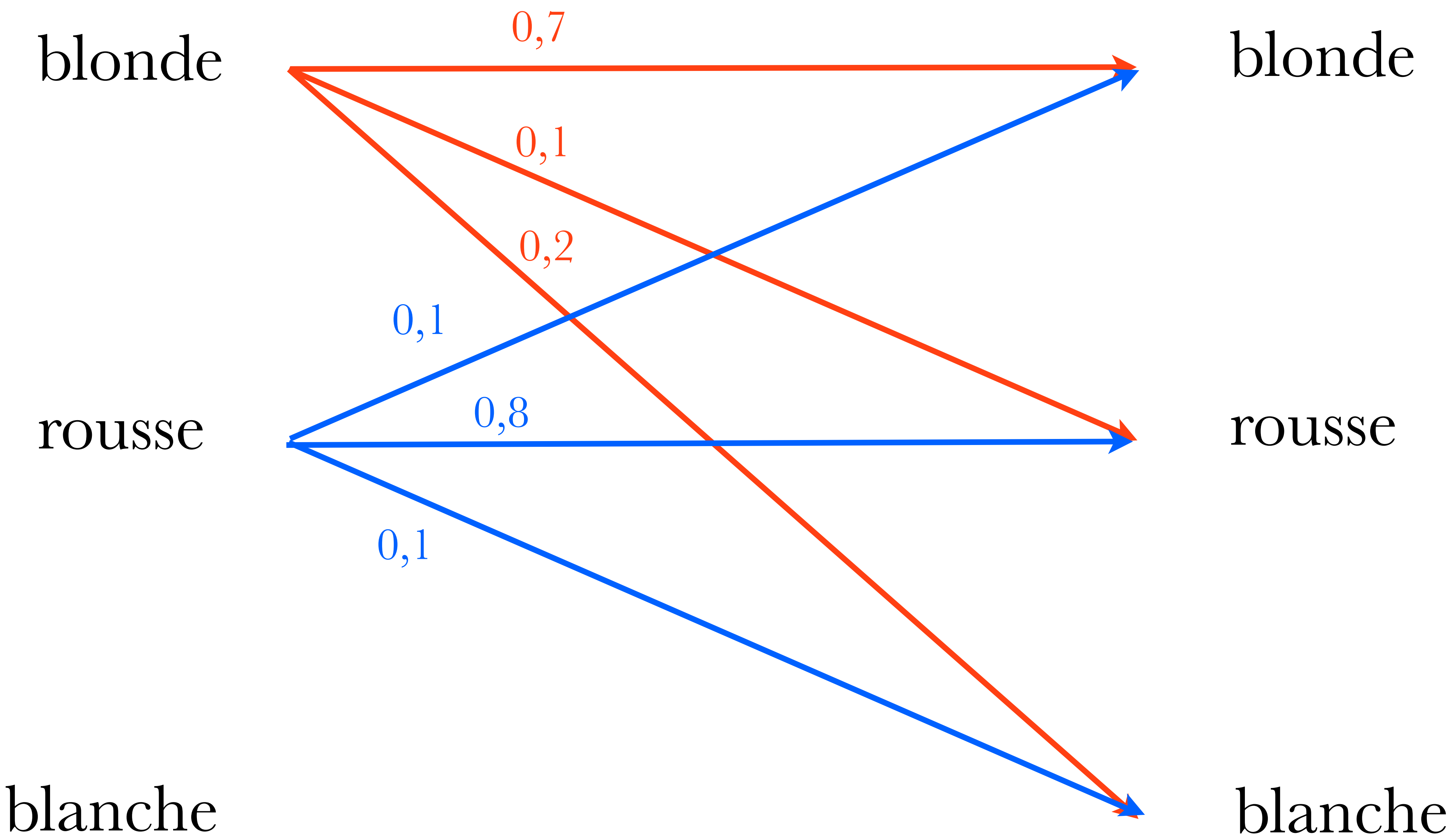
Exemple

Après une pub de bière



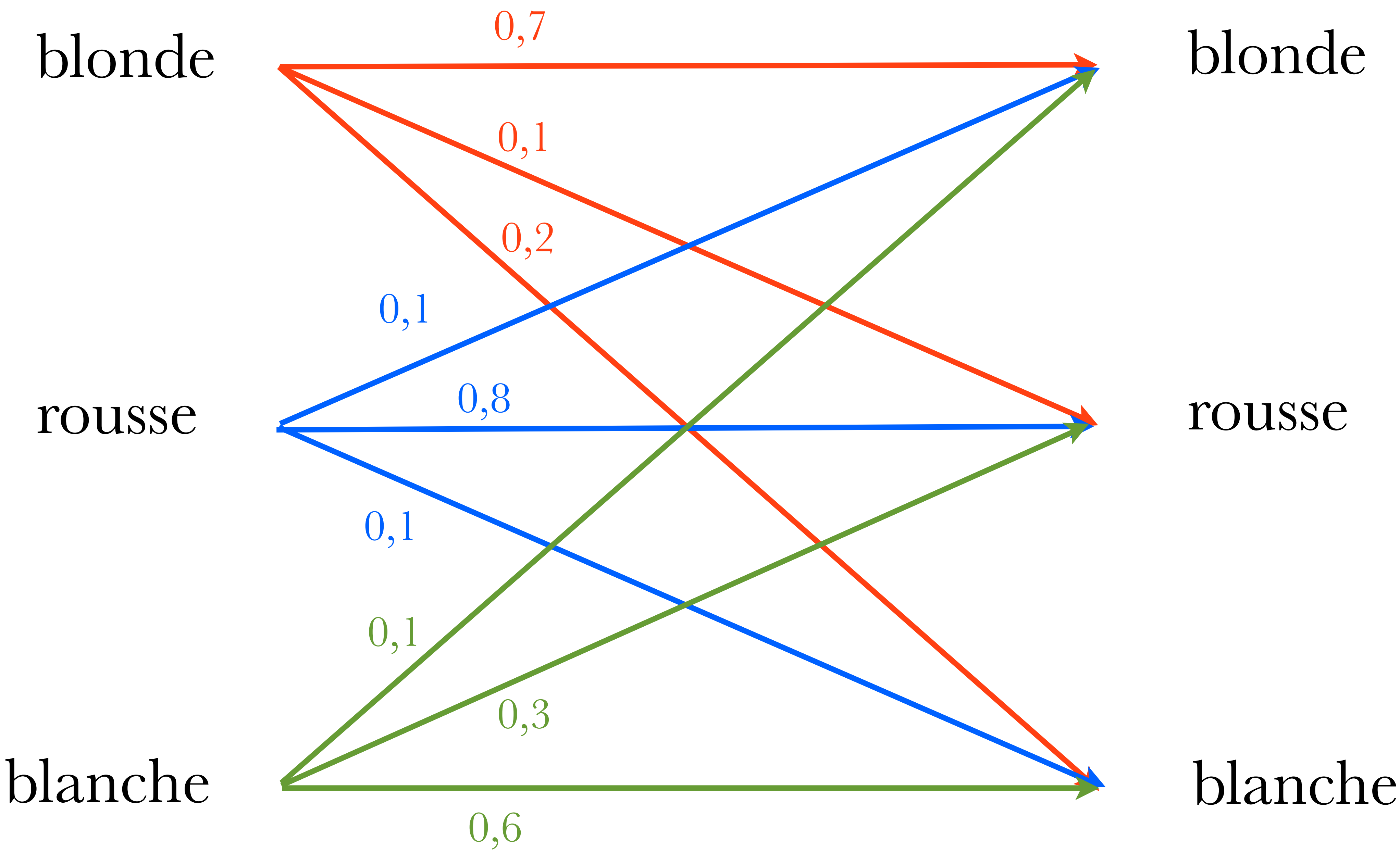
Exemple

Après une pub de bière



Exemple

Après une pub de bière



	blonde	rousse	blanche
blonde			
rousse			
blanche			

$$
\begin{array}{c c}
 & \begin{array}{ccc} \text{blonde} & \text{rousse} & \text{blanche} \end{array} \\
\begin{array}{c} \text{blonde} \\ \text{rousse} \\ \text{blanche} \end{array} &
\begin{pmatrix}
\color{red}{0,7} & \color{red}{0,1} & \color{red}{0,2} \\
\color{blue}{0,1} & \color{blue}{0,8} & \color{blue}{0,1} \\
\color{green}{0,1} & \color{green}{0,3} & \color{green}{0,6}
\end{pmatrix}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{ccc} \text{blonde} & \text{rousse} & \text{blanche} \end{array} \\
\begin{array}{c} \text{blonde} \\ \text{rousse} \\ \text{blanche} \end{array} & \begin{pmatrix} 0,7 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,8 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & 0,6 \end{pmatrix}
\end{array}
$$

$$
\begin{pmatrix} 100 & 100 & 100 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,7 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,8 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & 0,6 \end{pmatrix}
$$

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{ccc} \text{blonde} & \text{rousse} & \text{blanche} \end{array} \\
\begin{array}{c} \text{blonde} \\ \text{rousse} \\ \text{blanche} \end{array} & \begin{pmatrix} 0,7 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,8 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & 0,6 \end{pmatrix}
\end{array}
$$

$$
\begin{pmatrix} 100 & 100 & 100 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,7 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,8 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & 0,6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 90 & 120 & 90 \end{pmatrix}
$$

$$\begin{array}{r c}
 & \begin{array}{ccc} \text{blonde} & \text{rousse} & \text{blanche} \end{array} \\
\begin{array}{r} \text{blonde} \\ \text{rousse} \\ \text{blanche} \end{array} & \begin{pmatrix} 0,7 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,8 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & 0,6 \end{pmatrix}
\end{array}$$

$$\begin{pmatrix} 100 & 100 & 100 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,7 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,8 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & 0,6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 90 & 120 & 90 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 90 & 120 & 90 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,7 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,8 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & 0,6 \end{pmatrix}$$

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{ccc} \text{blonde} & \text{rousse} & \text{blanche} \end{array} \\
\begin{array}{c} \text{blonde} \\ \text{rousse} \\ \text{blanche} \end{array} & \begin{pmatrix} 0,7 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,8 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & 0,6 \end{pmatrix}
\end{array}
$$

$$
\begin{pmatrix} 100 & 100 & 100 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,7 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,8 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & 0,6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 90 & 120 & 90 \end{pmatrix}
$$

$$
\begin{pmatrix} 90 & 120 & 90 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,7 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,8 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & 0,6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 84 & 132 & 84 \end{pmatrix}
$$

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{ccc} \text{blonde} & \text{rousse} & \text{blanche} \end{array} \\
\begin{array}{r} \text{blonde} \\ \text{rousse} \\ \text{blanche} \end{array} & \begin{pmatrix} \color{red}{0,7} & \color{red}{0,1} & \color{red}{0,2} \\ \color{blue}{0,1} & \color{blue}{0,8} & \color{blue}{0,1} \\ \color{green}{0,1} & \color{green}{0,3} & \color{green}{0,6} \end{pmatrix}
\end{array}
$$

$$
\begin{pmatrix} 100 & 100 & 100 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \color{red}{0,7} & \color{red}{0,1} & \color{red}{0,2} \\ \color{blue}{0,1} & \color{blue}{0,8} & \color{blue}{0,1} \\ \color{green}{0,1} & \color{green}{0,3} & \color{green}{0,6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 90 & 120 & 90 \end{pmatrix}
$$

$$
\begin{pmatrix} 90 & 120 & 90 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \color{red}{0,7} & \color{red}{0,1} & \color{red}{0,2} \\ \color{blue}{0,1} & \color{blue}{0,8} & \color{blue}{0,1} \\ \color{green}{0,1} & \color{green}{0,3} & \color{green}{0,6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 84 & 132 & 84 \end{pmatrix}
$$

$$
\begin{pmatrix} 84 & 132 & 84 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \color{red}{0,7} & \color{red}{0,1} & \color{red}{0,2} \\ \color{blue}{0,1} & \color{blue}{0,8} & \color{blue}{0,1} \\ \color{green}{0,1} & \color{green}{0,3} & \color{green}{0,6} \end{pmatrix}
$$

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} \text{blonde} & \text{rousse} & \text{blanche} \end{array} \\ \begin{array}{c} \text{blonde} \\ \text{rousse} \\ \text{blanche} \end{array} & \begin{pmatrix} \color{red}{0,7} & \color{red}{0,1} & \color{red}{0,2} \\ \color{blue}{0,1} & \color{blue}{0,8} & \color{blue}{0,1} \\ \color{green}{0,1} & \color{green}{0,3} & \color{green}{0,6} \end{pmatrix} \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} 100 & 100 & 100 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \color{red}{0,7} & \color{red}{0,1} & \color{red}{0,2} \\ \color{blue}{0,1} & \color{blue}{0,8} & \color{blue}{0,1} \\ \color{green}{0,1} & \color{green}{0,3} & \color{green}{0,6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 90 & 120 & 90 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 90 & 120 & 90 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \color{red}{0,7} & \color{red}{0,1} & \color{red}{0,2} \\ \color{blue}{0,1} & \color{blue}{0,8} & \color{blue}{0,1} \\ \color{green}{0,1} & \color{green}{0,3} & \color{green}{0,6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 84 & 132 & 84 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 84 & 132 & 84 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \color{red}{0,7} & \color{red}{0,1} & \color{red}{0,2} \\ \color{blue}{0,1} & \color{blue}{0,8} & \color{blue}{0,1} \\ \color{green}{0,1} & \color{green}{0,3} & \color{green}{0,6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 80,4 & 139,2 & 80,4 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X}_0\mathbf{A} = \mathbf{X}_1$$

$$\mathbf{X}_0\mathbf{A} = \mathbf{X}_1$$

$$\mathbf{X}_1\mathbf{A} = \mathbf{X}_2$$

$$\mathbf{X}_0\mathbf{A} = \mathbf{X}_1$$

$$\mathbf{X}_1\mathbf{A} = \mathbf{X}_2$$

$$\mathbf{X}_2\mathbf{A} = \mathbf{X}_3$$

$$
\begin{aligned}
\mathbf{X}_0\mathbf{A} &= \mathbf{X}_1 \\
\mathbf{X}_1\mathbf{A} &= \mathbf{X}_2 \\
\mathbf{X}_2\mathbf{A} &= \mathbf{X}_3 \\
&\vdots \\
\mathbf{X}_n\mathbf{A} &= \mathbf{X}_{n+1}
\end{aligned}
$$

$$\mathbf{X}_0\mathbf{A} = \mathbf{X}_1$$

$$\mathbf{X}_1\mathbf{A} = \mathbf{X}_2$$

$$\mathbf{X}_2\mathbf{A} = \mathbf{X}_3$$

$$\vdots$$

$$\mathbf{X}_n\mathbf{A} = \mathbf{X}_{n+1} \stackrel{?}{=} \mathbf{X}_n$$

$$
\begin{gathered}
\mathbf{X}_0\mathbf{A} = \mathbf{X}_1 \\
\mathbf{X}_1\mathbf{A} = \mathbf{X}_2 \\
\mathbf{X}_2\mathbf{A} = \mathbf{X}_3 \\
\vdots \\
\mathbf{X}_n\mathbf{A} = \mathbf{X}_{n+1} \stackrel{?}{=} \mathbf{X}_n
\end{gathered}
$$

$$
\mathbf{X}_n\mathbf{A} = \mathbf{X}_n
$$

$$\mathbf{X}_0\mathbf{A} = \mathbf{X}_1$$

$$\mathbf{X}_1\mathbf{A} = \mathbf{X}_2$$

$$\mathbf{X}_2\mathbf{A} = \mathbf{X}_3$$

$$\vdots$$

$$\mathbf{X}_n\mathbf{A} = \mathbf{X}_{n+1} \stackrel{?}{=} \mathbf{X}_n$$

$$\mathbf{X}_n\mathbf{A} = \mathbf{X}_n$$

Ici, $\mathbf{X}_n$ est un état stable.

$$\mathbf{X}_0\mathbf{A} = \mathbf{X}_1$$

$$\mathbf{X}_1\mathbf{A} = \mathbf{X}_2$$

$$\mathbf{X}_2\mathbf{A} = \mathbf{X}_3$$

$$\vdots$$

$$\mathbf{X}_n\mathbf{A} = \mathbf{X}_{n+1} \stackrel{?}{=} \mathbf{X}_n$$

$$\mathbf{X}_n\mathbf{A} = \mathbf{X}_n$$

Ici, $\mathbf{X}_n$ est un état stable.

$$\mathbf{X}_n\mathbf{A} = \mathbf{X}_n\mathbf{I}$$

$$\mathbf{X}_0\mathbf{A} = \mathbf{X}_1$$

$$\mathbf{X}_1\mathbf{A} = \mathbf{X}_2$$

$$\mathbf{X}_2\mathbf{A} = \mathbf{X}_3$$

$$\vdots$$

$$\mathbf{X}_n\mathbf{A} = \mathbf{X}_{n+1} \stackrel{?}{=} \mathbf{X}_n$$

$$\mathbf{X}_n\mathbf{A} = \mathbf{X}_n$$

Ici, $\mathbf{X}_n$ est un état stable.

$$\mathbf{X}_n\mathbf{A} = \mathbf{X}_n\mathbf{I}$$

$$\mathbf{X}_n\mathbf{A} - \mathbf{X}_n\mathbf{I} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{X}_0\mathbf{A} = \mathbf{X}_1$$

$$\mathbf{X}_1\mathbf{A} = \mathbf{X}_2$$

$$\mathbf{X}_2\mathbf{A} = \mathbf{X}_3$$

$$\vdots$$

$$\mathbf{X}_n\mathbf{A} = \mathbf{X}_{n+1} \stackrel{?}{=} \mathbf{X}_n$$

$\mathbf{X}_n\mathbf{A} = \mathbf{X}_n$ Ici, $\mathbf{X}_n$ est un état stable.

$$\mathbf{X}_n\mathbf{A} = \mathbf{X}_n\mathbf{I}$$

$$\mathbf{X}_n\mathbf{A} - \mathbf{X}_n\mathbf{I} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{X}_n(\mathbf{A} - \mathbf{I}) = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{X}_0\mathbf{A} = \mathbf{X}_1$$

$$\mathbf{X}_1\mathbf{A} = \mathbf{X}_2$$

$$\mathbf{X}_2\mathbf{A} = \mathbf{X}_3$$

$$\vdots$$

$$\mathbf{X}_n\mathbf{A} = \mathbf{X}_{n+1} \stackrel{?}{=} \mathbf{X}_n$$

$\mathbf{X}_n\mathbf{A} = \mathbf{X}_n$ Ici, $\mathbf{X}_n$ est un état stable.

$$\mathbf{X}_n\mathbf{A} = \mathbf{X}_n\mathbf{I}$$

$$\mathbf{X}_n\mathbf{A} - \mathbf{X}_n\mathbf{I} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{X}_n(\mathbf{A} - \mathbf{I}) = \mathbf{0}$$

On a donc un système d'équations linéaires homogènes à résoudre.

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \left[\begin{pmatrix} {\color{red}0,7} & {\color{red}0,1} & {\color{red}0,2} \\ {\color{blue}0,1} & {\color{blue}0,8} & {\color{blue}0,1} \\ {\color{green}0,1} & {\color{green}0,3} & {\color{green}0,6} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \left[\begin{pmatrix} 0,7 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,8 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & 0,6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,7-1 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,8-1 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & 0,6-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \left[\begin{pmatrix} 0,7 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,8 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & 0,6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,7-1 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,8-1 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & 0,6-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0,3 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & -0,2 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & -0,4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \left[\begin{pmatrix} 0,7 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,8 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & 0,6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,7-1 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,8-1 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & 0,6-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0,3 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & -0,2 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & -0,4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\left\{ \begin{array}{rcrcrcl} -0,3x & + & 0,1y & + & 0,1z & = & 0 \\ 0,1x & - & 0,2y & + & 0,3z & = & 0 \\ 0,2x & + & 0,1y & - & 0,4z & = & 0 \end{array} \right.$$

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \left[\begin{pmatrix} 0,7 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,8 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & 0,6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,7-1 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,8-1 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & 0,6-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0,3 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & -0,2 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & -0,4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\left\{ \begin{array}{rcrcrcl} -0,3x & + & 0,1y & + & 0,1z & = & 0 \\ 0,1x & - & 0,2y & + & 0,3z & = & 0 \\ 0,2x & + & 0,1y & - & 0,4z & = & 0 \end{array} \right.$$

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \left[\begin{pmatrix} 0,7 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,8 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & 0,6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,7-1 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,8-1 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & 0,6-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0,3 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & -0,2 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & -0,4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\left\{ \begin{array}{rcrcrcl} -0,3x & + & 0,1y & + & 0,1z & = & 0 \\ 0,1x & - & 0,2y & + & 0,3z & = & 0 \\ 0,2x & + & 0,1y & - & 0,4z & = & 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{rcl} x & = & t \\ y & = & 2t \\ z & = & t \end{array} \right.$$

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \left[\begin{pmatrix} 0,7 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,8 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & 0,6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,7-1 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,8-1 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & 0,6-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0,3 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & -0,2 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & -0,4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\left\{ \begin{array}{rcrcrcl} -0,3x & + & 0,1y & + & 0,1z & = & 0 \\ 0,1x & - & 0,2y & + & 0,3z & = & 0 \\ 0,2x & + & 0,1y & - & 0,4z & = & 0 \end{array} \right. \Longrightarrow \left\{ \begin{array}{rcl} x & = & t \\ y & = & 2t \\ z & = & t \end{array} \right.$$

L'équilibre de la bière:

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \left[\begin{pmatrix} 0,7 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,8 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & 0,6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,7-1 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,8-1 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & 0,6-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0,3 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & -0,2 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & -0,4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\left\{ \begin{array}{rcrcrcl} -0,3x & + & 0,1y & + & 0,1z & = & 0 \\ 0,1x & - & 0,2y & + & 0,3z & = & 0 \\ 0,2x & + & 0,1y & - & 0,4z & = & 0 \end{array} \right. \Longrightarrow \left\{ \begin{array}{rcl} x & = & t \\ y & = & 2t \\ z & = & t \end{array} \right.$$

L'équilibre de la bière: $\begin{pmatrix} 75 & 150 & 75 \end{pmatrix}$


Google
PageRank

Aujourd'hui, nous avons vu

Aujourd'hui, nous avons vu

- ✓ La définition d'une matrice.

Aujourd'hui, nous avons vu

- ✓ La définition d'une matrice.
- ✓ Les définitions de matrices particulières.

Aujourd'hui, nous avons vu

- ✓ La définition d'une matrice.
- ✓ Les définitions de matrices particulières.
- ✓ La somme de matrices.

Aujourd'hui, nous avons vu

- ✓ La définition d'une matrice.
- ✓ Les définitions de matrices particulières.
- ✓ La somme de matrices.
- ✓ La multiplication d'une matrice par un scalaire.

Aujourd'hui, nous avons vu

- ✓ La définition d'une matrice.
- ✓ Les définitions de matrices particulières.
- ✓ La somme de matrices.
- ✓ La multiplication d'une matrice par un scalaire.
- ✓ La multiplication de matrices.

Devoir: p.204, # 1 à 19