8.4 NOMBRES COMPLEXES ET TRANSFORMATIONS

Cours 28

Au dernier cours, nous avons vu

Au dernier cours, nous avons vu

✓ Les racines de l'unité.

Au dernier cours, nous avons vu

- ✓ Les racines de l'unité.
- ✓ Le théorème fondamental de l'algèbre.

Aujourd'hui, nous allons voir

Aujourd'hui, nous allons voir

- ✓ Le lien entre les matrices et les nombres complexes.

Aujourd'hui, nous allons voir

- ✓ Le lien entre les matrices et les nombres complexes.
- ✓ La façon dont on peut interpréter certaines fonctions complexes comme des transformations du plan.

Dans cette section, nous allons explorer quelques fonctions à une variable complexe

Dans cette section, nous allons explorer quelques fonctions à une variable complexe

$$f : \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C}$$

Dans cette section, nous allons explorer quelques fonctions à une variable complexe

$$f : \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C}$$

Le graphe d'une telle fonction n'est pas simple à visualiser car un nombre complexe est dans un plan.

Dans cette section, nous allons explorer quelques fonctions à une variable complexe

$$f : \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C}$$

Le graphe d'une telle fonction n'est pas simple à visualiser car un nombre complexe est dans un plan.

$$f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$$

Dans cette section, nous allons explorer quelques fonctions à une variable complexe

$$f : \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C}$$

Le graphe d'une telle fonction n'est pas simple à visualiser car un nombre complexe est dans un plan.

$$f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$$

Mais notre étude des transformations linéaires nous a un peu habitués à de telles fonctions.

À l’aide de la formule de De Moivre, on peut comprendre que la fonction

À l'aide de la formule de De Moivre, on peut comprendre que la fonction

$$f(z) = \alpha z$$

À l'aide de la formule de De Moivre, on peut comprendre que la fonction

$$f(z) = \alpha z \qquad \text{avec}$$

À l'aide de la formule de De Moivre, on peut comprendre que la fonction

$$f(z) = \alpha z \qquad \text{avec} \qquad \alpha = re^{i\theta}$$

À l'aide de la formule de De Moivre, on peut comprendre que la fonction

$$f(z) = \alpha z \qquad \text{avec} \qquad \alpha = re^{i\theta}$$

va avoir pour effet de faire tourner chaque nombre complexe d'un angle θ et dilater d'un facteur r.

À l'aide de la formule de De Moivre, on peut comprendre que la fonction

$$f(z) = \alpha z \qquad \text{avec} \qquad \alpha = re^{i\theta}$$

va avoir pour effet de faire tourner chaque nombre complexe d'un angle θ et dilater d'un facteur r.

On a déjà vu une telle transformation.

À l'aide de la formule de De Moivre, on peut comprendre que la fonction

$$f(z) = \alpha z \qquad \text{avec} \qquad \alpha = re^{i\theta}$$

va avoir pour effet de faire tourner chaque nombre complexe d'un angle θ et dilater d'un facteur r.

On a déjà vu une telle transformation.

C'est une similitude directe.

On peut expliciter le lien avec les transformations linéaires comme suit.

On peut expliciter le lien avec les transformations linéaires comme suit.

$\mathbb{C}$ est un espace vectoriel de base $\mathcal{B} = \langle 1, i \rangle$,

On peut expliciter le lien avec les transformations linéaires comme suit.

$\mathbb{C}$ est un espace vectoriel de base $\mathcal{B} = \langle 1, i \rangle$,

mais l'ensemble des matrices est aussi un espace vectoriel.

On peut expliciter le lien avec les transformations linéaires comme suit.

$\mathbb{C}$ est un espace vectoriel de base $\mathcal{B} = \langle 1, i \rangle$,

mais l'ensemble des matrices est aussi un espace vectoriel.

$\mathrm{Mat}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ a comme base

On peut expliciter le lien avec les transformations linéaires comme suit.

$\mathbb{C}$ est un espace vectoriel de base $\mathcal{B} = \langle 1, i \rangle$,

mais l'ensemble des matrices est aussi un espace vectoriel.

$\mathrm{Mat}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ a comme base

$$\mathcal{C} = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle$$

On peut expliciter le lien avec les transformations linéaires comme suit.

$\mathbb{C}$ est un espace vectoriel de base $\mathcal{B} = \langle 1, i \rangle$,

mais l'ensemble des matrices est aussi un espace vectoriel.

$\mathrm{Mat}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ a comme base

$$\mathcal{C} = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle$$

car

On peut expliciter le lien avec les transformations linéaires comme suit.

$\mathbb{C}$ est un espace vectoriel de base $\mathcal{B} = \langle 1, i \rangle$,

mais l'ensemble des matrices est aussi un espace vectoriel.

$\mathrm{Mat}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ a comme base

$$\mathcal{C} = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle$$

car

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = a\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + c\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + d\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Mais ces deux espaces vectoriels ne sont pas de même dimension!

Mais ces deux espaces vectoriels ne sont pas de même dimension!

$$\dim(\mathbb{C}) = 2$$

Mais ces deux espaces vectoriels ne sont pas de même dimension!

$$\dim(\mathbb{C}) = 2 \qquad \dim(\mathrm{Mat}_{2\times 2}(\mathbb{R})) = 4$$

Mais ces deux espaces vectoriels ne sont pas de même dimension!

$$\dim(\mathbb{C}) = 2 \qquad\qquad \dim(\mathrm{Mat}_{2\times 2}(\mathbb{R})) = 4$$

Si on veut voir les nombres complexes comme des matrices,
on ne pourra pas toutes les prendre.

Mais ces deux espaces vectoriels ne sont pas de même dimension!

$$\dim(\mathbb{C}) = 2 \qquad\qquad \dim(\mathrm{Mat}_{2\times 2}(\mathbb{R})) = 4$$

Si on veut voir les nombres complexes comme des matrices, on ne pourra pas toutes les prendre.

Il faut donc trouver un sous-espace vectoriel des matrices de dimension 2.

Mais ces deux espaces vectoriels ne sont pas de même dimension!

$$\dim(\mathbb{C}) = 2 \qquad\qquad \dim(\mathrm{Mat}_{2\times 2}(\mathbb{R})) = 4$$

Si on veut voir les nombres complexes comme des matrices,
on ne pourra pas toutes les prendre.

Il faut donc trouver un sous-espace vectoriel des matrices
de dimension 2.

Hum!?!

Mais ces deux espaces vectoriels ne sont pas de même dimension!

$$\dim(\mathbb{C}) = 2 \qquad\qquad \dim(\mathrm{Mat}_{2\times 2}(\mathbb{R})) = 4$$

Si on veut voir les nombres complexes comme des matrices,
on ne pourra pas toutes les prendre.

Il faut donc trouver un sous-espace vectoriel des matrices
de dimension 2.

Hum!?!

Comment faire?

Bien, il suffit de regarder ce que fait la base de $\mathbb{C}$ et de la modéliser à l'aide d'une matrice.

Bien, il suffit de regarder ce que fait la base de $\mathbb{C}$ et de la modéliser à l'aide d'une matrice.

La multiplication par 1 fait...

Bien, il suffit de regarder ce que fait la base de $\mathbb{C}$ et de la modéliser à l'aide d'une matrice.

La multiplication par 1 fait... rien!

Bien, il suffit de regarder ce que fait la base de $\mathbb{C}$ et de la modéliser à l'aide d'une matrice.

La multiplication par 1 fait... rien!

1

Bien, il suffit de regarder ce que fait la base de $\mathbb{C}$ et de la modéliser à l'aide d'une matrice.

La multiplication par 1 fait... rien!

$$1 \longrightarrow$$

Bien, il suffit de regarder ce que fait la base de $\mathbb{C}$ et de la modéliser à l'aide d'une matrice.

La multiplication par 1 fait... rien!

$$1 \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Bien, il suffit de regarder ce que fait la base de $\mathbb{C}$ et de la modéliser à l'aide d'une matrice.

La multiplication par 1 fait... rien!

$$1 \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La multiplication par i fait...

Bien, il suffit de regarder ce que fait la base de $\mathbb{C}$ et de la modéliser à l'aide d'une matrice.

La multiplication par 1 fait... rien!

$$1 \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La multiplication par i fait... une rotation de $90°$.

Bien, il suffit de regarder ce que fait la base de $\mathbb{C}$ et de la modéliser à l'aide d'une matrice.

La multiplication par 1 fait... rien!

$$1 \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La multiplication par i fait... une rotation de 90°.

$$i$$

Bien, il suffit de regarder ce que fait la base de $\mathbb{C}$ et de la modéliser à l'aide d'une matrice.

La multiplication par 1 fait... rien!

$$1 \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La multiplication par i fait... une rotation de 90°.

$$i \longrightarrow$$

Bien, il suffit de regarder ce que fait la base de $\mathbb{C}$ et de la modéliser à l'aide d'une matrice.

La multiplication par 1 fait... rien!

$$1 \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La multiplication par i fait... une rotation de 90°.

$$i \longrightarrow \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

On peut donc faire l’association suivante:

On peut donc faire l'association suivante:

$$z = a + bi = a(1) + b(i)$$

On peut donc faire l'association suivante:

$$z = a + bi = a(1) + b(i)$$

On peut donc faire l'association suivante:

$$z = a + bi = a(1) + b(i)$$

$$a\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$$

On peut donc faire l'association suivante:

$$z = a + bi = a(1) + b(i)$$

$$a\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$$

On peut donc faire l'association suivante:

$$z = a + bi = a(1) + b(i)$$

$$a\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$$

On peut donc faire l'association suivante:

$$z = a + bi = a(1) + b(i)$$

$$a\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$$

On peut donc faire l'association suivante:

$$z = a + bi = a(1) + b(i)$$

$$a\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$$

On peut donc faire l'association suivante:

$$z = a + bi = a(1) + b(i)$$

$$a\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$$

Mais on voit un peu mieux la similitude directe si

On peut donc faire l'association suivante:

$$z = a + bi = a(1) + b(i)$$

$$a\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$$

Mais on voit un peu mieux la similitude directe si

$$z = r\cos\theta + ir\sin\theta$$

On peut donc faire l'association suivante:

$$z = a + bi = a(1) + b(i)$$

$$a\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$$

Mais on voit un peu mieux la similitude directe si

$$z = r\cos\theta + ir\sin\theta \longrightarrow$$

On peut donc faire l'association suivante:

$$z = a + bi = a(1) + b(i)$$

$$a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$$

Mais on voit un peu mieux la similitude directe si

$$z = r\cos\theta + ir\sin\theta \longrightarrow \begin{pmatrix} r\cos\theta & -r\sin\theta \\ r\sin\theta & r\cos\theta \end{pmatrix}$$

On peut donc faire l'association suivante:

$$z = a + bi = a(1) + b(i)$$

$$a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$$

Mais on voit un peu mieux la similitude directe si

$$z = r\cos\theta + ir\sin\theta \longrightarrow \begin{pmatrix} r\cos\theta & -r\sin\theta \\ r\sin\theta & r\cos\theta \end{pmatrix}$$

On peut donc faire l'association suivante:

$$z = a + bi = a(1) + b(i)$$

$$a\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$$

Mais on voit un peu mieux la similitude directe si

$$z = r\cos\theta + ir\sin\theta \longrightarrow \begin{pmatrix} r\cos\theta & -r\sin\theta \\ r\sin\theta & r\cos\theta \end{pmatrix}$$

On peut donc faire l'association suivante:

$$z = a + bi = a(1) + b(i)$$

$$a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$$

Mais on voit un peu mieux la similitude directe si

$$z = r\cos\theta + ir\sin\theta \longrightarrow \begin{pmatrix} r\cos\theta & -r\sin\theta \\ r\sin\theta & r\cos\theta \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} r & 0 \\ 0 & r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

C’est bien beau tout ça, mais la multiplication complexe est-elle cohérente avec le produit matriciel?

C’est bien beau tout ça, mais la multiplication complexe est-elle cohérente avec le produit matriciel?

D’un côté, on a

C'est bien beau tout ça, mais la multiplication complexe est-elle cohérente avec le produit matriciel?

D'un côté, on a $\quad z_1 z_2 = (a+bi)(c+di)$

C'est bien beau tout ça, mais la multiplication complexe est-elle cohérente avec le produit matriciel?

D'un côté, on a

$$\begin{aligned} z_1 z_2 &= (a+bi)(c+di) \\ &= ac + adi + bci + bdi^2 \end{aligned}$$

C'est bien beau tout ça, mais la multiplication complexe est-elle cohérente avec le produit matriciel?

D'un côté, on a

$$\begin{aligned} z_1 z_2 &= (a+bi)(c+di) \\ &= ac + adi + bci + bdi^2 \\ &= (ac-bd) + (ad+bc)i \end{aligned}$$

C'est bien beau tout ça, mais la multiplication complexe est-elle cohérente avec le produit matriciel?

D'un côté, on a

$$\begin{aligned} z_1 z_2 &= (a+bi)(c+di) \\ &= ac + adi + bci + bdi^2 \\ &= (ac - bd) + (ad + bc)i \end{aligned}$$

de l'autre, on a

C'est bien beau tout ça, mais la multiplication complexe est-elle cohérente avec le produit matriciel?

D'un côté, on a

$$\begin{aligned} z_1 z_2 &= (a+bi)(c+di) \\ &= ac + adi + bci + bdi^2 \\ &= (ac - bd) + (ad + bc)i \end{aligned}$$

de l'autre, on a

$$\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c & -d \\ d & c \end{pmatrix}$$

C'est bien beau tout ça, mais la multiplication complexe est-elle cohérente avec le produit matriciel?

D'un côté, on a
$$\begin{aligned} z_1 z_2 &= (a+bi)(c+di) \\ &= ac + adi + bci + bdi^2 \\ &= (ac-bd) + (ad+bc)i \end{aligned}$$

de l'autre, on a

$$\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} c & -d \\ d & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ac-bd & -ad-bc \\ bc+ad & -bd+ac \end{pmatrix}$$

C'est bien beau tout ça, mais la multiplication complexe est-elle cohérente avec le produit matriciel?

D'un côté, on a

$$\begin{aligned} z_1 z_2 &= (a+bi)(c+di) \\ &= ac + adi + bci + bdi^2 \\ &= (ac-bd) + (ad+bc)i \end{aligned}$$

de l'autre, on a

$$\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c & -d \\ d & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ac-bd & -ad-bc \\ bc+ad & -bd+ac \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} ac-bd & -(ad+bc) \\ ad+bc & ac-bd \end{pmatrix}$$

C'est bien beau tout ça, mais la multiplication complexe est-elle cohérente avec le produit matriciel?

D'un côté, on a
$$\begin{aligned} z_1 z_2 &= (a+bi)(c+di) \\ &= ac + adi + bci + bdi^2 \\ &= (ac - bd) + (ad + bc)i \end{aligned}$$

de l'autre, on a

$$\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} c & -d \\ d & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ac - bd & -ad - bc \\ bc + ad & -bd + ac \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} ac - bd & -(ad + bc) \\ ad + bc & ac - bd \end{pmatrix}$$

C'est bien beau tout ça, mais la multiplication complexe est-elle cohérente avec le produit matriciel?

D'un côté, on a
$$\begin{aligned} z_1 z_2 &= (a+bi)(c+di) \\ &= ac + adi + bci + bdi^2 \\ &= (ac-bd) + (ad+bc)i \end{aligned}$$

de l'autre, on a

$$\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} c & -d \\ d & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ac-bd & -ad-bc \\ bc+ad & -bd+ac \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} ac-bd & -(ad+bc) \\ ad+bc & ac-bd \end{pmatrix}$$

On peut aussi vérifier que

On peut aussi vérifier que

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

On peut aussi vérifier que

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

On peut aussi vérifier que

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Faites les exercices suivants

p.312 # 1

La deuxième fonction qu'on va regarder est:

La deuxième fonction qu'on va regarder est:

$$f(z) = z + \beta$$

La deuxième fonction qu'on va regarder est:

$f(z) = z + \beta \qquad$ avec

La deuxième fonction qu'on va regarder est:

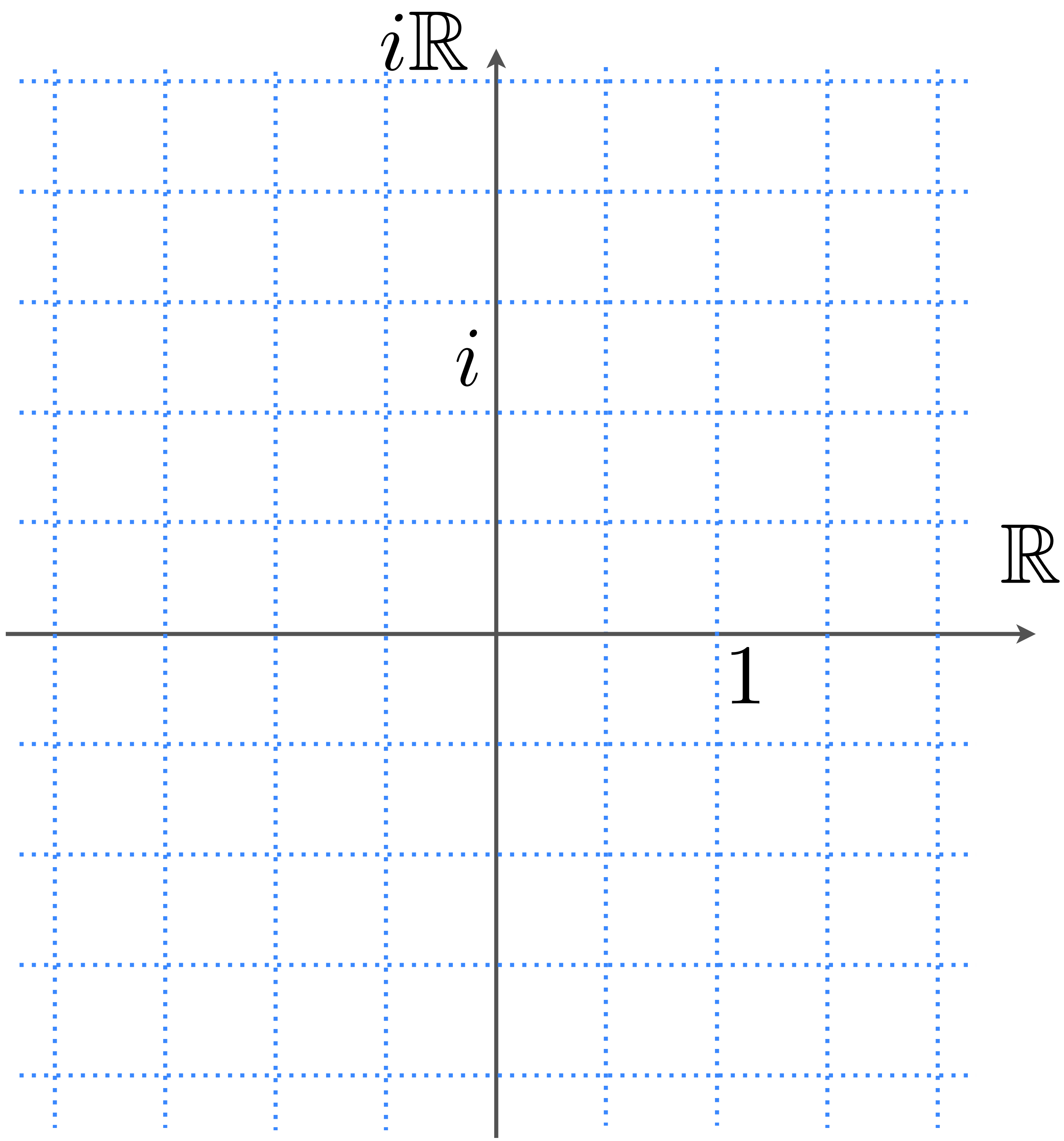
$$f(z) = z + \beta \qquad \text{avec} \qquad \beta = a + bi$$

La deuxième fonction qu'on va regarder est:

$$f(z) = z + \beta \qquad \text{avec} \qquad \beta = a + bi \ \in \mathbb{C}$$

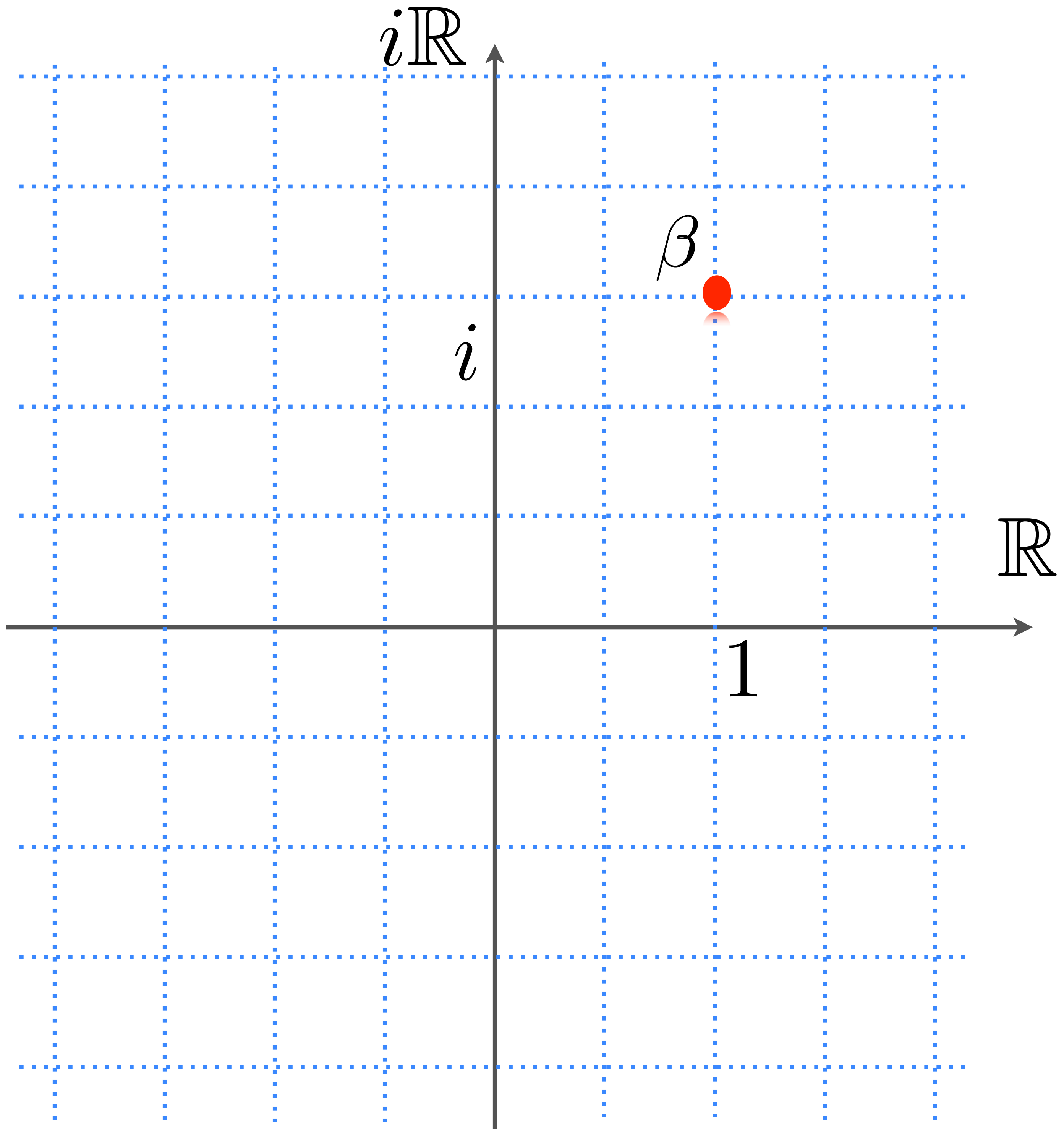
La deuxième fonction qu'on va regarder est:

$$f(z) = z + \beta \qquad \text{avec} \qquad \beta = a + bi \ \in \mathbb{C}$$



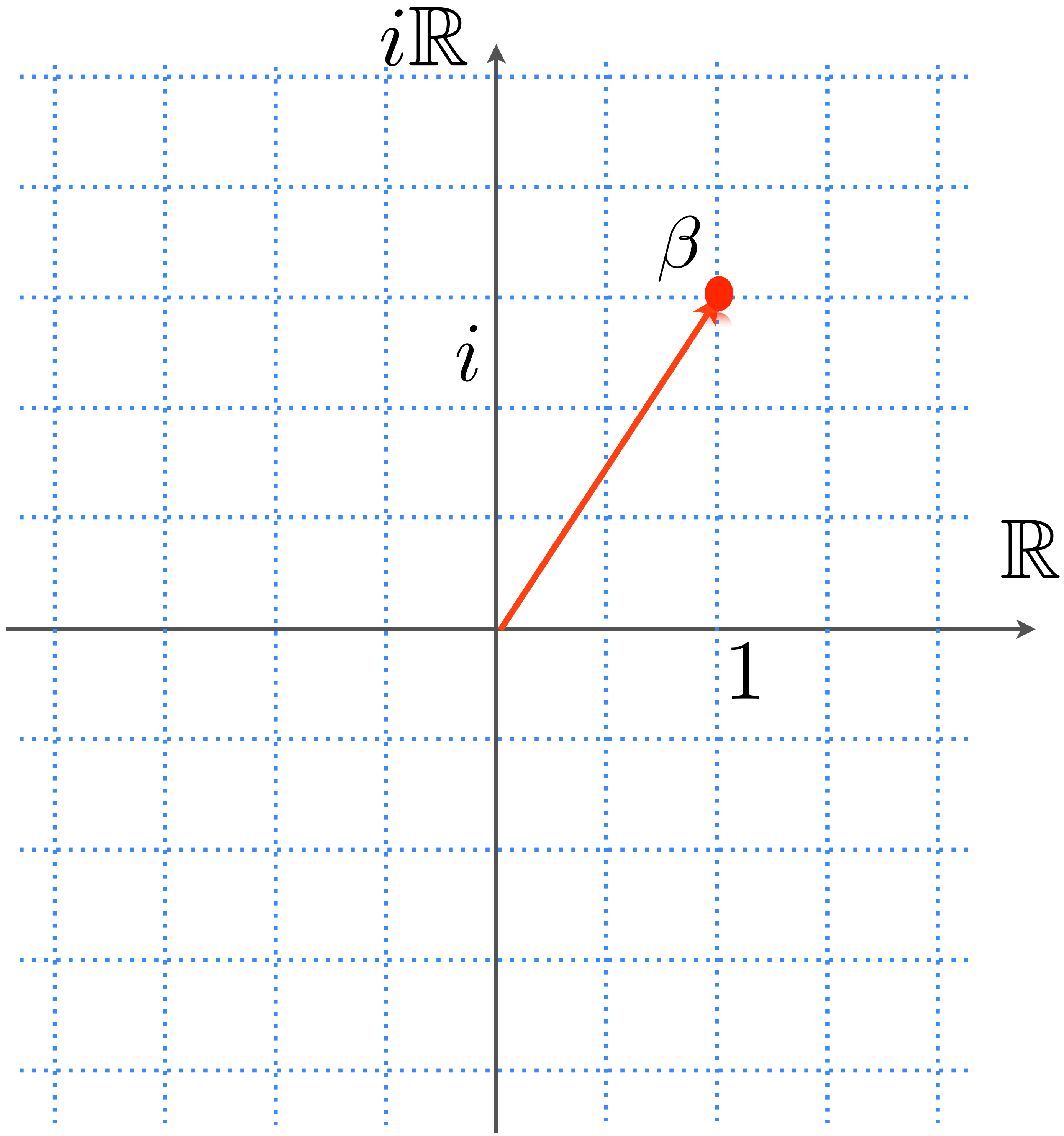
La deuxième fonction qu'on va regarder est:

$$f(z) = z + \beta \qquad \text{avec} \qquad \beta = a + bi \ \in \mathbb{C}$$



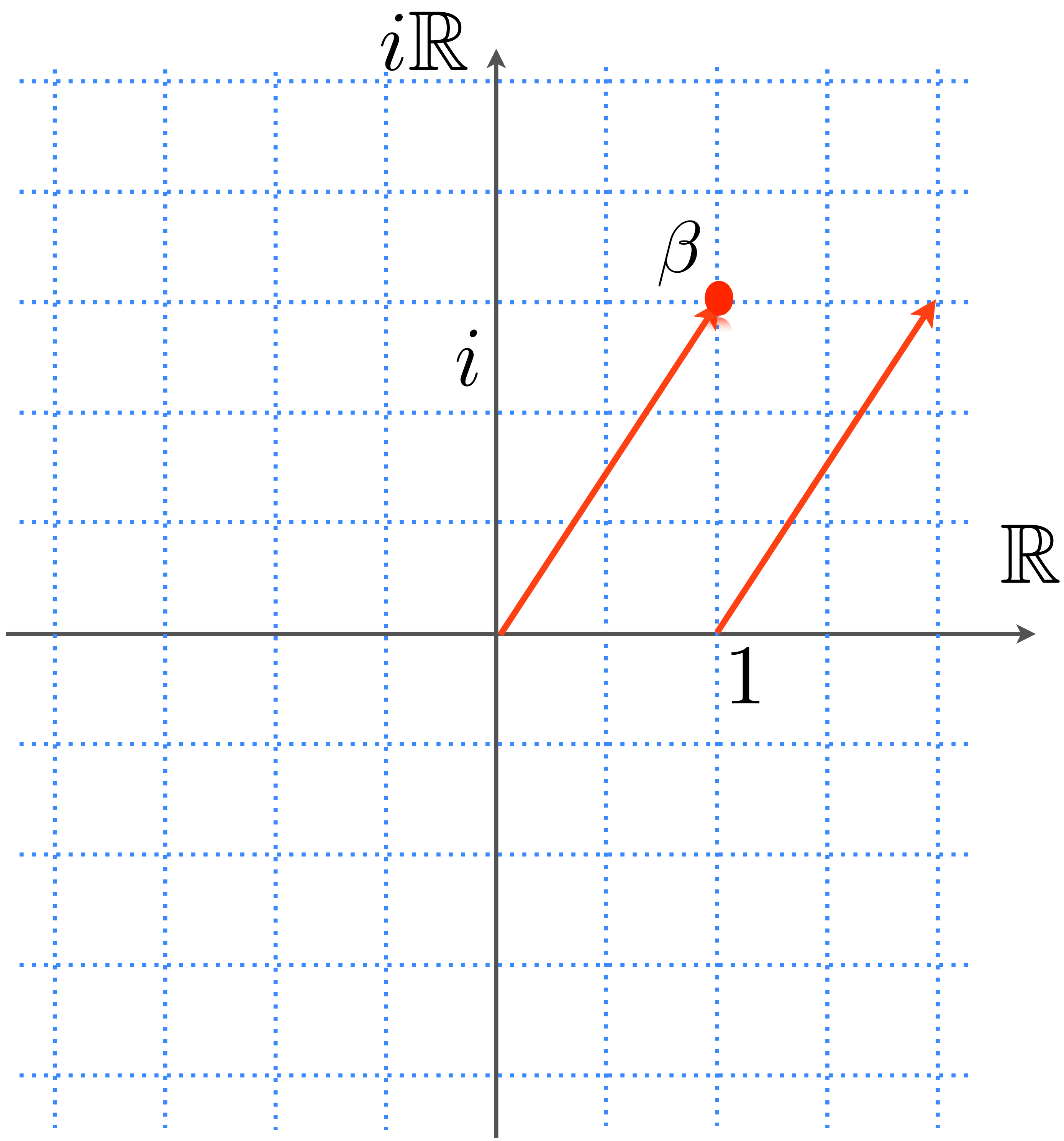
La deuxième fonction qu'on va regarder est:

$$f(z) = z + \beta \qquad \text{avec} \qquad \beta = a + bi \;\in \mathbb{C}$$



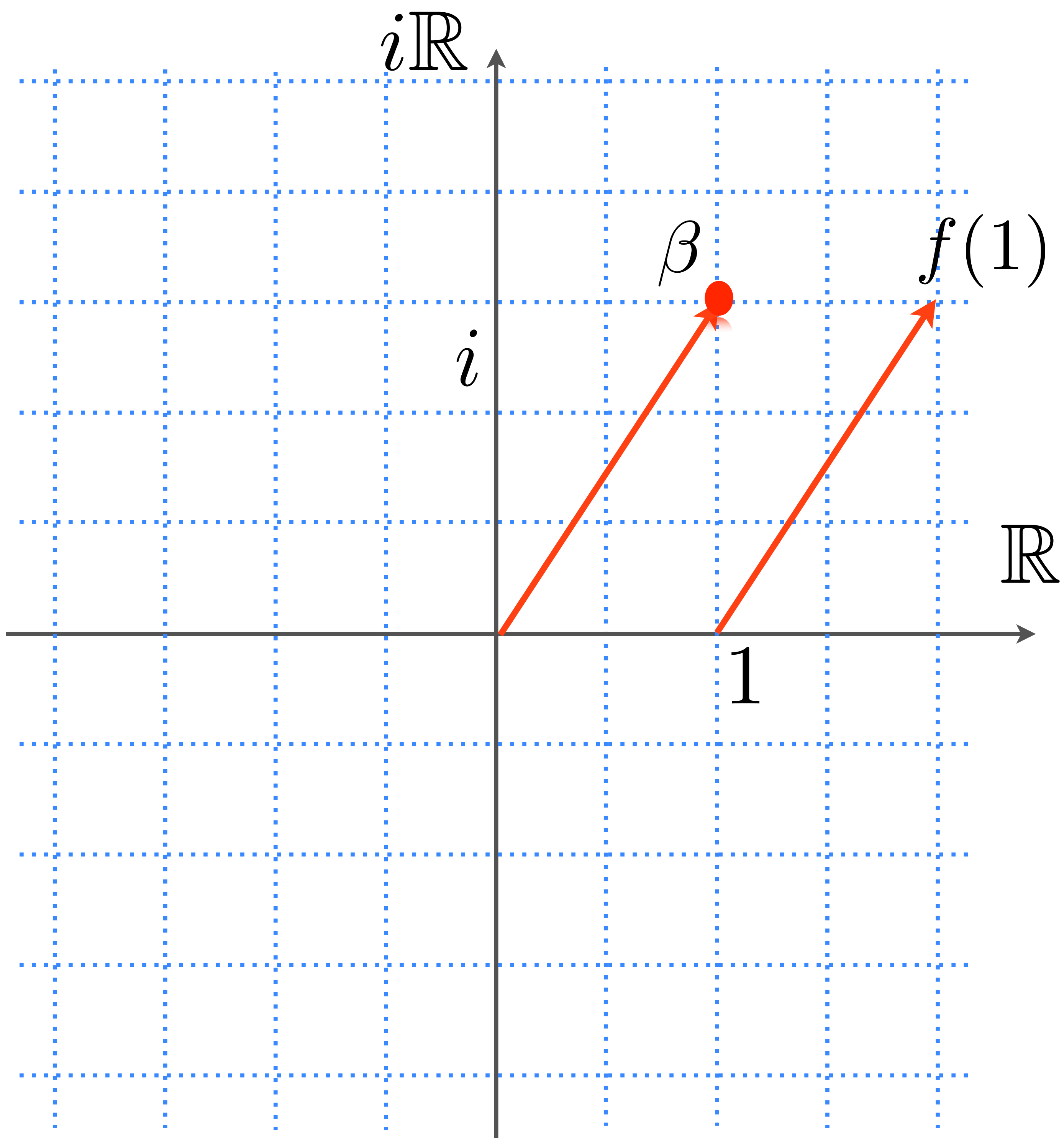
La deuxième fonction qu'on va regarder est:

$$f(z) = z + \beta \qquad \text{avec} \qquad \beta = a + bi \ \in \mathbb{C}$$



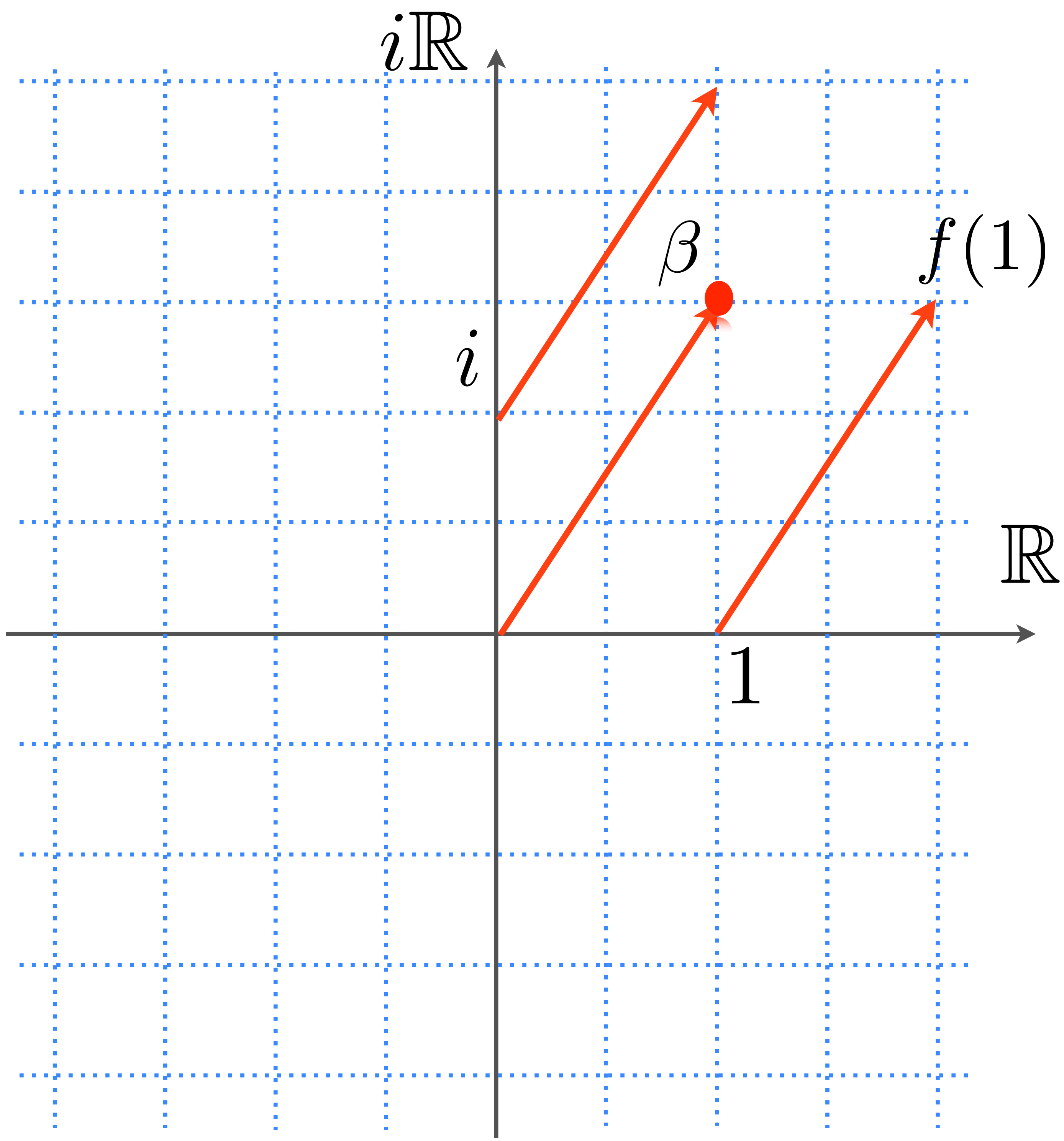
La deuxième fonction qu'on va regarder est:

$$f(z) = z + \beta \qquad \text{avec} \qquad \beta = a + bi \ \in \mathbb{C}$$



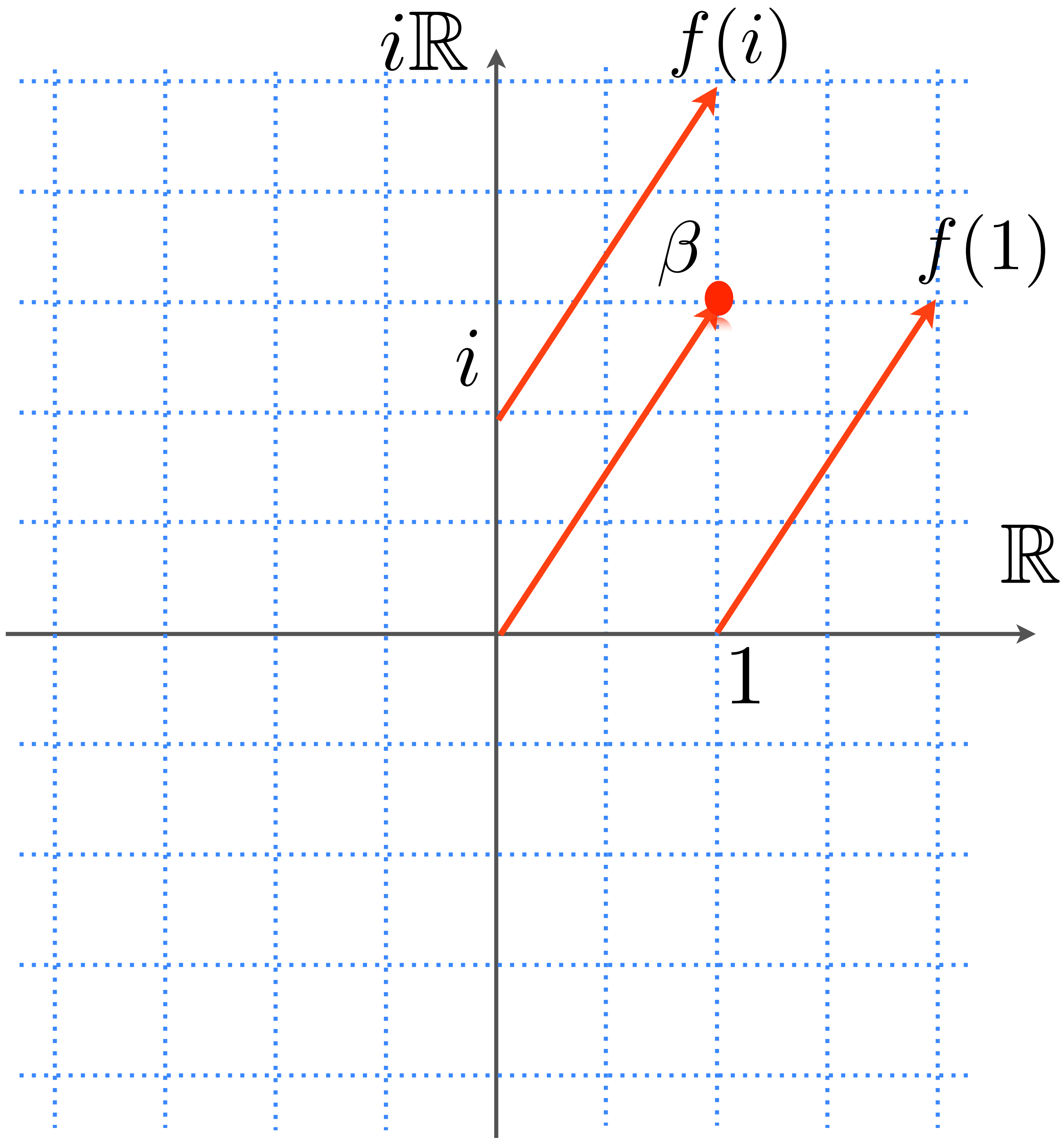
La deuxième fonction qu'on va regarder est:

$$f(z) = z + \beta \qquad \text{avec} \qquad \beta = a + bi \ \in \mathbb{C}$$



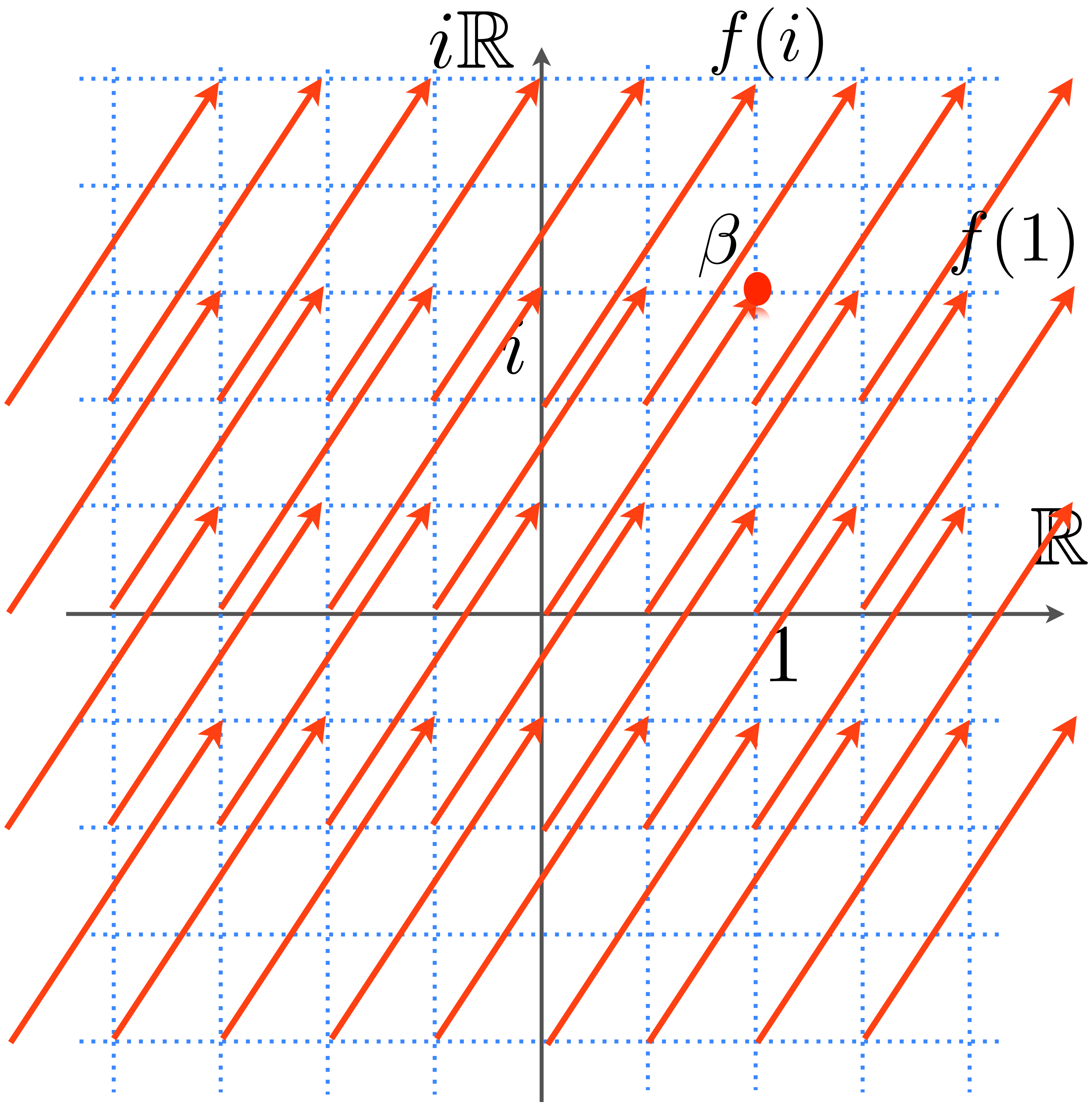
La deuxième fonction qu'on va regarder est:

$$f(z) = z + \beta \qquad \text{avec} \qquad \beta = a + bi \ \in \mathbb{C}$$



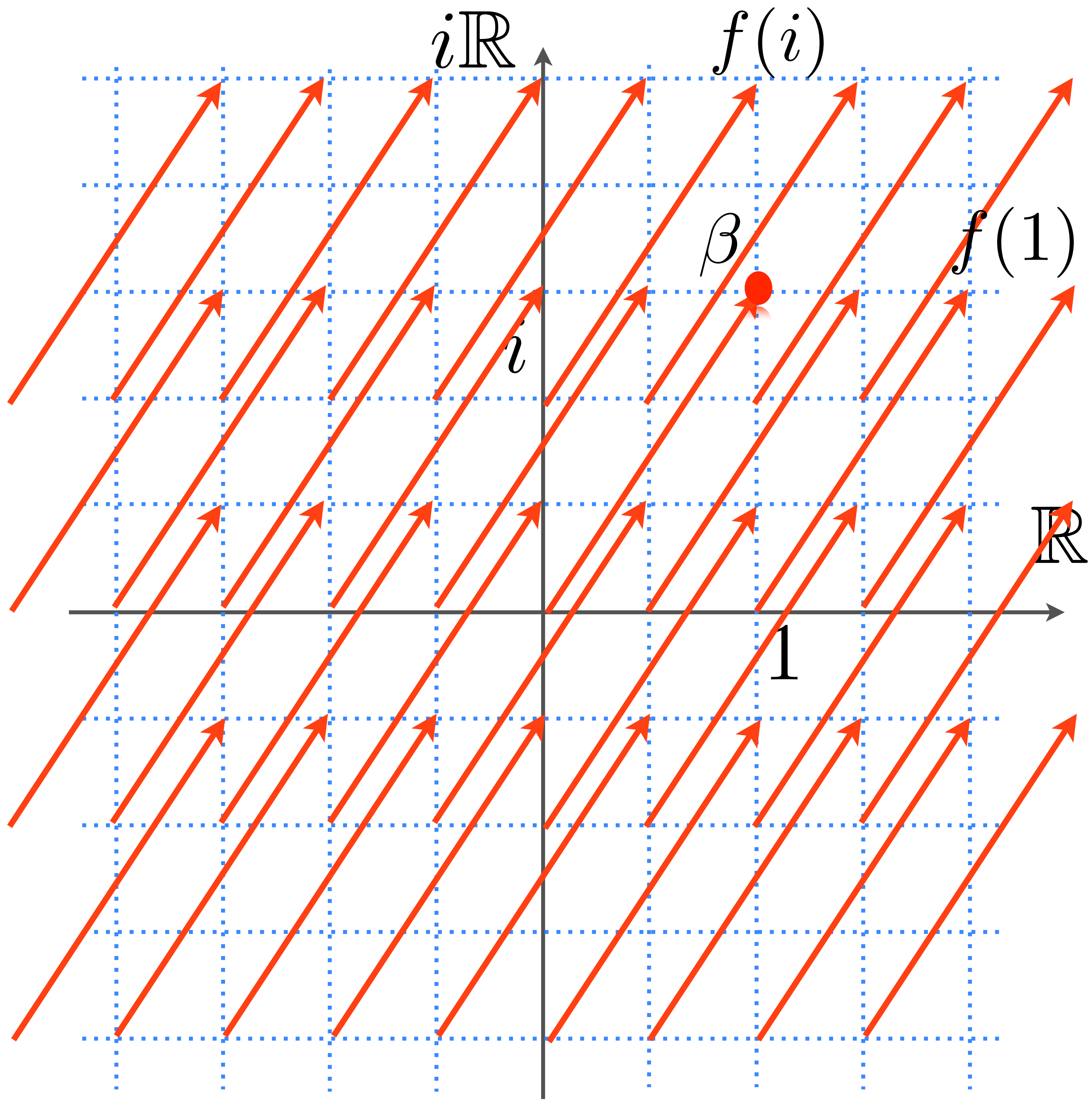
La deuxième fonction qu'on va regarder est:

$$f(z) = z + \beta \qquad \text{avec} \qquad \beta = a + bi \ \in \mathbb{C}$$



La deuxième fonction qu'on va regarder est:

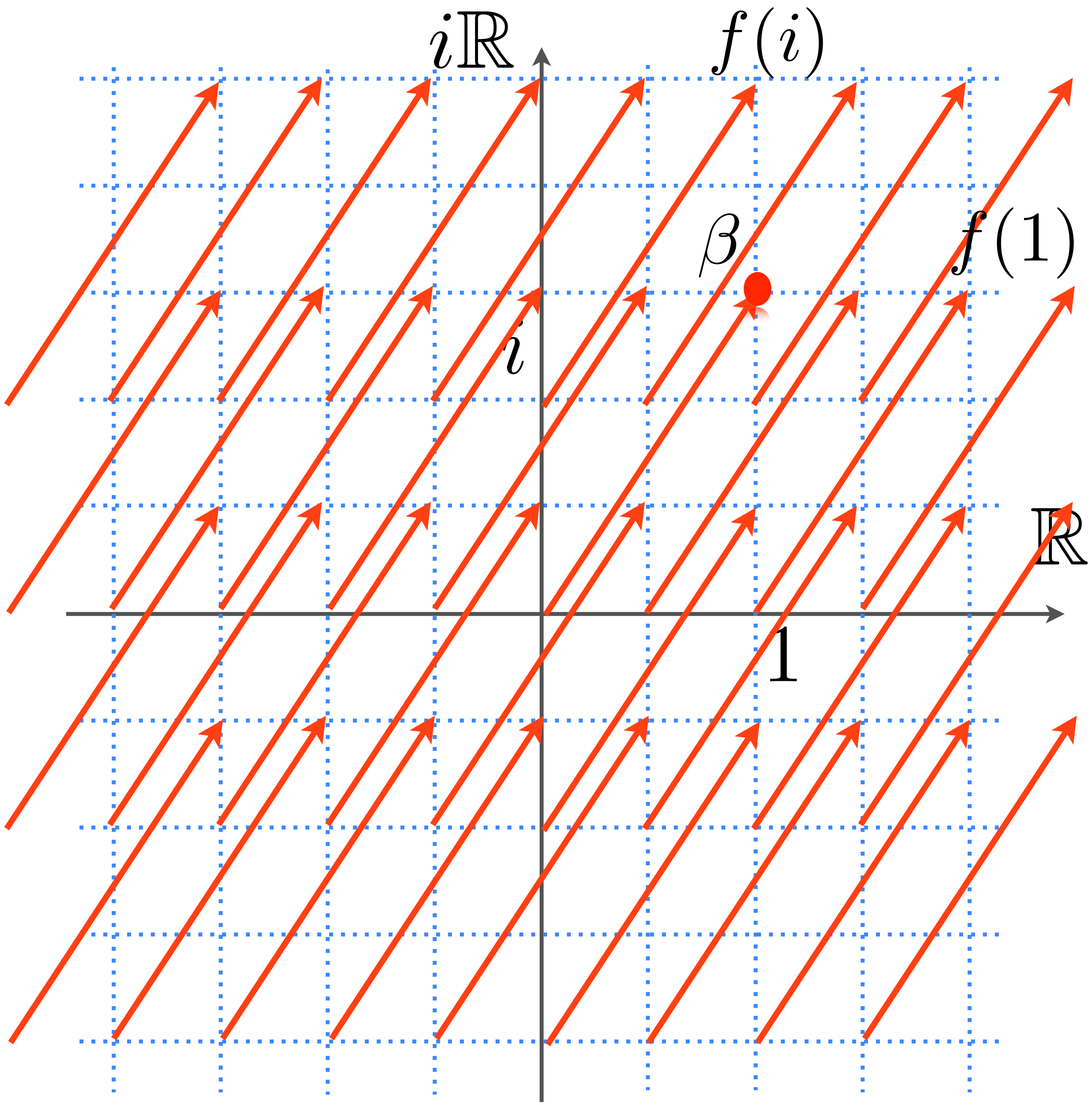
$$f(z) = z + \beta \qquad \text{avec} \qquad \beta = a + bi \ \in \mathbb{C}$$



C'est une translation!

La deuxième fonction qu'on va regarder est:

$$f(z) = z + \beta \qquad \text{avec} \qquad \beta = a + bi \ \in \mathbb{C}$$

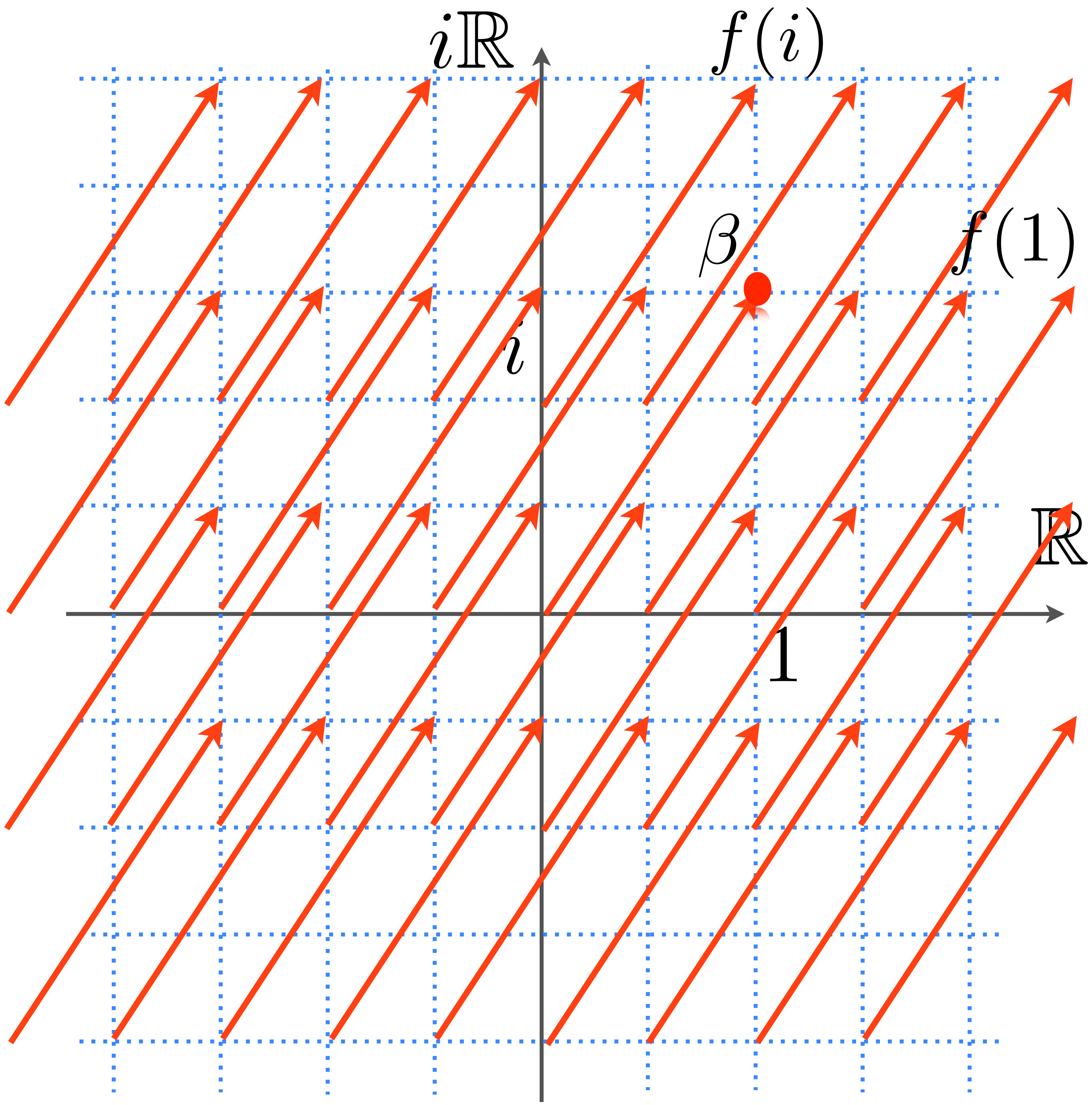


C'est une translation!

Cette translation est définie par le vecteur

La deuxième fonction qu'on va regarder est:

$$f(z) = z + \beta \qquad \text{avec} \qquad \beta = a + bi \ \in \mathbb{C}$$



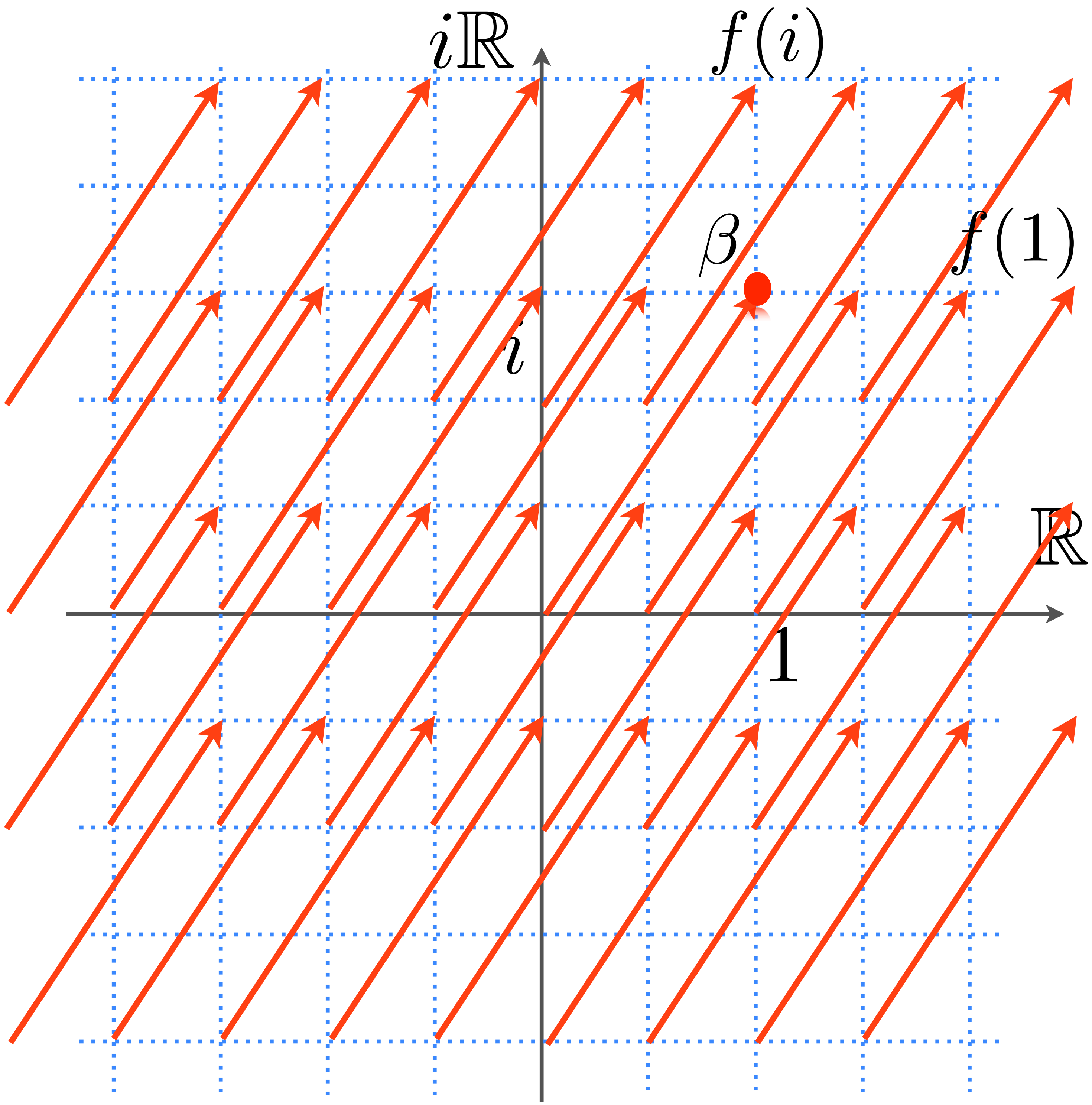
C'est une translation!

Cette translation est définie par le vecteur

$$(a, b)$$

La deuxième fonction qu'on va regarder est:

$$f(z) = z + \beta \qquad \text{avec} \qquad \beta = a + bi \ \in \mathbb{C}$$



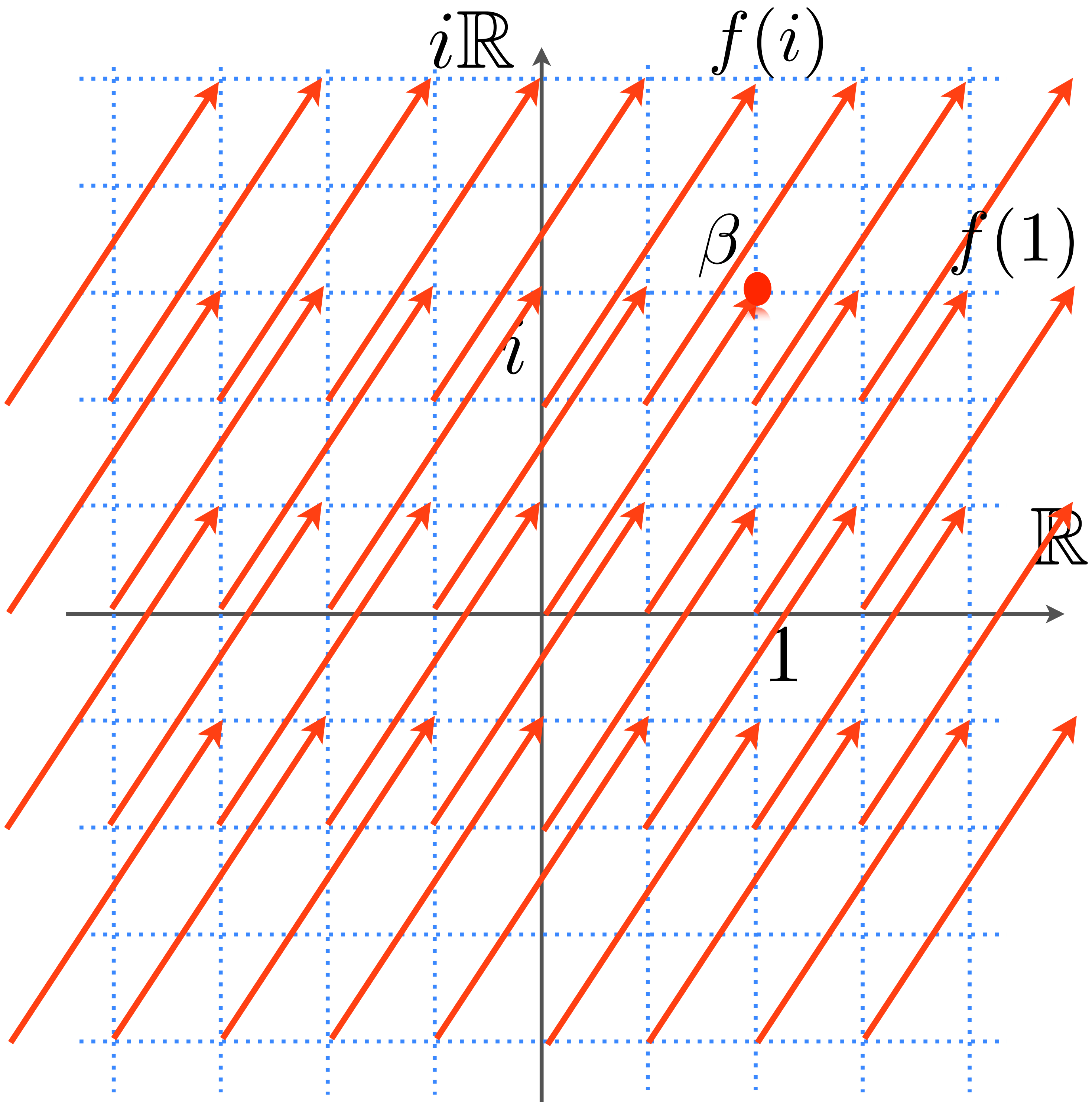
C'est une translation!

Cette translation est définie par le vecteur

$$(a, b)$$

La deuxième fonction qu'on va regarder est:

$$f(z) = z + \beta \qquad \text{avec} \qquad \beta = a + bi \in \mathbb{C}$$



C'est une translation!

Cette translation est définie par le vecteur

$$(a, b)$$

On peut combiner les deux fonctions qu’on a vues pour obtenir la fonction

On peut combiner les deux fonctions qu'on a vues pour obtenir la fonction

$$f(z) = \alpha z + \beta$$

On peut combiner les deux fonctions qu'on a vues pour obtenir la fonction

$$f(z) = \alpha z + \beta \qquad \text{avec}$$

On peut combiner les deux fonctions qu'on a vues pour obtenir la fonction

$$f(z) = \alpha z + \beta \qquad \text{avec} \qquad \alpha, \beta \in \mathbb{C}$$

On peut combiner les deux fonctions qu'on a vues pour obtenir la fonction

$$f(z) = \alpha z + \beta \qquad \text{avec} \qquad \alpha, \beta \in \mathbb{C} \qquad \text{et}$$

On peut combiner les deux fonctions qu'on a vues pour obtenir la fonction

$$f(z) = \alpha z + \beta \qquad \text{avec} \qquad \alpha, \beta \in \mathbb{C} \qquad \text{et} \qquad \alpha \neq 1$$

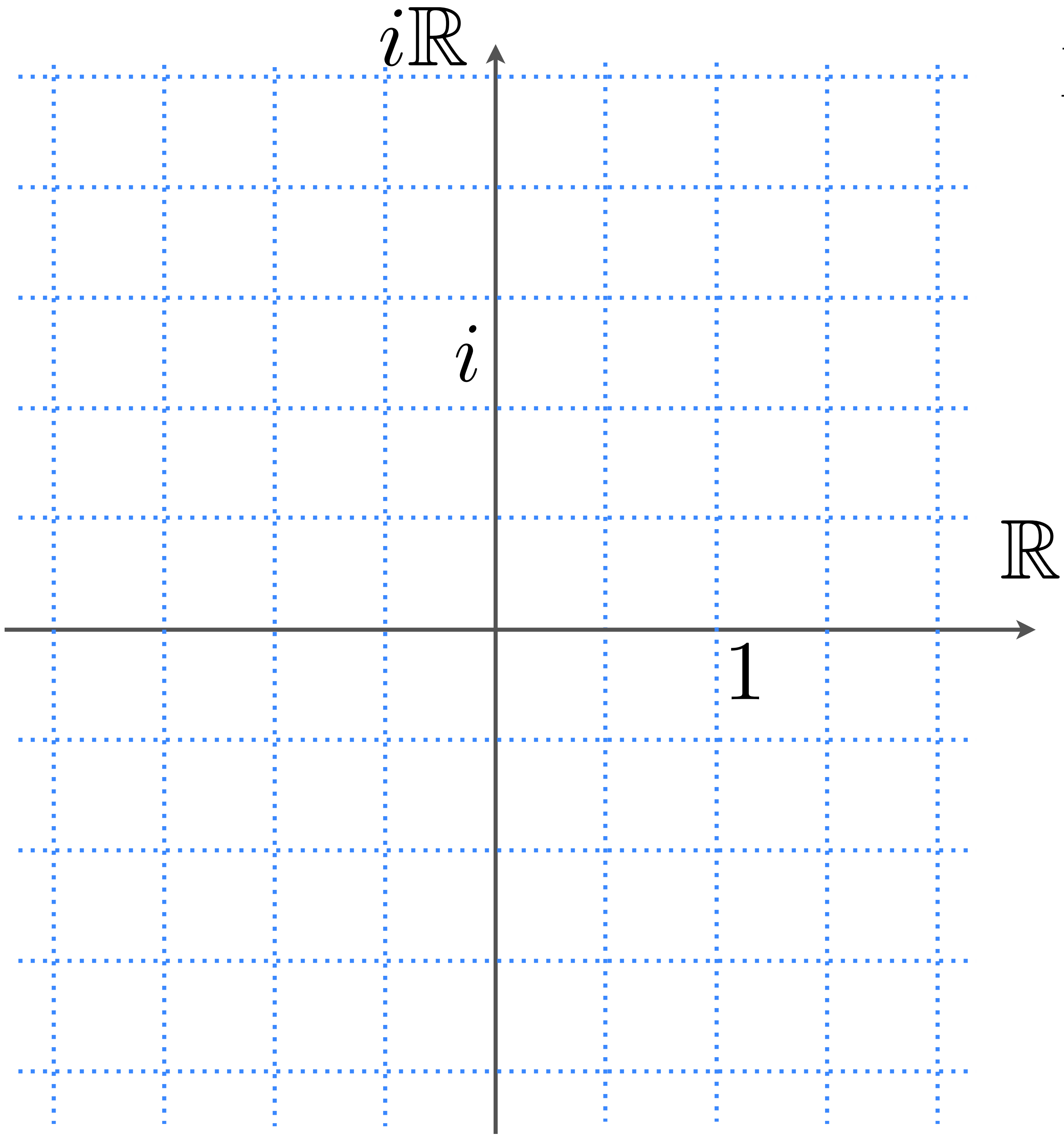
On peut combiner les deux fonctions qu'on a vues pour obtenir la fonction

$$f(z) = \alpha z + \beta \qquad \text{avec} \qquad \alpha, \beta \in \mathbb{C} \qquad \text{et} \qquad \alpha \neq 1$$

En considérant les deux fonctions précédentes, on peut s'attendre à obtenir une similitude directe décentrée.

On peut combiner les deux fonctions qu'on a vues pour obtenir la fonction

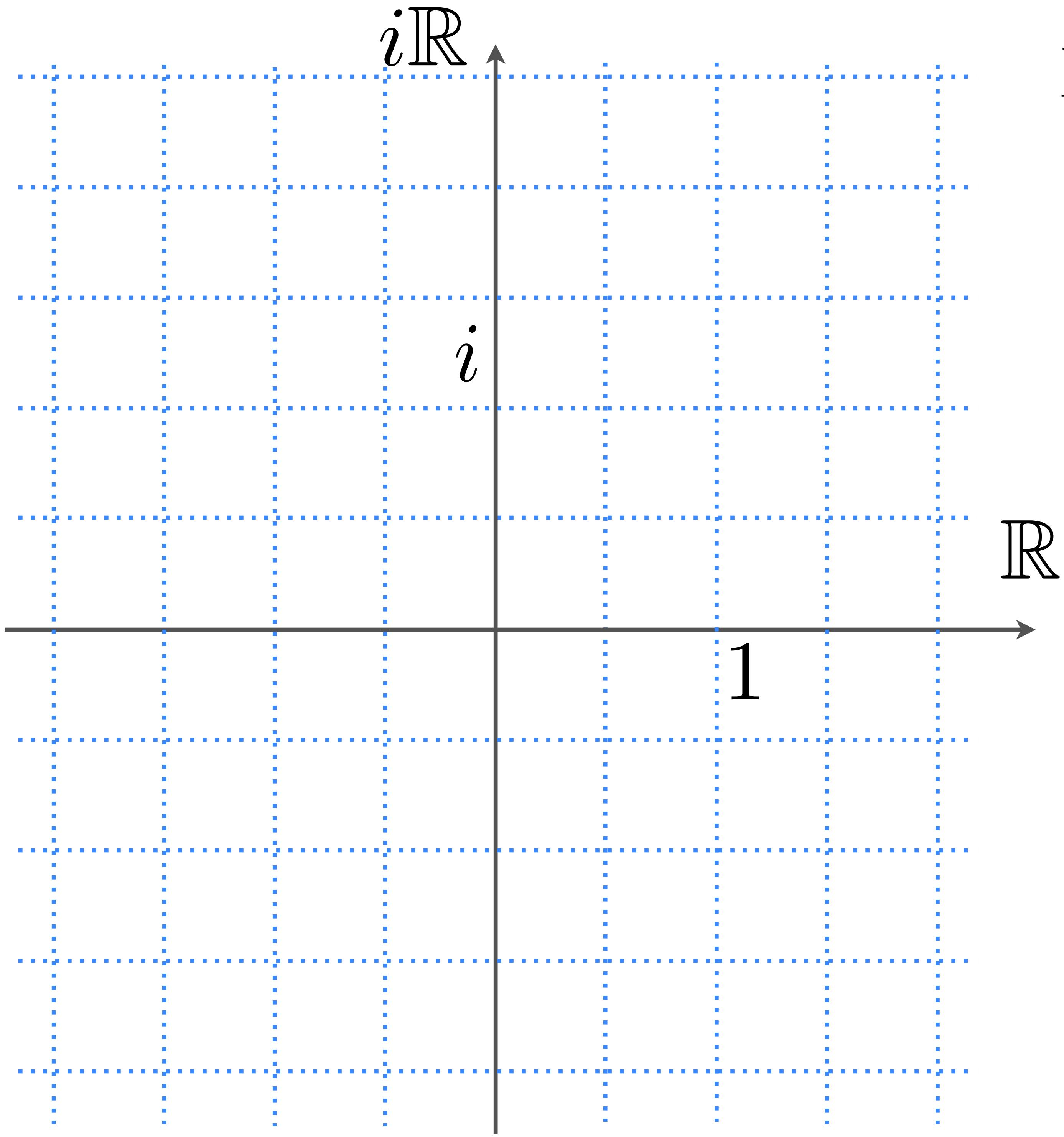
$$f(z) = \alpha z + \beta \qquad \text{avec} \qquad \alpha, \beta \in \mathbb{C} \qquad \text{et} \qquad \alpha \neq 1$$



En considérant les deux fonctions précédentes, on peut s'attendre à obtenir une similitude directe décentrée.

On peut combiner les deux fonctions qu'on a vues pour obtenir la fonction

$$f(z) = \alpha z + \beta \quad \text{avec} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{C} \quad \text{et} \quad \alpha \neq 1$$

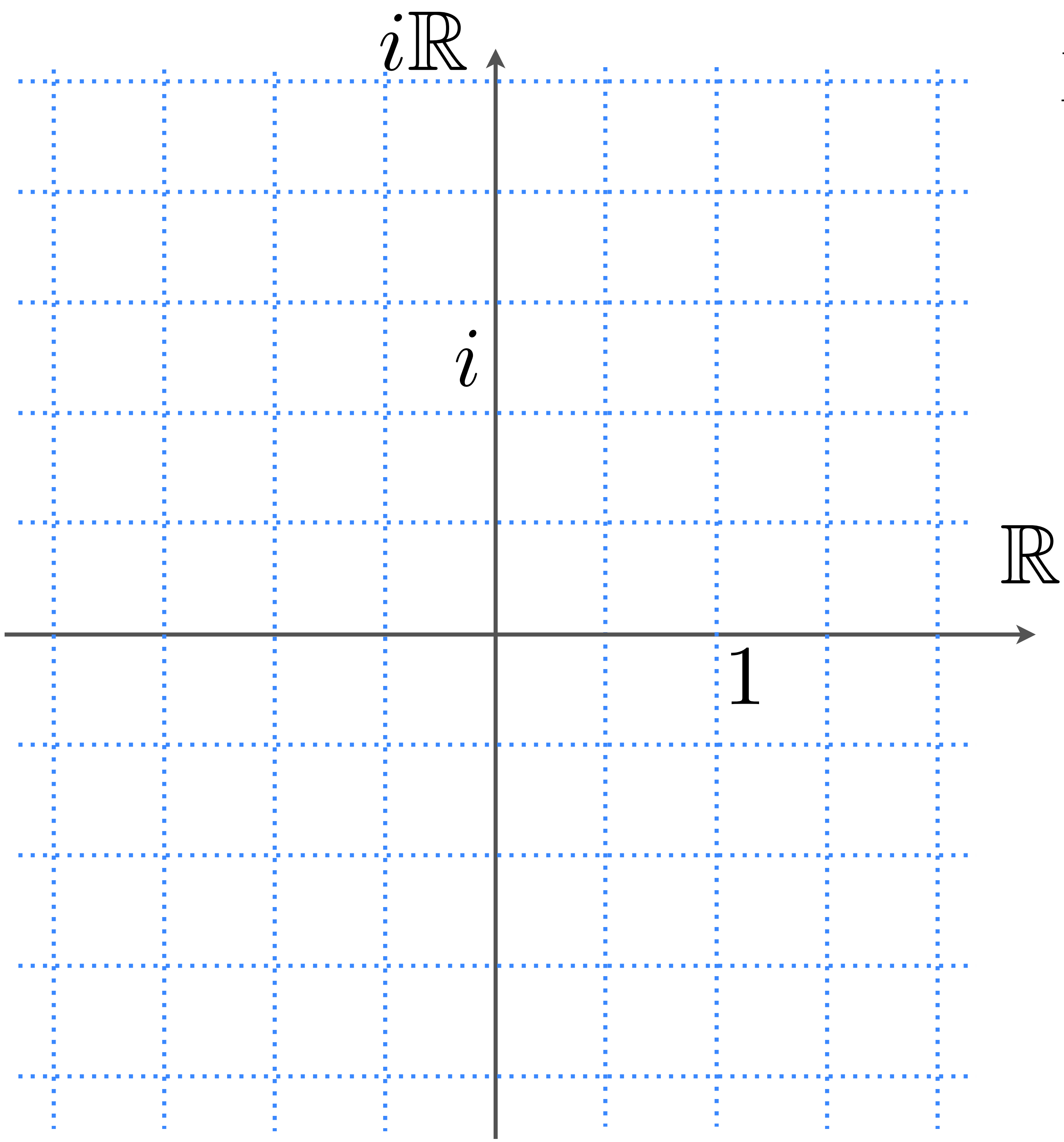


En considérant les deux fonctions précédentes, on peut s'attendre à obtenir une similitude directe décentrée.

$$\alpha = re^{i\theta}$$

On peut combiner les deux fonctions qu'on a vues pour obtenir la fonction

$$f(z) = \alpha z + \beta \quad \text{avec} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{C} \quad \text{et} \quad \alpha \neq 1$$

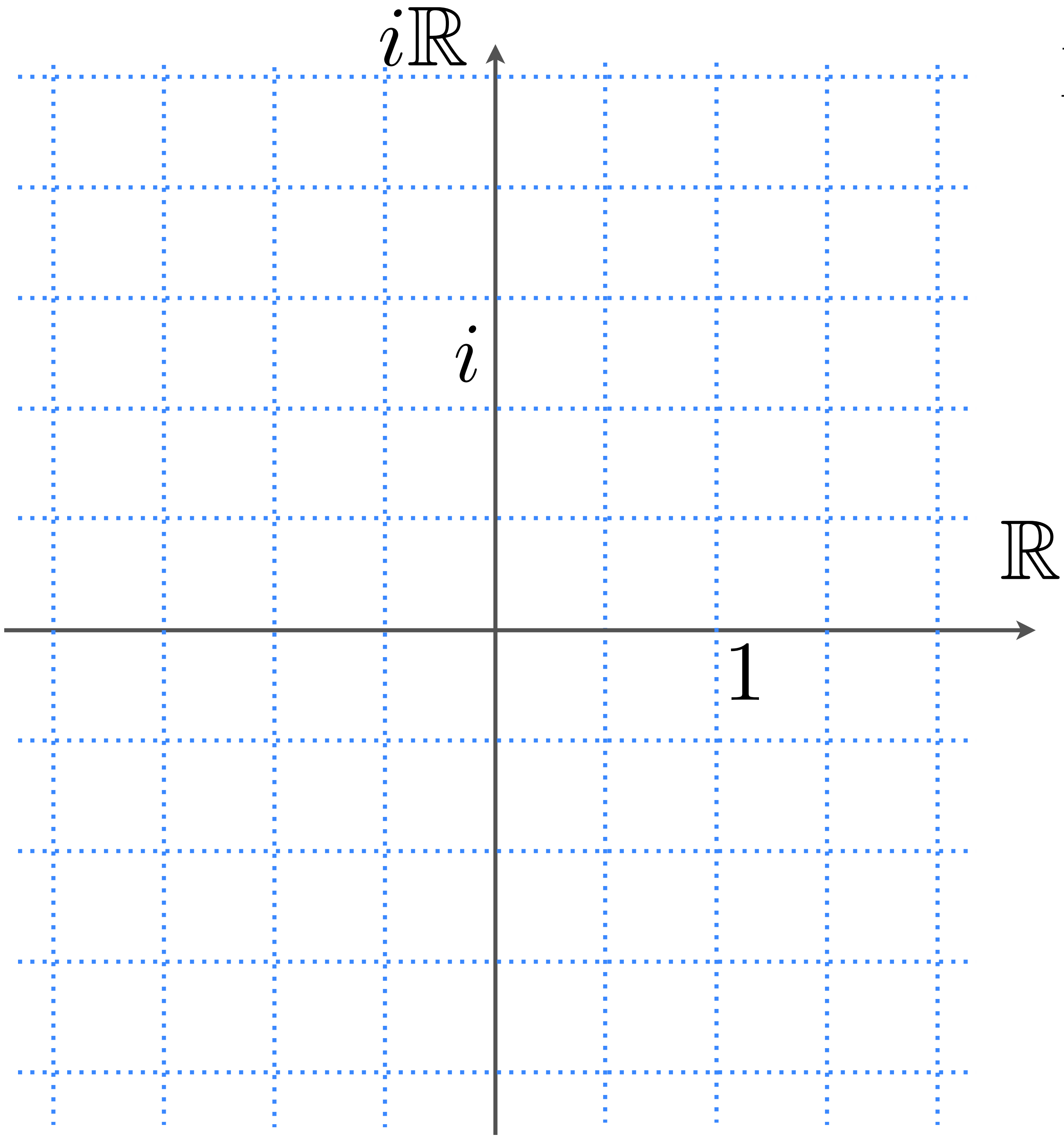


En considérant les deux fonctions précédentes, on peut s'attendre à obtenir une similitude directe décentrée.

$$\alpha = re^{i\theta}$$

On peut combiner les deux fonctions qu'on a vues pour obtenir la fonction

$$f(z) = \alpha z + \beta \quad \text{avec} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{C} \quad \text{et} \quad \alpha \neq 1$$



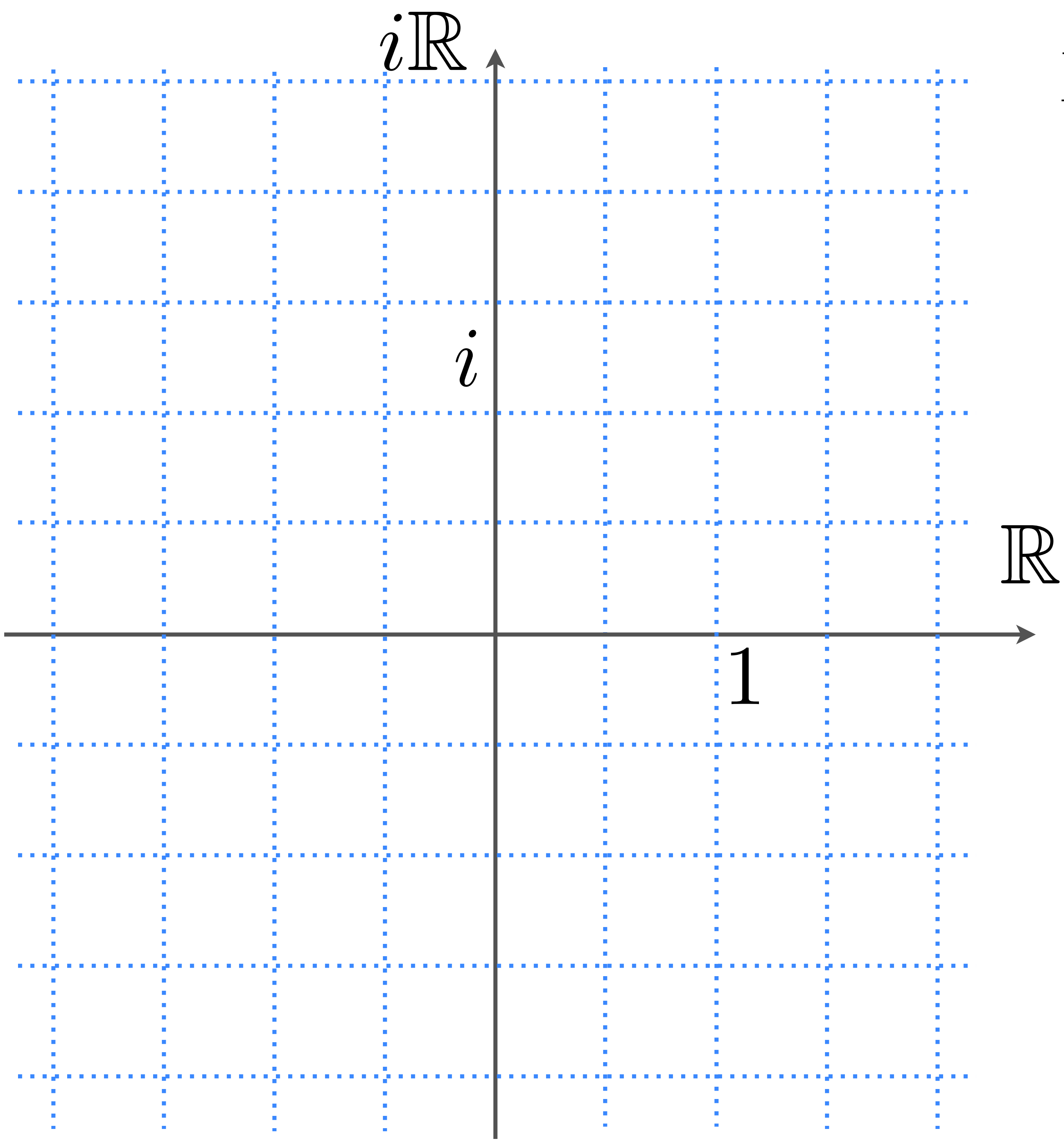
En considérant les deux fonctions précédentes, on peut s'attendre à obtenir une similitude directe décentrée.

$$\alpha = re^{i\theta}$$

Homothétie de facteur r

On peut combiner les deux fonctions qu'on a vues pour obtenir la fonction

$$f(z) = \alpha z + \beta \quad \text{avec} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{C} \quad \text{et} \quad \alpha \neq 1$$



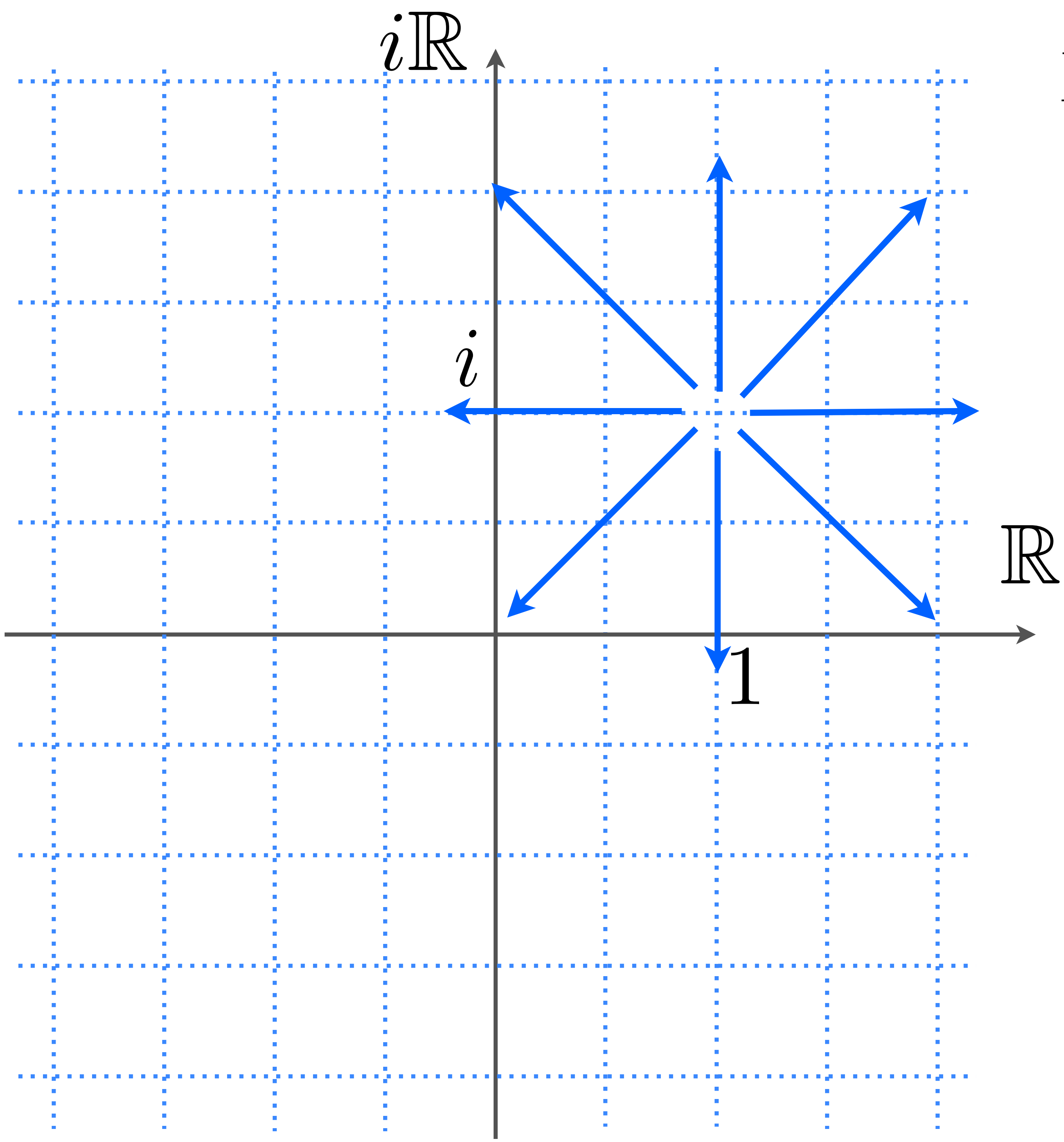
En considérant les deux fonctions précédentes, on peut s'attendre à obtenir une similitude directe décentrée.

$$\alpha = re^{i\theta}$$

Homothétie de facteur r

On peut combiner les deux fonctions qu'on a vues pour obtenir la fonction

$$f(z) = \alpha z + \beta \quad \text{avec} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{C} \quad \text{et} \quad \alpha \neq 1$$



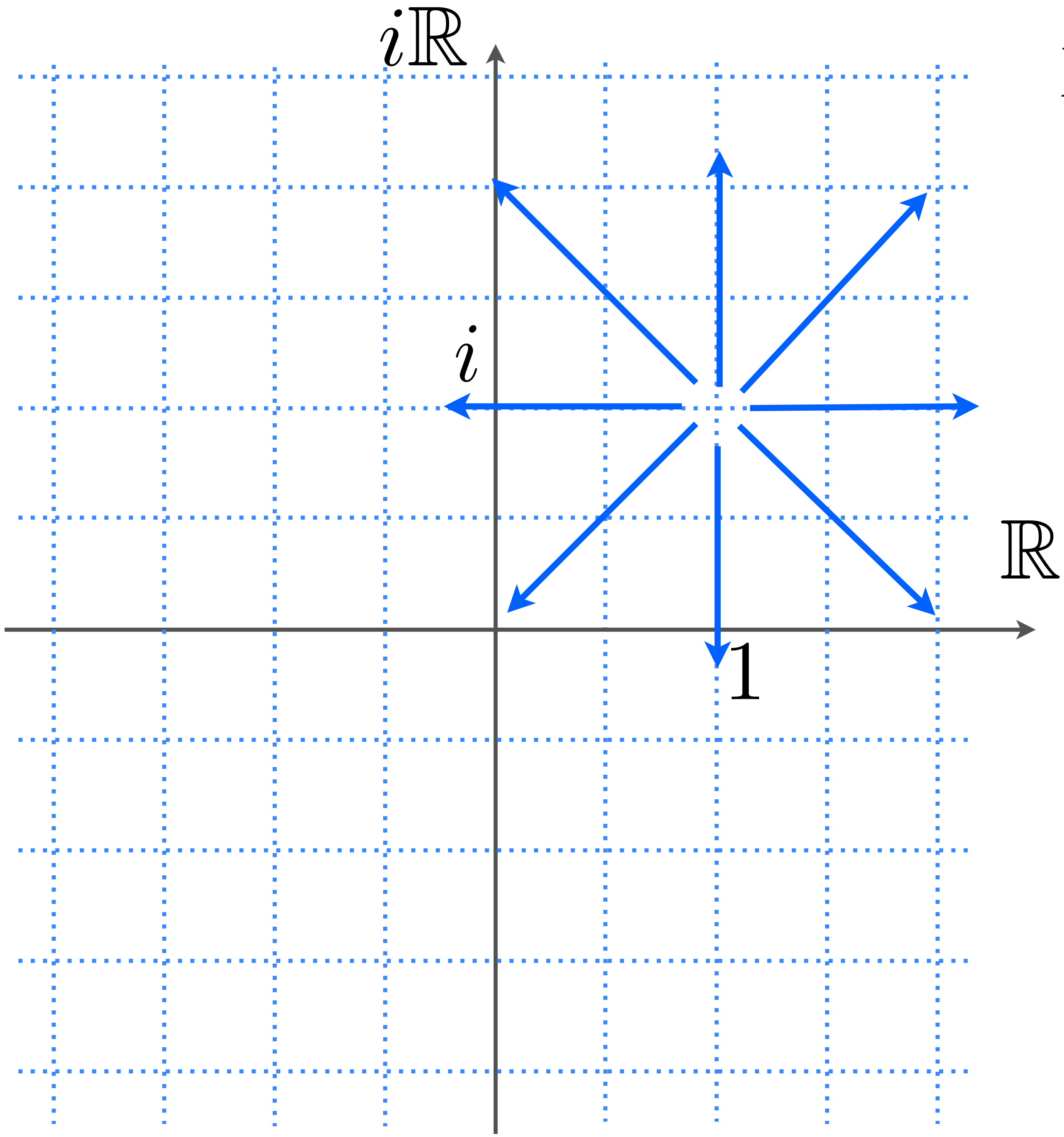
En considérant les deux fonctions précédentes, on peut s'attendre à obtenir une similitude directe décentrée.

$$\alpha = re^{i\theta}$$

Homothétie de facteur r

On peut combiner les deux fonctions qu'on a vues pour obtenir la fonction

$$f(z) = \alpha z + \beta \qquad \text{avec} \qquad \alpha, \beta \in \mathbb{C} \qquad \text{et} \qquad \alpha \neq 1$$



En considérant les deux fonctions précédentes, on peut s'attendre à obtenir une similitude directe décentrée.

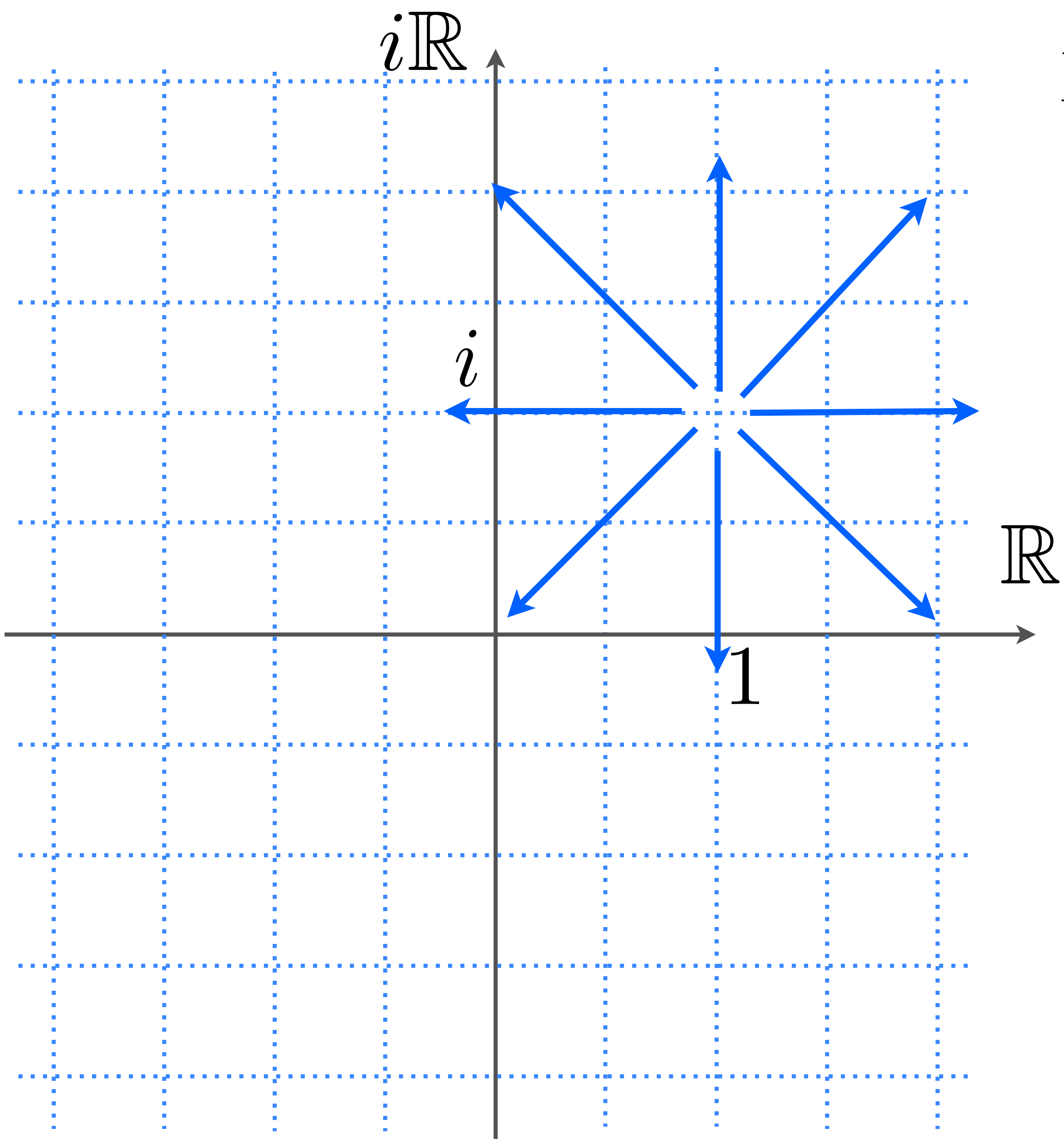
$$\alpha = re^{i\theta}$$

Homothétie de facteur r

Rotation d'angle θ

On peut combiner les deux fonctions qu'on a vues pour obtenir la fonction

$$f(z) = \alpha z + \beta \quad \text{avec} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{C} \quad \text{et} \quad \alpha \neq 1$$



En considérant les deux fonctions précédentes, on peut s'attendre à obtenir une similitude directe décentrée.

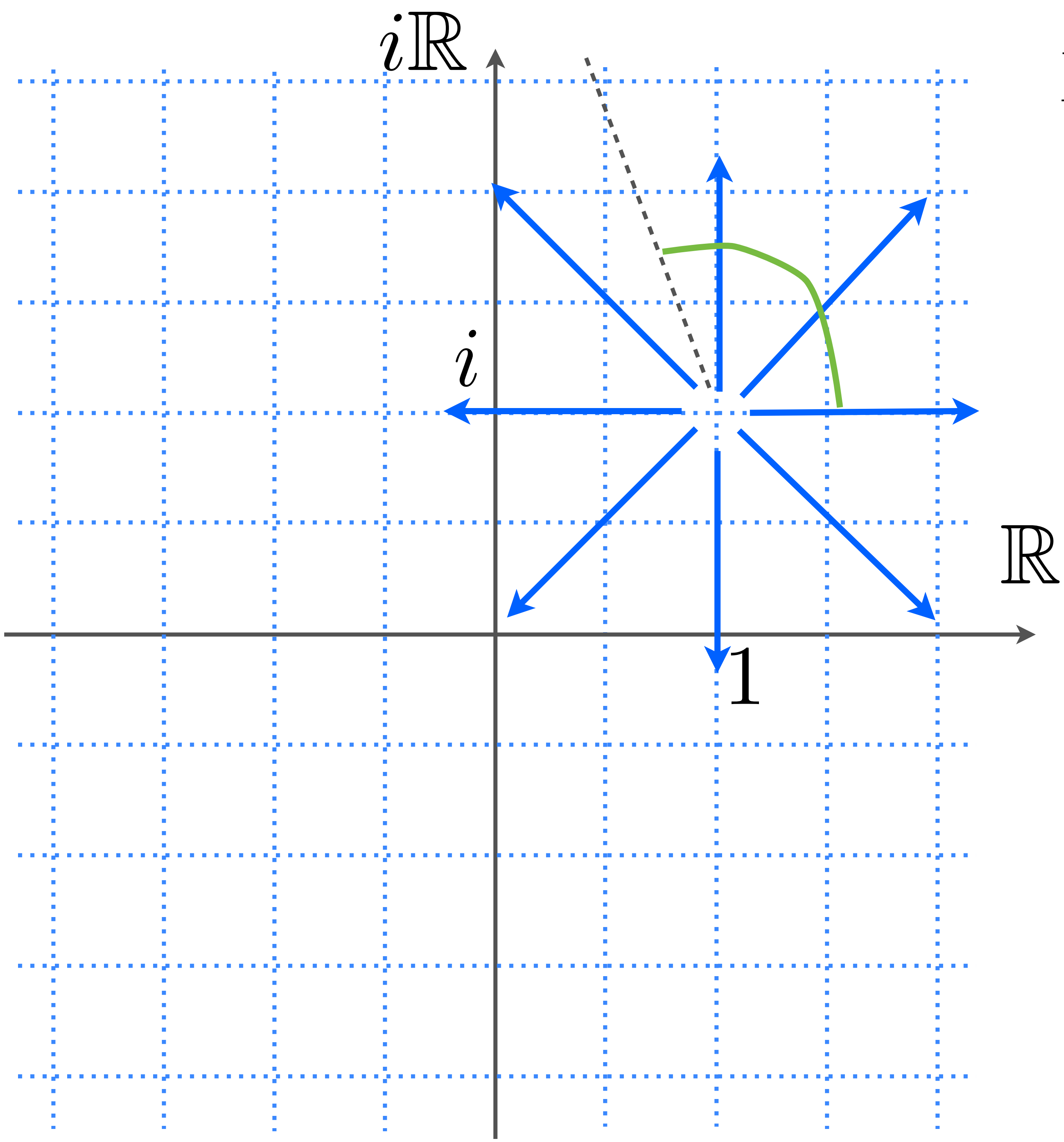
$$\alpha = re^{i\theta}$$

Homothétie de facteur r

Rotation d'angle θ

On peut combiner les deux fonctions qu'on a vues pour obtenir la fonction

$$f(z) = \alpha z + \beta \quad \text{avec} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{C} \quad \text{et} \quad \alpha \neq 1$$



En considérant les deux fonctions précédentes, on peut s'attendre à obtenir une similitude directe décentrée.

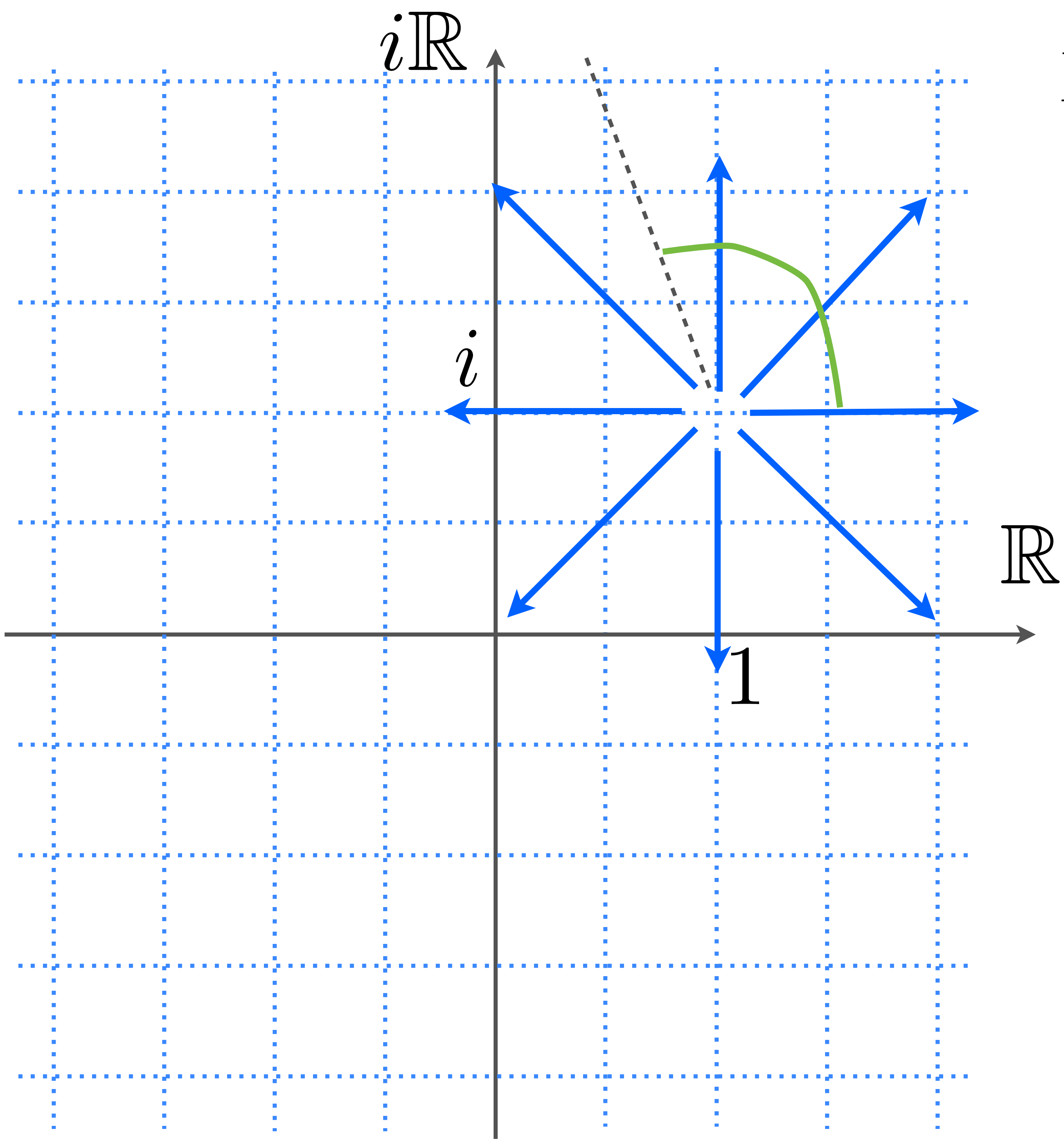
$$\alpha = re^{i\theta}$$

Homothétie de facteur r

Rotation d'angle θ

On peut combiner les deux fonctions qu'on a vues pour obtenir la fonction

$$f(z) = \alpha z + \beta \quad \text{avec} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{C} \quad \text{et} \quad \alpha \neq 1$$



En considérant les deux fonctions précédentes, on peut s'attendre à obtenir une similitude directe décentrée.

$$\alpha = re^{i\theta}$$

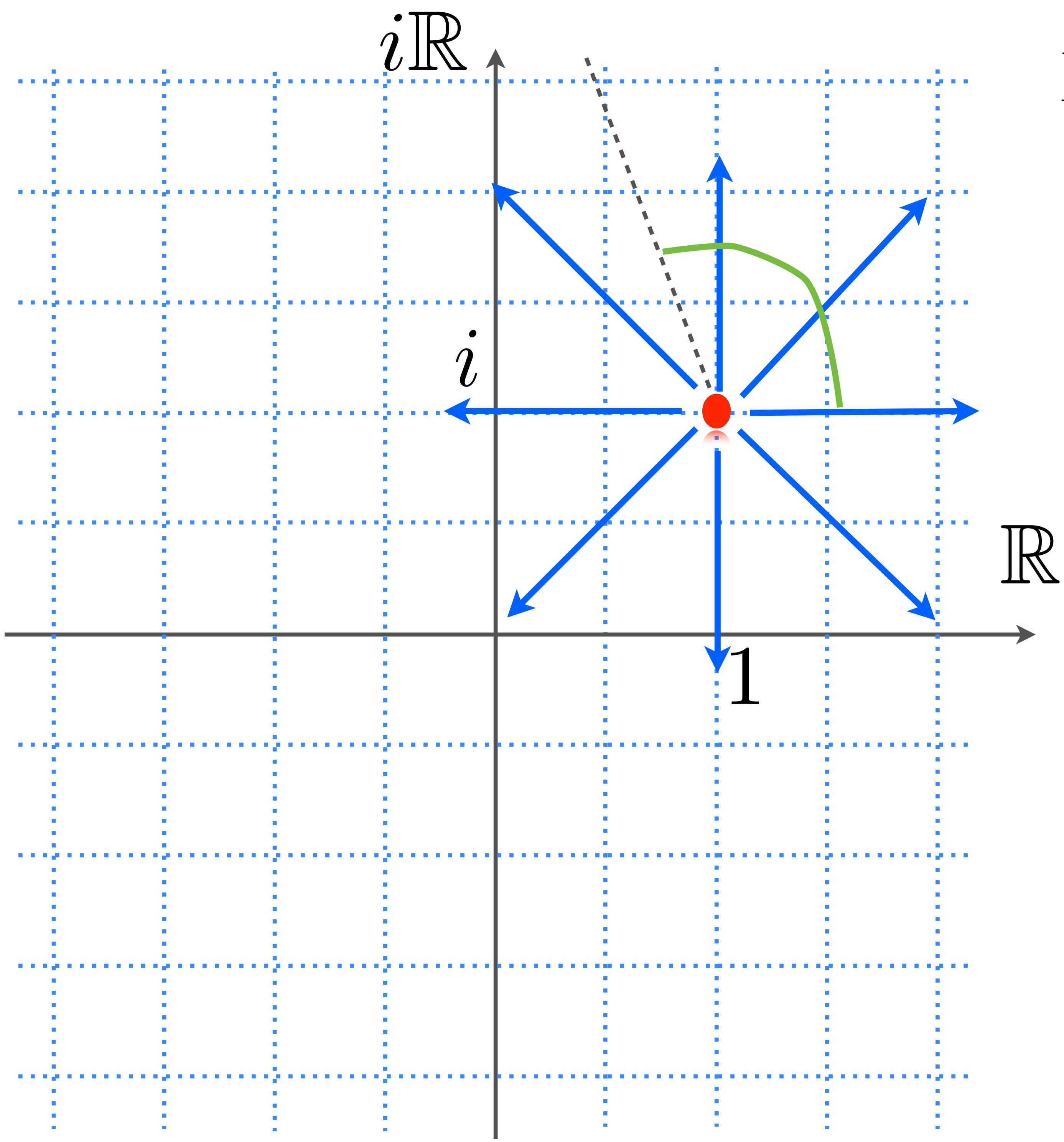
Homothétie de facteur r

Rotation d'angle θ

de centre

On peut combiner les deux fonctions qu'on a vues pour obtenir la fonction

$$f(z) = \alpha z + \beta \quad \text{avec} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{C} \quad \text{et} \quad \alpha \neq 1$$



En considérant les deux fonctions précédentes, on peut s'attendre à obtenir une similitude directe décentrée.

$$\alpha = re^{i\theta}$$

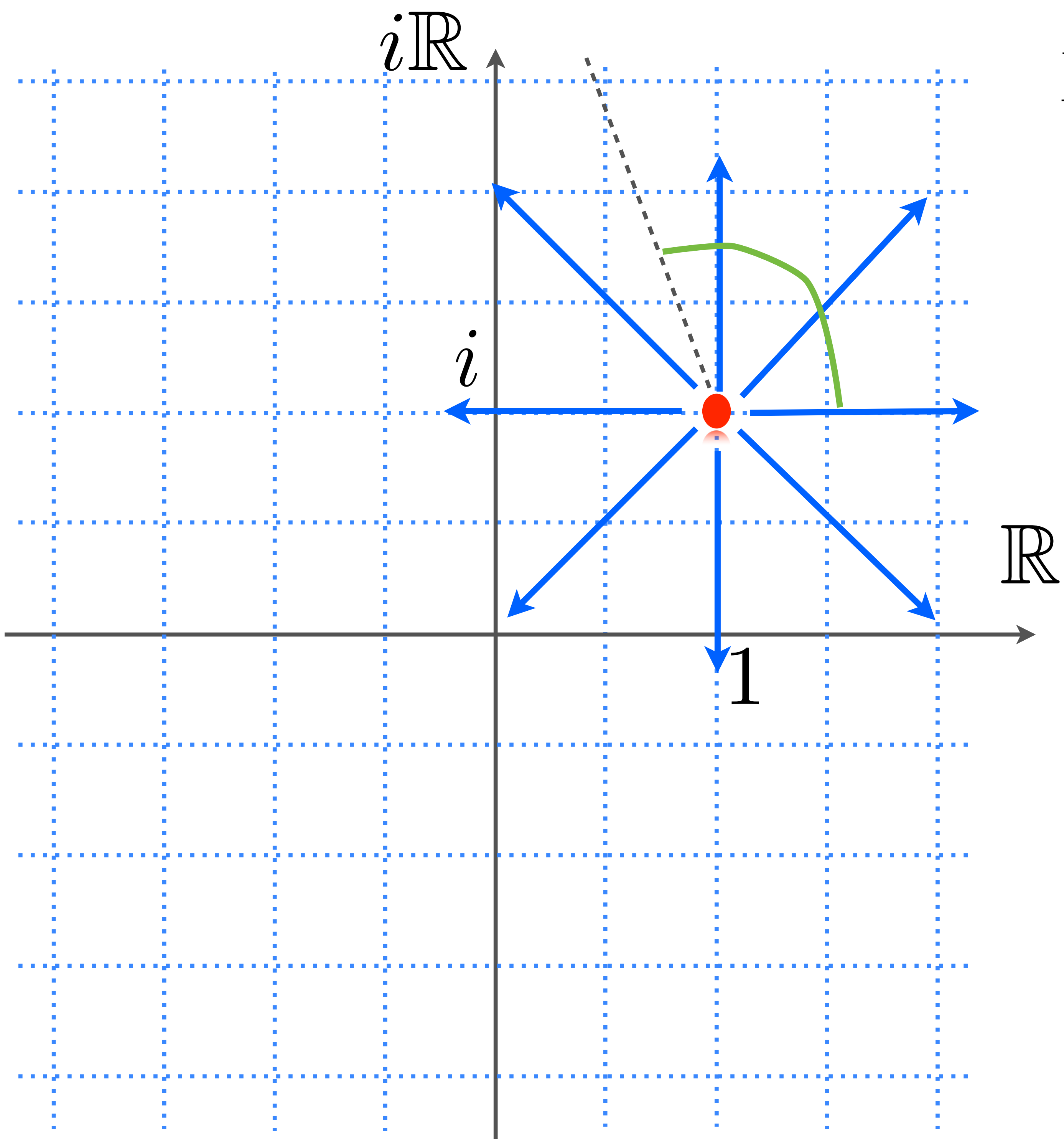
Homothétie de facteur r

Rotation d'angle θ

de centre

On peut combiner les deux fonctions qu'on a vues pour obtenir la fonction

$$f(z) = \alpha z + \beta \quad \text{avec} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{C} \quad \text{et} \quad \alpha \neq 1$$



En considérant les deux fonctions précédentes, on peut s'attendre à obtenir une similitude directe décentrée.

$$\alpha = re^{i\theta}$$

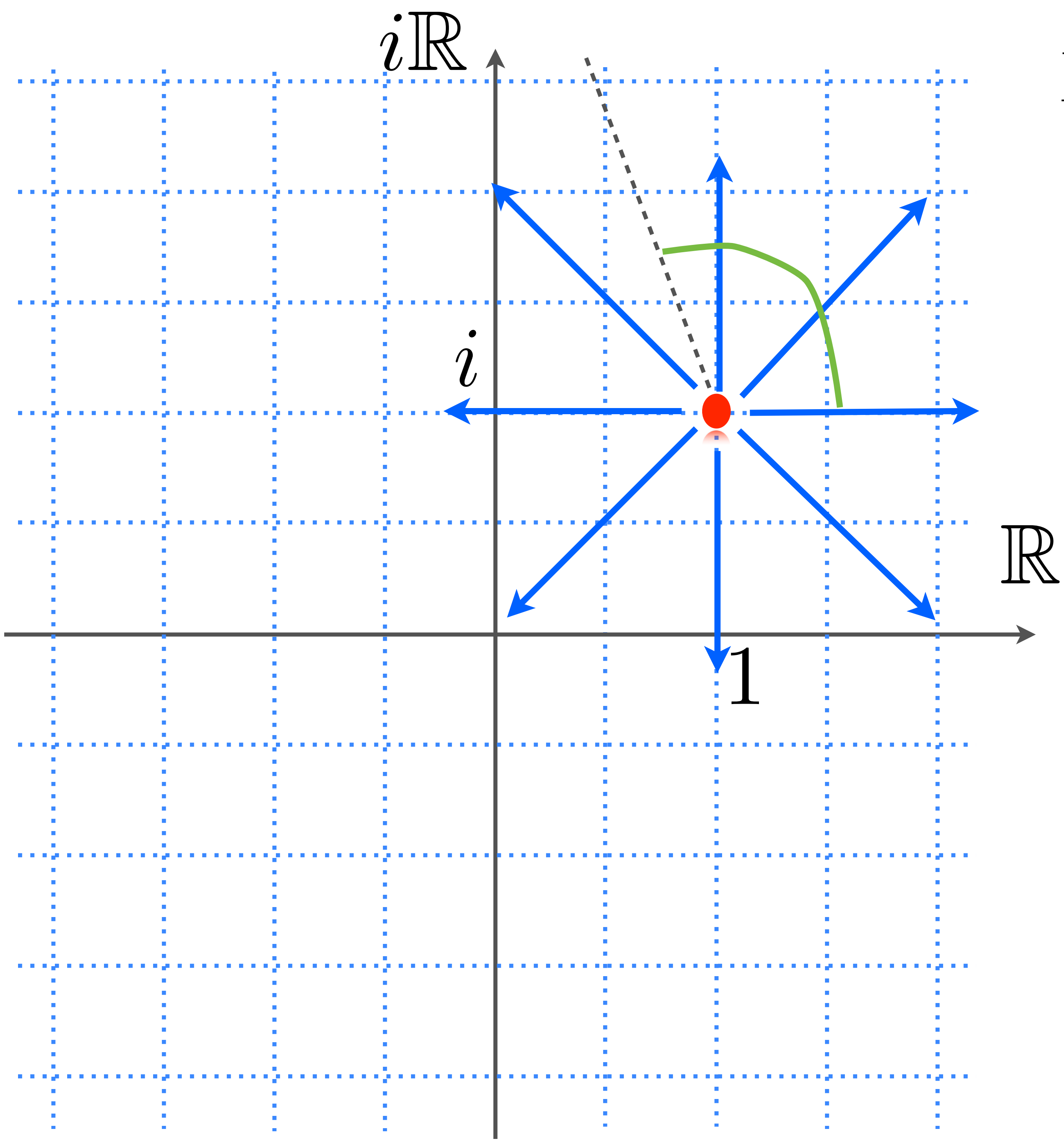
Homothétie de facteur r

Rotation d'angle θ

de centre β

On peut combiner les deux fonctions qu'on a vues pour obtenir la fonction

$$f(z) = \alpha z + \beta \quad \text{avec} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{C} \quad \text{et} \quad \alpha \neq 1$$



En considérant les deux fonctions précédentes, on peut s'attendre à obtenir une similitude directe décentrée.

$$\alpha = re^{i\theta}$$

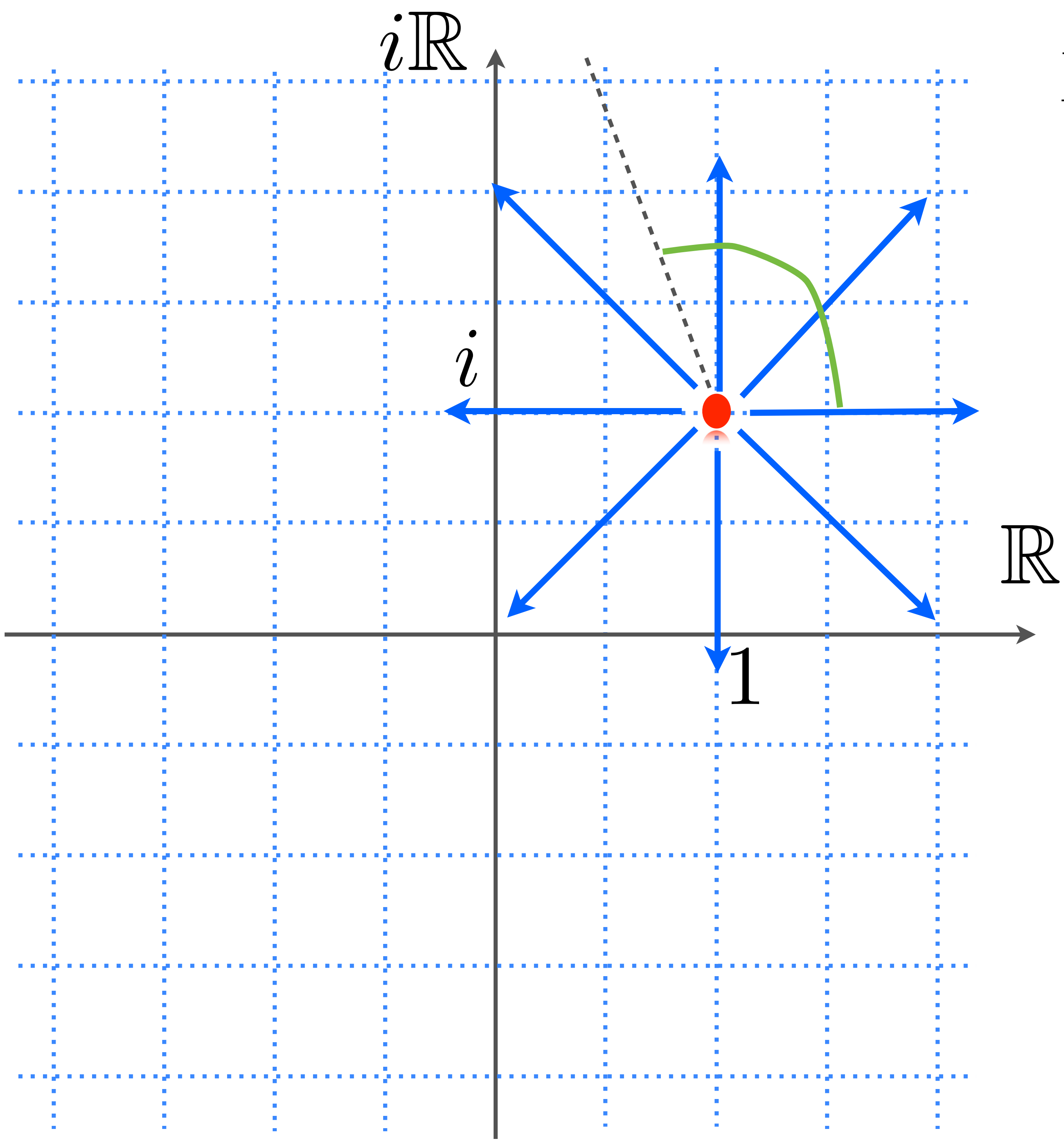
Homothétie de facteur r

Rotation d'angle θ

de centre β ?

On peut combiner les deux fonctions qu'on a vues pour obtenir la fonction

$$f(z) = \alpha z + \beta \quad \text{avec} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{C} \quad \text{et} \quad \alpha \neq 1$$



En considérant les deux fonctions précédentes, on peut s'attendre à obtenir une similitude directe décentrée.

$$\alpha = re^{i\theta}$$

Homothétie de facteur r

Rotation d'angle θ

de centre β ?

Eh bien non!

Comment faire pour trouver le centre de la similitude?

Comment faire pour trouver le centre de la similitude?

Le centre de la similitude a une particularité qu'aucun autre point du plan ne possède.

Comment faire pour trouver le centre de la similitude?

Le centre de la similitude a une particularité qu'aucun autre point du plan ne possède.

Il est fixe!

Comment faire pour trouver le centre de la similitude?

Le centre de la similitude a une particularité qu'aucun autre point du plan ne possède.

Il est fixe!

On cherche donc un point z_0 tel que

Comment faire pour trouver le centre de la similitude?

Le centre de la similitude a une particularité qu'aucun autre point du plan ne possède.

Il est fixe!

On cherche donc un point z_0 tel que $f(z_0) = z_0$

Comment faire pour trouver le centre de la similitude?

Le centre de la similitude a une particularité qu'aucun autre point du plan ne possède.

Il est fixe!

On cherche donc un point z_0 tel que $f(z_0) = z_0$

$$f(z_0) = \alpha z_0 + \beta = z_0$$

Comment faire pour trouver le centre de la similitude?

Le centre de la similitude a une particularité qu'aucun autre point du plan ne possède.

Il est fixe!

On cherche donc un point z_0 tel que $f(z_0) = z_0$

$$f(z_0) = \alpha z_0 + \beta = z_0$$

$$\beta = z_0 - \alpha z_0$$

Comment faire pour trouver le centre de la similitude?

Le centre de la similitude a une particularité qu'aucun autre point du plan ne possède.

Il est fixe!

On cherche donc un point z_0 tel que $f(z_0) = z_0$

$$f(z_0) = \alpha z_0 + \beta = z_0$$

$$\beta = z_0 - \alpha z_0 = z_0(1 - \alpha)$$

Comment faire pour trouver le centre de la similitude?

Le centre de la similitude a une particularité qu'aucun autre point du plan ne possède.

Il est fixe!

On cherche donc un point z_0 tel que $f(z_0) = z_0$

$$f(z_0) = \alpha z_0 + \beta = z_0$$

$$\beta = z_0 - \alpha z_0 = z_0(1 - \alpha)$$

$$z_0 = \frac{\beta}{1 - \alpha}$$

Comment faire pour trouver le centre de la similitude?

Le centre de la similitude a une particularité qu'aucun autre point du plan ne possède.

Il est fixe!

On cherche donc un point z_0 tel que $f(z_0) = z_0$

$$f(z_0) = \alpha z_0 + \beta = z_0$$

$$\beta = z_0 - \alpha z_0 = z_0(1-\alpha)$$

$$z_0 = \frac{\beta}{1-\alpha}$$

Le centre de la similitude

Comment faire pour trouver le centre de la similitude?

Le centre de la similitude a une particularité qu'aucun autre point du plan ne possède.

Il est fixe!

On cherche donc un point z_0 tel que $f(z_0) = z_0$

$$f(z_0) = \alpha z_0 + \beta = z_0$$

$$\beta = z_0 - \alpha z_0 = z_0(1 - \alpha)$$

$$z_0 = \boxed{\frac{\beta}{1-\alpha}}$$

Le centre de la similitude

On aime bien avoir des formes d'équations qui parlent.

On aime bien avoir des formes d'équations qui parlent.

Sachant que la fonction $f(z) = \alpha z + \beta$

On aime bien avoir des formes d'équations qui parlent.

Sachant que la fonction $f(z) = \alpha z + \beta$

est une similitude directe de centre

On aime bien avoir des formes d'équations qui parlent.

Sachant que la fonction $f(z) = \alpha z + \beta$

est une similitude directe de centre $z_0 = \dfrac{\beta}{1-\alpha}$

On aime bien avoir des formes d'équations qui parlent.

Sachant que la fonction $f(z) = \alpha z + \beta$

est une similitude directe de centre $z_0 = \dfrac{\beta}{1-\alpha}$

ça serait bien de voir ce centre directement dans l'équation.

On aime bien avoir des formes d'équations qui parlent.

Sachant que la fonction $f(z) = \alpha z + \beta$

est une similitude directe de centre $z_0 = \dfrac{\beta}{1-\alpha}$

ça serait bien de voir ce centre directement dans l'équation.

$$f(z) = \alpha z + \beta$$

On aime bien avoir des formes d'équations qui parlent.

Sachant que la fonction $f(z) = \alpha z + \beta$

est une similitude directe de centre $z_0 = \dfrac{\beta}{1-\alpha}$

ça serait bien de voir ce centre directement dans l'équation.

$$f(z) = \alpha z + \beta = \alpha z + \frac{\beta(1-\alpha)}{1-\alpha}$$

On aime bien avoir des formes d'équations qui parlent.

Sachant que la fonction $f(z) = \alpha z + \beta$

est une similitude directe de centre $z_0 = \dfrac{\beta}{1-\alpha}$

ça serait bien de voir ce centre directement dans l'équation.

$$f(z) = \alpha z + \beta = \alpha z + \frac{\beta(1-\alpha)}{1-\alpha} = \alpha z - \frac{\alpha\beta}{1-\alpha} + \frac{\beta}{1-\alpha}$$

On aime bien avoir des formes d'équations qui parlent.

Sachant que la fonction $f(z) = \alpha z + \beta$

est une similitude directe de centre $z_0 = \dfrac{\beta}{1-\alpha}$

ça serait bien de voir ce centre directement dans l'équation.

$$f(z) = \alpha z + \beta = \alpha z + \frac{\beta(1-\alpha)}{1-\alpha} = \alpha z - \frac{\alpha\beta}{1-\alpha} + \frac{\beta}{1-\alpha}$$

$$= \alpha\left(z - \frac{\beta}{1-\alpha}\right) + \frac{\beta}{1-\alpha}$$

On aime bien avoir des formes d'équations qui parlent.

Sachant que la fonction $f(z) = \alpha z + \beta$

est une similitude directe de centre $z_0 = \boxed{\dfrac{\beta}{1-\alpha}}$

ça serait bien de voir ce centre directement dans l'équation.

$$f(z) = \alpha z + \beta = \alpha z + \frac{\beta(1-\alpha)}{1-\alpha} = \alpha z - \frac{\alpha\beta}{1-\alpha} + \frac{\beta}{1-\alpha}$$

$$= \alpha \left(z - \boxed{\frac{\beta}{1-\alpha}} \right) + \boxed{\frac{\beta}{1-\alpha}}$$

On aime bien avoir des formes d'équations qui parlent.

Sachant que la fonction $f(z) = \alpha z + \beta$

est une similitude directe de centre $z_0 = \boxed{\dfrac{\beta}{1-\alpha}}$

ça serait bien de voir ce centre directement dans l'équation.

$$f(z) = \alpha z + \beta = \alpha z + \frac{\beta(1-\alpha)}{1-\alpha} = \alpha z - \frac{\alpha\beta}{1-\alpha} + \frac{\beta}{1-\alpha}$$

$$= \alpha\left(z - \boxed{\frac{\beta}{1-\alpha}}\right) + \boxed{\frac{\beta}{1-\alpha}} = \alpha(z - z_0) + z_0$$

On aime bien avoir des formes d'équations qui parlent.

Sachant que la fonction $f(z) = \alpha z + \beta$

est une similitude directe de centre $z_0 = \frac{\beta}{1-\alpha}$

ça serait bien de voir ce centre directement dans l'équation.

$$f(z) = \alpha z + \beta = \alpha z + \frac{\beta(1-\alpha)}{1-\alpha} = \alpha z - \frac{\alpha\beta}{1-\alpha} + \frac{\beta}{1-\alpha}$$

$$= \alpha\left(z - \frac{\beta}{1-\alpha}\right) + \frac{\beta}{1-\alpha} = \alpha(z - z_0) + z_0$$

On aime bien avoir des formes d'équations qui parlent.

Sachant que la fonction $f(z) = \alpha z + \beta$

est une similitude directe de centre $z_0 = \dfrac{\beta}{1-\alpha}$

ça serait bien de voir ce centre directement dans l'équation.

$$f(z) = \alpha z + \beta = \alpha z + \frac{\beta(1-\alpha)}{1-\alpha} = \alpha z - \frac{\alpha\beta}{1-\alpha} + \frac{\beta}{1-\alpha}$$

$$= \alpha\left(z - \frac{\beta}{1-\alpha}\right) + \frac{\beta}{1-\alpha} = \alpha(z - z_0) + z_0$$

$$f(z) = \alpha(z - z_0) + z_0$$

On aime bien avoir des formes d'équations qui parlent.

Sachant que la fonction $f(z) = \alpha z + \beta$

est une similitude directe de centre $z_0 = \dfrac{\beta}{1-\alpha}$

ça serait bien de voir ce centre directement dans l'équation.

$$f(z) = \alpha z + \beta = \alpha z + \frac{\beta(1-\alpha)}{1-\alpha} = \alpha z - \frac{\alpha\beta}{1-\alpha} + \frac{\beta}{1-\alpha}$$

$$= \alpha\left(z - \frac{\beta}{1-\alpha}\right) + \frac{\beta}{1-\alpha} = \alpha(z - z_0) + z_0$$

$f(z) = \alpha(z - z_0) + z_0$ avec

On aime bien avoir des formes d'équations qui parlent.

Sachant que la fonction $f(z) = \alpha z + \beta$

est une similitude directe de centre $z_0 = \dfrac{\beta}{1-\alpha}$

ça serait bien de voir ce centre directement dans l'équation.

$$f(z) = \alpha z + \beta = \alpha z + \frac{\beta(1-\alpha)}{1-\alpha} = \alpha z - \frac{\alpha\beta}{1-\alpha} + \frac{\beta}{1-\alpha}$$

$$= \alpha\left(z - \frac{\beta}{1-\alpha}\right) + \frac{\beta}{1-\alpha} = \alpha(z - z_0) + z_0$$

$$f(z) = \alpha(z - z_0) + z_0 \quad \text{avec} \quad \alpha = re^{i\theta}$$

Faites les exercices suivants

p.312 # 2

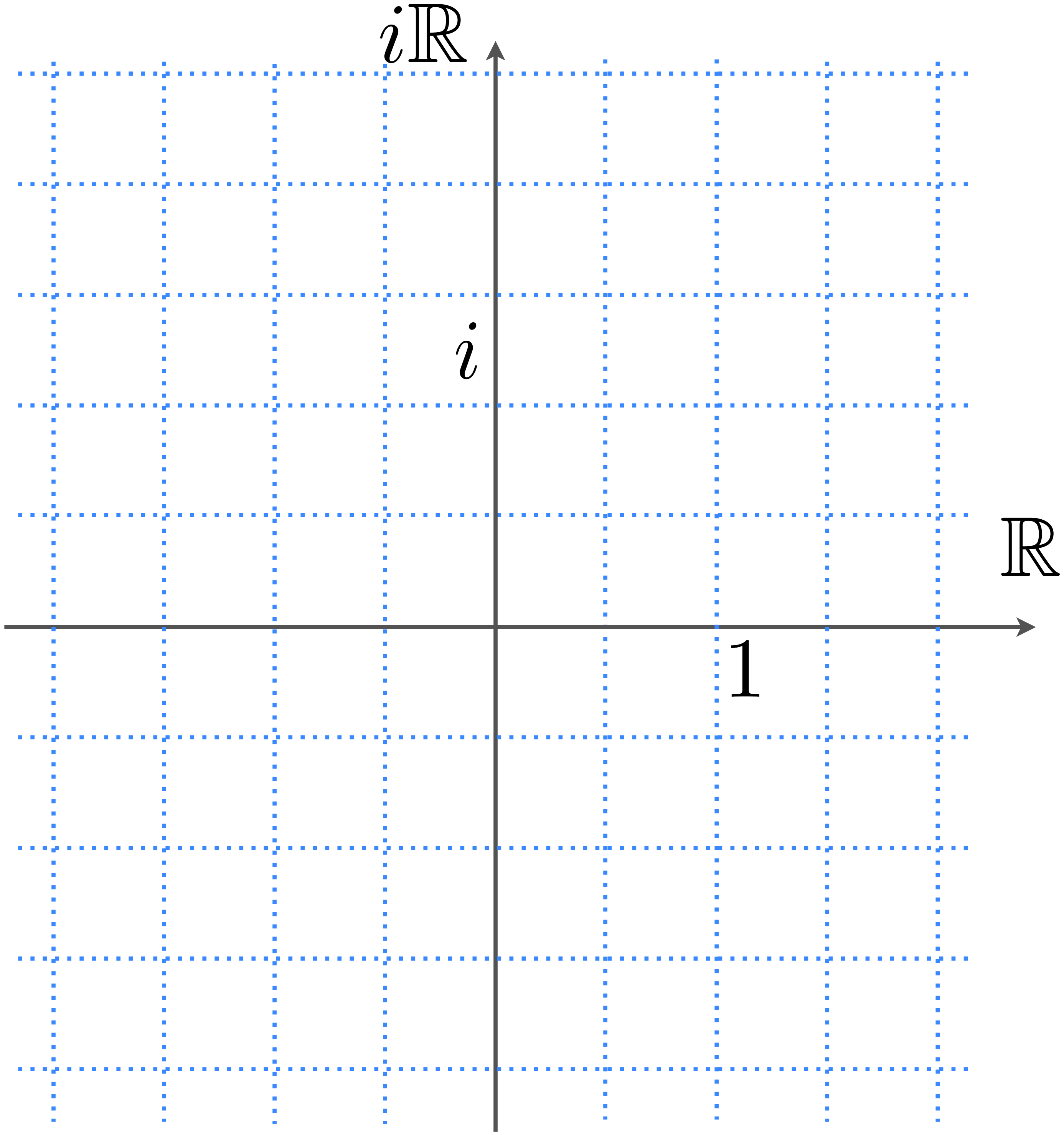
Regardons maintenant la fonction

Regardons maintenant la fonction

$$f(z) = \bar{z}$$

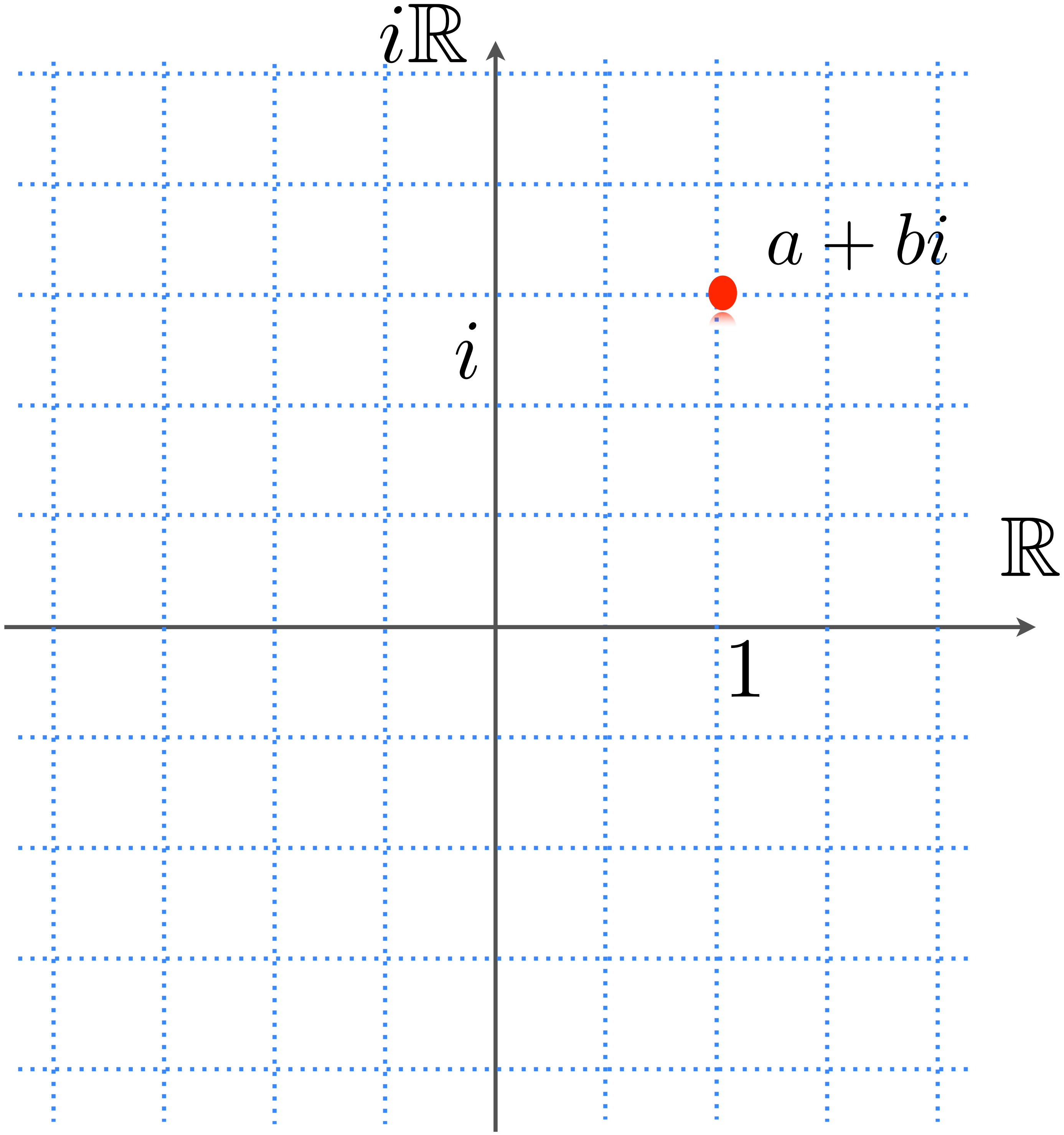
Regardons maintenant la fonction

$$f(z) = \bar{z}$$



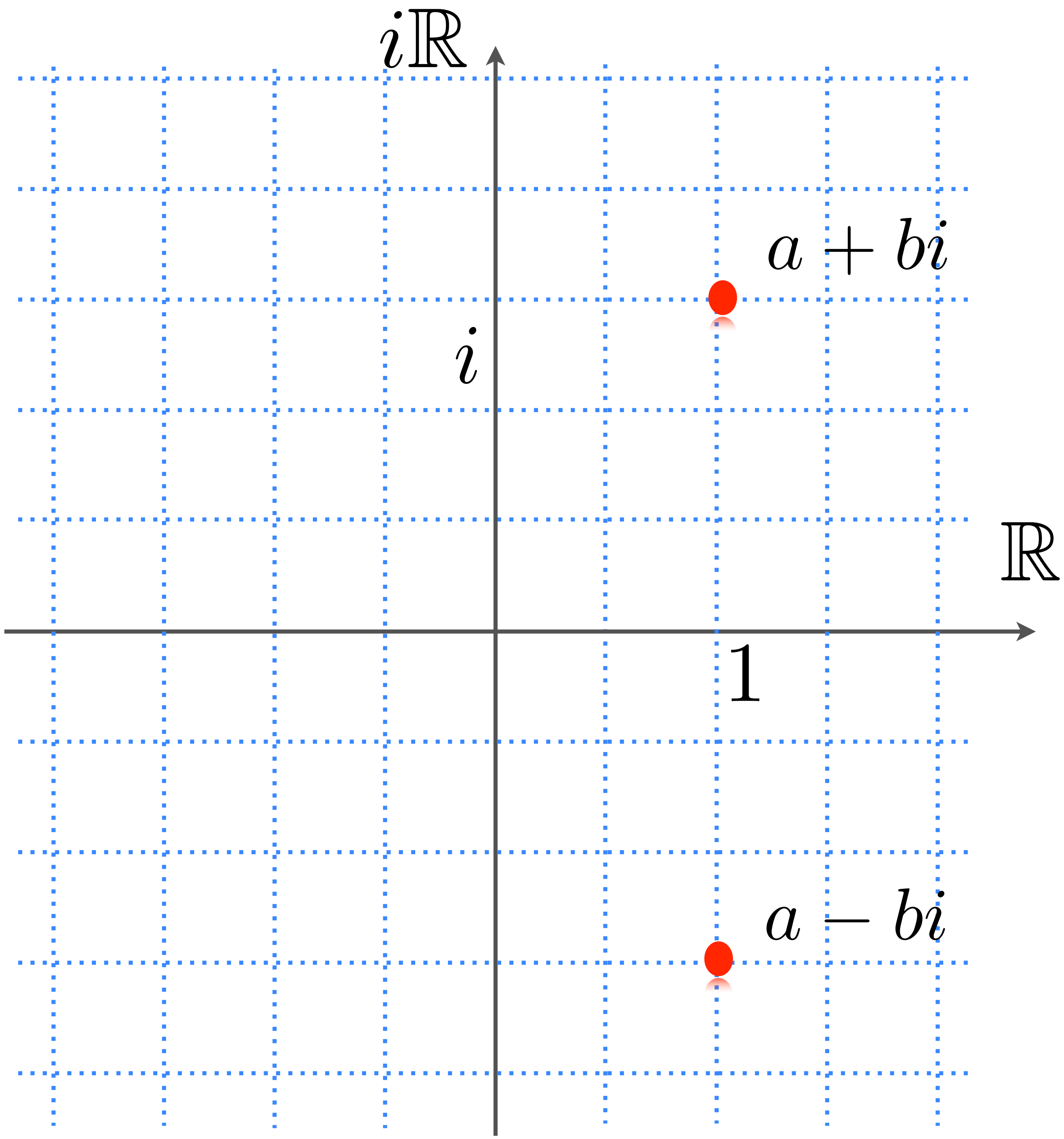
Regardons maintenant la fonction

$$f(z) = \bar{z}$$



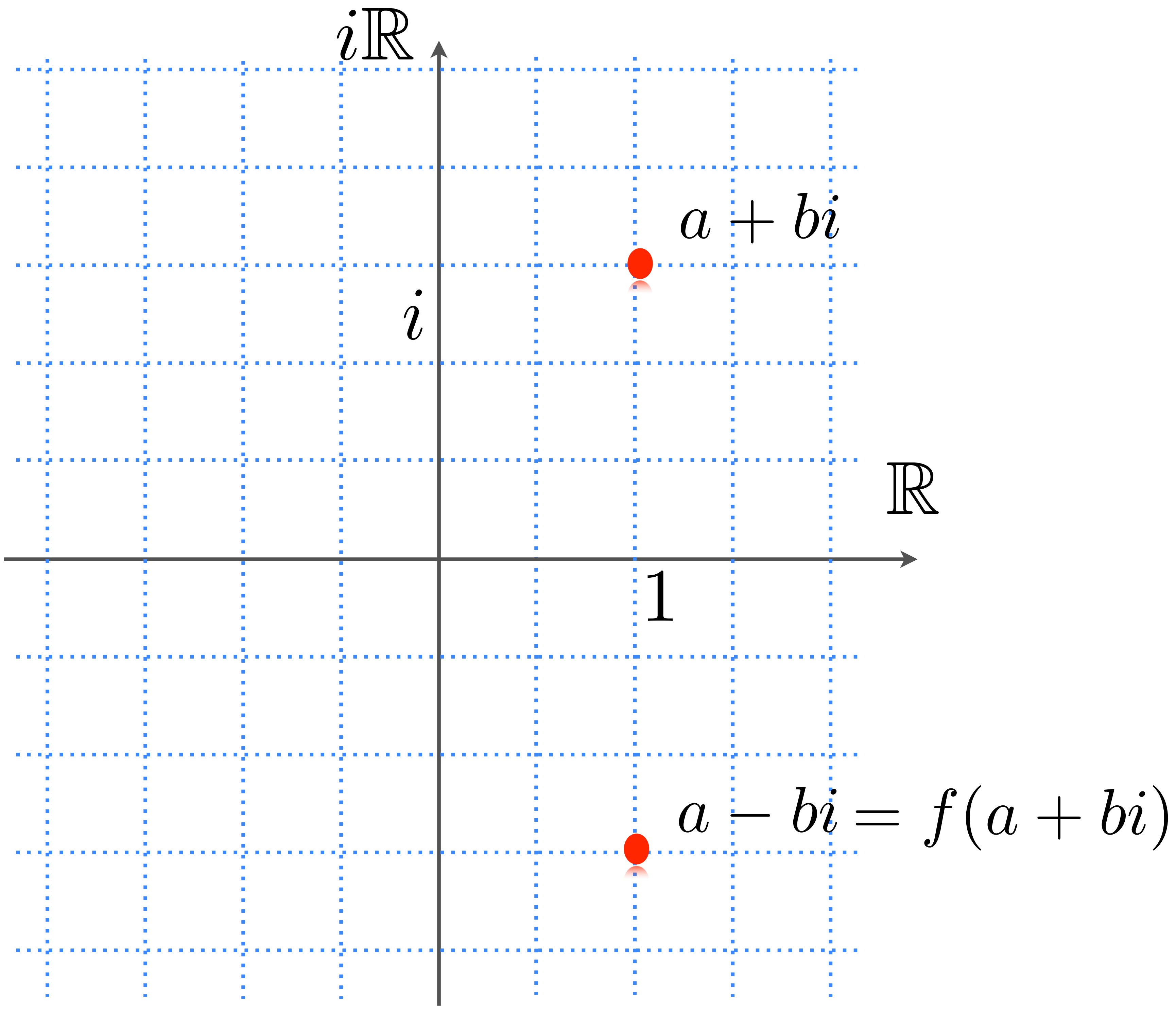
Regardons maintenant la fonction

$$f(z) = \bar{z}$$



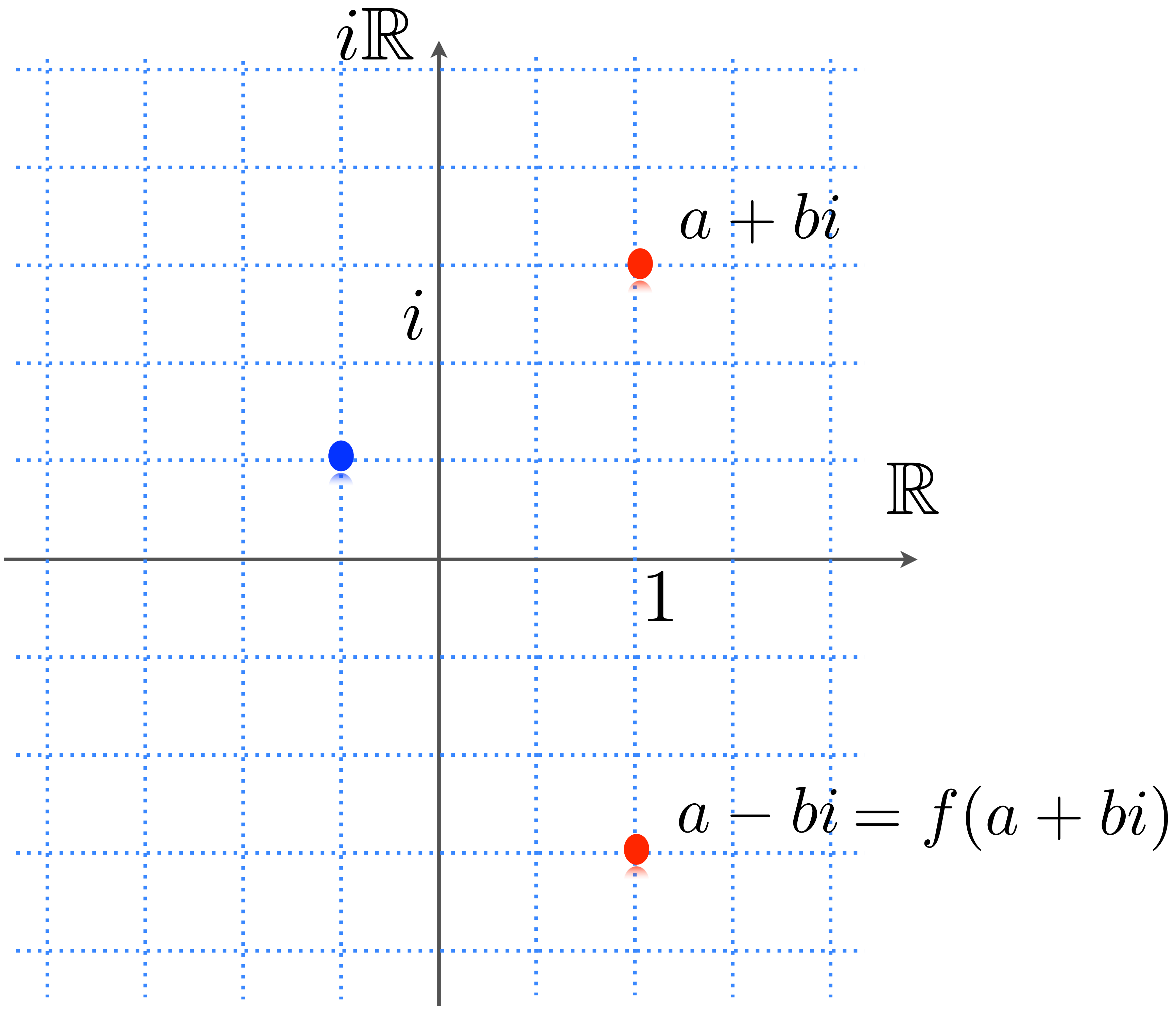
Regardons maintenant la fonction

$$f(z) = \bar{z}$$



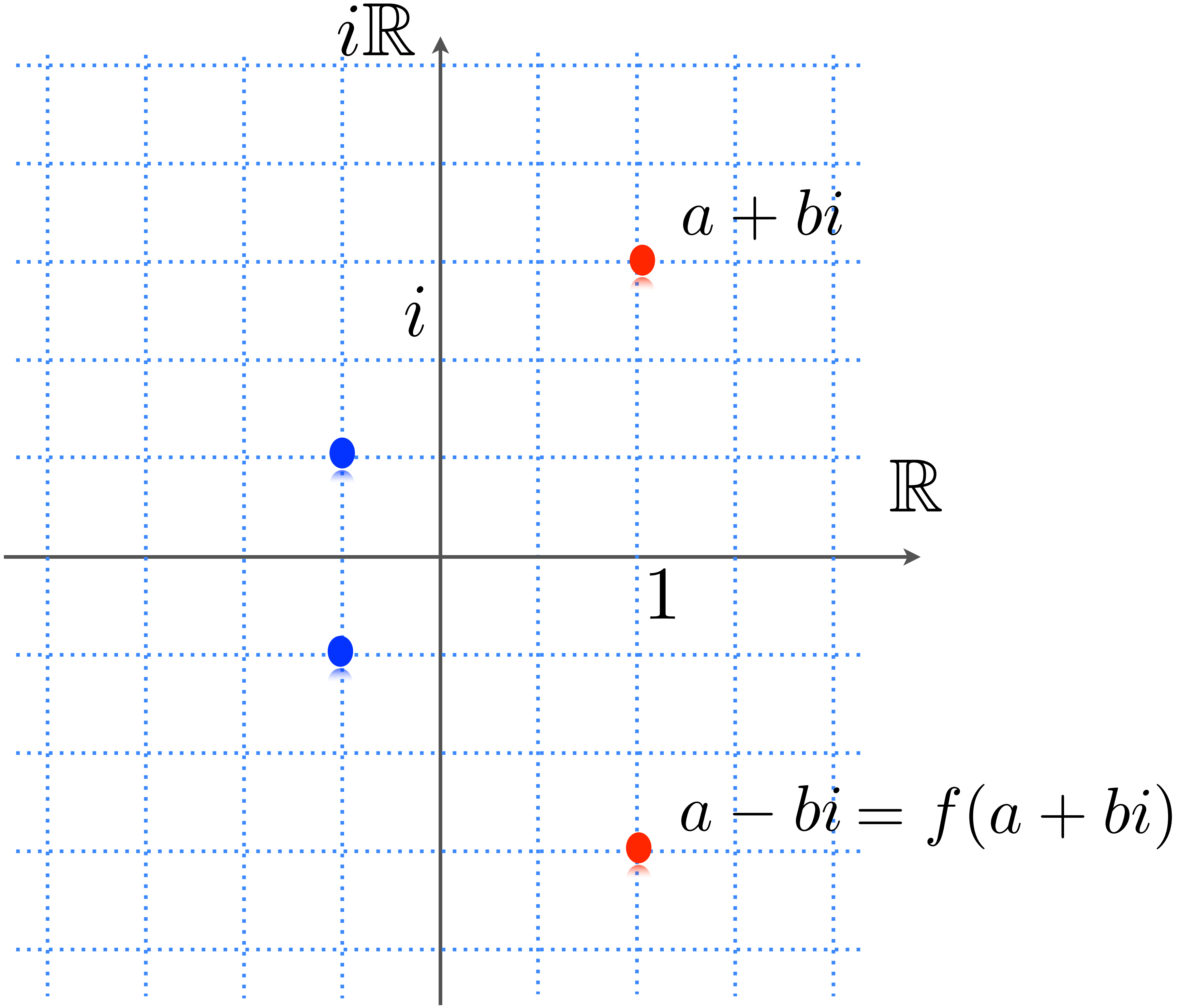
Regardons maintenant la fonction

$$f(z) = \bar{z}$$



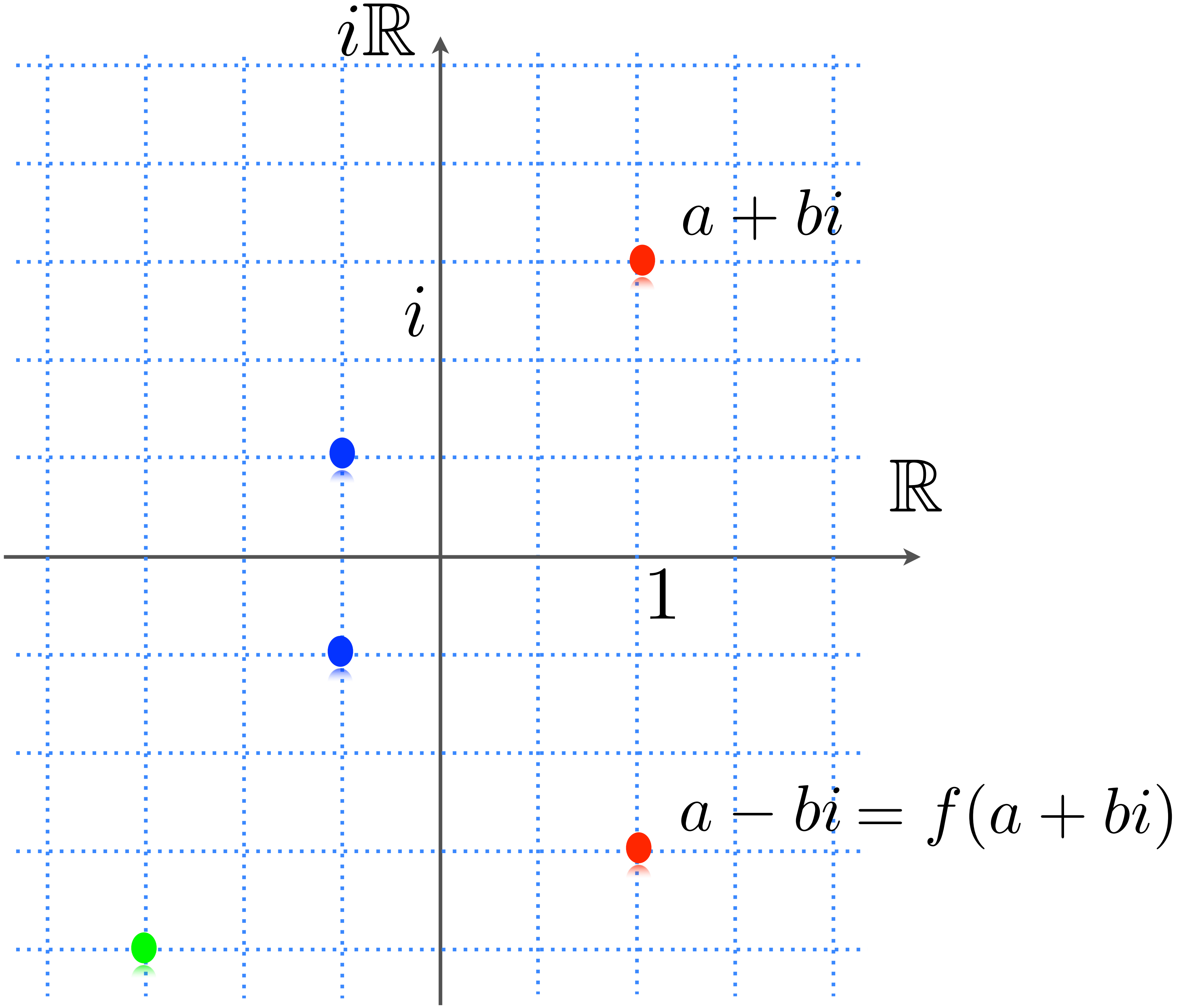
Regardons maintenant la fonction

$$f(z) = \bar{z}$$



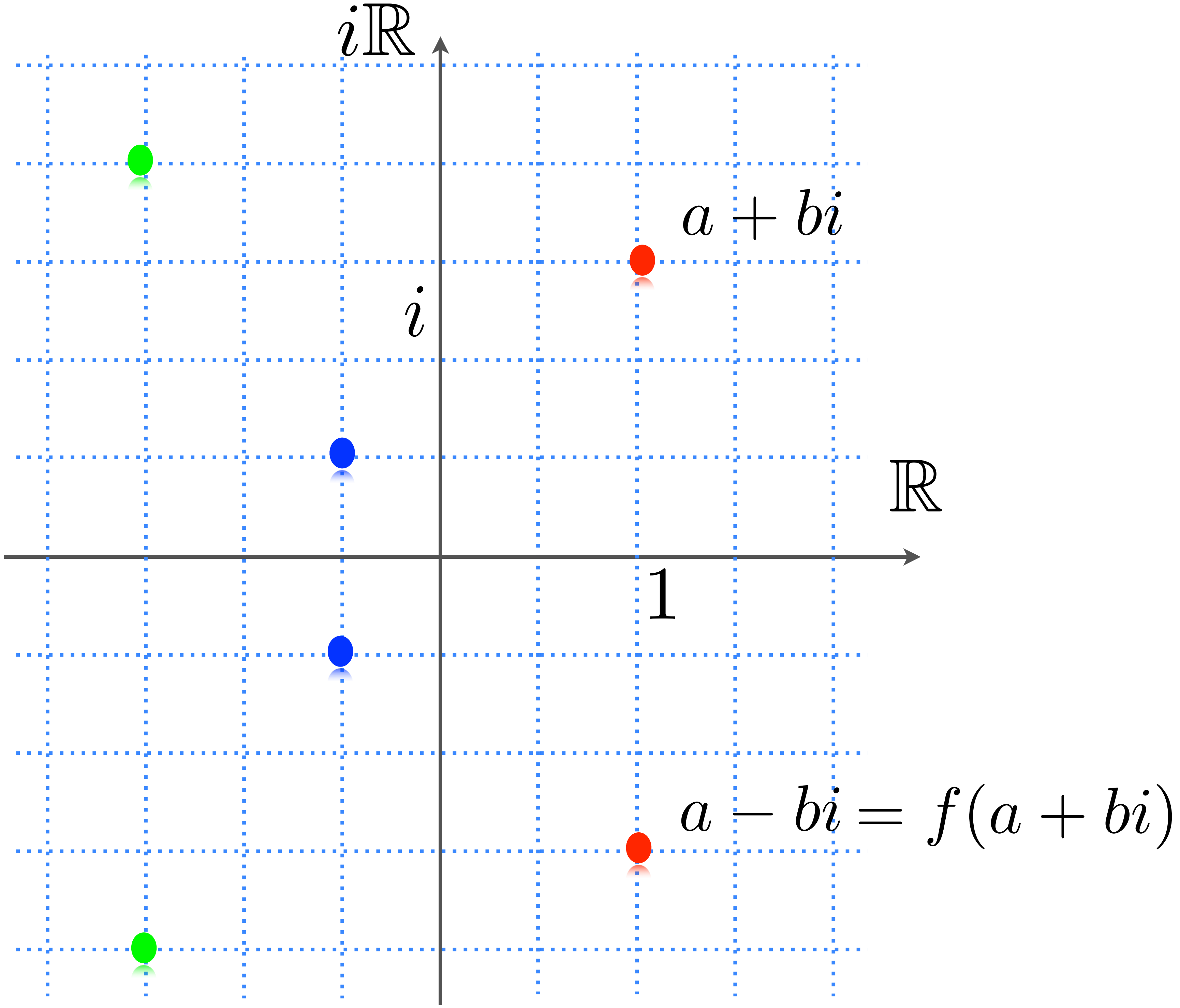
Regardons maintenant la fonction

$$f(z) = \bar{z}$$



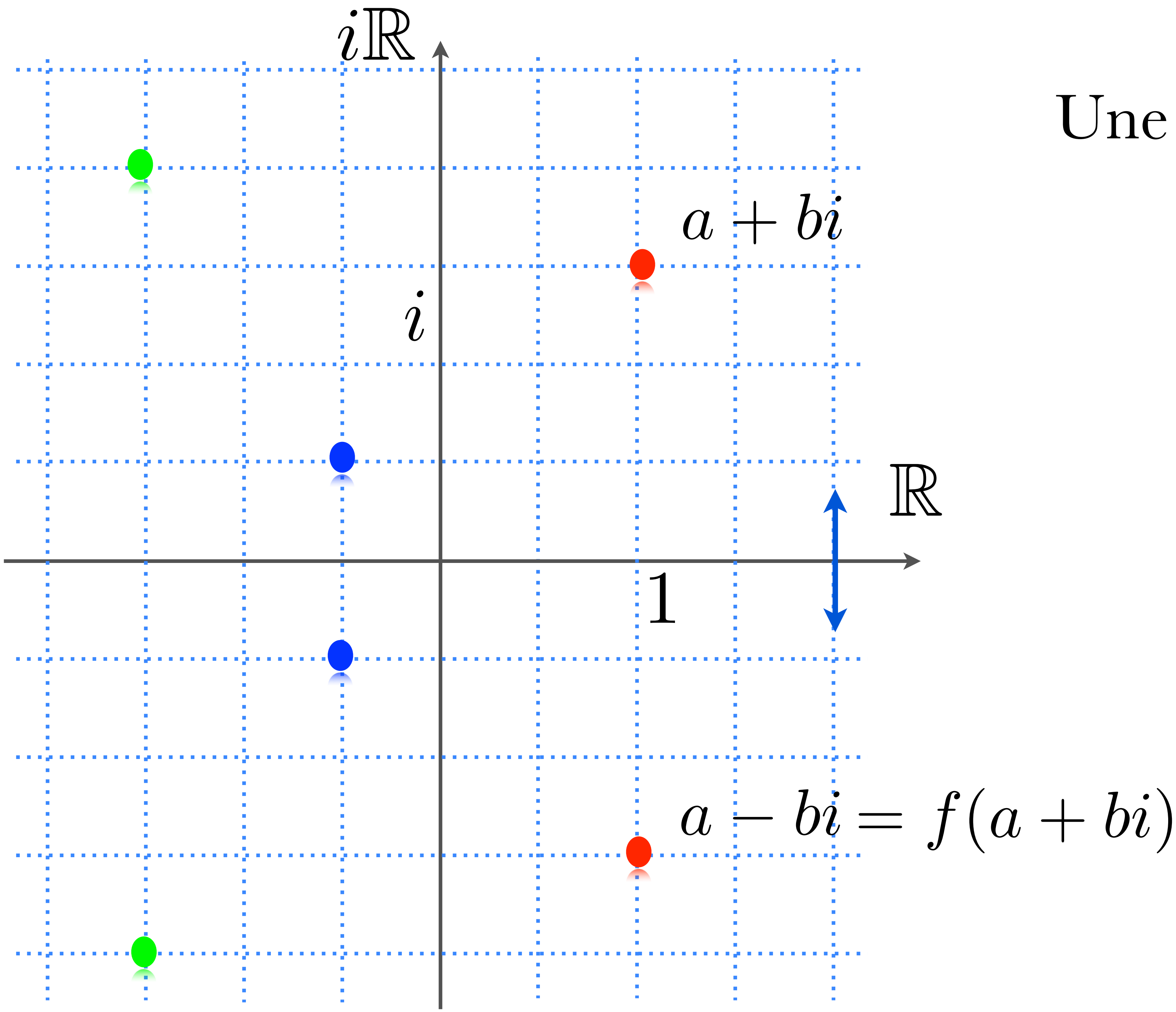
Regardons maintenant la fonction

$$f(z) = \bar{z}$$



Regardons maintenant la fonction

$$f(z) = \bar{z}$$



Une réflexion par rapport à l'axe réel.

Si on veut obtenir une similitude indirecte,

Si on veut obtenir une similitude indirecte,

on fait

Si on veut obtenir une similitude indirecte,

on fait

une rotation de moins l’angle

Si on veut obtenir une similitude indirecte,

on fait

$$z$$

$$\downarrow$$

une rotation de moins l'angle

$$e^{i(-\theta)}z$$

Si on veut obtenir une similitude indirecte,

on fait

$$z \downarrow$$

une rotation de moins l'angle

$$e^{i(-\theta)} z$$

Si on veut obtenir une similitude indirecte,

on fait

$$z \downarrow$$

une rotation de moins l'angle

$$e^{i(-\theta)} z$$

une réflexion par rapport à l'axe réel

Si on veut obtenir une similitude indirecte,

on fait $\quad z$

$$\downarrow$$

une rotation de moins l'angle $\quad e^{i(-\theta)}z$

$$\downarrow$$

une réflexion par rapport à l'axe réel $\quad \overline{e^{i(-\theta)}z}$

Si on veut obtenir une similitude indirecte,

on fait

$$z$$

$$\downarrow$$

une rotation de moins l'angle $\quad e^{i(-\theta)}z$

$$\downarrow$$

une réflexion par rapport à l'axe réel $\quad \overline{e^{i(-\theta)}z}$

Si on veut obtenir une similitude indirecte,

on fait

$$z$$

$$\downarrow$$

une rotation de moins l'angle $\boxed{e^{i(-\theta)}z}$

$$\downarrow$$

une réflexion par rapport à l'axe réel $\overline{\boxed{e^{i(-\theta)}z}} = e^{i(\theta)}\overline{z}$

Si on veut obtenir une similitude indirecte,

on fait

$$z$$

$$\downarrow$$

une rotation de moins l'angle $\qquad \boxed{e^{i(-\theta)}z}$

$$\downarrow$$

une réflexion par rapport à l'axe réel $\qquad \overline{\boxed{e^{i(-\theta)}z}} = e^{i(\theta)}\overline{z}$

une rotation de l'angle

Si on veut obtenir une similitude indirecte,

on fait

$$z$$

$$\downarrow$$

une rotation de moins l'angle $\qquad \boxed{e^{i(-\theta)}z}$

$$\downarrow$$

une réflexion par rapport à l'axe réel $\qquad \overline{\boxed{e^{i(-\theta)}z}} = e^{i(\theta)}\overline{z}$

$$\downarrow$$

une rotation de l'angle $\qquad e^{i\theta}\left(e^{i(\theta)}\overline{z}\right)$

Si on veut obtenir une similitude indirecte,

on fait

$$z$$

$$\downarrow$$

une rotation de moins l'angle $\qquad e^{i(-\theta)}z$

$$\downarrow$$

une réflexion par rapport à l'axe réel $\qquad \overline{e^{i(-\theta)}z} = e^{i(\theta)}\overline{z}$

$$\downarrow$$

une rotation de l'angle $\qquad e^{i\theta}\left(e^{i(\theta)}\overline{z}\right)$

Si on veut obtenir une similitude indirecte,

on fait

$$z$$

$$\downarrow$$

une rotation de moins l'angle $\qquad e^{i(-\theta)}z$

$$\downarrow$$

une réflexion par rapport à l'axe réel $\qquad \overline{e^{i(-\theta)}z} = e^{i(\theta)}\overline{z}$

$$\downarrow$$

une rotation de l'angle $\qquad e^{i\theta}\left(e^{i(\theta)}\overline{z}\right) = e^{i(2\theta)}\overline{z}$

Si on veut obtenir une similitude indirecte,

on fait

$$z$$

$$\downarrow$$

une rotation de moins l'angle $\qquad e^{i(-\theta)}z$

$$\downarrow$$

une réflexion par rapport à l'axe réel $\qquad \overline{e^{i(-\theta)}z} = \boxed{e^{i(\theta)}\overline{z}}$

$$\downarrow$$

une rotation de l'angle $\qquad e^{i\theta}\left(\boxed{e^{i(\theta)}\overline{z}}\right) = e^{i(2\theta)}\overline{z}$

une homothétie

Si on veut obtenir une similitude indirecte,

on fait

$$z$$

$$\downarrow$$

une rotation de moins l'angle $\qquad e^{i(-\theta)}z$

$$\downarrow$$

une réflexion par rapport à l'axe réel $\qquad \overline{e^{i(-\theta)}z} = e^{i(\theta)}\overline{z}$

$$\downarrow$$

une rotation de l'angle $\qquad e^{i\theta}\left(e^{i(\theta)}\overline{z}\right) = e^{i(2\theta)}\overline{z}$

$$\downarrow$$

une homothétie $\qquad re^{i(2\theta)}\overline{z}$

Si on veut obtenir une similitude indirecte,

on fait

$$z$$

$$\downarrow$$

une rotation de moins l'angle $\quad e^{i(-\theta)}z$

$$\downarrow$$

une réflexion par rapport à l'axe réel $\quad \overline{e^{i(-\theta)}z} = e^{i(\theta)}\overline{z}$

$$\downarrow$$

une rotation de l'angle $\quad e^{i\theta}\left(e^{i(\theta)}\overline{z}\right) = \boxed{e^{i(2\theta)}\overline{z}}$

$$\downarrow$$

une homothétie $\quad r\boxed{e^{i(2\theta)}\overline{z}}$

Si on veut obtenir une similitude indirecte,

on fait

$$z$$

une rotation de moins l'angle

$$e^{i(-\theta)}z$$

une réflexion par rapport à l'axe réel

$$\overline{e^{i(-\theta)}z} = e^{i(\theta)}\overline{z}$$

une rotation de l'angle

$$e^{i\theta}\left(e^{i(\theta)}\overline{z}\right) = e^{i(2\theta)}\overline{z}$$

une homothétie

$$re^{i(2\theta)}\overline{z}$$

On en conclut que la fonction

On en conclut que la fonction

$$f(z) = \alpha \bar{z}$$

On en conclut que la fonction

$f(z) = \alpha \bar{z}$ avec

On en conclut que la fonction

$$f(z) = \alpha\bar{z} \qquad \text{avec} \qquad \alpha = re^{i\theta}$$

On en conclut que la fonction

$$f(z) = \alpha\bar{z} \qquad \text{avec} \qquad \alpha = re^{i\theta}$$

est une similitude indirecte de facteur r et d'angle $\dfrac{\theta}{2}$.

On vient juste d’effleurer le sujet des fonctions à variable complexe.

On vient juste d'effleurer le sujet des fonctions à variable complexe.

$$f(z) = \alpha z + \beta$$

On vient juste d'effleurer le sujet des fonctions à variable complexe.

$$f(z) = \alpha z + \beta \qquad\qquad f(z) = \alpha \bar{z}$$

On vient juste d'effleurer le sujet des fonctions à variable complexe.

$$f(z) = \alpha z + \beta \qquad\qquad f(z) = \alpha \bar{z}$$

Essentiellement les droites complexes!

On vient juste d'effleurer le sujet des fonctions à variable complexe.

$$f(z) = \alpha z + \beta \qquad\qquad f(z) = \alpha \bar{z}$$

Essentiellement les droites complexes!

Avec notre expérience avec les fonctions à variable réelle on peut très bien imaginer la panoplie de fonctions qu'on peut créer.

On vient juste d'effleurer le sujet des fonctions à variable complexe.

$$f(z) = \alpha z + \beta \qquad\qquad f(z) = \alpha \bar{z}$$

Essentiellement les droites complexes!

Avec notre expérience avec les fonctions à variable réelle on peut très bien imaginer la panoplie de fonctions qu'on peut créer.

Un type de fonctions à variable complexe dignes de mention sont les transformations de Möbius.

On vient juste d'effleurer le sujet des fonctions à variable complexe.

$$f(z) = \alpha z + \beta \qquad\qquad f(z) = \alpha \bar{z}$$

Essentiellement les droites complexes!

Avec notre expérience avec les fonctions à variable réelle on peut très bien imaginer la panoplie de fonctions qu'on peut créer.

Un type de fonctions à variable complexe dignes de mention sont les transformations de Möbius.

$$f(z) = \frac{az + b}{cz + d}$$

Faites les exercices suivants

p.312 # 6 et 8

Aujourd’hui, nous avons vu

Aujourd’hui, nous avons vu

- ✓ Le lien entre les matrices et les nombres complexes.

Aujourd'hui, nous avons vu

- ✓ Le lien entre les matrices et les nombres complexes.
- ✓ La façon dont on peut interpréter certaines fonctions complexes comme des transformations du plan.

Devoir: p. 312, # 1 à 11.