Examen 1
201-NYC Algèbre linéaire
24 septembre 2008
Professeur : Dimitri Zuchowski

Consignes

Toute forme de documentation et la calculatrice sont interdite. Toute forme de plagiat et de communication est interdite et entraîne la note ZÉRO. Une réponse, même si elle est bonne, sans justification vaut ZÉRO.

Question 1. (18%)

Soit les vecteurs et les points suivants donnés dans la base standard ;

$$\vec{u} = (1,3,-2), \vec{v} = (-1,1,5), \vec{w} = (-2,4,1), \vec{r} = (3,3,-2),$$

$$\vec{s} = (5,0,1), \vec{t} = (0,-3,0), A = (6,-1,3), B = (-9,4,1)$$

Calculer les expressions suivantes (si possible) :

a) $\vec{u} + \vec{v}$

b) $4\vec{u} - 3\vec{v} + 2\vec{w}$

c) $\vec{r} \cdot \vec{s}$

d) $\overrightarrow{AB}$

e) $\|\vec{w}\|$

f) l'angle entre $\vec{u}$ et $\vec{w}$

g) $A+(\vec{s} - \vec{t})$

h) $\vec{u} \wedge \vec{r}$

i) $\vec{w} \cdot (\vec{s} \wedge \vec{v})$

Question 2. (10%)

Les coordonnées de $A = (2,1)_{\mathcal{B}}$ et de $P = (-3,4)_{\mathcal{B}}$ sont données par rapport au repère $\langle O, \mathcal{B} = \langle \vec{u}, \vec{v} \rangle \rangle$. Trouver les coordonnées du point A par rapport au repère $\langle P, \mathcal{C} = \langle \vec{r}, \vec{s} \rangle \rangle$ avec $\vec{r} = (-1,-5)_{\mathcal{B}}$ et $\vec{s} = (1,-3)_{\mathcal{B}}$

Question 3. (10%)

Déterminer si les trois points suivants sont colinéaire ;

$$A = (1,-3,0), B = (4,2,1), C = (0,3,3).$$

Question 4. (10%)

Soit $P = (3,2,1)$ le barycentre des points P_1, P_2, P_3, P_4 et P_5 et soit $Q = (2,5,1)$ le barycentre de Q_1, Q_2, Q_3 et Q_4. Trouver les coordonnées du barycentre C des points $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, Q_1, Q_2, Q_3$ et Q_4.

Question 5. (10%)

Calculer t pour que les vecteurs $(3t,-1,2)$ et $(5,4t,-3)$ soit $\perp$.

Question 6. (12%)

Utiliser la règle de Cramer pour trouver les composantes du vecteur $\vec{x} = (3, 1, -2)$ dans la base $\mathcal{B} = \langle \vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \rangle$ où $\vec{u} = (2, 0, 1), \vec{v} = (0, 3, -1)$ et $w = (-1, 4, 0)$.

Question 7. (10%)

Calculer

a) L'aire orienté du parallélogramme engendré par

$$\vec{u} = (2, 6) \text{ et } \vec{v} = (-3, 1)$$

b) Le volume orienté du parallélipipède engendré par

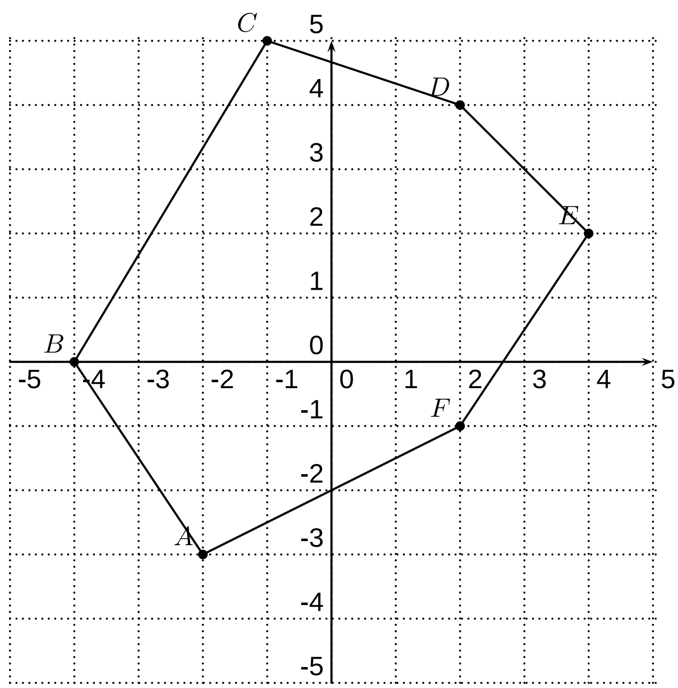
$$\vec{u} = (1, 2, -1), \vec{v} = (3, 1, 1) \text{ et } \vec{w} = (-4, 5, 7)$$

Question 8. (10%)

Calculer l'aire du polygone passant par

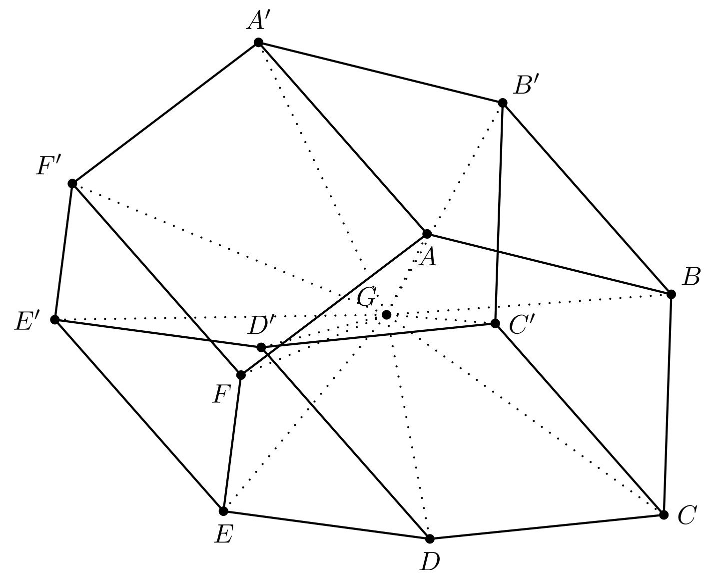
$$A = (-2, -3), B = (-4, 0), C = (-1, 5),$$

$$D = (2, 4), E = (4, 2) \text{ et } F = (2, -1)$$



Question 9. (10%)

Considérons le polygone du numéros précédant mais cette fois ci en les plongeants dans l'espace (c'est-à-dire, $A = (-2, -3, 0), B = (-4, 0, 0)$ etc.). Soit le prisme ayant ce polygone comme base. Si $G = \left(\frac{5}{8}, \frac{5}{8}, \frac{3}{2}\right)$ est le barycentre de ces 12 points.



a) Trouver les coordonnées du points A'.

b) Calculer le volume de ce prisme. (Le volume d'un prisme est l'aire de la base fois sa hauteur.)