

Examen 2
201-NYC Algèbre linéaire
22 octobre 2008
Professeur : Dimitri Zuchowski

Consignes

Toute forme de documentation et la calculatrice sont interdites. Toute forme de plagiat et de communication est interdite et entraîne la note ZÉRO. Une réponse, même si elle est bonne, sans justification vaut ZÉRO.

Question 1. (10%)

Donner l'équation

- a) De la droite passant par les points $A(2, 4, -2)$ et $B(-4, -1, 2)$
- b) Du plan passant par les points $A(2, 4, -2)$, $B(-5, -1, 0)$ et $C(-2, 7, -1)$

Question 2. (10%)

Trouver l'angle entre la droite \mathcal{D} et le plan \mathcal{P} où

$$\mathcal{D} : (x, y, z) = (1, 5, -2) + k(1, -1, 2)$$

$$\mathcal{P} : 3x - 5y + z = 5.$$

Question 3. (10%)

Trouver la distance entre le point $A(0, 2, -3)$ et la droite $\mathcal{D} : (x, y, z) = (-1, 2, -3) + k(2, 2, 0)$.

Question 4. (10%)

Trouver la distance entre les droites \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 où

$$\mathcal{D}_1 : \frac{x+7}{2} = \frac{-2y+3}{5} = \frac{z-1}{3}$$

$$\mathcal{D}_2 : (x, y, z) = (0, 1, 0) + k(2, 0, -1).$$

Question 5. (10%)

Trouver l'équation du plan \mathcal{P} contenant l'intersection des plans \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 où

$$\mathcal{P}_1 : (x, y, z) = (1, 2, 3) + k(-1, -1, 0) + r(1, 2, -1)$$

$$\mathcal{P}_2 : 4x - y + z = 1$$

et passant par le point $A(3, -1, 0)$.

Question 6. (10%)

Trouver le point de la droite $\mathcal{D} : (x, y, z) = (2, 3, -1) + k(1, -3, 1)$, le plus près de l'origine.

Question 7. (10%)

Deux particules P et Q se dirigent en ligne droite l'une vers l'autre. À un moment donné, la particule P est en $(4, -7, 12)$ et la particule Q est en $(-20, -30, 5)$. Trouver à quel moment ces particules entreront en collision si la particule P va à 2 m/s et Q à 4 m/s .

Question 8. (30%)

Trouver l'ensemble solution des systèmes d'équations linéaires suivants (en utilisant la méthode matriciel vue en classe).

$$\text{a) } \begin{cases} 4x - 2y + 3z = 7 \\ -x + 3y - 5z = 2 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 3x + 2y + z = 4 \\ 2x - y - 3z = 5 \\ 2x + 8y + 8z = -7 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x - y + 3z = 0 \\ 2x + 2y - z = 7 \\ -x - 7y + 3z = -3 \end{cases}$$